અહીં આપણને ABનું મધ્યબિંદુ C મળે છે. બિંદુ C એ $\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{2}\right) \div 2 = \frac{3}{8}$ સંખ્યા બતાવે છે.

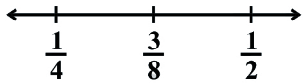
ઉપરાંત $\frac{1}{4} < \frac{3}{8} < \frac{1}{2}$.

જો a અને b બે સંમેય સંખ્યાઓ હોય, તો $\frac{a+b}{2}$ એ સંમેય સંખ્યાઓ a અને b વચ્ચે આવેલ સંમેય સંખ્યા છે. જ્યાં $a < \frac{a+b}{2} < b$.

આ બાબત ફરીથી સાબિત કરે છે કે આપેલ કોઈ પણ બે સંમેય સંખ્યાઓની વચ્ચે અગણિત સંમેય સંખ્યાઓ હોય.

ઉદાહરણ 9 : $\frac{1}{4}$ અને $\frac{1}{2}$ વચ્ચેની ત્રણ સંમેય સંખ્યાઓ શોધો.

ઉકેલ : સૌ પ્રથમ આપણે આપેલ બંને સંમેય સંખ્યાનો મધ્યક મેળવીએ. ઉપરના ઉદાહરણમાં જણાવ્યા મુજબ $\frac{1}{4}$ અને $\frac{1}{2}$નો મધ્યક $\frac{3}{8}$ છે અને $\frac{1}{4} < \frac{3}{8} < \frac{1}{2}$.

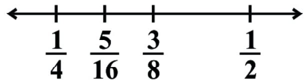


હવે આપણે સંમેય સંખ્યા $\frac{1}{4}$ અને $\frac{3}{8}$ વચ્ચેની બીજી સંમેય સંખ્યા શોધીએ.

તેના માટે ફરીથી $\frac{1}{4}$ અને $\frac{3}{8}$નો મધ્યક મેળવીએ.

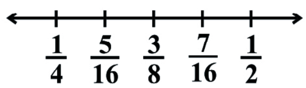
$\therefore \quad \left(\frac{1}{4}+\frac{3}{8}\right) \div 2 = \frac{5}{8} \times \frac{1}{2} = \frac{5}{16}$ અને

$\frac{1}{4} < \frac{5}{16} < \frac{3}{8} < \frac{1}{2}$



હવે $\frac{3}{8}$ અને $\frac{1}{2}$ નો મધ્યક મેળવીએ.

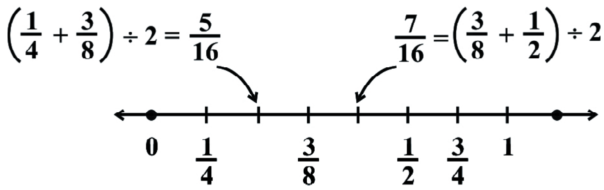
$\therefore \quad \left(\frac{3}{8}+\frac{1}{2}\right) \div 2 = \frac{7}{8} \times \frac{1}{2} = \frac{7}{16}$



આમ, આપણે $\frac{1}{4} < \frac{5}{16} < \frac{3}{8} < \frac{7}{16} < \frac{1}{2}$ જેવી સંખ્યાઓ મેળવી.

આમ, $\frac{5}{16}, \frac{3}{8}, \frac{7}{16}$ એ ત્રણ સંમેય સંખ્યાઓ $\frac{1}{4}$ અને $\frac{1}{2}$ વચ્ચે આવેલી સંખ્યાઓ છે.

આ બાબતને નીચે મુજબ સંખ્યારેખા પર સ્પષ્ટ રીતે દર્શાવી શકાય :



આ રીતે આપણે આપેલ કોઈ પણ બે સંમેય સંખ્યાઓની વચ્ચે ઈચ્છીએ તેટલી સંમેય સંખ્યાઓ મેળવી શકીએ. અહીં ફરીથી આપણે નોંધીએ કે કોઈ પણ બે સંમેય સંખ્યાઓ વચ્ચે અગણિત સંમેય સંખ્યાઓ મળે.

સ્વાધ્યાય : 1.2

1. નીચે આપેલ સંખ્યાઓનું સંખ્યારેખા પર નિરૂપણ કરો.

(i) $\frac{7}{4}$ (ii) $\frac{-5}{6}$

2. સંખ્યાઓ $\frac{-2}{11}$, $\frac{-5}{11}$, $\frac{-9}{11}$ ને સંખ્યારેખા પર દર્શાવો.

3. 2 થી નાની હોય તેવી પાંચ સંમેય સંખ્યાઓ લખો.

4. $\frac{-2}{5}$ અને $\frac{1}{2}$ વચ્ચે આવતી દસ સંમેય સંખ્યાઓ લખો.

5. નીચે આપેલી સંખ્યાઓ વચ્ચે આવતી પાંચ સંમેય સંખ્યાઓ લખો.

(i) $\frac{2}{3}$ અને $\frac{4}{5}$ (ii) $\frac{-3}{2}$ અને $\frac{5}{3}$ (iii) $\frac{1}{4}$ અને $\frac{1}{2}$

6. -2 થી મોટી હોય તેવી પાંચ સંમેય સંખ્યાઓ લખો.

7. $\frac{3}{5}$ અને $\frac{3}{4}$ વચ્ચે આવતી હોય તેવી દસ સંમેય સંખ્યાઓ લખો.

આપણે શું ચર્ચા કરી ?

1. સંમેય સંખ્યાઓ સરવાળો, બાદબાકી અને ગુણાકારની ક્રિયા અંગે **સંવૃત્ત** હોય છે.
2. સરવાળા અને ગુણાકારની ક્રિયા દરમ્યાન,
   (i) સંમેય સંખ્યાઓ માટે **ક્રમના ગુણધર્મ**નું પાલન થાય છે.
   (ii) સંમેય સંખ્યાઓ માટે **જૂથના ગુણધર્મ**નું પાલન થાય છે.
3. સંમેય સંખ્યા શૂન્ય (0) એ સંમેય સંખ્યાઓ માટે **સરવાળાનો તટસ્થ** ઘટક છે.
4. સંમેય સંખ્યા 1 (એક) એ સંમેય સંખ્યાઓ માટે **ગુણાકારનો તટસ્થ** ઘટક છે.
5. સંમેય સંખ્યા $\frac{a}{b}$ ની વિરોધી સંખ્યા $\frac{-a}{b}$ છે. ઉલટું પણ સાચું છે.
6. જો $\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = 1$ હોય તો સંમેય સંખ્યા $\frac{a}{b}$ એ સંમેય સંખ્યા $\frac{c}{d}$ નો વ્યસ્ત છે.
7. સંમેય સંખ્યા માટે **વિભાજનનો ગુણધર્મ** : સંમેય સંખ્યાઓ a, b અને c માટે,
   $a\,(b + c) = ab + ac$ અને $a\,(b - c) = ab - ac$
8. સંમેય સંખ્યાઓને સંખ્યારેખા પર નિરૂપણ કરી શકાય.
9. કોઈ પણ બે સંમેય સંખ્યાઓની વચ્ચે અગણિત સંમેય સંખ્યાઓ આવેલ હોય છે. બે સંખ્યાઓના **મધ્યક**નો ખ્યાલ બે સંખ્યાઓ વચ્ચેની સંખ્યાઓ શોધવામાં મદદરૂપ બને છે.

પ્રકરણ 2

એક ચલ સુરેખ સમીકરણ

2.1 પ્રાસ્તાવિક

અગાઉના ધોરણમાં તમે કેટલીક **બૈજિક પદાવલિઓ** અને **સમીકરણો** વિશે જાણકારી મેળવી છે. એવી પદાવલિઓ, જે આપણે શીખ્યાં છીએ, તેનાં થોડાંક ઉદાહરણ :

$$5x,\ 2x - 3,\ 3x + y,\ 2xy + 5,\ xyz + x + y + z,\ x^2 + 1,\ y + y^2$$

અને સમીકરણનાં થોડાં ઉદાહરણ : $5x = 25$, $2x - 3 = 9$, $2y + \frac{5}{2} = \frac{37}{2}$, $6z + 10 = -2$

તમને યાદ હશે કે સમીકરણમાં હંમેશાં સમતા (બરાબર) (=) ના ચિહ્નનો ઉપયોગ થાય છે, જ્યારે પદાવલિમાં તેનો ઉપયોગ થતો નથી.

ઉપરની અમુક પદાવલિઓમાં એકથી વધારે ચલનો ઉપયોગ કરેલ છે. ઉદાહરણ તરીકે $2xy + 5$માં બે ચલ છે. તેમ છતાં, હવે આપણે સમીકરણ બનાવવા ફક્ત એક જ ચલનો ઉપયોગ કરીશું. તદુપરાંત, ફક્ત સુરેખ પદાવલિઓ જ સમીકરણ બનાવવા ઉપયોગમાં લઈશું એટલે કે પદાવલિમાં રહેલા ચલની મોટામાં મોટી ઘાત 1 હશે.

સુરેખ પદાવલિના ઉદાહરણ આ મુજબ છે.

$$2x,\ 2x + 1,\ 3y - 7,\ 12 - 5z,\ \frac{5}{4}(x - 4) + 10$$

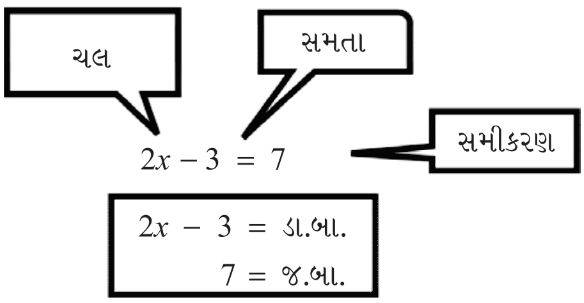
નીચે મુજબની પદાવલિઓ સુરેખ પદાવલિઓ નથી.

$x^2 + 1$, $y + y^2$, $1 + z + z^2 + z^3$ (અહીં ચલની અધિકતમ ઘાત 1 કરતાં વધારે છે.)

હવે આપણે સમીકરણોમાં એક ચલવાળી સુરેખ પદાવલિઓનો જ ઉપયોગ કરીશું. આવા સમીકરણને **એક ચલ સુરેખ સમીકરણ** કહે છે. અગાઉના ધોરણમાં તમે જે સાદાં સમીકરણોનો ઉકેલ મેળવવાનું શીખ્યા હતા તે આ પ્રકારનાં હતાં.

ચાલો, હવે જે જાણીએ છીએ તેનું ટૂંકમાં પુનરાવર્તન કરીએ.

(a) *બૈજિક સમીકરણ એ ચલોના ઉપયોગથી બનતી સમતા છે.* તેમાં સમતા (બરાબર) (=) નું ચિન્હ હોય છે. સમતાના ચિહ્નની ડાબી બાજુની પદાવલિને ડા.બા. (LHS) તથા જમણી બાજુની પદાવલિને જ.બા. (RHS) કહે છે.



(b) *સમીકરણમાં ડાબી બાજુ અને જમણી બાજુએ આવેલી પદાવલિઓનું મૂલ્ય સમાન હોય છે.* આવું, ફક્ત ચલનાં અમુક ચોક્કસ મૂલ્યો માટે જ સાચું છે. તેથી આવાં મૂલ્યને સમીકરણનો **ઉકેલ** કહે છે.

$x = 5$ એ સમીકરણ $2x - 3 = 7$નો ઉકેલ છે.
$x = 5$ માટે ડા.બા. $= 2 \times 5 - 3 = 7 =$ જ.બા.
જ્યારે $x = 10$ એ સમીકરણનો ઉકેલ નથી.
$x = 10$ માટે ડા.બા. $= 2 \times 10 - 3 = 17$ જે જ.બા.ને બરાબર નથી.

(c) *સમીકરણનો ઉકેલ કેવી રીતે મેળવીશું ?* *આપણે સમીકરણની બંને બાજુ ત્રાજવાનાં બે પલ્લાંની જેમ સંતુલિત છે તેમ માનીએ છીએ.* આથી આપણે સમીકરણની બંને બાજુએ સમાન ગાણિતિક ક્રિયાઓ કરીશું જેથી તેની સંતુલિતતા ખોરવાય નહીં. આવાં થોડાંક પદો પછી તમને સમીકરણનો ઉકેલ મળી જશે.

2.2 એક બાજુ સુરેખ પદાવલિ હોય અને બીજી બાજુ સંખ્યા હોય તેવાં સમીકરણોનો ઉકેલ

ચાલો, થોડાંક ઉદાહરણો વડે સમીકરણનો ઉકેલ મેળવવાની પદ્ધતિ યાદ કરીએ. ધ્યાનથી ચકાસો, સમીકરણનો ઉકેલ કોઈ પણ સંમેય સંખ્યા હોઈ શકે છે.

ઉદાહરણ 1 : ઉકેલ શોધો : $2x - 3 = 7$

ઉકેલ :

સોપાન 1 : બંને બાજુ 3 ઉમેરતાં,

$$2x - 3 + 3 = 7 + 3$$ (સંતુલન ખોરવાયું નથી.)

$$\therefore 2x = 10$$

સોપાન 2 : બંને બાજુને 2 વડે ભાગતાં,

$$\frac{2x}{2} = \frac{10}{2}$$

$$\therefore x = 5$$ (અપેક્ષિત ઉકેલ)

ઉદાહરણ 2 : ઉકેલ શોધો : $2y + 9 = 4$

ઉકેલ : 9 ને જ.બા. તરફ લઈ જતાં

$$2y = 4 - 9$$

$$\therefore 2y = -5$$

બંને બાજુને 2 વડે ભાગતાં $y = \frac{-5}{2}$ (ઉકેલ)

તાળો મેળવો **:** ડા.બા. $= 2\left(\frac{-5}{2}\right) + 9 = -5 + 9 = 4 =$ જ.બા. (અપેક્ષિત ઉકેલ)

શું તમે ધ્યાનમાં લીધું કે ઉકેલ $\left(\frac{-5}{2}\right)$ એક સંમેય સંખ્યા છે ? ધોરણ 7માં આપણે જે સમીકરણના ઉકેલ મેળવ્યા હતા તે આવી સંખ્યાઓ નહોતી.

ઉદાહરણ 3 : ઉકેલ શોધો : $\frac{x}{3} + \frac{5}{2} = \frac{-3}{2}$

ઉકેલ : $\frac{5}{2}$ ને જ.બા. લઈ જતાં, $\frac{x}{3} = \frac{-3}{2} - \frac{5}{2} = -\frac{8}{2}$ મળે.

અથવા $\frac{x}{3} = -4$

બંને બાજુને 3 વડે ગુણતાં, $x = -4 \times 3$

$\therefore x = -12$ (ઉકેલ)

તાળો મેળવો : ડા.બા. $= -\frac{12}{3} + \frac{5}{2} = -4 + \frac{5}{2} = \frac{-8+5}{2} = \frac{-3}{2}$ = જ.બા. (અપેક્ષિત ઉકેલ)

તમે જોયું, અહીં ચલનો સહગુણક પૂર્ણાંક સંખ્યા હોવી જરૂરી નથી.

ઉદાહરણ 4 : ઉકેલ શોધો : $\frac{15}{4} - 7x = 9$

ઉકેલ : $\frac{15}{4} - 7x = 9$ આપેલ છે.

$\therefore -7x = 9 - \frac{15}{4}$ ($\frac{15}{4}$ ને જ.બા. લઈ જતાં)

$\therefore -7x = \frac{21}{4}$

$\therefore x = \frac{21}{4 \times (-7)}$ (બંને બાજુને -7 વડે ભાગતાં)

$\therefore x = -\frac{3 \times 7}{4 \times 7}$

$\therefore x = -\frac{3}{4}$ (ઉકેલ)

તાળો મેળવો : ડા.બા. $= \frac{15}{4} - 7\left(\frac{-3}{4}\right) = \frac{15}{4} + \frac{21}{4} = \frac{36}{4} = 9$ = જ.બા. (અપેક્ષિત ઉકેલ)

સ્વાધ્યાય 2.1

નીચેનાં સમીકરણ ઉકેલો :

1. $x - 2 = 7$
2. $y + 3 = 10$
3. $6 = z + 2$
4. $\frac{3}{7} + x = \frac{17}{7}$
5. $6x = 12$
6. $\frac{t}{5} = 10$
7. $\frac{2x}{3} = 18$
8. $1.6 = \frac{y}{1.5}$
9. $7x - 9 = 16$
10. $14y - 8 = 13$
11. $17 + 6p = 9$
12. $\frac{x}{3} + 1 = \frac{7}{15}$

2.3 કેટલાક ઉપયોગો

આપણે એક સરળ ઉદાહરણથી શરૂઆત કરીએ.

બે સંખ્યાઓનો સરવાળો 74 છે. આમાંની એક સંખ્યા બીજી સંખ્યા કરતાં 10 વધારે હોય તો બંને સંખ્યાઓ શોધો.

આ એક કૂટપ્રશ્ન છે. આપણે બંનેમાંથી એક પણ સંખ્યા જાણતા નથી અને આપણે તે સંખ્યાઓ શોધવાની છે. અહીં આપણને બે શરત આપેલ છે.

(i) એક સંખ્યા બીજી સંખ્યા કરતાં 10 વધારે છે.

(ii) બંને સંખ્યાનો સરવાળો 74 છે.

આપણે ધોરણ 7 માં આવા કૂટપ્રશ્નની શરૂઆત કેવી રીતે કરવી તે શીખ્યા હતા. જો નાની સંખ્યાને x લઈએ તો મોટી સંખ્યા x થી 10 વધારે અર્થાત્ $x + 10$ થાય. બીજી શરત પ્રમાણે બંને સંખ્યાનો સરવાળો 74 છે.

એટલે કે, $x + (x + 10) = 74$

$\therefore\ 2x + 10 = 74$

10ને જ.બા. લઈ જતાં, $2x = 74 - 10$

$\therefore\ 2x = 64$

બંને બાજુને 2 વડે ભાગતાં, $x = 32$. આ નાની સંખ્યા છે.

$\therefore$ મોટી સંખ્યા $x + 10 = 32 + 10 = 42$

અપેક્ષિત સંખ્યાઓ 32 અને 42 છે. (બંનેનો સરવાળો 74 થાય છે અને મોટી સંખ્યા નાની સંખ્યા કરતાં 10 વધારે છે.)

આ પદ્ધતિની ઉપયોગિતા દર્શાવવા આપણે થોડાંક વધારે ઉદાહરણો વિચારીએ.

ઉદાહરણ 5 : સંમેય સંખ્યા $-\frac{7}{3}$ના બમણામાં કઈ સંખ્યા ઉમેરતાં $\frac{3}{7}$ મળે ?

ઉકેલ : સંમેય સંખ્યા $-\frac{7}{3}$ની બમણી સંખ્યા $2 \times \left[\frac{-7}{3}\right] = \frac{-14}{3}$ છે. ધારો કે, આ સંખ્યામાં x ઉમેરતાં આપણને $\frac{3}{7}$ મળે છે. આથી,

$$x + \left(\frac{-14}{3}\right) = \frac{3}{7}$$

$$\therefore\ x - \frac{14}{3} = \frac{3}{7}$$

$$\therefore\ x = \frac{3}{7} + \frac{14}{3} \qquad \left(\frac{14}{3}\text{ ને ડા.બા. લઈ જતાં}\right)$$

$$\therefore\ x = \frac{(3 \times 3) + (14 \times 7)}{21}$$

$$= \frac{9 + 98}{21} = \frac{107}{21}$$

આમ, $2 \times \left(\frac{-7}{3}\right)$ માં $\frac{107}{21}$ ઉમેરતાં $\frac{3}{7}$ મળે.

ઉદાહરણ 6 : એક લંબચોરસની પરિમિતિ 13 સેમી અને તેની પહોળાઈ $2\frac{3}{4}$ સેમી હોય તો તેની લંબાઈ શોધો.

ઉકેલ : ધારો કે લંબચોરસની લંબાઈ x સેમી છે.

લંબચોરસની પરિમિતિ = 2 × (લંબાઈ + પહોળાઈ)

$$= 2 \times (x + 2\frac{3}{4})$$

$$= 2 \times (x + \frac{11}{4})$$

પરિમિતિ 13 સેમી આપેલ છે.

માટે, $2\ (x + \frac{11}{4}) = 13$

$\therefore\ x + \frac{11}{4} = \frac{13}{2}$ (બંને બાજુને 2 વડે ભાગતાં)

$$x = \frac{13}{2} - \frac{11}{4}$$

$$= \frac{26}{4} - \frac{11}{4} = \frac{15}{4} = 3\frac{3}{4}$$

આમ, લંબચોરસની લંબાઈ $3\frac{3}{4}$ સેમી છે.

ઉદાહરણ 7 : સાહિલની માતાની હાલની ઉંમર સાહિલની હાલની ઉંમર કરતાં ત્રણ ગણી છે. 5 વર્ષ પછી તેમની ઉંમરનો સરવાળો 66 વર્ષ થાય છે તો બંનેની હાલની ઉંમર શોધો.

ઉકેલ : ધારો કે સાહિલની હાલની ઉંમર x વર્ષ છે.

સાહિલની 5 વર્ષ પછીની ઉંમરને પણ x ધારીને ઉકેલ મેળવી શકાય. તમે આ રીતે પ્રયત્ન કરો.

	સાહિલ	માતા	સરવાળો
હાલની ઉંમર	x	$3x$	
5 વર્ષ પછીની ઉંમર	$x + 5$	$3x + 5$	$4x + 10$

તેમની ઉંમરનો સરવાળો 66 વર્ષ આપેલ છે.

માટે, $4x + 10 = 66$

આ સમીકરણ સાહિલની હાલની ઉંમર દર્શાવે છે. જે x વર્ષ છે. સમીકરણના ઉકેલ માટે,

10 ને જ.બા. લઈ જતાં

$$4x = 66 - 10$$

$$\therefore 4x = 56$$

$$\therefore x = \frac{56}{4} = 14$$ (ઉકેલ)

આમ, સાહિલની હાલની ઉંમર 14 વર્ષ અને માતાની ઉંમર 42 વર્ષ છે. (તમે ચકાસી શકો છો કે 5 વર્ષ પછી તેમની ઉંમરનો સરવાળો 66 વર્ષ થશે.)

ઉદાહરણ 8 : બંસી પાસે 2 રૂપિયાના તથા 5 રૂપિયાના કેટલાક સિક્કા છે. બે રૂપિયાના સિક્કાઓની સંખ્યા પાંચ રૂપિયાના સિક્કાઓની સંખ્યા કરતાં ત્રણ ગણી છે. જો સિક્કાઓનું કુલ મૂલ્ય ₹ 77 હોય તો દરેક મૂલ્યના સિક્કાની સંખ્યા શોધો.

ઉકેલ : ધારો કે બંસી પાસે રહેલા ₹ 5ના સિક્કાની સંખ્યા x છે.

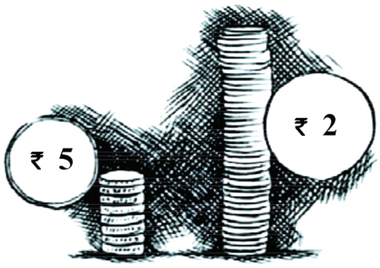
માટે, ₹ 2ના સિક્કાઓની સંખ્યા $3x$ થાય.

આથી,

(i) 5 રૂપિયાના સિક્કાઓનું કુલ મૂલ્ય, ₹ $5 \times x$ = ₹ $5x$

(ii) 2 રૂપિયાના સિક્કાઓનું કુલ મૂલ્ય, ₹ $2 \times 3x$ = ₹ $6x$ થાય.

આમ, તેની પાસે રહેલા સિક્કાઓનું કુલ મૂલ્ય = ₹ $11x$



પરંતુ, કુલ મૂલ્ય ₹ 77 આપેલ છે.

માટે, $11x = 77$

$$\therefore x = \frac{77}{11} = 7$$

આમ, 5 રૂપિયાના સિક્કાઓની સંખ્યા $= x = 7$

2 રૂપિયાના સિક્કાઓની સંખ્યા $= 3x = 21$

(તમે ચકાસી શકો છો કે બંસી પાસે કુલ ₹ 77 છે.) (ઉકેલ)

ઉદાહરણ 9 : 11ના ત્રણ ક્રમિક ગુણિતનો સરવાળો 363 હોય તો આ ગુણિતો શોધો.

ઉકેલ : ધારો કે 11નો એક ગુણિત x છે. આથી, તેની પછીનો ગુણિત $x + 11$ થાય અને તેના પછીનો ગુણિત $x + 11 + 11$ અથવા $x + 22$ થાય. આમ, આપણે 11ના ત્રણ ક્રમિક ગુણિત અનુક્રમે x, $x + 11$ અને $x + 22$ લઈએ.

અહીં, 11 ના ત્રણેય ગુણિતોનો સરવાળો 363 આપેલ છે. આથી આપણને નીચે પ્રમાણેનું સમીકરણ મળે :

$$x + (x + 11) + (x + 22) = 363$$

$$\therefore x + x + 11 + x + 22 = 363$$

$$\therefore 3x + 33 = 363$$

$$\therefore 3x = 363 - 33$$

$$\therefore 3x = 330$$

$$\therefore x = \frac{330}{3}$$

$$\therefore x = 110$$

આમ, 110, 121 અને 132 એ ત્રણ ક્રમિક ગુણિતો છે (જવાબ).

અહીં, આપણે જોયું કે કૂટપ્રશ્નનો ઉકેલ જુદી-જુદી રીતે પણ મેળવી શકાય.

વૈકલ્પિક ઉકેલ : 11 ના ત્રણ ક્રમિક ગુણિતમાં જો મધ્યમાં રહેલ ગુણિતને x લઈએ તો તેની અગાઉનો ગુણિત $x - 11$ અને તેની પછીનો ગુણિત $x + 11$ થાય. આમ, આપણને સમીકરણ $(x - 11) + x + (x + 11) = 363$ મળે.

$$\therefore 3x = 363$$

$$x = \frac{363}{3} = 121$$

આથી,

$x = 121$, $x - 11 = 110$, $x + 11 = 132$

આમ, 110, 121, 132 એ 11 ના ત્રણ ક્રમિક ગુણિતો છે.

ઉદાહરણ 10 : બે પૂર્ણ સંખ્યાઓનો તફાવત 66 છે. જો તેમનો ગુણોત્તર 2 : 5 હોય તો તે સંખ્યાઓ શોધો.

ઉકેલ : બે સંખ્યાઓનો ગુણોત્તર 2:5 હોવાથી આપણે એક સંખ્યાને $2x$ તથા બીજી સંખ્યાને $5x$ લઈશું. (ધ્યાન આપો, $2x : 5x$ એ $2 : 5$ નું જ સ્વરૂપ છે.)

બંને સંખ્યાનો તફાવત $(5x - 2x)$ છે. પરંતુ, તફાવત આપણને 66 આપેલ છે. માટે,

$$5x - 2x = 66$$

$$3x = 66$$

$$x = 22$$

પરંતુ, સંખ્યાઓ $2x$ અને $5x$ છે. માટે, માંગેલ સંખ્યાઓ અનુક્રમે $2 \times 22 = 44$ અને $5 \times 22 = 110$ છે. બંને સંખ્યાઓનો તફાવત $110 - 44 = 66$ જ થાય છે.

ઉદાહરણ 11 : દેવેશી પાસે ₹ 50, ₹ 20 અને ₹ 10ના મૂલ્યની કુલ ₹ 590 ની ચલણી નોટો છે. ₹ 50 અને ₹ 20ના મૂલ્યની ચલણી નોટોનો ગુણોત્તર 3 : 5 છે. જો તેની પાસે કુલ 25 ચલણી નોટો હોય તો ઉપરોક્ત મૂલ્યવાળી નોટોની સંખ્યા શોધો.

ઉકેલ : ધારો કે ₹ 50 અને ₹ 20ના મૂલ્યવાળી નોટોની સંખ્યા અનુક્રમે $3x$ અને $5x$ છે.

તેની પાસે કુલ 25 નોટો છે.

માટે ₹ 10ના મૂલ્યવાળી નોટોની સંખ્યા $= 25 - (3x + 5x)$

$= 25 - 8x$

તેની પાસે રહેલ રકમ,

₹ 50ની નોટ દ્વારા, $3x \times 50 = 150x$

₹ 20ની નોટ દ્વારા, $5x \times 20 = 100x$

₹ 10ની નોટ દ્વારા, $(25 - 8x) \times 10 = (250 - 80x)$

આમ, તેની પાસે રહેલ કુલ રકમ $= 150x + 100x + (250 - 80x) =$ ₹ $(170x + 250)$

પરંતુ, તેની પાસે કુલ ₹ 590 છે. માટે, $170x + 250 = 590$

$$\therefore\ 170x = 590 - 250 = 340$$

$$\therefore\ x = \frac{340}{170} = 2$$

$$\therefore\ x = 2$$

તેણી પાસે રહેલી ₹ 50ના મૂલ્યની નોટોની સંખ્યા $= 3x$

$= 3 \times 2 = 6$

તેણી પાસે રહેલી ₹ 20ના મૂલ્યની નોટોની સંખ્યા $= 5x = 5 \times 2 = 10$

તેણી પાસે રહેલી ₹ 10ના મૂલ્યની નોટોની સંખ્યા $= 25 - 8x$

$= 25 - (8 \times 2)$

$= 25 - 16 = 9$

સ્વાધ્યાય 2.2

1. એક સંખ્યામાંથી $\frac{1}{2}$ બાદ કરીને મળતાં પરિણામને $\frac{1}{2}$ વડે ગુણતાં જો $\frac{1}{8}$ મળે તો તે સંખ્યા શોધો.

2. એક લંબચોરસ સ્વીમીંગ પુલની પરિમિતિ 154 મી છે. જો તેની લંબાઈ તેની પહોળાઈના બમણાથી બે વધારે હોય તો સ્વીમીંગ પુલની લંબાઈ અને પહોળાઈ શોધો.
3. એક સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણના પાયાનું માપ $\frac{4}{3}$ સેમી છે. જો ત્રિકોણની પરિમિતિ $4\frac{2}{15}$ સેમી હોય તો ત્રિકોણની બે સમાન બાજુઓની લંબાઈ શોધો.
4. બે સંખ્યાઓનો સરવાળો 95 છે. એક સંખ્યા બીજી સંખ્યા કરતાં 15 વધારે હોય તો તે સંખ્યાઓ શોધો.
5. બે સંખ્યાઓનો ગુણોત્તર 5 : 3 અને તેમનો તફાવત 18 હોય તો તે સંખ્યાઓ શોધો.
6. જો ત્રણ ક્રમિક પૂર્ણાંક સંખ્યાઓનો સરવાળો 51 હોય, તો તે સંખ્યાઓ શોધો.
7. 8ના ત્રણ ક્રમિક ગુણિતનો સરવાળો 888 છે તો તે ગુણિત શોધો.
8. ચઢતા ક્રમમાં રહેલી ત્રણ ક્રમિક પૂર્ણાંક સંખ્યાઓને અનુક્રમે 2, 3 તથા 4 વડે ગુણાકાર કરી અને સરવાળો કરતાં જો સરવાળો 74 આવે તો તે સંખ્યાઓ શોધો.
9. રાહુલ અને હારુનની હાલની ઉંમરનો ગુણોત્તર 5 : 7 છે. 4 વર્ષ પછી તેમની ઉંમરનો સરવાળો 56 વર્ષ થાય તો તેમની હાલની ઉંમર શોધો.
10. વર્ગખંડમાં છોકરા અને છોકરીઓની સંખ્યાનો ગુણોત્તર 7 : 5 છે. જો છોકરાઓની સંખ્યા છોકરીઓની સંખ્યા કરતાં 8 વધારે હોય તો વર્ગખંડમાં વિદ્યાર્થીઓની કુલ સંખ્યા શોધો.
11. ભરતના પિતાજી ભરતના દાદા કરતાં 26 વર્ષ નાના અને ભરત કરતાં 29 વર્ષ મોટા છે. જો ત્રણેયની ઉંમરનો સરવાળો 135 વર્ષ હોય તો ત્રણેયની ઉંમર શોધો.
12. 15 વર્ષ પછી રવિની ઉંમર તેની હાલની ઉંમર કરતાં ચાર ગણી થાય તો રવિની હાલની ઉંમર શોધો.
13. એક સંમેય સંખ્યાને $\frac{5}{2}$ વડે ગુણી અને પરિણામમાં $\frac{2}{3}$ ઉમેરતાં આપણને $\frac{-7}{12}$ મળે તો તે સંખ્યા શોધો.

14. લક્ષ્મી એક બૅંકમાં ખજાનચી છે. તેની પાસે અનુક્રમે ₹ 100, ₹ 50 અને ₹ 10ના મૂલ્યની ચલણી નોટો છે. આ નોટોની સંખ્યાનો ગુણોત્તર અનુક્રમે 2 : 3 : 5 છે. જો કુલ રકમ ₹ 4,00,000 હોય તો લક્ષ્મી પાસે દરેક મૂલ્યની કેટલી ચલણી નોટો હશે ?
15. મારી પાસે ₹ 1, ₹ 2 અને ₹ 5ના મૂલ્યવાળા કુલ ₹ 300ના સિક્કા છે. ₹ 2ના સિક્કાની સંખ્યા, ₹ 5ના સિક્કા કરતાં ત્રણ ગણી છે. જો સિક્કાની કુલ સંખ્યા 160 હોય તો દરેક મૂલ્યના સિક્કાઓની સંખ્યા શોધો.
16. એક નિબંધ સ્પર્ધાના આયોજકોએ પ્રત્યેક વિજેતાને ₹ 100 તથા વિજયી ન બનનારા દરેક સ્પર્ધકને ₹ 25નો પુરસ્કાર આપવાનું નક્કી કરેલ છે. જો પુરસ્કાર સ્વરૂપે આપવામાં આવેલ કુલ રકમ ₹ 3,000 હોય તો કુલ 63 સ્પર્ધકોમાંથી વિજેતા થનાર સ્પર્ધકની સંખ્યા શોધો.

2.4 બંને બાજુ ચલ હોય તેવા સમીકરણોનો ઉકેલ

સમીકરણ એ બે પદાવલિઓનાં મૂલ્યો વચ્ચેની સમતા છે. સમીકરણ $2x - 3 = 7$ માં રહેલી બે પદાવલિઓ અનુક્રમે $2x - 3$ અને 7 છે. અત્યાર સુધી આપણે લીધેલા દરેક ઉદાહરણમાં જમણી બાજુ ફક્ત સંખ્યા જ હતી. પરંતુ, આવું આવશ્યક નથી. બંને બાજુ ચલવાળી પદાવલિ પણ હોઈ શકે. ઉદાહરણ તરીકે $2x - 3 = x + 2$ માં બંને બાજુએ ચલ હોય તેવી પદાવલિઓ છે. ડાબી બાજુની પદાવલિ $2x - 3$ છે અને જમણી બાજુની પદાવલિ $x + 2$ છે.

- હવે આપણે બંને બાજુ ચલવાળી પદાવલિઓ હોય તેવાં સમીકરણોનો ઉકેલ કેવી રીતે મેળવવો તે વિશે ચર્ચા કરીએ.

ઉદાહરણ 12 : ઉકેલ શોધો : $2x - 3 = x + 2$

ઉકેલ : આપણી પાસે

$$\therefore\ 2x = x + 2 + 3$$

$$\therefore\ 2x = x + 5$$

$$\therefore\ 2x - x = x + 5 - x$$ (બંને બાજુથી x બાદ કરતાં)

$$x = 5$$ (ઉકેલ)

અહીંયાં આપણે સમીકરણની બંને બાજુથી ફક્ત સંખ્યા (અચળ પદ) જ નહીં પરંતુ ચલવાળું પદ પણ બાદ કરેલ છે. કારણ કે ચલ પોતે પણ એક સંખ્યા જ છે. ધ્યાન રાખો અહીં બંને બાજુથી x બાદ કરવું તે હકીકતમાં x ને ડાબી બાજુ લઈ જવાની ક્રિયા છે.

ઉદાહરણ 13 : ઉકેલ શોધો : $5x + \frac{7}{2} = \frac{3}{2}x - 14$

ઉકેલ : બંને બાજુને 2 વડે ગુણતાં,

$$2 \times \left(5x + \frac{7}{2}\right) = 2 \times \left(\frac{3}{2}x - 14\right)$$

$$\therefore\ (2 \times 5x) + \left(2 \times \frac{7}{2}\right) = \left(2 \times \frac{3}{2}x\right) - (2 \times 14)$$

$$\therefore\ 10x + 7 = 3x - 28$$

$$\therefore\ 10x - 3x + 7 = -28$$ ($3x$ ને ડા.બા. લઈ જતાં)

$$\therefore\ 7x + 7 = -28$$

$$7x = -28 - 7$$

$$\therefore\ 7x = -35$$

$$\therefore\ x = \frac{-35}{7}$$ અથવા $x = -5$ (ઉકેલ)

સ્વાધ્યાય 2.3

નીચેનાં સમીકરણોનો ઉકેલ મેળવો અને જવાબ ચકાસો :

1. $3x = 2x + 18$ **2.** $5t - 3 = 3t - 5$ **3.** $5x + 9 = 5 + 3x$

4. $4z + 3 = 6 + 2z$ **5.** $2x - 1 = 14 - x$ **6.** $8x + 4 = 3(x - 1) + 7$

7. $x = \frac{4}{5}(x + 10)$ **8.** $\frac{2x}{3} + 1 = \frac{7x}{15} + 3$ **9.** $2y + \frac{5}{3} = \frac{26}{3} - y$

10. $3m = 5m - \frac{8}{5}$

2.5 થોડાક વધારે ઉદાહરણો

ઉદાહરણ 14 : બે અંકોની એક સંખ્યાના અંકોનો તફાવત 3 છે. અંકોની અદલાબદલી કરીને મળતી નવી સંખ્યાને મૂળ સંખ્યામાં ઉમેરતાં 143 મળે છે તો મૂળ સંખ્યા શોધો.

ઉકેલ : દાખલા તરીકે, બે અંકોવાળી એક સંખ્યા, ધારો કે 56 લઈએ.

આને આપણે આ પ્રકારે લખી શકીએ.

$56 = (10 \times 5) + 6$

હવે સંખ્યાના અંકોની અદલાબદલી કરતાં આપણને 65 મળે જેને આપણે $(10 \times 6) + 5$ પ્રમાણે લખી શકીએ. ધારો કે બે અંકોવાળી સંખ્યામાં, એકમનો અંક b છે. હવે, બંને અંકોનો તફાવત 3 છે તેથી દશકનો એક $b + 3$ થાય. આમ, બે અંકોવાળી સંખ્યા $10(b + 3) + b = 10b + 30 + b = 11b + 30$ થાય.

અંકોની અદલાબદલી કરતાં મળતી નવી સંખ્યા

$10b + (b + 3) = 11b + 3$ થાય.

બંને સંખ્યાનો સરવાળો કરતાં $(11b + 30) + (11b + 3)$

$= 11b + 11b + 30 + 3$

$= 22b + 33$ મળે.

> શું આપણે દશકનો અંક $(b - 3)$ લઈ શકીએ ? પ્રયત્ન કરો અને જુઓ શું જવાબ મળે છે.

> ધ્યાન રાખો, આ ઉકેલમાં આપણે દશકનો અંક એકમના અંક કરતાં ત્રણ વધારે લીધો છે. દશકના અંકને $(b - 3)$ લઈને જુઓ શું ઉકેલ મળે છે ?

બંને સંખ્યાનો સરવાળો 143 છે. માટે $22b + 33 = 143$

$\therefore 22b = 143 - 33$

$\therefore 22b = 110$

$\therefore b = \frac{110}{22}$

$\therefore b = 5$

આમ, એકમનો અંક 5 છે, માટે દશકનો અંક

$5 + 3 = 8$

$\therefore$ મૂળ સંખ્યા $= 85$

> ઉદાહરણમાં આપેલ કૂટ પ્રશ્ન 58 અને 85 બંને સંખ્યા માટે સાચો છે. આમ બંને ઉત્તર સાચા છે.

તાળો મેળવો : અંકોની અદલાબદલી કરતાં 58 મળે છે અને 58 અને 85નો સરવાળો પ્રશ્નમાં જણાવ્યા મુજબ 143 થાય છે.

ઉદાહરણ 15 : અર્જુનની હાલની ઉંમર શ્રીયાની હાલની ઉંમરથી બમણી છે. 5 વર્ષ પહેલાં અર્જુનની ઉંમર શ્રીયાની ઉંમર કરતાં ત્રણ ગણી હતી તો બંનેની હાલની ઉંમર શોધો.

ઉકેલ : ધારો કે શ્રીયાની હાલની ઉંમર x વર્ષ છે. માટે,

અર્જુનની હાલની ઉંમર $2x$ વર્ષ થાય.

શ્રીયાની 5 વર્ષ પહેલાંની ઉંમર : $(x - 5)$ વર્ષ

$\therefore$ અર્જુનની 5 વર્ષ પહેલાંની ઉંમર : $(2x - 5)$ વર્ષ

5 વર્ષ પહેલાં અર્જુનની ઉંમર શ્રીયાની ઉંમર કરતાં ત્રણ ગણી હતી.

માટે, $2x - 5 = 3(x - 5)$

$\therefore 2x - 5 = 3x - 15$

$15 - 5 = 3x - 2x$

$10 = x$

આમ, શ્રીયાની હાલની ઉંમર $x = 10$ વર્ષ

માટે, અર્જુનની હાલની ઉંમર $= 2x = 2 \times 10 = 20$ વર્ષ

સ્વાધ્યાય 2.4

1. અમીના એક સંખ્યા ધારે છે. તે આ સંખ્યામાંથી $\frac{5}{2}$ બાદ કરી અને મળેલ પરિણામનો 8 વડે ગુણાકાર કરે છે. જો મળેલ નવું પરિણામ ધારેલ સંખ્યાનું ત્રણ ગણું હોય તો અમીનાએ ધારેલી સંખ્યા શોધો.
2. બે ધન સંખ્યાઓમાં પહેલી સંખ્યા બીજી સંખ્યા કરતાં 5 ગણી છે. દરેક સંખ્યામાં 21 ઉમેરતાં નવી મળેલ બંને સંખ્યાઓમાંથી પહેલી સંખ્યા બીજી સંખ્યા કરતાં બમણી થાય છે તો મૂળ સંખ્યાઓ શોધો.
3. બે અંકની સંખ્યાના અંકોનો સરવાળો 9 છે. જો અંકોની અદલાબદલી કરતાં મળેલ નવી સંખ્યા, મૂળ સંખ્યા કરતાં 27 વધારે હોય તો, મૂળ સંખ્યા શોધો.
4. બે અંકની સંખ્યાના અંકો પૈકી એક અંક બીજા અંક કરતાં ત્રણ ગણો છે. અંકોની અદલાબદલી કરતાં મળેલ નવી સંખ્યાને, મૂળ સંખ્યામાં ઉમેરતાં 88 મળે છે, તો મૂળ સંખ્યા શોધો.
5. સરોજની માતાની હાલની ઉંમર, સરોજની હાલની ઉંમર કરતાં છ ગણી છે. 5 વર્ષ પછી સરોજની ઉંમર તેની માતાની હાલની ઉંમર કરતાં ત્રીજા ભાગની થશે. તો બંનેની હાલની ઉંમર શોધો.
6. મહુલી ગામમાં જમીનનો એક સાંકડો લંબચોરસ ટુકડો શાળા બનાવવા માટે ફાળવેલ છે. પ્લોટની લંબાઈ અને પહોળાઈનો ગુણોત્તર 11 : 4 છે. જો આ પ્લોટની ફરતે વાડ બનાવવા માટે ગ્રામપંચાયતને ₹ 100 પ્રતિ મીટરના દરે ₹ 75,000 ખર્ચ કરવા પડે તો પ્લોટની લંબાઈ અને પહોળાઈ શોધો.
7. હસન ગણવેશ બનાવવા માટે બે પ્રકારનું કાપડ ખરીદે છે. શર્ટ માટેના કાપડનો ભાવ ₹ 50 પ્રતિ મીટર છે તથા પાટલૂનના કાપડનો ભાવ ₹ 90 પ્રતિ મીટર છે. શર્ટના પ્રત્યેક 3 મીટર કાપડ માટે

તે પાટલૂનનું 2 મીટર કાપડ ખરીદે છે. તે આ કાપડને અનુક્રમે 12% અને 10% નફા સાથે વેચે છે, તેને કુલ ₹ 36,600 મળે છે, તો તેણે પાટલૂન માટે કેટલું કાપડ ખરીદ્યું હશે ?

8. હરણના એક ઝુંડમાંથી અડધાં હરણ ખેતરમાં ચરી રહ્યાં છે. બાકી બચેલાં હરણના ત્રણ ચતુર્થાંશ ભાગનાં હરણ ઊછળકૂદ કરી રહ્યાં છે અને બાકીનાં 9 હરણ તળાવમાંથી પાણી પી રહ્યાં છે. તો ઝુંડમાં રહેલાં હરણની સંખ્યા શોધો.

9. દાદાજીની ઉંમર તેમની પૌત્રીની ઉંમર કરતાં દસ ગણી છે. જો તેમની ઉંમર તેમની પૌત્રીની ઉંમર કરતાં 54 વર્ષ વધારે હોય તો બંનેની ઉંમર શોધો.

10. અમનની હાલની ઉંમર તેના પુત્રની હાલની ઉંમર કરતાં ત્રણ ગણી છે. 10 વર્ષ પહેલાં તેની ઉંમર તેના પુત્રની ઉંમર કરતાં પાંચગણી હોય તો તેમની હાલની ઉંમર શોધો.

2.6 સમીકરણનું સરળ સ્વરૂપમાં રૂપાંતરણ

ઉદાહરણ 16 : ઉકેલ શોધો : $\frac{6x+1}{3} + 1 = \frac{x-3}{6}$

ઉકેલ : બંને બાજુને 6 વડે ગુણતાં

> 6 વડે જ કેમ ? અહીં બંને બાજુ પર રહેલ પદોના છેદનો લ. સા. અ. 6 છે.

$$\frac{6(6x+1)}{3} + 6 \times 1 = \frac{6(x-3)}{6}$$

$$\therefore\ 2(6x+1) + 6 = x - 3$$

$$\therefore\ 12x + 2 + 6 = x - 3 \qquad \text{(કૌંસ છોડતાં)}$$

$$\therefore\ 12x + 8 = x - 3$$

$$\therefore\ 12x - x + 8 = -3$$

$$\therefore\ 11x + 8 = -3$$

$$\therefore\ 11x = -3 - 8$$

$$\therefore\ 11x = -11$$

$$\therefore\ x = -1 \qquad \text{(જોઈતું પરિણામ)}$$

ચકાસો : ડા.બા. $\frac{6(-1)+1}{3} + 1 = \frac{-6+1}{3} + 1 = \frac{-5}{3} + \frac{3}{3}$

$$= \frac{-5+3}{3} = \frac{-2}{3}$$

જ.બા. $= \frac{(-1)-3}{6} = \frac{-4}{6} = \frac{-2}{3}$

$\therefore$ ડા.બા. = જ.બા.

ઉદાહરણ 17 : ઉકેલ શોધો : $5x - 2(2x - 7) = 2(3x - 1) + \frac{7}{2}$

ઉકેલ : કૌંસને દૂર કરતાં,

ડા.બા. $= 5x - 4x + 14 = x + 14$

જ.બા. $= 6x - 2 + \frac{7}{2} = 6x - \frac{4}{2} + \frac{7}{2} = 6x + \frac{3}{2}$

આમ સમીકરણ, $x + 14 = 6x + \frac{3}{2}$

$\therefore\ 14 = 6x - x + \frac{3}{2}$

$\therefore\ 14 = 5x + \frac{3}{2}$

$\therefore\ 14 - \frac{3}{2} = 5x$ ($\frac{3}{2}$ ને ડા.બા. લઈ જતાં)

$\therefore\ \frac{28 - 3}{2} = 5x$

$\therefore\ \frac{25}{2} = 5x$

$\therefore\ x = \frac{25}{2} \times \frac{1}{5} = \frac{5 \times 5}{2 \times 5} = \frac{5}{2}$

શું તમે જોયું કે સમીકરણને આપણે કેવી રીતે સરળ બનાવ્યું ? અહીંયાં, બંને તરફની પદાવલિઓમાં રહેલા પદોના છેદના લ. સા. અ. વડે બંને બાજુનો ગુણાકાર કર્યો.

આમ, $x = \frac{5}{2}$ એ સમીકરણનો જરૂરી ઉકેલ છે.

ચકાસો **:** ડા.બા. $= 5 \times \frac{5}{2} - 2\ (\frac{5}{2} \times 2 - 7)$

$= \frac{25}{2} - 2\ (5 - 7) = \frac{25}{2} - 2(-2)$

$= \frac{25}{2} + 4 = \frac{25 + 8}{2} = \frac{33}{2}$

જ.બા. $= 2(\frac{5}{2} \times 3 - 1) + \frac{7}{2} = 2(\frac{15}{2} - \frac{2}{2}) + \frac{7}{2}$

$= \frac{2 \times 13}{2} + \frac{7}{2}$

$= \frac{26 + 7}{2} = \frac{33}{2} =$ ડા.બા.

ધ્યાન આપો, આ ઉદાહરણમાં આપણે કૌંસને ખોલી અને બંને બાજુએ રહેલાં સમાન પદોને મેળવીને સમીકરણને સરળ બનાવેલ છે.

સ્વાધ્યાય 2.5

નીચેનાં સુરેખ સમીકરણોનો ઉકેલ મેળવો :

1. $\frac{x}{2} - \frac{1}{5} = \frac{x}{3} + \frac{1}{4}$ **2.** $\frac{n}{2} - \frac{3n}{4} + \frac{5n}{6} = 21$ **3.** $x + 7 - \frac{8x}{3} = \frac{17}{6} - \frac{5x}{2}$

4. $\frac{x-5}{3} = \frac{x-3}{5}$ **5.** $\frac{3t-2}{4} - \frac{2t+3}{3} = \frac{2}{3} - t$ **6.** $m - \frac{m-1}{2} = 1 - \frac{m-2}{3}$

સાદુંરૂપ આપી નીચેનાં સમીકરણોનો ઉકેલ મેળવો :

7. $3(t - 3) = 5(2t + 1)$

8. $15(y - 4) - 2(y - 9) + 5(y + 6) = 0$

9. $3(5z - 7) - 2(9z - 11) = 4(8z - 13) - 17$

10. $0{\cdot}25\ (4f - 3) = 0{\cdot}05\ (10f - 9)$

2.7 સુરેખ સ્વરૂપે બદલી શકાય તેવા સમીકરણ

ઉદાહરણ 18 : ઉકેલ શોધો : $\frac{x + 1}{2x + 3} = \frac{3}{8}$

ઉકેલ : ધ્યાન આપો, આપેલ સમીકરણ સુરેખ સમીકરણ નથી. કારણ કે ડાબી બાજુની પદાવલિ સુરેખ નથી. પરંતુ આપણે તેને સુરેખ સમીકરણના સ્વરૂપમાં બદલી શકીએ છીએ. સમીકરણની બંને બાજુનો $(2x + 3)$ વડે ગુણાકાર કરતાં

$$\left(\frac{x + 1}{2x + 3}\right) \times (2x + 3) = \frac{3}{8}(2x + 3)$$

ધ્યાન આપો
$2x + 3 \neq 0$
(કેમ ?)

ડા.બા. એથી $(2x + 3)$નો છેદ ઊડી જશે આથી આપણને

$$x + 1 = \frac{3(2x + 3)}{8}$$ મળશે.

હવે, આપણી પાસે એક સુરેખ સમીકરણ છે. જેનો ઉકેલ આપણને મેળવતાં આવડે છે.
બંને બાજુને 8 વડે ગુણતાં

$$8(x + 1) = 3\ (2x + 3)$$
$$\therefore\ 8x + 8 = 6x + 9$$
$$\therefore\ 8x = 6x + 9 - 8$$
$$\therefore\ 8x = 6x + 1$$
$$\therefore\ 8x - 6x = 1$$
$$\therefore\ 2x = 1$$
$$\therefore\ x = \frac{1}{2}$$

આ પદને આપણે ચોકડી ગુણાકારથી પણ મેળવી શકીએ
$\frac{x + 1}{2x + 3} \nwarrow\!\!\nearrow \frac{3}{8}$

ઉકેલ : $x = \frac{1}{2}$

તાળો મેળવો : ડા.બા.નો અંશ $= \frac{1}{2} + 1 = \frac{1 + 2}{2} = \frac{3}{2}$

ડા.બા.નો છેદ $= 2x + 3 = 2 \times \frac{1}{2} + 3 = 1 + 3 = 4$

$\therefore$ ડા.બા. = અંશ ÷ છેદ $= \frac{3}{2} \div 4$

$= \frac{3}{2} \times \frac{1}{4} = \frac{3}{8}$

$\therefore$ ડા.બા. = જ.બા.

ઉદાહરણ 19 : અનુ અને રાજની હાલની ઉંમરનો ગુણોત્તર 4 : 5 છે. 8 વર્ષ પછીની તેમની ઉંમરનો ગુણોત્તર 5 : 6 થાય તો તેમની હાલની ઉંમર શોધો.

ઉકેલ : ધારો કે અનુ અને રાજની હાલની ઉંમર અનુક્રમે $4x$ અને $5x$ છે.

8 વર્ષ પછી, અનુની ઉંમર = $(4x + 8)$ વર્ષ

8 વર્ષ પછી, રાજની ઉંમર = $(5x + 8)$ વર્ષ

આમ, 8 વર્ષ પછી તેમની ઉંમરનો ગુણોત્તર = $\frac{4x + 8}{5x + 8}$

પરંતુ, ગુણોત્તર 5 : 6 આપેલ છે.

માટે, $\frac{4x + 8}{5x + 8} = \frac{5}{6}$

ચોકડી ગુણાકાર કરતાં $6(4x + 8) = 5(5x + 8)$

$\therefore\ 24x + 48 = 25x + 40$

$\therefore\ 24x + 48 - 40 = 25x$

$\therefore\ 24x + 8 = 25x$

$\therefore\ 8 = 25x - 24x$

$\therefore\ 8 = x$

આમ, અનુની હાલની ઉંમર $= 4x = 4 \times 8 = 32$ વર્ષ

રાજની હાલની ઉંમર $= 5x = 5 \times 8 = 40$ વર્ષ

સ્વાધ્યાય 2.6

નીચે આપેલાં સમીકરણો ઉકેલો :

1. $\frac{8x - 3}{3x} = 2$ **2.** $\frac{9x}{7 - 6x} = 15$ **3.** $\frac{z}{z + 15} = \frac{4}{9}$

4. $\frac{3y + 4}{2 - 6y} = \frac{-2}{5}$ **5.** $\frac{7y + 4}{y + 2} = \frac{-4}{3}$

6. હરિ અને હેરીની હાલની ઉંમરનો ગુણોત્તર 5 : 7 છે. 4 વર્ષ પછી તેમની ઉંમરનો ગુણોત્તર 3 : 4 હશે તો તેમની હાલની ઉંમર શોધો.

7. એક અપૂર્ણાંકનો છેદ તેના અંશ કરતાં 8 વધારે છે. જો તેના અંશમાં 17 ઉમેરવામાં આવે અને છેદમાંથી 1 બાદ કરવામાં આવે તો મળતો નવો અપૂર્ણાંક $\frac{3}{2}$ હોય તો મૂળ અપૂર્ણાંક શોધો.

આપણે શું ચર્ચા કરી ?

1. બૈજિક સમીકરણ એ ચલોના ઉપયોગથી બનતી સમતા છે. તે દર્શાવે છે કે સમતાના ચિહ્નની એક બાજુ આવેલ પદાવલિનું મૂલ્ય તેની બીજી બાજુ આવેલ પદાવલિના મૂલ્ય જેટલું જ હોય.

2. ધોરણ VI, VII અને VIII માં આપણે જેનો અભ્યાસ કર્યો હતો તે સમીકરણો એક ચલ સુરેખ સમીકરણો હતાં. આ સમીકરણોમાં સમીકરણ બનાવવા ઉપયોગ થયેલ પદાવલિમાં ફક્ત એક જ ચલ હતો અને આ બધાં જ સમીકરણો સુરેખ હતાં અર્થાત્ સમીકરણમાં રહેલા ચલની અધિકતમ ઘાત 1 હતી.

3. સુરેખ સમીકરણનો ઉકેલ કોઈપણ સંમેય સંખ્યા હોઈ શકે છે.

4. સમીકરણની બંને બાજુએ સુરેખ પદાવલિઓ હોઈ શકે છે. ધોરણ 6 અને 7 માં અભ્યાસ કરેલ સમીકરણમાં કોઈપણ એક બાજુ ફક્ત સંખ્યા હતી.

5. સંખ્યાની જેમ જ ચલને પણ એક બાજુથી બીજી બાજુ તરફ લઈ જઈ શકાય છે.

6. ક્યારેક ઉકેલ લાવતાં પહેલાં, સમીકરણ બનાવવામાં વપરાયેલ પદાવલિઓને તેમના સરળ સ્વરૂપમાં ફેરવવામાં આવે છે. શરૂઆતમાં અમુક સમીકરણ સુરેખ નથી હોતાં પરંતુ સમીકરણની બંને બાજુઓને યોગ્ય પદાવલિ વડે ગુણીને તેમને સુરેખ સમીકરણમાં બદલી શકાય છે.

7. વિવિધ પ્રકારના કૂટપ્રશ્નોનો ઉકેલ મેળવવામાં સુરેખ સમીકરણ ઉપયોગી છે. સંખ્યા, ઉંમર, પરિમિતિ, ચલણી સિક્કા તથા નોટો પર આધારિત કૂટપ્રશ્નોના ઉકેલ સુરેખ સમીકરણના ઉપયોગથી મેળવી શકાય છે.

ચતુષ્કોણની સમજ

પ્રકરણ

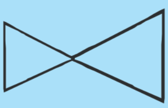
3

3.1 પ્રાસ્તાવિક

તમે જાણો છો કે કાગળ એક **સમતલની પ્રતિકૃતિ** છે. જ્યારે તમે કાગળ પર પેન્સિલ ઉપાડ્યા વગર તેના પર રહેલાં બિંદુઓને એકબીજાં સાથે જોડો છો (માત્ર એક બિંદુ ના હોય તેવા આકૃતિના કોઇ પણ ભાગને રેખાંકિત કર્યા વગર) ત્યારે તમને **સમતલીય વક્ર** મળે છે.

અગાઉના ધોરણમાં અભ્યાસ કરેલ અલગ-અલગ પ્રકારના વક્રને યાદ કરવાનો પ્રયત્ન કરો.

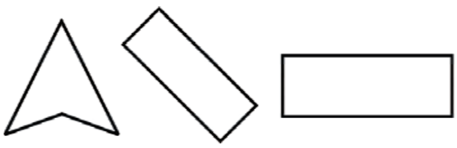
નીચેની આકૃતિઓને તેના પ્રકાર સાથે મેળવો : (**સૂચના :** એક આકૃતિના એકથી વધારે પ્રકાર હોઈ શકે છે.)

આકૃતિ	પ્રકાર
(1)	(a) સરળ બંધ વક્ર
(2)	(b) બંધ વક્ર કે જે સરળ નથી
(3)	(c) સરળ વક્ર જે બંધ નથી
(4) 	(d) વક્ર જે સરળ નથી

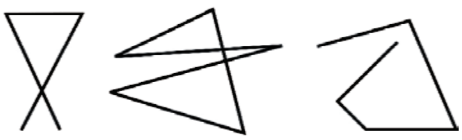
તમારા મિત્રો સાથે તમે કરેલ જોડની તુલના કરો. શું તે તમારી સાથે સહમત છે ?

3.2 બહુકોણ

ફક્ત રેખાખંડથી બનતા સાદા બંધ વક્રને બહુકોણ કહે છે.



વક્ર જે બહુકોણ છે

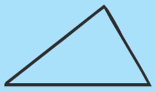
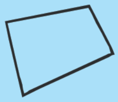
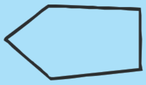
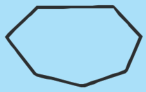
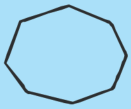
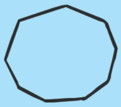
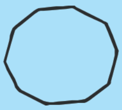


વક્ર જે બહુકોણ નથી

બહુકોણનાં થોડાં વધારે ઉદાહરણ આપવાનો પ્રયત્ન કરો તથા થોડાં એવાં પણ ઉદાહરણ આપો કે જે બહુકોણ ના હોય. એક બહુકોણની કાચી આકૃતિ દોરો અને તેની બાજુઓ તથા શિરોબિંદુઓની ઓળખ મેળવો.

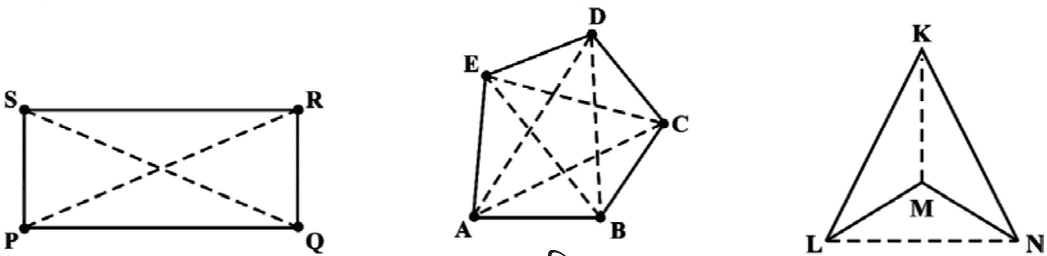
3.2.1 બહુકોણનું વર્ગીકરણ

આપણે બહુકોણનું વર્ગીકરણ તેની બાજુઓ(અથવા શિરોબિંદુઓ)ની સંખ્યાના આધારે કરીએ છીએ.

બાજુઓ અથવા શિરોબિંદુઓની સંખ્યા	વર્ગીકરણ	આકૃતિ
3	ત્રિકોણ	
4	ચતુષ્કોણ	
5	પંચકોણ	
6	ષટ્કોણ	
7	સપ્તકોણ	
8	અષ્ટકોણ	
9	નવકોણ	
10	દસકોણ	
⋮	⋮	⋮
n	n-કોણ	

3.2.2 વિકર્ણ

બહુકોણનો વિકર્ણ એ ક્રમિક ના હોય તેવાં શિરોબિંદુઓને જોડવાથી મળતો રેખાખંડ છે.



આકૃતિ 3.1

તમે, ઉપરોક્ત આકૃતિમાં રહેલા વિકર્ણનાં નામ આપી શકશો ? (આકૃતિ 3.1)

શું $\overline{PQ}$ વિકર્ણ છે ? $\overline{LN}$ માટે શું કહી શકાય ?

એક બંધ વક્રમાં **અંતર્ભાગ** અને **બહિર્ભાગ** કોને કહેવાય તેનાથી આપ સુપરિચિત છો. (આકૃતિ 3.2)

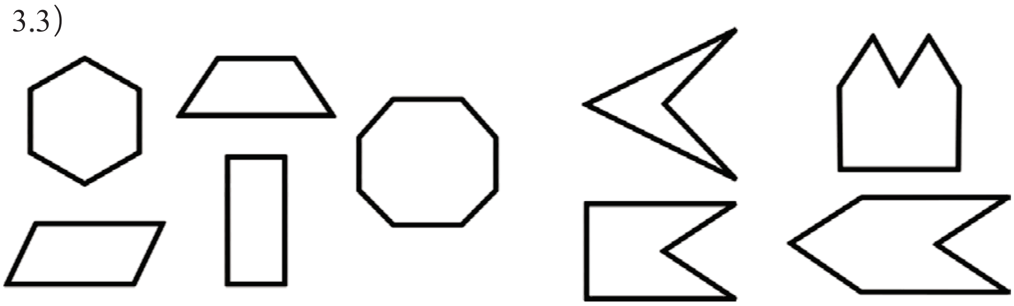
અંતર્ભાગ **બહિર્ભાગ**

આકૃતિ 3.2

અંતર્ભાગની એક સીમા હોય છે. શું બહિર્ભાગને પણ સીમા હોય ? તમારા મિત્રો સાથે આ વિશે ચર્ચા કરો.

3.2.3 બહિર્મુખ અને અંતર્મુખ બહુકોણ

અહીં થોડા બહિર્મુખ (Convex) બહુકોણ અને થોડા અંતર્મુખ (Concave) બહુકોણ આપેલ છે. (આકૃતિ 3.3)



બહિર્મુખ બહુકોણ **અંતર્મુખ બહુકોણ**

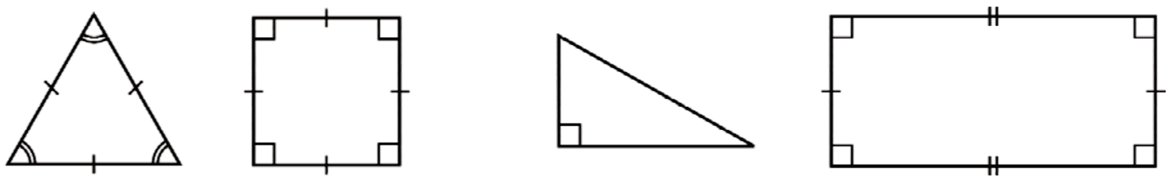
આકૃતિ 3.3

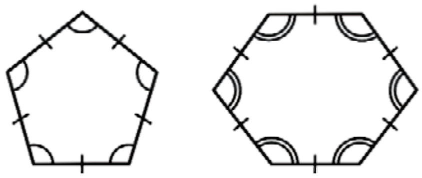
તમે કહી શકો, કે આ પ્રકારના બહુકોણ એકબીજાથી કેવી રીતે અલગ છે ? જે બહુકોણ બહિર્મુખ હોય છે તેમના વિકર્ણનો કોઈપણ ભાગ બહુકોણના બહિર્ભાગમાં હોતો નથી. અથવા બહુકોણના અંતર્ભાગમાં રહેલ બે ભિન્ન બિંદુઓને જોડતો કોઈ એક રેખાખંડ સંપૂર્ણપણે તેના અંતર્ભાગમાં જ હોય છે. શું આ વાક્ય અંતર્મુખ બહુકોણ માટે પણ સત્ય છે ? આપેલ આકૃતિઓનો અભ્યાસ કરો. તદુપરાંત પોતાના શબ્દોમાં બહિર્મુખ અને અંતર્મુખ બહુકોણનું વર્ણન કરવાનો પ્રયત્ન કરો અને દરેક પ્રકારના બહુકોણની બે કાચી આકૃતિ દોરો.

આ ધોરણમાં આપણે ફક્ત બહિર્મુખ બહુકોણની જ ચર્ચા કરીશું.

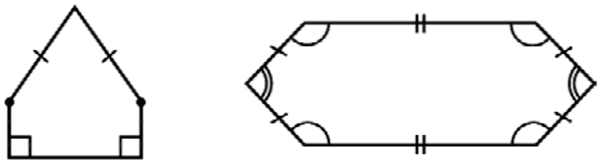
3.2.4 નિયમિત અને અનિયમિત બહુકોણ

એક નિયમિત બહુકોણ સમબાજુ તથા સમકોણીય હોય છે. ઉદાહરણ તરીકે, ચોરસમાં બાજુના તથા ખૂણાનાં માપ સમાન હોય છે. આથી તે નિયમિત બહુકોણ છે. લંબચોરસ સમકોણીય છે પરંતુ સમબાજુ નથી. તો શું તે નિયમિત બહુકોણ છે ? શું સમબાજુ ત્રિકોણ નિયમિત બહુકોણ છે ? કેમ ?





નિયમિત બહુકોણ



બહુકોણ કે જે નિયમિત નથી

[**નોંધ :** ⫽⫽ અથવા ⫽ની નિશાની સમાન લંબાઈવાળા રેખાખંડ દર્શાવે છે.]

અગાઉના ધોરણમાં તમે એવા કોઈ ચતુષ્કોણનો અભ્યાસ કર્યો છે કે જે સમબાજુ હોય પણ સમકોણ ના હોય ?

અગાઉના ધોરણમાં આવેલ ચતુષ્કોણની આકૃતિઓ યાદ કરો જેવી કે, લંબચોરસ, ચોરસ, સમબાજુ ચતુષ્કોણ વગેરે.

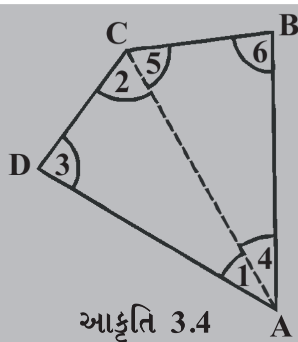
કોઈ એવો ત્રિકોણ છે કે જે સમબાજુ હોય પણ સમકોણ ના હોય ?

3.2.5 ખૂણાના સરવાળાનો ગુણધર્મ

તમને ત્રિકોણના ખૂણાના સરવાળાનો ગુણધર્મ યાદ છે ? ત્રિકોણના ત્રણેય ખૂણાના માપનો સરવાળો 180° થાય છે. આ નિત્યસમ સમજવા ઉપયોગમાં આવેલ પદ્ધતિને યાદ કરો. હવે આપણે આ નિત્યસમનો ઉપયોગ ચતુષ્કોણ માટે કરીશું.

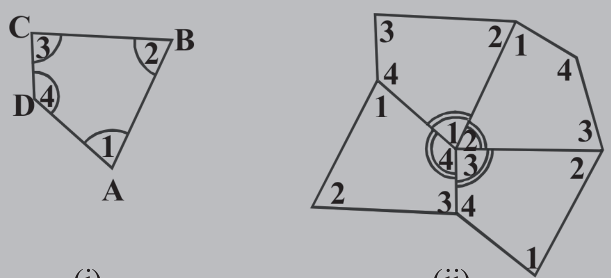
આટલું કરો

1. એક ચતુષ્કોણ ABCD લો (આકૃતિ 3.4). તેનો એક વિકર્ણ દોરીને તેને બે ત્રિકોણમાં વિભાજિત કરો. તમને છ ખૂણા 1, 2, 3, 4, 5 અને 6 મળશે. ત્રિકોણ માટેના ખૂણાના સરવાળાના ગુણધર્મનો ઉપયોગ કરીને બતાવો કે કેવી રીતે ∠A, ∠B, ∠C તથા ∠Dના માપનો સરવાળો $180^\circ + 180^\circ = 360^\circ$ થાય.



આકૃતિ 3.4

2. કોઈ એક ચતુષ્કોણની પૂંઠામાંથી બનાવેલ ચાર એવી પ્રતિકૃતિ લો કે જેમાં ખૂણા દર્શાવેલ હોય [આકૃતિ 3.5 (i)]. આ પ્રતિકૃતિઓને, આકૃતિમાં દર્શાવ્યા પ્રમાણે એવી રીતે ગોઠવો કે જેથી ∠1, ∠2, ∠3, ∠4 એક જ બિંદુ પર મળે. (આકૃતિ 3.5(ii)).



(i) (ii)

આકૃતિ 3.5

આવું કરવા માટે તમારે ખૂણાઓની બાજુઓને વ્યવસ્થિત રીતે દોરવી પડે.

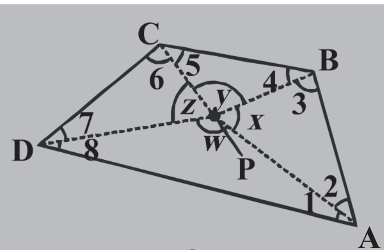
∠1, ∠2, ∠3 અને ∠4ના સરવાળા વિશે શું કહી શકાય ?

(**નોંધ :** આપણે ખૂણાઓને ∠1, ∠2, ∠ 3, ... તથા તેમના માપને $m\angle 1, m\angle 2, m\angle\ 3$, ... વડે દર્શાવીશું.)

ચતુષ્કોણના ચારેય ખૂણાના માપનો સરવાળો .... થાય છે.

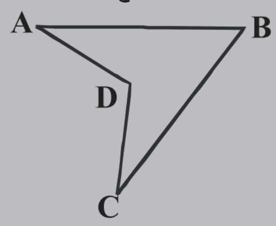
તમે ઉપરોક્ત પરિણામ અન્ય પદ્ધતિ દ્વારા પણ તારવી શકો છો.

3. ચતુષ્કોણ ABCD પર પુનઃવિચાર કરો. (આકૃતિ 3.6) ધારો કે તેના અંતર્ભાગમાં કોઈ એક બિંદુ P આવેલ છે. બિંદુ P ને શિરોબિંદુઓ A, B, C, D સાથે જોડો. આકૃતિમાં ત્રિકોણ PAB વિશે વિચારો. અહીં આપણને $x = 180^o - m\angle 2 - m\angle 3$ મળે છે. તેવી જ રીતે ΔPBC માં, $y = 180^o - m\angle 4 - m\angle 5$, ΔPCD માં, $z = 180^o - m\angle 6 - m\angle 7$ અને ΔPDA માં $w = 180^o - m\angle 8 - m\angle 1$ મળે. આનો ઉપયોગ કરીને કુલ માપ $m\angle 1 + m\angle 2 ..... + m\angle 8$ શોધો. શું આ તમને પરિણામ સુધી પહોંચાડવામાં મદદ કરે છે ? યાદ રાખો. $\angle x + \angle y + \angle z + \angle w = 360^o$ છે.



આકૃતિ 3.6

4. આ ચતુષ્કોણ બહિર્મુખ હતા. જો આ ચતુષ્કોણ બહિર્મુખ ન હોત તો શું થાત ? ચતુષ્કોણ ABCD પર વિચાર કરો. તેને બે ત્રિકોણમાં વિભાજિત કરી તેના અંતઃકોણનો સરવાળો શોધો. (આકૃતિ 3.7)

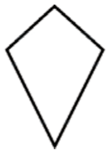


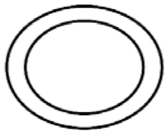
આકૃતિ 3.7

સ્વાધ્યાય 3.1

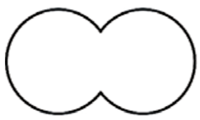
1. અહીં કેટલીક આકૃતિઓ આપેલ છે.

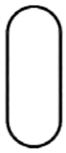
(1)


(2)


(3)

(4)


(5)


(6)

(7)

(8)

પ્રત્યેકનું નીચે દર્શાવેલ આધાર પ્રમાણે વર્ગીકરણ કરો.

(a) સરળ વક્ર (b) સરળ બંધ વક્ર (c) બહુકોણ

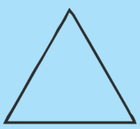
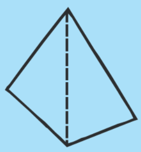
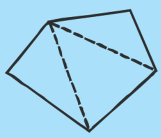
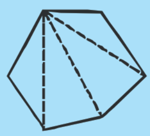
(d) બહિર્મુખ બહુકોણ (e) અંતર્મુખ બહુકોણ

2. નીચે દર્શાવેલ પ્રત્યેકને કેટલા વિકર્ણ છે તે જણાવો.

(a) બહિર્મુખ ચતુષ્કોણ (b) નિયમિત ષટ્કોણ (c) ત્રિકોણ

3. બહિર્મુખ ચતુષ્કોણના ખૂણાના માપનો સરવાળો કેટલો થાય ? હવે જો, ચતુષ્કોણ બહિર્મુખ ના હોય તો, શું આ ગુણધર્મ લાગુ પડશે ? (એક બહિર્મુખ ના હોય તેવો ચતુષ્કોણ બનાવો અને પ્રયત્ન કરો.)

4. નીચેનું કોષ્ટક જુઓ. (અહીં પ્રત્યેક આકૃતિને ત્રિકોણમાં વિભાજિત કરેલ છે અને તેના પરથી ખૂણાના માપનો સરવાળો શોધેલ છે.)

આકૃતિ				
બાજુ	3	4	5	6
ખૂણાના માપનો સરવાળો	180^o	$2 \times 180^o = (4-2) \times 180^o$	$3 \times 180^o = (5-2) \times 180^o$	$4 \times 180^o = (6-2) \times 180^o$

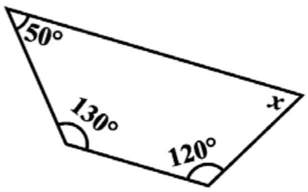
નિમ્નલિખિત સંખ્યા દર્શાવતી બાજુઓ ધરાવતા બહુકોણના ખૂણાના માપના સરવાળા વિશે શું કહી શકાય ?

(a) 7 (b) 8 (c) 10 (d) n

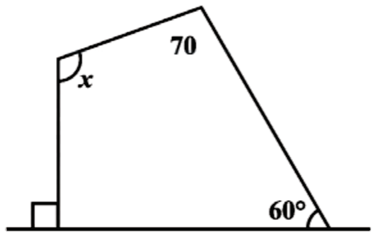
5. નિયમિત બહુકોણ એટલે શું ? એવા નિયમિત બહુકોણનાં નામ આપો જેમાં :

(i) 3 બાજુ હોય (ii) 4 બાજુ હોય (iii) 6 બાજુ હોય

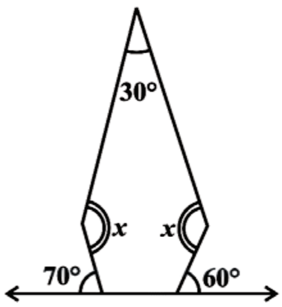
6. નીચેની આકૃતિઓમાં x (ખૂણાનું માપ) શોધો :



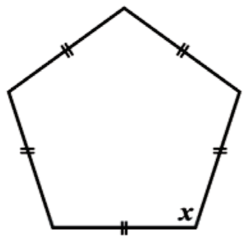
(a)



(b)

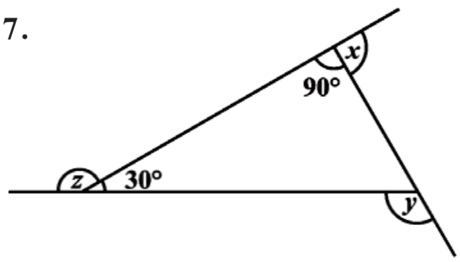


(c)

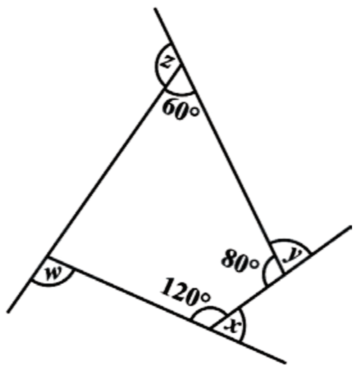


(d)

7.



(a) $x + y + z$ શોધો.



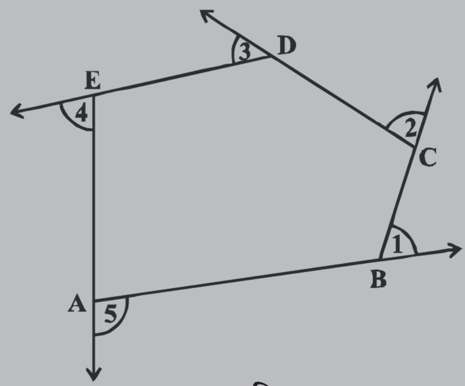
(b) $x + y + z + w$ શોધો.

3.3 એક બહુકોણનાં બહિષ્કોણનાં માપનો સરવાળો

કેટલાક પ્રસંગોમાં બહિષ્કોણ અંગેનું જ્ઞાન અંતઃકોણ તેમજ બાજુઓના પ્રકાર જાણવામાં મદદરૂપ થાય છે.

આટલું કરો

ચૉકના ટુકડાથી જમીન પર એક બહુકોણ બનાવો. (આકૃતિમાં, એક પંચકોણ ABCDE દર્શાવેલ છે.) (આકૃતિ 3.8). આપણે બધા જ ખૂણાના માપનો સરવાળો જાણવા માંગીએ છીએ, અર્થાત્ $m\angle 1 + m\angle 2 + m\angle 3 + m\angle 4 + m\angle 5$. શિરોબિંદુ A થી શરૂઆત કરીને $\overline{AB}$ તરફ ચાલવાનું શરૂ કરો. B પર પહોંચ્યા બાદ, તમારે $m\angle 1$ પર વળવું પડશે જેનાથી તમે $\overline{BC}$ તરફ ચાલી શકશો. C પર પહોંચ્યા બાદ, $\overline{CD}$ તરફ ચાલવા માટે તમારે $m\angle 2$ પરથી વળવું પડશે. આ રીતે, બાજુ AB પર પરત ન ફરો ત્યાં સુધી ચાલવાનું ચાલુ રાખો. આ રીતે તમે એક ચક્કર પૂરું કરશો. આમ, $m\angle 1 + m\angle 2 + m\angle 3 + m\angle 4 + m\angle 5 = 360^\circ$. ઉપરોક્ત પરિણામ, ગમે તેટલી બાજુઓ ધરાવતા બહુકોણ માટે સત્ય છે. આથી, એક બહુકોણમાં બહિષ્કોણનાં માપનો સરવાળો 360° છે.



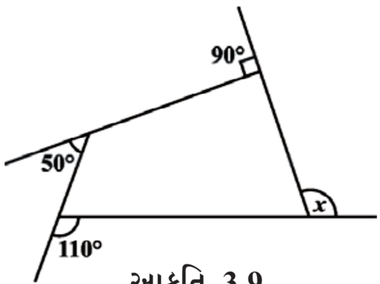
આકૃતિ 3.8

ઉદાહરણ 1 : આકૃતિ 3.9માં x નું માપ શોધો :

ઉકેલ : $x + 90^\circ + 50^\circ + 110^\circ = 360^\circ$ (કેમ ?)

$x + 250^\circ = 360^\circ$

$x = 110^\circ$



આકૃતિ 3.9

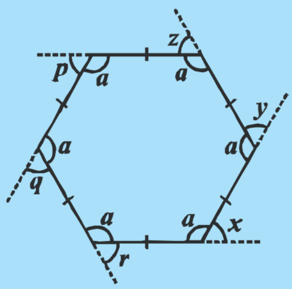
પ્રયત્ન કરો

એક નિયમિત ષટ્કોણ લો (આકૃતિ 3.10).

1. તેના બહિષ્કોણ x, y, z, p, q તથા rનાં માપનો સરવાળો કેટલો છે ?
2. $x = y = z = p = q = r$ છે ? કેમ ?
3. નીચેના પ્રત્યેકનું માપ કેટલું હશે ?

   (i) બહિષ્કોણ (ii) અંતઃકોણ
4. આ પ્રવૃત્તિ નીચે આપેલ સ્થિતિ માટે ફરીથી કરો.

   (i) નિયમિત અષ્ટકોણ (ii) નિયમિત 20-કોણ



આકૃતિ 3.10

ઉદાહરણ 2 : એક નિયમિત બહુકોણના પ્રત્યેક બહિષ્કોણનું માપ 45° હોય તો તેની બાજુઓની સંખ્યા શોધો.

ઉકેલ : બધા જ, બહિષ્કોણનાં માપનો સરવાળો $= 360^\circ$

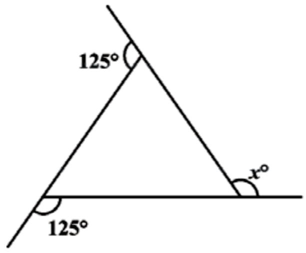
પ્રત્યેક બહિષ્કોણનું માપ $= 45^\circ$

એટલે, બહિષ્કોણની સંખ્યા $= \frac{360}{45} = 8$

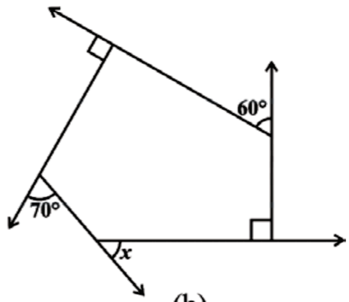
આપેલ બહુકોણને 8 બાજુ હશે.

સ્વાધ્યાય 3.2

1. નીચેની આકૃતિઓમાં x શોધો.



(a)



(b)

2. નીચે પ્રમાણેની બાજુઓ ધરાવતા નિયમિત બહુકોણમાં બહિષ્કોણનું માપ શોધો.
(a) 9 બાજુ (b) 15 બાજુ

3. એક નિયમિત બહુકોણને કેટલી બાજુઓ હોય તો તેના દરેક બહિષ્કોણનું માપ 24° થાય ?

4. એક નિયમિત બહુકોણને કેટલી બાજુઓ હોય તો તેના દરેક અંતઃકોણનું માપ 165° થાય ?

5. (a) એવો નિયમિત બહુકોણ શક્ય છે કે જેમાં દરેક બહિષ્કોણનું માપ 22° હોય ?
(b) શું આ માપ નિયમિત બહુકોણના અંતઃકોણનું હોઈ શકે ? કેમ ?

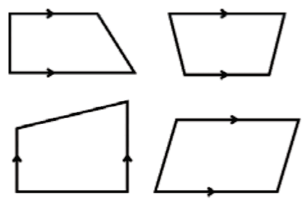
6. (a) નિયમિત બહુકોણમાં અંતઃકોણનું ઓછામાં ઓછું માપ કેટલું હોઈ શકે ? કેમ ?
(b) નિયમિત બહુકોણમાં બહિષ્કોણનું વધુમાં વધુ માપ કેટલું હોઈ શકે ?

3.4 ચતુષ્કોણના પ્રકાર

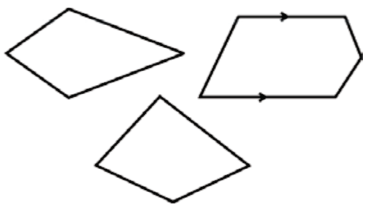
ચતુષ્કોણની બાજુઓ તથા ખૂણાના પ્રકારના આધારે, તેને નામ આપવામાં આવે છે.

3.4.1 સમલંબ ચતુષ્કોણ (Trapezium)

સમલંબ ચતુષ્કોણ એક એવો ચતુષ્કોણ છે, જેમાં સામસામેની બાજુની ફક્ત એક જ જોડની બાજુઓ પરસ્પર સમાંતર હોય છે.



સમલંબ ચતુષ્કોણ છે

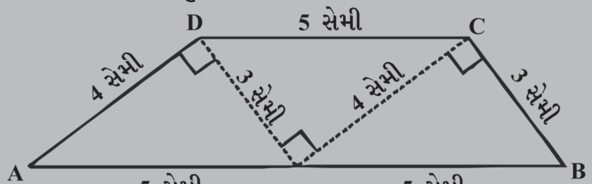


સમલંબ ચતુષ્કોણ નથી

ઉપરની આકૃતિઓનો અભ્યાસ કરો અને મિત્રો સાથે ચર્ચા કરો કે, કેમ આમાંથી કેટલાક સમલંબ ચતુષ્કોણ છે જ્યારે બીજા નથી. (**નોંધ** : તીરની નિશાની સમાંતર રેખાઓ દર્શાવે છે.)

આટલું કરો

1. બાજુઓનાં માપ 3 સેમી, 4 સેમી અને 5 સેમી હોય તેવા એકરૂપ ત્રિકોણના, એકસરખા ટુકડાઓ લો. તેમને આકૃતિમાં દર્શાવ્યા પ્રમાણે ગોઠવો.



આકૃતિ 3.11

અહીં તમને એક સમલંબ ચતુષ્કોણ મળશે. (નિરીક્ષણ કરો!) કઈ બાજુઓ પરસ્પર સમાંતર છે ? અસમાંતર બાજુઓનું માપ સમાન છે ?

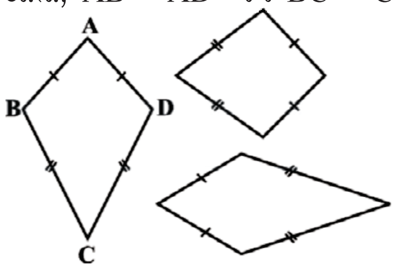
અહીં ઉપયોગમાં લીધેલ એકરૂપ ત્રિકોણના ઉપયોગથી તમને બીજા બે સમલંબ ચતુષ્કોણ મળી શકે છે. તેમને શોધી તેમના આકારની ચર્ચા કરો.

2. તમારા તથા તમારા મિત્રોના ''કંપાસબૉક્સ''(જિઑમેટ્રી બૉક્સ)માંથી ચાર કાટખૂણિયા લો. તેમને અલગ-અલગ સંખ્યામાં ઉપયોગ કરી સાથે-સાથે રાખીને અલગ-અલગ પ્રકારના સમલંબ ચતુષ્કોણ મેળવો.

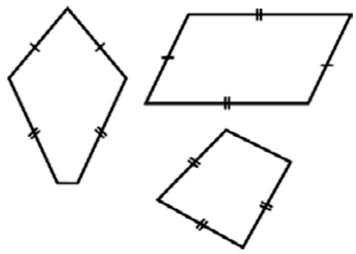
સમલંબ ચતુષ્કોણમાં પરસ્પર સમાંતર ન હોય તેવી બાજુઓ જો સમાન લંબાઈની હોય તો તે ચતુષ્કોણને સમદ્વિબાજુ સમલંબ ચતુષ્કોણ કહે છે. ઉપરોક્ત નિરીક્ષણમાં તમને એક પણ સમદ્વિબાજુ સમલંબ ચતુષ્કોણ મળ્યો ?

3.4.2 પતંગ (પતંગાકાર ચતુષ્કોણ) (Kite)

પતંગ એક વિશિષ્ટ પ્રકારનો ચતુષ્કોણ છે. દરેક આકૃતિમાં એકસરખી નિશાનીવાળી બાજુઓની લંબાઈ સમાન છે. દા.ત., AB = AD અને BC = CD.



આ પતંગાકાર ચતુષ્કોણ છે.



આ પતંગાકાર ચતુષ્કોણ નથી.

આપેલ આકૃતિઓનો અભ્યાસ કરી અને પતંગાકાર ચતુષ્કોણ વિશે સમજાવો. ધ્યાન આપો.

(i) પતંગને 4 બાજુઓ હોય છે (તે ચતુષ્કોણ છે).

(ii) તેમાં સમાન લંબાઈવાળી પાસ-પાસેની બાજુની બે અલગ-અલગ જોડ હોય છે.

ચોરસને પતંગ કહી શકાય કે નહીં તે ચકાસો.

આટલું કરો

એક જાડો કાગળ લો. તેને વચ્ચેથી વાળો.

આકૃતિ 3.12માં બતાવ્યા પ્રમાણે અલગ-અલગ લંબાઈના બે રેખાખંડ દોરો.

આ રેખાખંડને કાપી અને કાગળને ખોલો.

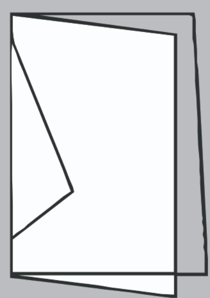
તમને એક પતંગનો આકાર મળશે. (આકૃતિ 3.13)

પતંગમાં કોઈ સંમિત રેખા છે ?

પતંગના બંને વિકર્ણ પર ગડી વાળો. હવે આ વિકર્ણ કાટખૂણે છેદે છે કે નહીં તે કાટખૂણિયાની મદદથી ચકાસો. શું આ વિકર્ણની લંબાઈ સમાન છે ? વિકર્ણ પરસ્પર દુભાગે છે કે નહીં તે ચકાસો. (કાગળની ગડી વાળીને અથવા માપીને) પતંગના એક ખૂણાને, વિકર્ણની વિપરીત દિશામાં વાળીને સમાન માપના ખૂણા ચકાસો.

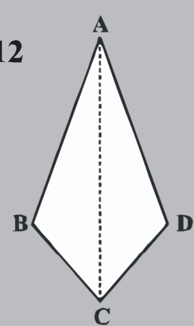
વિકર્ણ પર પડેલ ગડીનું નિરીક્ષણ કરો, શું તે એમ દર્શાવે છે કે વિકર્ણ એક ખૂણાનો દ્વિભાજક છે ?

તમારાં અવલોકનો તમારા મિત્રોને જણાવો અને તેની સૂચિ બનાવો. આ પરિણામોનો સારાંશ આ પ્રકરણમાં કોઈ એક જગ્યાએ આપેલ છે.



આકૃતિ 3.12

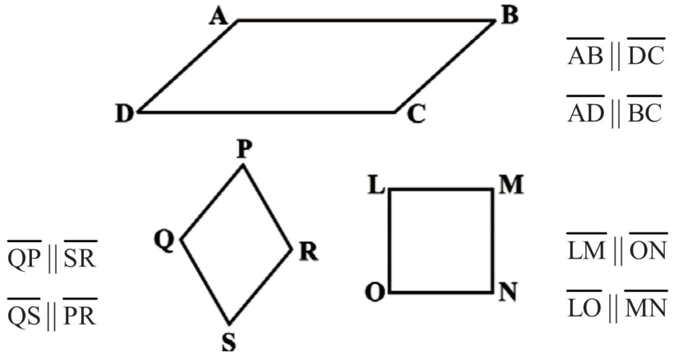
અહીં બતાવો કે ΔABC અને ΔADC એકરૂપ છે. તમે આમાંથી શું તારણ કાઢશો ?



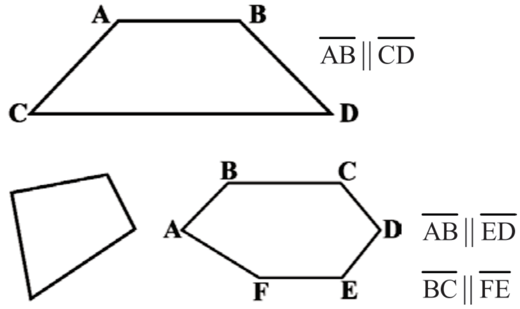
આકૃતિ 3.13

3.4.3 સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ (Parallelogram)

સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ એક ચતુષ્કોણ છે. તેના નામ પ્રમાણે તેનો સંબંધ સમાંતર રેખાઓ સાથે છે.



સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ છે.



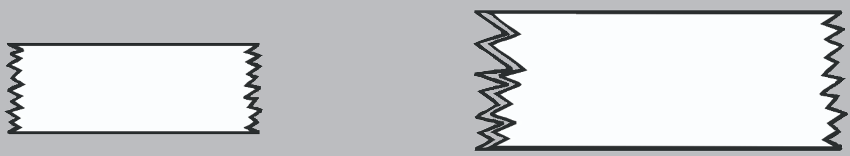
સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ નથી.

આ આકૃતિઓનો અભ્યાસ કરો અને પોતાના શબ્દોમાં બતાવવાનો પ્રયત્ન કરો કે સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ કોને કહેવાય ? તમારું નિરીક્ષણ તમારા મિત્રોને જણાવો.

લંબચોરસને સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ કહી શકાય કે નહીં તે ચકાસો.

આટલું કરો

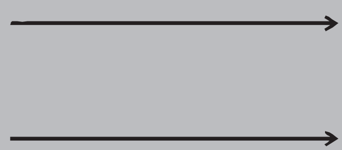
પૂંઠાની બે અલગ-અલગ પહોળાઈવાળી લંબચોરસ પટ્ટીઓ લો. (આકૃતિ 3.14)



પટ્ટી-1 **પટ્ટી-2**

આકૃતિ 3.14

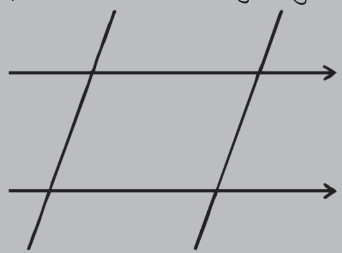
એક પૂંઠાની પટ્ટીને સમક્ષિતિજ રાખીને આકૃતિમાં બતાવ્યા પ્રમાણે તેની લંબાઈની દિશામાં બે રેખા દોરો. (આકૃતિ 3.15)



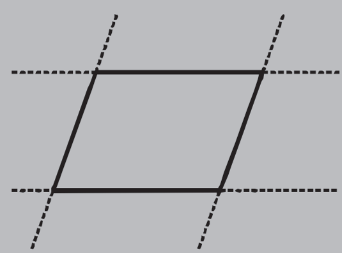
આકૃતિ 3.15

હવે બીજી પટ્ટીને દોરેલી રેખાઓ ઉપર ત્રાંસી રાખીને આ જ પ્રમાણે બીજી બે રેખા દોરો. (આકૃતિ 3.16)

આ ચાર રેખા વડે બનતી બંધ આકૃતિ ચતુષ્કોણ છે. આ પરસ્પર સમાંતર રેખાની બે જોડ દ્વારા બનેલ છે. (આકૃતિ 3.17) જે એક સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ છે.



આકૃતિ 3.16



આકૃતિ 3.17