જવાબો

પ્રકરણ 1

1.1 (a)

1.2 (a)

1.3 (d)

1.4 (b)

1.5 (c)

1.6 (a)

1.7 (a)

1.8 (c), (d)

1.9 (b), (d)

1.10 (b), (d)

1.11 (c), (d)

1.12 (a), (c)

1.13 (a), (b), (c) અને (d)

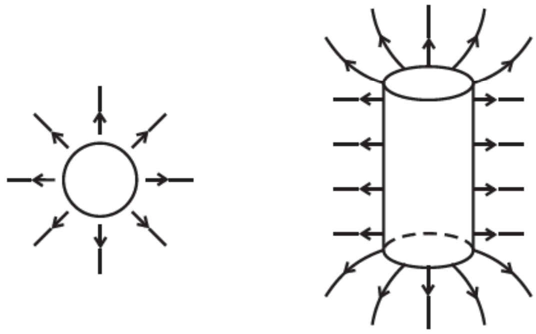
1.14 શૂન્ય

1.15 (i) $\frac{-Q}{4\pi R_1^2}$ (ii) $\frac{Q}{4\pi R_2^2}$

1.16 વિદ્યુતક્ષેત્રો પરમાણુઓને તટસ્થ અસ્તિત્વમાં જોડે છે. વિદ્યુતક્ષેત્રો વધારાના વિદ્યુતભારોને લીધે ઉત્પન્ન થાય છે. અલગ કરેલા વાહકની અંદરની સપાટી પર કોઈ વધારાનો વિદ્યુતભાર હોઈ શકે નહિ.

1.17 ના, વિદ્યુતક્ષેત્ર લંબ હોઈ શકે છે. જોકે તેનાથી વિપરીત સત્ય છે.

1.18



1.19 (i) $\frac{q}{8\varepsilon_0}$ (ii) $\frac{q}{4\varepsilon_0}$ (iii) $\frac{q}{2\varepsilon_0}$ (iv) $\frac{q}{2\varepsilon_0}$

1.20 Al ના મોલર-દળ M માં પરમાણુઓની સંખ્યા $N_A = 6.023 \times 10^{23}$

$\therefore$ m દળના Al ના પૈસાના સિક્કામાં પરમાણુઓની સંખ્યા $N = N_A \frac{m}{M}$

હવે, $Z_{Al} = 13$, $M_{Al} = 26.9815g$

તેથી, $N = 6.02 \times 10^{23}$ પરમાણુ/મોલ $\times \frac{0.75}{26.9815 \text{ g/mol}}$

$= 1.6733 \times 10^{22}$ પરમાણુ

$\therefore$ q = પૈસામાં +ve વિદ્યુતભાર = NZe

$= (1.67 \times 10^{22})(13)\ (1.60 \times 10^{-19}\text{C})$

$= 3.48 \times 10^4$ C

q = 34.8 kC ધન વિદ્યુતભાર

આ વિદ્યુતભારનું એક મોટું મૂલ્ય છે. આમ, આપણે જોઈ શકીએ છીએ કે, સામાન્ય રીતે તટસ્થ પદાર્થ મોટા પ્રમાણમાં ± વિદ્યુતભારો ધરાવે છે.

1.21 (i) $F_1 = \frac{|q|^2}{4\pi\varepsilon_0 r_1^2} = \left(8.99 \times 10^9 \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2}\right)\frac{(3.48\times10^4\text{C})}{10^{-4}\text{m}^2} = 1.1 \times 10^{23}\text{N}$

(ii) $\frac{F_2}{F_1} = \frac{r_1^2}{r_2^2} = \frac{(10^{-2}\text{m})^2}{(10^2\text{m})^2} = 10^{-8} \Rightarrow F_2 = F_1 \times 10^{-8} = 1.1 \times 10^{15}$ N

(iii) $\frac{F_3}{F_2} = \frac{r_1^2}{r_3^2} = \frac{(10^{-2}\text{m})^2}{(10^6\text{m})^2} = 10^{-16}$

$F_3 = 10^{-16}\ F_1 = 1.1 \times 10^7$ N

નિષ્કર્ષ : જ્યારે બિંદુ વિદ્યુતભારને અલગ કરવામાં આવે, તો આ વિદ્યુતભાર એક મોટું બળ ઉત્પન્ન કરે છે. વિદ્યુત તટસ્થતા વિક્ષેપિત કરવી સરળ નથી.

1.22 (i) શૂન્ય, સંમિતતા માટે,

(ii) એક +ve Cs આયન હટાવવો એ એક –ve Cs આયનએ સ્થાન ઉમેરવા બરાબર છે.

ત્યારે પરિણામી બળ નીચે મુજબ છે :

$$F = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

જ્યાં, r = Cl આયન અને Cs આયનો વચ્ચેનું અંતર

$$= \sqrt{(0.20)^2 + (0.20)^2 + (0.20)^2} \times 10^{-9} = \sqrt{3(0.20)^2} \times 10^{-9}$$

$$= 0.346 \times 10^{-9} \text{ m}$$

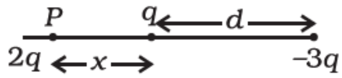
તેથી, $F = \frac{(8.99 \times 10^9)(1.6 \times 10^{-19})^2}{(0.346 \times 10^{-9})^2} = 192 \times 10^{-11}$

$$= 1.92 \times 10^{-9} \text{ N}$$

ઉત્તર : 1.92×10^{-9} N, A થી Cl^- ની દિશામાં

1.23 P પાસે : $2q$ ઉપર, q વડે લાગતું બળ ડાબી તરફ અને $-3q$ વડે લાગતું બળ

$$\therefore \frac{2q^2}{4\pi\varepsilon_0 x^2} = \frac{6q^2}{4\pi\varepsilon_0 (d+x)^2}$$



$\therefore (d + x)^2 = 3x^2$

$\therefore 2x^2 - 2dx - d^2 = 0$

$x = \frac{d}{2} \pm \frac{\sqrt{3}d}{2}$

(ઋણ ચિહ્ન લેવાથી x નું મૂલ્ય q અને $-3q$ ની વચ્ચે હશે, તેથી તે માન્ય નથી.)

$x = \frac{d}{2} + \frac{\sqrt{3}d}{2} = \frac{d}{2}(1 + \sqrt{3})$ q ની ડાબી બાજુ

1.24 (a) વિદ્યુતભારો A અને C ધન છે કારણ કે ક્ષેત્ર (બળ) રેખાઓ તેમાંથી ઉદ્ભવે છે.

(b) વિદ્યુતભાર C નું મૂલ્ય સૌથી વધુ હશે કારણ કે તેની સાથે મહત્તમ સંખ્યામાં ક્ષેત્ર-રેખાઓ સંકળાયેલી છે.

(c) (i) A ની નજીક. ધન અને ઋણ વિદ્યુતભારોની વચ્ચે કોઈ તટસ્થ બિંદુ નથી. બે સજાતીય વિદ્યુતભારો વચ્ચે તટસ્થ બિંદુનું અસ્તિત્વ હોઈ શકે. આકૃતિ પરથી આપણે એ જોઈ શકીએ છીએ કે, તટસ્થ બિંદુ વિદ્યુતભાર A અને Cની વચ્ચે અસ્તિત્વમાં છે. સાથે બે સજાતીય વિદ્યુતભારો વચ્ચે તટસ્થ બિંદુ નાના મૂલ્યના વિદ્યુતભારની નજીક હોય છે. આથી, વિદ્યુતભાર Aની નજીક વિદ્યુતક્ષેત્ર શૂન્ય છે.

1.25 (a) (i) શૂન્ય (ii) $\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2}$ $\overrightarrow{OA}$ ની દિશામાં (iii) $\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{2q}{r^2}$ $\overrightarrow{OA}$ ની દિશામાં

(b) (a) ની જેમ જ

1.26 (a) ધારો કે બ્રહ્માંડની ત્રિજ્યા R છે. એવું સ્વીકારી લઈએ કે હાઈડ્રોજન પરમાણુઓ એકસમાન રીતે વિતરીત થયેલા છે. દરેક હાઈડ્રોજન પરમાણુનો વિદ્યુતભાર

$e_H = -(1 + y)\ e + e = -\ ye \ = |ye|$

દરેક હાઈડ્રોજન પરમાણુનું દળ $\sim m_p$ છે. (પ્રોટોનનું દળ)

જો R પાસે, હાઈડ્રોજન પરમાણુ ઉપર લાગતું કુલંબિય અપાકર્ષણ બળ એ ગુરુત્વીય આકર્ષણ કરતા વધારે હોય, તો વિસ્તરણ શરૂ થઈ જાય છે.

ધારો કે, R પાસે વિદ્યુતક્ષેત્ર **E** છે.

તેથી, $4\pi R^2 E = \frac{4}{3\varepsilon_0}\pi R^3 N|ye|$ (ગાઉસનો નિયમ)

$$\mathbf{E}(R) = \frac{1}{3}\frac{N|ye|}{\varepsilon_0}R\,\hat{\mathbf{r}}$$

ધારો કે R પાસે ગુરુત્વાકર્ષણ બળ G_R છે. તેથી,

$$-\ 4\pi R^2\ G_R = 4\pi G m_p \frac{4}{3}\pi R^3 N$$

$$G_R = -\frac{4}{3}\pi G m_\rho NR$$

$$\mathbf{G}_R(\mathbf{R}) = -\frac{4}{3}\pi G m_\rho NR\hat{\mathbf{r}}$$

આમ, R અંતરે હાઈડ્રોજન પરમાણુ ઉપર કુલંબબળ

$$ye\mathbf{E}(R) = \frac{1}{3}\frac{Ny^2e^2}{\varepsilon_0}R\,\hat{\mathbf{r}}$$

આ પરમાણુ ઉપર ગુરુત્વાકર્ષણ બળ

$$m_p\mathbf{G}_R(R) = -\frac{4\pi}{3}GNm_p^2R\,\hat{\mathbf{r}}$$

પરમાણુ પર લાગતું પરિણામી બળ

$$\mathbf{F} = \left(\frac{1}{3}\frac{Ny^2e^2}{\varepsilon_0}R - \frac{4\pi}{3}GNm_p^2R\right)\hat{\mathbf{r}}$$

આ ક્રાંતિક (critical) મૂલ્ય છે, જ્યારે

$$\frac{1}{3}\frac{Ny_C^2e^2}{\varepsilon_0}R = \frac{4\pi}{3}GNm_p^2R$$

$$\Rightarrow y_c^2 = 4\pi\varepsilon_0 G\frac{m_p^2}{e^2}$$

$$= \frac{7\times10^{-11}\times1.8^2\times10^6\times81\times10^{-62}}{9\times10^9\times1.6^2\times10^{-38}}$$

$$\simeq 63 \times 10^{-38}$$

$$\therefore\ y_c = 8 \times 10^{-19} = 10^{-18}$$

(b) પરિણામી બળને લીધે, હાઇડ્રોજન પરમાણુ પ્રવેગ અનુભવે છે. જેમકે,

$$m_p \frac{d^2R}{dt^2} = \left(\frac{1}{3}\frac{Ny^2e^2}{e_o}R - \frac{4p}{3}GNm_p^2R\right)$$

અથવા $\frac{d^2R}{dt^2} = a^2R$ જ્યાં, $\alpha^2 = \frac{1}{m_p}\left(\frac{1}{3}\frac{Ny^2e^2}{e_o} - \frac{4p}{3}GNm_p^2\right)$

આ સમીકરણનો એક ઉકેલ $R = Ae^{at} + Be^{-at}$

કારણ કે આપણે વિસ્તાર શોધી રહ્યા છીએ, B = 0.

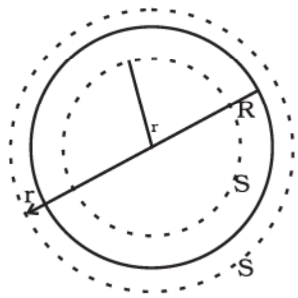
$\therefore R = Ae^{\alpha t}$

$\Rightarrow \dot{R} = \alpha Ae^{\alpha t} = \alpha R$

આથી, વેગ એ કેન્દ્રથી અંતરના સપ્રમાણમાં છે.

1.27 (a) કોયડાની સંમિતતા એ સૂચવે છે કે, વિદ્યુતક્ષેત્ર ત્રિજ્યાવર્તી છે. બિંદુ $r < R$ માટે, ગોળાકાર ગાઉસિયન પૃષ્ઠ વિચારો પછી સપાટી ઉપર પૃષ્ઠ સંકલન કરતાં,

$$\oint \mathbf{E}_r \cdot d\mathbf{S} = \frac{1}{\varepsilon_o}\int_V \rho dv$$



$$4\pi r^2 E_r = \frac{1}{\varepsilon_o} 4\pi k \int_o^r r'^3 dr'$$

$$= \frac{1}{\varepsilon_o}\frac{4\pi k}{4} r^4$$

$$\therefore E_r = \frac{1}{4\varepsilon_o} kr^2$$

$$\mathbf{E}(r) = \frac{1}{4\varepsilon_o} kr^2 \hat{\boldsymbol{r}}$$

બિંદુ $r > R$ માટે, ત્રિજ્યાની ગોળાકાર ગાઉસિયન સપાટી વિચારો.

$$\oint \mathbf{E}_r \cdot d\mathbf{S} = \frac{1}{\varepsilon_o}\int_V \rho dv$$

$$4\pi r^2 E_r = \frac{4\pi k}{\varepsilon_o}\int_o^R r^3 dr$$

$$= \frac{4\pi k}{\varepsilon_o}\frac{R^4}{4}$$

$$\therefore E_r = \frac{k}{4\varepsilon_o}\frac{R^4}{r^2}$$

$$\mathbf{E}(r) = (k / 4\varepsilon_o)(R^4 / r^2)\hat{\boldsymbol{r}}$$

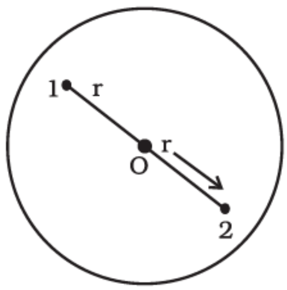
(b) બંને પ્રોટોન કોઈ વ્યાસ સાથે કેન્દ્રની વિરુદ્ધ બાજુઓ ઉપર હોવા જોઈએ. ધારો કે બંને પ્રોટોન કેન્દ્રથી r અંતરે છે.

હવે, $4\pi\int_o^R kr'^3 dr = 2e$

$$\therefore \frac{4\pi k}{4}R^4 = 2e$$

$$\therefore k = \frac{2e}{\pi R^4}$$

પ્રોટોન 1 પર લાગતાં બળો વિચારો. વિદ્યુતભાર વિતરણને લીધે આકર્ષણ બળ



$-e\mathbf{E}_r = -\frac{e}{4\varepsilon_o}kr^2\hat{\mathbf{r}} = -\frac{2e^2}{4\pi\varepsilon_0}\frac{r^2}{R^4}\hat{\mathbf{r}}$ છે.

અપાકર્ષણ બળ $\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_o}\frac{1}{(2r)^2}\hat{\mathbf{r}}$ છે.

પરિણામી બળ $\left(\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_o 4r^2} - \frac{2e^2}{4\pi\varepsilon_o}\frac{r^2}{R^4}\right)\hat{\mathbf{r}}$ છે.

આ બળ શૂન્ય હોવાથી

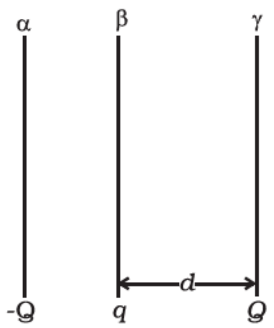
$$\frac{e^2}{16\pi\varepsilon_o r^2} = \frac{2e^2}{4\pi\varepsilon_o}\frac{r^2}{R^4}$$

અથવા $r^4 = \frac{4R^4}{32} = \frac{R^4}{8}$

$$\Rightarrow r = \frac{R}{(8)^{1/4}}$$

આમ, પ્રોટોન્સ કેન્દ્રથી $r = \frac{R}{\sqrt[4]{8}}$ અંતરે જ હોવા જોઈએ.

1.28 (a) પ્લેટ α ને લીધે γ પાસે વિદ્યુતક્ષેત્ર $-\frac{Q}{S2\varepsilon_o}\hat{x}$ છે.



પ્લેટ β ને γ પાસે વિદ્યુતક્ષેત્ર $-\frac{q}{S2\varepsilon_o}\hat{x}$ છે.

તેથી પરિણામી વિદ્યુતક્ષેત્ર

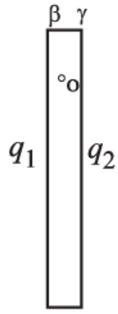
$\mathbf{E}_1 = \frac{(Q-q)}{2\varepsilon_o S}(-\hat{x})$ છે.

(b) અથડામણ સમયે પ્લેટો β અને γ બંને સાથે હશે અને તેથી બંનેનું સ્થિતિમાન એક જ (સમાન) હશે. ધારો કે, β ઉપર q_1 અને γ ઉપર q_2 વિદ્યુતભાર છે. કોઈ બિંદુ O વિચારો. અહીં વિદ્યુતક્ષેત્ર શૂન્ય હોવું જોઈએ.

α ને લીધે O પાસે વિદ્યુતક્ષેત્ર $\alpha = -\frac{Q}{2\varepsilon_o S}\hat{x}$

β ને લીધે O પાસે વિદ્યુતક્ષેત્ર $\beta = -\frac{q_1}{2\varepsilon_0 S}\hat{x}$

γ ને લીધે O પાસે વિદ્યુતક્ષેત્ર $\gamma = -\frac{q_2}{2\varepsilon_0 S}\hat{x}$



$$\therefore \frac{-(Q+q_2)}{2\varepsilon_0 S} + \frac{q_1}{2\varepsilon_0 S} = 0$$

$$\Rightarrow q_1 - q_2 = Q$$

વળી, $q_1 + q_2 = Q + q$

$$\Rightarrow q_1 = Q + q/2$$

અને $q_2 = q/2$

આમ, β અને γ પર વિદ્યુતભાર અનુક્રમે $Q + q/2$ અને $q/2$ હશે.

(c) ધારો કે સંઘાત પછી d અંતરે વેગ v છે. જો પ્લેટ γ નું દળ હોય, તો આ પૂર્ણમાર્ગી મુસાફરીમાં K.E. માં થતો વધારો વિદ્યુતક્ષેત્ર વડે થતા કાર્ય જેટલો જ હોવો જોઈએ.

સંઘાત પછી, γ પાસે વિદ્યુતક્ષેત્ર $\mathbf{E}_2 = -\frac{Q}{2\varepsilon_0 S}\hat{x} + \frac{(Q+q/2)}{2\varepsilon_0 S}\hat{x} = \frac{q/2}{2\varepsilon_0 S}\hat{x}$

જ્યારે પ્લેટ γ ને મુક્ત કરીએ ત્યારે સંઘાત સુધીમાં થતું કાર્ય $F_1 d$ છે. જ્યાં, F_1 એ γ પ્લેટ ઉપર લાગતું બળ છે. સંઘાત પછી તે d અંતરે પહોંચે ત્યાં સુધીમાં થતું કાર્ય $F_2 d$ છે. જ્યાં, F_2 એ γ પ્લેટ ઉપર લાગતું બળ છે.

$$F_1 = E_1 Q = \frac{(Q-q)Q}{2\varepsilon_0 S}$$

અને $F_2 = E_2 q/2 = \frac{(q/2)^2}{2\varepsilon_0 S}$

∴ થતું કુલ કાર્ય

$$\frac{1}{2\varepsilon_0 S}\left[(Q-q)Q + (q/2)^2\right]d = \frac{1}{2\varepsilon_0 S}(Q - q/2)^2 d$$

$$\Rightarrow (1/2)\, mv^2 = \frac{d}{2\varepsilon_0 S}(Q - q/2)^2$$

$$\therefore v = (Q - q/2)\left(\frac{d}{m\varepsilon_0 S}\right)^{1/2}$$

1.29 (i) $F = \frac{Qq}{r^2}$ $\quad 1 \text{ dyne} = \frac{[1 \text{ esu જેટલો વિદ્યુતભાર}]^2}{[1 \text{ cm}]^2}$

અથવા,

1 esu જેટલો વિદ્યુતભાર = 1 $(\text{dyne})^{1/2}$ (cm)

તેથી, [1 esu જેટલો વિદ્યુતભાર] = $[F]^{1/2} L = [MLT^{-2}]^{1/2} L = M^{1/2} L^{3/2} T^{-1}$

[1 esu જેટલો વિદ્યુતભાર] = $M^{1/2} L^{3/2} T^{-1}$

આમ, cgs એકમમાં વિદ્યુતભારને M ની (1/2) અને L ની (3/2) એમ અપૂર્ણાંક ઘાતમાં દર્શાવવામાં આવે છે.

(ii) બે વિદ્યુતભારો વચ્ચે લાગતા કુલંબ બળનો વિચાર કરો કે, એકબીજાથી 1 cm જેટલા અંતરે છે અને દરેકના વિદ્યુતભારનું મૂલ્ય 1 esu છે. તેથી બળ 1 dyne = 10^{-5} N છે. આ પરિસ્થિતિ વિદ્યુતભારનું x C મૂલ્ય ધરાવતા એકબીજાથી 10^{-2} m રાખેલા બે વિદ્યુતભારોને સમતુલ્ય છે.

જેના પરથી, $F = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \dfrac{x^2}{10^{-4}}$

જે 1 dyne = 10^{-5} N. હોવું જોઈએ. આમ,

$$\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{x^2}{10^{-4}} = 10^{-5} \Rightarrow \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = \frac{10^{-9}}{x^2} \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2}$$

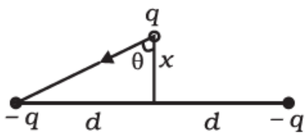
જેની સાથે $x = \dfrac{1}{[3] \times 10^9}$ આ મળે છે.

$$\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 10^{-9} \times [3]^2 \times 10^{18} = [3]^2 \times 10^9 \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2}$$

જેની સાથે [3] → 2.99792458, આપણે ચોક્કસ મૂલ્ય

$$\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 8.98755.... \times 10^9 \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2}$$ મેળવી શકીએ.

1.30 કેન્દ્ર O ની દિશામાં q ઉપર લાગતું કુલ બળ



$$F = 2\frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\cos\theta = -\frac{2q^2}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \cdot \frac{x}{r}$$

$$F = \frac{-2q^2}{4\pi\varepsilon_0} \frac{x}{(d^2 + x^2)^{3/2}}$$

$$\approx \frac{-2q^2}{4\pi\varepsilon_0 d^3} x = -k. \quad x << d \text{ માટે.}$$

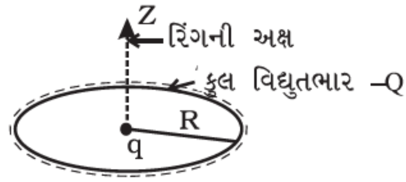
આમ, ત્રીજા વિદ્યુતભાર q ઉપર લાગતું બળ સ્થાનાંતરના સમપ્રમાણમાં છે અને તે બાકીના બે વિદ્યુતભારોના કેન્દ્ર તરફ છે. તેથી, ત્રીજા વિદ્યુતભારની ગતિ આવર્તગતિ છે જેની આવૃત્તિ

$$\omega = \sqrt{\frac{2q^2}{4\pi\varepsilon_0 d^3 m}} = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

અને તેથી, $T = \dfrac{2\pi}{\omega}\left[\dfrac{8\pi^3 \varepsilon_0 m d^3}{q^2}\right]^{1/2}$.

1.31 (a) વિદ્યુતભાર q ને રિંગની અક્ષ ઉપર સહેજ ધક્કો મારતાં આકૃતિ (b) માં દર્શાવ્યા મુજબની પરિસ્થિતિ આપે છે. બિંદુ A અને B એ રિંગનાં બે વ્યાસાંત બિંદુઓ છે. A અને B પાસે રેખીય ઘટક $\dfrac{-Q}{2\pi R}$ ના

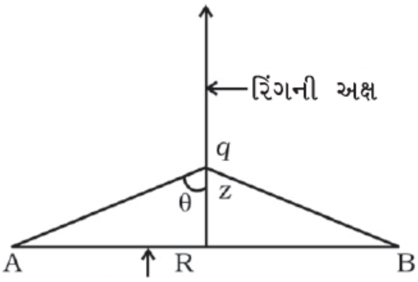
લીધે q ઉપર લાગતું બળ



$$F_{A+B} = 2\cdot\frac{-Q}{2\pi R}\cdot q\cdot\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{1}{r^2}\cdot\cos\theta$$

$$=\frac{-Qq}{\pi R\cdot 4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{1}{(z^2+R^2)}\cdot\frac{z}{(z^2+R^2)^{1/2}}$$

રિંગના લીધે q ઉપર લાગતું કુલ બળ



$$q = (F_{A+B})(\pi R)$$

$$=\frac{-Qq}{4\pi\varepsilon_0}\frac{z}{(z^2+R^2)^{3/2}}$$

$$=\frac{-Qq}{4\pi\varepsilon_0} \quad z << R \text{ માટે}$$

આમ, બળ એ ઋણ સ્થાનાંતરના સમપ્રમાણમાં છે. આવા બળની અસર હેઠળની ગતિ સરળ આવર્તગતિ છે.

(b) માંથી (a)

$$m\frac{d^2z}{dt^2} = -\frac{Qqz}{4\pi\varepsilon_0 R^3} \text{ અથવા } \frac{d^2z}{dt^2} = -\frac{Qq}{4\pi\varepsilon_0 mR^3}z$$

આ રીતે, $\omega^2 = \frac{Qq}{4\pi\varepsilon_0 mR^3}$. આથી, $T = 2\pi\sqrt{\frac{4\pi\varepsilon_0 mR^3}{Qq}}$

પ્રકરણ 2

2.1 (d)

2.2 (c)

2.3 (c)

2.4 (c)

2.5 (a)

2.6 (c)

2.7 (b), (c), (d)

2.8 (a), (b), (c)

2.9 (b), (c)

2.10 (b), (c)

2.11 (a), (d)

2.12 (a), (b)

2.13 (c) અને (d)

2.14 વધારે

2.15 ઉચ્ચ સ્થિતિમાન

2.16 હા, જો પરિમાણ જુદાં-જુદાં હોય, તો

2.17 ના

2.18 જો વિદ્યુતક્ષેત્ર સંરક્ષી હોય, તો બંને કિસ્સાઓમાં થતું કાર્ય શૂન્ય હશે.

2.19 ધારો કે આ સાચું નથી. સપાટીની અંદરની બાજુએ સપાટીની તદ્દન નજીક (just inside) વિદ્યુતસ્થિતિમાન એ સપાટી ઉપરના સ્થિતિમાન કરતા જુદું હશે. જે સ્થિતિમાન પ્રચલનમાં પરિણમશે. આનો અર્થ એ થયો કે, સપાટીની અંદર તરફ કે બહાર તરફ નિર્દેશ કરતી રેખાઓ દર્શાવી શકાય. સપાટી સમસ્થિતિમાન હોવાથી બીજા છેડે રેખાઓ ફરી સપાટી પર હોઈ શકે નહિ. આવું તો જ શક્ય છે કે જ્યારે ક્ષેત્રરેખાઓનો બીજો છેડો અંદરના વિદ્યુતભારો ઉપર હોય જે આપેલ હકીકત કરતાં વિરોધાભાસ છે. આથી અંદરનું સમગ્ર કદ સમાન સ્થિતિમાને હોવું જોઈએ.

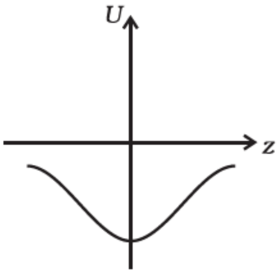
2.20 C માં ઘટાડો થશે.

સંગૃહીત ઊર્જા $= \frac{1}{2}CV^2$ અને તેથી વધારો થશે.

વિદ્યુતક્ષેત્રમાં વધારો થશે.

સંગૃહીત વિદ્યુતભાર સમાન રહેશે.

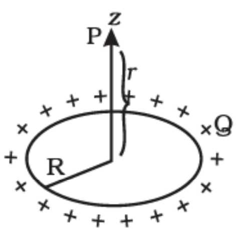
V માં વધારો થશે.



2.21 વિદ્યુતભારિત વાહકથી વિદ્યુતભારરહિત વાહક સુધી વિદ્યુતક્ષેત્રની દિશામાં કોઈ માર્ગ વિચારો. આ માર્ગની દિશામાં સ્થિતિમાન સતત ઘટશે. વિદ્યુતભારરહિત વાહકથી અનંત સુધીના બીજા માર્ગ પર સ્થિતિમાન ફરીથી સતત ઘટશે આથી આ પરિણામ છે.

2.22 $$U = \frac{-qQ}{4\pi\varepsilon_0 R\sqrt{1+z^2/R^2}}$$

આકૃતિ z સાથે સ્થિતિઊર્જાનો ફેરફાર દર્શાવેલ છે.
સ્થાનાંતરિત કરેલ વિદ્યુતભાર $-q$ દોલનો કરશે. માત્ર આલેખ જોઈ આપણે કોઈ નિષ્કર્ષ કાઢી શકતા નથી.

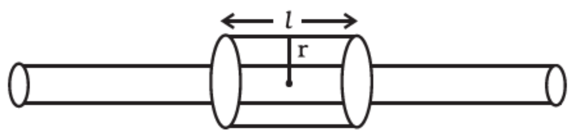


2.23 $$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{\sqrt{R^2+z^2}}$$

2.24 આપેલ રેખાથી r અંતરે સ્થિતિમાન શોધવા માટે વિદ્યુતક્ષેત્રનો વિચાર કરો. સંમિતિ ઉપરથી આપણે એ નોંધી શકીએ કે, ક્ષેત્રરેખાઓ ત્રિજ્યાવર્તી બહારની તરફ હશે. r ત્રિજ્યા અને l લંબાઈની નળાકાર ગાઉસિયન પૃષ્ઠ દોરો. ત્યારે,

$$\oint \mathbf{E}\cdot d\mathbf{S} = \frac{1}{\varepsilon_0}\lambda l$$

અથવા $E_r 2\pi r l = \frac{1}{\varepsilon_0}\lambda l$



$$\Rightarrow E_r = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}$$

તેથી, જો r_0 ત્રિજ્યા છે, તો $V(r) - V(r_0) = -\int_{r_0}^{r} \mathbf{E} \cdot dl = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0} ln\frac{r_0}{r}$

આપેલ V માટે, $ln\frac{r}{r_0} = -\frac{2\pi\varepsilon_0}{\lambda}[V(r) - V(r_0)]$

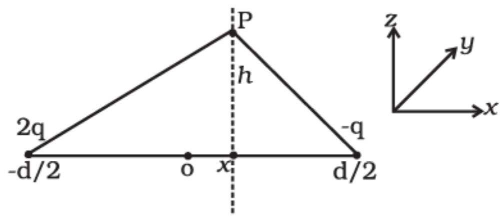
$$\Rightarrow r = r_0 e^{-2\pi\varepsilon_0 V r_0/\lambda} \cdot e^{+2\pi\varepsilon_0 V(r)/\lambda}$$

સમસ્થિતિમાન પૃષ્ઠ નળાકાર છે, જેની ત્રિજ્યા

$$r = r_0 e^{-2\pi\varepsilon_0 [V(r) - V(r_0)]/\lambda}$$

2.25 ધારો કે ઊગમબિંદુથી સમતલનું અંતર x છે. બિંદુ P પાસે સ્થિતિમાન

$$\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{\left[(x+d/2)^2+h^2\right]^{1/2}} - \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{\left[(x-d/2)^2+h^2\right]^{1/2}}$$



જો આ શૂન્ય છે તો

$$\frac{1}{\left[(x+d/2)^2+h^2\right]^{1/2}} = \frac{1}{\left[(x-d/2)^2+h^2\right]^{1/2}}$$

અથવા $(x-d/2)^2 + h^2 = (x+d/2)^2 + h^2$

$$\Rightarrow x^2 - dx + d^2/4 = x^2 + dx + d^2/4$$

અથવા $2dx = 0$

$$\Rightarrow x = 0$$

આ સમતલ $x = 0$ નું સમીકરણ છે.

2.26 ધારો કે અંતિમ વૉલ્ટેજ U છે. જો ડાઈઈલેક્ટ્રિક વગર કૅપેસિટરનું કૅપેસિટન્સ C હોય, તો કૅપેસિટર પરનો વિદ્યુતભાર

$$Q_1 = CU$$

ડાઈઈલેક્ટ્રિક સાથે કૅપેસિટરનું કૅપેસિટન્સ εC હશે. આથી કૅપેસિટર પર વિદ્યુતભાર

$$Q_2 = \varepsilon U = \alpha C U^2$$

જ્યારે કૅપેસિટર ચાર્જ હતું ત્યારે તેનો પ્રારંભિક વિદ્યુતભાર

$$Q_0 = CU_0$$

વિદ્યુતભાર સંરક્ષણના નિયમ અનુસાર

$$Q_0 = Q_1 + Q_2$$

અથવા $CU_0 = CU + \alpha C U^2$

$$\Rightarrow \alpha U^2 + U - u_0 = 0$$

$$\therefore U = \frac{-1 \pm \sqrt{1+4\alpha U_0}}{2\alpha}$$

$$= \frac{-1 \pm \sqrt{1+624}}{4}$$

$$= \frac{-1 \pm \sqrt{625}}{4} \text{ વૉલ્ટ}$$

જો U ધન હોય, તો

$$U = \frac{\sqrt{625}-1}{4} = \frac{24}{4} = 6V$$

2.27 જ્યારે તકતી નીચેની પ્લેટ સાથે સંપર્કમાં છે. સમગ્ર પ્લેટ સમસ્થિતિમાને છે. વિદ્યુતભાર q' તકતી તરફ સ્થાનાંતરિત થાય છે.

તકતી પર વિદ્યુતક્ષેત્ર $= \frac{V}{d}$ છે.

$$\therefore q' = -\varepsilon_0 \frac{V}{d} \pi r^2$$

તકતી પર લાગતું બળ

$$-\frac{V}{d} \times q' = \varepsilon_0 \frac{V^2}{d^2} \pi r^2 \text{ છે.}$$

જો તકતીને ઉપર ઉઠાવવી હોય, તો

$$\varepsilon_0 \frac{V^2}{d^2} \pi r^2 = mg$$

$$\Rightarrow V = \sqrt{\frac{mgd^2}{\pi \varepsilon_0 r^2}}$$

2.28 $$U = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left\{\frac{q_d q_d}{r} - \frac{q_u q_d}{r} - \frac{q_u q_d}{r}\right\}$$

$$= \frac{9\times10^9}{10^{-15}}\left(1.6\times10^{-19}\right)^2 \left\{(1/3)^2 - (2/3)(1/3) - (2/3)(1/3)\right\}$$

$$= 2.304 \times 10^{-13} \left\{\frac{1}{9} - \frac{4}{9}\right\} = -7.68\times10^{-14} J$$

$$= 4.8 \times 10^5 \text{ eV} = 0.48 \text{ MeV} = 5.11 \times 10^{-4} \ (m_n c^2)$$

2.29 સંપર્ક પહેલાં,

$Q_1 = \sigma \cdot 4\pi R^2$

$Q_2 = \sigma \cdot 4\pi(R^2) = 4(\sigma \cdot 4\pi R^2)$

સંપર્ક પછી,

$$Q_1' + Q_2' = Q_1 + Q_2 = 5Q_1,$$

$$= 5(\sigma \cdot 4\pi R^2)$$

તેઓ સમાન સ્થિતિમાને હશે.

$$\frac{Q_1'}{R} = \frac{Q_2'}{2R}$$

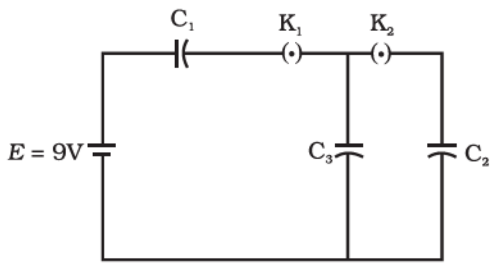
$\therefore\ Q_2' = 2Q'$

$\therefore\ 3Q_1' = 5(\sigma \cdot 4\pi R^2)$

$\therefore\ Q_1' = \frac{5}{3}\left(\sigma \cdot 4\pi R^2\right)$ અને $Q_2' = \frac{10}{3}\left(\sigma \cdot 4\pi R^2\right)$

$\therefore\ \sigma_1 = \frac{5}{3}\sigma$ અને $\therefore\ \sigma_2 = \frac{5}{6}\sigma$

2.30 પ્રારંભમાં : $V \propto \frac{1}{C}$ અને $V_1 + V_2 = E$



$\Rightarrow V_1 = 3V$ અને $V_2 = 6V$

$\therefore\ Q_1 = C_1V_1 = 6C \times 3 = 18\ \mu C$

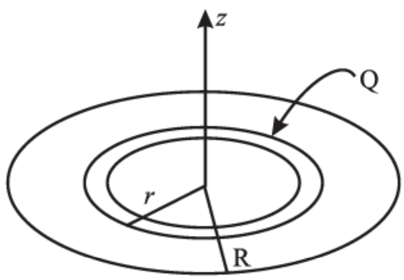
$Q_2 = 9\ \mu C$ અને $Q_3 = 0$

ત્યાર પછી : $Q_2 = Q_2' + Q_3$

સાથે જ : $C_2V + C_3v = Q_2 \Rightarrow V = \dfrac{Q_2}{C_2 + C_3} = (3/2)\,V$

$\therefore\ Q_2' = (9/2)\mu C$ અને $Q_3' = (9/2)\mu C$

2.31 $\sigma = \dfrac{Q}{\pi R^2}$



$$dU = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\sigma \cdot 2\pi r\, dr}{\sqrt{r^2 + z^2}}$$

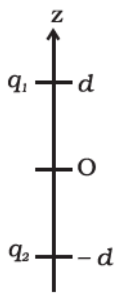
$$\therefore\ U = \frac{\pi\sigma}{4\pi\varepsilon_0}\int_O^R \frac{2r\,dr}{\sqrt{r^2 + z^2}}$$

$$= \frac{2\pi\sigma}{4\pi\varepsilon_0}\left[\sqrt{r^2 + z^2}\right]_O^R = \frac{2\pi\sigma}{4\pi\varepsilon_0}\left[\sqrt{R^2 + z^2} - z\right]$$

$$= \frac{2Q}{4\pi\varepsilon_0 R^2}\left[\sqrt{R^2 + z^2} - z\right]$$

2.32 $$\frac{q_1}{\sqrt{x^2+y^2+(z-d)^2}} + \frac{q_2}{\sqrt{x^2+y^2+(z+d)^2}} = 0$$

$$\therefore \frac{q_1}{\sqrt{x^2+y^2+(z-d)^2}} = \frac{-q_2}{\sqrt{x^2+y^2+(z+d)^2}}$$



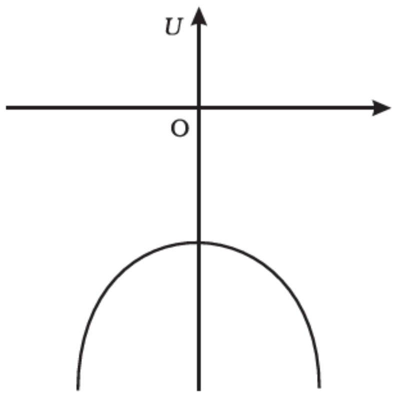
આમ, કુલ સ્થિતિમાન શૂન્ય થવા q_1 અને q_2 નાં ચિહ્નો વિરુદ્ધ જ હોવાં જોઈએ. હવે વર્ગ કરી સાદું રૂપ આપતાં સમીકરણ નીચે મુજબ મળે છે :

$$x^2+y^2+z^2+\left[\frac{(q_1/q_2)^2+1}{(q_1/q_2)^2-1}\right](2zd)+d^2=0$$

જો ગોળાનું કેન્દ્ર $\left(0,0,-2d\left[\frac{q_1^{\,2}+q_2^{\,2}}{q_1^{\,2}-q_2^{\,2}}\right]\right)$ પાસે છે. આ તેનું સમીકરણ છે.

નોંધ : જો $q_1 = -q_2 \Rightarrow$ પછી $z = 0$, જે મધ્યબિંદુમાંથી પસાર થતું સમતલ છે.

2.33 $$U = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left\{\frac{-q^2}{(d-x)} + \frac{-q^2}{(d-x)}\right\}$$



$$U = \frac{-q^2}{4\pi\varepsilon_0}\frac{2d}{(d^2-x^2)}$$

$$\frac{dU}{dx} = \frac{-q^2\cdot 2d}{4\pi\epsilon_0}\cdot\frac{2x}{(d^2-x^2)^2}$$

$$U_0 = \frac{2q^2}{4\pi\varepsilon_0 d}$$

$\frac{dU}{dx} = 0$, $x = 0$ પાસે

$x = 0$ એક સંતુલન બિંદુ છે.

$$\frac{d^2U}{dx^2} = \left(\frac{-2dq^2}{4\pi\epsilon_0}\right)\left[\frac{2}{(d^2-x^2)^2} - \frac{8x^2}{(d^2-x^2)^3}\right]$$

$$= \left(\frac{-2dq^2}{4\pi\epsilon_0}\right)\frac{1}{(d^2-x^2)^3}\left[2(d^2-x^2)^2-8x^2\right]$$

$x = 0$ પર

$$= \left(\frac{-2dq^2}{4\pi \epsilon_0}\right)\left(\frac{1}{d^6}\right)(2d^2), \text{ જે } < 0 \text{ છે.}$$

તેથી, અસ્થાયી સંતુલન છે.

પ્રકરણ 3

3.1 (b)

3.2 (a)

3.3 (c)

3.4 (b)

3.5 (a)

3.6 (a)

3.7 (b), (d)

3.8 (a), (d)

3.9 (a), (b)

3.10 (b), (c)

3.11 (a), (c)

3.12 જ્યારે કોઈ ઇલેક્ટ્રૉન જંક્શન તરફ આવે છે તો તે એકસમાન **E** સિવાય તે જંક્શન પાસે તારની સપાટી ઉપર સંગ્રહ થયેલ વિદ્યુતભારો(જે ડ્રિફ્ટ વેગ v_d નિયત રાખે છે)નો પણ સામનો કરે છે. આ વિદ્યુતક્ષેત્ર ઉત્પન્ન કરે છે. આ ક્ષેત્ર વેગમાનની દિશા બદલે છે.

3.13 વિશ્રાંતિકાળ (relaxation time) ઇલેક્ટ્રૉન અને આયનોના વેગો ઉપર આધાર રાખે છે. આપાત વિદ્યુતક્ષેત્ર ઇલેક્ટ્રૉન્સના વેગોને 1 mm/s ના ક્રમની ઝડપ દ્વારા પ્રભાવિત (અસર) કરે છે, જે એક મહત્ત્વની અસર છે. બીજી તરફ, T માં ફેરફાર, વેગને 10^2 m/s ક્રમની અસર પહોંચાડે છે. જે τ માં નોંધપાત્ર ફેરફાર કરી શકે છે.

[$\rho = \rho(E, T)$ જેમાં, E લાગુ પાડેલ સામાન્ય વૉલ્ટેજ પરનો આધાર અવગણી શકાય તેવો હોય છે.]

3.14 વ્હીસ્ટનબ્રિજમાં તટસ્થ બિંદુ (null point) પદ્ધતિનો ફાયદો એ છે કે, ગેલ્વેનોમિટરનો અવરોધ સંતુલન બિંદુને અસર કરતો નથી અને અવરોધો તથા ગેલ્વેનોમિટરમાં વિદ્યુતપ્રવાહ કે ગેલ્વેનોમિટરના આંતરિક અવરોધ શોધવાની કોઈ જરૂર હોતી નથી. પરિપથમાં કિર્ચોફના નિયમનો ઉપયોગ કરી અજ્ઞાત અવરોધ $R_{\text{અજ્ઞાત}}$ શોધી શકાય છે. અન્ય પદ્ધતિઓમાં આપણને અવરોધો તથા ગેલ્વેનોમિટરમાંથી વહેતા બધા પ્રવાહો અને ગેલ્વેનોમિટરના આંતરિક અવરોધના ચોક્કસ માપનની જરૂર પડશે.

3.15 ધાતુની પટ્ટીઓનો અવરોધ ઓછો હોય છે અને તેને તટસ્થબિંદુ માટે પોટૅન્શિયોમિટરની લંબાઈ l_1 માં ગણતરીમાં લેવાની જરૂર નથી. આપણે ફક્ત સુરેખ ખંડ (દરેકની લંબાઈ 1 મીટર) પર તારની લંબાઈ માપવાની હોય છે. જે સેમી માપપટ્ટી અથવા મીટરપટ્ટીની મદદથી સરળતાથી સચોટ રીતે માપી શકાય છે.

3.16 બે બાબતો વિચારવી જરૂરી છે : (i) ધાતુનું મૂલ્ય અને (ii) ધાતુની સારી સુવાહકતા. મૂલ્યનું પરિબળ ચાંદીનો ઉપયોગ કરતા અટકાવે છે. ઉપરાંત Cu અને Al સારા સુવાહકો છે.

3.17 મિશ્ર ધાતુઓ માટે અવરોધના તાપમાન ગુણાંકનું મૂલ્ય નાનું (તાપમાન સંવેદનશીલતા ઓછી) અને અવરોધકતા વધુ હોય છે.

3.18 પાવરવ્યય $P_C = I^2R_C$

જ્યાં, R_C એ જોડાણ તારોનો અવરોધ છે.

$$P_C = \frac{P^2}{V^2}R_C$$

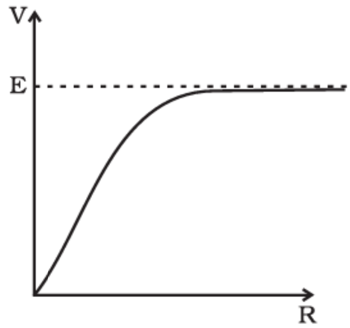
પાવરવ્યય P_C ઘટાડવા તેનું ટ્રાન્સમિશન ઊંચા વૉલ્ટેજે કરવું જોઈએ.

3.19 જો R વધારવામાં આવે તો, તારમાંથી પસાર થતા પ્રવાહમાં ઘટાડો થશે અને તેથી વીજસ્થિતિમાન પ્રચલન પણ ઘટશે. જેના લીધે સંતુલન લંબાઈ વધશે. આથી, J બિંદુ B તરફ સ્થાનાંતરિત થશે.

3.20 (i) E_1 નો ધન છેડો X સાથે જોડેલ છે અને $E_1 > E$.

(ii) E_1 નો ઋણ છેડો X સાથે જોડેલ છે.

3.21



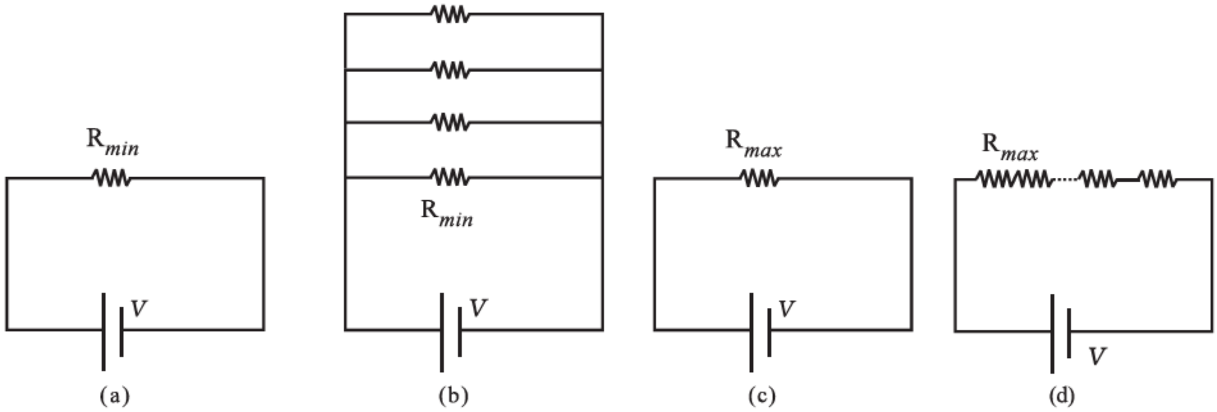
3.22 $$I = \frac{E}{R+nR};\frac{E}{R+\frac{R}{n}} = 10I$$

$$\frac{1+n}{1+\frac{1}{n}} = 10 = \frac{1+n}{n+1}n = n$$

$\therefore \quad n = 10$

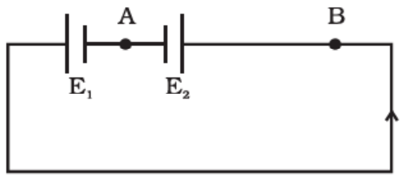
3.23 $$\frac{1}{R_p} = \frac{1}{R_1} + ... + \frac{1}{R_n}, \quad \frac{R_{min}}{R_P} = \frac{R_{min}}{R_1} + \frac{R_{min}}{R_2} + ... + \frac{R_{min}}{R_n} > 1$$

અને $R_S = R_1 + ... + R_n \geq R_{max}$.



પ્રવાહ માટે આકૃતિ (b), R_{min} આકૃતિ (a) નો સમતુલ્ય માર્ગ પ્રદાન કરે છે. પરંતુ તે ઉપરાંત બાકીના $(n - 1)$ અવરોધો માટે $(n - 1)$ માર્ગ છે. આકૃતિ (b) માં પ્રવાહ > આકૃતિ (a) માં પ્રવાહ આકૃતિ (b)માં પરિણામી અવરોધ < R_{min}. બીજો પરિપથ સ્પષ્ટ રીતે મોટો અવરોધ આપે છે. તમે આકૃતિ (c) અને (d) નો ઉપયોગ કરી $R_S > R_{max}$ સાબિત કરી શકો છો.

3.24 $I = \dfrac{6-4}{2+8} = 0.2A$



E_1 ના છેડાઓ વચ્ચે

P.D. $= 6 - 0.2 \times 2 = 5.6$ V

E_2 ના છેડાઓ વચ્ચે

P.D. $= V_{AB} = 4 + 0.2 \times 8 = 5.6$ V

બિંદુ B એ બિંદુ A કરતાં ઊંચા સ્થિતિમાને હશે.

3.25 $I = \dfrac{E+E}{R+r_1+r_2}$

$V_1 = E - Ir_1 = E - \dfrac{2E}{r_1+r_2+R} r_1 = 0$

અથવા $E = \dfrac{2Er_1}{r_1+r_2+R}$

$1 = \dfrac{2r_1}{r_1+r_2+R}$

$r_1 + r_2 + R = 2r_1$

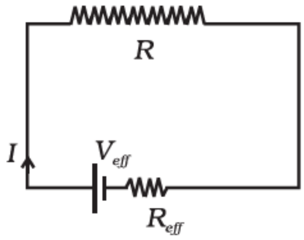
$R = r_1 - r_2$

3.26 $R_A = \dfrac{\rho l}{\pi(10^{-3} \times 0.5)^2}$

$R_B = \dfrac{\rho l}{\pi[(10^{-3})^2 - (0.5 \times 10^{-3})^2]}$

$\dfrac{R_A}{R_B} = \dfrac{(10^{-3})^2 - (0.5 \times 10^{-3})^2}{(.5 \times 10^{-3})^2} = 3:1$

3.27 આકૃતિમાં દર્શાવ્યા અનુસાર કોઈ પણ શાખા (Branch)ના સમગ્ર નેટવર્કને ઘટાડીને આપણે સરળ સ્વરૂપે રજૂ કરવાનું વિચારી શકીએ છીએ, ત્યારે R માંથી પસાર થતો પ્રવાહ $I = \dfrac{V_{eff}}{R_{eff} + R}$ છે.



પારિમાણિક રીતે $V_{eff} = V_{eff}(V_1, V_2, \ldots\ldots V_n)$ એ વૉલ્ટેજના પરિમાણ છે અને $R_{eff} = R_{eff}(R_1, R_2, \ldots. R_m)$ એ અવરોધના પરિમાણ છે.

તેથી જો દરેકમાં n-ગણો વધારો થાય તો,

$V_{eff}^{new} = nV_{eff}$, $R_{eff}^{new} = nR_{eff}$ અને $R^{new} = nR$.

આમ, પ્રવાહ સમાન જ રહે છે.

3.28 કિર્ચોફના જંક્શનના નિયમ અનુસાર

$I_1 = I + I_2$

કિર્ચોફના બંધગાળા (loop)ના નિયમ અનુસાર

$10 = IR + 10I_1$....(i)

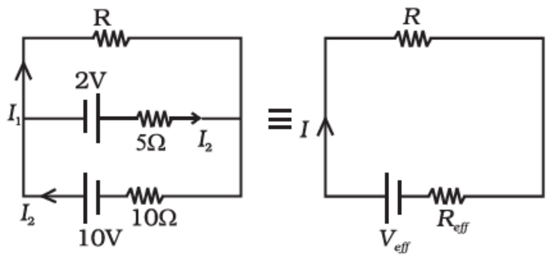
$2 = 5I_2 - RI = 5(I_1 - I) - RI$

$4 = 10I_1 - 10I - 2RI$..... (ii)

(i) – (ii) $\Rightarrow 6 = 3RI + 10I$ અથવા $2 = I\left(R + \frac{10}{3}\right)$

$2 = (R + R_{eff})I$ ને $V_{eff} = (R + R_{eff})I$ સાથે સરખાવતાં અને $V_{eff} = 2V$

$R_{eff} = \dfrac{10}{3}\Omega$



3.29 પાવર વપરાશ = 2 units/hour = 2KW = 2000J/s

$$I = \frac{P}{V} = \frac{2000}{220} \simeq 9A$$

તારમાં પાવરવ્યય $= RI^2$ J/s

$$= \rho\frac{l}{A}I^2 = 1.7 \times 10^{-8} \times \frac{10}{\pi \times 10^{-6}} \times 81 \text{ J/s}$$

= 4 J/s

= 0.2 %

Al તારમાં પાવરવ્યય $= 4\dfrac{\rho_{Al}}{\rho_{Cu}} = 1.6 \times 4 = 6.4 J/s = 0.32\%$

3.30 ધારો કે પોટેન્શિયોમિટરના તારનો અવરોધ R' છે.

$$\frac{10 \times R'}{50 + R'} < 8 \Rightarrow 10\ R' < 400 + 8\ R'$$

2R′ < 400 અથવા R′ < 200Ω.

$$\frac{10 \times R'}{10 + R'} > 8 \Rightarrow 2R' > 80 \Rightarrow R' > 40$$

$$\frac{10 \times \frac{3}{4} R'}{10 + R'} < 8 \Rightarrow 7.5R' < 80 + 8R'$$

R′ > 160 ⇒ 160 < R′ < 200.

160 Ω અને 200 Ω ની વચ્ચે R' કોઈ મૂલ્ય પ્રાપ્ત કરશે.

400 cm ના તારના બે છેડા વચ્ચે વૉલ્ટેજ ડ્રૉપ > 8V.

300 cm ના તારના છેડા વચ્ચે વૉલ્ટેજ ડ્રૉપ < 8V.

$\phi \times 400 > 8V$ ($\phi \rightarrow$ વીજસ્થિતિમાન પ્રચલન)

$\phi \times 300 < 8V$

$\phi > 2V/m$

$< 2\frac{2}{3}$ V/m

3.31 (a) $I = \frac{6}{6} = 1\ A = nev_d\ A$

$$v_d = \frac{1}{10^{29} \times 1.6 \times 10^{-19} \times 10^{-6}} = \frac{1}{1.6} \times 10^{-4}\ \text{m/s}$$

$$\text{K.E.} = \frac{1}{2} m_e v_d^2 \times nAl$$

$$= \frac{1}{2} \times 9.1 \times 10^{-31} \times \frac{1}{2.56} \times 10^{-8} \times 10^{29} \times 10^{-6} \times 10^{-1} \simeq 2 \times 10^{-17}\,\text{J}$$

(b) ઓહમિક વ્યય $= RI^2 = 6 \times 1^2 = 6$ J/s

$\frac{2 \times 10^{-17}}{6} s \simeq 10^{-17}$ s માં ઇલેક્ટ્રૉન્સ બધી જ ગતિઊર્જા ગુમાવી દેશે.

પ્રકરણ 4

4.1 (d)

4.2 (a)

4.3 (a)

4.4 (d)

4.5 (a)

4.6 (d)

4.7 (a), (b)

4.8 (b), (d)

4.9 (b), (c)

4.10 (b), (c), (d)

4.11 (a), (b), (d)

4.12 ચુંબકીયક્ષેત્રને લંબરૂપે ગતિ કરતા વિદ્યુતભારિત કણ માટે, $\frac{mv^2}{R} = qvB$

$$\therefore \frac{qB}{m} = \frac{v}{R} = \omega$$

$$\therefore [\omega] = \left[\frac{qB}{m}\right] = \left[\frac{v}{R}\right] = [T]^{-1}.$$

4.13 $dW = \mathbf{F}.d\mathbf{l} = 0$

$\Rightarrow \mathbf{F}.\mathbf{v}dt = 0$

$\Rightarrow \mathbf{F}.\mathbf{v} = 0$

F વેગ પર આધારિત છે જે દર્શાવે છે કે **F** અને **v** વચ્ચેનો કોણ 90° છે. જો **v** (દિશા) બદલાય, તો **F** (દિશા) પણ બદલાય તેથી ઉપરની શરત સંતોષાય છે.

4.14 ચુંબકીયબળ નિર્દેશ ફ્રેમ પર આધારિત છે. આમાંથી ઉદ્ભવતો પરિણામી પ્રવેગ જડત્વીય નિર્દેશ ફ્રેમો માટે નિર્દેશ ફ્રેમ પર આધારિત નથી. (નિરપેક્ષ ભૌતિકવિજ્ઞાન – non-relativistic physics)

4.15 કણ વારાફરતી પ્રવેગિત અને પ્રતિ પ્રવેગિત થશે. આથી બંને Dee's માં ગતિમાર્ગની ત્રિજ્યા બદલાશે નહિ.

4.16 O_2 પાસે I_1 ને લીધે ચુંબકીયક્ષેત્ર y-અક્ષની દિશામાં છે. બીજો તાર y-અક્ષની દિશામાં આથી બળ શૂન્ય છે.

4.17 $\mathbf{B} = \frac{1}{4}(\hat{\mathbf{i}}+\hat{\mathbf{j}}+\hat{\mathbf{k}})\frac{\mu_0 I}{2R}$

4.18 પરિમાણરહિત રાશિ નથી $[T]^{-1} = [\omega] = \left[\frac{eB}{m}\right]$

4.19 $\mathbf{E} = E_0\hat{\mathbf{i}}, E_0 > 0, \mathbf{B} = B_0\hat{\mathbf{k}}$

4.20 $d\mathbf{I}_1$ ઉપર $d\mathbf{I}_2$ ને લીધે લાગતું બળ શૂન્ય છે.

$d\mathbf{I}_2$ ઉપર $d\mathbf{I}_1$ ને લીધે લાગતું બળ અશૂન્ય છે.

4.21 $i_G (G + R_1) = 2$, 2V અવધિ માટે

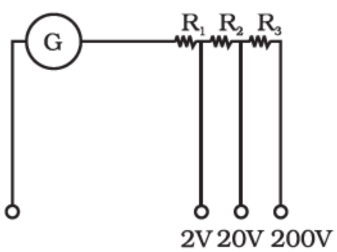
$i_G (G + R_1 + R_2) = 20$ 20V અવધિ માટે

અને $i_G (G + R_1 + R_2 + R_3)$

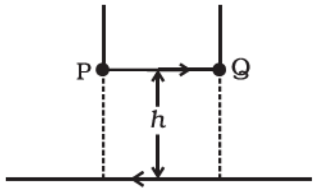
$= 200$, 200V અવધિ માટે

સાદું રૂપ આપતાં, $R_1 = 1990\Omega$

$R_2 = 18\ k\Omega$ અને $R_3 = 180\ k\Omega$



4.22 $F = BIl \sin\theta = BIl$



$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi h}$$

$$F = mg = \frac{\mu_0 I^2 l}{2\pi h}$$

$$h = \frac{\mu_0 I^2 l}{2\pi mg} = \frac{4\pi \times 10^{-7} \times 250 \times 25 \times 1}{2\pi \times 2.5 \times 10^{-3} \times 9.8}$$

$$= 51 \times 10^{-4}$$

$h = 0.51$ cm

4.23 જ્યારે ચુંબકીયક્ષેત્ર લાગુ પાડેલ ન હોય, ત્યારે $\Sigma\tau = 0$

$Mgl = W_{coil}\ l$

$500\ g\ l = W_{coil}\ l$

$W_{coil} = 500 \times 9.8$ N

જ્યારે ચુંબકીયક્ષેત્ર લાગુ પાડવામાં આવે ત્યારે,

$Mgl + mgl = W_{coil}\ l + IBL \sin 90° l$

$mgl = BIL\ l$

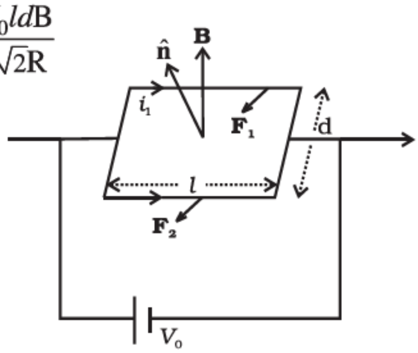
$$m = \frac{BIL}{g} = \frac{0.2 \times 4.9 \times 1 \times 10^{-2}}{9.8} = 10^{-3} \text{ kg} = 1 \text{ g}$$

4.24 $F_1 = i_1 l B = \frac{V_0}{R} l B \qquad \tau_1 = \frac{d}{2\sqrt{2}} F_1 = \frac{V_0 l d B}{2\sqrt{2}R}$

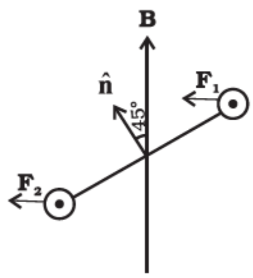
$F_2 = i_2 l B = \frac{V_0}{2R} l B \qquad \tau_2 = \frac{d}{2\sqrt{2}} F_2 = \frac{V_0 l d B}{4\sqrt{2}R}$

પરિણામી ટૉર્ક $\tau = \tau_1 - \tau_2$

$$\tau = \frac{1}{4\sqrt{2}} \frac{V_0 AB}{R}$$



ઉપરનો દેખાવ



બાજુથી (પાર્શ્વ) દેખાવ

4.25 કારણ કે **B** એ x-અક્ષની દિશામાં છે. વર્તુળાકાર કક્ષા માટે બે કણોના વેગમાનો y-z સમતલમાં છે. ધારો કે ઇલેક્ટ્રૉન અને પોઝિટ્રૉનના વેગમાનો અનુક્રમે $\boldsymbol{p}_1$ અને $\boldsymbol{p}_2$ છે. આ બંને R ત્રિજ્યાનાં વર્તુળોનું નિરૂપણ કરે છે. આ બંને વિરુદ્ધ દિશાનાં વર્તુળોનું નિરૂપણ કરે છે. જો $\boldsymbol{p}_1$ એ y-અક્ષ સાથે θ ખૂણો બનાવે, તો $\boldsymbol{p}_2$ પણ તેટલો જ ખૂણો બનાવે. સંબંધિત વર્તુળોનાં કેન્દ્રો વેગમાનોને લંબ જ અને R અંતરે હોવા જોઈએ. ઇલેક્ટ્રૉનનું કેન્દ્ર Ce અને પોઝિટ્રૉનનું કેન્દ્ર Cp પાસે વિચારો

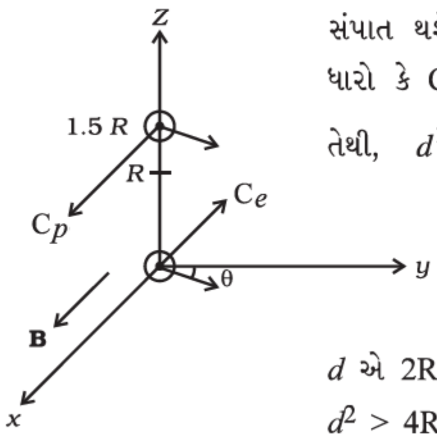
Ce ના યામ

$Ce \equiv (0, -R\sin\theta, R\cos\theta)$ છે.

Cp ના યામ

$Cp \equiv (0, -R\sin\theta, \frac{3}{2}R - R\cos\theta)$ છે.

જો બંને વર્તુળોનાં કેન્દ્રો વચ્ચેનું અંતર 2R કરતા વધુ હોય, તો બંને વર્તુળાકાર કક્ષાઓ સંપાત થશે નહિ.



ધારો કે Cp અને Ce વચ્ચેનું અંતર d છે.

તેથી, $d^2 = (2R\sin\theta)^2 + \left(\frac{3}{2}R - 2R\cos\theta\right)^2$

$= 4R^2\sin^2\theta + \frac{9}{4}^2 R - 6R^2\cos\theta + 4R^2\cos^2\theta$

$= 4R^2 + \frac{9}{4}R^2 - 6R^2\cos\theta$

d એ 2R કરતાં વધુ હોવું જોઈએ.

$d^2 > 4R^2$

$\Rightarrow 4R^2 + \frac{9}{4}R^2 - 6R^2\cos\theta > 4R^2$

$\Rightarrow \frac{9}{4} > 6\cos\theta$

અથવા $\cos\theta < \frac{3}{8}$

4.26

ક્ષેત્રફળ : $A = \frac{\sqrt{3}}{4}a^2$ $A = a^2$ $A = \frac{3\sqrt{3}}{4}a^2$

બધા માટે વિદ્યુતપ્રવાહ I સમાન છે.

ચુંબકીય ચાકમાત્રા $m = nIA$

$\therefore m = Ia^2\sqrt{3}$ $\quad 3a^2I$ $\quad 3\sqrt{3}a^2I$

(**નોંધ** : m ગુણોત્તર શ્રેણીમાં છે.)

4.27 (a) B(z) એ z-અક્ષની જ દિશાનો નિર્દેશ કરે છે અને તેથી J(L) એ Lનું એકંદરે વધતું વિધેય છે.

(b) J(L) + મોટા અંતરેથી C પર યોગદાન $= \mu_0 I$

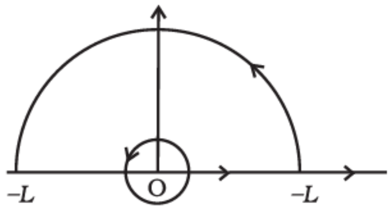
$\therefore$ જેમ $L \to \infty$

મોટા અંતરેથી યોગદાન $\to 0$ (કારણ કે $B \propto 1/r^3$)

$J(\infty) - \mu_0 I$

(c) $B_z = \frac{\mu_0 IR^2}{2(z^2+R^2)^{3/2}}$

$$\int_{-\infty}^{\infty} B_z dz = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\mu_0 IR^2}{2(z^2+R^2)^{3/2}} dz$$



$z = R\tan\theta$ લેતાં, $dz = R\sec^2\theta\, d\theta$

$$\therefore \int_{-\infty}^{\infty} B_z dz = \frac{\mu_0 I}{2}\int_{-\pi/2}^{\pi/2} \cos\theta\, d\theta = \mu_0 I$$

(d) $B(z)_{\text{ચોરસ}} < B\ (z)_{\text{વર્તુળ ગૂંચળું}}$

$\therefore \mathfrak{I}(L)_{\text{ચોરસ}} < \mathfrak{I}(L)_{\text{વર્તુળ ગૂંચળું}}$

પરંતુ (b)માંની દલીલોનો ઉપયોગ કરતાં,

$\mathfrak{I}(\infty)_{\text{ચોરસ}} < \mathfrak{I}(\infty)_{\text{વર્તુળ}}$

4.28 જ્યારે, $i_1 = 10\text{mA}$ $\quad i_G \cdot G = (i_1 - i_G)(S_1 + S_2 + S_3)$

$i_2 = 100\text{mA}$ $\quad i_G(G + S_1) = (i_2 - i_G)(S_2 + S_3)$

$i_3 = 1\text{A}$ $\quad i_G(G + S_1 + S_2) = (i_3 - i_G)(S_3)$

સાદું રૂપ આપતાં, $S_1 = 1W$, $S_2 = 0.1W$ અને $S_3 = 0.01W$

4.29 (a) શૂન્ય

(b) $\frac{\mu_0}{2\pi}\frac{i}{R}$, ડાબી બાજુ AO ને લંબ

(c) $\frac{\mu_0}{\pi}\frac{i}{R}$, ડાબી બાજુ AO ને લંબ

પ્રકરણ 5

5.1 (c)

5.2 (a)

5.3 (c)

5.4 (b)

5.5 (b)

5.6 (a), (d)

5.7 (a), (d)

5.8 (a), (d)

5.9 (a), (c), (d)

5.10 (b), (c), (d)

5.11 $\mu_p \approx \frac{e\hbar}{2m_p}$ અને $\mu_e \approx \frac{e\hbar}{2m_e}$, $\hbar = \frac{h}{2\pi}$

$\mu_p >> \mu_e$ કારણ કે $m_p >> m_e$.

5.12 $Bl = \mu_0 Ml = \mu_0(I + I_M)$ અને $H = 0 = I$

$Ml = I_M = 10^6 \times 0.1 = 10^5$ A

5.13 $x \propto$ ઘનતા ρ. હવે $\dfrac{\rho_N}{\rho_{Cu}} = \dfrac{28g/22.4Lt}{8g/cc} = \dfrac{3.5}{22.4} \times 10^{-3} = 1.6 \times 10^{-4}$.

$\dfrac{x_N}{x_{Cu}} = 5 \times 10^{-4}$ (આપેલ માહિતીમાંથી).

તેથી મુખ્ય તફાવત ઘનતાના લીધે છે.

5.14 પ્રતિચુંબકત્વ (ડાયા મૅગ્નેટિઝમ) ઇલેક્ટ્રૉનોની કક્ષીય ગતિને લીધે હોય છે. જે લાગુ પાડેલ ક્ષેત્રની વિરુદ્ધ ચુંબકીય ચાકમાત્રા ઉત્પન્ન કરે છે, આથી તે તાપમાનને કારણે વધુ અસર પામતું નથી.

પેરામૅગ્નેશિયમ અને ફેરામૅગ્નેશિયમ ચુંબકીય ચાકમાત્રા લાગુ પાડેલ ક્ષેત્રની દિશામાં ગોઠવાય છે. જો તાપમાન વધે તો આ ગોઠવણીમાં વિક્ષેપ ઉત્પન્ન થાય છે અને તેથી બંનેની સસેપ્ટિબિલિટી તાપમાન વધવાથી ઘટે છે.

5.15 (i) ચુંબકથી દૂર

(ii) ચુંબકીય ચાકમાત્રા ડાબીથી જમણી તરફ

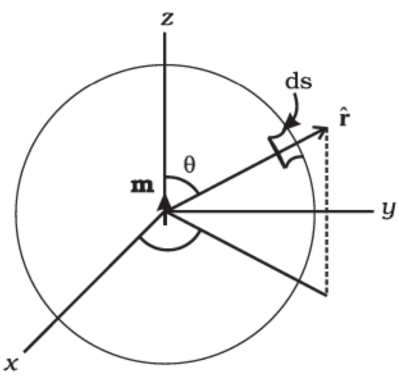
5.16 $\mathbf{B} = \dfrac{\mu_0}{4\pi}\dfrac{3\boldsymbol{m}\cdot\hat{\boldsymbol{r}}}{r^3}$, $m = m\hat{k}$

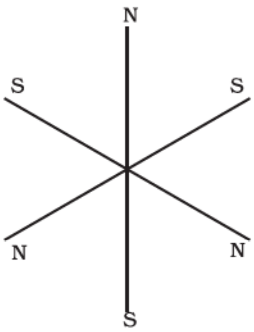
$ds = \hat{\boldsymbol{r}}\cdot\boldsymbol{r}^2 \sin\theta \, d\theta \, d\phi$

$0 \le \theta \le \pi, 0 \le \phi \le$

$\oint \mathbf{B}\cdot ds = \dfrac{\mu_0 m}{4\pi}\displaystyle\int \dfrac{3\cos\theta}{r^3} r^2 \sin\theta \, d\theta \, d\phi$

$= 0$ [θ સંકલનને લીધે]





5.17 પરિણામી $m = 0$.

આકૃતિમાં માત્ર શક્યતા દર્શાવી છે.

5.18 $E(r) = c\,B(r)$, $p = \dfrac{m}{c}$. દ્વિ-ધ્રુવીનું દળ અને

જડત્વની ચાકમાત્રા સમાન છે.

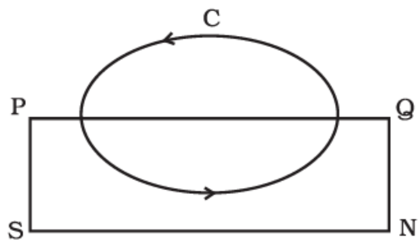
5.19 $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{I}{mB}}$ $I' = \frac{1}{2} \times \frac{1}{4} I$ અને $m' = \dfrac{m}{2}$. $T' = \frac{1}{2} T$

5.20 ગજિયા ચુંબકમાંથી પસાર થતી **B**ની રેખા વિચારો. તે બંધ ગાળો રચતી હોવી જ જોઈએ. ધારો કે C એમ્પિરિયન લૂપ છે.

$$\int_Q^P \mathbf{H}\cdot dl = \int_Q^P \frac{\mathbf{B}}{\mu_0}\cdot dl > 0$$

$$\oint_{PQP} \mathbf{H}.d\mathbf{l} = 0$$

$$\int_{p}^{Q} \mathbf{H}\cdot d\boldsymbol{l} < 0$$



P → Q ગજિયા ચુંબકની અંદર છે.

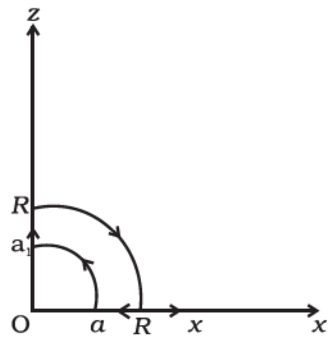
તેથી **H** એ $d\boldsymbol{l}$ સાથે ગુરુકોણ બનાવશે.

5.21 (i) z-અક્ષની દિશામાં

$$\mathbf{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{2\boldsymbol{m}}{r^3}$$

$$\int_a^R \mathbf{B}\cdot d\boldsymbol{l} = \frac{\mu_0}{4\pi}2m\int_a^R \frac{dz}{z^3} = \frac{\mu_0 m}{2\pi}\left(-\frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{R^2}-\frac{1}{a^2}\right)$$

(ii) R ત્રિજ્યાના વર્તુળના ચોથા ભાગની દિશામાં



$$B_{\theta} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{-\boldsymbol{m}\cdot\hat{\theta}}{R^3} = \frac{-\mu_0}{4\pi}\frac{m}{R^3}(-sin\,\theta)$$

$$\mathbf{B}\cdot d\boldsymbol{l} = \frac{\mu_0 m}{4\pi R^2}sin\theta\, d\theta$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \vec{\mathbf{B}}\cdot\vec{dl} = \frac{\mu_0 m}{4\pi R^2}$$

(iii) x-axis ની દિશામાં

$$\mathbf{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\left(\frac{-m}{x^3}\right)$$

$$\int \mathbf{B}.d\mathbf{l} = 0$$

(iv) a ત્રિજ્યાના વર્તુળના ચોથા ભાગની દિશામાં

$$\mathbf{B}\cdot d\boldsymbol{l} = \frac{-\mu_0 m}{4\pi a^2}sin\theta\, d\theta,\quad \int \mathbf{B}\cdot d\boldsymbol{l} = -\frac{-\mu_0 m}{4\pi a^2}\int_0^{\frac{\pi}{2}} sin\,\theta\, d\theta = \frac{-\mu_0 m}{4\pi a^2}$$

સરવાળો કરતાં $\oint_C \mathbf{B}.d\mathbf{l} = 0$

5.22 χ પરિમાણરહિત છે.

χ એ H ની હાજરીમાં પ્રેરિત થતી ચુંબકીય ચાકમાત્રા ઉપર આધાર રાખે છે. H એ e વિદ્યુતભાર ધરાવતા પરમાણ્વીય ઇલેક્ટ્રૉનોને સંયોજિત કરે છે.

m ઉપર તેની અસર પ્રવાહ I દ્વારા થાય છે, જેમાં e નું બીજું પરિબળ સામેલ હોય છે. સંયોજન "$\mu_0 e^2$" એ 'વિદ્યુતભાર' Q ના પરિમાણ પર આધારિત નથી.

$$\chi = \mu_0 e^2 m^{\alpha} v^{\beta} R^{\gamma}$$

$$\mu_0 c^2 = \frac{1}{c^2}\frac{e^2}{\varepsilon_0} \sim \frac{1}{c^2}\frac{e^2}{\varepsilon_0 R}.R \sim \frac{\text{ઊર્જા-વિસ્તાર}}{c^2}$$

$$[\chi] = M^0L^0T^0Q^0 = \frac{ML^3T^{-2}}{L^2T^{-2}}M^{\alpha}\left(\frac{L}{T}\right)^{\beta}L^{\gamma}Q^0$$

$$\alpha = -1, \beta = 0, \gamma = -1$$

$$\chi = \frac{\mu_0 e^2}{mR} \sim \frac{10^{-6} \times 10^{-38}}{10^{-30} \times 10^{-10}} \sim 10^{-4}$$

5.23 (i) $|\mathbf{B}| = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{m}{R^3}(4cos^2\theta + sin^2\theta)^{1/2}$

$$\frac{|\mathbf{B}|^2}{\left(\frac{\mu_0}{4\pi R^3}\right)^2 m^2} = 3cos^2\theta + 1, \quad \theta = \frac{\pi}{2} \text{ પાસે ન્યૂનતમ.}$$

$|\mathbf{B}|$ ચુંબકીય વિષુવવૃત્ત પર ન્યૂનતમ છે.

(ii) નતીકોણ (dip angle) $\tan = \frac{B_V}{B_H} = 2cot$

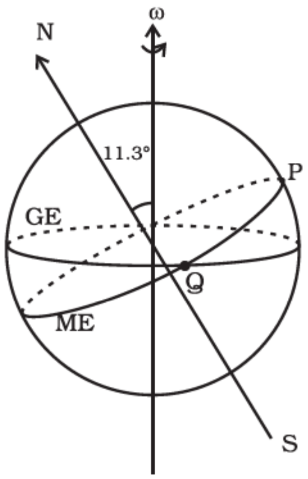
$\theta = \frac{\pi}{2}$ પાસે નતીકોણ શૂન્ય બને છે. ચુંબકીય વિષુવવૃત્ત ફરીથી ચોક્કસ સ્થાને છે.

(iii) જ્યારે $\left|\frac{B_V}{B_H}\right| = 1$ ત્યારે નતીકોણ (dip angle) ± 45°.

$2\, cot\,\theta = 1$

$\theta = tan^{-1}2$ ચોક્કસ સ્થાન છે.

5.24 સંલગ્ન આકૃતિનો સંદર્ભ લો.



1. P બિંદુ S સમતલમાં છે.

(સોય ઉત્તર તરફ નિર્દેશ કરશે.)

દિક્પાતકોણ (declination) = 0

P એ ચુંબકીય વિષુવવૃત્ત પર પણ છે.

∴ નતીકોણ (dip angle) = 0

2. Q એ ચુંબકીય વિષુવવૃત્ત પર છે.

∴ નીતકોણ (dip angle) = 0

પરંતુ દિક્પાતકોણ = 11.3°

5.25 $n_1 = \frac{L}{2\pi R}$ $\qquad n_2 = \frac{L}{4a}$

$m_1 = n_1 I A_1$ $\qquad m_2 = n_2 I A_2$

$= \frac{L}{2\pi R} I\pi R$ $\qquad = \frac{L}{4a} Ia^2 = \frac{L}{4} Ia$

$I_1 = \frac{MR^2}{2}$ (વ્યાસમાંથી પસાર થતી કોઈ અક્ષને અનુલક્ષીને જડત્વની ચાકમાત્રા)

$$I_2 = \frac{Ma^2}{12}$$

$$\omega_1^2 = \frac{m_1 B}{I_1} \qquad \omega_2^2 = \frac{m_2 B}{I_2}$$

$$\frac{m_1}{I_1} = \frac{m_2}{I_2}$$

$$\frac{LR}{2\pi} \times \frac{I}{\frac{MR^2}{2}} = \frac{\frac{L}{4} Ia}{\frac{Ma^2}{12}} \Rightarrow a = \frac{3\pi}{4} R$$

પ્રકરણ 6

6.1 (c)

6.2 (b)

6.3 (a)

6.4 (d)

6.5 (a)

6.6 (b)

6.7 (a), (b), (d)

6.8 (a), (b), (c)

6.9 (a), (d)

6.10 (b), (c)

6.11 તારનો કોઈ પણ ભાગ ગતિમાં ન હોવાથી ગતિકીય emf શૂન્ય છે. ચુંબક સ્થિર હોવાથી ચુંબકીયક્ષેત્રમાં સમય સાથે ફેરફાર થતો નથી. એનો અર્થ એ થાય કે કોઈ જ વિદ્યુત ચુંબકીય બળ ઉદ્‌ભવતું નથી, તેથી પરિપથમાં પ્રવાહ પસાર થતો નથી.

6.12 પ્રવાહ વધશે. તારને એકબીજાથી દૂર ખેંચવામાં આવે છે ત્યારે તેમની વચ્ચે થતી જગ્યામાં ફ્લક્સ લીકેજ (ઘટાડો) થાય છે. લેન્ઝના નિયમ મુજબ પ્રેરિત વિદ્યુતચાલક બળ આ ઘટાડાનો વિરોધ કરે છે. જે પૂર્તતા વિદ્યુતપ્રવાહના વધારાથી થાય છે.

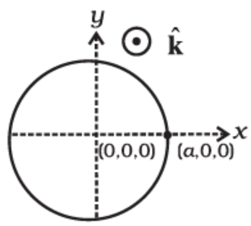
6.13 પ્રવાહ ઘટી જશે. જ્યારે સોલેનોઇડમાં લોખંડનો ગર્ભ (core) જેવો દાખલ કરવામાં આવે છે કે, ચુંબકીયક્ષેત્રમાં વધારો થાય છે અને ફ્લક્સમાં વધારો થાય છે. લેન્ઝના નિયમ મુજબ પ્રેરિત વિદ્યુતચાલક બળ આ વધારાનો વિરોધ કરે છે જેની પૂર્તતા વિદ્યુત-પ્રવાહ ઘટાડા દ્વારા થાય છે.

6.14 પ્રારંભમાં ધાતુની રિંગમાંથી કોઈ જ ફ્લક્સ પસાર થતું નથી. જ્યારે રિંગમાંથી પ્રવાહ પસાર કરવામાં આવે છે ત્યારે તેમાંથી ફ્લક્સ પસાર થાય છે. લેન્ઝના નિયમ અનુસાર આ વધારાનો વિરોધ થાય છે જે ત્યારે જ શક્ય બને કે જ્યારે રિંગ સોલેનોઇડથી દૂર જાય. આકૃતિ 6.5માં દર્શાવેલ વિગતો પરથી આ ઘટનાનું વિશ્લેષણ કરી શકાય છે. જો સોલેનોઇડમાં પ્રવાહ આકૃતિમાં દર્શાવ્યા મુજબનો હોય, તો ફ્લક્સ (નીચે તરફની દિશામાં)માં વધારો થાય છે અને તેને કારણે રિંગમાં વિષમ ઘડી દિશામાં (રિંગની ઉપરથી જોતાં) પ્રવાહ હોય છે જે સોલેનોઇડમાં વહેતા પ્રવાહની વિપરીત દિશામાં છે. આ પ્રવાહો એકબીજાને અપાકર્ષે છે, તેથી રિંગ ઉપર તરફ ઊંચકાય છે.

6.15 જ્યારે સોલેનોઇડમાંથી પસાર થતા પ્રવાહમાં ઘટાડો થાય છે ત્યારે રિંગમાંથી વહેતા પ્રવાહની દિશા સોલેનોઇડના પ્રવાહની દિશામાં જ હોય છે. પરિણામે અહીં અધોદિશામાં બળ લાગતું હશે. આનો અર્થ રિંગ કાર્ડબૉર્ડ ઉપર જ રહેશે. કાર્ડબૉર્ડનું રિંગ પરની ઉપર તરફની પ્રક્રિયા વધી જશે.

6.16 ચુંબક માટે ધાતુની પાઇપમાં ઍડી પ્રવાહો ઉત્પન્ન થાય છે. આ પ્રવાહો ચુંબકની ગતિનો વિરોધ કરશે. તેથી ચુંબકનો અધોદિશાનો પ્રવેગ ગુરુત્વપ્રવેગ કરતાં ઓછો હોય છે. બીજી તરફ બિનચુંબકીય લોખંડનો સળિયો ઍડી પ્રવાહ ઉત્પન્ન કરતો નથી. તેથી તે ગુરુત્વીય પ્રવેગની અસર હેઠળ પતન પામે છે. આમ, ચુંબક નીચે આવવા માટે વધુ સમય લેશે.

6.17 રિંગમાંથી પસાર થતું ફ્લક્સ



$$\phi = B_0(\pi a^2)\cos\omega t$$

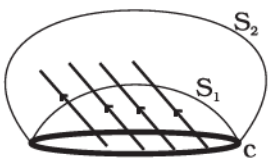
$$\varepsilon = B(\pi a^2)\,\omega \sin\omega t$$

$$I = B(\pi a^2)\,\omega \sin\omega t\, / \,R$$

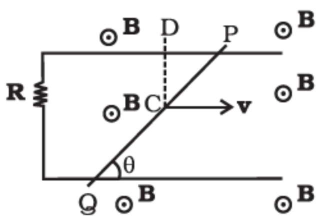
પ્રવાહ $t = \dfrac{\pi}{2\omega};\ I = \dfrac{B(\pi a^2)\omega}{R}$ $\hat{\mathbf{j}}$ દિશામાં

$t = \dfrac{\pi}{\omega};\ I = 0$

$t = \dfrac{3}{2}\dfrac{\pi}{\omega};\ I = \dfrac{B(\pi a^2)\omega}{R},\ -\hat{\mathbf{j}}$ દિશામાં



6.18 બંને પૃષ્ઠો માટે ફ્લક્સનો જવાબ સમાન મળશે. કોઈ પણ પૃષ્ઠમાંથી પસાર થતી ચુંબકીયક્ષેત્ર રેખાઓની સંખ્યા એટલે ફ્લક્સ. (ક્ષેત્રફળ $\Delta A \perp \mathbf{B}$ માં $dN = B\Delta A$ ક્ષેત્રરેખા દોરી શકાય છે.) ચુંબકીયક્ષેત્ર **B** ની ક્ષેત્રરેખાનો અંત અથવા અવકાશમાંથી તેની શરૂઆત થતી નથી (તેઓ બંધગાળા રચે છે). પૃષ્ઠ S_1 માંથી પસાર થતી ક્ષેત્રરેખાની સંખ્યા જેટલી જ સંખ્યાની ક્ષેત્રરેખાઓ પૃષ્ઠ S_2 માંથી પસાર થાય છે.



6.19 ગતિકીય વિદ્યુતક્ષેત્ર રેખાંકન કરેલ CD લાઇન પર (υ અને **B** બંનેને લંબ અને $\upsilon \times \mathbf{B}$ ની દિશામાં) $= \upsilon B$

PQ પર લાગતું E.M.F.

$= $ (PQ ની લંબાઈ) × (PQ પરનું વિદ્યુતક્ષેત્ર)

$$= \frac{d}{\cos\theta} \times \upsilon B \cos\theta = d\upsilon B$$

તેથી $I = \frac{d\upsilon B}{R}$ જે વીજભાર q થી સ્વતંત્ર છે.

6.20 AB માં પ્રવાહના ફેરફારનો દર મહત્તમ છે, તેથી 5s < t < 10s વચ્ચે મહત્તમ back emf ઉદ્ભવશે.

જો $\left(t = 3\text{s}, \frac{dI}{dt} = 1/5\right)$ માટે u = L · 1/5 (L અચળ છે.)

5s < t < 10s માટે, $u_1 = -L\frac{3}{5} = -\frac{3}{5}L = -3e$

આમ, t = 7 s પાસે $u_1 = -3e$

10s < t < 30s માટે

$$u_2 = L\frac{2}{20} = \frac{L}{10} = \frac{1}{2}e$$

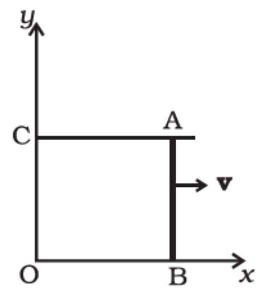
t > 30s માટે, $u_2 = 0$

6.21 અન્યોન્ય પ્રેરકત્વ $= \frac{10^{-2}}{2} = 5\text{mH}$

ફ્લક્સ $= 5 \times 10^{-3} \times 1 = 5 \times 10^{-3}$ Wb

6.22 ધારો કે, t = 0 સમયે સમાંતર તાર y = 0 અને y = d પાસે છે અને AB x = 0 પર છે. જે $v\hat{\mathbf{i}}$ વેગથી ગતિ કરે છે.

t સમયે AB તાર $x(t) = vt$ પર છે.



ગતિકીય e.m.f. $= (B_0 \sin \omega t) vd(-\hat{j})$

OBAC માં થતાં ક્ષેત્રના ફેરફારને કારણે,

e.m.f. $= -B_0 \omega \cos \omega t \, x(t) d$

કુલ e.m.f. $= -B_0 d[\omega x \cos(\omega t) + v \sin(\omega t)]$

OBAC માં વીજપ્રવાહ (સમઘડી દિશામાં) $= \frac{B_0 d}{R}(\omega x \cos \omega t + v \sin \omega t)$

$\hat{\mathbf{i}}$ દિશામાં જરૂરી બળ $= \frac{B_0 d}{R}(\omega x \cos \omega t + v \sin \omega t) \times d \times B_0 \sin \omega t$

$$= \frac{B_0^2 d^2}{R}(\omega x \cos \omega t + v \sin \omega t) \sin \omega t.$$

6.23 (i) ધારો કે t સમયે તારની સ્થિતિ $x = x(t)$ છે.

∴ ફ્લક્સ = B(t) l x(t)

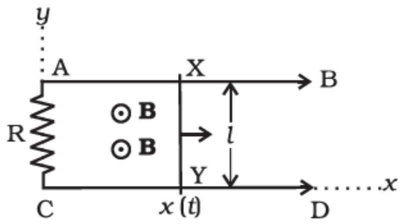
$$\therefore \quad E = -\frac{d\phi}{dt} = -\frac{dB(t)}{dt} lx(t) - B(t)l \cdot v(t)$$

(બીજું પદ ગતિકીય વિદ્યુતચાલક બળને કારણે છે.)

$$I = \frac{1}{R}E$$

$$\text{બળ} = \frac{lB(t)}{R}\left[-\frac{dB}{dt}l\,x(t) - B(t)lv(t)\right]\hat{\mathbf{i}}$$

$$m\frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{l^2B}{R}\frac{dB}{dt}x(t) - \frac{l^2B^2}{R}\frac{dx}{dt}$$



(ii) $\frac{dB}{dt} = 0, \quad \frac{d^2x}{dt^2} + \frac{l^2B^2}{mR}\frac{dx}{dt} = 0$

$$\frac{dv}{dt} + \frac{l^2B^2}{mR}v = 0$$

$$v = A\exp\left(\frac{-l^2B^2t}{mR}\right)$$

$t = 0$ માટે $v = u$

$v(t) = u \exp(-l^2B^2 t/mR)$

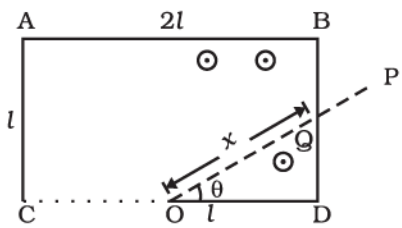
(iii) $I^2R = \frac{B^2l^2v^2(t)}{R^2} \times R = \frac{B^2l^2}{R}u^2\exp(-2l^2B^2t/mR)$

$$\text{પાવરવ્યય} = \int_0^t I^2R\,dt = \frac{B^2l^2}{R}u^2\frac{mR}{2l^2B^2}\left[1 - e^{-(l^2B^2t/mR)}\right]$$

$$= \frac{m}{2}u^2 - \frac{m}{2}v^2(t)$$

= ગતિઊર્જામાં થતો ઘટાડો

6.24 સમય $t = 0$ અને $t = \frac{\pi}{4\omega}$ ની વચ્ચે સળિયો OP, ભૂજા BD સાથે સંપર્કમાં આવે છે, ત્યારે t સમયે $0 < t < \frac{\pi}{4\omega}$.

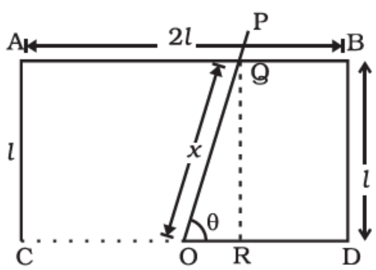


ધારો કે સંપર્ક લંબાઈ OQ x જેટલી છે.

ક્ષેત્રફળ ODQ માંથી પસાર થતું ફ્લક્સ

$$\phi = B\frac{1}{2}QD \times OD = B\frac{1}{2}l\tan\theta \times l$$

$$= \frac{1}{2}Bl^2\tan\theta \quad \text{જ્યાં, } \theta = \omega t$$



આ રીતે ઉદ્ભવતા emf નું મૂલ્ય

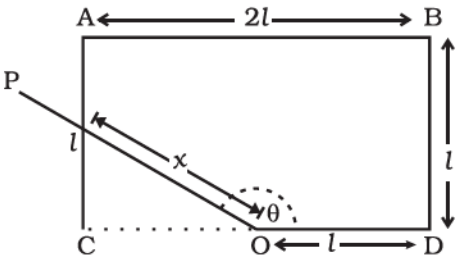
$$\varepsilon = \frac{d\phi}{dt} = \frac{1}{2}Bl^2\omega\sec^2\omega t$$

રચાતો પ્રવાહ $I = \frac{\varepsilon}{R}$ જ્યાં, R સંપર્કમાં રહેલા સળિયાનો અવરોધ છે.

$$R = \lambda x = \frac{\lambda l}{\cos \omega t}$$

$$\therefore \quad I = \frac{1}{2}\frac{Bl^2\omega}{\lambda l}\sec^2\omega t \cos \omega t = \frac{Bl\omega}{2\lambda \cos \omega t}$$

સમયગાળા $\frac{\pi}{4\omega} < t < \frac{3\pi}{\omega}$ માં સળિયો, ભૂજા AB ના સંપર્કમાં છે. સંપર્ક સળિયા (OQ)ની લંબાઈ x હોય, તો OQBD માંથી પસાર થતું ફ્લક્સ



$$\phi = \left(l^2 + \frac{1}{2}\frac{l^2}{\tan \theta}\right)B \quad \text{જ્યાં, } \theta = \omega t$$

આમ, emf નું મૂલ્ય $\varepsilon = \frac{d\phi}{dt} = \frac{1}{2}Bl^2\omega\frac{\sec^2\omega t}{\tan^2\omega t}$

પસાર થતો પ્રવાહ $I = \frac{\varepsilon}{R} = \frac{\varepsilon}{\lambda x} = \frac{\varepsilon \sin \omega t}{\lambda l} = \frac{1}{2}\frac{Bl\omega}{\lambda \sin \omega t}$

સમયગાળો $\frac{3\pi}{\omega} < t < \frac{\pi}{\omega}$ માં સળિયો OC ભૂજાને સ્પર્શે છે તથા OQABD માંથી પસાર થતું ફ્લક્સ

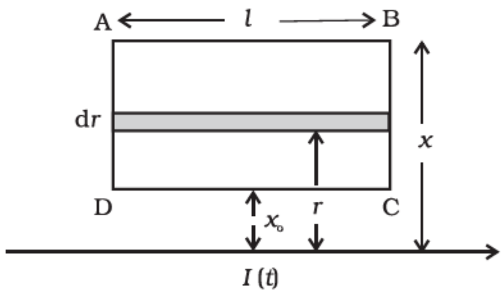
$$\phi = \left(2l^2 - \frac{l^2}{2\tan \omega t}\right)B$$

માટે emf નું મૂલ્ય,

$$\varepsilon = \frac{d\phi}{dt} = \frac{B\omega l^2 \sec^2\omega t}{2\tan^2\omega t}$$

$$I = \frac{\varepsilon}{R} = \frac{\varepsilon}{\lambda x} = \frac{1}{2}\frac{Bl\omega}{\lambda \sin \omega t}$$

6.25 તારથી r જેટલા અંતરે



$$B(r) = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

(પેપરનાં પૃષ્ઠમાંથી બહાર તરફ)

લૂપ સાથે સંકળાયેલ કુલ ફ્લક્સ

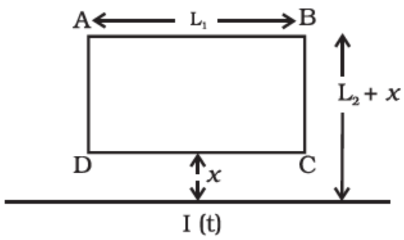
$$\text{ફ્લક્સ} = \frac{\mu_0 I}{2\pi} l \int_{x_o}^{x} \frac{dr}{r} = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \ln \frac{x}{x_0}$$

$$\frac{1}{R}\frac{dI}{dt} = \frac{\varepsilon}{R} = I = \frac{\mu_0 l}{2\pi}\frac{\lambda}{R} \ln \frac{x}{x_0}$$

6.26 જો લૂપમાંથી પસાર થતો પ્રવાહ I (t) હોય, તો

$$I(t) = \frac{1}{R}\frac{d\phi}{dt}$$

t સમયમાં પસાર થતો વીજભાર Q હોય, તો



$$I(t) = \frac{dQ}{dt} \text{ અથવા } \frac{dQ}{dt} = \frac{1}{R}\frac{d\phi}{dt}$$

સંકલન કરતાં, $Q(t_1) - Q(t_2) = \frac{1}{R}\left[\phi(t_1) - \phi(t_2)\right]$

$$\phi(t_1) = L_1 \frac{\mu_0}{2\pi} \int_x^{L_2+x} \frac{dx'}{x'} I(t_1)$$

$$= \frac{\mu_0 L_1}{2\pi} I(t_1)\, ln \frac{L_2 + x}{x}$$

વીજભારનું મૂલ્ય, $Q = \frac{\mu_0 L_1}{2\pi} ln \frac{L_2 + x}{x}\left[I_0 - 0\right]$

$$= \frac{\mu_0 L_1 I_1}{2\pi} ln\left(\frac{L_2 + x}{x}\right)$$

6.27 $2\pi b E = E.M.F. = \frac{B \cdot \pi a^2}{\Delta t}$ જ્યાં, E રિંગની બધી જ તરફ ઉદ્‌ભવેલ વિદ્યુતક્ષેત્ર છે.

ટૉર્ક $= b \times$ બળ $= QEb = Q\left[\frac{B\pi a^2}{2\pi b \Delta t}\right]b$

$$= Q\frac{Ba^2}{2\Delta t}$$

કોણીય વેગમાનમાં થતો ફેરફાર ΔL હોય, તો

$\Delta L =$ ટૉર્ક $\times \Delta t = Q\frac{Ba^2}{2}$

પ્રારંભિક કોણીય વેગમાન $= 0$

અંતિમ કોણીય વેગમાન $= mb^2\omega = \frac{QBa^2}{2}$

$$\omega = \frac{QBa^2}{2mb^2}$$

6.28 $m\dfrac{d^2x}{dt^2} = mg\sin\theta - \dfrac{B\cos\theta d}{R}\left(\dfrac{dx}{dt}\right) \times (Bd)\cos\theta$

$$\frac{dv}{dt} = g\sin\theta - \frac{B^2d^2}{mR}(\cos\theta)^2 v$$

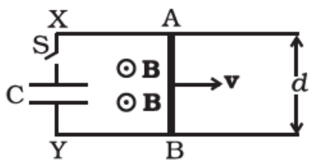
$$\frac{dv}{dt} + \frac{B^2d^2}{mR}(\cos\theta)^2 v = g\sin\theta$$

$$v = \frac{g\sin\theta}{\left(\dfrac{B^2d^2\cos^2\theta}{mR}\right)} + A\exp\left(-\frac{B^2d^2}{mR}(\cos^2\theta)\,t\right)$$

(જ્યાં, A પ્રારંભિક સ્થિતિઓ પરથી મેળવેલ અચળાંક છે.)

$$= \frac{mgR\sin\theta}{B^2d^2\cos^2\theta}\left(1-\exp\left(-\frac{B^2d^2}{mR}(\cos^2\theta)\,t\right)\right)$$

6.29 જો કેપેસિટર પરનો વીજભાર $Q(t)$ હોય, તો
(નોંધો પ્રવાહ A થી B તરફ છે.)



$$I = \frac{vBd}{R} - \frac{Q}{RC}$$

$$\Rightarrow \frac{Q}{RC} + \frac{dQ}{dt} = \frac{vBd}{R}$$

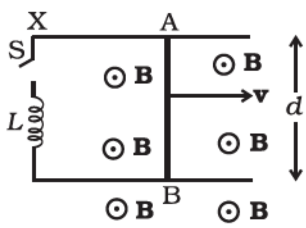
$$\therefore\ Q = vBdC + Ae^{-t/RC}$$

$$\Rightarrow Q = vBdC\left[1-e^{-t/RC}\right]$$

(સમય $t = 0$ માટે, $Q = 0 = A = -vBdc$)

વિકલન કરતાં, $I = \dfrac{vBd}{R}e^{-t/RC}$ મળે.

6.30 $-L\dfrac{dI}{dt} + vBd = IR$



$$L\frac{dI}{dt} + IR = vBd$$

$$I = \frac{vBd}{R} + Ae^{-Rt/2}$$

$t = 0$ પર $I = 0 \Rightarrow A = -\dfrac{vBd}{R}$

$$I = \frac{vBd}{R}\left(1 - e^{-Rt/L}\right)$$

6.31 ફ્લક્સમાં ફેરફારનો દર $\dfrac{d\phi}{dt} = (\pi l^2)\ B_o l\ \dfrac{dz}{dt} = IR.$

$$I = \frac{\pi l^2 B_o \lambda}{R} v$$

ઊર્જાવ્યય પ્રતિસેકન્ડ $= I^2\ R = \dfrac{(\pi l^2 \lambda)^2 B_o{}^2 v^2}{R}$

આ ઊર્જાવ્યય, સ્થિતિઊર્જાના ફેરફાર PE $= mg\dfrac{dz}{dt} = mgv$ ને લીધે થાય છે.

(v અચળ હોવાને કારણે ગતિઊર્જા અચળ છે.)

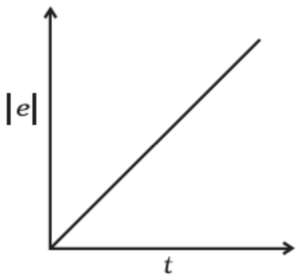
આમ, $mgv = \dfrac{(\pi l^2 \lambda B_0)^2 v^2}{R}$

અથવા $v = \dfrac{mgR}{(\pi l^2 \lambda B_o)^2}.$

6.32 સોલેનોઇડ S ને કારણે ચુંબકીયક્ષેત્ર $B = \mu_0 nI$

નાના ગૂંચળામાં ચુંબકીય ફ્લક્સ, અહીં, $\phi = NBA$ જ્યાં $A = \pi b^2$

માટે $e = \dfrac{-d\phi}{dt} = \dfrac{-d}{dt}(NBA)$



$$= -N\pi b^2 \frac{d(B)}{dt} = -N\pi b^2 \frac{d}{dt}(\mu_0 nI)$$

$$= -N\pi b^2 \mu_0 n \frac{dI}{dt}$$

$$= -Nn\pi\mu_0 b^2 \frac{d}{dt}(mt^2 + C) = -\mu_0 Nn\pi b^2\ 2mt$$

$$e = -\mu_0 Nn\pi b^2 2mt$$

પ્રેરિત emf નું મૂલ્ય, સમય સાથે આકૃતિમાં દર્શાવ્યા મુજબ બદલાય છે, જ્યારે ઋણ નિશાની પ્રેરિત emf ની વિરોધક પ્રકૃતિ સૂચવે છે.

પ્રકરણ 7

7.1 (b)

7.2 (c)

7.3 (c)

7.4 (b)

7.5 (c)

7.6 (c)

7.7 (a)

7.8 (a), (d)

7.9 (c), (d)

7.10 (a), (b), (d)

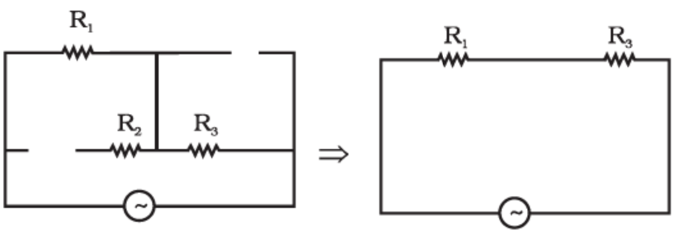
7.11 (a), (b), (c)

7.12 (c), (d)

7.13 (a), (d)

7.14 ચુંબકીય ઊર્જાએ ગતિઊર્જાને અનુરૂપ અને વિદ્યુતઊર્જાએ સ્થિતિઊર્જાને અનુરૂપ છે.

7.15 ઊંચી આવૃત્તિએ કેપેસિટર ≈ શોર્ટ સર્કિટ (રીએક્ટન્સ ઓછો) અને ઇન્ડક્ટર ≈ ઑપન સર્કિટ (રીએક્ટન્સ ઊંચો). સમતુલ્ય પરિપથ $Z \approx R_1 + R_3$ આકૃતિમાં દર્શાવ્યા મુજબ મળે.



7.16 (a) હા, જો બંને પરિપથમાં rms વૉલ્ટેજ સમાન છે, તો અનુનાદની સ્થિતિમાં LCR માં rms પ્રવાહ એટલો જ હશે. જેટલો પરિપથ R માં હશે.

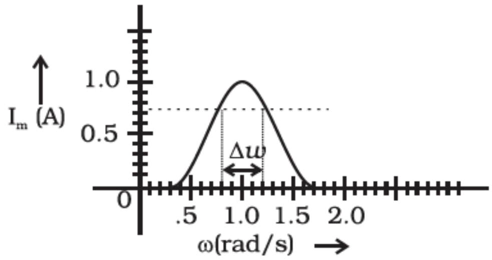
(d) ના, કારણ કે, $R \le Z$, આથી, $I_a \ge I_b$.

7.17 હા, ના.

7.18 આવૃત્તિઓને અનુરૂપ બેન્ડવિડ્થ

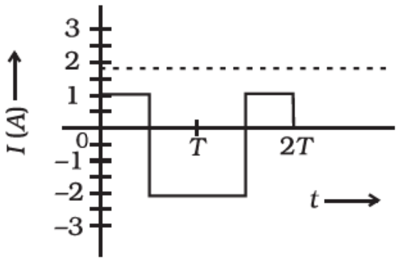
જ્યાં, $I_m = \frac{1}{\sqrt{2}} I_{max} \approx 0.7\, I_{max}$

જે આકૃતિમાં દર્શાવી છે.



$\Delta\omega = 1.2 - 0.8 = 0.4$ rad/s

7.19 $I_{rms} = 1.6A$ આકૃતિમાં ત્રૂટક રેખાથી દર્શાવેલ છે.



7.20 ઋણથી શૂન્ય અને શૂન્યથી ધન : અનુનાદ આવૃત્તિએ શૂન્ય

7.21 (a) A

(b) શૂન્ય

(c) L અથવા C અથવા LC

7.22 a.c. પ્રવાહની દિશા ઉદ્‌ગમની આવૃત્તિ સાથે બદલાય છે અને આકર્ષણ બળનું સરેરાશ શૂન્ય થશે. આથી, પ્રવાહની દિશાથી સ્વતંત્ર હોય તેવા ગુણધર્મોનાં પદોમાં a.c. ઍમ્પિયર વ્યાખ્યાયિત કરવો પડે. જૂલ ઉષ્મા આવો ગુણધર્મ ધરાવે છે અને તેથી એ.સી.નાં rms મૂલ્યો વ્યાખ્યાયિત કરવામાં તેનો ઉપયોગ કરવામાં આવે છે.

7.23 $X_L = \omega L = 2\pi\nu L$

$= 3.14\Omega$

$$Z = \sqrt{R^2 + L^2}$$

$$= \sqrt{(3.14)^2 + (1)^2} = \sqrt{10.86}$$

$$\simeq 3.3\Omega$$

$$\tan\phi = \frac{\omega L}{R} = 3.14$$

$$\phi = \tan^{-1}(3.14)$$

$$\simeq 72^\circ$$

$$\simeq \frac{72 \times \pi}{180} \text{rad}$$

સમયગાળો $\Delta t = \dfrac{\phi}{\omega} = \dfrac{72 \times \pi}{180 \times 2\pi \times 50} = \dfrac{1}{250}$ s

7.24 $P_L = 60W,\ I_L = 0.54A$

$$V_L = \frac{60}{0.54} = 110\ V$$

ટ્રાન્સફોર્મર સ્ટેપ-ડાઉન છે અને આઉટપુટ વૉલ્ટેજ ઈનપુટ વૉલ્ટેજ કરતાં અડધો છે.

તેથી, $i_p = \frac{1}{2} \times I_2 = 0.27\ A$

7.25 કેપેસિટરની પ્લેટો વચ્ચેના અંતરાલનો અવરોધ અનંત હોવાને લીધે તે પોતાનામાંથી ડી.સી. પ્રવાહનું વહન થવા દેતું નથી. જ્યારે કેપેસિટરની પ્લેટો વચ્ચે a.c. વૉલ્ટેજ આપવામાં આવે ત્યારે પ્લેટો વારાફરતી વિદ્યુતભારિત અને વિદ્યુતવિભારિત થાય છે. કેપેસિટરમાંથી પસાર થતો પ્રવાહ એ આ બદલાતા જતા વૉલ્ટેજ (અથવા વિદ્યુતભાર)નું પરિણામ છે. આથી, જો વૉલ્ટેજ વધુ દરથી બદલાશે તો કેપેસિટરમાંથી વધારે પ્રવાહ પસાર થશે. એટલે કે, જો સ્રોતની આવૃત્તિ વધુ હોય. આ સૂચવે છે કે આવૃત્તિ વધારતાં કેપેસિટરનો રીએક્ટન્સ ઘટે છે; તેનું મૂલ્ય $\frac{1}{\omega C}$ વડે દર્શાવવામાં આવે છે.

7.26 લેન્ઝના નિયમ અનુસાર ઈન્ડક્ટર back *emf* ઉત્પન્ન કરી પોતાનામાં પસાર થતા પ્રવાહનો વિરોધ કરે છે. પ્રેરિત વૉલ્ટેજની ધ્રુવીયતા (polarity) એવી રીતે હોય છે કે, પ્રવાહનું મૂળ મૂલ્ય જળવાઈ રહે. જો પ્રવાહમાં ઘટાડો થાય તો, પ્રેરિત *emf* ની ધ્રુવીયતા એવી રીતે હશે કે પ્રવાહમાં વધારો થાય અને આનાથી ઊલટું પણ શક્ય છે. પ્રેરિત *emf* એ પ્રવાહના ફેરફારમાં દરના સપ્રમાણમાં છે, આથી જો ફેરફારનો દર વધુ હશે તો તે પ્રવાહના વહન સામે મોટો રીએક્ટન્સ પૂરો પાડશે. જેમકે, જો સ્રોતની આવૃત્તિ વધુ હોય. ઈન્ડક્ટરનો રીએક્ટન્સ એ આવૃત્તિના સપ્રમાણમાં હોય છે, તેનું મૂલ્ય ωL વડે આપવામાં આવે છે.

7.27 પાવર $P = \frac{V^2}{Z} \Rightarrow \frac{50000}{2000} = 25 = Z$

$$Z^2 = R^2 + (X_C - X_L)^2 = 625$$

$$\tan\phi = \frac{X_C - X_L}{R} = -\frac{3}{4}$$

$$625 = R^2 + \left(-\frac{3}{4}R\right)^2 = \frac{25}{16}R^2$$

$$R^2 = 400 \Rightarrow R = 20\Omega$$

$$X_C - X_L = -15\Omega$$

$$I = \frac{V}{Z} = \frac{223}{25} = 9\,A$$

$$I_M = \sqrt{2} \times 9 = 12.6\,A$$

જો R, X_C અને X_L બમણા કરવામાં આવે, તો $\tan\phi$ માં કોઈ પરિવર્તન થશે નહિ.

Z બમણો થશે, પ્રવાહ અડધો થશે.

પાવર ઘટી અડધો થાય છે.

7.28 (i) Cu ના તારનો અવરોધ

$$R = \rho\frac{l}{A} = \frac{1.7\times10^{-8}\times20000}{\pi\times\left(\frac{1}{2}\right)^2\times10^{-4}} = 4\Omega$$

220 V પર I : $VI = 10^6$ W ; $I = \frac{10^6}{220} = 0.45 \times 10^4$ A

RI^2 = પાવરવ્યય

$= 4 \times (0.45)^2 \times 10^8$ W

$> 10^6$ W

આ પદ્ધતિ પાવર ટ્રાન્સમિશન માટે ઉપયોગી નથી.

(ii) $V'I' = 10^6 \text{ W} = 11{,}000\ I'$

$$I' = \frac{1}{1.1}\times 10^2$$

$$RI'^2 = \frac{1}{1.21}\times 4\times 10^4 = 3.3\times10^4 \text{ W}$$

પાવરવ્યયમાં ત્રુટિ $= \frac{3.3\times10^4}{10^6} = 3.3\ \%$

7.29 $Ri_1 = v_m \sin\omega t \quad i_1 = \frac{v_m \sin\omega t}{R}$

$$\frac{q_2}{C} + L\frac{dq_2^2}{dt^2} = v_m \sin\omega t$$

ધારો કે $q_2 = q_m \sin(\omega t + \phi)$

$$q_m\left(\frac{\not{q}_m}{C} - L\omega^2\right)\sin(\omega t + \phi) = v_m \sin\omega t$$

$$q_m = \frac{v_m}{\frac{1}{C} - L\omega^2},\ \phi = 0;\ \frac{1}{C} - \omega^2 L > 0$$

$$v_R = \frac{v_m}{L\omega^2 - \frac{1}{C}},\ \phi = \pi L\omega^2 - \frac{1}{C} > 0$$

$$i_2 = \frac{dq_2}{dt} = \omega q_m \cos(\omega t + \phi)$$

i_1 અને i_2 સમાન કળામાં નથી. આપણે ધારી લઈએ કે $\frac{1}{C} - \omega^2 L > 0$

$$i_1 + i_2 = \frac{v_m \sin \omega t}{R} + \frac{v_m}{L\omega - \frac{1}{c\omega}} \cos \omega t$$

હવે, $A \sin \omega t + B \cos \omega t = C \sin(\omega t + \phi)$

$C \cos \phi = A,\ C \sin \phi = B;\ C = \sqrt{A^2 + B^2}$

તેથી, $i_1 + i_2 = \left[\frac{v_m^{\ 2}}{R^2} + \frac{v_m^{\ 2}}{[\omega l - 1/\omega C]^2}\right]^{\frac{1}{2}} \sin(\omega t + \phi)$

$$\phi = \tan^{-1} \frac{R}{X_L - X_C}$$

$$\frac{1}{Z} = \left\{\frac{1}{R^2} + \frac{1}{(L\omega - 1/\omega C)^2}\right\}^{1/2}$$

7.30 $Li\frac{di}{dt} + Ri^2 + \frac{qi}{c} = vi;\ Li\frac{di}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}Li^2\right)$ = ઇન્ડક્ટરમાં સંગૃહીત ઊર્જાના ફેરફારનો દર

Ri^2 = જૂલ ઉષ્માવ્યય

$\frac{q}{C}i = \frac{d}{dt}\left(\frac{q^2}{2C}\right)$ = કેપેસિટરમાં સંગૃહીત ઊર્જાના ફેરફારનો દર

ચાલકબળ દ્વારા ઊર્જાના ફેરફારનો દર = vi જે (i) ઑહમિક વ્યય અને (ii) સંગૃહીત ઊર્જા વધારવામાં ખર્ચાશે.

$$\int_0^T dt \frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}i^2 + \frac{q^2}{C}\right) + \int_0^T Ri^2 dt = \int_0^T vi dt$$

$$0 + (+ve) = \int_0^T vidt$$

$\int_0^T vidt > 0$ જો કળા-તફાવત તીવ્ર અચળાંક હોય, તો

7.31 (i) $L\frac{d^2q}{dt^2} + R\frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = v_m sin\, \omega t$

હવે, $q = q_m\, sin\,(\omega t + \phi) = -q_m\, cos\,(\omega t + \phi)$

$i = i_m sin\,(\omega t + \phi) = q_m \omega\, sin\,(wt + \phi)$

$$i_m = \frac{v_m}{Z} = \frac{v_m}{\sqrt{R^2 + (X_C - X_L)^2}};\ \phi = tan^{-1}\left(\frac{X_C - X_L}{R}\right)$$

(ii) $$U_L = \frac{1}{2}Li^2 = \frac{1}{2}L\left[\frac{v_m}{\sqrt{R^2 + X_C - X_L)^2{}_0}}\right]^2 sin^2(\omega t_0 + \phi)$$

$$U_C = \frac{1}{2}\frac{q^2}{C} = \frac{1}{2C}\left[\frac{v_m}{\sqrt{R^2 + (X_C - X_L)^2}}\right]^2 \frac{1}{\omega^2} cos^2(\omega t_0 + \phi)$$

(iii) સ્વતંત્ર છોડતાં, તે એક LC દોલક છે. કેપેસિટર ડિસ્ચાર્જ થતું જશે અને બધી ઊર્જા L ને મળે અને આ પ્રક્રિયા ઊલટાશે તથા તેનું પુનરાવર્તન થતું રહેશે.

પ્રકરણ 8

8.1 (c)

8.2 (b)

8.3 (b)

8.4 (d)

8.5 (d)

8.6 (c)

8.7 (c)

8.8 (a), (d)

8.9 (a), (b), (c)

8.10 (b), (d)

8.11 (a), (c), (d)

8.12 (b), (d)

8.13 (a), (c), (d)

8.14 વિદ્યુતચુંબકીય તરંગો તલ ધ્રુવીભૂત હોય છે. આથી રીસિવિંગ એન્ટેના તરંગના વિદ્યુતીય/ ચુંબકીય ભાગને સમાંતર હોવું જોઈએ.

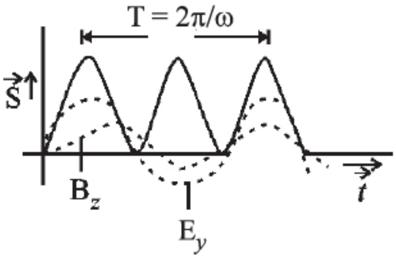
8.15 માઈક્રોવેવની આવૃત્તિ પાણીના અણુઓની અનુનાદિય આવૃત્તિ સાથે સુસંગત હોય છે.

8.16 $i_C = i_D = \dfrac{dq}{dt} = -2\pi q_0 \nu \sin 2\pi\nu t$

8.17 આવૃત્તિ ઘટાડવાથી રીએક્ટન્સ $X_c = \dfrac{1}{\omega C}$ વધે છે જે વહન પ્રવાહને ઘટાડા માટે પ્રેરે છે. આ કિસ્સામાં $i_D = i_C$; આથી સ્થળાંતર પ્રવાહ ઘટે છે.

8.18 $I_{av} = \dfrac{1}{2} c \dfrac{B_0^2}{\mu_0} = \dfrac{1}{2} \times \dfrac{3\times 10^8 \times (12\times 10^{-8})^2}{1.26\times 10^{-6}} = 1.71\ W/m^2$

8.19

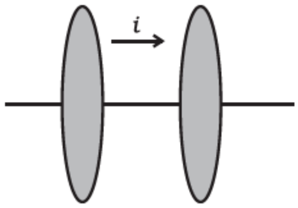


8.20 વિદ્યુતચુંબકીય (EM) તરંગો વિકિરણ દબાણ ઉત્પન્ન કરે છે. ધૂમકેતુની પૂંછડીઓ સૌર કિરણોત્સર્ગ (Solar radiation)ને કારણે છે.

8.21 $B = \dfrac{\mu_0 2 I_D}{4\pi r} = \dfrac{\mu_0 1}{4\pi r} = \dfrac{\mu_0}{2\pi r}\varepsilon_0 \dfrac{d\phi_E}{dt}$

$= \dfrac{\mu_0 \varepsilon_0}{2\pi r}\dfrac{d}{dt}(E\pi r^2)$

$= \dfrac{\mu_0 \varepsilon_0 r}{2}\dfrac{dE}{dt}$



8.22 (a) $\lambda_1 \rightarrow$ માઈક્રોવેવ (સૂક્ષ્મ તરંગો), $\lambda_2 \rightarrow$ UV (અલ્ટ્રાવાયોલેટ)(પારજાંબલી)

$\lambda_3 \rightarrow$ ક્ષ-કિરણો (X-rays), $\lambda_4 \rightarrow$ પારરક્ત (ઈન્ફ્રારેડ)

(b) $\lambda_3 < \lambda_2 < \lambda_4 < \lambda_1$

(c) માઈક્રોવેવ – રડાર

UV – આંખની LASIK સર્જરી

ક્ષ-કિરણો – હાડકાંમાં ભાંગતૂટની ઓળખ (હાડકાંની ઝીણવટપૂર્વક તપાસ) (bone scanning)

પારરક્ત – ઑપ્ટિકલ સંદેશાવ્યવહાર

8.23 જેવી રીતે, $\mathbf{S} = c^2\varepsilon_0(\mathbf{E}\times\mathbf{B})$ તેવી રીતે,

$$S_{av} = c^2\varepsilon_0\left|\mathbf{E}_0\times\mathbf{B}_0\right|\frac{1}{T}\int_0^T \cos^2(kx-\omega t)dt$$

$$= c^2\varepsilon_0 E_0 B_0 \frac{1}{\cancel{T}}\times\frac{\cancel{T}}{2}$$

$$= c^2\varepsilon_0 \mathrm{E}_0\left(\frac{\mathrm{E}_0}{c}\right)\times\frac{1}{2}\quad\left(\text{કારણ કે}\quad c=\frac{\mathrm{E}_0}{\mathrm{B}_0}\right)$$

$$= \frac{1}{2}\varepsilon_0\mathrm{E}_0^2 c$$

$$= \frac{\mathrm{E}_0^2}{2\mu_0 c}\quad\text{કારણ કે}\quad\left(c=\frac{1}{\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}}\right)$$

8.24 $i_\mathrm{D} = \mathrm{C}\dfrac{d\mathrm{V}}{dt}$

$$1\times10^{-3} = 2\times10^{-6}\frac{d\mathrm{V}}{dt}$$

$$\therefore\quad \frac{d\mathrm{V}}{dt} = \frac{1}{2}\times10^3 = 5\times10^2\ \mathrm{V}/s$$

આથી, 5×10^2 V/s નો બદલાતો સ્થિતિમાનનો તફાવત લાગુ પાડીને ઇચ્છિત મૂલ્યનો સ્થાનાંતરિત પ્રવાહ પેદા કરી શકાય છે.

8.25 દબાણ

$$\mathrm{P} = \frac{\text{બળ}}{\text{ક્ષેત્રફળ}} = \frac{F}{A} = \frac{1}{A}\frac{\Delta p}{\Delta t}\quad\left(\mathrm{F}=\frac{\Delta p}{\Delta t} = \text{વેગમાનના ફેરફારનો દર}\right)$$

$$= \frac{1}{\mathrm{A}}\cdot\frac{\mathrm{U}}{\Delta t\, c}\quad(\Delta p\mathrm{C} = \Delta\mathrm{U} = \text{તરંગ દ્વારા } \Delta t \text{ સમયમાં આપેલ ઊર્જા})$$

$$= \frac{\mathrm{I}}{\mathrm{C}}\quad\left(\text{તીવ્રતા}\quad \mathrm{I}=\frac{\mathrm{U}}{\mathrm{A}\Delta t}\right)$$

8.26 તીવ્રતા ઘટીને ચોથા ભાગની થશે. આમ થવાનું કારણ, જેમ પ્રકાશનું કિરણજૂથ $4\pi r^2$ ક્ષેત્રફળના ગોળીય વિસ્તારમાં પ્રસરણ પામશે તેમ ફેલાશે, પરંતુ લેસર ફેલાતું નથી અને તેથી તેની તીવ્રતા અચળ જળવાઈ રહે છે.

8.27 EM તરંગો (વિદ્યુતચુંબકીય તરંગો)માં વિદ્યુતક્ષેત્ર દોલિત થતું ક્ષેત્ર છે અને તેથી તેના કારણે વિદ્યુતભારિત કણ પર લાગતું વિદ્યુતીય બળ પણ દોલિત થશે. પૂર્ણાંક સંખ્યાના ચક્ર પર આ વિદ્યુતીય બળનું સરેરાશ મૂલ્ય શૂન્ય થાય છે. કેમકે દરેક અર્ધચક્ર દરમિયાન તેની દિશા ઊલટાય છે. આથી, વિદ્યુતક્ષેત્ર એ વિકિરણ દબાણ માટે જવાબદાર નથી.

8.28 $$\mathbf{E} = \frac{\lambda \hat{\mathbf{e}}_s}{2\pi\varepsilon_o a}\hat{\mathbf{j}}$$

$$\mathbf{B} = \frac{\mu_o i}{2\pi a}\hat{\mathbf{i}}$$

$$= \frac{\mu_o \lambda \upsilon}{2\pi a}\hat{i}$$

$$\mathbf{S} = \frac{1}{\mu_o}(\mathbf{E}\times\mathbf{B}) = \frac{1}{\mu_o}\left(\frac{\lambda \hat{\mathbf{j}}_s}{2\pi\varepsilon_o a}\hat{\mathbf{j}} \times \frac{\mu_o \lambda \upsilon}{2\pi a}\hat{\mathbf{i}}\right)$$

$$= \frac{-\lambda^2 \upsilon}{4\pi^2\varepsilon_0 a^2}\hat{\mathbf{k}}$$

8.29 પ્લેટો વચ્ચેનું અંતર d લો. આથી વિદ્યુતક્ષેત્ર $E = \frac{V_0}{d}\sin(2\pi\nu t)$. ઓહ્‌મના નિયમ પરથી, વહન પ્રવાહઘનતા આપી શકાય.

$$\Rightarrow J^c = \frac{1}{\rho}\frac{V_o}{d}\sin(2\pi\nu t) = \frac{V_0}{\rho d}\sin(2\pi\nu t)$$

$$= J_0^c \sin 2\pi\nu t$$

જ્યાં, $J_0^c = \frac{V_0}{\rho d}$.

સ્થળાંતર પ્રવાહઘનતા નીચે મુજબ આપી શકાય :

$$J^d = \varepsilon\frac{\partial E}{dt} = \varepsilon\frac{\partial}{dt}\left\{\frac{V_o}{d}\sin(2\pi\nu t)\right\}$$

$$= \frac{\varepsilon 2\pi\nu V_o}{d}\cos(2\pi\nu t)$$

$$= J_0^d \cos(2\pi\nu t), \text{ જ્યાં, } J_0^d = \frac{2\pi\nu\varepsilon V_0}{d}$$

$$\frac{J_o^d}{J_o^c} = \frac{2\pi\nu\varepsilon V_o}{d} \cdot \frac{\rho d}{V_o}$$

$$= 2\pi\nu\varepsilon\rho = 2\pi \times 80\,\varepsilon_0 \nu \times 0.25 = 4\pi\varepsilon_0 \nu \times 10$$

$$= \frac{10\,\nu}{9\times 10^9} = \frac{4}{9}$$

8.30 (i) સ્થાનાંતર પ્રવાહઘનતા નીચેના સંબંધ પરથી શોધી શકાય :

$$\mathbf{J}_D = \varepsilon_0 \frac{d\mathbf{E}}{dt}$$

$$= \varepsilon_0\,\mu_0\,I_0\,\frac{\partial}{\partial t} cos(2\pi\nu t).\ \ln\left(\frac{s}{a}\right)\hat{\mathbf{k}}$$

$$= \frac{1}{c^2} I_0 2\pi\nu^2 \left(-sin(2\pi\nu t)\right)\ln\left(\frac{s}{a}\right)\hat{\mathbf{k}}$$

$$= \left(\frac{\nu}{c}\right)^2 2\pi I_0 sin(2\pi\nu t)\ln\left(\frac{a}{s}\right)\hat{\mathbf{k}}$$

$$= \frac{2\pi}{\lambda^2} I_0 \ln\left(\frac{a}{s}\right) sin(2\pi\nu t)\hat{\mathbf{k}}$$

(ii) $I^d = \int J_D s ds d\theta$

$$= \frac{2\pi}{\lambda^2} I_0 2\pi \int_{s-0}^{a} \ln\left(\frac{a}{s}\right).sds\sin(2\pi\nu t)$$

$$= \left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)^2 I_0 \int_{s=0}^{a} \frac{1}{2} ds^2\, l\,n\left(\frac{a}{s}\right).\sin(2\pi\nu t)$$

$$= \frac{a^2}{4}\left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)^2 I_0 \int_{s-0}^{a} d\left(\frac{s}{a}\right)^2 ln\left(\frac{a}{s}\right)^2 .\sin(2\pi\nu t)$$

$$= -\frac{a^2}{4}\left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)^2 I_0 \int_0^1 \ln\xi\, d\,\xi.\sin(2\pi\nu t)$$

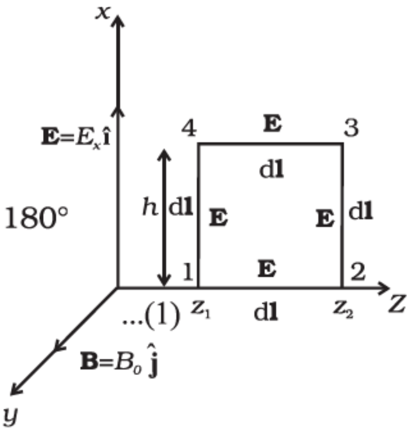
$$= +\left(\frac{a}{2}\right)^2\left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)^2 I_0 \sin 2\pi\nu t$$ (∴ સંકલનનું મૂલ્ય –1 છે.)

(iii) સ્થાનાંતર પ્રવાહ

$$I^d = \left(\frac{a}{2}.\frac{2\pi}{\lambda}\right)^2 I_0 \sin 2\pi\nu t = I_0^d \sin 2\pi\nu t$$

$$\frac{I_0^d}{I_0} = \left(\frac{a\pi}{\lambda}\right)^2$$

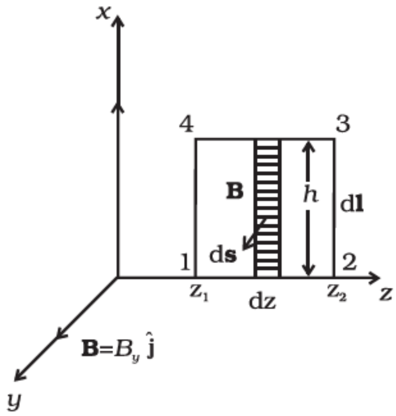
8.31 (i) $\oint E.dl = \int_1^2 E.dl + \int_2^3 E.dl + \int_3^4 E.dl + \int_4^1 E.dl$



$$= \int_1^2 E.dl \cos 90° + \int_2^3 E.dl \cos 0 + \int_3^4 E.dl \cos 90° + \int_4^1 E.dl \cos 180°$$

$$= \mathbf{E}_0 h[\sin(kz_2 - \omega t) - \sin(kz_1 - \omega t)] \quad ...(1)$$

(ii) $\int \mathbf{B} \cdot ds$ ગણવા માટે, આપણે લંબચોરસ 1234 ને દરેક $ds = h\ dz$ ક્ષેત્રફળ ધરાવતી પટ્ટીઓથી બનેલો વિચારો.



$$\int \mathbf{B} \cdot ds = \int B ds \cos 0 = \int B ds = \int_{Z_1}^{Z_2} B_0 \sin(kz - \omega t)\ h dz$$

$$= \frac{-B_0 h}{k}[\cos(kz_2 - \omega t) - \cos(kz_1 - \omega t)] \quad ...(2)$$

(iii) $\oint \mathbf{E.dl} = \frac{-d\phi_B}{dt}$

સમીકરણ(1) અને (2)માં મેળવેલ સંબંધનો ઉપયોગ કરી અને સાદું રૂપ આપતાં, આપણને નીચે મુજબનું સમીકરણ મળે :

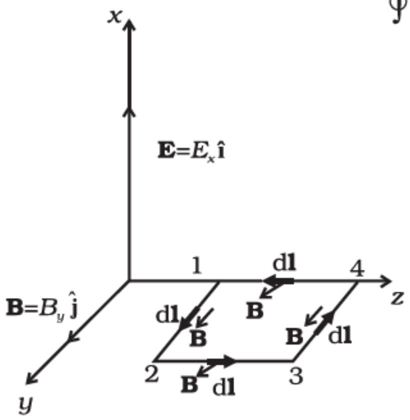
$$E_0 h[\sin(kz_2 - \omega t) - \sin(kz_1 - \omega t)]$$

$$= \frac{B_0 h}{k}\omega[\sin(kz_2 - \omega t) - \sin(kz_1 - \omega t)]$$

$$E_0 = B_0 \frac{\omega}{k}$$

$$\frac{E_0}{B_0} = c$$

(iv) $\oint \mathbf{B.dl}$ નું મૂલ્ય મેળવવા, આકૃતિમાં દર્શાવ્યા પ્રમાણે આપણે બંધગાળો 1234, YZ સમતલમાં વિચારો.



$$\oint \mathbf{B.dl} = \int_1^2 \mathbf{B.dl} + \int_2^3 \mathbf{B.dl} + \int_3^4 \mathbf{B.dl} + \int_4^1 \mathbf{B.dl}$$

$$= \int_1^2 B\,dl\cos 0 + \int_2^3 B\,dl\cos 90° + \int_3^4 B\,dl\cos 180° + \int_4^1 B\,dl\cos 90°$$

$$= B_0 h[\sin(kz_1 - \omega t) - \sin(kz_2 - \omega t)] \qquad (3)$$

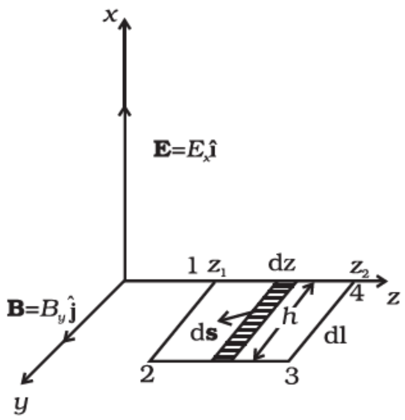
હવે, $\phi_E = \int \mathbf{E} \cdot \boldsymbol{ds}$, ગણવા માટે આપણે લંબચોરસ 1234 ને

દરેક hdz ક્ષેત્રફળ ધરાવતી પટ્ટીઓથી બનેલો વિચારો.

$$\phi_E = \int \mathbf{E} \cdot \boldsymbol{ds} = \int E ds \cos 0 = \int E ds = \int_{Z_1}^{Z_2} E_0 \sin(kz_1 - \omega t)\, hdz$$

$$= \frac{-E_0 h}{k}[\cos(kz_2 - \omega t) - \cos(kz_1 - \omega t)]$$

$$\therefore \frac{d\phi_E}{dt} = \frac{E_0 h\omega}{k}[\sin(kz_1 - \omega t) - \sin(kz_2 - \omega t)] \qquad ...(4)$$



$\oint \mathbf{B} \cdot \boldsymbol{dl} = \mu_0 \left(I + \varepsilon_0 \frac{d\phi_E}{dt} \right)$ માં,

I = વહનપ્રવાહ = 0 (શૂન્યાવકાશમાં)

$$\therefore \oint \mathbf{B} \cdot \boldsymbol{dl} = \mu_0 \varepsilon_0 \frac{d\phi_E}{dt}$$

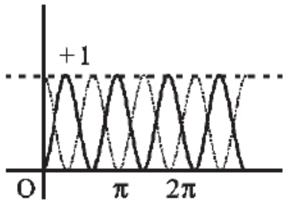
સમીકરણ(3) અને (4)માં મેળવેલ સંબંધનો ઉપયોગ કરતાં અને સાદું રૂપ આપતાં, આપણને નીચે મુજબ સમીકરણ મળે :

$$B_0 = E_0 \frac{\omega}{k} \cdot \mu_0 \varepsilon_0$$

$\frac{E_0}{B_0} \frac{\omega}{k} = \frac{1}{\mu_0 \varepsilon_0}$ પરંતુ $E_0/B_0 = c$ અને $\omega = ck$

અથવા $cc = \frac{1}{\mu_0 \varepsilon_0}$. આથી, $c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \varepsilon_0}}$.

8.32 (a) E - ક્ષેત્રનો ફાળો $u_E = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2$



B - ક્ષેત્રનો ફાળો $u_B = \frac{1}{2}\frac{B^2}{\mu_0}$

કુલ ઊર્જા ઘનતા $u = u_E + u_B = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2 + \frac{1}{2}\frac{B^2}{\mu_0}$ ...(1)

E^2 અને B^2 નાં મૂલ્યો બિંદુથી બિંદુ અને ક્ષણથી ક્ષણ બદલાતાં હોય છે.

આથી, E^2 અને B^2 નાં અસરકારક મૂલ્યોએ તેમની સમય સરેરાશ છે.

$(E^2)_{av} = E_0^2[sin^2(kz-\omega t)]_{av}$

$(B^2)_{av} = (B^2)_{av} = B_0^2\,[sin^2(kz-\omega t)]_{av}$

$sin^2\theta$ અને $cos^2\theta$ ના આલેખો આકારની રીતે સમરૂપ છે, પરંતુ $\frac{\pi}{2}$ જેટલા ખસેલા હોય છે. આથી, $sin^2\theta$ અને $cos^2\theta$ નાં સરેરાશ મૂલ્યો π ના કોઈ પણ પૂર્ણાંક ગુણાંક પર સમાન જ મળશે તથા

$sin^2\theta + cos^2\theta = 1.$

આથી સંમિતિને આધારે $sin^2\theta$ નું સરેરાશ = $cos^2\theta$ નું સરેરાશ = $\frac{1}{2}$

$\therefore\ (E^2)_{av} = \frac{1}{2}E_0^2$ અને $(B^2)_{av} = \frac{1}{2}B_0^2$

સમીકરણ(1) માં કિંમત મૂકતાં,

$u = \frac{1}{4}\varepsilon_0 E^2 + \frac{1}{4}\frac{B_0^2}{\mu}$ ...(2)

(b) આપણે જાણીએ છીએ કે,

$\frac{E_0}{B_0} = c$ અને $c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0\,\varepsilon_0}}$

$$\therefore\ \frac{1}{4}\frac{B_0^2}{\mu_0} = \frac{E_0^2/c^2}{4\mu_0} = \frac{E_0^2}{4\mu_0}\mu_0\varepsilon_0 = \frac{1}{4}\varepsilon_0 E_0^2.$$

આથી, $u_{av} = \frac{1}{4}\varepsilon_0 E_0^2 + \frac{1}{4}\varepsilon_0 E_0^2 = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E_0^2$ અને

$I_{av} = u_{av}c = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E_0^2$

પ્રકરણ 9

9.1 (a)

9.2 (d)

9.3 (c)

9.4 (b)

9.5 (c)

9.6 (c)

9.7 (b)

9.8 (b)

9.9 (b)

9.10 (d)

9.11 (a)

9.12 (a), (b), (c)

9.13 (d)

9.14 (a), (d)

9.15 (a), (b)

9.16 (a), (b), (c)

9.17 વાદળી રંગ કરતાં લાલ રંગ માટે વક્રીભવનાંક ઓછો છે. આથી લેન્સ પર આપાત સમાંતર પ્રકાશ બીજા લાલ રંગના પ્રકાશની સરખામણીમાં વાદળી રંગનો પ્રકાશ અક્ષ તરફ વધારે વાંકો વળશે (વક્રીભવન વધુ પામશે). આથી વાદળી પ્રકાશ માટે કેન્દ્રલંબાઈ લાલ પ્રકાશ કરતાં ઓછી હશે.

9.18 સામાન્ય વ્યક્તિ માટે નિકટ દૃષ્ટિ (near vision) 25 cm છે. કોઈ વસ્તુને 10 ગણી મોટી જોવા માટે,

$$m = \frac{D}{f} \Rightarrow f = \frac{D}{m} = \frac{25}{10} = 2.5 = 0.025 \text{ m}$$

$$P = \frac{1}{0.025} = 40 \text{ ડાયૉપ્ટર}$$

9.19 ના, લેન્સને ઉલટાવવાથી પ્રતિબિંબની સ્થિતિ બદલાશે નહિ.

9.20 ધારો કે માધ્યમ μ_2 માંથી અવલોકન કરતાં વસ્તુની આભાસી ઊંડાઈ O_1 છે.

$$O_1 = \frac{\mu_2}{\mu_1}\frac{h}{3}$$

માધ્યમ μ_3 માંથી અવલોકન કરતાં આભાસી ઊંડાઈ O_2 છે.

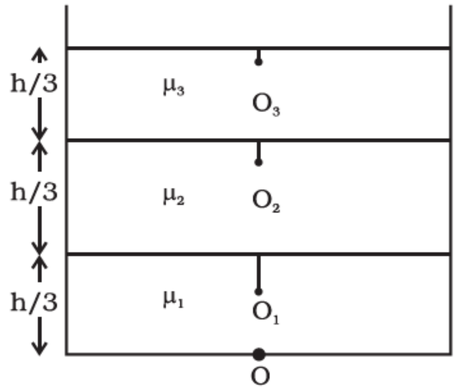
$$O_2 = \frac{\mu_3}{\mu_2}\left(\frac{h}{3} + O_1\right) = \frac{\mu_3}{\mu_2}\left(\frac{h}{3} + \frac{\mu_2}{\mu_1}\frac{h}{3}\right) = \frac{h}{3}\left(\frac{\mu_3}{\mu_2} + \frac{\mu_3}{\mu_1}\right)$$

બહારથી અવલોકન કરતાં, આભાસી ઊંચાઈ

$$O_3 = \frac{1}{\mu_3}\left(\frac{h}{3}+O_2\right)$$

$$= \frac{1}{\mu_3}\left[\frac{h}{3}+\frac{h}{3}\left(\frac{\mu_3}{\mu_2}+\frac{\mu_3}{\mu_1}\right)\right]$$

$$= \frac{h}{3}\left(\frac{1}{\mu_1}+\frac{1}{\mu_2}+\frac{1}{\mu_3}\right)$$



9.21 લઘુતમ વિચલન માટે,

$$\mu = \frac{sin\left[\frac{(A+D_m)}{2}\right]}{sin\left(\frac{A}{2}\right)}$$

$\therefore$ D_m = A આપેલ છે.

$$\therefore \quad \mu = \frac{sin\ A}{sin\frac{A}{2}} = \frac{2sin\frac{A}{2}cos\frac{A}{2}}{sin\frac{A}{2}} = 2cos\frac{A}{2}$$

$\therefore$ $cos\frac{A}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ અથવા $\frac{A}{2} = 30°$ $\quad\therefore$ A = 60°

9.22 ધારો કે વસ્તુના બે છેડા અનુક્રમે $u_1 = u - L/2$ અને $u_2 = u + L/2$, અંતરે છે. આથી, $|u_1 - u_2| = L$. ધારો કે બે છેડાઓનાં પ્રતિબિંબો અનુક્રમે v_1 અને v_2 એ રચાય છે. આથી પ્રતિબિંબની લંબાઈ $L' = |v_1 - v_2|$ થશે. $\frac{1}{u} + \frac{1}{v} = \frac{1}{f}$ અથવા $v = \frac{fu}{u-f}$

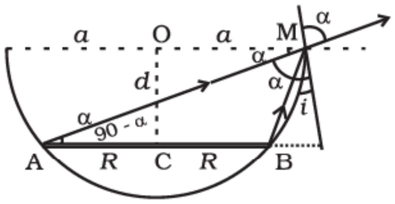
પરથી બે છેડાઓના પ્રતિબિંબ $v_1 = \frac{f(u-L/2)}{u-f-L/2}$, $v_2 = \frac{f(u+L/2)}{u-f+L/2}$ પર હશે.

આથી, $L' = |v_1 - v_2| = \frac{f^2L}{(u-f)^2 \times L^2/4}$

વસ્તુની લંબાઈ ઓછી છે અને તેને કેન્દ્રલંબાઈ કરતાં મોટા અંતરે રાખેલી છે. આપણી પાસે $L^2/4 << (u - f)^2$

આથી, સમીકરણનું અંતિમ સ્વરૂપ $L' = \frac{f^2}{(u-f)^2}L$ મળશે.

9.23 આકૃતિ પરથી, પ્રવાહી ભર્યા પહેલાં આપાતકિરણની દિશા AM છે. પ્રવાહી ભર્યા પછી આપાતકિરણની દિશા BM છે. બંને કિસ્સાઓમાં વક્રીભૂત કિરણ AM ની દિશામાં સમાન જ છે.



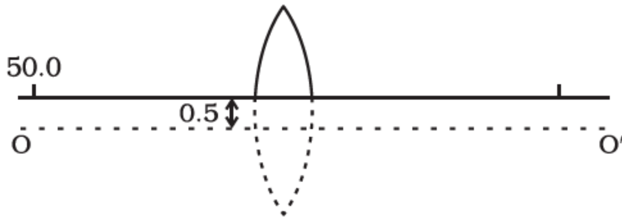
$$\frac{1}{\mu}=\frac{\sin i}{\sin r}=\frac{\sin i}{\sin\alpha}$$

$$\sin i = \frac{a-R}{\sqrt{d^2+(a-R)^2}}$$ અને

$$\sin\alpha = \cos(90-\alpha) = \frac{a+R}{\sqrt{d^2+(a-R)^2}}$$

કિંમતો મૂકતાં, $d = \dfrac{\mu(a^2-R^2)}{\sqrt{(a+R)^2-\mu(a-R)^2}}$ મળે છે.

9.24



જો લેન્સને કાપવામાં ન આવ્યો હોત, તો વસ્તુ મુખ્ય અક્ષ 00' થી 0.5 cm ની ઊંચાઈ હોત. આ કિસ્સા માટે પ્રતિબિંબ ધ્યાનમાં લેતાં,

$$\frac{1}{v}-\frac{1}{u}=\frac{1}{f}$$

$$\therefore \frac{1}{v}=\frac{1}{u}+\frac{1}{f}=\frac{1}{-50}+\frac{1}{25}=\frac{1}{50}$$

$$\therefore v = 50 \text{ cm}$$

મોટવણી $m = \dfrac{v}{u} = -\dfrac{50}{50} = -1$ છે.

આથી પ્રતિબિંબ ધ્રુવથી 50 cm અને મુખ્ય અક્ષથી 0.5 cm નીચે રચાશે. આ રીતે કાપેલા લેન્સની ધાર પાસેથી પસાર થતી X-અક્ષની સાપેક્ષે પ્રતિબિંબના યામ (50 cm, –1 cm) છે.

9.25 લેન્સના સૂત્ર $\dfrac{1}{f}=\dfrac{1}{v}-\dfrac{1}{u}$ પરથી u અને v ની પ્રતિવર્તિતતા જોઈ શકાય છે.

તે સ્પષ્ટ છે કે અહીં બે શક્યતાઓ છે કે જેમના માટે પ્રતિબિંબ પડદા પર રચાશે. ધારી લો કે પહેલી સ્થિતિ એ છે કે, જ્યારે લેન્સ O પાસે છે.

અહીં, $-u + v = D$ આપેલ છે.

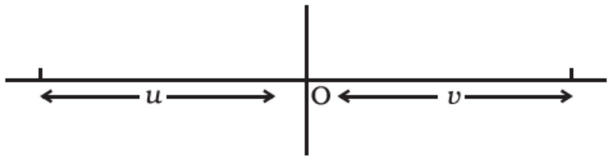
$\Rightarrow u = -(D - v)$

આ કિંમત લેન્સના સૂત્રમાં મૂકતાં,

$$\frac{1}{D-v}+\frac{1}{v}=\frac{1}{f}$$

$$\Rightarrow \frac{v + D - v}{(D - v)v} = \frac{1}{f}$$

$$\Rightarrow v^2 - Dv + Df = 0$$



$$\Rightarrow v = \frac{D}{2} \pm \frac{\sqrt{D^2 - 4Df}}{2}$$

$$u = -(D - v) = -\left(\frac{D}{2} \pm \frac{\sqrt{D^2 - 4Df}}{2}\right)$$

આથી, જો વસ્તુઅંતર $\frac{D}{2} - \frac{\sqrt{D^2 - 4Df}}{2}$ છે, તો પ્રતિબિંબ $\frac{D}{2} + \frac{\sqrt{D^2 - 4Df}}{2}$ પાસે હશે.

જો વસ્તુઅંતર $\frac{D}{2} + \frac{\sqrt{D^2 - 4Df}}{2}$ છે, તો પ્રતિબિંબ $\frac{D}{2} - \frac{\sqrt{D^2 - 4Df}}{2}$ પાસે હશે.

આ બે વસ્તુઅંતરો માટે ધ્રુવો વચ્ચેનું અંતર

$$\frac{D}{2} + \frac{\sqrt{D^2 - 4Df}}{2} - \left(\frac{D}{2} - \frac{\sqrt{D^2 - 4Df}}{2}\right) = \sqrt{D^2 - 4Df} \text{ છે.}$$

હવે, $d = \sqrt{D^2 - 4Df}$

જો $u = \frac{D}{2} + \frac{d}{2}$ તો પ્રતિબિંબ $v = \frac{D}{2} - \frac{d}{2}$ પાસે હશે.

$\therefore$ મોટવણી $m_1 = \frac{D - d}{D + d}$

જો $u = \frac{D - d}{2}$ તો $v = \frac{D + d}{2}$

$\therefore$ મોટવણી $m_2 = \frac{D + d}{D - d}$ આથી $\frac{m_2}{m_1} = \left(\frac{D + d}{D - d}\right)^2$

9.26 ધારો કે તકતીનો વ્યાસ d છે. જો આપાતકિરણ O પાસેના ડૉટ (ટપકાં) પરથી સપાટી પાસે $\frac{d}{2}$ અંતરે ક્રાંતિકોણ પર હોય, તો બિંદુ અદૃશ્ય થઈ જશે.

ધારો કે આપાતકોણ i છે.

આથી, $\sin i = \frac{1}{\mu}$

હવે, $\frac{d/2}{h} = \tan i$

$$\Rightarrow \frac{d}{2} = h \tan i = h\left[\sqrt{\mu^2 - 1}\right]^{-1}$$

$$\therefore \ d = \frac{2h}{\sqrt{\mu^2 - 1}}.$$

9.27 (i) ધારો કે સામાન્ય આરામદાયક સ્થિતિમાં આંખ માટે દૂર બિંદુએ (far point) પાવર P_f છે.

તેથી, $P_f = \frac{1}{f} = \frac{1}{0.1} + \frac{1}{0.02} = 60$ D

સુધારાત્મક લેન્સ (corrective lens) સાથે દૂર બિંદુ પર વસ્તુઅંતર ∞ છે.

$$P'_f = \frac{1}{f'} = \frac{1}{\infty} + \frac{1}{0.02} = 50\,\text{D}$$

આરામદાયક સ્થિતિમાં આંખનો ચશ્માં સાથે અસરકારક પાવર એ આંખ અને ચશ્માંના પાવર P_g ના સરવાળા જેટલો હશે.

$$\therefore \ P'_f = P_f + P_g$$

$$\therefore \ P_g = -10 \text{ D}$$

(ii) સામાન્ય આંખ માટે તેનો પાવર 4 ડાયૉપ્ટર છે. ધારો કે સામાન્ય આંખ માટે નજીકની દૃષ્ટિ-ક્ષમતા P_n છે.

તેથી, $4 = P_n - P_f$ અથવા $P_n = 64$ D.

ધારો કે નજીક બિંદુ x_n છે. તેથી,

$$\frac{1}{x_n} + \frac{1}{0.02} = 64 \text{ અથવા } \frac{1}{x_n} + 50 = 64$$

$$\frac{1}{x_n} = 14$$

$$\therefore \ x_n = \frac{1}{14} \simeq 0.07 \text{ m}$$

(iii) ચશ્માં સાથે $P'_n = P'_f + 4 = 54$

$$54 = \frac{1}{x'_n} + \frac{1}{0.02} = \frac{1}{x'_n} + 50$$

$$\frac{1}{x'_n} = 4$$

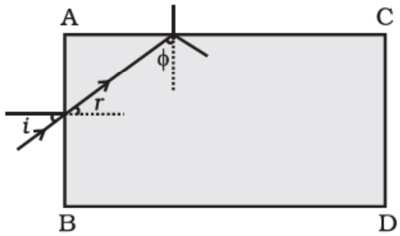
$$\therefore \ x'_n = \frac{1}{4} = 0.25 \text{ m}$$

9.28 i આપાતકોણથી માધ્યમમાં દાખલ થતું કોઈ કિરણ સપાટી AC તરફ જશે. જો સપાટી AC પર લંબ સાથે ક્રાંતિકોણ કરતાં મોટો ખૂણો (ϕ) બનાવે તો,

$\Rightarrow sin \geq \frac{1}{\mu}$

$\Rightarrow cos\ r \geq \frac{1}{\mu}$

અથવા $1 - cos^2 r \leq 1 - \frac{1}{\mu^2}$



i.e. $sin^2 r \leq 1 - \frac{1}{\mu^2}$

કારણ કે, $sin\ i = \mu\ sin\ r$

$\frac{1}{\mu^2} sin^2 i \leq 1 - \frac{1}{\mu^2}$

અથવા $sin^2 i \leq \mu^2 - 1$

જ્યારે $i = \frac{\pi}{2}$ હશે ત્યારે ખૂણો ϕ નાનામાં નાનો હશે. જો તે ક્રાંતિકોણ કરતાં મોટો હશે ત્યારે બાકીના બધા આપાતકોણ ક્રાંતિકોણ કરતાં મોટા હશે.

આથી, $1 \leq \mu^2 - 1$

અથવા $\mu^2 \geq 2$

$\Rightarrow \mu \geq \sqrt{2}$

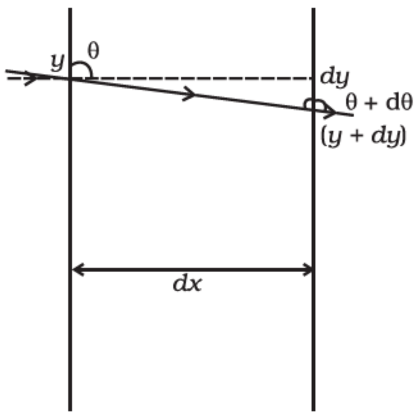
9.29 પ્રવાહીમાં x અને $x + dx$ વચ્ચે આવેલ કિરણનો એક ભાગ વિચારો કે ધારો કે, x પાસે આપાતકોણ θ અને ધારો કે તે y ઊંચાઈના પાતળા સ્તંભમાં દાખલ થાય છે. વાંકું વળવાના લીધે તે $x + dx$ પાસે $\theta + d\theta$ ખૂણે $y + dy$ ઊંચાઈએ બહાર નીકળશે. સ્નેલના નિયમ અનુસાર,

$\mu(y)\ sin\,\theta = \mu(y + dy)\ sin\,(\theta + d\theta)$

અથવા $\mu(y)\ sin\,\theta \simeq \left(\mu(y) + \frac{d\mu}{dy}dy\right)(sin\theta\ cos d\theta + cos\theta\ sin\ d\theta)$

$\simeq \mu(y) sin\,\theta + \mu(y) cos\theta\ d\theta + \frac{d\mu}{dy}dy\ sin\,\theta$

અથવા $\mu(y)\ cos\theta\ d\theta \simeq \frac{-d\mu}{dy}dy\ sin\,\theta$



$d\theta \simeq \frac{-1}{\mu}\frac{d\mu}{dy}dy\ tan\,\theta$

પરંતુ, $tan\theta = \frac{dx}{dy}$ (આકૃતિ પરથી)

$\therefore\ d\theta = \frac{-1}{\mu}\frac{d\mu}{dy}dx$

$$\therefore \ \theta = \frac{-1}{\mu}\frac{d\mu}{dy}\int_{o}^{d} dx = \frac{-1}{\mu}\frac{d\mu}{dy}d$$

9.30 r અને $r + dr$ અંતરે બે સમતલ વિચારો. ધારો કે સમતલ r પાસે પ્રકાશ θ ખૂણે આપાત થાય છે તથા $r + dr$ પાસે $\theta + d\theta$ ખૂણે બહાર નીકળે છે.

સ્નેલના નિયમ પરથી,

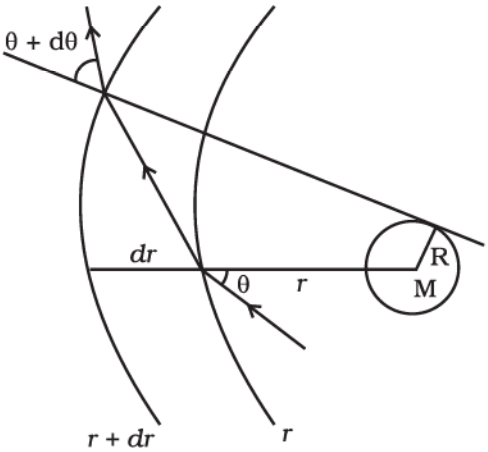
$$n(r)\sin\theta = n(r + dr)\ \sin(\theta + d\theta)$$

$$\Rightarrow n(r)\ \sin\theta \simeq \left(n(r) + \frac{dn}{dr}dr\right)\ (\sin\theta\ \cos d\theta + \cos\theta\ \sin d\theta)$$

$$\simeq \left(n(r) + \frac{dn}{dr}dr\right)\ (\sin\theta + \cos\theta\ d\theta)$$

વિકલનનો ગુણાકાર અવગણતાં,

$$n(r)\sin\theta \simeq n(r)\sin\theta + \frac{dn}{dr}dr\ \sin\theta + n(r)\ \cos\theta\ d\theta$$



$$\Rightarrow -\frac{dn}{dr}\tan\theta = n(r)\frac{d\theta}{dr}$$

$$\Rightarrow \frac{2GM}{r^2c^2}\tan\theta = \left(1 + \frac{2GM}{rc^2}\right)\frac{d\theta}{dr} \approx \frac{d\theta}{dr}$$

$$\therefore \int_0^{\theta_0} d\theta = \frac{2GM}{c^2}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{\tan\theta\, dr}{r^2}$$

હવે, $r^2 = x^2 + R^2$ અને $\tan\theta = \frac{R}{x}$

$2rdr = 2xdx$

$$\int_0^{\theta_0} d\theta = \frac{2GM}{c^2}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{R}{x}\frac{xdx}{(x^2 + R^2)^{\frac{3}{2}}}$$

$x = R\tan\phi$ મૂકતાં,

$dx = R\sec^2\phi d\phi$

$$\therefore \ \theta_0 = \frac{2GMR}{c^2}\int_{-\pi/2}^{\pi/2}\frac{R\sec^2\phi\, d\phi}{R^3\sec^3\phi}$$

$$= \frac{2GM}{Rc^2}\int_{-\pi/2}^{\pi/2}\cos\phi\, d\phi = \frac{4GM}{Rc^2}$$

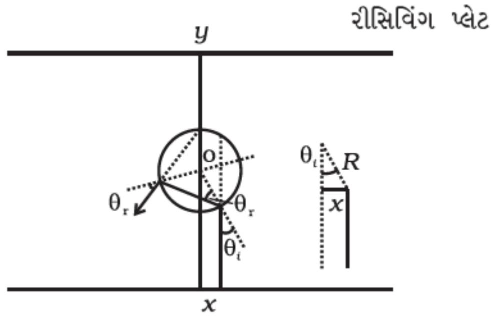
9.31 કારણ કે, દ્રવ્યનો વક્રીભવનાંક –1 છે. θ_r ઋણ છે અને θ_r' ધન છે.

હવે, $|\theta_i| = |\theta_r| = |\theta_r'|$

બહાર નીકળતા કિરણનું અંદર દાખલ થતા કિરણથી કુલ વિચલન $4\theta_i$ છે. કિરણો receiving તકતી સુધી નહિ પહોંચે. જો

$\frac{\pi}{2} \le 4\theta_i \le \frac{3\pi}{2}$ (ખૂણો y-અક્ષથી ઘડિયાળની દિશામાં માપેલ છે.)

$\frac{\pi}{8} \le \theta_i \le \frac{3\pi}{8}$



હવે, $\sin\theta_i = \frac{x}{R}$

$$\frac{\pi}{8} \le \sin^{-1}\frac{x}{R} \le \frac{3\pi}{8}$$

અથવા $\frac{\pi}{8} \le \frac{x}{R} \le \frac{3\pi}{8}$

આથી, $\frac{R\pi}{8} \le x \le \frac{R3\pi}{8}$ (માટે ઉદ્‌ગમમાંથી ઉત્સર્જિત પ્રકાશ receiving તકતી સુધી નહિ પહોંચે.)

9.32 (i) S થી P_1 સુધીની મુસાફરી માટે લાગતો સમય,

$$t_1 = \frac{SP_1}{c} = \frac{\sqrt{u^2+b^2}}{c} \simeq \frac{u}{c}\left(1+\frac{1}{2}\frac{b^2}{u^2}\right)$$ ($b << u_0$ ધારણા હેઠળ)

P_1 થી O સુધીની મુસાફરી માટે લાગતો સમય,

$$t_2 = \frac{P_1O}{c} = \frac{\sqrt{v^2+b^2}}{c} \simeq \frac{v}{c}\left(1+\frac{1}{2}\frac{b^2}{v^2}\right)$$

લેન્સમાંથી પસાર થવા માટે કિરણને લાગતો સમય,

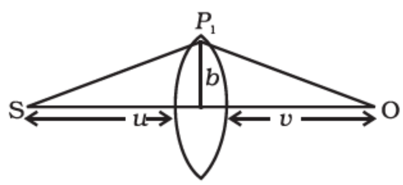
$t_l = \frac{(n-1)\,w(b)}{c}$ છે. જ્યાં, n માધ્યમનો વક્રીભવનાંક છે.

આથી કુલ સમય,

$t = \frac{1}{c}\left[u+v+\frac{1}{2}b^2\left(\frac{1}{u}+\frac{1}{v}\right)+(n-1)\,w(b)\right]$ મૂકતાં, $\frac{1}{D} = \frac{1}{u}+\frac{1}{v}$

તેથી, $t = \frac{1}{c}\left(u+v+\frac{1}{2}\frac{b^2}{D}+(n-1)\left(w_0+\frac{b^2}{\alpha}\right)\right)$

ફર્મેટના સિદ્ધાંત પરથી,



$$\frac{dt}{db} = 0 = \frac{b}{CD} - \frac{2(n-1)b}{c\alpha}$$

$\alpha = 2(n-1)D$

આથી, જો $\alpha = 2(n-1)D$ હોય, તો લેન્સ અભિસારી થશે. તે b થી સ્વતંત્ર છે

અને તેથી S માંથી આવતાં બધાં જ પેરેક્ષિયલ કિરણો O પાસે ભેગાં થશે. (અર્થાત્ $b << n$ અને $b << v$)

તેથી, $\frac{1}{D} = \frac{1}{u} + \frac{1}{v}$, કેન્દ્રલંબાઈ D છે.

(ii) આ કિસ્સામાં,

$$t = \frac{1}{c}\left(u + v + \frac{1}{2}\frac{b^2}{D} + (n-1)k_1 \ln\left(\frac{k_2}{b}\right)\right)$$

$$\frac{dt}{db} = 0 = \frac{b}{D} - (n-1)\frac{k_1}{b}$$

$$\Rightarrow b^2 = (n - 1)\, k_1 D$$

$$\therefore\ b = \sqrt{(n-1)k_1 D}$$

આથી, b ઊંચાઈ પાસેથી પસાર થતાં બધાં જ કિરણો પ્રતિબિંબ રચવામાં યોગદાન આપશે.

$$\beta \simeq \frac{b}{v} = \frac{\sqrt{(n-1)\,k_1 D}}{v^2} = \sqrt{\frac{(n-1)\,k_1 uv}{v^2(u+v)}} = \sqrt{\frac{(n-1)\,k_1 u}{(u+v)v}}$$

પ્રકરણ 10

10.1 (c)

10.2 (a)

10.3 (a)

10.4 (c)

10.5 (d)

10.6 (a), (b), (d)

10.7 (b), (d)

10.8 (a), (b)

10.9 (a), (b)

10.10 હા

10.11 ગોળીય

10.12 પૃથ્વીની ત્રિજ્યાની સરખામણીમાં ખૂબ જ વધારે ત્રિજ્યા ધરાવતાં ગોળીય આથી તે લગભગ સમતલ છે.

10.13 ધ્વનિતરંગોની આવૃત્તિ 20 Hz થી 20 kHz છે. તેને અનુરૂપ તરંગલંબાઈ અનુક્રમે 15 m અને 15 mm છે. વિવર્તન અસરો ત્યારે જ જોવા મળશે જો સ્લિટની પહોળાઈ $\alpha \sim \lambda$ જેટલી હોય.

પ્રકાશના તરંગોની તરંગલંબાઈ $\sim 10^{-7}$ m. આથી, વિવર્તન અસરો જ્યારે $\alpha \sim 10^{-7}$ m ત્યારે દર્શાવશે.
જ્યારે ધ્વનિ માટે તેઓ 15 mm $< \alpha <$ 15 m ત્યારે દર્શાવશે.

10.14 બે ટપકાં વચ્ચેનું રેખીય અંતર $l = \frac{2.54}{300}$ cm $\simeq 0.84 \times 10^{-2}$ cm. Z અંતરે આ ખૂણો રચાય છે. (નાનો ખૂણો રચાય છે.)

$$\phi \sim l/z \;\; \therefore \; z = \frac{l}{\phi} = \frac{0.84 \times 10^{-2} \text{ cm}}{5.8 \times 10^{-4}} \sim 14.5 \text{ cm}$$

10.15 માત્ર વિશિષ્ટ કિસ્સામાં જ્યારે (III) ની દગ્ અક્ષ (pass axis) એ (I) અથવા (II)ને સમાંતર હશે ત્યારે પ્રકાશ નિર્ગમન પામશે નહિ. બીજા બધા કિસ્સામાં પ્રકાશ નિર્ગમન પામશે કારણ કે (II) ની દગ્ અક્ષ એ (III)ની દગ્ અક્ષને બને ત્યાં સુધી લંબ હોતી નથી.

10.16 પરાવર્તન દ્વારા ધ્રુવીભવન ત્યારે જ થશે (શક્ય બને) જ્યારે આપાતકોણ બ્રુસ્ટરકોણ જેટલો હોય. એટલે કે $\tan\theta_B = \frac{n_2}{n_1}$, જ્યાં, $n_2 < n_1$.

જ્યારે પ્રકાશ એવા માધ્યમમાં ગતિ કરે જેનો ક્રાંતિકોણ $\sin\theta_C = \frac{n_2}{n_1}$

જ્યાં, $n_2 < n_1$.
મોટા ખૂણા માટે $|\tan\theta_B| > |\sin\theta_C|$, $\theta_B < \theta_C$.
આમ, પરાવર્તન દ્વારા ધ્રુવીભવન ચોક્કસપણે થશે જ.

10.17 $d_{min} = \frac{1.22\lambda}{2\sin\beta}$

જ્યાં, β એ વસ્તુ દ્વારા વસ્તુકાચ (objective) દ્વારા રચાયેલ ખૂણો છે.

5500 Å ના પ્રકાશ માટે,

$$d_{min} = \frac{1.22 \times 5.5 \times 10^{-7}}{2\sin\beta} \text{m}$$

100 V વડે પ્રવેગિત થયેલા ઇલેક્ટ્રૉન માટે ડિ-બ્રોગ્લી તરંગલંબાઈ

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{1.227}{\sqrt{100}} = 0.13 \text{ nm} = 0.13 \times 10^{-9} \text{m}$$

$$\therefore d'_{min} = \frac{1.22 \times 1.3 \times 10^{-10}}{2\sin\beta}$$

$$\therefore \frac{d'_{min}}{d_{min}} = \frac{1.3 \times 10^{-10}}{5.5 \times 10^{-7}} \sim 0.2 \times 10^{-3}$$

10.18 $T_2P = D + x,\ T_1\ P = D - x$

$$S_1P = \sqrt{(S_1T_1)^2 + (PT_1)^2}$$

$$= [D^2 + (D - x)^2]^{1/2}$$

$$S_2P = [D^2 + (D + x)^2]^{1/2}$$

ન્યૂનતમ ત્યારે જ રચાય જ્યારે,

$$[D^2 + (D + x)^2]^{1/2} - [D^2 + (D - x)^2]^{1/2} = \frac{\lambda}{2}$$

જો $x = D$, તો

$$(D^2 + 4D^2)^{1/2} = \frac{\lambda}{2}$$

$$(5D^2)^{1/2} = \frac{\lambda}{2} \quad \therefore\ D = \frac{\lambda}{2\sqrt{5}}$$

10.19 P સિવાય :

$$A = A_{\perp} + A_{\|}$$

$$A_{\perp} = A_{\perp}^1 + A_{\perp}^2 = A_{\perp}^0 \sin(kx - \omega t) + A_{\perp}^0 \sin(kx - \omega t + \phi)$$

$$A_{\|} = A_{\|}^{(1)} + A_{\|}^{(2)}$$

$$A_{\|} = A_{\|}^0 [\sin(kx - wt) + \sin(kx - \omega t + \phi]$$

જ્યાં, $A_{\perp}^0$, $A_{\|}^0$ એ કિરણજૂથમાં કાં તો લંબ ($\perp$) અને સમાંતર ($\|$) ધ્રુવીભવન માટેના કંપવિસ્તારો છે.

$\therefore$ તીવ્રતા =

$$= \left\{\left|A_{\perp}^0\right|^2 + \left|A_{\|}^0\right|^2\right\}[\sin^2(kx - wt)(1 + \cos^2\phi + 2\sin\phi) + \sin^2(kx - \omega_i)\sin^2\phi]_{\text{સરેરાશ}}$$

$$= \left\{\left|A_{\perp}^0\right|^2 + \left|A_{\|}^0\right|^2\right\}\left(\frac{1}{2}\right)\cdot 2(1 + \cos\phi)$$

$$= 2\left|A_{\perp}^0\right|^2 \cdot (1 + \cos\phi) \quad \text{કારણ કે} \quad \left|A_{\perp}^0\right|_{\text{સરેરાશ}} = \left|A_{\|}^0\right|_{\text{સરેરાશ}}$$

P સાથે :

ધારો કે $A_{\perp}^{2}$ રોકી દીધેલ છે.

તીવ્રતા $= (A_{\parallel}^{1} + A_{\parallel}^{2})^2 + (A_{\perp}^{1})^2$

$$= \left|A_{\perp}^{0}\right|^2 (1 + \cos\phi) + \left|A_{\perp}^{0}\right|^2 \cdot \frac{1}{2}$$

$$I_0 = 4\left|A_{\perp}^{0}\right|^2$$

= મુખ્ય (પ્રથમ) અધિકતમ પાસે પોલરાઇઝર સિવાય તીવ્રતા આપેલ છે.

પોલરાઇઝર સાથે મુખ્ય અધિકતમ પાસે તીવ્રતા,

$$= \left|A_{\perp}^{0}\right|^2 \left(2 + \frac{1}{2}\right)$$

$$= \frac{5}{8} I_0$$

પોલરાઇઝર સાથે પ્રથમ અધિકતમ પાસે તીવ્રતા,

$$= \left|A_{\perp}^{0}\right|^2 (1 - 1) + \frac{\left|A_{\perp}^{0}\right|^2}{2}$$

$$= \frac{I_0}{8}$$

10.20 પથ-તફાવત $= 2d \sin\theta + (\mu - 1) l$

$\therefore$ મુખ્ય મહત્તમ માટે,

$2d \sin\theta + 0.5l = 0$

$$\sin\theta_0 = \frac{-l}{4d} = \frac{-1}{16} \qquad \left(\because l = \frac{d}{4}\right)$$

$$\therefore \text{OP} = D \tan\theta_0 \approx -\frac{D}{16}$$

પ્રથમ ન્યૂનતમ માટે,

$$\therefore 2d \sin\theta_1 + 0.5l = \pm\frac{\lambda}{2}$$

$$\sin\theta_1 = \frac{\pm\lambda/2 - 0.5l}{2d} = \frac{\pm\lambda/2 - \lambda/8}{2\lambda} = \pm\frac{1}{4} - \frac{1}{16}$$

ધન બાજુ પર, $sin\,\theta^{+} = \frac{3}{16}$

ઋણ બાજુ પર, $sin\,\theta^{-} = -\frac{5}{16}$

ધન બાજુ પર પ્રથમ મુખ્ય અધિકતમનું અંતર,

$$D\,tan\,\theta^{+} = D\frac{sin\,\theta^{+}}{\sqrt{1-sin^{2}\theta}} = D\frac{3}{\sqrt{16^{2}-3^{2}}}$$ Oથી ઉપર તરફ.

ઋણ બાજુ પર અંતર $D\,tan\,\theta^{-} = \frac{5}{\sqrt{16^{2}-5^{2}}}$ Oની નીચે તરફ.

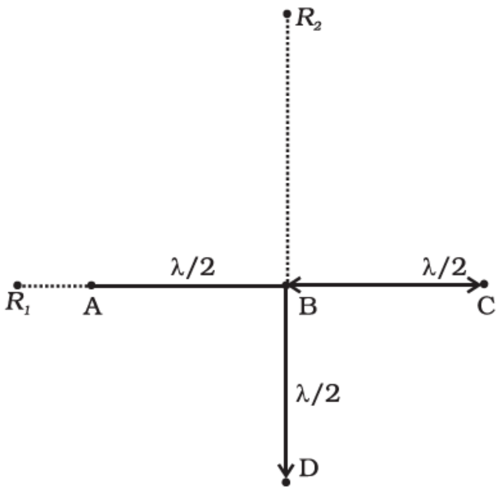
10.21 (i) A થી d અંતરે રહેલા R_1 પાસે અંતરાય વિચારો. R_1 પાસે A ને કારણે તરંગ $y_A = a\cos\omega t$ લો. A અને B માંથી આવતા સંકેત (signal) માટે પથ-તફાવત, $\frac{\lambda}{2}$ છે અને તેથી કળા-તફાવત π છે.

આથી, R_1 પાસે B ને કારણે તરંગ,

$$y_B = a\cos(\omega t - \pi) = -a\cos\omega t$$

C અને A માંથી આવતા સિગ્નલનો પથ-તફાવત λ છે અને તેથી કળા-તફાવત 2π છે. આથી, R_1 પાસે C ને કારણે તરંગ $y_c = a\cos\omega t$ છે.

D અને A માંથી આવતા સિગ્નલનો પથ-તફાવત,



$$\sqrt{d^{2}+\left(\frac{\lambda}{2}\right)^{2}} - (d-\lambda/2)$$

$$= d\left(1+\frac{\lambda}{4d^{2}}\right)^{1/2} - d + \frac{\lambda}{2}$$

$$= d\left(1+\frac{\lambda^{2}}{8d^{2}}\right)^{1/2} - d + \frac{\lambda}{2}$$

જો $d >> \lambda$ હોય, તો પથ-તફાવત

$\sim\frac{\lambda}{2}$ અને તેથી કળા-તફાવત π થશે.

$$\therefore\ y_D = -a\cos\omega t$$

આમ, R_1 પાસે પકડાતો (લેવામાં આવતો) સંકેત (signal)

$$y_A + y_B + y_C + y_D = 0$$

B માંથી R_2 પાસે પકડાતો સંકેત (signal) $y_B = a_1\cos\omega t$.

D પાસે અને B પાસે સિગ્નલ વચ્ચેનો પથ-તફાવત $\frac{\lambda}{2}$ છે.

$\therefore \; y_D = -a_1 \cos \omega t$

A પાસે અને B પાસે સિગ્નલ વચ્ચેનો પથ-તફાવત

$$\sqrt{(d)^2+\left(\frac{\lambda}{2}\right)^2}-d = d\left(1+\frac{\lambda^2}{4d^2}\right)^{1/2}-d \sim \frac{1}{8}\frac{\lambda^2}{d^2}$$

$\therefore 3$ કળા-તફાવત $\frac{2\pi}{8\lambda}\cdot\frac{\lambda^2}{d^2} = \frac{\pi\lambda}{4d} = \phi \sim 0$

આથી, $y_A = a_1 \cos(\omega t - \phi)$

તે જ રીતે, $y_C = a_1 \cos(\omega t - \phi)$

$\therefore$ R_2 દ્વારા પકડાતો (લેવામાં આવતો) સંકેત

$y_A + y_B + y_C + y_D = y = 2a_1 \cos(\omega t - \phi)$

$\therefore \; |y|^2 = 4a_1^2 \cos^2(\omega t - \phi)$

$\therefore \; \langle I \rangle = 2a_1^2$

આથી, R_1 મોટા સિગ્નલને પકડશે.

(ii) જો B ને બંધ કરવામાં આવે તો,

R_1 વડે પકડાતો સંકેત $y = a \cos \omega t$

$\therefore \; \langle I_{R_1} \rangle = \frac{1}{2}a^2$

R_2 વડે પકડાતો સંકેત $y = a \cos \omega t$

$\therefore \; \langle I_{R_2} \rangle = \frac{1}{2}a_1^2$

આમ, R_1 અને R_2 દ્વારા પકડાતો સંકેત સમાન હશે.

(c) જો D ને બંધ કરવામાં આવે તો,

R_1 વડે પકડાતો સંકેત, $y = a \cos \omega t$

$\therefore \; \langle I_{R_1} \rangle = \frac{1}{2}a^2$

R_2 વડે પકડાતો સંકેત, $y = 3a \cos \omega t$

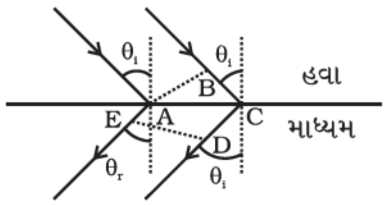
$\therefore \; \langle I_{R_2} \rangle = \frac{1}{2}9a^2$

આમ, R_2 વડે પકડાતો સંકેત એ R_1 ની સરખામણીમાં મોટો હશે.

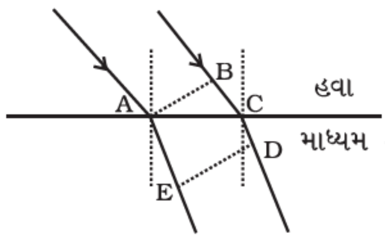
(iv) આમ, R_1 પાસે સંકેત B ને બંધ કરવામાં આવેલ છે. તેમ દર્શાવશે અને R_2 પાસે ઉન્નત (મોટું થયેલ) સિગ્નલ (સંકેત) દર્શાવશે કે D ને બંધ કરવામાં આવેલ છે.

10.22 (i) ધારો કે ધારણા સાચી છે, તેથી બે સમાંતર કિરણો આકૃતિ 1 માં દર્શાવ્યા પ્રમાણે આગળ વધે છે. ED એ તરંગઅગ્ર દર્શાવે છે તેવું ધારતાં, તેનાં પરનાં બધાં જ બિંદુઓની કળા સમાન હશે. સમાન પ્રકાશીય પથલંબાઈ ધરાવતાં બધાં બિંદુઓ સમાન કળામાં જ હોવા જોઈએ.

આમ, $-\sqrt{\varepsilon_r \mu_r}$ AE = BC $-\sqrt{\varepsilon_r \mu_r}$ CD



આકૃતિ 1



આકૃતિ 2

અથવા $BC = \sqrt{\varepsilon_r \mu_r}(CD - AE)$

$BC > 0,\ CD > AE$

ધારણા તર્કસંગત છે તેવું દર્શાવીએ. જો તેમ છતાં, પ્રકાશ સામાન્ય સંજોગોમાં સામાન્ય દ્રવ્ય તરીકે આગળ વધે છે. (દા.ત., ચોથા ચરણમાં, આકૃતિ 2)

તેથી, $-\sqrt{\varepsilon_r \mu_r}\ AE = BC - \sqrt{\varepsilon_r \mu_r}\ CD$

અથવા $BC = \sqrt{\varepsilon_r \mu_r}(CD - AE)$

આથી, $AE > CD,\ BC < O$

જે દર્શાવે છે કે આ શક્ય નથી.

આથી, ધારણા સાચી છે.

(ii) આકૃતિ 1 પરથી,

$BC = AC\ sin\ \theta_i$ અને $CD\text{-}AE = AC\ sin\ \theta_r$:

આથી, $-\sqrt{\varepsilon_r \mu_r}(AE - DC) = BC$

$-n\ sin\,\theta_r = sin\ \theta_i$

10.23 i ખૂણે આપાત થતું કિરણ વિચારો. આ કિરણનો થોડો ભાગ હવા-ફિલ્મ આંતર સપાટી પાસેથી પરાવર્તન પામશે અને થોડો ભાગ અંદર વક્રીભવન પામશે. ફિલ્મ-કાચ આંતર સપાટી પાસેથી આ અંશતઃ પરાવર્તન પામશે અને થોડો (બાકીનો) ભાગ પ્રસરણ પામશે. પરાવર્તિત કિરણનો ભાગ ફિલ્મ-હવા આંતર સપાટી પાસેથી પરાવર્તન પામશે અને થોડો ભાગ r_2 એ r_1 ને સમાંતર રહે તેમ પ્રસરણ પામશે. અલબત્ત, ક્રમિક પરાવર્તનો અને પ્રસરણોમાં તરંગનો કંપવિસ્તાર સતત ઘટતો જશે. આથી, કિરણો r_1 અને r_2 નું વર્તન પ્રભાવી રહેશે. જો આપાત પ્રકાશ લેન્સ દ્વારા પ્રસરણ પામે તો, r_1 અને r_2 વિનાશક દખલ રચશે. A અને D પાસેથી બંને પરાવર્તનો ઓછાથી વધારે વક્રીભવનાંક તરફના હોય છે અને આથી, અહીં પરાવર્તનને લીધે કળાનો ફેરફાર હશે નહિ. r_2 અને r_1 વચ્ચેનો પ્રકાશીય પથ-તફાવત,

$n(AD + CD) - AB$ છે.

જો d એ ફિલ્મની જાડાઈ હોય, તો

$$AD = CD = \frac{d}{cos\ r}$$

$$AB = AC\ sin\ i$$

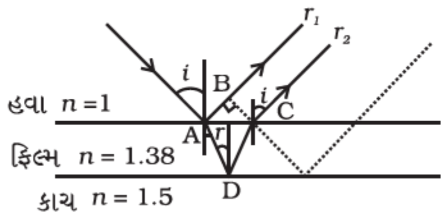
$$\frac{AC}{2} = d\ tan\ r$$

$$\therefore\ AC = 2d\ tan\ r$$

આથી, $AB = 2d\ tan\ r sin\ i$

આમ, પ્રકાશીય પથ-તફાવત,

$$2n\frac{d}{cos\ r} - 2d\ tan\ r\ sin\ i$$



$$= 2 \cdot \frac{\sin i}{\sin r} \frac{d}{\cos r} - 2d \frac{\sin r}{\cos r} \sin i$$

$$= 2d \sin \left[\frac{1 - \sin^2 r}{\sin r \cos r} \right]$$

$$= 2nd \cos r$$

આ તરંગો માટે, વિનાશક દખલ (વ્યતીકરણ) માટે આ $\frac{\lambda}{2}$ થવું જ જોઈએ.

$$\Rightarrow 2nd \cos r = \frac{\lambda}{2}$$

અથવા $nd \cos r = \frac{\lambda}{4}$

કેમેરાના લેન્સ માટે, ઉદ્ગમો ઊર્ધ્વ સમતલમાં હોય છે અને આથી, $i \simeq r \simeq 0$.

$$\therefore nd \simeq \frac{\lambda}{4}.$$

$$\Rightarrow d = \frac{5500 \mathring{A}}{1.38 \times 4} \simeq 1000 \mathring{A}$$

પ્રકરણ 11

11.1 (d)

11.2 (b)

11.3 (d)

11.4 (c)

11.5 (b)

11.6 (a)

11.7 (a)

11.8 (c)

11.9 (c), (d)

11.10 (a), (c)

11.11 (b), (c)

11.12 (a), (b), (c)

11.13 (b), (d)

11.14 $\lambda_p / \lambda_d = p_x / p_p = \dfrac{\sqrt{2m_\alpha E_\alpha}}{\sqrt{2m_p E_p}} = \sqrt{8}:1$

11.15 (i) $E_{max} = 2h\nu - \phi$

(ii) એક જ ઈલેક્ટ્રૉન દ્વારા 2 ફોટોનના શોષણની સંભાવના ખૂબ જ ઓછી છે. આથી, આવા ઉત્સર્જન અવગણી શકાય. (નગણ્ય હોય છે.)

11.16 પ્રથમ કિસ્સામાં પૂરી પાડવામાં આવેલી ઊર્જા કરતાં ઓછી ઊર્જા આપવામાં આવી છે. બીજા કિસ્સામાં દ્રવ્યને એવી રીતે ઊર્જા પૂરી પાડવામાં આવી છે કે, જેથી ઉત્સર્જિત ફોટોન પાસે વધારે ઊર્જા હોય. આ સ્થિર પદાર્થોમાં બની શકતું નથી.

11.17 ના, મોટા ભાગના ઈલેક્ટ્રૉન ધાતુમાં વિખેરાયેલા હોય છે. માત્ર થોડાક જ ધાતુની સપાટીમાંથી બહાર આવી જાય છે.

11.18 કુલ E અચળ છે.

X-કિરણ અને દૃશ્ય વિસ્તારના ફોટોનની સંખ્યા ધારો કે n_1 અને n_2 છે.

$$n_1 E_1 = n_2 E_2$$

$$n_1 \frac{hc}{\lambda_1} = n_2 \frac{hc}{\lambda_2}$$

$$\frac{n_1}{n_2} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2}.$$

$$\frac{n_1}{n_2} = \frac{1}{500}$$

11.19 વેગમાન ધાતુમાં રૂપાંતરિત (તબદીલ, transferred) થાય છે. સૂક્ષ્મ સ્તરે, પરમાણુ ફોટોનનું શોષણ કરે છે અને તેનું વેગમાન મુખ્યત્વે ન્યુક્લિયસ અને ઈલેક્ટ્રૉનમાં રૂપાંતરિત થાય છે. ઉત્તેજિત ઈલેક્ટ્રૉનનું ઉત્સર્જન થાય છે. ન્યુક્લિયસ અને ઈલેક્ટ્રૉનમાં રૂપાંતરિત વેગમાનને ધ્યાનમાં લેવા માટે વેગમાન સંરક્ષણ જરૂરી છે.

11.20 મહત્તમ ઊર્જા $= h\nu - \phi$

$$\left(\frac{1230}{600} - \phi\right) = \frac{1}{2}\left(\frac{1230}{400} - \phi\right)$$

$$\phi = \frac{1230}{1200} = 1.02\text{eV}$$

11.21 $\Delta x \Delta p \simeq \hbar$

$$\Delta p \simeq \frac{\hbar}{\Delta x} \simeq \frac{1.05 \times 10^{-34}\,\text{Js}}{10^{-9}\,\text{m}} = 1.05 \times 10^{-25}$$

$$E = \frac{p^2}{2m} = \frac{(1.05 \times 10^{-25})^2}{2 \times 9.1 \times 10^{-31}} = \frac{1.05^2}{18.2} \times 10^{-19}\ \text{J} = \frac{1.05^2}{18.2 \times 1.6} eV$$

$$= 3.8 \times 10^{-2}\ eV$$

11.22 $I = n_A n_A = n_B \nu_B$

$$\frac{n_A}{n_B} = 2 = \frac{\nu_B}{\nu_A}$$

B ના કિરણજૂથની આવૃત્તિ A ની આવૃત્તિ કરતાં બમણી હશે.

11.23 $p_c = |p_A| + |p_B| = \frac{h}{\lambda_A} + \frac{h}{\lambda_B} = \frac{h}{\lambda_c} = \frac{h}{\lambda_c}$

જો $p_A, p_B > 0$ અથવા $p_A, p_B < 0$

અથવા $\lambda_c = \frac{\lambda_A \lambda_B}{\lambda_A + \lambda_B}$

જો $p_A > 0, p_B < 0$ અથવા $p_A < 0, p_B > 0$

$$p_c = h\frac{\lambda_B - \lambda_A}{|\lambda_A \cdot \lambda_B|} = \frac{h}{\lambda_c}$$

$$\lambda_c = \frac{\lambda_B \cdot \lambda_A}{|\lambda_A - \lambda_B|}.$$

11.24 $2d\ sin\theta = \lambda = d = 10^{-10}$ m

$$p = \frac{h}{10^{-10}} = \frac{6.6 \times 10^{-34}}{10^{-10}} = 6.6 \times 10^{-24} \text{ kgms}^{-1}$$

$$E = \frac{(6.6 \times 10^{-24})^2}{2 \times (1.7 \times 10^{-27})} \times 1.6 \times 10^{-19} = \frac{6.6^2}{2 \times 1.7} \times 1.6 \times 10^{-2}\ eV$$

$$= 20.5 \times 10^{-2}\ eV = 0.21\ \text{eV}$$

11.25 6×10^{26} Na ના પરમાણુનું દ્રવ્યમાન 23 kg.

લક્ષ્યનું કદ $= (10^{-4} \times 10^{-3}) = 10^{-7} m^3$

સોડિયમની ઘનતા $= (d) = 0.97\ kg/m^3$

6×10^{26} Na પરમાણુનું કદ $= \frac{23}{0.97} m^3 = 23.7\ m^3$

Na ના 1 પરમાણુએ પ્રાપ્ત કરેલ કદ $= \frac{23}{0.97 \times 6 \times 10^{26}} m^3 = 3.95 \times 10^{-26} m^3$

લક્ષ્યમાં સોડિયમ પરમાણુની સંખ્યા $= \frac{10^{-7}}{3.95 \times 10^{-26}} = 2.53 \times 10^{18}$

$10^{-4}\ m^2$ ના કિરણપુંજમાં ફોટોનની સંખ્યા/સેકન્ડ $= n$

ઊર્જા પ્રતિ સેકન્ડ $nh\nu = 10^{-4}$ J $\times 100 = 10^{-2}$ W

$$h\nu\ (\lambda = 660 \text{ nm માટે}) = \frac{1234.5}{600}$$

$$= 2.05\text{eV} = 2.05 \times 1.6 \times 10^{-19} = 3.28 \times 10^{-19} \text{ J}$$

$$n = \frac{10^{-2}}{3.28 \times 10^{-19}} = 3.05 \times 10^{16} / \text{s}$$

$$n = \frac{1}{3.2} \times 10^{17} = 3.1 \times 10^{16}$$

જો P એ પ્રતિ પરમાણુ ઉત્સર્જનની સંભાવના હોય, તો પ્રતિ ફોટોન, ઉત્સર્જિત ફોટો ઈલેક્ટ્રૉનની સંખ્યા/સેકન્ડ

$$= \text{P} \times 3.1 \times 10^{16} \times 2.53 \times 10^{18}$$

$$\text{પ્રવાહ} = \text{P} \times 3.1 \times 10^{+16} \times 2.53 \times 10^{18} \times 1.6 \times 10^{-19} \text{ A}$$

$$= \text{P} \times 1.25 \times 10^{+16} \text{ A}$$

આ 100 μA જેટલું થવું જ જોઈએ અથવા

$$\text{P} = \frac{100 \times 10^{-6}}{1.25 \times 10^{+16}}$$

$$\therefore \quad \text{P} = 8 \times 10^{-21}$$

આમ, એક પરમાણુ પરથી એક ફોટોન વડે ફોટો ઉત્સર્જનની સંભાવના 1 કરતાં ખૂબ જ નાની છે. તેથી કરીને એક પરમાણુ વડે બે ફોટોનનું શોષણ નગણ્ય છે. (અવગણી શકાય છે.)

11.26 બાહ્ય ઊર્જા વડે થતું કાર્ય $= +\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{1}{4} \int_d^{\infty} \frac{q^2}{x^2} dx = \frac{1}{4} \cdot \frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 d}$

$$d = 0.1 \text{ nm સાથે, ઊર્જા} = \frac{(1.6 \times 10^{-19}) \times 9 \times 10^9}{4(10^{-10}) \times 1.6 \times 10^{-19}} e\text{V}$$

$$= \frac{1.6 \times 9}{4} e\text{V} = 3.6\ e\text{V}$$

11.27 (i) B માટે ઉચ્ચ આવૃત્તિએ સ્ટૉપિંગ પોટૅન્શિયલ = 0. આથી તેને ઊંચું (વધારે) વર્ક ફંક્શન હશે.

(ii) $\text{ઢાળ} = \frac{h}{e} = \frac{2}{(10-5) \times 10^{14}}$ A માટે

$$= \frac{2.5}{(15-10) \times 10^{14}} \text{ B માટે}$$

$$h = \frac{1.6\times10^{-19}}{5} \times 2 \times 10^{-14} = 6.04\times10^{-34}\text{Js} \quad \text{A માટે}$$

$$= \frac{1.6\times10^{-19} \times 2.5\times10^{-14}}{5} = 8 \times 10^{-34} \text{ Js B માટે}$$

જ્યાં સુધી h નાં મૂલ્યો (ગણતરી પરથી) જુદાં મળે છે. પ્રયોગ એ સૈદ્ધાંતિક (વાદ) સાથે સુસંગત નથી.

11.28 $m_A v = m_A v_1 + m_B v_2$

$$\frac{1}{2}m_A v^2 = \frac{1}{2}m_A v_1^2 + \frac{1}{2}m_B v_2^2$$

$$\therefore \frac{1}{2}m_A(v - v_1)(v_A + v_1) = \frac{1}{2}m_B v_B^2$$

$$\therefore v + v_1 = v_2$$

અથવા $v = v_2 - v_1$

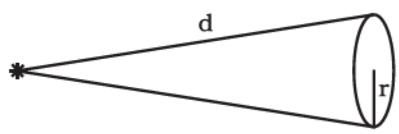
$$\therefore v_1 = \left(\frac{m_A - m_B}{m_A + m_B}\right)v \quad \text{અને} \quad v_2 = \left(\frac{2m_A}{m_A + m_B}\right)v$$

$$\therefore \lambda_{\text{પ્રારંભિક}} = \frac{h}{m_A v}$$

$$\lambda_{\text{અંતિમ}} = \frac{h}{m_A v} = \left|\frac{h(m_A + m_B)}{m_A(m_A - m_B)v}\right|$$

$$\therefore \Delta\lambda = \frac{h}{m_A v}\left[\left|\frac{m_A + m_B)}{m_A - m_B}\right| - 1\right]$$

11.29 (i) $\frac{dN}{dt} = \frac{P}{(hc/\lambda)} = 5\times10^{19}/s$



(ii) $\frac{hc}{\lambda} = 2.49 \text{ eV} > W_0$: હા

(iii) $P\cdot\frac{\pi r^2}{4\pi d^2}\Delta t = W_0, \quad \Delta t = 28.4$ s

(iv) $N = \left(\frac{dN}{dt}\right) \times \frac{\pi r^2}{4\pi d^2} \times \Delta t = 2$

પ્રકરણ 12

12.1 (c)

12.2 (c)

12.3 (a)

12.4 (a)

12.5 (a)

12.6 (a)

12.7 (a)

12.8 (a), (c)

12.9 (a), (b)

12.10 (a), (b)

12.11 (b), (d)

12.12 (b), (d)

12.13 (c), (d)

12.14 આઈન્સ્ટાઈનની દ્રવ્ય-ઊર્જા સમતુલ્યતા $E = mc^2$ આવે છે એટલે જ, H-પરમાણુનું દ્રવ્યમાન $= m_p + m_e - \frac{B}{c^2}$, જ્યાં, $B \approx 13.6eV$ એ બંધનઊર્જા છે.

12.15 કારણ કે બંને ન્યુક્લિયસ ઈલેક્ટ્રૉન કરતા ઘણાં ભારે છે.

12.16 કારણ કે ઈલેક્ટ્રૉન ફક્ત વિદ્યુત ચુંબકીય રીતે જ આંતરક્રિયા કરે છે.

12.17 હા. બોહ્રનું સૂત્રમાં વિદ્યુતભારોના ગુણાકારનો સમાવેશ કરે છે એટલે.

12.18 ના, કારણ કે બોહ્રના મૉડેલ પ્રમાણે, $E_n = -\frac{13.6}{n^2}$ અને જુદી-જુદી ઊર્જા ધરાવતા ઈલેક્ટ્રૉન જુદી-જુદી કક્ષામાં હોવાથી n નાં જુદાં જુદાં મૂલ્યો આવે. એટલે જ કોણીય વેગમાન પણ જુદું-જુદું આવે કેમકે $mvr = \frac{nh}{2\pi}$.

12.19 બોહ્રના સૂત્ર $E_n = -\frac{me^4}{8\varepsilon_0 n^2 h^2}$ માં 'm' એ રિડ્યુસ્ડ દ્રવ્યમાન છે. H-પરમાણુ માટે, $m \approx m_e$. પોઝિટ્રોનિયમ માટે $m \approx \frac{m_e}{2}$. એટલે જ, પોઝિટ્રોનિયમ માટે $E_1 \approx -6.8eV$.

12.20 $2e$ વિદ્યુતભાર ધરાવતા ન્યુક્લિયસ અને $-e$ વિદ્યુતભાર ધરાવતા ઈલેક્ટ્રૉન માટે કક્ષાઓ

$E_n = -\dfrac{4me^4}{8\varepsilon_0^2 n^2 h^2}$. ધરા-અવસ્થામાં દરેક ઊર્જા E ધરાવતા બે ઈલેક્ટ્રૉન હશે અને

કુલ ધરા-અવસ્થા ઊર્જા $-(4 \times 13.6)$ eV હશે.

12.21 v = ઈલેક્ટ્રૉનનો વેગ

a_0 = બૉહ્ર ત્રિજ્યા

$\therefore$ એકમ સમયમાં પરિભ્રમણની સંખ્યા $= \dfrac{2\pi a_0}{v}$

$\therefore$ વિદ્યુતપ્રવાહ $= \dfrac{2\pi a_0}{v} e$

12.22 $v_{mn} = cRZ^2\left[\dfrac{1}{(n+p)^2} - \dfrac{1}{n^2}\right]$,

જ્યાં, $m = n + p$, (p = 1, 2, 3, ...) અને R = રીડબર્ગ અચળાંક

માટે $p << n$.

$$v_{mn} = cRZ^2\left[\frac{1}{n^2}\left(1+\frac{p}{n}\right)^{-2} - \frac{1}{n^2}\right]$$

$$v_{mn} = cRZ^2\left[\frac{1}{n^2} - \frac{2p}{n^3} - \frac{1}{n^2}\right]$$

$$v_{mn} = cRZ^2\,\frac{2p}{n^3} \simeq \left(\frac{2cRZ^2}{n^3}\right)p$$

આથી, v_{mn} એ આશરે 1, 2, 3,... ના ક્રમનો હોય છે.

12.23 બામર શ્રેણીની H_γ રેખા એ $n = 5$ થી $n = 2$ ના સંક્રમણને અનુરૂપ છે. એટલે જ ધરા-અવસ્થા $n = 1$ માં આવેલા ઈલેક્ટ્રૉનને પહેલાં $n = 5$ અવસ્થામાં મૂકવો પડશે. આને માટે જરૂરી ઊર્જા $= E_1 - E_5 = 13.6 - 0.54 = 13.06$ eV.

જો કોણીય વેગમાનનું સંરક્ષણ થાય તો ફોટોનનું વેગમાન

= ઈલેક્ટ્રૉનના કોણીય વેગમાનનો ફેરફાર

$= L_5 - L_2 = 5\hbar - 2\hbar = 3\hbar = 3 \times 1.06 \times 10^{-34}$

$= 3.18 \times 10^{-34}$ kg m^2/s

12.24 H નું રિડ્યુસ્ડ દ્રવ્યમાન $\mu_H = \dfrac{m_e}{1+\dfrac{m_e}{M}} \simeq m_e\left(1 - \dfrac{m_e}{M}\right)$

D નું રિડ્યુસ્ડ દ્રવ્યમાન $\mu_D \simeq m_e\left(1-\frac{m_e}{2M}\right) = m_e\left(1-\frac{m_e}{2M}\right)\left(1+\frac{m_e}{2M}\right)$

$h\nu_{ij} = (E_i - E_j)\,\alpha\,\mu$ એટલે જ $\lambda_{ij}\,\alpha\,\frac{1}{\mu}$

જો હાઈડ્રોજન/ડ્યુટેરિયમ, તરંગલંબાઈ λ_H / λ_D હોય,

$$\frac{\lambda_D}{\lambda_H} = \frac{\mu_H}{\mu_D} \simeq \left(1+\frac{m_e}{2M}\right)^{-1} \simeq \left(1-\frac{1}{2\times 1840}\right)$$

$$\lambda_D = \lambda_H \times (0.99973)$$

માટે રેખાઓ → 1217.7 Å , 1027.7 Å, 974.04 Å, 951.143 Å.

12.25 ન્યુક્લિયર ગતિને ધ્યાનમાં રાખીને સ્થાયી અવસ્થાની ઊર્જાઓ

$E_n = -\frac{\mu Z^2 e^4}{8\varepsilon_0^2 h^2}\left(\frac{1}{n^2}\right)$ લેવાય.

હાઈડ્રોજનના રિડ્યુસ્ડ દ્રવ્યમાનને μ_H ડ્યુટેરિયમના રિડ્યુસ્ડ દ્રવ્યમાનને μ_D લેતાં, હાઈડ્રોજનમાં લાયમન શ્રેણીની પ્રથમ રેખાની આવૃત્તિ માટે,

$$h\nu_H = \frac{\mu_H e^4}{8\varepsilon_0^2 h^2}\left(1-\frac{1}{4}\right) = \frac{3}{4}\frac{\mu_H e^4}{8\varepsilon_0^2 h^2}.$$

એટલે જ સંક્રાંતિની તરંગલંબાઈ $\lambda_H = \frac{3}{4}\frac{\mu_H e^4}{8\varepsilon_0^2 h^3 c}$. ડ્યુટેરિયમને તે જ રેખા માટેની સંક્રાંતિની તરંગલંબાઈ $\lambda_D = \frac{3}{4}\frac{\mu_D e^4}{8\varepsilon_0^2 h^3 c}$.

$$\therefore \Delta\lambda = \lambda_D - \lambda_H$$

માટે પ્રતિશત તફાવત

$$100\times\frac{\Delta\lambda}{\lambda_H} = \frac{\lambda_D-\lambda_H}{\lambda_H}\times 100 = \frac{\mu_D-\mu_H}{\mu_H}\times 100$$

$$= \frac{\frac{m_e M_D}{(m_e+M_D)} - \frac{m_e M_H}{(m_e+M_H)}}{m_e M_H/(m_e+M_H)}\times 100$$

$$= \left[\left(\frac{m_e+M_H}{m_e+M_D}\right)\frac{M_D}{M_H} - 1\right]\times 100$$

$m_e << M_H < M_D$ હોવાથી

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda_H}\times 100 = \left[\frac{M_H}{M_D}\times\frac{M_D}{M_H}\left(\frac{1+m_e/M_H}{1+m_e/M_D}\right)-1\right]\times 100$$

$$= \left[(1+m_e/M_H)(1+m_e/M_D)^{-1}-1\right]\times 100$$

$$\simeq\left[(1+\frac{m_e}{M_H}-\frac{m_e}{M_D}-1\right]\times 100$$

$$\approx m_e\left[\frac{1}{M_H}-\frac{1}{M_D}\right]\times 100$$

$$= 9.1\times 10^{-31}\left[\frac{1}{1.6725\times 10^{-27}}-\frac{1}{3.3374\times 10^{-27}}\right]\times 100$$

$$= 9.1\times 10^{-4}[0.5979-0.2996]\times 100$$

$$= 2.714 \times 10^{-2}\ \%$$

12.26 H-પરમાણુના બિંદુવત્ ન્યુક્લિયસ માટે :

ધરા-અવસ્થા : $mvr = \hbar, \frac{mv^2}{r_B} = -\frac{e^2}{r_B{}^2}\cdot\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$

$$\therefore m\frac{\hbar^2}{m^2 r_B{}^2}\cdot\frac{1}{r_B} = +\left(\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0}\right)\frac{1}{r_B{}^2}$$

$$\therefore \frac{\hbar^2}{m}\cdot\frac{4\pi\varepsilon_0}{e^2} = r_B = 0.51\text{Å}$$

સ્થિતિઊર્જા,

$$-\left(\frac{e^2}{4\pi r_0}\right)\cdot\frac{1}{r_B} = -27.2\ eV;$$

ગતિઊર્જા $= \frac{mv^2}{2} = \frac{1}{2}m\cdot\frac{\hbar^2}{m^2 r_B^2} = \frac{\hbar}{2mr_B^2} = +13.6\ eV$

R ત્રિજ્યા ધરાવતા ગોળાકાર ન્યુક્લિયસ માટે,

જો $R < r_B$ હોય, તો એ જ પરિણામ

જો $R >> r_B$ હોય, તો r_B' ત્રિજ્યા ધરાવતા ગોળાની અંદર ઇલેક્ટ્રૉન ગતિ કરશે.

(જ્યાં, r_B' = નવી બૉહ્‌ર ત્રિજ્યા)

અંદરનો વિદ્યુતભાર $r_B'{}^4 = e\left(\frac{r_B'{}^3}{R^3}\right)$

$$\therefore \; r'_B = \frac{\hbar^2}{m}\left(\frac{4\pi\varepsilon_0}{e^2}\right)\frac{R^3}{r'^3_B}$$

$$r'^4_B = (0.51\text{Å}) \cdot R^3. \quad R = 10\text{Å}$$

$$= 510\,(\text{Å})^4$$

$$\therefore \; r'_B \approx (510)^{1/4}\,\text{Å} < R$$

$$\text{ગતિઊર્જા} = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{m}{2}\cdot\frac{\hbar}{m^2 r'^2_B} = \frac{\hbar}{2m}\cdot\frac{1}{r'^2_B}$$

$$= \left(\frac{\hbar^2}{2m{r_B}^2}\right)\cdot\left(\frac{r_B^2}{r'^2_B}\right) = (13.6\ eV)\ \frac{(0.51)^2}{(510)^{1/2}} = \frac{3.54}{22.6} = 0.16\ eV$$

$$\text{સ્થિતિઊર્જા} = +\left(\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0}\right)\cdot\left(\frac{r'^2_B - 3R^2}{2R^3}\right)$$

$$= +\left(\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{1}{r_B}\right)\cdot\left(\frac{r_B(r'^2_B - 3R^2)}{R^3}\right)$$

$$= +(27.2\,eV)\left[\frac{0.51(\sqrt{510}-300)}{1000}\right]$$

$$= +(27.2\,eV)\cdot\left(\frac{-141}{1000}\right) = -3.83\ eV$$

12.27 ન્યુક્લિયસ ભારે હોવાથી, પરમાણુનો રીકૉઇલ (recoil) વેગમાન અવગણી શકાય અને તેની સંક્રાતિની બધી જ ઊર્જા ઑગર ઇલેક્ટ્રૉનને તબદીલ કરી લેવાય. Cr માં એક જ વેલેન્સ ઇલેક્ટ્રૉન હોવાથી, ઊર્જા-અવસ્થાઓ બૉહ્‌ર મૉડેલ વડે આપેલી વિચારી શકાય.

n મી અવસ્થાની ઊર્જા $E_n = -Z^2R\frac{1}{n^2}$ જ્યાં, R એ રીડબર્ગ અચળાંક છે અને $Z = 24$.

2 થી 1 ની સંક્રાંતિમાં છૂટી પડેલી ઊર્જા

$$\Delta E = Z^2R\left(1-\frac{1}{4}\right) = \frac{3}{4}Z^2R.$$

$n = 4$ ઇલેક્ટ્રૉનને બહાર કાઢવા માટેની ઊર્જા $E_4 = Z^2R\frac{1}{16}$.

માટે, ઑગર ઇલેક્ટ્રૉનની ગતિઊર્જા,

$$\text{K.E.} = Z^2R\left(\frac{3}{4} - \frac{1}{16}\right) = \frac{1}{16}Z^2R$$

$$= \frac{11}{16} \times 24 \times 24 \times 13.6\ eV$$

$$= 5385.6\ eV$$

12.28 $m_pc^2 = 10^{-6} \times$ ઇલેક્ટ્રૉનનું દળ $\times c^2$

$$\approx 10^{-6} \times 0.5 \text{ MeV}$$

$$\approx 10^{-6} \times 0.5 \times 1.6 \times 10^{-13}$$

$$\approx 0.8 \times 10^{-19} \text{ J}$$

$$\frac{\hbar}{m_pc} = \frac{\hbar c}{m_pc^2} = \frac{10^{-34} \times 3 \times 10^8}{0.8 \times 10^{-19}} \approx 4 \times 10^{-7}\text{ m} >> \text{બોહ્‌ર ત્રિજ્યા}$$

$$|\mathbf{F}| = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{1}{r^2} + \frac{\lambda}{r}\right] \exp(-\lambda r)$$

જ્યાં, $\lambda^{-1} = \dfrac{\hbar}{m_pc} \approx 4 \times 10^{-7}\text{ m} >> r_B$

$$\therefore\ \lambda << \frac{1}{r_B} \quad \therefore\ \lambda r_B << 1$$

$$U(r) = -\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{\exp(-\lambda r)}{r}$$

$$mvr = \hbar \qquad \therefore v = \frac{\hbar}{mr}$$

વળી, $\dfrac{mv^2}{r} \approx \left(\dfrac{e^2}{4\pi\varepsilon_0}\right)\left[\dfrac{1}{r^2} + \dfrac{\lambda}{r}\right]$

$$\therefore\ \frac{\hbar^2}{mr^3} = \left(\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0}\right)\left[\frac{1}{r^2} + \frac{\lambda}{r}\right]$$

$$\therefore\ \frac{\hbar^2}{m} = \left(\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0}\right)[r + \lambda r^2]$$

જો $\lambda = 0$; $r = r_B = \frac{\hbar}{m} \cdot \frac{4\pi\varepsilon_0}{e^2}$

$$\therefore \frac{\hbar^2}{m} = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0} \cdot r_B$$

$\lambda^{-1} >> r_B$, હોવાથી, $r = r_B + \delta$ મૂકો.

$$\therefore r_B = r_B + \delta + \lambda(r_B^2 + \delta^2 + 2\delta r_B)$$

અથવા $0 = \lambda r_B^2 + \delta(1 + 2\lambda r_B)$

$$\therefore \delta = \frac{-\lambda r_B^{\ 2}}{1 + 2\lambda r_B} \approx \lambda r_B^{\ 2}(1 - 2\lambda r_B) = -\lambda r_B^{\ 2}$$ જ્યારે $\lambda r_B << 1$

$$\therefore V(r) = -\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{\exp(-\lambda\delta - \lambda r_B)}{r_B + \delta}$$

$$\therefore V(r) = -\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0} \frac{1}{r_B} \left[\left(1 - \frac{\delta}{r_B}\right) \cdot (1 - \lambda r_B)\right]$$

$\cong$ (–27.2 eV) બદલાતું નથી.

ગતિઊર્જા $= -\frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m.\frac{\hbar^2}{mr^2} = \frac{\hbar^2}{2(r_B + \delta)^2} = \frac{\hbar^2}{2r_B^{\ 2}}\left(1 - \frac{2\delta}{r_B}\right)$

$$= (13.6\text{eV})[1 + 2\lambda r_B]$$

કુલ ઊર્જા $= -\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r_B} + \frac{\hbar^2}{2r_B^{\ 2}}[1 + 2\lambda r_B]$

$$= -27.2 + 13.6[1 + 2\lambda r_B]\text{eV}$$

ઊર્જામાં થતો ફેરફાર $= 13.6 \times 2\lambda r_B \text{ eV} = 27.2\, \lambda r_B \text{ eV}$

12.29 $\varepsilon = 2 + \delta$ લો.

$$F = \frac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{R_0^{\delta}}{r^{2+\delta}} = \wedge \frac{R_0^{\delta}}{r^{2+\delta}},$$

જ્યાં, $\frac{q_1 q_2}{4\pi_0 \varepsilon} = \wedge$, $\wedge = (1.6 \times 10^{-19})^2 \times 9 \times 10^9 = 23.04 \times 10^{-29}$

$$= \frac{mv^2}{r}$$

$$v^2 = \frac{\wedge R_0^{\delta}}{m r^{1+\delta}}$$

(i) $mvr = n\hbar$, $\therefore r = \frac{n\hbar}{mv} = \frac{n\hbar}{m}\left[\frac{m}{\wedge R_0^{\delta}}\right]^{1/2} r^{1/2+\delta/2}$

r માટે ઉકેલતા, $r_n = \left[\frac{n^2\hbar^2}{m \wedge R_0^{\delta}}\right]^{\frac{1}{1-\delta}}$ મળે.

$n = 1$ માટે અને અચળાંકની કિંમત મૂકતાં, $r_1 = \left[\frac{\hbar^2}{m \wedge R_0^{\delta}}\right]^{\frac{1}{1-\delta}}$

$$r_1 = \left[\frac{1.05^2 \times 10^{-68}}{9.1 \times 10^{-31} \times 2.3 \times 10^{-28} \times 10^{+19}}\right]^{\frac{1}{2.9}}$$

$= 8 \times 10^{-11} = 0.08$ nm ($<$ 0.1 nm)

(ii) $v_n = \frac{n\hbar}{mr_n} = n\hbar\left(\frac{m \wedge R_0^{\delta}}{n^2\hbar^2}\right)^{\frac{1}{1-\delta}}$ $n = 1$ માટે $v_1 = \frac{\hbar}{mr_1} = 1.44 \times 10^6$ m/s

(iii) ગતિઊર્જા $= \frac{1}{2}mv_1^2 = 9.43 \times 10^{-19}$ J $= 5.9\,eV$

$R_0 = -\frac{\wedge}{R_0}$ સુધી સ્થિતિઊર્જા :

R_0 થી r સુધી સ્થિતિઊર્જા $= +\wedge R_0^{\delta}\int_{R_0}^{r}\frac{dr}{r^{2+\delta}} = +\frac{\wedge R_0^{\delta}}{-1-\delta}\left[\frac{1}{r^{1+\delta}}\right]_{R_0}^{r}$

$$= -\frac{\wedge R_0^{\delta}}{1+\delta}\left[\frac{1}{r^{1+\delta}} - \frac{1}{{R_0}^{1+\delta}}\right]$$

$$= -\frac{\wedge}{1+\delta}\left[\frac{R_0^{\delta}}{r^{1+\delta}} - \frac{1}{R_0}\right]$$

સ્થિતિઊર્જા $= -\frac{\wedge}{1+\delta}\left[\frac{R_0^{\delta}}{r^{1+\delta}} - \frac{1}{R_0} + \frac{1+\delta}{R_0}\right]$

$$\text{સ્થિતિઊર્જા} = -\frac{\wedge}{-0.9}\left[\frac{R_0^{-1.9}}{r^{-0.9}} - \frac{1.9}{R_0}\right]$$

$$= \frac{2.3}{0.9} \times 10^{-18}\left[(0.8)^{0.9} - 1.9\right] \text{ J} = -17.3 \ eV$$

$$\text{કુલ ઊર્જા} = (-17.3 + 5.9) = -11.4 \ eV$$

પ્રકરણ 13

13.1 (c)

13.2 (b)

13.3 (b)

13.4 (a)

13.5 (a)

13.6 (b)

13.7 (b)

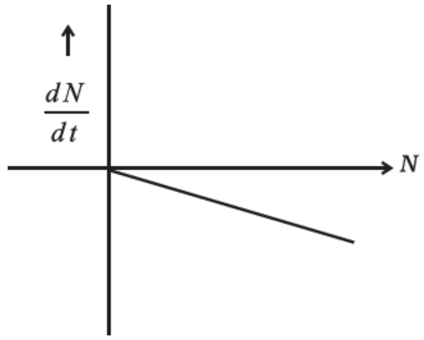
13.8 (a), (b)

13.9 (b), (d)

13.10 (c), (d)

13.11 ના, H_1^3 ની બંધનઊર્જા વધુ હોય છે.

13.12



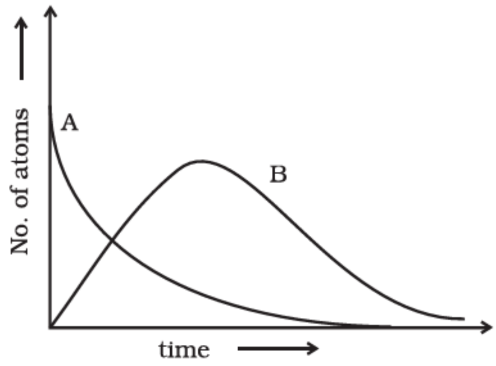
13.13 B માટે λ વધુ હોવાથી તેની સરેરાશ આયુ ટૂંકી થશે.

13.14 ઉત્તેજિત ઈલેક્ટ્રૉન કારણ કે ઈલેક્ટ્રૉનના ઊર્જા કક્ષાઓની ઊર્જા MeV નહિ પણ eV ની અવધિમાં હોય છે. જો કે, γ-વિકિરણની ઊર્જા MeV માં હોય છે.

13.15 વેગમાનનું સંરક્ષણ કરવા માટે 2γ ફોટોન ઉત્પન્ન થશે કે જે વિરુદ્ધ દિશામાં ગતિ કરશે.

13.16 પ્રોટોન ધન ભારિત હોય છે અને તેઓ એકબીજાને વિદ્યુતીય રીતે અપાકર્ષે છે. 10 કે તેથી વધુ પ્રોટોન ધરાવતા ન્યુક્લિયસમાં આ અપાકર્ષણ એટલું વધી જાય છે કે તેમાં સ્થિરતા માટે ફક્ત આકર્ષણ બળ ઉત્પન્ન કરે તેવા વધારાના ન્યુટ્રૉનની જરૂર પડે છે.

13.17



$t = 0$ સમયે $N_A = N_O$ જ્યારે $N_B = 0$. સમયના વધારા સાથે, N_A ચરઘાતાંકીય રીતે ઘટશે અને B ના પરમાણુઓની સંખ્યા વધીને મહત્તમ થશે અને અંતે ઘટીને અનંત સમયે શૂન્ય બનશે (ચરઘાતાંકીય ક્ષયના નિયમને અનુસરીને.).

13.18 $t = \frac{1}{\lambda} \ln \frac{R_0}{R}$

$$= \frac{5760}{0.693} \ln \frac{16}{12} = \frac{5760}{0.693} \ln \frac{4}{3}$$

$$= \frac{5760}{0.693} \times 2.303 \log \frac{4}{3} = 2391.12 \text{ વર્ષ}$$

13.19 એકબીજાથી d અંતરે આવેલી બે વસ્તુઓને સ્પષ્ટ રીતે અલગ જોવા માટેના સિગ્નલ (proving signal)ની તરંગલંબાઈ λ એ d કરતાં ઓછી હોવી જોઈએ. માટે જ, ન્યુક્લિઓનમાં જુદા ભાગોને શોધી કાઢવા, ઇલેક્ટ્રૉનની તરંગલંબાઈ 10^{-15} m કરતાં ઓછી હોવી જોઈએ.

$$\lambda = \frac{h}{p} \text{ અને } K \approx pc \Rightarrow K \approx pc = \frac{hc}{\lambda}$$

$$= \frac{6.63 \times 10^{34} \times 3 \times 10^{8}}{1.6 \times 10^{-19} \times 10^{-15}} eV$$

$$= 10^9 \text{ eV} = 1 \text{ GeV}$$

13.20 (a) ${}^{23}_{11}\text{Na} : Z_1 = 11, N_1 = 12$

$\therefore$ ${}^{23}_{11}\text{Na}$ નો મીરર આઇસોબાર (સમભારિય) = ${}^{23}_{12}\text{Mg}$

(b) $Z_2 > Z_1$ હોવાથી, Mg ની બંધનઊર્જા Na કરતાં વધુ હોય છે.

13.21 $^{38}S \xrightarrow[2.48\,h]{} {}^{38}Cl \xrightarrow[0.62\,h]{} {}^{38}Ar$

t સમયે, ^{38}S ના સક્રિય ન્યુક્લિયસોની સંખ્યા $N_1(t)$ અને ^{38}Cl ના સક્રિય ન્યુક્લિયસોની સંખ્યા $N_2(t)$ લો.

$\frac{dN_1}{dt} = -\lambda_1 N_1 =$ ^{38}Cl ના નિર્માણનો દર

વધુમાં $\frac{dN_2}{dt} = -\lambda_1 N_2 + \lambda_1 N_1$

પણ, $N_1 = N_0 e^{-\lambda_1 t}$

$\therefore \frac{dN_2}{dt} = -\lambda_1 N_0 e^{-\lambda_1 t} - \lambda_2 N_2$

બંને બાજુએ $e^{\lambda_2 t} dt$ નો ગુણાકાર કરતાં અને ફરીથી ગોઠવણી કરતાં,

$e^{\lambda_2 t} dN_2 + \lambda_2 N_2 e^{\lambda_2 t} dt = \lambda_1 N_0 e^{(\lambda_2 - \lambda_1)t} dt$

બંને બાજુ સંકલન કરતાં,

$N_2 e^{\lambda_2 t} = \frac{N_0 \lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} e^{(\lambda_2 - \lambda_1)t} + C$

$t = 0$ સમયે $N_2 = 0$ હોવાથી $C = -\frac{N_0 \lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1}$

$\therefore N_2 e^{\lambda_2 t} = \frac{N_0 \lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} (e^{(\lambda_2 - \lambda_1)t} - 1)$

$\therefore N_2 = \frac{N_0 \lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} (e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t})$

મહત્તમ કાઉન્ટ માટે $\frac{dN_2}{dt} = 0$

ઉકેલ કરતા, $t = \left(\ln \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \right) / (\lambda_1 - \lambda_2)$

$= \ln \frac{2.48}{0.62} / (2.48 - 0.62)$

$= \frac{\ln 4}{1.86} = \frac{2.303 \log 4}{1.86}$

$= 0.745\ s$

13.22 ઊર્જાના સંરક્ષણ પરથી,

$$E - B = K_n + K_p = \frac{p_n^2}{2m} + \frac{p_p^2}{2m} \quad ...(1)$$

વેગમાનના સંરક્ષણ પરથી,

$$p_n + p_p = \frac{E}{c} \quad ...(2)$$

જો E = B લઈએ તો પ્રથમ સમીકરણ પરથી $p_n = p_p = 0$ અને તેથી દ્વિતીય સમીકરણ ન સંતોષાય અને તે પ્રક્રિયા થઈ શકે નહિ.

પ્રક્રિયાને સંભવ થવા માટે, $E = B + \lambda$ લો, જ્યાં $\lambda << B$.

પછી, સમીકરણ (2)માંથી p_n ને સમીકરણ (1) માં મૂકતાં,

$$\lambda = \frac{1}{2m}(p_p^2 + p_n^2) = \frac{1}{2m}\left(p_p^2 + \left(p_p - E/c\right)^2\right)$$

$$\therefore \; 2p_p^2 - \frac{2E}{c}p_p + \left(\frac{E^2}{c^2} - 2m\lambda\right) = 0$$

$$\therefore \; p_p = \frac{2E/c \pm \sqrt{4E^2/c^2 - 8\left(\frac{E^2}{c^2} - 2m\lambda\right)}}{4}$$

p_p ને વાસ્તવિક હોવા માટે નિશ્ચાયક ધન હોવો જોઈએ.

તેથી, $\frac{4E^2}{c^2} - 8\left(\frac{E^2}{c^2} - 2m\lambda\right) = 0$

અથવા $16m\lambda = \frac{4E^2}{c^2}, \;\therefore\; \lambda = \frac{E^2}{4mc^2} \approx \frac{B^2}{4mc^2}$.

13.23 H-પરમાણુની બંધનઊર્જા $E = \frac{me^4}{8\varepsilon_0^2 h^2} = 13.6 \; eV$ ...(1)

જો પ્રોટોન અને ન્યુટ્રૉન દરેકનો વિદ્યુતભાર e' હોય અને તેઓ સમાન વિદ્યુતબળથી દોરવાના હોય, તો ઉપરના સમીકરણમાં ઈલેક્ટ્રૉનના દ્રવ્યમાન m ને બદલે પ્રોટોન-ન્યુટ્રૉનનું રિડ્યુસ્ડ દ્રવ્યમાન m' અને ઈલેક્ટ્રૉનના વિદ્યુતભાર e ને બદલે e' લેતાં,

$$m' = \frac{M}{2} = \frac{1836\,m}{2} = 918\,m$$

$\therefore$ બંધનઊર્જા $= \frac{918 m e'}{8\varepsilon_0^2 h^2} = 2.2 \text{ MeV}$ (આપેલ) ...(2)

(2) ને (1) વડે ભાગતાં,

$$918\left(\frac{e'}{e}\right)^4 = \frac{2.2 \text{ MeV}}{13.6 \; eV}$$

$$\Rightarrow \frac{e'}{e} \approx 11$$

13.24 β ક્ષય પહેલાં, ન્યુટ્રૉન સ્થાયી હોય છે, માટે $E_n = m_n c^2, p_n = 0$

β ક્ષય પછી, વેગમાનના સંરક્ષણ પરથી,

$\boldsymbol{p}_n = \boldsymbol{p}_p + \boldsymbol{p}_e$ અથવા

$\boldsymbol{p}_p + \boldsymbol{p}_e = 0 \Rightarrow |\boldsymbol{p}_p| = |\boldsymbol{p}_e| = p$

વળી, $E_p = (m_p{}^2 c^4 + p_p{}^2 c^2)^{\frac{1}{2}}$,

$$E_e = (m_e{}^2 c^4 + p_e{}^2 c^2)^{\frac{1}{2}} = (m_e{}^2 c^4 + p_p c^2)^{\frac{1}{2}}$$

ઊર્જાના સંરક્ષણ પરથી,

$$(m_p{}^2 c^4 + p^2 c^2)^{\frac{1}{2}} + (m_e{}^2 c^4 + p^2 c^2)^{\frac{1}{2}} = m_n c^2$$

$$m_p c^2 \approx 936\,\text{MeV}, \quad m_n c^2 \approx 938\,\text{MeV}, \quad m_e c^2 = 0.51\,\text{MeV}$$

n અને p વચ્ચેનો ઊર્જા-તફાવત નાનો હોવાથી, pc નાનું હશે. $pc << m_p c^2$ જ્યારે, pc એ $m_e c^2$ કરતા વધુ હોઈ શકે.

$$\Rightarrow m_p c^2 + \frac{p^2 c^2}{2 m_p{}^2 c^4} \simeq m_n c^2 - pc$$

પ્રથમ ક્રમ પર $pc \simeq m_n c^2 - m_p c^2 = 938\,\text{MeV} - 936\,\text{MeV} = 2\text{MeV}$

આ વેગમાન આપે છે.

પછી, $E_p = (m_p{}^2 c^4 + p^2 c^2)^{\frac{1}{2}} = \sqrt{936^2 + 2^2} \simeq 936\,\text{MeV}$

$$E_e = (m_e{}^2 c^4 + p^2 c^2)^{\frac{1}{2}} = \sqrt{(0.51)^2 + 2^2} \simeq 2.06\,\text{MeV}$$

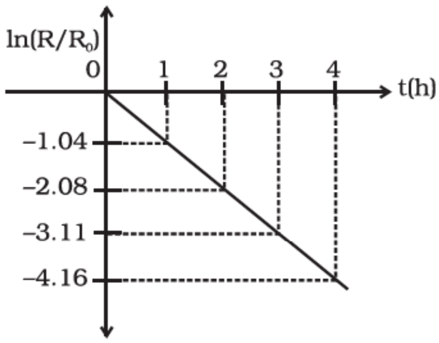
13.25 (i) $t_{1/2} = 40$ min (આશરે)

(ii) આલેખનો ઢાળ $= -\lambda$

તેથી, $\lambda = -\left(\frac{-4.16 + 3.11}{1}\right) = 1.05\,\text{h}$

તેથી, $t_{1/2} = \frac{0.693}{1.05} = 0.66$ h

$= 39.6$ min અથવા 40 min (આશરે)



13.26 (i) $S_{pSn} = (M_{119,70} + M_H - M_{120,70})\, c^2$

$= (118.9058 + 1.0078252 - 119.902199)\, c^2$

$= 0.0114362\ c^2$

$S_{pSb} = (M_{120,70} + M_H - M_{121,70})\, c^2$

$= (119.902199 + 1.0078252 - 120.903822)\, c_2$

$= 0.0059912\ c^2$

$S_{pSn} > S_{pSb}$ હોવાથી S*n* નો ન્યુક્લિયસ S*b* ના ન્યુક્લિયસ કરતાં વધુ સ્થાયી છે.

(ii) આ દર્શાવે છે કે ન્યુક્લિયસનું શેલ માળખું (shell structure) એ પરમાણુના શેલ માળખાને સમાન છે.

આ, બંધનઊર્જા/ન્યુક્લિઓનના વક્રમાં મળતા શિખરો (peaks)ની સમજૂતી પણ આપે છે.

પ્રકરણ 14

14.1 (d)

14.2 (b)

14.3 (b)

14.4 (d)

14.5 (b)

14.6 (c)

14.7 (b)

14.8 (c)

14.9 (a), (c)

14.10 (a), (c)

14.11 (b), (c), (d)

14.12 (b), (c)

14.13 (a), (b), (d)

14.14 (b), (d)

14.15 (a), (c), (d)

14.16 (a), (d)

14.17 ડોપિંગ પરમાણુની સાઈઝ એવી હોવી જોઈએ કે, જેથી તે શુદ્ધ અર્થવાહકના લેટિસ બંધારણને વિકૃતિ ન કરે તથા તે Si કરે. Ge સાથે સહસંયોજક-બંધ બનાવવા માટે સહેલાઈથી વિદ્યુતભાર વાહકોને ફાળો આપે.

14.18 તેમના પરમાણુની સાઈઝને અનુરૂપ Sn માટે ઊર્જા ગૅપ 0 eV, C માટે 5.4 eV, Si માટે 1.1 eV અને Ge માટે 0.7eV છે.

14.19 ના, કારણ કે વૉલ્ટમિટરનો અવરોધ જંક્શનના અવરોધની સરખામણીમાં ઘણો વધારે હોવો જોઈએ, જ્યારે અહીં જંક્શનનો અવરોધ લગભગ અનંત છે.

14.20

14.21 (i) $10 \times 20 \times 30 \times 10^{-3} = 6V$

(ii) જો dc સપ્લાય વૉલ્ટેજ 5V હોય, તો આઉટપુટ પીક $V_{cc} = 5V$ થી વધારે ન હોઈ શકે. તેથી, $V_0 = 5V$.

14.22 ના, વિવર્ધિત આઉટપુટ માટે જરૂરી વધારાનો પાવર DC સ્રોત પાસેથી મેળવવામાં આવે છે.

14.23 (i) ઝેનર જંક્શન ડાયોડ અને સોલર સેલ

(ii) ઝેનર બ્રેકડાઉન વૉલ્ટેજ

(iii) Q-શૉર્ટસર્કિટ પ્રવાહ

P-ઑપન સર્કિટ વૉલ્ટેજ

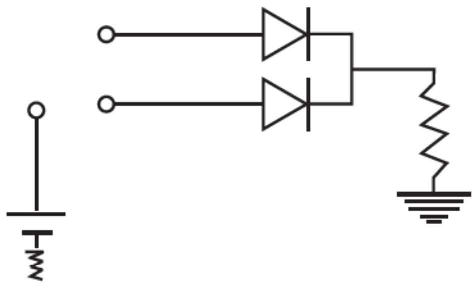
14.24 આપાત પ્રકાશના ફોટોનની ઊર્જા

$$hv = \frac{6.6 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^8}{6 \times 10^{-7} \times 1.6 \times 10^{-19}} = 2.06\, eV$$

ફોટો ડાયોડ દ્વારા આપાત વિકિરણની પરખ થઈ શકે તે માટે આપાત વિકિરણના ફોટોનની ઊર્જા બૅન્ડગૅપ ઊર્જા કરતાં વધુ હોવી જોઈએ. આ હકીકત ફક્ત D_2 માટે સાચી છે. તેથી, ફક્ત D_2 ડાયોડ વિકિરણની પરખ કરી શકશે.

14.25 $I_B = \frac{V_{BB} - V_{BE}}{R_1}$. જો R_1 નું મૂલ્ય વધશે, તો I_B ઘટશે. હવે $I_c = \beta I_b$ હોવાથી પરિણામ સ્વરૂપે I_C ઘટશે એટલે કે એમિટર અને વૉલ્ટમિટરનાં અવલોકનોમાં ઘટાડો થશે.

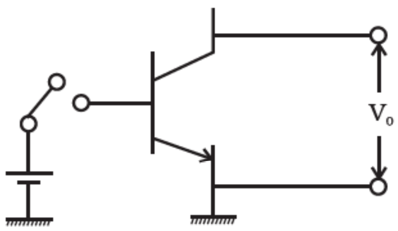
14.26



OR gate નીચે દર્શાવેલ ટ્રુથ ટેબલ પ્રમાણે આઉટપુટ આપે છે :

A	B	C
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

14.27



ઈનપુટ	આઉટપુટ
A	A
0	1
1	0

14.28 તત્ત્વ અર્ધવાહકો (elemental semi-conductor's)ની બેન્ડ ગૅપ એવી હોય છે કે જેથી ઉત્સર્જન IR ક્ષેત્રમાં થાય.

14.29 ટ્રુથ ટેબલ

A	B	Y
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

AND ગેટ

14.30 $I_{Zmax} = \frac{P}{V_Z} = 0.2\text{ A} = 200\,\text{mA}$

$$R_S = \frac{V_s - V_Z}{I_{Zmax}} = \frac{2}{0.2} = 10\ \Omega$$

14.31 I_3 શૂન્ય છે કારણ કે તે શાખામાં રહેલો ડાયોડ રિવર્સ બાયસમાં છે. શાખામાં AB અને EF દરેકમાં રહેલો અવરોધ

$(125 + 25)\,\Omega = 150\,\Omega.$

AB અને EF સમાન અને સમાંતર શાખાઓ હોવાથી તેમનો અસરકારક અવરોધ

$\frac{150}{2} = 75\,\Omega.$

$\therefore$ પરિપથનો કુલ અવરોધ $= (75 + 25)\ \Omega = 100\,\Omega$

$\therefore$ પ્રવાહ $I_1 = \frac{5}{100} = 0.05\,A$

AB અને EF ના અવરોધો હોવાથી તથા $I_1 = I_2 + I_3 + I_4$, $I_3 = 0$

$\therefore\ I_2 = I_4 = \frac{0.05}{2} = 0.025\ A$

14.32 $V_{be} = 0$ હોવાથી, R_b ના બે છેડા વચ્ચે વૉલ્ટેજ ડ્રૉપ 10V મળશે.

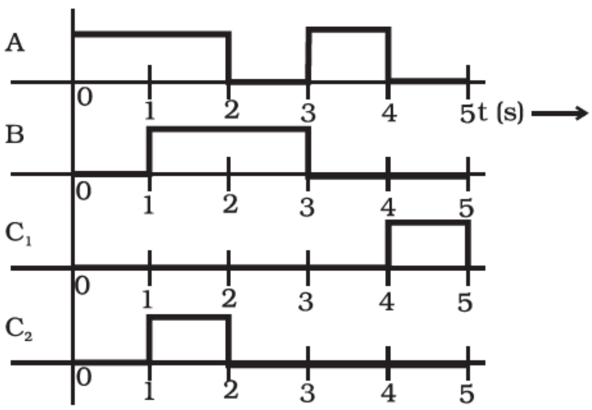
$\therefore\ I_b = \frac{10}{400 \times 10^3} = 25\,\mu A$

હવે, $V_{ce} = 0$, R_c ના બે છેડા વચ્ચે વૉલ્ટેજ ડ્રૉપ, i.e. $I_cR_c = 10V$.

$\therefore\ I_c = \frac{10}{3 \times 10^3} = 3.33 \times 10^{-3} = 3.33\,mA$

$\therefore\ \beta = \frac{I_c}{I_b} = \frac{3.33 \times 10^{-3}}{25 \times 10^{-6}} = 1.33 \times 10^2 = 133$

14.33



14.34 આઉટપુટ લાક્ષણિકતા પરથી બિંદુ Q પાસે $V_{CE} = 8V$ અને $I_C = 4$ mA

$V_{CC} = I_CR_C + V_{CE}$

$$R_c = \frac{V_{CC} - V_{CE}}{I_C}$$

$$R_c = \frac{16-8}{4\times10^{-3}} = 2\,K\Omega$$

હવે,

$$V_{BB} = I_B R_B + V_{BE}$$

$$R_B = \frac{16-0.7}{30\times10^{-6}} = 510\,K\Omega$$

તથા $\beta = \frac{I_C}{I_B} = \frac{4\times10^{-3}}{30\times10^{-6}} = 133$

વૉલ્ટેજ ગેઈન $= A_V = -\beta\frac{R_C}{R_B}$

$$= -133 \times \frac{2\times10^3}{510\times10^3}$$

$$= 0.52$$

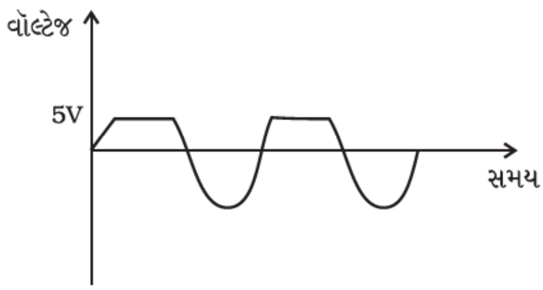
પાવર ગેઈન $= A_P = \beta \times A_V$

$$= -\beta^2\frac{R_C}{R_B}$$

$$= (133)^2 \times \frac{2\times10^3}{510\times10^3}$$

$$= 69$$

14.35 જ્યારે ઈનપુટ વૉલ્ટેજ 5V કરતાં વધારે હશે. ડાયોડમાંથી પ્રવાહ વહેશે. જ્યારે ઈનપુટ 5V કરતાં ઓછા હશે. ડાયોડ એક ખૂલ્લો પરિપથ હશે.



14.36 (i) 'n' વિસ્તારમાં As ને કારણે e^- ની સંખ્યા,

$n_e = N_D = 1 \times 10^{-6} \times 5 \times 10^{28}$ પરમાણુ/m^3

$n_e = 5 \times 10^{22}/m^3$

માઈનોરિટી કેરિયર (હોલ)ની સંખ્યા,

$$n_h = \frac{n_i^2}{n_e} = \frac{(1.5 \times 10^{16})^2}{5 \times 10^{22}} = \frac{2.25 \times 10^{32}}{5 \times 10^{22}}$$

$$n_h = 0.45 \times 10/m^3$$

આ જ રીતે, બોરોનનું ડોપિંગ કરવામાં આવે છે ત્યારે 'p' પ્રકાર રચાય છે,

જેમાં

$$n_h = N_A = 200 \times 10^{-6} \times 5 \times 10^{28}$$

$$= 1 \times 10^{25}/m^3$$

જે 'n' પ્રકારની વેફરમાં રહેલા e^- ની સંખ્યાની સરખામણીમાં ખૂબ જ વધારે છે. જેમાં બોરોન ડિફ્યુઝ કરવામાં આવે છે.

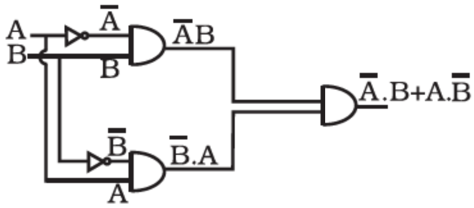
તેથી આ રીતે બનાવેલ 'p' ક્ષેત્રમાં માઈનોરિટી કૅરિયરની સંખ્યા,

$$n_e = \frac{n_i^2}{n_h} = \frac{2.25 \times 10^{32}}{1 \times 10^{25}}$$

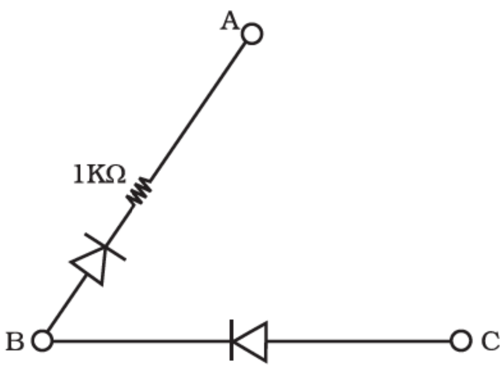
$$= 2.25 \times 10^7/m^3$$

(ii) આમ, જ્યારે રિવર્સ બાયસ કરવામાં આવે ત્યારે 'n' વિસ્તારમાં રહેલા $0.45 \times 10^{10}/m^3$, હોલ, p-વિસ્તારમાં રહેલા માઈનોરિટી e^- $2.25 \times 10^7/m^3$ ની સરખામણીમાં રિવર્સ સેચ્યુરેશન પ્રવાહમાં વધારે ફાળો આપશે.

14.37



14.38



14.39 $I_C \approx I_E \quad \therefore I_C (R_C + R_E) + V_{CE} = 12\ V$

$R_E = 9 - R_C = 1.2\ K\Omega$

$\therefore V_E = 1.2\ V$

$V_B = V_E + V_{BE} = 1.7\ V$

$$I = \frac{V_B}{20K} = 0.085\ mA$$

$$R_B = \frac{12 - 1.7}{I_C/\beta + 0.085} = \frac{10.3}{0.01 + 1.085} = 108\,K\Omega$$

14.40 $I_E = I_C + I_B \qquad I_C = \beta\ I_B$ ...(1)

$I_C R_C + V_{CE} + I_E R_E = V_{CC}$ ...(2)

$R I_B + V_{BE} + I_E R_E = V_{CC}$ ...(3)

સમીકરણ (3) પરથી, $I_e \approx I_C = \beta\ I_B$

$$(R + \beta\ R_E) = V_{CC} - V_{BE},\ I_B = \frac{V_{CC} - V_{BE}}{R + \beta R_E} = \frac{11.5}{200}\ mA$$

સમીકરણ (2) પરથી,

$$R_C + R_E = \frac{V_{CC} - V_{CE}}{I_C} = \frac{V_{CC} - V_{CE}}{\beta I_B} = \frac{2}{11.5}(12 - 3)\ K\Omega = 1.56\ K\Omega$$

$R_C = 1.56 - 1 = 0.56\ K\Omega$