ত্ৰিকোণমিতিৰ কিছুমান প্ৰয়োগ
(Some Applications of Trigonometry)

নৱম অধ্যায়

9.1. অৱতাৰণা (Introduction)

আগৰ অধ্যায়ত, তোমালোকে ত্ৰিকোণমিতীয় অনুপাতৰ বিষয়ে অধ্যয়ন কৰিছা। এই অধ্যায়ত, তোমালোকৰ চাৰিওফালে থকা জীৱনত ত্ৰিকোণমিতি ব্যৱহৃত হোৱা কিছুমান উপায়ৰ বিষয়ে অধ্যয়ন কৰিব পাৰিবা। গোটেই বিশ্বতে পণ্ডিতসকলে অধ্যয়ন কৰা আটাইতকৈ পুৰণি বিষয়বোৰৰ ভিতৰত ত্ৰিকোণমিতি এটা। অষ্টম অধ্যায়ত কৈ অহাৰ দৰে, জ্যোতিৰ্বিজ্ঞানত আৱশ্যক হোৱা বাবে ত্ৰিকোণমিতি আৱিষ্কাৰ হৈছিল। তেতিয়াৰ পৰা জ্যোতিৰ্বিজ্ঞানীসকলে ইয়াক ব্যৱহাৰ কৰিছে, উদাহৰণস্বৰূপে, পৃথিৱীৰ পৰা গ্ৰহ আৰু নক্ষত্ৰবোৰৰ দূৰত্ব নিৰ্ণয় কৰিবলৈ। ভূগোল আৰু নৌ-বিদ্যাতো ত্ৰিকোণমিতি ব্যৱহাৰ কৰা হয়। মানচিত্ৰ অংকন আৰু দ্ৰাঘিমাংশ আৰু অক্ষাংশ সাপেক্ষে এটা দ্বীপৰ অৱস্থান নিৰ্ণয় কৰিবলৈ ত্ৰিকোণমিতিৰ জ্ঞান ব্যৱহাৰ কৰা হয়।

জৰীপকৰ্তাসকলে শতিকা ধৰি ত্ৰিকোণমিতি ব্যৱহাৰ কৰিছে। ব্ৰিটিছ-ভাৰতবৰ্ষৰ ঊনৈশ শতিকাৰ এনেকুৱা এটা ডাঙৰ জৰীপ প্ৰকল্প হ'ল 'গ্ৰেট্‌ ত্ৰিকোণমিত্ৰিক চাৰ্ভে'। ইয়াৰ বাবে চিৰযুগমীয়া দুটা আটাইতকৈ ডাঙৰ মাটি জোখা কোণমান যন্ত্ৰ (Theodolite) নিৰ্মাণ কৰা হৈছিল। 1852 চনত জৰীপৰ সময়ত পৃথিৱীৰ আটাইতকৈ ডাঙৰ পৰ্বতখন আৱিষ্কাৰ কৰা হৈছিল। 160 কি.মি. দূৰত্বত থকা ছয়টা ভিন্ন স্থানৰ পৰা শৃংগটো নিৰীক্ষণ কৰা হৈছিল। 1856 চনত এই শৃংগটো চাৰ্ জৰ্জ এভাৰেষ্ট হিচাবে নামকৰণ কৰা হৈছিল। তেৰেঁই প্ৰথমে বৃহৎ মাটি জোখা কোণমান যন্ত্ৰবোৰ স্থাপন আৰু ব্যৱহাৰ কৰিছিল (ভাৰৰ চিত্ৰত চোৱা)। বৰ্তমান মাটিজোখা কোণমান যন্ত্ৰবোৰ দেৰাডুনত থকা ভাৰতৰ জৰীপ মিউজিয়ামত প্ৰদৰ্শন কৰা হয়।

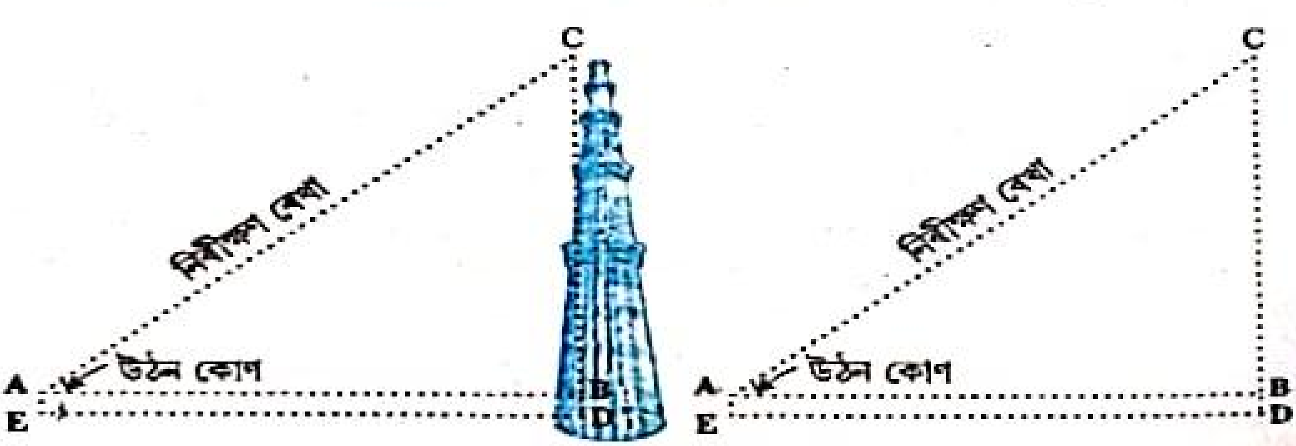
A Theodolite

(ত্ৰিকোণমিতিৰ তত্ত্বৰ আধাৰত জৰীপ কৰা যন্ত্ৰ, এটা ঘূৰ্ণিয়মান দূৰবীণৰ সৈতে কোণ জোখাৰ বাবে ব্যৱহাৰ কৰা হয়।)

এই অধ্যায়ত, প্ৰকৃত জোখ-মাখ নোলোৱাকৈ বিভিন্ন বস্তুৰ উচ্চতা আৰু দূৰত্ব নিৰ্ণয় কৰাৰ বাবে কেনেকৈ ত্ৰিকোণমিতি ব্যৱহাৰ কৰা হয় আমি চাম।

9.2. উচ্চতা আৰু দূৰত্ব (Heights and Distances) :

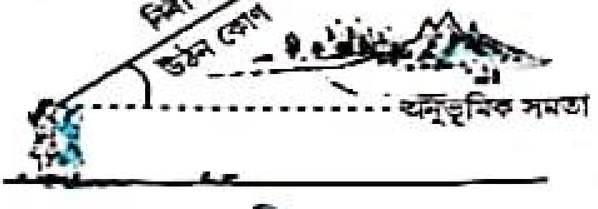
আগৰ অধ্যায়ৰ চিত্ৰ 8.1 বিবেচনা কৰোঁহক। ইয়াক তলৰ চিত্ৰ 9.1 ত পুনৰ অঁকা হ'ল।



চিত্ৰ 9.1

এই চিত্ৰত, এজন ছাত্ৰৰ চকুৰ পৰা মিনাৰটোৰ শীৰ্ষলৈ টনা AC ৰেখাক নিৰীক্ষণ ৰেখা (line of sight) বোলা হয়। ছাত্ৰজনে মিনাৰটোৰ শীৰ্ষলৈ চাই আছে। অনুভূমিকৰ লগত নিৰীক্ষণ ৰেখাৰ দ্বাৰা উৎপন্ন হোৱা BAC কোণক ছাত্ৰজনৰ চকুৰ পৰা মিনাৰৰ শীৰ্ষৰ উঠন কোণ (angle of elevation) বোলা হয়।

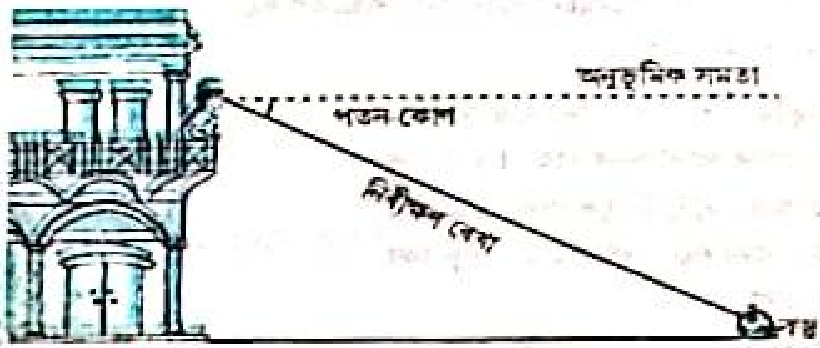
এইদৰে, নিৰীক্ষণ ৰেখা হ'ল এজন পৰ্যবেক্ষকৰ চকুৰ পৰা পৰ্যবেক্ষকৰ দ্বাৰা নিৰীক্ষণ কৰা বস্তুটোৰ বিন্দুলৈ টনা ৰেখা। নিৰীক্ষণ কৰা বিন্দুটোৰ উঠন কোণ হ'ল অনুভূমিকৰ লগত নিৰীক্ষণ ৰেখাৰ দ্বাৰা উৎপন্ন হোৱা কোণ, যেতিয়া অনুভূমিক সমতাৰ ওপৰত বিন্দুটো নিৰীক্ষণ কৰা হয়। অৰ্থাৎ যেতিয়া আমি বস্তুটো চাবলৈ আমাৰ মূৰ দাঙো (চিত্ৰ 9.2)।



চিত্ৰ 9.2

এতিয়া চিত্ৰ 8.2. ত দিয়া অৱস্থাটো বিবেচনা কৰোঁহক। বেলকনিত বহি ছোৱালীজনীয়ে মন্দিৰৰ খটখটি এটাত থকা ফুলৰ পাত্ৰ এটালৈ তলফালে চাই আছে। এই ক্ষেত্ৰত, নিৰীক্ষণ ৰেখা অনুভূমিক সমতাৰ তলত। অনুভূমিকৰ লগত নিৰীক্ষণ ৰেখাৰ দ্বাৰা উৎপন্ন হোৱা কোণটোক পতন কোণ (angle of depression) বোলা হয়।

এইদৰে, বস্তুটোৰ ওপৰত নিৰীক্ষণ কৰা এটা বিন্দুৰ পতন কোণ হ'ল অনুভূমিকৰ লগত নিৰীক্ষণ ৰেখাৰ দ্বাৰা উৎপন্ন হোৱা কোণ যেতিয়া বিন্দুটো অনুভূমিক সমতাৰ তলত থাকে অৰ্থাৎ যেতিয়া আমি নিৰীক্ষণ কৰা বিন্দুটো চাবলৈ আমাৰ মূৰ তললৈ নমাওঁ (চিত্ৰ 9.3 চোৱা)।



চিত্ৰ 9.3

এতিয়া, চিত্ৰ 8.3. ত উৎপন্ন হোৱা নিৰীক্ষণ ৰেখাবোৰ আৰু কোণবোৰ তোমালোকে চিনাক্ত কৰিব পাৰিবা? সেইবোৰ উঠন কোণ বা পতন কোণ হয়নে?

আকৌ আমি চিত্ৰ 9.1 উল্লেখ কৰোঁহক। যদি তুমি প্ৰকৃত জোখ-মাখ নোলোৱাকৈ মিনাৰৰ উচ্চতা CD নিৰ্ণয় কৰিব বিচৰা, তেন্তে তোমাক কি জানৰ প্ৰয়োজন? তোমাক তলত দিয়াবোৰ জনাৰ আৱশ্যক হ'ব :

(i) মিনাৰৰ পাদ বিন্দুৰ পৰা ছাত্ৰজন থিয় হৈ থকা স্থানৰ দূৰত্ব DE।

(ii) মিনাৰৰ শীৰ্ষৰ উঠনকোণ $\angle BAC$

(iii) ছাত্ৰজনৰ উচ্চতা AE

উপৰোক্ত জোখ তিনিটা জনা আছে বুলি ধৰি লৈ আমি কেনেকৈ মিনাৰৰ উচ্চতা নিৰ্ণয় কৰিব পাৰো?

চিত্ৰত, $CD = CB + BD$। ইয়াত, $BD = AE$, যি ছাত্ৰজনৰ উচ্চতা। BC নিৰ্ণয় কৰিবলৈ আমি $\angle BAC$ বা $\angle A$ৰ ত্ৰিকোণমিতীয় অনুপাত ব্যৱহাৰ কৰিম। ΔABCত, বাহু BC, জ্ঞাত $\angle A$ ৰ বিপৰীত বাহু।

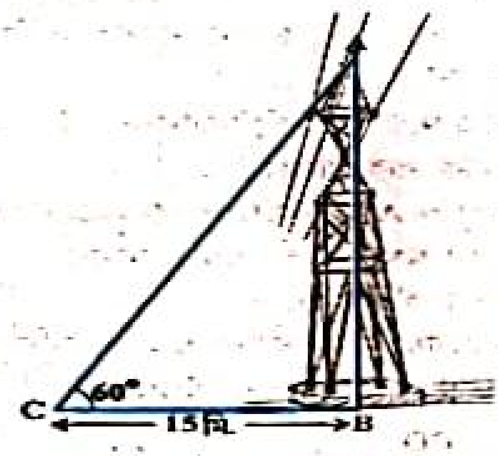
এতিয়া, আমি ত্ৰিকোণমিতিৰ কোনটো অনুপাত ব্যৱহাৰ কৰিব পাৰো? সেইবোৰৰ কোনটোৰ আমি পোৱা দুটা মান আছে আৰু আমি এটা মান নিৰ্ণয় কৰা প্ৰয়োজন? tanA বা cotA ব্যৱহাৰ কৰিলে আমাৰ অন্বেষণ কৰিব, যিহেতু এই অনুপাতবোৰৰ AB আৰু BC ৰ লগত সম্পৰ্ক।

গতিকে, $\tan A = \frac{BC}{AB}$ বা $\cot A = \frac{AB}{BC}$, লৈ ইয়াক সমাধান কৰি আমি BC পাম। BCৰ লগত AE যোগ কৰি, আমি মিনাৰৰ উচ্চতা পাম।

এতিয়া আমি ওপৰত আলোচনা কৰি অহা পদ্ধতিৰ দৰে কিছুমান পদ্ধতি ব্যৱহাৰ কৰি সমস্যা সমাধানৰ চেষ্টা কৰোঁ আহা।

উদাহৰণ 1 : ভূমিত এটা স্তম্ভ উলম্বভাৱে থিয় হৈ আছে। স্তম্ভটোৰ পাদবিন্দুৰ পৰা 15 মিটাৰ দূৰত্বত ভূমিত থকা এটা বিন্দুৰ পৰা স্তম্ভটোৰ শীৰ্ষবিন্দুৰ উঠন কোণ 60° পোৱা হ'ল। স্তম্ভটোৰ উচ্চতা নিৰ্ণয় কৰা।

সমাধান : প্ৰথমতে, আমি সমস্যাটো বুজাবলৈ এটা সৰল চিত্ৰ আকোঁহক। ইয়াত AB য়ে স্তম্ভটোক নিৰ্দেশ কৰে, স্তম্ভৰ পৰা বিন্দুটোৰ দূৰত্ব CB আৰু উঠন কোণ $\angle ACB$। আমি স্তম্ভটোৰ উচ্চতা অৰ্থাৎ AB নিৰ্ণয় কৰিব লাগে। ACB এটা ত্ৰিভুজ, B সমকোণ।



চিত্ৰ 9.4

সমস্যাটো সমাধান কৰিবলৈ আমি ত্ৰিকোণমিতীয় অনুপাত tan 60° (বা cot60°) বাছি লওঁ, কিয়নো অনুপাতটোৰ AB আৰু BCৰ লগত সম্বন্ধ।

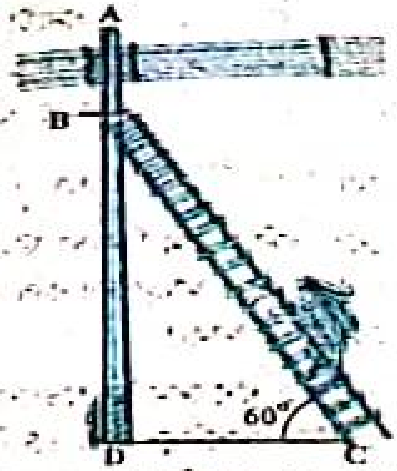
এতিয়া, $\tan 60^\circ = \frac{AB}{BC}$

অৰ্থাৎ, $\sqrt{3} = \frac{AB}{15}$

অৰ্থাৎ, $AB = 15\sqrt{3}$

গতিকে, স্তম্ভটোৰ উচ্চতা $15\sqrt{3}$ মিটাৰ।

উদাহৰণ 2 : এজন ইলেকট্ৰিচিয়ানে 5 মিটাৰ উচ্চতাৰ খুঁটি এটাত বৈদ্যুতিক বিজুতি মেৰামতি কৰিব লগা হ'ল। মেৰামতিৰ কাম কৰিবলৈ তেওঁ খুঁটিটোৰ মূৰটোৰ 1.3 মিটাৰ তলৰ এটা বিন্দু ঢুকি পাব লাগে (চিত্ৰ 9.5 চোৱা)। যদি অনুভূমিকৰ লগত $60°$ৰ কোণ এটাত হালি থাকে, তেওঁ ব্যৱহাৰ কৰিব লগা জখলাডালৰ দৈৰ্ঘ্য কিমান হ'ব লাগিব, যিটোৱে তেওঁক আৱশ্যক হোৱা স্থানটো ঢুকি পাবলৈ সমৰ্থ কৰাব? লগতে, খুঁটিটোৰ পাদবিন্দুৰ পৰা কিমান দূৰত্বত তেওঁ জখলাটোৰ পাদবিন্দু স্থাপন কৰিব লাগিব? ($\sqrt{3} = 1.73$ ল'বা)



চিত্ৰ 9.5

সমাধান : চিত্ৰ 9.5ত, ইলেক্ট্ৰিচিয়ানজনৰ খুঁটি ADৰ B বিন্দুটো ঢুকি পাব লাগে।

সেয়েহে, $BD = AD - AB = (5 - 1.3)$মিটাৰ $= 3.7$ মিটাৰ,

ইয়াত, BC য়ে জখলাটোক নিৰ্দেশ কৰিছে। আমি ইয়াৰ দৈৰ্ঘ্য অৰ্থাৎ সমকোণী ত্ৰিভুজ BDCৰ অতিভুজ নিৰ্ণয় কৰিব লাগে।

এতিয়া, তোমালোকে ভাবিব পাৰানে কোনটো ত্ৰিকোণমিতীয় অনুপাত আমি বিবেচনা কৰিব লাগিব? এইটো $\sin 60°$ হোৱা উচিত।

সেয়েহে, $\frac{BD}{BC} = \sin 60°$ বা $\frac{3.7}{BC} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

গতিকে, $BC = \frac{3.7 \times 2}{\sqrt{3}} = 4.28$ মিটাৰ (প্ৰায়)

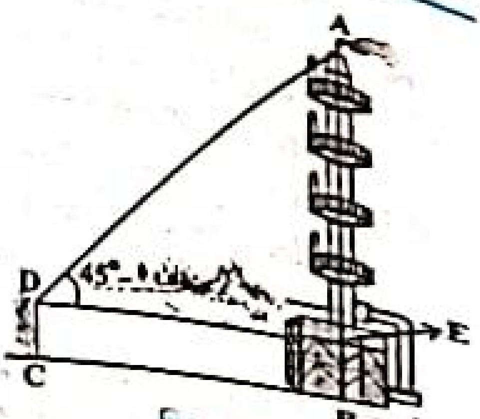
অৰ্থাৎ, জখলাডালৰ দৈৰ্ঘ্য 4.28 মিটাৰ হ'ব লাগিব।

এতিয়া, $\frac{DC}{BD} = \cot 60° = \frac{1}{\sqrt{3}}$

অৰ্থাৎ, $DC = \frac{3.7}{\sqrt{3}} = 2.14$ মিটাৰ (প্ৰায়)

গতিকে, তেওঁ খুঁটিটোৰ পৰা 2.14 মিটাৰ দূৰত্বত জখলাডালৰ পাদবিন্দু স্থাপন কৰিব লাগিব।

উদাহৰণ 3 : 1.5 মিটাৰ ওখ এজনী পৰ্য্যবেক্ষক এটা চিমনীৰ পৰা 28.5 মিটাৰ আঁতৰত আছে। তাইৰ চকুত চিমনীটোৰ উঠন কোণ 45°. চিমনীটোৰ উচ্চতা কিমান?



চিত্ৰ 9.6

সমাধান : ইয়াত, AB চিমনী, CD পৰ্যবেক্ষক আৰু $\angle ADE$ উঠন কোণ (চিত্ৰ 9.6 চোৱা)। এইক্ষেত্ৰত, ADE এটা ত্ৰিভুজ, E সমকোণ আৰু আমি চিমনীটোৰ উচ্চতা নিৰ্ণয় কৰিব লাগে।

আমি পাওঁ, $AB = AE + BE = AE + 1.5$

আৰু $DE = CB = 28.5$ মিটাৰ।

AE নিৰ্ণয় কৰিবলৈ, আমি AE আৰু DE উভয়েৰে সম্বন্ধ থকা এটা ত্ৰিকোণমিতীয় অনুপাত বাচি লওঁ।

এতিয়া, $\tan 45° = \dfrac{AE}{DE}$

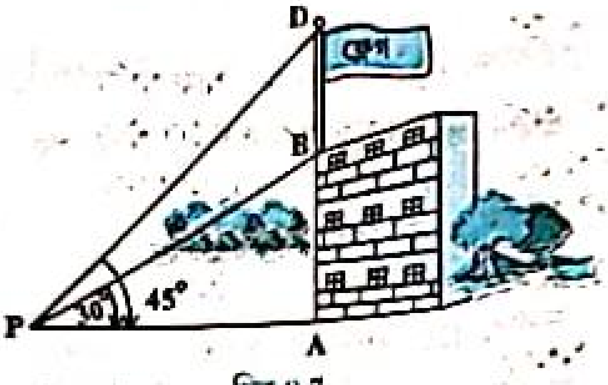
অৰ্থাৎ, $1 = \dfrac{AE}{28.5}$

গতিকে, $AE = 28.5$

সেয়েহে, চিমনীটোৰ (AB) উচ্চতা = (28.5 + 1.5) মিটাৰ = 30 মিটাৰ।

উদাহৰণ 4 : ভূমিত থকা এটা বিন্দু P ৰ পৰা এটা 10 মিটাৰ ওখ অট্টালিকাৰ শীৰ্ষৰ উঠন কোণ 30°. অট্টালিকাটোৰ শীৰ্ষত এখন পতাকা উত্তোলন কৰা হ'ল আৰু P বিন্দুৰ পৰা পতাকাৰ দণ্ডডালৰ শীৰ্ষৰ উঠন কোণ 45°. পতাকাৰ দণ্ডডালৰ দৈৰ্ঘ্য আৰু P বিন্দুৰ পৰা অট্টালিকাৰ দূৰত্ব নিৰ্ণয় কৰা (তোমালোকে লব পাৰা $\sqrt{3} = 1.732$)।

সমাধান : চিত্ৰ 9.7 ত, AB যে অট্টালিকাটোৰ উচ্চতা নিৰ্দ্দেশ কৰিছে, BD পতাকাৰ দণ্ডডাল আৰু P প্ৰদত্ত বিন্দু। লক্ষ্য কৰা যে PAB আৰু PAD দুটা সমকোণী ত্ৰিভুজ। আমি পতাকাৰ দণ্ডডালৰ দৈৰ্ঘ্য অৰ্থাৎ DB আৰু P বিন্দুৰ পৰা অট্টালিকাৰ দূৰত্ব অৰ্থাৎ AP নিৰ্ণয় কৰিব লাগে।



চিত্ৰ 9.7

যিহেতু, আমি অট্টালিকাৰ উচ্চতা AB

জানো, আমি প্ৰথমতে সমকোণী ΔPAB বিবেচনা কৰিম।

আমি পাওঁ, $\tan 30° = \dfrac{AB}{AP}$

অৰ্থাৎ $\dfrac{1}{\sqrt{3}} = \dfrac{10}{AP}$

গতিকে, $AP = 10\sqrt{3}$

অৰ্থাৎ P ৰ পৰা অট্টালিকাৰ দূৰত্ব $10\sqrt{3}$ মিটাৰ = 17.32 মিটাৰ।
তাৰ পাছত আকৌ, আমি ধৰোঁহক $DB = x$ মিটাৰ।
তেন্তে, $AD = (10 + x)$ মিটাৰ।

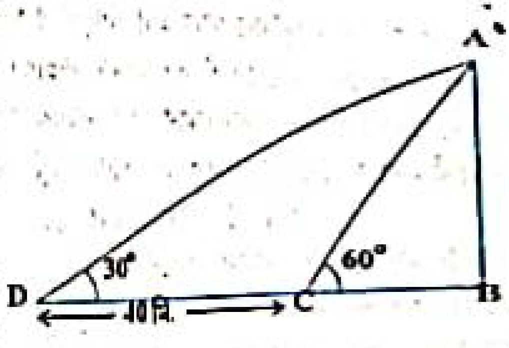
এতিয়া, সমকোণী ΔPAD ত, $\tan 45° = \dfrac{AD}{AP} = \dfrac{10+x}{10\sqrt{3}}$

গতিকে, $1 = \dfrac{10+x}{10\sqrt{3}}$

অৰ্থাৎ $x = 10\left(\sqrt{3}-1\right) = 7.32$

সেয়েহে, পতাকাৰ দণ্ডডালৰ দৈৰ্ঘ্য 7.32 মিটাৰ।

উদাহৰণ- 5 : অনুভূমিক সমতাৰ ওপৰত থিয় হৈ থকা এটা স্তম্ভৰ ছাঁ সূৰ্য্যৰ উন্নতি (উঠন কোণ) 60° হ'লে যিমান দীঘল হয়, উঠন কোণ 30° হ'লে তাতকৈ 40 মিটাৰ বেছি দীঘল হয়। স্তম্ভটোৰ উচ্চতা নিৰ্ণয় কৰা।



চিত্ৰ 9.8

সমাধান : চিত্ৰ 9.8ত, AB স্তম্ভ আৰু সূৰ্য্যৰ উন্নতি 60° অৰ্থাৎ ছাঁটোৰ মূৰৰ পৰা স্তম্ভটোৰ শীৰ্ষৰ উঠন কোণ 60° হ'লে ছাঁটোৰ দৈৰ্ঘ্য BC আৰু উঠন কোণ 30° হ'লে ছাঁটোৰ দৈৰ্ঘ্য DB।

এতিয়া, ধৰা হ'ল $AB = h$ মিটাৰ আৰু
$BC = x$ মিটাৰ

প্ৰশ্নানুসাৰে, DB, BC তকৈ 40 মিটাৰ দীঘল।
সেয়েহে, $DB = (40 + x)$ মিটাৰ।
এতিয়া, আমি ABC আৰু ABD দুটা সমকোণী ত্ৰিভুজ পাওঁ—

ΔABC ত, $\tan 60° = \frac{AB}{BC}$

বা, $\sqrt{3} = \frac{h}{x}$ ..... (1)

ΔABD ত, $\tan 30° = \frac{AB}{BD}$

বা, $\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{h}{x+40}$ .... (2)

(1)ৰ পৰা আমি পাওঁ, $h = x\sqrt{3}$

এই মানটো (2)ত বহুৱাই আমি পাওঁ, $(x\sqrt{3})\sqrt{3} = x + 40$,

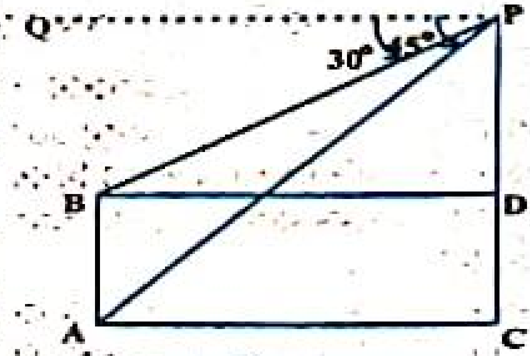
অৰ্থাৎ $3x = x + 40$

অৰ্থাৎ $x = 20$

সেয়েহে, $h = 20\sqrt{3}$ [(1) ৰ পৰা]

গতিকে, স্তম্ভটোৰ উচ্চতা $20\sqrt{3}$ মিটাৰ।

উদাহৰণ 6 : এটা বহু মহলীয়া অট্টালিকাৰ শীৰ্ষৰ পৰা এটা 8 মিটাৰ ওখ অট্টালিকাৰ শীৰ্ষ আৰু পাদবিন্দুৰ পতন কোণ যথাক্ৰমে 30° আৰু 45°, বহু মহলীয়া অট্টালিকাটোৰ উচ্চতা আৰু অট্টালিকা দুটাৰ মাজৰ দূৰত্ব নিৰ্ণয় কৰা।



চিত্ৰ 9.9

সমাধান : চিত্ৰ 9.9ত, PC যে বহু মহলীয়া অট্টালিকাক আৰু AB যে 8 মিটাৰ ওখ অট্টালিকাক নিৰ্দেশ কৰিছে। আমি বহু মহলীয়া অট্টালিকাটোৰ উচ্চতা অৰ্থাৎ PC আৰু অট্টালিকা দুটাৰ মাজৰ দূৰত্ব অৰ্থাৎ AC নিৰ্ণয় কৰিবলৈ মনোযোগ দিব লাগে।

চিত্ৰটো সাৱধানে লক্ষ্য কৰা। মন কৰা যে সমান্তৰাল ৰেখা PQ আৰু BD ক PB ছেদে। গতিকে $\angle QPB$ আৰু $\angle PBD$ একান্তৰ কোণ আৰু সেয়েহে সমান। এতেকে, $\angle PBD = 30°$. সেইদৰে, $\angle PAC = 45°$.

সমকোণী ΔPBDত আমি পাওঁ—

$$\frac{PD}{BD} = \tan 30° = \frac{1}{\sqrt{3}} \text{ বা } BD = PD\sqrt{3}$$

সমকোণী ΔPAC ত, আমি পাওঁ —

$$\frac{PC}{AC} = \tan 45° = 1$$

অৰ্থাৎ, $PC = AC$

আকৌ, $PC = PD + DC$,

গতিকে, $PD + DC = AC$.

যিহেতু, $AC = BD$ আৰু $DC = AB = 8$ মিটাৰ,

আমি পাওঁ, $PD + 8 = BD = PD\sqrt{3}$ (কিয়?)

ইয়াৰ পৰা পাওঁ $PD = \dfrac{8}{\sqrt{3}-1} = \dfrac{8(\sqrt{3}+1)}{(\sqrt{3}+1)(\sqrt{3}-1)} = 4(\sqrt{3}+1)$m.

গতিকে, বহু মহলীয়া অট্টালিকাটোৰ উচ্চতা $= \{4(\sqrt{3}+1)+8\}$ মিটাৰ $= 4(3+\sqrt{3})$ মিটাৰ

আৰু অট্টালিকা দুটাৰ মাজৰ দূৰত্ব $= 4(3+\sqrt{3})$ মিটাৰ

উদাহৰণ 7 : এখন নদীৰ ওপৰেদি থকা দলং এখনৰ এটা বিন্দুৰ পৰা নদীখনৰ দুই বিপৰীত ফালৰ পাৰৰ পতন কোণ যথাক্ৰমে 30° আৰু 45°। যদি দুই পাৰৰ পৰা 3 মিটাৰ উচ্চতাত দলংখন থাকে, তেন্তে নদীখনৰ প্ৰস্থ নিৰ্ণয় কৰা।

চিত্ৰ 9.10

সমাধান : চিত্ৰ 9.10ত, A আৰু B যে নদীখনৰ বিপৰীত ফালৰ পাৰত থকা দুটা বিন্দু নিৰ্দেশ কৰিছে, যাতে AB নদীখনৰ প্ৰস্থ হয়। 3 মিটাৰ উচ্চতাত দলংখনত P এটা বিন্দু অৰ্থাৎ, DP = 3মিটাৰ। ΔAPB ৰ বাহু AB ৰ দৈৰ্ঘ্যই নদীখনৰ প্ৰস্থ। আমি এই প্ৰস্থ নিৰ্ণয় কৰিম।

এতিয়া, $AB = AD + DB$

সমকোণী ΔAPD ত, $\angle A = 30°$.

সেয়েহে, $\tan 30° = \dfrac{PD}{AD}$

অৰ্থাৎ $\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{3}{AD}$ বা $AD = 3\sqrt{3}$ মিটাৰ

আকৌ, সমকোণী ΔPBD, $\angle B = 45°$.

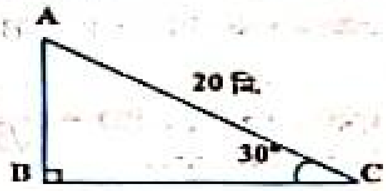
সেয়েহে, $BD = PD = 3$ মিটাৰ

এতিয়া, $AB = BD + AD = 3 + 3\sqrt{3} = 3(1 + \sqrt{3})$ মিটাৰ

গতিকে, নদীখনৰ প্ৰস্থ $3(\sqrt{3} + 1)$ মিটাৰ।

অনুশীলনী 9.1

1. ভূমিলৈ এটা উলম্ব খুটিৰ শীৰ্ষৰ পৰা টানকৈ টনা আৰু বন্ধা এডাল 20 মিটাৰ দীঘল ৰছীৰ ওপৰত এজন চাৰ্কাচ কৌশলীয়ে বগাই আছে। ৰছীডালে ভূমি সমতলৰ লগত উৎপন্ন কৰা কোণটো 30° হ'লে, খুটিটোৰ উচ্চতা নিৰ্ণয় কৰা (চিত্ৰ 9.11 চোৱা)।



চিত্ৰ 9.11

2. ধুমুহাৰ ফলত এজোপা গছ ভাঙে আৰু ভঙা অংশটো ভাঁজ খাই গছজোপাৰ মূৰটোৱে ভূমিক স্পৰ্শ কৰি তাৰ লগত 30° কোণ উৎপন্ন কৰে। গছজোপাৰ পাদবিন্দু আৰু ভূমিক স্পৰ্শ কৰি থকা মূৰটোৰ বিন্দুৰ মাজত দূৰত্ব 8 মিটাৰ। গছজোপাৰ উচ্চতা নিৰ্ণয় কৰা।

3. এজনী ঠিকা কাম কৰা ছোৱালীয়ে ল'ৰা-ছোৱালীৰ বাবে খেলিবলৈ এখন বাগিচাত দুখন 'স্লাইদ' (slide) স্থাপন কৰাৰ আঁচনি লয়। 5 বছৰ বয়সৰ তলৰ ল'ৰা-ছোৱালীৰ বাবে তাই শীৰ্ষ 1.5 মিটাৰ উচ্চতাত থকাকৈ আৰু ভূমিৰ লগত 30° কোণত হালি থকা এখন 'স্লাইদ' পছন্দ কৰে। আনহাতে, ডাঙৰ ল'ৰা-ছোৱালীৰ বাবে তাই 3 মিটাৰ উচ্চতাত থকাকৈ আৰু ভূমিৰ লগত 60° কোণত হালি থকা এখন আওগৰীয়া 'স্লাইদ' বিচাৰে। প্ৰতিটো ক্ষেত্ৰতে স্লাইদৰ দৈৰ্ঘ্য কিমান হোৱা উচিত?

4. এটা স্তম্ভৰ পাদবিন্দুৰ পৰা 30 মিটাৰ আঁতৰত ভূমিত থকা এটা বিন্দুৰ পৰা স্তম্ভৰ শীৰ্ষৰ উঠন কোণ 30°। স্তম্ভটোৰ উচ্চতা নিৰ্ণয় কৰা।

5. ভূমিৰ ওপৰত 60 মিটাৰ উচ্চতাত চিলা উৰি আছে। চিলাখনৰ লগত সংলগ্ন সূতাডাল ভূমিৰ এটা বিন্দুত অস্থায়ীভাৱে গাঁঠি দিয়া হ'ল। ভূমিৰ লগত সূতাডালৰ হেলন 60°, সূতাডাল টিলা নহয় বুলি ধৰি লৈ সূতাডালৰ দৈৰ্ঘ্য নিৰ্ণয় কৰা।

6. 1.5 মিটাৰ ওখ ল'ৰা এজনে 30 মিটাৰ ওখ অট্টালিকাৰ পৰা কিছু দূৰত থিয় হৈ আছে। তেওঁ অট্টালিকাটোৰ ফালে খোজ কঢ়াৰ লগে লগে তেওঁৰ চকুৰ পৰা অট্টালিকাটোৰ শীৰ্ষলৈ উঠন কোণ 30° ৰ পৰা 60° লৈ বাঢ়ে। তেওঁ অট্টালিকাটোৰ ফালে খোজ কঢ়া দূৰত্ব নিৰ্ণয় কৰা।

7. ভূমিৰ এটা বিন্দুৰ পৰা 20 মিটাৰ ওখ এটা অট্টালিকাৰ ওপৰত স্থাপন কৰা এটা প্ৰেৰণ স্তম্ভৰ (Transmission tower) পাদবিন্দু আৰু শীৰ্ষৰ উঠন কোণ যথাক্ৰমে 45° আৰু 60°. স্তম্ভটোৰ উচ্চতা নিৰ্ণয় কৰা।

8. এটা পকা ভেটিৰ ওপৰত 1.6 মিটাৰ ওখ মূৰ্তি এটা থিয় হৈ আছে। ভূমিৰ এটা বিন্দুৰ পৰা মূৰ্তিটোৰ শীৰ্ষৰ উঠন কোণ 60° আৰু একেটা বিন্দুৰ পৰা ভেটিটোৰ শীৰ্ষৰ উঠন কোণ 45°। ভেটিটোৰ উচ্চতা নিৰ্ণয় কৰা।

9. এটা স্তম্ভৰ পাদবিন্দুৰ পৰা এটা অট্টালিকাৰ শীৰ্ষৰ উঠন কোণ 30° আৰু অট্টালিকাটোৰ পাদবিন্দুৰ পৰা স্তম্ভটোৰ শীৰ্ষৰ উঠন কোণ 60°. স্তম্ভটো 50 মিটাৰ ওখ হ'লে, অট্টালিকাটোৰ উচ্চতা নিৰ্ণয় কৰা।

10. এটা 80 মিটাৰ বহল বাস্তাৰ দুয়োফালে সমান উচ্চতাৰ দুটা খুটি ইটোৱে সিটোৱে সন্মুখৱৰ্তী হৈ থিয় দি আছে। বাস্তাত খুটি দুটাৰ মাজৰ বিন্দু এটাৰ পৰা খুটি দুটাৰ শীৰ্ষৰ উঠন কোণ যথাক্ৰমে 60° আৰু 30°, খুটি দুটাৰ উচ্চতা আৰু খুটি দুটাৰ পৰা বিন্দুটোৰ দূৰত্ব নিৰ্ণয় কৰা।

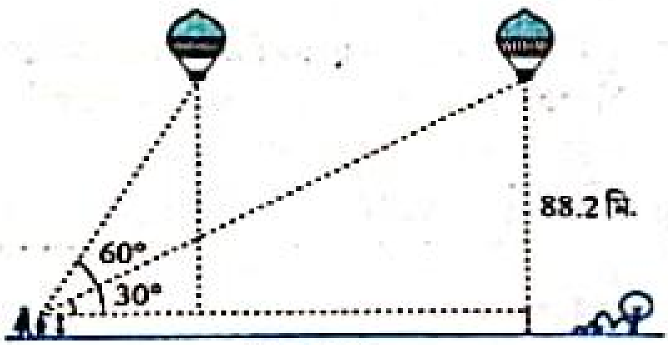
11. এটা খালৰ এটা পাৰত এটা টেলিভিচন স্তম্ভ (TV tower) উলম্বভাৱে থিয় হৈ আছে। স্তম্ভৰ পোনে পোনে বিপৰীত দিশে আনটো পাৰত থকা এটা বিন্দুৰ পৰা স্তম্ভৰ শীৰ্ষৰ উঠন কোণ 60°। স্তম্ভৰ পাদবিন্দুৰ লগত এই বিন্দুটো সংযোগী ৰেখাত থকা এই বিন্দুটোৰ পৰা 20 মিটাৰ আঁতৰত থকা আন এটা বিন্দুৰ পৰা স্তম্ভৰ শীৰ্ষৰ উঠন কোণ 30° (চিত্ৰ 9.12 চোৱা)। স্তম্ভটোৰ উচ্চতা আৰু খালটোৰ প্ৰস্থ নিৰ্ণয় কৰা।

চিত্ৰ 9.12

12. এটা 7 মিটাৰ ওখ অট্টালিকাৰ শীৰ্ষৰ পৰা এটা কেবল স্তম্ভৰ (cable tower) শীৰ্ষৰ উঠন কোণ 60° আৰু ইয়াৰ পাদৰ পতন কোণ 45°। স্তম্ভটোৰ উচ্চতা নিৰ্ণয় কৰা।

13. এটা 75 মিটাৰ ওখ লাইট-হাউচৰ শীৰ্ষৰ পৰা পৰ্য্যবেক্ষণ কৰাত সাগৰৰ সমতাত দুখন জাহাজৰ পতন কোণ যথাক্রমে 30° আৰু 45°. যদি লাইট-হাউচটোৰ একেফালে এখন জাহাজ আনখনৰ ঠিক পিছফালে থাকে, তেন্তে জাহাজ দুখনৰ মাজৰ দূৰত্ব নিৰ্ণয় কৰা।

14. এজনী 1.2 মিটাৰ ওখ ছোৱালীয়ে ভূমিৰ পৰা 88.2 মিটাৰ উচ্চতাত থকা অনুভূমিক ৰেখাত এটা বেলুন বতাহত লৰি থকা দেখিলে। ছোৱালীজনীৰ চকুৰ পৰা বেলুনটোৰ উঠন কোণ যিকোনো মুহূৰ্তত 60°. কিছু সময়ৰ পিছত, উঠন কোণ 30° তললৈ নামে (চিত্ৰ 9.13 চোৱা)। বেলুনটোৱে সেই সময়চোৱাত পৰিভ্ৰমণ কৰা দূৰত্ব নিৰ্ণয় কৰা।



চিত্ৰ 9.13

15. এটা পোনপোটিয়া ঘাইপথ এটা স্তম্ভৰ পাদ বিন্দুলৈ আগবাঢ়ি গৈছে। স্তম্ভটোৰ শীৰ্ষত এজন মানুহ থিয় হৈ সুষম গতিত স্তম্ভটোৰ পাদবিন্দুৰ ফালে আগবাঢ়ি থকা এখন গাড়ীৰ পতন কোণ 30° পৰ্য্যবেক্ষণ কৰে। ছয় চেকেণ্ড পিছত, গাড়ীখনৰ পতন কোণ 60° পোৱা হ'ল। এই বিন্দুটোৰ পৰা স্তম্ভটোৰ পাদবিন্দু ঢুকি পাবলৈ গাড়ীখনৰ লগা সময় নিৰ্ণয় কৰা।

16. এটা স্তম্ভৰ পাদবিন্দুৰ পৰা 4 মিটাৰ আৰু 9 মিটাৰ দূৰত্বত একে সৰলৰেখাত থকা দুটা বিন্দুৰ পৰা স্তম্ভটোৰ শীৰ্ষৰ উঠন কোণ দুটা পূৰক। প্ৰমাণ কৰা যে স্তম্ভটোৰ উচ্চতা 6 মিটাৰ।

9.3. সাৰাংশ (Summary)

এই অধ্যায়ত, তোমালোকে নিম্নোক্ত প্ৰধান বিষয়কেইটা অধ্যয়ন কৰিলা।

1. (i) নিৰীক্ষণ ৰেখা হ'ল এজন পৰ্য্যবেক্ষকৰ চকুৰ পৰা পৰ্য্যবেক্ষকৰ দ্বাৰা নিৰীক্ষণ কৰা বস্তুটোৰ বিন্দুলৈ টনা ৰেখা।
   (ii) নিৰীক্ষণ কৰা এটা বস্তুৰ উঠন কোণ হ'ল অনুভূমিকৰ লগত নিৰীক্ষণ ৰেখাৰ দ্বাৰা উৎপন্ন কৰা কোণ যেতিয়া ই অনুভূমিক সমতাৰ ওপৰত থাকে, অৰ্থাৎ যেতিয়া আমি বস্তুটো চাবলৈ আমাৰ মূৰ উঠাওঁ।
   (iii) নিৰীক্ষণ কৰা এটা বস্তুৰ পতন কোণ হ'ল অনুভূমিকৰ লগত নিৰীক্ষণ ৰেখাৰ দ্বাৰা উৎপন্ন কৰা কোণ যেতিয়া ই অনুভূমিক সমতাৰ তলত থাকে অৰ্থাৎ চৰ্তটো যেতিয়া আমি বস্তুটো চাবলৈ আমাৰ মূৰ নমাওঁ।
2. এটা বস্তুৰ উচ্চতা বা দৈৰ্ঘ্য বা দুটা দূৰৰ বস্তুৰ মাজত দূৰত্ব ত্ৰিকোণমিতীয় অনুপাতৰ সহায়ত নিৰ্ণয় কৰিব পাৰি।