પ્રકરણ એક

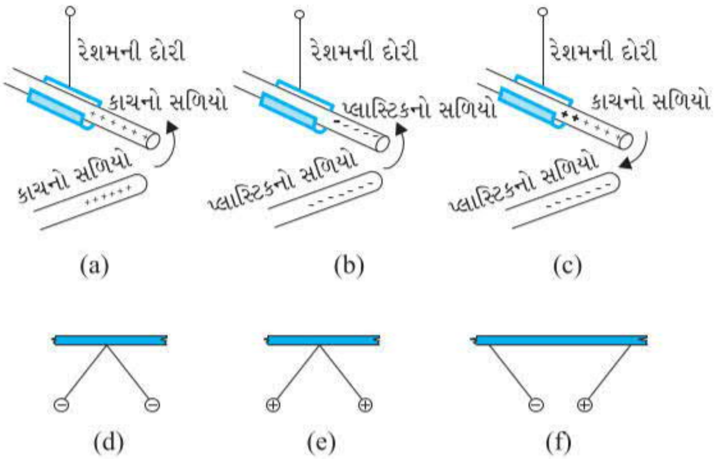
વિદ્યુતભારો અને ક્ષેત્રો (ELECTRIC CHARGES AND FIELDS)

1.1 પ્રસ્તાવના (INTRODUCTION)

આપણે પહેરેલાં સિન્થેટીક કપડાં અથવા સ્વેટર ઉતારતી વખતે, ખાસ કરીને સૂકા હવામાનમાં આપણને સૌને તણખા જોવાનો અથવા તડતડ અવાજ સાંભળવાનો અનુભવ છે. પોલિયેસ્ટર સાડી જેવા મહિલાઓના કપડામાં તો આવું લગભગ અનિવાર્યપણે થતું જ હોય છે. તમે કદી આ ઘટનાની સમજૂતી મેળવવાનો પ્રયત્ન કર્યો છે ? વિદ્યુતવિભાર (Electric Discharge)નું બીજું સામાન્ય ઉદાહરણ એ મેઘગર્જના વખતે દેખાતી વીજળી છે. કારનો દરવાજો ખોલતાં કે બસમાં આપણી બેઠક પરથી લપસ્યા બાદ બસનો લોખંડનો સળિયો પકડતાં આપણને વિદ્યુત આંચકો (Shock) પણ લાગે છે. આવા અનુભવોનું કારણ આપણા શરીર મારફતે થતો વિદ્યુતવિભાર (વિદ્યુતભાર વિસર્જન) છે, જે અવાહક સપાટીઓના ઘસાવાથી એકત્રિત થયો હતો. તમે કદાચ એવું સાંભળ્યું પણ હશે કે સ્થિતવિદ્યુત ઉત્પન્ન થવાને લીધે આવું થાય છે. આપણે આ અને પછીના પ્રકરણમાં આ જ મુદ્દાની ચર્ચા કરવાના છીએ. સ્થિત એટલે એવું કંઈક કે જે ગતિ કરતું ન હોય કે સમય સાથે બદલાતું ન હોય. *સ્થિતવિદ્યુતશાસ્ત્રમાં સ્થિત વિદ્યુતભારોથી ઉદ્ભવતાં બળો, ક્ષેત્રો અને સ્થિતિમાનો વિશે અભ્યાસ કરીશું.*

1.2 વિદ્યુતભાર (ELECTRIC CHARGE)

ઊન સાથે કે રેશમી કાપડ સાથે ઍંબરને ઘસતાં તે હલકા પદાર્થોને આકર્ષે છે, એવી હકીકતની શોધનું માન ઐતિહાસિક રીતે ઈ. પૂ. 600માં ગ્રીસમાં આવેલા Thales of Miletusને જાય છે. વિદ્યુત (Electricity) એવું નામ ગ્રીક શબ્દ **ઈલેક્ટ્રૉન** - જેનો અર્થ છે ઍંબર-પરથી અપાયું છે. દ્રવ્યની ઘણી એવી જોડીઓ જાણવા મળી હતી કે જેમને ઘસવાથી તેઓ ઘાસના તણખલા,



આકૃતિ 1.1 સળિયાઓ અને બરુની ગોળીઓ : સજાતિય વિદ્યુતભારો એકબીજાને અપાકર્ષે છે અને વિજાતિય વિદ્યુતભારો આકર્ષે છે.

બરુની ગોળી (Pith Ball), કાગળના ટુકડા જેવા હલકા પદાર્થોને આકર્ષી શકતા હતા. આવી અસર અનુભવવા માટે તમે નીચેની પ્રવૃત્તિ ઘેર કરી શકો છો. સફેદ કાગળની લાંબી, પાતળી પટ્ટીઓ કાપીને હળવેથી તેમની ઇસ્ત્રી કરો. તેમને ટી.વી.ના પડદા અથવા કમ્પ્યુટરના મોનીટરની નજીક લાવો. તમે જોશો કે પટ્ટીઓ પડદા તરફ આકર્ષાય છે. હકીકતમાં તેઓ થોડીવાર પડદાને ચોંટીને રહે છે.

એવું અવલોકિત થયું હતું કે ઊન કે રેશમના કાપડ સાથે ઘસેલા કાચના બે સળિયા એકબીજાની નજીક લાવતાં તેઓ એકબીજાને અપાકર્ષે છે [આકૃતિ 1.1(a)]. ઊનના બે રેસાઓ કે રેશમી કાપડના બે ટુકડાઓ કે જેમની સાથે સળિયાઓને ઘસ્યા હતા તેઓ પણ એકબીજાને અપાકર્ષે છે. જો કે કાચનો સળિયો અને ઊન એકબીજાને આકર્ષે છે. તે જ રીતે બિલાડીના ચામડા (ફર, Fur) સાથે ઘસેલા પ્લાસ્ટિકના બે સળિયા પણ એકબીજાને અપાકર્ષે છે [આકૃતિ 1.1(b)]. પણ ફરને આકર્ષે છે. બીજી તરફ પ્લાસ્ટિકનો સળિયો કાચના સળિયાને આકર્ષે છે [આકૃતિ 1.1(c)] અને રેશમ કે ઊન કે જેની સાથે કાચના સળિયાને ઘસેલા હતા તેને (રેશમ કે ઊનને) અપાકર્ષે છે. કાચનો સળિયો બિલાડીના ચામડાને અપાકર્ષે છે.

જો ફર સાથે ઘસેલો પ્લાસ્ટિકનો સળિયો, રેશમ કે નાયલોનની દોરી સાથે લટકાવેલ બે નાની બરુની ગોળીઓ (Pith Balls) (હાલના સમયમાં તો આપણે પોલીસ્ટીરીન બૉલ્સ વાપરી શકીએ)ને અડકાડવામાં આવે તો ગોળીઓ એકબીજાને અપાકર્ષે છે [આકૃતિ 1.1(d)]. અને સળિયા સાથે પણ અપાકર્ષણ અનુભવે છે. જો બરુની ગોળીઓને રેશમ સાથે ઘસેલા કાચના સળિયાને અડકાડવામાં આવે તો આવી જ અસર જણાય છે [આકૃતિ 1.1(e)]. એક નાટકીય અવલોકન એવું મળે છે કે કાચના સળિયા સાથે અડકાડેલી બરુની ગોળી, પ્લાસ્ટિકના સળિયા સાથે અડકાડેલી બીજી બરુની ગોળીને આકર્ષે છે [આકૃતિ 1.1(f)].

Interactive animation on simple electrostatic experiments:
http://demoweb.physics.ucla.edu/content/100-simple-electrostatic-experiments

PHYSICS

આ દેખીતી રીતે સરળ લાગતી હકીકતો, વર્ષોનાં પ્રયત્નો અને કાળજીપૂર્વકના પ્રયોગો અને તેમના વિશ્લેષણ પરથી સ્થાપિત થયેલી હતી. જુદા જુદા વિજ્ઞાનીઓ દ્વારા ઘણા કાળજીપૂર્વકના અભ્યાસોને અંતે એવો નિષ્કર્ષ મેળવવામાં આવ્યો હતો કે જે અસ્તિત્વ (Entity)ને વિદ્યુતભાર કહેવામાં આવે છે તેના ફક્ત બે જ પ્રકાર છે. કાચ કે પ્લાસ્ટિકનો સળિયો, રેશમ, ફર, બરુની ગોળી જેવા પદાર્થો વિદ્યુતભારિત (Electrified) થયેલા છે. ઘસવાની ક્રિયા દરમ્યાન તેઓ વિદ્યુતભાર પ્રાપ્ત કરે છે. બરુની ગોળી પરના પ્રયોગો સૂચવે છે કે વિદ્યુતભારિત થવાની ક્રિયા (Electrification) બે પ્રકારની છે અને આપણને એમ જણાય છે કે (i) સજાતીય વિદ્યુતભારો એકબીજાને અપાકર્ષે છે અને (ii) વિજાતીય વિદ્યુતભારો એકબીજાને આકર્ષે છે. પ્રયોગોએ એ પણ દર્શાવ્યું કે બરુની ગોળીના સંપર્ક વખતે વિદ્યુતભાર સળિયા પરથી ગોળી પર સ્થાનાંતર પામે છે. આમ, બરુની ગોળીઓ સંપર્કથી વિદ્યુતભારિત થઈ છે એમ કહેવાય છે. બે પ્રકારના વિદ્યુતભારોને જુદા પાડતા ગુણધર્મને વિદ્યુતભારનું ધ્રુવત્વ (Polarity) કહે છે.

જ્યારે કાચનો સળિયો રેશમ સાથે ઘસવામાં આવે છે ત્યારે સળિયો એક પ્રકારનો વિદ્યુતભાર અને રેશમ બીજા પ્રકારનો વિદ્યુતભાર પ્રાપ્ત કરે છે. ઘસવાથી વિદ્યુતભારિત થતા બે પદાર્થોની કોઈપણ જોડ માટે આ સાચું છે. હવે જો વિદ્યુતભારિત સળિયો, જેની સાથે તેને ઘસેલો હતો તે રેશમના સંપર્કમાં લાવવામાં આવે તો તેઓ એકબીજાને આકર્ષતા નથી. અગાઉ જ્યારે વિદ્યુતભારિત થયા હતા ત્યારે જેમને આકર્ષતા કે અપાકર્ષકતા હતા તેવા હલકા પદાર્થોને પણ તેઓ હવે આકર્ષતા કે અપાકર્ષકતા નથી.

આમ, ઘસવાથી વિદ્યુતભાર પ્રાપ્ત કરેલો હોય તેવા વિદ્યુતભારિત પદાર્થોને એકબીજાના સંપર્કમાં લાવવામાં આવતાં પ્રાપ્ત કરેલ વિદ્યુતભાર ગુમાવી દે છે. આ અવલોકનો પરથી તમે શું નિષ્કર્ષ તારવશો ? તે આપણને એટલું જ જણાવે છે કે પદાર્થોએ પ્રાપ્ત કરેલા વિજાતીય વિદ્યુતભારો એકબીજાની અસરને નાબુદ કરે છે. આથી વિદ્યુતભારોને ધન અને ઋણ એવાં નામ અમેરિકન વિજ્ઞાની બેન્જામીન ફ્રેન્કલીન દ્વારા અપાયાં હતાં. આપણે જાણીએ છીએ કે જ્યારે એક ધન સંખ્યામાં તેટલું જ માન ધરાવતી ઋણ સંખ્યા ઉમેરવામાં આવે તો સરવાળો શૂન્ય થાય છે. વિદ્યુતભારોને ધન અને ઋણ એવાં નામ આપવામાં કદાચ આ તર્ક હશે. રૂઢિગત રીતે કાચના સળિયા અથવા બિલાડીના ફર પરનો વિદ્યુતભાર ધન અને પ્લાસ્ટિકના સળિયા અથવા રેશમ પરનો વિદ્યુતભાર ઋણ ગણવામાં આવે છે. જો કોઈ પદાર્થ વિદ્યુતભાર ધરાવતો હોય તો વિદ્યુતભારિત હોવાનું કહેવાય છે. જ્યારે તેની પાસે કોઈ વિદ્યુતભાર નથી હોતો ત્યારે તેને વિદ્યુત તટસ્થ હોવાનું કહેવાય છે.

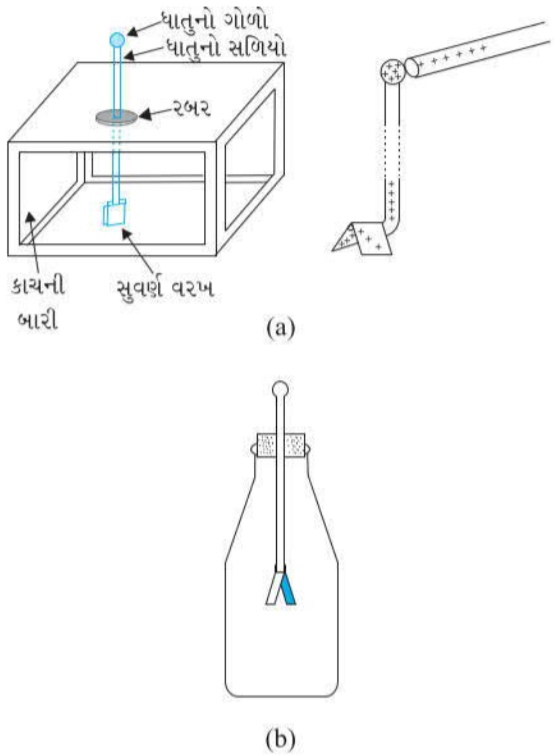
વિદ્યુત અને ચુંબકત્વનું એકીકીકરણ

પ્રાચીન સમયમાં, વિદ્યુત અને ચુંબકત્વ બે જુદા વિષયો ગણાતા હતા. વિદ્યુત કાચના સળિયા, બિલાડીના ફર, બૅટરીઓ, વીજળી એ બધામાં વિદ્યુતભારો અંગેની વાત કરતું જ્યારે ચુંબકત્વ ચુંબકની, લોખંડના ભૂકા, ચુંબકીય સોય વગેરે સાથેની આંતરક્રિયા વિષેની સમજૂતી આપતું હતું. 1820માં ડેન્માર્કના વિજ્ઞાની ઑર્સ્ટેડને જણાયું કે, ચુંબકીય સોયની નજીક (ઉપર કે નીચે) મૂકેલા તારમાંથી વિદ્યુતપ્રવાહનું વહન કરતાં ચુંબકીય સોયનું કોણાવર્તન થાય છે. ઍમ્પિયર અને ફેરેડેએ આ અવલોકનને એમ કહીને સમર્થન આપ્યું કે ગતિમાન વિદ્યુતભારો ચુંબકીયક્ષેત્ર ઉત્પન્ન કરે છે અને ગતિમાન ચુંબકો વિદ્યુત ઉત્પન્ન કરે છે. જ્યારે સ્કોટલેન્ડના ભૌતિકવિજ્ઞાની મૅક્સવેલ અને ડચ ભૌતિકવિજ્ઞાની લૉરેન્ટ્ઝે રજૂ કરેલ સિદ્ધાંતમાં તેમણે આ બે વિષયોનું એકબીજા પરનું અવલંબન (Dependence) દર્શાવ્યું ત્યારે એકીકીકરણ સિદ્ધ થયું હતું. આ ક્ષેત્રને *વિદ્યુતચુંબકત્વ* કહે છે. આપણી આસપાસ બનતી મોટાભાગની ઘટનાઓ વિદ્યુતચુંબકત્વ દ્વારા સમજાવી શકાય છે. આપણે વિચારી શકીએ તેવું દરેક બળ–જેમકે, ઘર્ષણ, દ્રવ્યને એકસાથે જકડી રાખનાર પરમાણુઓ વચ્ચેનું રાસાયણિક બળ અને સજીવોના કોષમાં આકાર લેતી પ્રક્રિયાઓને રજૂ કરતાં બળો-વિદ્યુતચુંબકીય બળમાંથી ઉદ્‌ભવે છે. વિદ્યુતચુંબકીય બળ એ કુદરતના મૂળભૂત બળોમાંનું એક છે.

યંત્રશાસ્ત્રમાં ન્યૂટનનાં ગતિનાં સમીકરણો અને ગુરુત્વાકર્ષણ જે ભાગ ભજવે છે તેવો જ ભાગ પ્રચલિત (Classical) વિદ્યુતચુંબકત્વમાં, મૅક્સવેલે રજૂ કરેલાં ચાર સમીકરણો ભજવે છે. તેણે એવી પણ દલીલ કરી કે, પ્રકાશ વિદ્યુતચુંબકીય પ્રકૃતિ ધરાવે છે અને તેની ઝડપ, માત્ર વિદ્યુત અને ચુંબકીય માપનો પરથી મેળવી શકાય છે. તેણે જણાવ્યું કે, પ્રકાશનું વિજ્ઞાન વિદ્યુત અને ચુંબકત્વ સાથે ગાઢ રીતે સંકળાયેલું છે.

વિદ્યુત અને ચુંબકત્વનું વિજ્ઞાન આધુનિક સંસ્કૃતિનો પાયો છે. વિદ્યુતપાવર, દૂરસંચાર, રેડિયો અને ટેલિવિઝન અને બીજાં આપણા રોજિંદા જીવનમાં વપરાતાં અનેક ઉપકરણો આ વિજ્ઞાનના સિદ્ધાંતો પર રચાયેલાં છે. ગતિમાં રહેલા વિદ્યુતભારિત કણો વિદ્યુત અને ચુંબકીય બંને બળો લગાડે છે, તેમ છતાં જે નિર્દેશ ફ્રેમમાં બધાં વિદ્યુતભારો સ્થિર છે તેમાં બળો માત્ર વિદ્યુતિય હોય છે. તમે જાણો છો કે ગુરુત્વબળ એ ગુરુ-અવધિ (Long Range) બળ છે. જ્યારે કણો વચ્ચેનું અંતર ખૂબ મોટું હોય ત્યારે પણ તેની અસર જણાય છે, કારણ કે આ બળ આંતરક્રિયા કરનારા પદાર્થો વચ્ચેના અંતરના વર્ગના વ્યસ્ત પ્રમાણમાં ઘટે છે. આ પ્રકરણમાં આપણે શીખીશું કે વિદ્યુતબળ પણ એટલું જ સર્વવ્યાપી અને ગુરુત્વબળ કરતાં માનના કેટલાય ક્રમ જેટલું વધુ પ્રબળ છે. (સંદર્ભ : પ્રકરણ-1, ધોરણ XI, ભૌતિકવિજ્ઞાન પાઠ્યપુસ્તક)

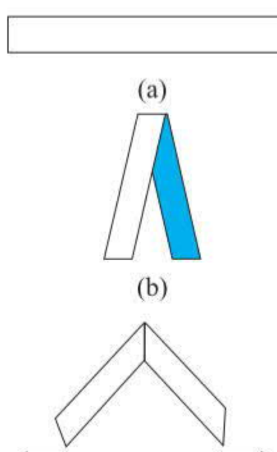
પદાર્થ પરના વિદ્યુતભારની પરખ કરવા માટેનું એક સાદું ઉપકરણ એ *સુવર્ણ-વરખ વિદ્યુતદર્શક (Gold-leaf Electroscope)* છે [આકૃતિ 1.2(a)]. તે એક બોક્સમાં રાખેલા ધાતુના ઉર્ધ્વ સળિયાના નીચેના છેડે પાતળા સુવર્ણ વરખ ધરાવતી રચના છે. જ્યારે વિદ્યુતભારિત પદાર્થ ટોચ પરના ધાતુના ગોળાને સ્પર્શે છે, ત્યારે વિદ્યુતભાર વહન પામીને વરખો પર જાય છે અને તેઓ એકબીજાથી દૂર જાય છે (ફંટાય છે). દૂર જવાનું પ્રમાણ વિદ્યુતભારના જથ્થાનું સૂચક છે.



આકૃતિ 1.2 વિદ્યુતદર્શક (a) સુવર્ણ-વરખવાળું વિદ્યુતદર્શક (b) સાદા વિદ્યુતદર્શકની સંજ્ઞાત્મક આકૃતિ

વિદ્યાર્થીઓ નીચે પ્રમાણે સાદું વિદ્યુતદર્શક બનાવી શકે છે (આકૃતિ 1.2(b)). પડદા માટેનો ઍલ્યુમિનિયમનો એક પાતળો સળિયો લો, જેના છેડે પડદા લગાડવાના ગોળા લગાડેલા હોય. લગભગ 20 cm લંબાઈનો ટુકડો કાપો, તેના એક છેડે ગોળો હોય અને કાપેલા છેડાને સપાટ (ચપટો) બનાવો. આ સળિયાને રાખી શકે તેવી મોટી બાટલી અને તેના ખુલ્લા છેડામાં ચુસ્ત બેસે તેવો બૂચ લો. પડદાના સળિયાને સહેલાઈથી પકડી રાખે તેવું છિદ્ર બૂચમાં પાડો. બૂચમાં થઈ સળિયાને, કાપેલો ભાગ નીચે તરફ રહે અને ગોળાવાળો છેડો બૂચની બહાર રહે તેમ સરકાવો. ઍલ્યુમિનિયમનો પાતળો વરખ (લગભગ 6 cm લંબાઈનો) લઈ તેને મધ્યમાંથી વાળી સળિયાના સપાટ છેડા સાથે સેલ્યુલોઝ ટેપથી જોડો. આ તમારા વિદ્યુતદર્શકના વરખો છે. સળિયાની લગભગ 5 cm લંબાઈ બૂચની બહાર રહે તેમ બૂચને બાટલી પર લગાડો. અંતર માપવા માટે બાટલીમાં અગાઉથી કાગળનો સ્કેલ મૂકી શકાય. વરખો વચ્ચેનું અંતર એ વિદ્યુતભારના જથ્થાનું આશરે માપ છે.

વિદ્યુતદર્શક કેવી રીતે કાર્ય કરે છે તે સમજવા વિદ્યુતભારિત પદાર્થો વચ્ચેનું આકર્ષણ જોવા માટે આપણે વાપરી હતી તે કાગળની પટ્ટીઓ લો. તેમને મધ્યમાંથી વાળો, જેથી વળવાના સ્થાને નિશાની થશે. પટ્ટીને ખોલી, હળવેથી ઈસ્ત્રી કરી, આકૃતિ 1.3માં દર્શાવ્યા મુજબ વળાંકની નિશાની ઉપર રહે તેમ રાખો. પટ્ટીને એવી રીતે પકડો કે વળાંક ચપટીમાં આવે. તમે જોઈ શકશો કે બંને ભાગ એકબીજાથી દૂર જાય છે. આ દર્શાવે છે કે ઈસ્ત્રી કરવાથી પટ્ટીને વિદ્યુતભાર પ્રાપ્ત થયો છે. જ્યારે તમે અડધેથી વાળો છો ત્યારે બંને અડધા ભાગો પર સમાન વિદ્યુતભાર હોય છે. તેથી તેઓ એકબીજાને અપાકર્ષે છે. આવી જ અસર વરખવાળા વિદ્યુતદર્શકમાં જોવા મળે છે. વિદ્યુતભારિત પદાર્થને સળિયાના છેડે ગોળા સાથે સ્પર્શ કરાવતાં વિદ્યુતભાર સળિયા પર અને તેની સાથે જોડેલા ઍલ્યુમિનિયમના વરખો પર સ્થાનાંતર પામે છે. વરખના બંને અડધા ભાગો પર સજાતિય (Similar) વિદ્યુતભાર આવે છે અને તેથી તેઓ અપાકર્ષે છે. વરખોનું છૂટા પડવાનું પ્રમાણ તેમના પરના વિદ્યુતભારના જથ્થા પર આધારિત છે. આપણે પ્રથમ તો એ સમજીએ કે દ્રવ્ય પદાર્થો વિદ્યુતભાર કેમ પ્રાપ્ત કરે છે.



આકૃતિ 1.3 કાગળની પટ્ટીનો પ્રયોગ

તમે જાણો છો કે બધું દ્રવ્ય પરમાણુ અને/અથવા અણુઓનું બનેલું છે. સામાન્યતઃ દ્રવ્યો વિદ્યુતીય રીતે તટસ્થ હોવા છતાં તેઓ વિદ્યુતભાર ધરાવે છે, પરંતુ તેમના વિદ્યુતભારો બરાબર સમતોલિત થયેલ છે. ઘન પદાર્થમાં અણુઓને એકબીજા સાથે જકડી રાખનારાં બળો, પરમાણુઓને એકબીજા સાથે જકડી રાખનારાં બળો, ગુંદરનું આસક્તિ (Adhesive) બળ, પૃષ્ઠતાણ સાથે સંકળાયેલાં બળો એ બધાં મૂળભૂત રીતે વિદ્યુત પ્રકારનાં છે, જે વિદ્યુતભારો વચ્ચેનાં બળોથી ઉદ્‌ભવેલાં છે. આમ, વિદ્યુતબળ સર્વવ્યાપી છે અને આપણા જીવન સાથે સંકળાયેલ દરેક ક્ષેત્રને ઘેરી વળેલું છે. આથી, એ જરૂરી છે કે આપણે આ બળ વિશે વધુ જાણીએ.

કોઈ તટસ્થ પદાર્થને વિદ્યુતભારિત કરવા માટે આપણે એક પ્રકારનો વિદ્યુતભાર ઉમેરવાની કે દૂર કરવાની જરૂર પડે છે. જ્યારે આપણે એમ કહીએ કે પદાર્થ વિદ્યુતભારિત થયેલો છે ત્યારે આપણે આ વધારાના અથવા ખૂટતા વિદ્યુતભારની વાત કરીએ છીએ. ઘન પદાર્થોમાં, પરમાણુ સાથે ઓછી પ્રબળતાથી બંધિત હોય, તેમાંના કેટલાંક ઈલેક્ટ્રૉન, એકથી બીજા પદાર્થ પર સ્થાનાંતર પામતા વિદ્યુતભાર છે. આમ, પદાર્થ કેટલાક ઈલેક્ટ્રૉનને ગુમાવીને ધન વિદ્યુતભારિત બને છે. તેવી જ રીતે પદાર્થ ઈલેક્ટ્રૉનને પ્રાપ્ત કરીને ઋણ વિદ્યુતભારિત બને છે. જ્યારે આપણે કાચના સળિયાને રેશમ સાથે

ઘસીએ છીએ ત્યારે સળિયામાંથી કેટલાક ઈલેક્ટ્રૉન રેશમ પર સ્થાનાંતર પામે છે. આમ, સળિયો ધન વિદ્યુતભારિત અને રેશમ ઋણ વિદ્યુતભારિત બને છે. ઘસવાની ક્રિયામાં કોઈ નવો વિદ્યુતભાર ઉત્પન્ન થતો નથી. વળી, સ્થાનાંતર પામતા ઈલેક્ટ્રૉનની સંખ્યા, પદાર્થની અંદરના ઈલેક્ટ્રૉનની કુલ સંખ્યાનો એક ઘણો નાનો ભાગ છે. આ ઉપરાંત દ્રવ્યમાં ઓછી પ્રબળતાથી બંધિત હોય તેવા ઈલેક્ટ્રૉન જ ઘસવાની ક્રિયામાં પદાર્થમાંથી સ્થાનાંતર પામે છે. આથી જ્યારે એક પદાર્થને બીજા પદાર્થ સાથે ઘસવામાં આવે છે ત્યારે પદાર્થો વિદ્યુતભારિત થાય છે, આ કારણથી ઘસીને પદાર્થોને વિદ્યુતભારિત થયેલા નોંધવા માટે આપણે કેટલીક જોડ (Pairs)ને જ વળગી રહેવું પડે છે.

1.3 વાહકો અને અવાહકો (CONDUCTORS AND INSULATORS)

ધાતુના એક સળિયાને હાથમાં રાખી ઊન સાથે ઘસતાં વિદ્યુતભારિત થયો હોવાનો કોઈ સંકેત જણાતો નથી. જોકે, લાકડાના કે પ્લાસ્ટિકના હૅન્ડલ (હાથા)વાળો ધાતુનો સળિયો તેના ધાતુના ભાગને સ્પર્શ્યા સિવાય ઘસવામાં આવે તો તે વિદ્યુતભારિત થયો હોવાનો સંકેત આપે છે. ધારો કે આપણે તાંબાના એક તારને તટસ્થ બરુની ગોળી (Pith Ball) સાથે જોડીએ અને બીજા છેડાને ઋણ વિદ્યુતભારિત પ્લાસ્ટિકના સળિયા સાથે જોડીએ તો આપણને જણાશે કે બરુની ગોળી ઋણ વિદ્યુતભાર પ્રાપ્ત કરે છે. જો આવો જ પ્રયોગ (તાંબાના તારને સ્થાને) નાયલોન દોરી અથવા રબર-બેન્ડ સાથે કરવામાં આવે તો પ્લાસ્ટિકના સળિયા પરથી બરુની ગોળી તરફ કોઈ વિદ્યુતભારનું સ્થાનાંતર થતું નથી. સળિયાથી ગોળી તરફ વિદ્યુતભારનું સ્થાનાંતર કેમ થતું નથી ?

કેટલાંક દ્રવ્યો વિદ્યુતને તેમનામાંથી સહેલાઈથી પસાર થવા દે છે, બીજા થવા દેતા નથી. જેઓ તેમનામાંથી વિદ્યુતને સહેલાઈથી પસાર થવા દે છે તેમને *સુવાહકો/અથવા વાહકો (Conductors)* કહે છે. તેમની પાસે વિદ્યુતભારો (ઈલેક્ટ્રૉન) એવા હોય છે કે જે દ્રવ્યમાં ગતિ કરવા માટે લગભગ મુક્ત હોય છે. ધાતુઓ, માનવ તથા પ્રાણી શરીરો અને પૃથ્વી વાહકો છે. કાચ, પોર્સેલીન, પ્લાસ્ટિક, નાયલોન, લાકડું જેવી મોટાભાગની અધાતુઓ તેમનામાંથી વિદ્યુતના પસાર થવાને મોટો અવરોધ દાખવે છે. તેમને *અવાહકો (Insulators)* કહે છે. મોટાભાગના પદાર્થો ઉપર* જણાવેલ બેમાંથી એક વર્ગમાં આવે છે.

જ્યારે કોઈ વિદ્યુતભાર સ્થાનાંતરિત થઈને સુવાહક પર જાય છે ત્યારે તે તરત જ સુવાહકની સમગ્ર સપાટી પર વિતરિત થઈ જાય છે. એથી ઉલટું, જ્યારે અવાહક પર કોઈ વિદ્યુતભાર મૂકવામાં આવે ત્યારે તે, તે જ સ્થાને રહે છે. આવું કેમ થાય છે તે તમે હવે પછીના પ્રકરણમાં શીખશો.

દ્રવ્યોનો આ ગુણધર્મ આપણને એ જણાવે છે કે શાથી નાયલોન કે પ્લાસ્ટિકના કાંસકા વડે સૂકા વાળ ઓળતાં અથવા ઘસવાને કારણે તેઓ વિદ્યુતભારિત થાય છે, પણ ચમચી જેવો ધાતુનો પદાર્થ વિદ્યુતભારિત થતો નથી. ધાતુ પરનો વિદ્યુતભાર આપણા શરીર મારફતે જમીનમાં સ્ખલન પામે છે (જતો રહે છે, Leak થાય છે), કારણ કે બંને વિદ્યુતનાં સુવાહક છે.

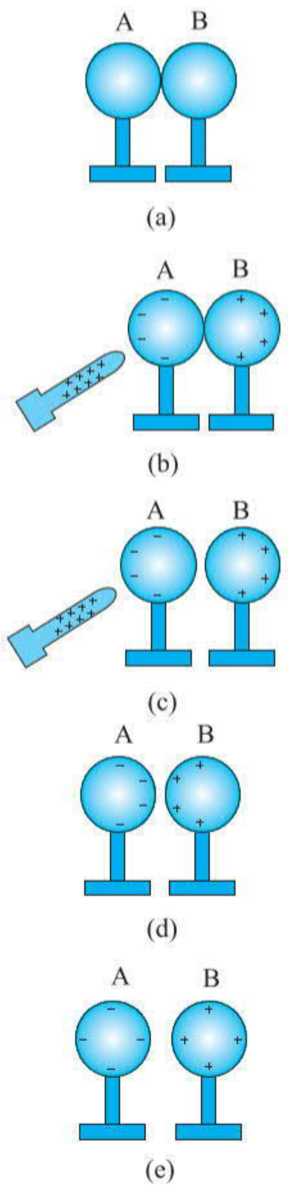
જ્યારે આપણે એક વિદ્યુતભારિત પદાર્થને પૃથ્વીના સંપર્કમાં લાવીએ ત્યારે પદાર્થ પરનો બધો વધારાનો વિદ્યુતભાર ક્ષણિક પ્રવાહ રચી, સંપર્ક કરાવતા સુવાહક (આપણા શરીર જેવા) મારફતે જમીનમાં પસાર થઈ જાય છે. વિદ્યુતભારોની પૃથ્વી સાથે વહેંચણીની આ પ્રક્રિયાને *ગ્રાઉન્ડીંગ (Grounding)* અથવા *અર્થિંગ* કહે છે. અર્થિંગ (Earthing) વિદ્યુત પરિપથો અને ઉપકરણોને એક સલામતી પુરી પાડે છે. એક ધાતુની જાડી પ્લેટ જમીનમાં ઊંડે દાટીને, તે પ્લેટમાંથી જાડા ધાતુના તાર બહાર કાઢી તેમને મકાનોમાં (વિદ્યુતના) મુખ્ય સપ્લાય પાસે અર્થિંગના હેતુ માટે રાખવામાં આવે છે.

---

* *અર્ધવાહકો (Semi Conductors)* તરીકે ઓળખાતો એક ત્રીજો વર્ગ પણ છે. તેઓ વિદ્યુતભારોની ગતિને જે અવરોધ દાખવે છે તે સુવાહકો અને અવાહકોના વચ્ચેના ગાળામાં હોય છે.

આપણા મકાનોમાં વિદ્યુતના વાયરીંગમાં ત્રણ તાર હોય છે : જીવંત (Live), તટસ્થ (Neutral) અને અર્થ (Earth). પ્રથમ બે તાર પાવર-સ્ટેશનથી વિદ્યુત લાવે છે અને ત્રીજો તાર દાટેલી પ્લેટ સાથે જોડીને અર્થ કરી દીધેલ (Earthed) હોય છે. વિદ્યુત ઇસ્ત્રી, રેફ્રીજરેટર, T.V. જેવાં ઉપકરણોની ધાતુના આવરણ (Body)ને અર્થ કરેલ તાર સાથે જોડાય છે. જ્યારે કંઈક ખામી સર્જાય અથવા જીવંત તાર ધાતુના આવરણને સ્પર્શે ત્યારે વિદ્યુતભાર, ઉપકરણને નુકસાન કર્યા સિવાય અને માનવોને હાનિ પહોંચાડ્યા સિવાય, જમીનમાં વહી જાય છે, નહિ તો માનવ શરીર સુવાહક છે તેથી હાનિ નિવારી શકાય નહીં.

1.4 પ્રેરણ દ્વારા વિદ્યુતભારિત કરવું (CHARGING BY INDUCTION)



આકૃતિ 1.4 પ્રેરણ દ્વારા વિદ્યુતભારિત કરવું

જ્યારે આપણે બરુની ગોળી (Pith Ball)ને વિદ્યુતભારિત પ્લાસ્ટીકના સળિયાનો સ્પર્શ કરાવીએ ત્યારે, સળિયા પરના કેટલાક ઋણ વિદ્યુતભારો બરુની ગોળી પર સ્થાનાંતરિત થાય છે અને તે પણ વિદ્યુતભારિત બને છે. આમ, બરુની ગોળી **સંપર્કથી વિદ્યુતભારિત** થાય છે. હવે પછી તે પ્લાસ્ટીકના સળિયા દ્વારા અપાકર્ષણ પામે છે પણ કાચનો સળિયો કે જે વિરુદ્ધ પ્રકારે વિદ્યુતભારિત છે તેના દ્વારા આકર્ષણ પામે છે. આમ છતાં, વિદ્યુતભારિત સળિયો શા માટે હલકા પદાર્થોને આકર્ષે છે એ એવો પ્રશ્ન છે કે જેનો હજી આપણે જવાબ આપવાનો બાકી છે. આપણે નીચેનો પ્રયોગ કરીને શું થતું હશે તે સમજવાનો પ્રયત્ન કરીએ.

(i) આકૃતિ 1.4(a)માં દર્શાવ્યા મુજબ અવાહક સ્ટૅન્ડ પર ટેકવેલા બે ધાતુના ગોળાઓ A અને Bને સંપર્કમાં લાવો.

(ii) એક ધન વિદ્યુતભારિત સળિયાને કોઈ એક ગોળા દા.ત., Aની નજીક તેને સ્પર્શે નહિ તેનું ધ્યાન રાખીને, લાવો. ગોળામાંના મુક્ત ઇલેક્ટ્રૉન સળિયા તરફ આકર્ષાય છે. આને લીધે ગોળા Bની દૂરની સપાટી પર વધારાનો ધન વિદ્યુતભાર ઉત્પન્ન થાય છે. બંને પ્રકારના વિદ્યુતભારો ધાતુના ગોળાઓમાં બંધિત છે અને તેથી છટકી (Escape) શકતા નથી. તેથી તેઓ આકૃતિ 1.2(b)માં દર્શાવ્યા મુજબ સપાટી પર રહે છે. A ગોળાની ડાબી સપાટી પર વધારાનો ઋણ વિદ્યુતભાર અને B ગોળાની જમણી સપાટી પર વધારાનો ધન વિદ્યુતભાર છે. આમ છતાં ગોળાઓમાંના બધા ઇલેક્ટ્રૉન Aની ડાબી સપાટી પર એકઠા થયા નથી. જેમ જેમ Aની ડાબી સપાટી પર ઋણ વિદ્યુતભાર જમા થવાનું શરૂ થાય ત્યારે બીજા ઇલેક્ટ્રૉન આ જમા થયેલા ઇલેક્ટ્રૉન દ્વારા અપાકર્ષણ અનુભવે છે. થોડા સમયમાં, સળિયાના આકર્ષણના બળની અસર અને જમા થયેલા વિદ્યુતભારોને લીધે થતા અપાકર્ષણ બળની અસર હેઠળ, સંતુલન રચાય છે. આકૃતિ 1.4(b) સંતુલન સ્થિતિ દર્શાવે છે. આ પ્રક્રિયાને *વિદ્યુતભારનું પ્રેરણ (Induction)* કહે છે અને લગભગ તત્ક્ષણ (તરત જ) બને છે. જ્યાં સુધી કાચનો સળિયો ગોળા નજીક રાખેલ હોય ત્યાં સુધી એકઠો થયેલો વિદ્યુતભાર સપાટી પર રહે છે. જો સળિયાને દૂર કરવામાં આવે તો વિદ્યુતભારો પર કોઈ બાહ્યબળ લાગતું નથી અને તેઓ તેમની મૂળ તટસ્થ અવસ્થામાં પુનઃ વિતરિત થાય છે.

(iii) આકૃતિ 1.4(c)માં દર્શાવ્યા મુજબ, A ગોળાની નજીક કાચના સળિયાને હજી પકડી રાખીને બે ગોળાઓને થોડા અંતરે અલગ કરો. બે ગોળાઓ વિરુદ્ધ પ્રકારે (વિજાતીય રીતે) વિદ્યુતભારિત થયેલા જણાય છે અને એકબીજાને આકર્ષે છે.

(iv) સળિયાને દૂર કરો. આકૃતિ 1.4(d)માં દર્શાવ્યા પ્રમાણે ગોળા પરના વિદ્યુતભાર પુનઃ ગોઠવણી પામે છે. હવે ગોળાઓને સારા એવા દૂર કરો. તેમની ઉપરના વિદ્યુતભારો તેમની સપાટી પર નિયમિત રીતે વિતરીત થાય છે, આકૃતિ 1.4(e).

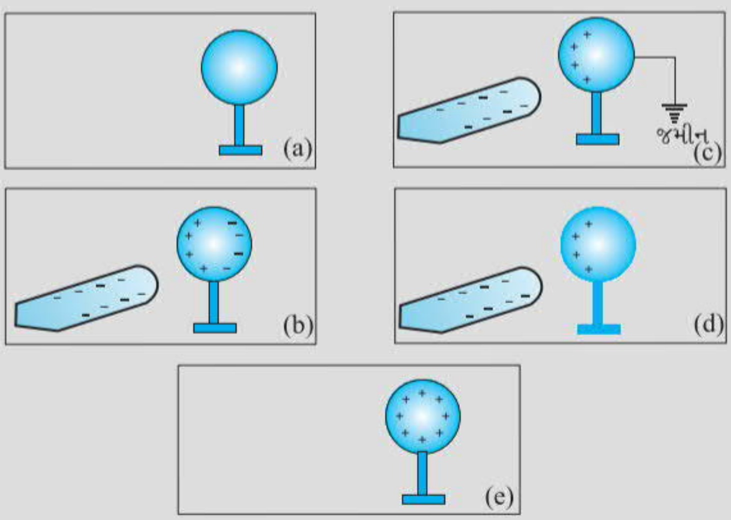
આ પ્રક્રિયામાં ધાતુના દરેક ગોળા સમાન અને વિજાતીય રીતે (વિરૂદ્ધ પ્રકારે) વિદ્યુતભારિત થાય છે. આ પ્રેરણ દ્વારા વિદ્યુતભારિત કરવાની ક્રિયા છે. ધન વિદ્યુતભારિત કાચનો સળિયો તેનો કોઈ વિદ્યુતભાર ગુમાવતો નથી, જે સંપર્ક દ્વારા વિદ્યુતભારિત કરવાની ક્રિયા કરતાં અલગ છે.

જ્યારે વિદ્યુતભારિત સળિયા, હલકા પદાર્થોની નજીક લાવવામાં આવે ત્યારે આવી અસર થાય છે. સળિયો પદાર્થ પર નજીકની સપાટી પર વિજાતીય વિદ્યુતભાર પ્રેરિત કરે છે અને સજાતીય વિદ્યુતભાર

પદાર્થની દૂરની સપાટી પર જાય છે. [જ્યારે હલકો પદાર્થ વાહક ન હોય ત્યારે પણ આવું થાય છે. આવું કેવી રીતે થાય છે તેની ક્રિયા હવે પછીના પરિચ્છેદ 1.10 અને 2.10માં સમજાવી છે.] બે પ્રકારના વિદ્યુતભારોના કેન્દ્રો સ્હેજ અલગ થાય છે. આપણે જાણીએ છીએ કે વિરુદ્ધ (વિજાતીય) વિદ્યુતભારો આકર્ષે છે અને સજાતીય વિદ્યુતભારો અપાકર્ષે છે. આમ છતાં, બળનું માન વિદ્યુતભારો વચ્ચેના અંતર પર આધારિત છે, અને આ કિસ્સામાં આકર્ષણ બળ અપાકર્ષણ બળ કરતાં વધુ છે. પરિણામે, કાગળના ટુકડા કે બરુની ગોળી જેવા પદાર્થો હલકા હોવાથી સળિયા તરફ ખેંચાય છે.

ઉદાહરણ 1.1 એક ધાતુના ગોળાને સ્પર્શ્યા વિના તમે તેને કેવી રીતે ધન વિદ્યુતભારિત કરી શકશો ?

ઉકેલ આકૃતિ 1.5(a) અવાહક સ્ટૅન્ડ પર એક વિદ્યુતભારિત ન હોય તેવો ધાતુનો ગોળો દર્શાવે છે. એક ઋણ વિદ્યુતભારિત સળિયો ધાતુના ગોળા પાસે આકૃતિ 1.5(b)માં દર્શાવ્યા મુજબ લાવો. સળિયો ગોળાની નજીક લાવતાં, ગોળામાંના મુક્ત ઇલેક્ટ્રૉન અપાકર્ષણને લીધે દૂર જાય છે અને દૂરના છેડે એકઠા થવા માંડે છે. નજીકનો છેડો ઇલેક્ટ્રૉનની ઉણપને લીધે ધન વિદ્યુતભારિત બને છે. જ્યારે ધાતુની અંદર મુક્ત ઇલેક્ટ્રૉન પરનું ચોખ્ખું (Net) બળ શૂન્ય થાય છે ત્યારે વિદ્યુતભારોની વહેંચણી અટકી જાય છે. ગોળાને વાહક તાર વડે જમીન સાથે જોડો. આકૃતિ 1.5(c)માં દર્શાવ્યા મુજબ ઇલેક્ટ્રૉન જમીનમાં વહી જશે અને નજીકના છેડે ધન વિદ્યુતભારો, સળિયા પરના ઋણ વિદ્યુતભારોના આકર્ષણ બળને લીધે ત્યાં ને ત્યાં જ જકડાયેલા રહેશે. ગોળાને જમીનથી અલગ કરો. ધન વિદ્યુતભાર નજીકના છેડે હજી જકડાયેલો જ રહે છે [આકૃતિ 1.5(d)]. વિદ્યુતભારિત સળિયાને દૂર કરો. આકૃતિ 1.5(e)માં દર્શાવ્યા મુજબ ધન વિદ્યુતભાર ગોળા પર નિયમિત રીતે ફેલાઈ જશે.



આકૃતિ 1.5

આ પ્રયોગમાં, ધાતુનો ગોળો પ્રેરણની ઘટના દ્વારા વિદ્યુતભારિત થાય છે અને સળિયો તેનો કોઈ વિદ્યુતભાર ગુમાવતો નથી.

આવાં જ પગલાં દ્વારા ધાતુના ગોળા પાસે ધન વિદ્યુતભારિત સળિયો લાવી, ગોળાને ઋણ વિદ્યુતભારિત કરી શકાય છે. આ કિસ્સામાં જ્યારે ગોળાને તાર મારફતે જમીન સાથે જોડીએ ત્યારે જમીનમાંથી ઇલેક્ટ્રૉન ગોળા પર વહન પામશે. આવું કેમ એ તમે સમજાવી શકશો ?

ઉદાહરણ 1.1

PHYSICS

Interactive animation on charging a two-sphere system by induction :
http://www.physicsclassroom.com/mmedia/estatics/estatic/ifsr.cfm

1.5 વિદ્યુતભારના મૂળભૂત ગુણધર્મો (BASIC PROPERTIES OF ELECTRIC CHARGE)

આપણે જોયું છે કે બે પ્રકારના વિદ્યુતભારો હોય છે, ધન અને ઋણ અને તેમની અસરો એકબીજાને નાબુદ કરે છે. હવે આપણે વિદ્યુતભારના બીજા કેટલાક ગુણધર્મો રજૂ કરીશું.

જો વિદ્યુતભારિત પદાર્થોનાં પરિમાણ (Size) તેમની વચ્ચેનાં અંતરની સરખામણીએ ખૂબ નાનાં હોય તો આપણે તેમને બિંદુવત્ વિદ્યુતભાર ગણીશું. આવા પદાર્થના વિદ્યુતભારનો બધો જથ્થો અવકાશમાં એક બિંદુએ કેન્દ્રિત થયેલો ધારવામાં આવે છે.

1.5.1 વિદ્યુતભારનો સરવાળો થાય છે (Additivity of Charges)

હજી આપણે વિદ્યુતભારની માત્રાત્મક વ્યાખ્યા આપી નથી, આપણે તે હવે પછીના પરિચ્છેદમાં આપીશું. હાલ પૂરતું આપણે એમ ધારી લઈશું કે તે કરી શકાય છે અને હવે ત્યાંથી આગળ જઈશું. જો કોઈ તંત્ર બે વિદ્યુતભારો q_1 અને q_2 ધરાવતું હોય તો તંત્રનો કુલ વિદ્યુતભાર q_1 અને q_2નો માત્ર બૈજિક સરવાળો કરીને મેળવી શકાય, એટલે કે વિદ્યુતભારોનો વાસ્તવિક સંખ્યાની જેમ સરવાળો થાય છે, અથવા તેઓ પદાર્થના દળની જેમ અદિશ છે. જો તંત્ર n-વિદ્યુતભારો, $q_1, q_2, q_3, \ldots\ldots, q_n$ ધરાવતું હોય તો તંત્રનો કુલ વિદ્યુતભાર $q_1 + q_2 + q_3 + \ldots\ldots + q_n$ છે. વિદ્યુતભારને દળની જેમ માન હોય છે, પણ દળની જેમ જ તેને પણ દિશા હોતી નથી. આમ છતાં દળ અને વિદ્યુતભાર વચ્ચે એક તફાવત છે. દળ હંમેશાં ધન જ હોય છે જ્યારે વિદ્યુતભાર ધન કે ઋણ હોઈ શકે છે. તંત્રમાંના વિદ્યુતભારોનો સરવાળો કરતી વખતે યોગ્ય ચિહ્નો વાપરવાં પડે છે. દાખલા તરીકે કોઈ યાદચ્છિક એકમમાં +1, +2, −3, +4 અને −5 વિદ્યુતભારો ધરાવતા તંત્રનો કુલ વિદ્યુતભાર તે એકમમાં $(+1) + (+2) + (-3) + (+4) + (-5) = -1$ છે.

1.5.2 વિદ્યુતભારનું સંરક્ષણ થાય છે (Charge is Conserved)

આપણે એ હકીકત પ્રત્યે ઈશારો કરી દીધેલ છે કે જ્યારે પદાર્થોને ઘસીને વિદ્યુતભારિત કરવામાં આવે છે ત્યારે, એક પદાર્થમાંથી ઈલેક્ટ્રૉન બીજા પદાર્થમાં સ્થાનાંતરિત (સ્થાન બદલો) થાય છે પરંતુ કોઈ નવો વિદ્યુતભાર ઉત્પન્ન થતો કે નાશ પામતો નથી. વિદ્યુતભારના કણોનું ચિત્ર આપણને વિદ્યુતભારના સંરક્ષણનો ખ્યાલ સમજવા માટે મદદરૂપ છે. જ્યારે આપણે બે પદાર્થોને ઘસીએ છીએ, ત્યારે એક પદાર્થ જેટલો વિદ્યુતભાર મેળવે છે તેટલો જ વિદ્યુતભાર બીજો પદાર્થ ગુમાવે છે. ઘણા વિદ્યુતભારિત પદાર્થોના અલગ કરેલા (Isolated) તંત્રમાં, પદાર્થો વચ્ચેની આંતરક્રિયાને લીધે વિદ્યુતભારોનું પુનઃ વિતરણ (redistribution) થાય છે પરંતુ એવું જણાયું છે કે *અલગ કરેલા તંત્રના કુલ વિદ્યુતભારનું સંરક્ષણ થાય છે.* વિદ્યુતભારનું સંરક્ષણ પ્રાયોગિક રીતે સ્થાપિત થઈ ચુક્યું છે.

વિદ્યુતભાર ધરાવતા કણો કોઈ પ્રક્રિયામાં ઉત્પન્ન કે નાશ પામી શકે છે પણ કોઈ પણ અલગ કરેલા તંત્ર વડે ધરાવાતો કુલ (Net) વિદ્યુતભાર ઉત્પન્ન કે નાશ કરવાનું શક્ય નથી. કેટલીકવાર કુદરત વિદ્યુતભારિત પદાર્થો ઉત્પન્ન કરે છે : એક ન્યુટ્રોન, પ્રોટોન અને ઈલેક્ટ્રૉનમાં રૂપાંતરિત થાય છે. આ રીતે ઉત્પન્ન થયેલા પ્રોટોન અને ઈલેક્ટ્રૉન સમાન અને વિરુદ્ધ પ્રકારનો વિદ્યુતભાર ધરાવે છે અને તેમના સર્જન અગાઉ અને પછી એમ બંને સ્થિતિમાં કુલ વિદ્યુતભાર શૂન્ય છે.

1.5.3 વિદ્યુતભારનું ક્વૉન્ટમીકરણ (Quantisation of Charge)

પ્રાયોગિક રીતે એવું સ્થાપિત થયું છે કે બધા મુક્ત વિદ્યુતભારો e વડે દર્શાવાતા વિદ્યુતભારના મૂળભૂત એકમના પૂર્ણાંક ગુણાંક જેટલા જ હોય છે. આમ, પદાર્થ પરનો વિદ્યુતભાર q હંમેશાં નીચે મુજબ રજૂ કરાય છે –

$$q = ne$$

જ્યાં, n એ કોઈ પણ ધન કે ઋણ પૂર્ણાંક છે. વિદ્યુતભારનો આ મૂળભૂત એકમ એ ઇલેક્ટ્રૉન અથવા પ્રોટોનનો વિદ્યુતભાર છે. પ્રણાલિકા મુજબ ઇલેક્ટ્રૉન પરના વિદ્યુતભારને ઋણ ગણવામાં આવે છે, તેથી ઇલેક્ટ્રૉન પરના વિદ્યુતભારને $-e$ તરીકે અને પ્રોટોન પરના વિદ્યુતભારને $+e$ તરીકે લખવામાં આવે છે.

વિદ્યુતભાર હંમેશાં eનો પૂર્ણાંક ગુણાંક જ હોય છે તે હકીકતને *વિદ્યુતભારનું ક્વૉન્ટમીકરણ* કહે છે. ભૌતિકવિજ્ઞાનમાં એવી ઘણીય પરિસ્થિતિઓ હોય છે કે જેમાં અમુક ભૌતિક રાશિઓનું ક્વૉન્ટમીકરણ થતું હોય છે. વિદ્યુતભારના ક્વૉન્ટમીકરણનું સૌપ્રથમવાર સૂચન, ઇંગ્લીશ પ્રયોગકર્તા ફેરેડેએ તેણે શોધેલા વિદ્યુત વિભાજન (Electrolysis)ના પ્રાયોગિક નિયમો દ્વારા કર્યું હતું. તેને 1912માં મિલિકને પ્રાયોગિક રીતે દર્શાવ્યું હતું.

એકમોની International System (SI)માં, વિદ્યુતભારના એકમને *કુલંબ* (*coulomb*) કહે છે અને તેને સંજ્ઞા C દ્વારા દર્શાવાય છે. કુલંબની વ્યાખ્યા વિદ્યુતપ્રવાહના એકમના પદમાં અપાય છે જે તમે આગળ આવનારા પ્રકરણમાં શીખશો. આ વ્યાખ્યાના પદમાં 1 coulomb, એ કોઈ તારમાંથી 1 A (ampere) વિદ્યુતપ્રવાહ વહેતો હોય તો 1 s માં વહન પામતો વિદ્યુતભાર છે. (જુઓ પ્રકરણ-2, ધોરણ XI, ભૌતિકવિજ્ઞાન પાઠ્યપુસ્તક, ભાગ-1) આ પદ્ધતિમાં વિદ્યુતભારના મૂળભૂત એકમનું મૂલ્ય

$e = 1.602192 \times 10^{-19}$ C છે.

આમ, -1 C વિદ્યુતભારમાં લગભગ 6×10^{18} ઇલેક્ટ્રૉન હોય છે.

સ્થિત વિદ્યુતશાસ્ત્રમાં, આટલા મોટા માન ધરાવતા વિદ્યુતભારો સાથે ભાગ્યે જ પનારો પડે છે / કામ પાડવાનું હોય છે અને તેથી આપણે નાના એકમો 1μC (micro coulomb) $= 10^{-6}$ C અથવા 1 mC (milli coulomb) $= 10^{-3}$ C વાપરીએ છીએ.

જો વિશ્વમાં માત્ર પ્રોટોન અને ઇલેક્ટ્રૉન મૂળભૂત વિદ્યુતભારો હોય તો જોવા મળતા અન્ય સઘળા વિદ્યુતભારો eના પૂર્ણાંક ગુણક જ હોવા જોઈએ. આમ જો કોઈ પદાર્થ n_1 ઇલેક્ટ્રૉન અને n_2 પ્રોટોન ધરાવતો હોય તો, પદાર્થ પર વિદ્યુતભારનો કુલ જથ્થો $n_2 \times e + n_1 \times (-e) = (n_2 - n_1)e$ છે. n_1 અને n_2 પૂર્ણાંકો છે તેથી તેમનો તફાવત પણ પૂર્ણાંક છે. આમ, કોઈ પણ પદાર્થ પરનો વિદ્યુતભાર હંમેશાં eનો પૂર્ણાંક ગુણાંક જ હોય છે અને તેમાં વધારો કે ઘટાડો પણ eના પદમાં (કદમમાં, stepમાં) જ થઈ શકે છે.

પદનું માપ (step size) e ખૂબ નાનું છે કારણ કે સ્થૂળ (Macroscopic) સ્તરે આપણે કેટલાક μC વિદ્યુતભારો સાથે કામ કરવાનું હોય છે. આ માપક્રમ પર, પદાર્થ પરનો વિદ્યુતભાર eના એકમોમાં જ વધારી કે ઘટાડી શકાય છે, તેવી હકીકત જોઈ શકાતી નથી. વિદ્યુતભારનું કણ (દાણા) જેવું સ્વરૂપ અદૃશ્ય થઈને ફક્ત સતત સ્વરૂપમાં જણાય છે.

આ પરિસ્થિતિને બિંદુઓ અને રેખાના ભૌમિતિક ખ્યાલો સાથે સરખાવી શકાય છે. એક ત્રુટક રેખા (ટપકાં ટપકાંવાળી રેખા) દૂરથી જોતાં આપણને સળંગ (સતત) દેખાય છે પણ વાસ્તવમાં તે સળંગ નથી. એકબીજાની ખૂબ નજીક રહેલા ઘણાં બિંદુઓ સામાન્યતઃ સળંગ રેખાની છાપ ઉભી કરે છે તેમ નાના નાના ઘણા વિદ્યુતભારો એક સાથે લેતાં સતત વિદ્યુતભાર વિતરણ તરીકે જણાય છે.

સ્થૂળ સ્તરે આપણે વિદ્યુતભાર eના માનની સરખામણીએ પ્રચંડ વિદ્યુતભારો સાથે કામ કરવાનું હોય છે. $e = 1.6 \times 10^{-19}$ C હોવાથી, 1μC જેટલો વિદ્યુતભાર ઇલેક્ટ્રૉન પરના વિદ્યુતભાર કરતાં લગભગ 10^{13} ગણો છે. આ માપક્રમ પર વિદ્યુતભાર માત્ર eના એકમોમાં જ વધી કે ઘટી શકે છે તે હકીકત, વિદ્યુતભાર સતત મૂલ્યો ધારણ કરી શકે તેમ કહેવા કરતાં ખાસ કંઈ અલગ નથી. આમ સ્થૂળ સ્તરે, વિદ્યુતભારના ક્વૉન્ટમીકરણનું કોઈ વ્યાવહારિક પરિણામ નથી અને તેને અવગણી શકીએ છીએ. સૂક્ષ્મ સ્તરે (Microscopic Level), જ્યાં વિદ્યુતભારો eના કેટલાંક દશકો કે શતકો ગણા હોય, એટલે કે,

તેમને ગણી શકાય તેવા હોય તો તેઓ અલગ-અલગ જથ્થાઓમાં જણાય છે અને વિદ્યુતભારના ક્વોન્ટમીકરણને અવગણી શકાતું નથી. સંકળાયેલો માપક્રમ કયો છે તે મહત્ત્વનું છે.

ઉદાહરણ 1.2

ઉદાહરણ 1.2 એક પદાર્થમાંથી બીજા પદાર્થમાં દર સેકંડે 10^9 ઇલેક્ટ્રૉન જતા હોય તો બીજા પદાર્થ પર કુલ 1 C વિદ્યુતભાર થવા માટે કેટલો સમય લાગશે ?

ઉકેલ એક સેકંડમાં 10^9 ઇલેક્ટ્રૉન પદાર્થમાંથી બહાર જાય છે. તેથી એક સેકંડમાં બહાર જતો વિદ્યુતભાર $1.6 \times 10^{-19} \times 10^9 C = 1.6 \times 10^{-10}$ C. 1C વિદ્યુતભાર જમા થવા માટે લાગતો સમય $1\,C \div (1.6 \times 10^{-10}\,C/s) = 6.25 \times 10^9\,s = 6.25 \times 10^9 \div (365 \times 24 \times 3600) = 198$ years. આમ, જે પદાર્થમાંથી 10^9 ઇલેક્ટ્રૉન દર સેકંડે બહાર જતા હોય તેમાંથી 1C વિદ્યુતભાર મેળવવા માટે આપણને લગભગ 200 વર્ષ લાગે. આથી, 1 Coulomb વિદ્યુતભાર ઘણા વ્યાવહારિક હેતુઓ માટે ખૂબ મોટો એકમ છે.

આમ છતાં, એ જાણવું રસપ્રદ છે કે દ્રવ્યના 1 ઘન સેન્ટિમીટર (1 Cubic Centimetre)ના ટુકડામાં લગભગ કેટલા ઇલેક્ટ્રૉન રહેલા છે. 1 cmની બાજુવાળા કૉપરના ઘન ટુકડામાં લગભગ 2.5×10^{24} ઇલેક્ટ્રૉન હોય છે.

ઉદાહરણ 1.3

ઉદાહરણ 1.3 એક પ્યાલા પાણીમાં કેટલા ધન અને ઋણ વિદ્યુતભારો હશે ?

ઉકેલ આપણે ધારી લઈએ કે એક પ્યાલા પાણીનું દળ 250 *g* છે. પાણીનો અણુભાર 18 છે. આમ, 1 mole પાણી (6.02×10^{23} અણુઓ)નું દળ 18 *g* છે. આથી, 1 પ્યાલા પાણીમાં અણુઓની સંખ્યા $(250/18) \times 6.02 \times 10^{23}$ છે. પાણીનો દરેક અણુ બે હાઇડ્રોજન પરમાણુ અને એક ઑક્સિજન પરમાણુ, એટલે કે 10 ઇલેક્ટ્રૉન અને 10 પ્રોટોન ધરાવે છે. આથી, કુલ ધન વિદ્યુતભાર અને કુલ ઋણ વિદ્યુતભારનાં માન સમાન છે. તે $(250/18) \times 6.02 \times 10^{23} \times 10 \times 1.6 \times 10^{-19} C = 1.34 \times 10^7$ C છે.

1.6 કુલંબનો નિયમ (COULOMB'S LAW)

કુલંબનો નિયમ એ બે બિંદુવત્ વિદ્યુતભારો વચ્ચે લાગતા બળ અંગેનું માત્રાત્મક (Quantitative) વિધાન છે. જ્યારે વિદ્યુતભારિત પદાર્થોના રેખીય પરિમાણ, તેમની વચ્ચેના અંતરની સરખામણીએ ખૂબ નાનાં હોય ત્યારે તેમનાં પરિમાણ અવગણી શકાય છે અને વિદ્યુતભારિત પદાર્થોને *બિંદુવત્ વિદ્યુતભારો* તરીકે ગણવામાં આવે છે. કુલંબે બે બિંદુવત્ વિદ્યુતભારો વચ્ચેના બળનું માપન કર્યું અને તેને જણાયું કે તે વિદ્યુતભારો વચ્ચેના અંતરના વર્ગના વ્યસ્ત પ્રમાણમાં અને બે વિદ્યુતભારોના માનના ગુણાકારના સમપ્રમાણમાં ચલે છે, અને બે વિદ્યુતભારોને જોડતી રેખા પર લાગે છે. આમ, જો શૂન્યાવકાશમાં બે બિંદુવત્ વિદ્યુતભારો q_1 અને q_2 વચ્ચેનું અંતર r હોય તો તેમની વચ્ચે લાગતા બળ (**F**) નું માન

$$F = k\,\frac{|q_1\ q_2|}{r^2} \tag{1.1}$$

પરથી મળે છે.

કુલંબ, તેના પ્રયોગો પરથી આ નિયમ પર કેવી રીતે પહોંચ્યો ? કુલંબે ધાતુના બે વિદ્યુતભારિત ગોળા વચ્ચેનું બળ માપવા માટે વળ-તુલા* (Torsion Balance)નો ઉપયોગ કર્યો હતો. જ્યારે બે ગોળાઓ વચ્ચેનું અંતર દરેક ગોળાની ત્રિજ્યા કરતાં ઘણું મોટું હોય ત્યારે વિદ્યુતભારિત ગોળાઓને બિંદુવત્ વિદ્યુતભાર તરીકે લઈ શકાય છે. જો કે, શરૂઆતમાં ગોળાઓ પરનો વિદ્યુતભાર અજ્ઞાત હતો.

* વળ-તુલા એ બળ માપવાનું સંવેદી ઉપકરણ છે. પાછળથી તેનો ઉપયોગ કેવેન્ડિશે પણ ન્યૂટનના ગુરુત્વાકર્ષણના નિયમને ચકાસવા માટે બે પદાર્થો વચ્ચેનું અતિનિર્બળ એવું ગુરુત્વબળ માપવા માટે કર્યો હતો.

સમીકરણ (1.1) જેવો સંબંધ તે કેવી રીતે શોધી શક્યો ? કુલંબે નીચેની સરળ રીતે વિચાર્યું : ધારો કે એક ગોળા પરનો વિદ્યુતભાર q છે. જો તેને બીજા એવા જ (Identical) પણ વિદ્યુતભાર-વિહિન ગોળાના સંપર્કમાં લાવવામાં આવે તો, વિદ્યુતભાર બે ગોળાઓ પર ફેલાઈ જશે. સંમિતિ પરથી દરેક ગોળા પરનો વિદ્યુતભાર $q/2$* થશે. આ પ્રક્રિયાનું પુનરાવર્તન કરીને આપણને $q/2$, $q/4$ વગેરે વિદ્યુતભારો મળી શકે. કુલંબે વિદ્યુતભારોની નિશ્ચિત જોડી (Pair) માટે અંતર બદલીને જુદા-જુદા અંતર માટે બળ માપ્યું. પછી તેણે જોડીમાંના વિદ્યુતભારો બદલ્યા અને દરેક જોડી માટે અંતર અચળ રાખ્યું. જુદી-જુદી જોડી માટે અને જુદા-જુદા અંતરો માટે લાગતા બળોની સરખામણી કરીને કુલંબ, સમીકરણ (1.1)ના સંબંધ પર પહોંચ્યો.

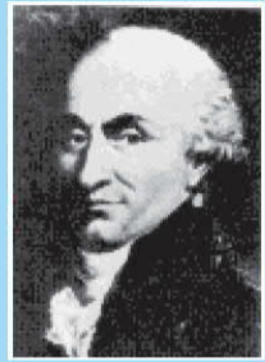
કુલંબના નિયમનું સરળ ગાણિતિક વિધાન, ઉપર દર્શાવેલી રીતે શરૂઆતમાં પ્રાયોગિક રીતે મેળવાયું હતું. મૂળ પ્રયોગો દ્વારા તે સ્થૂળ માપક્રમ પરના પદાર્થો માટે સ્થાપિત થયું હતું, પણ હવે તે પરમાણુથી પણ નાના (Subatomic) સ્તર $(r \sim 10^{-10} m)$ માટે પણ સ્થાપિત થયું છે.

કુલંબે, વિદ્યુતભારના સ્પષ્ટ માનની જાણકારી વિના તેનો નિયમ મેળવ્યો હતો. હકીકતમાં, તે ઉલટું છે : કુલંબના નિયમનો ઉપયોગ હવે એકમ વિદ્યુતભારની વ્યાખ્યા આપવા કરી શકાય. સમીકરણ (1.1)માં k એ હજી સુધી તો યાદચ્છિક અચળાંક છે. kની પસંદગી, વિદ્યુતભારના એકમનું માપ નક્કી કરે છે. SI એકમોમાં kનું મૂલ્ય લગભગ $9 \times 10^9 \frac{N\,m^2}{C^2}$ છે. આ પસંદગીના પરિણામે વિદ્યુતભારનો જે એકમ મળે તેને Coulomb કહે છે, જેને અગાઉ આપણે પરિચ્છેદ 1.4માં વ્યાખ્યાયિત કરેલ હતો. kનું આ મૂલ્ય સમીકરણ (1.1)માં મૂકતાં, આપણે જોઈ શકીએ કે $q_1 = q_2 =$ 1C અને $r = 1m$ માટે

$$F = 9 \times 10^9 N$$

એટલે કે, 1C એ એટલો વિદ્યુતભાર છે કે જે તેટલા જ મૂલ્યના બીજા વિદ્યુતભારથી શૂન્યાવકાશમાં $1m$ અંતરે મૂકતાં, 9×10^9Nનું અપાકર્ષણનું વિદ્યુતબળ અનુભવે છે. સ્વાભાવિક રીતે 1C એ વાપરવા માટે બહુ મોટો એકમ છે. વ્યવહારમાં, સ્થિત વિદ્યુતશાસ્ત્રમાં $1m$C અથવા 1μC જેવા વિદ્યુતભારો વપરાય છે.

સમીકરણ (1.1)માં અચળાંક k, પાછળથી સગવડ માટે $k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$ તરીકે લેવાયો. આથી કુલંબના નિયમને



ચાર્લ્સ ઑગસ્ટીન દ કુલંબ (1736-1806) ફ્રેંચ વિજ્ઞાની કુલંબે તેની કારકીર્દી વેસ્ટ ઇંડિઝમાં એક મિલિટરી ઍન્જિનિયર તરીકે શરૂ કરી હતી. 1776માં તે પેરિસ પાછો આવ્યો અને એક નાની જાગીરમાં નિવૃત્તિનો ઉપયોગ વૈજ્ઞાનિક સંશોધનમાં કર્યો. તેણે બળનું માન માપવા માટે વળ-તુલાની શોધ કરી અને નાના વિદ્યુતભારિત ગોળા વચ્ચે લાગતા આકર્ષણ કે અપાકર્ષણના વિદ્યુતબળો નક્કી કરવા તેનો ઉપયોગ કર્યો. આ રીતે 1775માં તેણે વ્યસ્ત વર્ગનો સંબંધ મેળવ્યો, જે હવે કુલંબના નિયમ તરીકે જાણીતો છે. અગાઉ પ્રિસ્ટલી અને કેવેન્ડીશે પણ આ નિયમનું પૂર્વાનુમાન કરેલ હતું, જો કે કેવેન્ડીશે તેનાં પરિણામ કદી પ્રકાશિત કર્યાં ન હતા. કુલંબે સજાતિય અને વિજાતિય ચુંબકીય ધ્રુવો વચ્ચે પણ બળનો વ્યસ્ત વર્ગનો નિયમ શોધ્યો હતો.

ચાર્લ્સ ઑગસ્ટીન દ કુલંબ (1736-1806)

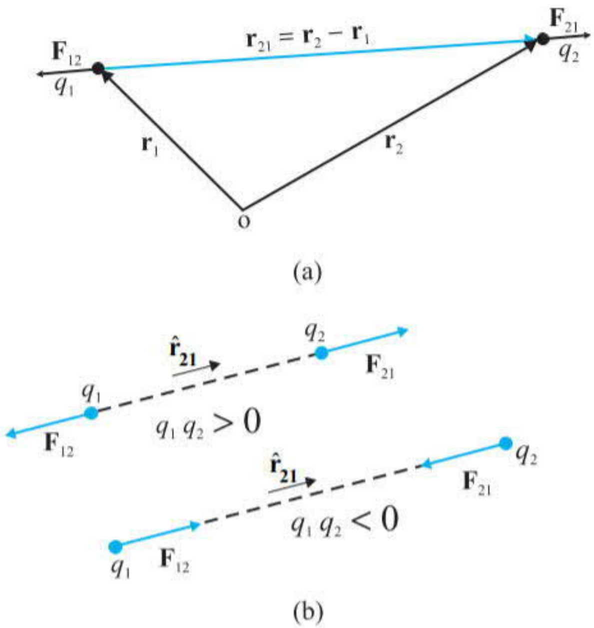
$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{|q_1 \; q_2|}{r^2} \qquad (1.2)$$

તરીકે લખવામાં આવે છે. ε_0 ને *મુક્ત અવકાશનો પરાવૈદ્યુતાંક (Permittivity)* કહે છે. SI એકમોમાં ε_0નું મૂલ્ય

$$\varepsilon_0 = 8.854 \times 10^{-12} C^2 N^{-1} m^{-2} \text{ છે.}$$

બળ સદિશ હોવાથી, કુલંબનો નિયમ સદિશ સ્વરૂપમાં લખવાનું વધારે સારું છે. ધારો કે વિદ્યુતભારો q_1 અને q_2નાં સ્થાનસદિશો અનુક્રમે $\mathbf{r}_1$ અને $\mathbf{r}_2$ છે, [જુઓ આકૃતિ 1.6(a)]. આપણે q_1 પર q_2ને લીધે

* આમાં વિદ્યુતભારોના સરવાળાની અને સંરક્ષણની ધારણા રહેલી છે. બે વિદ્યુતભારો (દરેક $q/2$) ઉમેરાતાં કુલ વિદ્યુતભાર q થાય છે.



આકૃતિ 1.6 વિદ્યુતભારો વચ્ચે (a) ભૂમિતિ અને (b) બળો

લાગતા બળને $\mathbf{F}_{12}$ અને q_2 પર q_1 ને લીધે લાગતા બળને $\mathbf{F}_{21}$ તરીકે દર્શાવીએ. બે વિદ્યુતભારો q_1 અને q_2ને 1 અને 2 ક્રમ સગવડ માટે આપેલ છે અને 1 થી 2 તરફ દોરેલો સદિશ $\mathbf{r}_{21}$ તરીકે દર્શાવેલ છે :

$$\mathbf{r}_{21} = \mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1$$

તે જ રીતે 2 થી 1 તરફ દોરેલો સદિશ $\mathbf{r}_{12}$ તરીકે દર્શાવાય છે :

$$\mathbf{r}_{12} = \mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2 = -\mathbf{r}_{21}$$

સદિશો $\mathbf{r}_{21}$ અને $\mathbf{r}_{12}$ના માન અનુક્રમે r_{21} અને r_{12} તરીકે દર્શાવાય છે. ($r_{12} = r_{21}$). સદિશની દિશા તે સદિશ પરના એકમ સદિશ વડે દર્શાવાય છે. 1 થી 2 અથવા 2 થી 1ની દિશા દર્શાવવા માટે આપણે એકમ સદિશો આ પ્રમાણે વ્યાખ્યાયિત કરીએ :

$$\hat{r}_{21} = \frac{\mathbf{r}_{21}}{r_{21}}, \quad \hat{r}_{12} = \frac{\mathbf{r}_{12}}{r_{12}}, \quad \hat{r}_{21} = -\hat{r}_{12}$$

$\mathbf{r}_1$ અને $\mathbf{r}_2$ સ્થાને રહેલા બે બિંદુવત્ વિદ્યુતભારો q_1 તથા q_2માં q_2 પર q_1 ને લીધે લાગતા બળનો કુલંબનો નિયમ આ પ્રમાણે લખાય છે :

$$\mathbf{F}_{21} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r_{21}^2} \hat{\mathbf{r}}_{21} \tag{1.3}$$

સમીકરણ (1.3)ની કેટલીક નોંધપાત્ર બાબતો આ પ્રમાણે છે :

- સમીકરણ (1.3) એ q_1 અને q_2ના ધન કે ઋણ ગમે તે ચિન્હ માટે સત્ય છે. જો q_1 અને q_2 બંને એક જ ચિહ્ન ધરાવતા હોય (બંને ધન અથવા બંને ઋણ), તો $\mathbf{F}_{21}$ એ $\hat{r}_{21}$ ની દિશામાં જ છે, જે અપાકર્ષણ દર્શાવે છે, સજાતિય વિદ્યુતભારો માટે આમ જ હોવું જોઈએ. જો q_1 અને q_2 વિરુદ્ધ ચિહ્ન ધરાવતા હોય તો $\mathbf{F}_{21}$ એ $-\hat{r}_{21}$ $(= \hat{r}_{12})$ દિશામાં છે, જે આકર્ષણ દર્શાવે છે, વિજાતિય વિદ્યુતભારો માટે આ અપેક્ષિત છે. આમ આપણે સજાતિય અને વિજાતિય વિદ્યુતભારોના કિસ્સાઓ માટે અલગ અલગ સમીકરણો લખવા પડતા નથી. સમીકરણ (1.3) બંને કિસ્સાઓની સાચી રીતે સંભાળ લે છે [આકૃતિ 1.6(b)].
- q_1 વિદ્યુતભાર પર q_2 વિદ્યુતભારને લીધે લાગતું બળ $\mathbf{F}_{12}$, સમીકરણ (1.3)માં માત્ર 1 અને 2ની અદલાબદલી કરવાથી મળે છે, એટલે કે,

$$\mathbf{F}_{12} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r_{12}^2} \hat{\mathbf{r}}_{12} = -\mathbf{F}_{21}$$

આમ, કુલંબનો નિયમ ન્યૂટનના ત્રીજા નિયમ સાથે સંમત/સુસંગત છે.

- કુલંબનો નિયમ [સમીકરણ (1.3)] શૂન્યાવકાશમાં રહેલા બે વિદ્યુતભારો q_1 અને q_2 વચ્ચેનું બળ આપે છે. જો વિદ્યુતભારોને દ્રવ્યમાં મૂકવામાં આવે અથવા તેમની વચ્ચેના અવકાશમાં દ્રવ્ય હોય, તો દ્રવ્યના વિદ્યુતભારિત ઘટકોની હાજરીને લીધે પરિસ્થિતિ જટિલ બને છે. આપણે દ્રવ્યની અંદર સ્થિત વિદ્યુતશાસ્ત્ર અંગે હવે પછીના પ્રકરણમાં વિચારીશું.

ઉદાહરણ 1.4 બે બિંદુવત્ વિદ્યુતભારો વચ્ચેના સ્થિતવિદ્યુત બળ માટેનો કુલંબનો નિયમ અને બે સ્થિર બિંદુવત્ દળો વચ્ચેના ગુરુત્વબળ માટેનો ન્યૂટનનો નિયમ એ બંનેનો આધાર વિદ્યુતભારો/દળો વચ્ચેના અંતરના વ્યસ્ત-વર્ગ પર છે. (a) (i) ઇલેક્ટ્રૉન અને પ્રોટોન અને (ii) બે પ્રોટોન વચ્ચે લાગતા આ બળોના માનના ગુણોત્તર પરથી તેમની પ્રબળતાની સરખામણી કરો. (b) ઇલેક્ટ્રૉન અને પ્રોટોન 1 Å ($\approx 10^{-10}$ m) દૂર હોય ત્યારે તેમના પરસ્પર આકર્ષણ બળથી ઉદ્ભવતા ઇલેક્ટ્રૉન અને પ્રોટોનના પ્રવેગ શોધો. ($m_p = 1.67 \times 10^{-27}$ kg, $m_e = 9.11 \times 10^{-31}$kg).

ઉકેલ

(a) (i) r અંતરે રહેલા ઇલેક્ટ્રૉન અને પ્રોટોન વચ્ચેનું વિદ્યુતબળ

$$F_e = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{e^2}{r^2}$$

જ્યાં, ઋણ ચિહ્ન દર્શાવે છે કે બળ આકર્ષણ પ્રકારનું છે. આને અનુરૂપ ગુરુત્વબળ (હંમેશાં આકર્ષણ બળ છે.)

$$F_G = -G\frac{m_p\, m_e}{r^2}$$

જ્યાં, m_p અને m_e અનુક્રમે પ્રોટોન અને ઇલેક્ટ્રૉનનાં દળ છે.

$$\left|\frac{F_e}{F_G}\right| = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0\, G\, m_p\, m_e} = 2.4 \times 10^{39}$$

(ii) આ જ રીતે, r અંતરે રહેલા બે પ્રોટોન વચ્ચે લાગતા વિદ્યુતબળ અને ગુરુત્વબળનો ગુણોત્તર

$$\left|\frac{F_e}{F_G}\right| = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0\, G\, m_p\, m_p} = 1.3 \times 10^{36}$$

જો કે અત્રે એ જણાવવું જોઈએ કે બે બળોનાં ચિહ્નો જુદાં છે. બે પ્રોટોન માટે, ગુરુત્વબળ આકર્ષણ પ્રકારનું અને કુલંબ બળ અપાકર્ષણ પ્રકારનું હોય છે. ન્યુક્લિયસની અંદર રહેલા બે પ્રોટોન વચ્ચે (ન્યુક્લિયસમાં બે પ્રોટોન વચ્ચેનું અંતર $\sim 10^{-15}$m હોય છે.) લાગતા બળોના વાસ્તવિક મૂલ્યો $F_e \sim 230$ N અને $F_G \sim 1.9 \times 10^{-34}$ N છે.

આ બે બળોનો (પરિમાણરહિત) ગુણોત્તર દર્શાવે છે કે વિદ્યુતબળો ગુરુત્વબળો કરતાં અત્યંત પ્રબળ છે.

(b) પ્રોટોન વડે ઇલેક્ટ્રૉન પર લાગતા બળ **F**નું માન, ઇલેક્ટ્રૉન વડે પ્રોટોન પર લાગતા બળના માન જેટલું જ છે, જો કે ઇલેક્ટ્રૉન અને પ્રોટોનનાં દળ જુદાં-જુદાં છે. આમ, બળનું માન

$$|\mathbf{F}| = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{e^2}{r^2} = 8.987 \times 10^9\,\text{N}\,\frac{\text{N}\,m^2}{\text{C}^2}\frac{(1.6\times10^{-19}\text{C})^2}{(10^{-10}m)^2} = 2.3 \times 10^{-8}\,\text{N}$$

ન્યૂટનના બીજા નિયમ $F = ma$નો ઉપયોગ કરતાં ઇલેક્ટ્રૉનનો પ્રવેગ

$$a = 2.3\times10^{-8}\,\text{N} / 9.11\times10^{-31}\,\text{kg} = 2.5\times10^{22}\,\text{m/s}^2$$

આ મૂલ્યને ગુરુત્વપ્રવેગના મૂલ્ય સાથે સરખાવતાં, આપણે એવો નિષ્કર્ષ તારવી શકીએ કે ઇલેક્ટ્રૉનની ગતિ પર ગુરુત્વક્ષેત્રની અસર અવગણ્ય હોય છે અને પ્રોટોન વડે લાગતા કુલંબ બળની અસર નીચે તે ખૂબ મોટો પ્રવેગ અનુભવે છે.

પ્રોટોનના પ્રવેગનું મૂલ્ય

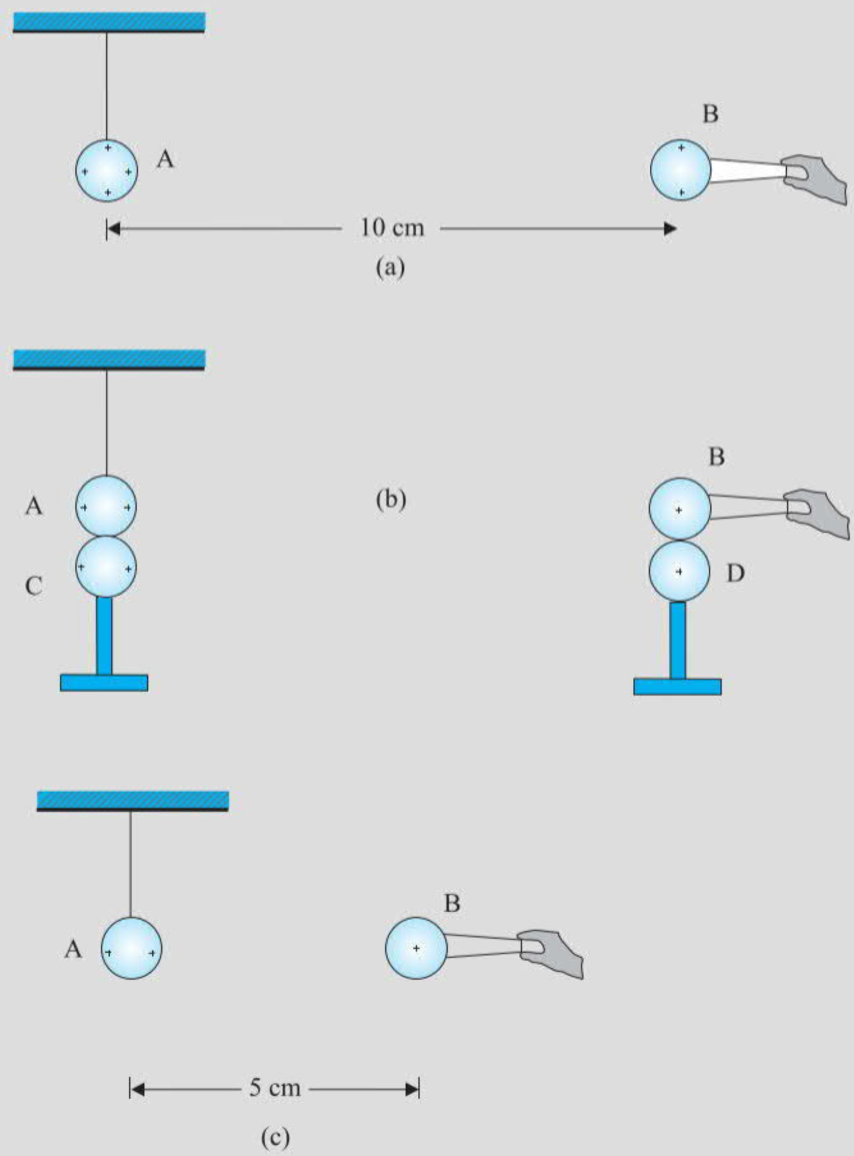
$$2.3\times10^{-8}\,\text{N} / 1.67\times10^{-27}\,\text{kg} = 1.4\times10^{19}\,\text{m/s}^2 \text{ છે.}$$

ઉદાહરણ 1.4

PHYSICS

Interactive animation on Coulomb's law :
http://webphysics.davidson.edu/physlet_resources/bu_semester2/menu_semester2.html

ઉદાહરણ 1.5 ધાતુના વિદ્યુતભારિત ગોળા Aને નાયલોનની દોરી વડે લટકાવેલ છે. આકૃતિ 1.7(a)માં દર્શાવ્યા મુજબ અવાહક હાથા (હૅન્ડલ) વડે પકડેલ બીજો વિદ્યુતભારિત ગોળો B, Aની નજીક એવી રીતે લાવવામાં આવે છે કે તેમનાં કેન્દ્રો વચ્ચેનું અંતર 10 cm હોય. આનાથી થતું Aનું અપાકર્ષણ નોંધવામાં આવે છે. (દાખલા તરીકે, એક પ્રકાશકિરણ વડે તેને પ્રકાશિત કરી પડદા પર તેનું આવર્તન/સ્થાનાંતર માપીને). A અને B ગોળાઓને અનુક્રમે C અને D વિદ્યુતભારરહિત ગોળાઓ સાથે આકૃતિ 1.7(b)માં દર્શાવ્યા મુજબ સ્પર્શ કરાવવામાં આવે છે. હવે C અને Dને દૂર કરી Bને Aની નજીક તેમનાં કેન્દ્રો વચ્ચેનું અંતર 5.0 cm થાય તેમ લાવવામાં આવે છે [આકૃતિ 1.7(c)]. કુલંબના નિયમના આધારે Aનું અપાકર્ષણ કેટલું થશે ? A અને C ગોળાઓ તથા B અને D ગોળાઓનાં પરિમાણ સમાન છે. A અને B નાં કેન્દ્રો વચ્ચેના અંતરની સરખામણીએ તેમનાં પરિમાણ અવગણો.



આકૃતિ 1.7

ઉદાહરણ 1.5

ઉદાહરણ 1.5

ઉકેલ ધારો કે A ગોળા પરનો મૂળ વિદ્યુતભાર q અને B ગોળા પરનો q' છે. તેમની વચ્ચેના r અંતરે, દરેક પર લાગતું સ્થિતવિદ્યુત બળ (અંતરની સાપેક્ષે તેમનાં પરિમાણ અવગણતાં)

$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q\,q'}{r^2}$$

છે. જ્યારે સમાન પણ વિદ્યુતભારરહિત ગોળો C, Aને સ્પર્શે છે ત્યારે વિદ્યુતભારો A અને C પર પુનઃ વિતરિત થાય છે, દરેક ગોળો $q/2$ વિદ્યુતભાર પ્રાપ્ત કરે છે. તેવી જ રીતે D, Bને સ્પર્શે પછી દરેક પર પુનઃ વિતરિત થયેલો વિદ્યુતભાર $q'/2$ છે. હવે જો તેમની વચ્ચેનું અંતર અડધું કરવામાં આવે તો, દરેક પર લાગતા સ્થિતવિદ્યુત બળનું માન,

$$F' = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{(q/2)(q'/2)}{(r/2)^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q\,q'}{r^2} = F$$

આમ, A પર B વડે લાગતું બળ બદલાતું નથી પણ અગાઉ જેટલું જ છે.

1.7 ઘણા વિદ્યુતભારો વચ્ચે બળો (Forces Between Multiple Charges)

બે વિદ્યુતભારો વચ્ચે લાગતું પરસ્પર વિદ્યુતબળ કુલંબના નિયમ વડે અપાય છે. જ્યારે આસપાસ એક નહિ પણ ઘણા વિદ્યુતભારો હોય ત્યારે બળ કેવી રીતે ગણવું ? શૂન્યાવકાશમાં સ્થિર એવા n વિદ્યુતભારો $q_1, q_2, \ldots, q_n$નાં તંત્રનો વિચાર કરો. q_1 પર $q_2, q_3, \ldots, q_n$ને લીધે કેટલું બળ લાગશે ? કુલંબનો નિયમ આ પ્રશ્નનો જવાબ આપવા માટે પુરતો નથી. યાંત્રિક ઉદ્‌ગમ ધરાવતાં બળોનો સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણના નિયમ પ્રમાણે સરવાળો થાય છે તેનું સ્મરણ કરો. સ્થિતવિદ્યુત ઉદ્‌ગમ ધરાવતાં બળો માટે પણ શું આ સત્ય છે ?

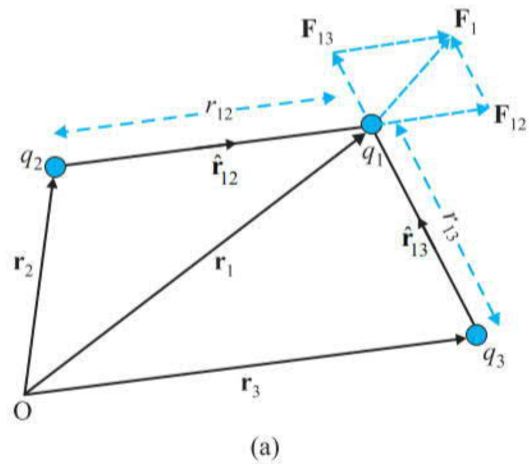
પ્રાયોગિક રીતે એવું ચકાસવામાં આવ્યું છે કે કોઈ વિદ્યુતભાર પર બીજા સંખ્યાબંધ વિદ્યુતભારોને લીધે લાગતું બળ, તે વિદ્યુતભાર પર બીજા વિદ્યુતભારોને લીધે એક એક તરીકે લેતાં લાગતા બળોના સદિશ સરવાળા જેટલું હોય છે. વ્યક્તિગત બળો બીજા બળોની હાજરીને લીધે અસર પામતાં નથી. આને સંપાતપણાનો સિદ્ધાંત કહે છે.

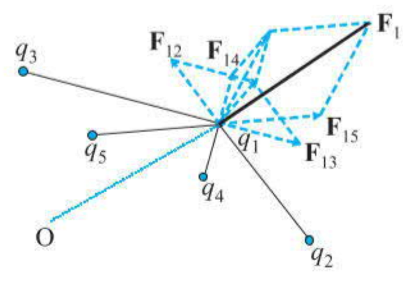
આ ખ્યાલને વધુ સારી રીતે સમજવા માટે, આકૃતિ 1.8(a)માં દર્શાવ્યા મુજબ ત્રણ વિદ્યુતભારો q_1, q_2 અને q_3ના તંત્રનો વિચાર કરો. એક વિદ્યુતભાર q_1 પર બીજા બે વિદ્યુતભારો q_2 અને q_3ને લીધે લાગતું બળ દરેક વિદ્યુતભાર વડે લાગતા બળોનો સદિશ સરવાળો કરવાથી મળે છે. આમ, q_1 પર q_2ને લીધે લાગતું બળ $\mathbf{F}_{12}$ વડે દર્શાવીએ તો, બીજા વિદ્યુતભાર હાજર હોવા છતાં, $\mathbf{F}_{12}$ સમીકરણ (1.3) વડે મળે છે.

$$\mathbf{F}_{12} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q_1\,q_2}{r_{12}^2}\,\hat{\mathbf{r}}_{12}$$

તે જ રીતે, q_1 પર q_3ને લીધે લાગતું બળ $\mathbf{F}_{13}$ વડે દર્શાવીએ તો,

$$\mathbf{F}_{13} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q_1\,q_3}{r_{13}^2}\,\hat{\mathbf{r}}_{13} \text{ છે.}$$





આકૃતિ 1.8 (a) ત્રણ વિદ્યુતભારોનું (b) ઘણા વિદ્યુતભારોનું તંત્ર

જે બીજો વિદ્યુતભાર q_2 હાજર હોવા છતાં q_1 પર q_3 વડે લાગતું કુલંબ બળ જ છે.

આમ, q_1 પરનું q_2 અને q_3ને લીધે લાગતું કુલ બળ $\mathbf{F}_1$

$$\mathbf{F}_1 = \mathbf{F}_{12} + \mathbf{F}_{13} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1\, q_2}{r_{12}^2}\,\hat{\mathbf{r}}_{12} + \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1\, q_3}{r_{13}^2}\,\hat{\mathbf{r}}_{13} \tag{1.4}$$

બળની ઉપરની ગણતરી ત્રણ કરતાં વધુ વિદ્યુતભારોના તંત્ર માટે પણ વ્યાપકરૂપે આકૃતિ 1.8(b)માં દર્શાવ્યા મુજબ લાગુ પાડી શકાય છે.

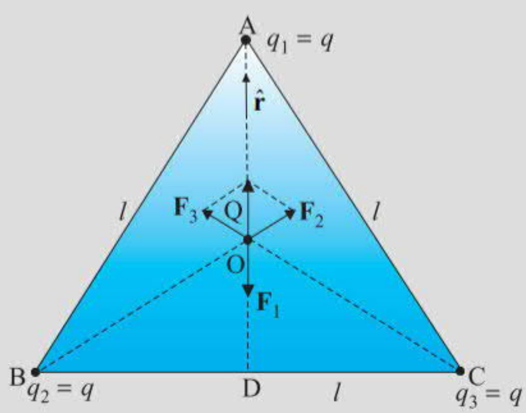
સંપાતપણાનો સિદ્ધાંત જણાવે છે કે, q_1, q_2 ...... q_n વિદ્યુતભારોના તંત્રમાં, q_1 પર q_2ને લીધે લાગતું બળ કુલંબના નિયમથી મળે છે તે જ છે. એટલે કે, તે બીજા વિદ્યુતભારો q_3, q_4 ...... q_nની હાજરીને લીધે અસર પામતું નથી (બદલાતું નથી). q_1 પર બીજા બધા વિદ્યુતભારોને લીધે લાગતું કુલ બળ $\mathbf{F}_1$; એ $\mathbf{F}_{12}$, $\mathbf{F}_{13}$ ..... $\mathbf{F}_{1n}$ બળોના સદિશ સરવાળાથી મળે છે. એટલે કે,

$$\mathbf{F}_1 = \mathbf{F}_{12} + \mathbf{F}_{13} + \ldots.. + \mathbf{F}_{1n} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{q_1\, q_2}{r_{12}^2}\hat{\mathbf{r}}_{12} + \frac{q_1\, q_3}{r_{13}^2}\hat{\mathbf{r}}_{13} + \ldots\ldots + \frac{q_1\, q_n}{r_{1n}^2}\hat{\mathbf{r}}_{1n}\right]$$

$$= \frac{q_1}{4\pi\varepsilon_0}\sum_{i=2}^{n}\frac{q_i}{r_{1i}^2}\,\hat{\mathbf{r}}_{1i} \tag{1.5}$$

સદિશ સરવાળો સામાન્ય રીતે સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણના નિયમ પરથી મેળવાય છે. સમગ્ર સ્થિતવિદ્યુતશાસ્ત્ર એ મૂળભૂત રીતે કુલંબના નિયમ અને સંપાતપણાના સિદ્ધાંતનું પરિણામ છે.

ઉદાહરણ 1.6 l લંબાઈના સમબાજુ ત્રિકોણના શિરોબિંદુઓ પર ત્રણ વિદ્યુતભારો q_1, q_2, q_3 દરેક q બરાબર છે, તેવા મૂકેલ છે. આકૃતિ 1.9માં દર્શાવ્યા મુજબ ત્રિકોણના મધ્યકેન્દ્ર પર મૂકેલા વિદ્યુતભાર Q (q જેવા જ ચિહ્ન સાથે) પર લાગતું બળ કેટલું હશે ?



આકૃતિ 1.9

ઉકેલ l લંબાઈના આપેલા સમબાજુ ત્રિકોણ ABCમાં AD, BCને લંબ દોરતાં, AD = AC $\cos30^\circ = (\sqrt{3}/2)\, l$, અને Aથી મધ્યકેન્દ્ર Oનું અંતર AO = (2/3) AD = $(1/\sqrt{3})\, l$. સંમિતિ પરથી AO = BO = CO.

ઉદાહરણ 1.6

આમ,

A પરના વિદ્યુતભાર q વડે Q પરનું બળ $\mathbf{F}_1 = \frac{3}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Qq}{l^2}$, AO દિશામાં

B પરના વિદ્યુતભાર q વડે Q પરનું બળ $\mathbf{F}_2 = \frac{3}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Qq}{l^2}$, BO દિશામાં

C પરના વિદ્યુતભાર q વડે Q પરનું બળ $\mathbf{F}_3 = \frac{3}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Qq}{l^2}$, CO દિશામાં

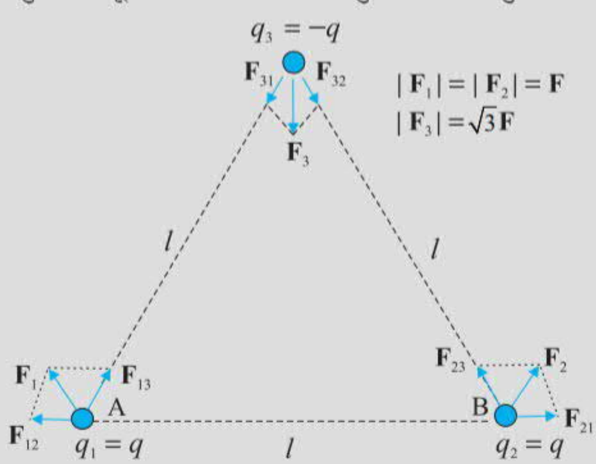
$\mathbf{F}_2$ અને $\mathbf{F}_3$ બળોનું પરિણામી બળ $\frac{3}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Qq}{l^2}$,OA દિશામાં છે (સમાંતર બાજુ ચતુષ્કોણના નિયમ મુજબ)

આથી, Q પરનું કુલ બળ $= \frac{3}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Qq}{l^2}(\hat{\mathbf{r}} - \hat{\mathbf{r}}) = 0$, જ્યાં $\hat{\mathbf{r}}$એ OA દિશામાંનો એકમ સદિશ છે.

સંમિતિ પરથી પણ એ સ્પષ્ટ છે કે ત્રણેય બળોનો સરવાળો શૂન્ય થશે. ધારો કે પરિણામી બળ શૂન્ય નથી પણ કોઈક દિશામાં છે. O બિંદુની આસપાસ તંત્રને 60°નું ભ્રમણ આપતાં શું થાત તે વિચારો.

ઉદાહરણ 1.6

ઉદાહરણ 1.7 આકૃતિ 1.10માં દર્શાવ્યા મુજબ q, q અને $-q$ વિદ્યુતભારોને સમબાજુ ત્રિકોણના શિરોબિંદુઓ પર મૂકવામાં આવે છે. દરેક વિદ્યુતભાર પર કેટલું બળ લાગશે ?



આકૃતિ 1.10

ઉકેલ A પરના વિદ્યુતભાર q પર લાગતાં બળો, B પરના qને લીધે BA દિશામાં અને C પરના $-q$ને લીધે AC દિશામાં છે, (આકૃતિ 1.10). A પરના વિદ્યુતભાર q પર લાગતું કુલ બળ $\mathbf{F}_1$ સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણના નિયમ મુજબ, $\mathbf{F}_1 = F\,\hat{\mathbf{r}}_1$ પરથી મળે છે. જ્યાં, $\hat{\mathbf{r}}_1$ એ BC દિશામાંનો એકમ સદિશ છે.

અહીં, વિદ્યુતભારોની દરેક જોડ માટે આકર્ષણ કે અપાકર્ષણ બળનું માન એકસમાન $F = \frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 l^2}$ છે.

B આગળના વિદ્યુતભાર q પર લાગતું કુલ બળ $\mathbf{F}_2 = F\hat{\mathbf{r}}_2$ છે, જ્યાં $\hat{\mathbf{r}}_2$ એ AC દિશામાંનો એકમ સદિશ છે.

ઉદાહરણ 1.7

ઉદાહરણ 1.7

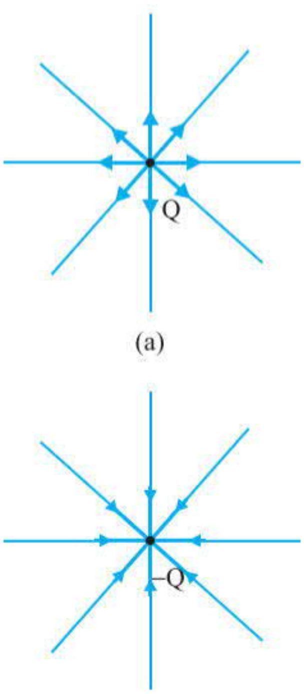
તેવી જ રીતે, C પરના $-q$ વિદ્યુતભાર પર લાગતું કુલ બળ $\mathbf{F}_3 = \sqrt{3}\,F\,\hat{\mathbf{n}}$. જ્યાં, $\hat{\mathbf{n}}$ એ $\angle$BCAના દ્વિભાજક પરનો એકમ સદિશ છે. એ જોવું રસપ્રદ છે કે ત્રણ વિદ્યુતભારો પરના બળોનો કુલ સરવાળો શૂન્ય છે, એટલે કે

$\mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 + \mathbf{F}_3 = 0.$

પરિણામ જરાય આશ્ચર્યજનક નથી. તે એ હકીકત પરથી સમજાય છે કે કુલંબનો નિયમ ન્યૂટનના ત્રીજા નિયમ સાથે સુસંગત છે. તેની સાબિતી તમારા પર સ્વાધ્યાય તરીકે છોડેલ છે.

1.8 વિદ્યુતક્ષેત્ર (Electric Field)

શૂન્યાવકાશમાં ઉગમબિંદુ O પર મૂકેલા એક બિંદુવત્ વિદ્યુતભાર Qનો વિચાર કરો. જો આપણે બીજો વિદ્યુતભાર q, P બિંદુએ મૂકીએ કે જ્યાં, **OP** = **r** છે, તો Q વિદ્યુતભાર, q વિદ્યુતભાર પર કુલંબના નિયમ મુજબ બળ લગાડશે. આપણે એવો પ્રશ્ન પૂછી શકીએ કે જો q વિદ્યુતભારને દૂર કરવામાં આવે તો હવે આસપાસ શું રહેશે ? કંઈ પણ રહેશે નહિ ? જો P બિંદુએ કંઈ પણ ન હોય તો P પર વિદ્યુતભાર મૂકતાં તેના પર બળ કેવી રીતે લાગે છે ? આવા પ્રશ્નોના જવાબ આપવા માટે પહેલાના વૈજ્ઞાનિકોએ ક્ષેત્રનો ખ્યાલ દાખલ કર્યો હતો. આ મુજબ આપણે એમ કહીએ છીએ કે, વિદ્યુતભાર Q પોતાની આસપાસ બધે વિદ્યુતક્ષેત્ર ઉત્પન્ન કરે છે. જ્યારે બીજો વિદ્યુતભાર q, P આગળ લાવવામાં આવે છે ત્યારે ક્ષેત્ર તેની પર ક્રિયા (અસર) કરીને બળ લગાડે છે. Q વિદ્યુતભાર વડે **r** બિંદુએ ઉદ્ભવતું વિદ્યુતક્ષેત્ર



આકૃતિ 1.11 (a) વિદ્યુતભાર Qને લીધે (b) વિદ્યુતભાર –Qને લીધે, વિદ્યુતક્ષેત્ર

$$\mathbf{E}(r) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r^2}\,\hat{\mathbf{r}} \tag{1.6}$$

પરથી મળે છે. જ્યાં, $\hat{\mathbf{r}} = \mathbf{r}/r$, એ ઉદ્ગમથી બિંદુ **r** તરફનો એકમ સદિશ છે. આમ, સમીકરણ (1.6), સ્થાન સદિશ **r**ના દરેક મૂલ્ય માટે વિદ્યુતક્ષેત્ર નક્કી કરે છે. 'ક્ષેત્ર' શબ્દ કોઈ વિતરિત (વહેંચાયેલી) રાશિ (અદિશ કે સદિશ) સ્થાન સાથે કેવી રીતે બદલાય છે તે સૂચવે છે. વિદ્યુતભારની અસરનો વિદ્યુતક્ષેત્રના અસ્તિત્વમાં સમાવેશ કરી દેવામાં આવેલ છે. વિદ્યુતભાર Q વડે, q વિદ્યુતભાર પર લાગતું બળ, આપણને

$$\mathbf{F} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Qq}{r^2}\,\hat{\mathbf{r}} \quad \text{પરથી મળે છે.} \tag{1.7}$$

એ નોંધો કે, q વિદ્યુતભાર પણ Q વિદ્યુતભાર પર એટલું જ બળ વિરુદ્ધ દિશામાં લગાડે છે. Q અને q વિદ્યુતભારો વચ્ચે લાગતા બળને, Q વિદ્યુતભારના વિદ્યુતક્ષેત્ર અને q વિદ્યુતભાર વચ્ચેની આંતરક્રિયા (Interaction) તરીકે જોઈ શકાય છે અને એ જ રીતે સામ-સામે વિચારી શકાય. જો આપણે q વિદ્યુતભારનો સ્થાન સદિશ **r** તરીકે દર્શાવીએ તો તે q ગુણ્યા qના સ્થાન આગળના વિદ્યુતક્ષેત્ર **E** જેટલું બળ **F** અનુભવે છે. આમ,

$$\mathbf{F}(r) = q\mathbf{E}(\mathbf{r}) \tag{1.8}$$

સમીકરણ (1.8), વિદ્યુતક્ષેત્રના SI એકમને N/C* તરીકે વ્યાખ્યાયિત કરે છે.

અત્રે, કેટલીક મહત્વની નોંધ કરીએ :

(i) સમીકરણ (1.8) પરથી આપણે જોઈ શકીએ કે, જો q એકમ હોય તો Qને લીધે ઉદ્ભવતું ક્ષેત્ર તેના વડે લાગતા બળના મૂલ્ય જેટલું જ છે. આમ, *વિદ્યુતભાર Qને લીધે અવકાશમાં વિદ્યુતક્ષેત્રને તે બિંદુએ મૂકેલા એકમ ધન વિદ્યુતભાર પર લાગતા બળ તરીકે વ્યાખ્યાયિત કરવામાં આવે છે.* વિદ્યુતક્ષેત્ર ઉત્પન્ન કરતા વિદ્યુતભાર Qને સ્રોત વિદ્યુતભાર અને સ્રોત વિદ્યુતભારની અસરનું

* એક વૈકલ્પિક એકમ V/m હવે પછીના પ્રકરણમાં દાખલ કરીશું.

પરીક્ષણ કરનારા વિદ્યુતભાર qને *પરીક્ષણ વિદ્યુતભાર* કહે છે. એ નોંધો કે સ્રોત વિદ્યુતભાર તેના મૂળસ્થાને જ રહેવો જોઈએ. જો કે, q વિદ્યુતભારને Qની આસપાસ ગમે તે બિંદુએ લાવવામાં આવે તો, qને લીધે Q પર પણ વિદ્યુતબળ લાગવાનું જ છે અને તેથી તે ખસવાનો પ્રયત્ન કરશે. આ તકલીફમાંથી નિકળવાનો રસ્તો, qને અવગણ્ય એટલો નાનો લેવાનો છે. આમ થતાં, બળ **F** અવગણ્ય એવું નાનું બને પણ $\mathbf{F}/q$ ગુણોત્તર નિશ્ચિત બને અને તે વિદ્યુતક્ષેત્રને

$$\mathbf{E} = \lim_{q \to 0} \left(\frac{\mathbf{F}}{q} \right) \qquad (1.9)$$

તરીકે વ્યાખ્યાયિત કરે છે.

આ પ્રશ્ન (qની હાજરીમાં Qને ખલેલ પહોંચે નહિ તેમ રાખી મુકવા)ના વ્યાવહારિક ઉકેલ તરીકે Qને અનિર્દિષ્ટ (જણાવેલ ન હોય તેવા) બળો વડે પકડી (જકડી) રાખવાનો છે. આ જરા વિચિત્ર લાગે પણ વાસ્તવમાં આમ જ કરાતું હોય છે. જ્યારે આપણે પરીક્ષણ વિદ્યુતભાર q પર, વિદ્યુતભારિત સમતલ (પરિચ્છેદ 1.15) વડે લાગતું બળ વિચારીએ ત્યારે સમતલ પરના વિદ્યુતભારોને, સમતલમાંના અનિર્દિષ્ટ (ન દર્શાવેલા) વિદ્યુતભારિત ઘટકો વડે લાગતાં બળો તેમનાં સ્થાનો પર જકડી રાખે છે.

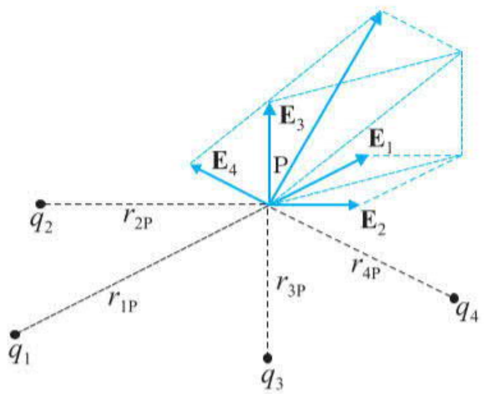
(ii) Q વડે ઉદ્ભવતું વિદ્યુતક્ષેત્ર **E**, ક્રિયાત્મક રીતે કોઈ પરીક્ષણ વિદ્યુતભાર qના પદમાં વ્યાખ્યાયિત કરાયેલું હોવા છતાં, qથી સ્વતંત્ર છે. આનું કારણ એ છે કે **F**, qના સમપ્રમાણમાં છે, તેથી $\mathbf{F}/q$ ગુણોત્તર q પર આધારિત નથી. Q વિદ્યુતભાર વડે, q વિદ્યુતભાર પર લાગતું બળ, qના સ્થાન પર આધાર રાખે છે, જે Qની આસપાસના અવકાશમાં કોઈ પણ મૂલ્ય ધારણ કરી શકે છે. આમ, Qને લીધે ઉદ્ભવતું વિદ્યુતક્ષેત્ર અવકાશ યામ **r** પર પણ આધારિત છે. સમગ્ર અવકાશમાં qના જુદા જુદા સ્થાનોએ વિદ્યુતક્ષેત્ર **E**ના જુદા જુદા મૂલ્યો મળે છે. ત્રિ-પારિમાણિક અવકાશમાં દરેક બિંદુએ ક્ષેત્ર અસ્તિત્વ ધરાવે છે.

(iii) ધન વિદ્યુતભાર માટે વિદ્યુતક્ષેત્ર, વિદ્યુતભારથી ત્રિજ્યાવર્તી દિશામાં બહાર તરફ છે આકૃતિ 1.11(a). બીજી બાજુ જો વિદ્યુતભાર ઋણ હોય તો તેનો વિદ્યુતક્ષેત્ર સદિશ દરેક બિંદુએ ત્રિજ્યાવર્તી દિશામાં અંદરની તરફ હોય છે, આકૃતિ 1.11(b).

(iv) વિદ્યુતભાર Qને લીધે, q વિદ્યુતભાર પર લાગતા બળનું માન, Q વિદ્યુતભારથી q વિદ્યુતભારના અંતર પર આધારિત છે, તેથી વિદ્યુતક્ષેત્ર **E**નું માન પણ અંતર **r** પર જ આધારિત છે. આમ, Q વિદ્યુતભારથી સમાન અંતરોએ આવેલાં બિંદુઓ પર, વિદ્યુતક્ષેત્ર **E**નું માન એકસમાન છે. ગોળાના કેન્દ્ર પર મૂકેલા બિંદુવત્ વિદ્યુતભારને લીધે સમગ્ર ગોળા (ની સપાટી) પર વિદ્યુતક્ષેત્ર **E**નું માન સમાન છે, બીજા શબ્દોમાં તે ગોળીય સંમિતિ ધરાવે છે.

1.8.1 વિદ્યુતભારોના તંત્રને લીધે વિદ્યુતક્ષેત્ર (Electric Field Due to a System of Charges)

કોઈ ઉગમબિંદુ Oની સાપેક્ષે સ્થાન સદિશો $\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, ..., \mathbf{r}_n$ ધરાવતા વિદ્યુતભારો $q_1, q_2, ..., q_n$ના તંત્રનો વિચાર કરો. એકાકી (એકલ) વિદ્યુતભારને લીધે અવકાશમાંના બિંદુએ વિદ્યુતક્ષેત્રની જેમજ વિદ્યુતભારોના તંત્રને લીધે અવકાશમાંના બિંદુએ વિદ્યુતક્ષેત્ર, તે બિંદુએ મૂકેલા એકમ ધન પરીક્ષણ વિદ્યુતભાર પર, $q_1, q_2, ..., q_n$ના સ્થાનોમાં ફેરફાર કર્યા સિવાય લાગતા બળ તરીકે વ્યાખ્યાયિત કરાય છે. આપણે કુલંબનો નિયમ અને સંપાતપણાના સિદ્ધાંતનો ઉપયોગ કરી સ્થાન સદિશ **r** વડે દર્શાવાતા બિંદુ P આગળનું વિદ્યુતક્ષેત્ર મેળવી શકીએ.



આકૃતિ 1.12 વિદ્યુતભારોના તંત્રને લીધે કોઈ બિંદુ આગળનું વિદ્યુતક્ષેત્ર વ્યક્તિગત વિદ્યુતભારોથી ઉદ્ભવતા વિદ્યુતક્ષેત્રોના સદિશ સરવાળા જેટલું છે.

$\mathbf{r}_1$ આગળ રહેલા q_1ને લીધે, $\mathbf{r}$ આગળનું વિદ્યુતક્ષેત્ર

$$\mathbf{E}_1 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1}{r_{1P}^2}\,\hat{\mathbf{r}}_{1P} \text{ છે.}$$

જ્યાં, $\hat{\mathbf{r}}_{1P}$ એ q_1થી P ની દિશામાંનો એકમ સદિશ છે અને r_{1P} એ q_1 થી P નું અંતર છે. તે જ રીતે, $\hat{\mathbf{r}}_2$ આગળ રહેલા q_2 ને લીધે $\mathbf{r}$ આગળનું વિદ્યુતક્ષેત્ર $\mathbf{E}_2$

$$\mathbf{E}_2 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_2}{r_{2P}^2}\,\hat{\mathbf{r}}_{2P} \qquad \text{છે.}$$

જ્યાં, $\hat{\mathbf{r}}_{2P}$ એ q_2થી Pની દિશામાંનો એકમ સદિશ છે અને r_{2P} એ q_2થી Pનું અંતર છે. $q_3, q_4, \ldots, q_n$ વિદ્યુતભારોને લીધે વિદ્યુતક્ષેત્રો $\mathbf{E}_3, \mathbf{E}_4, \ldots, \mathbf{E}_n$ માટે આવાં જ સૂત્રો લખી શકાય. સંપાતપણાના સિદ્ધાંત મુજબ, વિદ્યુતભારોના તંત્રને લીધે $\mathbf{r}$ સ્થાને વિદ્યુતક્ષેત્ર $\mathbf{E}$, (આકૃતિ 1.12માં દર્શાવ્યા મુજબ),

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \mathbf{E}_1(\mathbf{r}) + \mathbf{E}_2(\mathbf{r}) + \ldots + \mathbf{E}_n(\mathbf{r})$$

$$= \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1}{r_{1P}^2}\hat{\mathbf{r}}_{1P} + \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_2}{r_{2P}^2}\hat{\mathbf{r}}_{2P} + \ldots + \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_n}{r_{nP}^2}\hat{\mathbf{r}}_{nP}$$

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\sum_{i=1}^{n}\frac{q_i}{r_{iP}^2}\,\hat{\mathbf{r}}_{iP} \tag{1.10}$$

$\mathbf{E}$ એ સદિશ રાશિ છે અને અવકાશમાં એકથી બીજા બિંદુએ બદલાય છે અને તે સ્રોત વિદ્યુતભારોના સ્થાનો પરથી નક્કી થાય છે.

1.8.2 વિદ્યુતક્ષેત્રનો ભૌતિક અર્થ (Physical Significance of Electric Field)

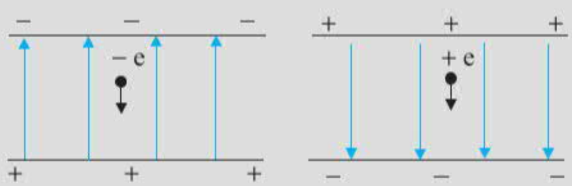
તમને કદાચ નવાઈ લાગશે કે અહીં વિદ્યુતક્ષેત્રનો ખ્યાલ શા માટે દાખલ કર્યો છે. અંતે તો, વિદ્યુતભારોના કોઈ પણ તંત્ર માટે માપી શકાય તેવી રાશિ તો વિદ્યુતભાર પરનું બળ છે, જે કુલંબના નિયમ અને સંપાતપણાના સિદ્ધાંત (સમીકરણ 1.5) પરથી નક્કી કરી શકાય છે. તો પછી વિદ્યુતક્ષેત્ર નામની મધ્યવર્તી રાશિ દાખલ શા માટે કરવી જોઈએ ?

સ્થિત વિદ્યુતશાસ્ત્ર માટે વિદ્યુતક્ષેત્ર સગવડભરી રાશિ છે પણ ખરેખર જરૂરી નથી. વિદ્યુતક્ષેત્ર એ વિદ્યુતભારોના તંત્રના વિદ્યુત પર્યાવરણની લાક્ષણિક રજૂઆતની એક સુંદર રીત છે. વિદ્યુતભારોના તંત્રની આસપાસ અવકાશમાંના બિંદુએ વિદ્યુતક્ષેત્ર, તે સ્થાને મૂકેલા એકમ ધન વિદ્યુતભાર પર (તંત્રને ખલેલ પહોંચાડ્યા વિના) લાગતું બળ આપે છે. વિદ્યુતક્ષેત્ર એ વિદ્યુતભારોના તંત્રની લાક્ષણિકતા છે અને વિદ્યુતક્ષેત્ર નક્કી કરવા માટે મૂકેલા પરીક્ષણ વિદ્યુતભાર પર આધારિત નથી. ભૌતિકવિજ્ઞાનમાં ક્ષેત્ર શબ્દ, સામાન્ય રીતે એવી રાશિનો ઉલ્લેખ કરે છે જેને અવકાશમાંના દરેક બિંદુએ વ્યાખ્યાયિત કરેલ છે અને જે એકથી બીજા બિંદુએ બદલાય છે. વિદ્યુતક્ષેત્ર એ સદિશ ક્ષેત્ર છે, કારણ કે બળ સદિશ રાશિ છે.

વિદ્યુતક્ષેત્રના ખ્યાલનો સાચો ભૌતિક અર્થ, જ્યારે આપણે સ્થિત વિદ્યુતશાસ્ત્રની આગળ જઈને સમય આધારિત વિદ્યુતચુંબકીય ઘટનાઓ સાથે કામ પાડીએ ત્યારે જ જણાય છે. ધારો કે આપણે બે વિદ્યુતભારો q_1 અને q_2ની પ્રવેગી ગતિમાં તેમની વચ્ચે લાગતા બળનો વિચાર કરીએ છીએ. હવે સંકેત કે માહિતી જે મહત્તમ ઝડપથી એકથી બીજા બિંદુએ જાય તે પ્રકાશની ઝડપ c છે. આમ, q_1 અને q_2ની કોઈ પણ ગતિની

અસર તત્ક્ષણ ઉદ્ભવતી નથી. કારણ (q_1ની ગતિ) અને અસર (q_2 પર બળ) વચ્ચે સમયનો થોડો વિલંબ (Delay) હોય છે. બરાબર આ બાબતમાં/સ્થાને વિદ્યુતક્ષેત્ર (બહુ ચોક્કસ રીતે, વિદ્યુત ચુંબકીયક્ષેત્ર)નો ખ્યાલ સ્વાભાવિક અને ઉપયોગી છે. ક્ષેત્રનું ચિત્ર આવું છે : *q_1 વિદ્યુતભારની પ્રવેગી ગતિ વિદ્યુતચુંબકીય તરંગો ઉત્પન્ન કરે છે, જે ઝડપ c થી પ્રસરે છે અને q_2 પર બળ લગાડે છે.* ક્ષેત્રનો ખ્યાલ સમયના વિલંબને સારી રીતે સમજાવે છે. આમ, વિદ્યુત અને ચુંબકીય ક્ષેત્રોને વિદ્યુતભારો પરની તેમની અસરો (બળો) દ્વારા પરખવામાં આવે છે, તેમ છતાં તેમને ભૌતિકરાશિઓ તરીકે ગણવામાં આવે છે, નહિ કે માત્ર ગાણિતીક રચના તરીકે. તેમને તેમનું પોતાનું ગતિશાસ્ત્ર છે, એટલે કે તેમના પોતાના નિયમો મુજબ તેઓ કાર્ય કરે છે. તેઓ ઊર્જાનું પરિવહન પણ કરી શકે છે. આમ, સમય આધારિત વિદ્યુતચુંબકીય ક્ષેત્રોનું ઉદ્ગમ, થોડો વખત ચાલુ કરી બંધ (On-Off) કરવામાં આવે તો પ્રસરણ પામતા વિદ્યુતચુંબકીય તરંગો ઉદ્ભવે જે ઊર્જાનું પરિવહન કરે છે. ક્ષેત્રનો ખ્યાલ સૌપ્રથમ ફેરેડેએ રજૂ કર્યો હતો અને અત્યારે ભૌતિકવિજ્ઞાનના કેન્દ્રિય ખ્યાલોમાં છે.

ઉદાહરણ 1.8 એક ઇલેક્ટ્રૉન 2.0×10^4 N C^{-1}ના નિયમિત વિદ્યુતક્ષેત્રમાં 1.5 cm જેટલા અંતરનું પતન પામે છે. [આકૃતિ 1.13(a)]. ક્ષેત્રનું માન અચળ રાખીને તેની દિશા ઉલટાવવામાં આવે છે અને તેમાં એક પ્રોટોન તેટલા જ અંતરનું પતન પામે છે. [આકૃતિ 1.13(b)]. દરેક કિસ્સામાં પતન માટે લાગતો સમય ગણો. 'ગુરુત્વની અસર હેઠળ મુક્ત પતન' સાથેનો તફાવત જણાવો.



આકૃતિ 1.13

ઉકેલ આકૃતિ 1.13(a)માં ક્ષેત્ર ઉપર તરફ છે, તેથી ઋણ વિદ્યુતભારિત ઇલેક્ટ્રૉન અધોદિશામાં eE મૂલ્યનું બળ અનુભવે છે. જ્યાં, E એ વિદ્યુતક્ષેત્રનું માન છે. ઇલેક્ટ્રૉનનો પ્રવેગ

$$a_e = eE/m_e,$$

જ્યાં, m_e ઇલેક્ટ્રૉનનું દળ છે.

સ્થિર સ્થિતિમાંથી શરૂ કરીને, h અંતર જેટલું પતન પામવા ઇલેક્ટ્રૉનને લાગતો સમય.

$$t_e = \sqrt{\frac{2h}{a_e}} = \sqrt{\frac{2\,h\,m_e}{eE}}$$

$e = 1.6 \times 10^{-19}$C, $m_e = 9.11 \times 10^{-31}$ kg,

E $= 2.0 \times 10^4$ N C^{-1}, $h = 1.5 \times 10^{-2}$ m, માટે

$$t_e = 2.9 \times 10^{-9} \text{s}$$

આકૃતિ 1.13 (b)માં, ક્ષેત્ર અધોદિશામાં છે અને ધન વિદ્યુતભારિત પ્રોટોન અધોદિશામાં eE મૂલ્યનું બળ અનુભવે છે. પ્રોટોનનો પ્રવેગ

$$a_p = eE/m_p$$

જ્યાં m_p પ્રોટોનનું દળ છે, $m_p = 1.67 \times 10^{-27}$ kg. પ્રોટોન માટે પતનનો સમય

ઉદાહરણ 1.8

$$t_p = \sqrt{\frac{2h}{a_p}} = \sqrt{\frac{2\,h\,m_p}{eE}} = 1.3 \times 10^{-7}\,s \text{ છે.}$$

આમ, વધુ ભારે કણ (પ્રોટોન) તેટલા જ અંતરના પતન માટે વધુ સમય લે છે. આ બાબત ગુરુત્વની અસર હેઠળ મુક્ત પતનની પરિસ્થિતિ કરતાં મૂળભૂત રીતે વિરુદ્ધ છે, કારણ કે મુક્ત પતનમાં તો પતનનો સમય પદાર્થના દળ પર આધારિત નથી. આ ઉદાહરણમાં પતનનો સમય ગણવામાં આપણે ગુરુત્વપ્રવેગ અવગણેલ છે. આ વ્યાજબી છે કે નહિ તે જોવા આપેલા વિદ્યુતક્ષેત્રમાં આપણે પ્રોટોનનો પ્રવેગ શોધીએ.

$$a_p = \frac{eE}{m_p}$$

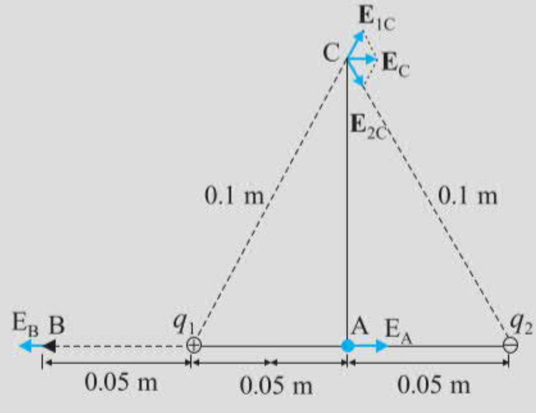
$$= \frac{(1.6 \times 10^{-19}\ C)(2.0 \times 10^{4}\ N\ C^{-1})}{1.67 \times 10^{-27}\,kg}$$

$$= 1.9 \times 10^{12}\,m\,s^{-2}$$

જે, ગુરુત્વપ્રવેગ gના મૂલ્ય ($9.8\ m\ s^{-2}$)ની સરખામણીએ પ્રચંડ છે. ઇલેક્ટ્રૉનનો પ્રવેગ તો આથીય ઘણો વધુ છે. આમ, આ ઉદાહરણમાં ગુરુત્વની અસર અવગણી શકાય છે.

ઉદાહરણ 1.8

ઉદાહરણ 1.9 10^{-8}C અને -10^{-8} C મૂલ્યના બે બિંદુવત્ વિદ્યુતભારો અનુક્રમે q_1 અને q_2 એકબીજાથી 0.1 m અંતરે મૂકેલા છે. આકૃતિ 1.14માં દર્શાવેલ A, B અને C બિંદુઓએ વિદ્યુતક્ષેત્ર ગણો.



આકૃતિ 1.14

ઉકેલ A આગળ ધન વિદ્યુતભાર q_1ને લીધે વિદ્યુતક્ષેત્ર સદિશ $\mathbf{E}_{1A}$ જમણી તરફની દિશામાં છે અને તેનું માન

$$\mathbf{E}_{1A} = \frac{(9 \times 10^{9}\,Nm^{2}C^{-2}) \times (10^{-8}C)}{(0.05m)^{2}} = 3.6 \times 10^{4}\ NC^{-1}$$

A આગળ ઋણ વિદ્યુતભાર q_2ને લીધે વિદ્યુતક્ષેત્ર સદિશ $\mathbf{E}_{2A}$ જમણી તરફની દિશામાં છે અને તેનું માન એટલું જ (સમાન) છે. આથી, A આગળનું કુલ વિદ્યુતક્ષેત્ર E_A.

$E_A = E_{1A} + E_{2A} = 7.2 \times 10^{4}\,N\,C^{-1}$ છે. $\mathbf{E}_A$ ની દિશા જમણી તરફની છે.

B આગળ ધન વિદ્યુતભાર q_1ને લીધે વિદ્યુતક્ષેત્ર $\mathbf{E}_{1B}$ ડાબી તરફની દિશામાં છે અને તેનું માન

ઉદાહરણ 1.9

$$E_{1B} = \frac{(9 \times 10^9 \, Nm^2C^{-2}) \times (10^{-8} C)}{(0.05m)^2} = 3.6 \times 10^4 \, N C^{-1} \text{ છે.}$$

B આગળ ઋણ વિદ્યુતભાર q_2ને લીધે વિદ્યુતક્ષેત્ર $\mathbf{E}_{1B}$ જમણી તરફની દિશામાં છે અને તેનું માન

$$E_{2B} = \frac{(9 \times 10^9 \, Nm^2C^{-2}) \times (10^{-8} C)}{(0.15m)^2} = 4 \times 10^3 \, N C^{-1} \text{ છે.}$$

B આગળના કુલ વિદ્યુતક્ષેત્રનું માન

$E_B = E_{1B} - E_{2B} = 3.2 \times 10^4 \, N C^{-1}$ છે. $\mathbf{E}_B$ ડાબી તરફની દિશામાં છે.

C આગળ q_1 અને q_2 દરેકને લીધે ઉદ્ભવતા વિદ્યુતક્ષેત્રનું માન

$$E_{1C} = E_{2C} = \frac{(9 \times 10^9 \, Nm^2C^{-2}) \times (10^{-8} C)}{(0.10m)^2} = 9 \times 10^3 \, N C^{-1} \text{ છે.}$$

આ બંને સદિશો જે દિશાઓમાં છે તે આકૃતિ 1.14માં દર્શાવેલ છે. આ બે સદિશોનું પરિણામી

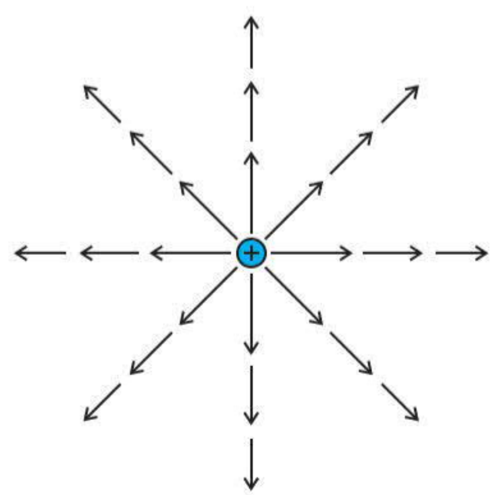
$$E_C = E_{1C} \cos\frac{\pi}{3} + E_{2C} \cos\frac{\pi}{3} = 9 \times 10^3 \, N C^{-1} \text{ છે.}$$

$\mathbf{E}_C$ જમણી તરફની દિશામાં છે.

ઉદાહરણ 1.9

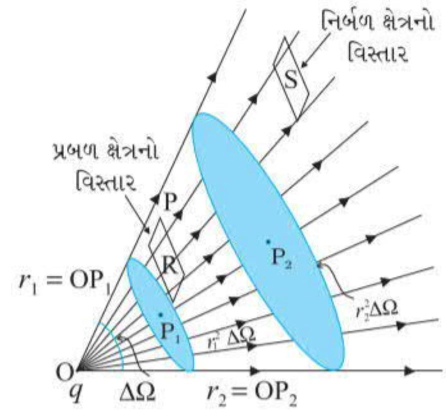
1.9 વિદ્યુત ક્ષેત્ર રેખાઓ (Electric Field Lines)

છેલ્લા વિભાગમાં આપણે વિદ્યુતક્ષેત્રનો અભ્યાસ કર્યો. તે સદિશ રાશિ છે અને તેને આપણે સદિશોને દર્શાવીએ છીએ તેમ દર્શાવી શકીએ છીએ. એક બિંદુવત્ વિદ્યુતભારથી ઉદ્ભવતા વિદ્યુતક્ષેત્ર **E**ને આપણે ચિત્રાત્મક રીતે રજૂ કરીએ. ધારો કે એક બિંદુવત્ વિદ્યુતભારને ઉદ્ગમ બિંદુએ મૂકેલ છે. વિદ્યુતક્ષેત્રની દિશામાં જ હોય તેવા સદિશો દોરો કે જેમનાં માન દરેક બિંદુએ ક્ષેત્રની પ્રબળતાને સમપ્રમાણમાં હોય. આપેલા બિંદુએ વિદ્યુતક્ષેત્રનું માન વિદ્યુતભારથી તે બિંદુના અંતરના વર્ગના વ્યસ્ત પ્રમાણમાં હોવાથી, જેમ ઉદ્ગમથી દૂર જઈએ તેમ સદિશ નાના થતા જાય છે, અને હંમેશાં ત્રિજ્યાવર્તી દિશામાં બહારની તરફ હોય છે. આકૃતિ 1.15 આવું ચિત્ર દર્શાવે છે. આ આકૃતિમાં દરેક તીર વિદ્યુતક્ષેત્ર, એટલે કે તીરના પુચ્છ આગળ મૂકેલા એકમ ધન વિદ્યુતભાર પર લાગતું બળ દર્શાવે છે. એક જ દિશામાં રહેલા તીરોને જોડીએ તો પરિણામે નીપજતી આકૃતિ ક્ષેત્ર રેખા દર્શાવે છે. આ રીતે, આપણને ઘણી ક્ષેત્ર રેખા મળે છે, જે બધી વિદ્યુતભારથી બહારની (દૂરની) તરફની દિશામાં છે. તો શું હવે ક્ષેત્રના માન કે પ્રબળતા અંગેની માહિતી ગુમાવી દીધી છે, કારણ કે તે તો તીરની લંબાઈમાં રહેલી હતી ? ના. હવે ક્ષેત્રનું માન ક્ષેત્ર રેખાઓની ઘનતા (ગીચતા) દ્વારા દર્શાવાય છે. વિદ્યુતભારની નજીક **E** પ્રબળ છે, તેથી વિદ્યુતભારની નજીક ક્ષેત્ર રેખાઓની ઘનતા (ગીચતા) વધુ છે અને રેખાઓ વધારે નજીક નજીક છે. વિદ્યુતભારથી દૂર ક્ષેત્ર નબળું પડે છે અને ક્ષેત્ર રેખાઓની ઘનતા ઓછી છે અને તેના પરિણામે રેખાઓ સારા પ્રમાણમાં દૂર દૂર છે.



આકૃતિ 1.15 બિંદુવત્ વિદ્યુતભારનું ક્ષેત્ર

કોઈ બીજી વ્યક્તિ વધુ રેખાઓ દોરી શકે છે. પણ રેખાઓની સંખ્યા મહત્ત્વની નથી. હકીકતમાં, કોઈ પણ વિભાગમાં અનંત સંખ્યાની રેખાઓ દોરી શકાય. જુદા જુદા વિભાગોમાં રેખાઓની સાપેક્ષ ઘનતા જ મહત્ત્વની છે.



આકૃતિ 1.16 વિદ્યુતક્ષેત્રની પ્રબળતાનું અંતર પરનું અવલંબન અને તેનો ક્ષેત્ર રેખાઓની સંખ્યા સાથે સંબંધ

આપણે આકૃતિ પાનાના સમતલમાં એટલે કે દ્વિ-પરિમાણમાં દોરીએ છીએ, પણ આપણે રહીએ છીએ ત્રિ-પરિમાણમાં. તેથી જો આપણે ક્ષેત્ર રેખાઓની ઘનતાનો અંદાજ મેળવવા માંગતા હોઈએ તો, આપણે ક્ષેત્ર રેખાને લંબરૂપે એકમ આડછેદના ક્ષેત્રફળ દીઠ રેખાઓની સંખ્યા ધ્યાનમાં લેવી પડે. વિદ્યુતક્ષેત્ર બિંદુવત્ વિદ્યુતભારથી અંતરના વર્ગ મુજબ ઘટતું જાય છે અને વિદ્યુતભારને ઘેરતું ક્ષેત્રફળ અંતરના વર્ગ મુજબ વધતું જાય છે તેથી વિદ્યુતભારને ઘેરતા ક્ષેત્રફળમાંથી પસાર થતી ક્ષેત્ર રેખાઓની સંખ્યા, વિદ્યુતભારથી ક્ષેત્રફળનું અંતર ગમે તે હોય તો પણ અચળ રહે છે.

આપણે પ્રારંભમાં એમ કહ્યું કે ક્ષેત્ર રેખાઓ અવકાશમાં જુદા જુદા બિંદુઓ આગળ વિદ્યુતક્ષેત્રની દિશાની માહિતી ધરાવે છે. ક્ષેત્ર રેખાઓનો એક (ગણ) સમૂહ દોરી દીધા બાદ, જુદા જુદા બિંદુઓ આગળ ક્ષેત્ર રેખાઓની સાપેક્ષ ઘનતા (એટલે કે ગીચતા), તે બિંદુઓ આગળ વિદ્યુતક્ષેત્રની સાપેક્ષ પ્રબળતા (તીવ્રતા) દર્શાવે છે. જ્યાં ક્ષેત્ર પ્રબળ હોય છે ત્યાં ક્ષેત્ર રેખાઓ ખીચોખીચ ટોળે વળેલી (Crowded) છે અને જ્યાં તે નિર્બળ છે ત્યાં દૂર-દૂર રહેલી છે. આકૃતિ 1.16 ક્ષેત્ર રેખાઓનો એક સમૂહ દર્શાવે છે. R અને S બિંદુઓ આગળ ત્યાંની ક્ષેત્ર રેખાને લંબરૂપે બે સમાન અને નાના ક્ષેત્રફળ ખંડો મૂકેલા કલ્પી શકીએ. આપણા ચિત્રમાં ક્ષેત્રફળ ખંડોને લંબરૂપે પસાર થતી ક્ષેત્ર રેખાઓની સંખ્યા તે બિંદુએ ક્ષેત્રના માનને સમપ્રમાણમાં છે. ચિત્ર દર્શાવે છે કે R આગળનું ક્ષેત્ર S આગળના ક્ષેત્ર કરતાં વધુ પ્રબળ છે.

ક્ષેત્ર રેખાઓ ક્ષેત્રફળ પર અથવા ક્ષેત્રફળ દ્વારા બનાવેલા ઘનકોણ પર કેવી રીતે આધાર રાખે છે તે સમજવા માટે આપણે ક્ષેત્રફળને ઘનકોણ (જે વ્યાપકરૂપે ત્રિપરિમાણમાં ખૂણો છે.) સાથે સંબંધિત કરીએ. દ્વિ-પરિમાણ (સમતલ)માં ખૂણો કેવી રીતે વ્યાખ્યાયિત કરાય છે તે યાદ કરો. O બિંદુથી r અંતરે rને લંબરૂપે એક નાનો રેખાખંડ Δl મૂકો. Δl વડે O આગળ બનાવાતો કોણ લગભગ $\Delta\theta = \Delta l/r$ તરીકે લખી શકાય. તેવી જ રીતે ત્રિ-પરિમાણમાં r અંતરે લંબરૂપે મૂકેલા નાના સમતલ ક્ષેત્રફળ ΔS વડે બનાવેલ ઘનકોણ $\Delta\Omega = \Delta S/R^2$ તરીકે લખાય છે. આપણે જાણીએ છીએ કે આપેલા ઘનકોણમાં ત્રિજ્યાવર્તી ક્ષેત્ર રેખાઓની સંખ્યા સમાન છે. આકૃતિ 1.16માં વિદ્યુતભારથી r_1 અને r_2 અંતરે આવેલા બિંદુઓ અનુક્રમે P_1 અને P_2 માટે, ΔΩ જેટલો ઘનકોણ બનાવતા ક્ષેત્રફળ ખંડ, P_1 આગળ $r_1^2\Delta\Omega$ અને P_2 આગળ $r_2^2\Delta\Omega$ છે. આ ક્ષેત્રફળ ખંડોને કાપતી રેખાઓની સંખ્યા (ધારો કે n) એકસમાન છે. આથી એકમ ક્ષેત્રફળખંડને કાપતી રેખાઓની સંખ્યા અનુક્રમે P_1 આગળ $n/(r_1^2\Delta\Omega)$ અને P_2 આગળ $n/(r_2^2\Delta\Omega)$ છે. n અને ΔΩ સમાન છે તેથી ક્ષેત્રની પ્રબળતા $1/r^2$ પ્રકારનું અવલંબન ધરાવે છે. (એટલે કે $1/r^2$ પર આધારિત છે.)

ક્ષેત્ર રેખાઓના ચિત્રની શોધ, ફેરેડે એ અંતઃસ્ફુરણાથી, અ-ગાણિતીક રીતે વિદ્યુતભારોના તંત્રની આસપાસના વિદ્યુતક્ષેત્રને દૃશ્યમાન કરવા માટે કરી હતી. ફેરેડેએ તેમને *બળરેખાઓ કહી હતી. આ શબ્દ, વિશેષ કરીને ચુંબકીય ક્ષેત્રોના કિસ્સામાં ગેરમાર્ગે દોરનારો છે. વધુ યોગ્ય શબ્દ ક્ષેત્ર રેખા (વિદ્યુત કે ચુંબકીય) છે, જે આપણે આ પુસ્તકમાં અપનાવેલ છે.*

આમ, વિદ્યુતક્ષેત્ર રેખાઓ એ વિદ્યુતભારોની ગોઠવણીની આસપાસના વિદ્યુતક્ષેત્રનો ચિત્રાત્મક નકશો બનાવવાની એક રીત છે. વ્યાપકરૂપે, વિદ્યુત ક્ષેત્ર રેખા એ એવી રીતે દોરેલો વક્ર છે કે દરેક બિંદુએ તેનો સ્પર્શક તે બિંદુએ ચોખ્ખા (net-પરિણામી) ક્ષેત્રની દિશામાં હોય. વક્ર પર તીર જરૂરી છે કે જેથી વક્રને

* ઘનકોણ એ શંકુનું માપ છે. આપેલા શંકુનો R ત્રિજ્યાના ગોળા સાથેનો છેદ વિચારો. શંકુનો ઘનકોણ $\Delta S/R^2$ તરીકે વ્યાખ્યાયિત થાય છે, જ્યાં ΔS એ શંકુ વડે ગોળા પર કાપેલ ક્ષેત્રફળ છે.

દોરેલા સ્પર્શક વડે દર્શાવાતી બે શક્ય દિશાઓમાંથી વિદ્યુતક્ષેત્રની દિશા સ્પષ્ટપણે દર્શાવી શકાય. ક્ષેત્ર રેખાઓ અવકાશ વક્ર છે એટલે કે ત્રિ-પરિમાણમાં વક્ર છે.

આકૃતિ 1.17 કેટલાક સાદા વિદ્યુતભાર વિતરણની આસપાસ ક્ષેત્ર રેખાઓ દર્શાવે છે. અગાઉ જણાવ્યું તેમ ક્ષેત્ર રેખાઓ ત્રિ-પારિમાણિક અવકાશમાં છે, જો કે આકૃતિ તેમને સમતલમાં જ દર્શાવે છે. એકલ (એકાકી) ધન વિદ્યુતભારની ક્ષેત્ર રેખાઓ ત્રિજ્યાવર્તી રેખા પર બહારની તરફ હોય છે જ્યારે એકલ ઋણ વિદ્યુતભારની ક્ષેત્ર રેખાઓ ત્રિજ્યાવર્તી રેખા પર અંદરની તરફ હોય છે. બે સમાન ધન વિદ્યુતભારો (q, q)ની આસપાસની ક્ષેત્રરેખાઓ તેમની વચ્ચેના અપાકર્ષણની સ્પષ્ટ ચિત્રાત્મક રજૂઆત દર્શાવે છે જ્યારે બે સમાન અને વિજાતિય વિદ્યુતભારો $(q, -q)$ (જેને ડાયપોલ કહે છે)ની આસપાસની ક્ષેત્ર રેખાઓ તેમની વચ્ચેનું આકર્ષણ સ્પષ્ટરૂપે દર્શાવે છે. ક્ષેત્ર રેખાઓ કેટલાક અગત્યના સામાન્ય ગુણધર્મો ધરાવે છે.

(i) ક્ષેત્ર રેખાઓ ધન વિદ્યુતભારથી શરૂ થઈ ઋણ વિદ્યુતભારમાં અંત પામે છે. જો એક વિદ્યુતભાર જ હોય તો તેઓ અનંતથી આરંભ કરે કે અંત પામે છે.

(ii) વિદ્યુતભાર-વિહિન વિસ્તારમાં વિદ્યુત ક્ષેત્ર રેખાઓ વચ્ચે તૂટ્યા વિના સતત વક્રો તરીકે લઈ શકાય છે.

(iii) બે ક્ષેત્ર રેખાઓ કદી એકબીજાને છેદતી નથી. (જો તેઓ છેદતી હોય તો છેદનબિંદુએ ક્ષેત્રને કોઈ એક ચોક્કસ દિશા ન હોત, જે અસંગત છે.)

(iv) સ્થિતવિદ્યુત ક્ષેત્ર રેખાઓ કોઈ બંધ ગાળો રચતી નથી. આ બાબત, વિદ્યુતક્ષેત્રના સંરક્ષી સ્વભાવ પરથી ફલિત થાય છે (પ્રકરણ-2).

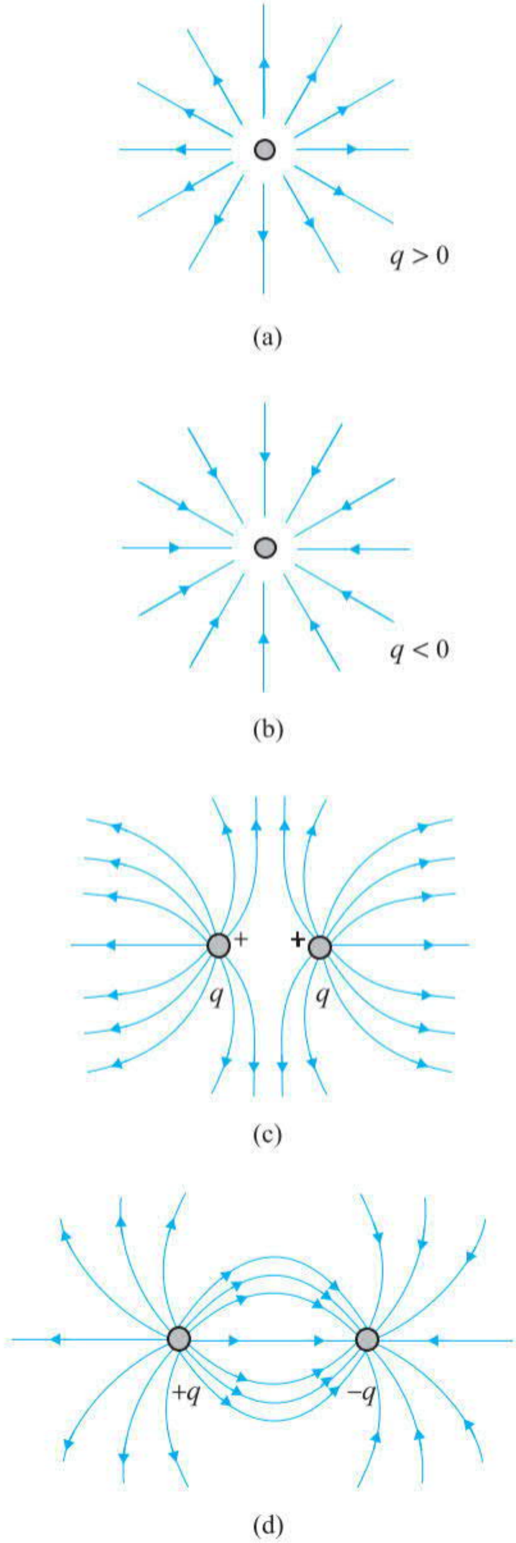
1.10 વિદ્યુત ફ્લક્સ (Electric Flux)

એક નાના સપાટ પૃષ્ઠ dS માંથી પૃષ્ઠને લંબરૂપે **υ** વેગથી વહન પામતા પ્રવાહીનો વિચાર કરો. પ્રવાહીના વહનનો દર, એકમ સમયમાં તે ક્ષેત્રફળમાંથી પસાર થતા કદ υ dS પરથી મળે છે અને તે સમતલમાંથી વહન પામતો પ્રવાહી ફ્લક્સ રજૂ કરે છે. જો પૃષ્ઠને દોરેલો લંબ પ્રવાહીના વહનની દિશાને, એટલે કે **υ**ને, લંબ ન હોય, પણ તેની સાથે ખૂણો θ બનાવતો હોય તો **υ**ને લંબ પ્રક્ષેપિત ક્ષેત્રફળ dS cosθ છે. આથી, પૃષ્ઠ dSમાંથી બહાર જતું ફ્લક્સ $\boldsymbol{\upsilon} \cdot \hat{\mathbf{n}}$ dS છે.

વિદ્યુતક્ષેત્રના કિસ્સામાં, આપણે આના જેવી રાશિ વ્યાખ્યાયિત કરીએ છીએ અને તેને *વિદ્યુત ફ્લક્સ* કહે છે.

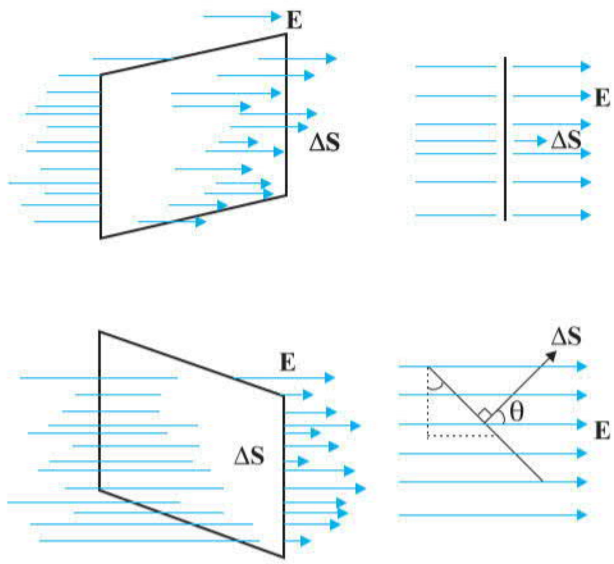
જો કે આપણે નોંધવું જોઈએ કે, પ્રવાહીના વહનથી વિપરિત એવું આ કિસ્સામાં કોઈ દશ્યમાન ભૌતિક રાશિનું *વહન* થતું નથી.

ઉપર જણાવેલ વિદ્યુતક્ષેત્ર રેખાઓના ચિત્રમાં, આપણે જોયું કે આપેલા બિંદુએ ક્ષેત્રને લંબ મૂકેલા એકમ ક્ષેત્રફળમાંથી પસાર થતી ક્ષેત્ર રેખાઓની સંખ્યા, તે બિંદુએ વિદ્યુતક્ષેત્રની પ્રબળતાનું (તીવ્રતાનું) માપ છે. આનો અર્થ એ કે જો આપણે, આપેલા બિંદુએ વિદ્યુતક્ષેત્ર **E**ને લંબ એક ΔS ક્ષેત્રફળનો નાનો સમતલ ખંડ મૂકીએ તો તેમાંથી પસાર થતી ક્ષેત્ર રેખાઓની સંખ્યા $E\,\Delta S$ને સમપ્રમાણમાં* છે. હવે ધારો કે આપણે ક્ષેત્રફળ ખંડને કોણ θ જેટલો નમાવીએ.



આકૃતિ 1.17 કેટલીક સાદી વિદ્યુતભાર ગોઠવણીને લીધે ક્ષેત્ર રેખાઓ

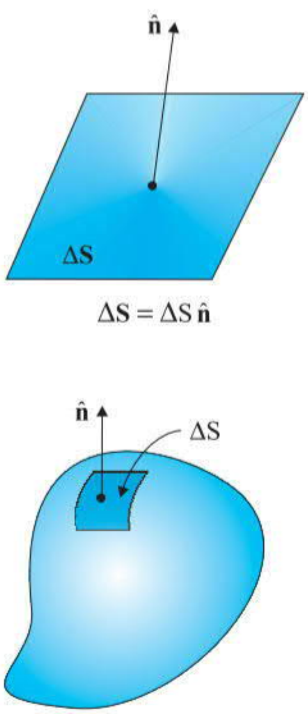
* ક્ષેત્ર રેખાઓની સંખ્યા E ΔS બરાબર છે એમ કહેવું યોગ્ય નથી. ક્ષેત્ર રેખાઓની સંખ્યા, છેવટે તો આપણે કેટલી ક્ષેત્ર રેખાઓ દોરવાનું પસંદ કરીએ તેની બાબત છે. ભૌતિક રીતે મહત્ત્વનું તો, આપેલ ક્ષેત્રફળને જુદા જુદા બિંદુએ રાખતાં તેમાંથી પસાર થતી ક્ષેત્ર રેખાઓની સાપેક્ષ સંખ્યા છે.



આકૃતિ 1.18 E અને $\hat{\mathbf{n}}$ વચ્ચેના કોણ θ પર ફ્લક્સનો આધાર

સ્પષ્ટ રીતે, હવે ક્ષેત્રફળ ખંડમાંથી પસાર થતી ક્ષેત્ર રેખાઓની સંખ્યા ઓછી થશે. ક્ષેત્રફળ ખંડનો **E**ને લંબ પ્રક્ષેપ $\Delta S \cos\theta$ છે. આમ, ΔSમાંથી પસાર થતી ક્ષેત્ર રેખાઓની સંખ્યા $E\,\Delta S \cos\theta$ છે. જ્યારે $\theta = 90$ હોય ત્યારે ક્ષેત્ર રેખાઓ ΔS (સદિશ)ને સમાંતર હશે અને તેમાંથી બિલકુલ પસાર નહિ થાય (આકૃતિ 1.18).

ઘણા સંદર્ભમાં ક્ષેત્રફળ ખંડનું માત્ર માન જ નહિ પણ નમન (Orientation) પણ મહત્ત્વનું હોય છે. દાખલા તરીકે વહનમાં, કોઈ વલય (Ring) માંથી પસાર થતા પાણીનો જથ્થો તમે તે વલયને કેવી રીતે પકડી રાખેલ છે તેના પર આધાર રાખે છે. જો તમે તેને વહનને લંબરૂપે પકડી રાખો તો કોઈ ખૂણે રાખેલ હોય તે કરતાં તેમાંથી મહત્તમ જથ્થાનું પાણી પસાર થશે. આ દર્શાવે છે કે, ક્ષેત્રફળ ખંડને સદિશ તરીકે ગણવો જોઈએ. તેને માન હોય છે અને દિશા પણ હોય છે. સમતલના ક્ષેત્રફળની દિશા કેવી રીતે દર્શાવાય ? સ્પષ્ટ છે કે, સમતલને દોરેલો લંબ, તે સમતલનું નમન દર્શાવે છે. આમ, સમતલનો ક્ષેત્રફળ સદિશ તેને દોરેલા લંબની દિશામાં છે.



આકૃતિ 1.19 ΔS અને લંબ $\hat{\mathbf{n}}$ ને વ્યાખ્યાયિત કરવાની પ્રણાલિકા

કોઈ વક્ર સપાટીના ક્ષેત્રફળ સાથે સદિશને કેવી રીતે સાંકળવો ? આપણે સપાટીને ખૂબ મોટી સંખ્યાના, ખૂબ નાના નાના ક્ષેત્રફળ ખંડોમાં વિભાજિત કરેલો કલ્પીએ છીએ. દરેક નાનો ક્ષેત્રફળ ખંડ એક સમતલીય લઈ શકાય અને અગાઉ સમજાવ્યું તેમ તેની સાથે સદિશ જોડી શકાય.

અહીં, એક અસ્પષ્ટતા છે તે નોંધો. ક્ષેત્રફળ ખંડની દિશા તેને લંબ હોય છે. પણ લંબ બે દિશામાં હોઈ શકે છે. કઈ દિશા આપણે ક્ષેત્રફળ ખંડના સદિશ માટે પસંદ કરવી ? આ પ્રશ્નનું નિરાકરણ, આપેલ સંદર્ભને અનુરૂપ કોઈ પ્રણાલિકા (રૂઢિ) સ્વીકારીને કરવામાં આવે છે. બંધ સપાટી માટે આ પ્રણાલિકા બહુ સરળ છે. બંધ સપાટીના દરેક ક્ષેત્રફળ સાથે સંકળાયેલા સદિશની દિશા **બહાર તરફના** લંબની દિશામાં લેવાય છે. આકૃતિ 1.19માં આ પ્રણાલિકા વાપરેલ છે. આમ, બંધ સપાટી પર આપેલ બિંદુએ ક્ષેત્રફળ ખંડનો સદિશ **ΔS**, $\Delta S\,\hat{\mathbf{n}}$ બરાબર છે. જ્યાં, ΔS ક્ષેત્રફળ ખંડનું માન છે અને $\hat{\mathbf{n}}$ એ તે બિંદુએ બહાર તરફના લંબની દિશામાંનો એકમ સદિશ છે.

હવે આપણે વિદ્યુત ફ્લક્સની વ્યાખ્યા આપીએ. ક્ષેત્રફળ ખંડ **ΔS**માંથી પસાર થતા વિદ્યુત ફ્લક્સ Δϕને

$$\Delta\phi = \mathbf{E}\cdot\Delta\mathbf{S} = E\Delta S\cos\theta \qquad (1.11)$$

તરીકે વ્યાખ્યાયિત કરવામાં આવે છે. તે અગાઉ જોયું તેમ, ક્ષેત્રફળ ખંડમાંથી પસાર થતી ક્ષેત્ર રેખાઓની સંખ્યાને સમપ્રમાણમાં છે. અહીં, ખૂણો θ એ **E** અને **ΔS** વચ્ચેનો ખૂણો છે. બંધ સપાટી માટે હમણાં જ જણાવેલી પ્રણાલિકા મુજબ, θ એ **E** અને ક્ષેત્રફળ ખંડને બહારની તરફ દોરેલા લંબ વચ્ચેનો ખૂણો છે. અહીં $E\,\Delta S\cos\theta$ પદને આપણે બે રીતે જોઈ શકીએ છીએ : $E(\Delta S\cos\theta)$ એટલે કે, E ગુણ્યા ક્ષેત્રફળનો **E**ને લંબ દિશામાંનો પ્રક્ષેપ અથવા $E_{\perp}\,\Delta S$ એટલે કે **E**નો ક્ષેત્રફળ ખંડને લંબ દિશામાંનો ઘટક ગુણ્યા ક્ષેત્રફળ ખંડનું માન. વિદ્યુત ફ્લક્સનો એકમ $N\,C^{-1}\,m^2$ છે.

સિદ્ધાંતમાં, સમીકરણ (1.11) વડે આપેલી વિદ્યુત ફ્લક્સની મૂળભૂત વ્યાખ્યાનો ઉપયોગ કરીને આપેલ કોઈ પણ સપાટીમાંથી કુલ ફ્લક્સ ગણી શકીએ છીએ. આપણે જે કરવાનું છે તે એ કે સપાટીને નાના ક્ષેત્રફળ ખંડમાં વિભાજિત કરવી, દરેક ખંડ માટે ફ્લક્સ ગણવું અને પછી તેમનો સરવાળો કરવો. આમ, સપાટી Sમાંથી કુલ ફ્લક્સ ϕ

$$\phi \simeq \Sigma \, \mathbf{E} \cdot \Delta \mathbf{S} \text{ છે.} \tag{1.12}$$

સંન્નિકટતાનું ચિહ્ન એટલા માટે મૂક્યું છે કે $\mathbf{E}$ને નાના ક્ષેત્રફળ ખંડ પર અચળ લીધું છે. આ ગાણિતિક રીતે બરાબર ત્યારે બને કે જ્યારે $\Delta S \rightarrow 0$ લેવાય અને સમીકરણ (1.12)માંનો સરવાળો સંકલન તરીકે લખાય.

1.11 વિદ્યુત ડાયપોલ (દ્વિ-ધ્રુવી) (ELECTRIC DIPOLE)

એકબીજાથી અમુક ($2a$) અંતરે રહેલા બે સમાન અને વિરુદ્ધ પ્રકારના વિદ્યુતભારો (q અને $-q$)ની જોડને *વિદ્યુત ડાયપોલ* (દ્વિ-ધ્રુવી) કહે છે. બે વિદ્યુતભારોને જોડતી રેખા અવકાશમાં એક દિશા નક્કી કરે છે. પ્રણાલિકા મુજબ $-q$ થી qની દિશાને ડાયપોલની દિશા કહે છે. $-q$ અને qના સ્થાનો વચ્ચેનાં મધ્યબિંદુને ડાયપોલનું કેન્દ્ર કહે છે.

વિદ્યુત ડાયપોલનો કુલ વિદ્યુતભાર સ્વાભાવિક રીતે જ શૂન્ય છે. આનો અર્થ એ નથી કે ડાયપોલનું ક્ષેત્ર શૂન્ય છે. q અને $-q$ વિદ્યુતભારો વચ્ચે કંઈક અંતર હોવાથી, તેમના વડે ઉદ્ભવતાં વિદ્યુતક્ષેત્રોનો જ્યારે સરવાળો કરવામાં આવે ત્યારે તેઓ પુરેપુરા નાબુદ થતા નથી. આથી, ડાયપોલથી ઉદ્ભવતું વિદ્યુતક્ષેત્ર, મોટા અંતરે, $1/r^2$ કરતાં વધારે ઝડપથી ઘટતું જાય છે. (એકલ વિદ્યુતભારથી ઉદ્ભવતું વિદ્યુતક્ષેત્ર $1/r^2$ મુજબ ઘટે છે.) આ ગુણાત્મક ખ્યાલો નીચેની ગણતરી પરથી ફલિત થાય છે.

1.11.1 વિદ્યુત ડાયપોલ (દ્વિ-ધ્રુવી)નું ક્ષેત્ર (The Field of an Electric Dipole)

વિદ્યુતભારોની જોડ ($-q$ અને q)નું, અવકાશમાં કોઈ પણ બિંદુએ વિદ્યુતક્ષેત્ર, કુલંબના નિયમ અને સંપાતપણાના સિદ્ધાંત પરથી શોધી શકાય છે. નીચેના બે કિસ્સાઓ માટે પરિણામો સરળ છે. (i) જ્યારે તે બિંદુ ડાયપોલની અક્ષ પર હોય (ii) જ્યારે તે ડાયપોલના વિષુવરેખીય સમતલમાં હોય એટલે કે ડાયપોલની અક્ષને લંબ અને તેના કેન્દ્રમાંથી પસાર થતા સમતલ પર હોય. વ્યાપકરૂપે કોઈપણ બિંદુ P આગળનું વિદ્યુતક્ષેત્ર, $-q$ વિદ્યુતભારને લીધે વિદ્યુતક્ષેત્ર $\mathbf{E}_{-q}$ અને q વિદ્યુતભારને લીધે ક્ષેત્ર $\mathbf{E}_{+q}$ના સદિશોના સમાંતર બાજુ ચતુષ્કોણના નિયમ મુજબ સરવાળો કરવાથી મળે છે.

(i) અક્ષ પરના બિંદુઓ માટે

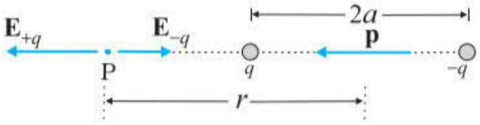
આકૃતિ 1.20(a)માં દર્શાવ્યા મુજબ ધારો કે P બિંદુ, ડાયપોલના કેન્દ્રથી r અંતરે, q વિદ્યુતભારની બાજુએ આવેલું છે. તો

$$\mathbf{E}_{-q} = -\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 (r+a)^2}\,\hat{\mathbf{p}} \tag{1.13(a)}$$

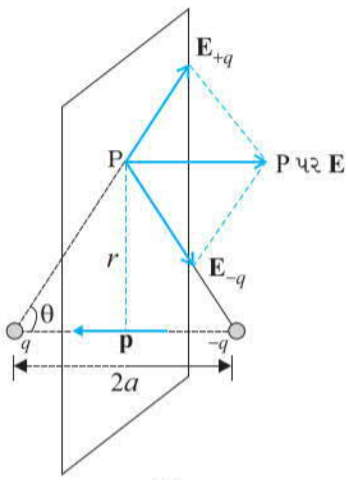
છે, જ્યાં $\hat{\mathbf{p}}$, ડાયપોલની અક્ષ પર ($-q$ થી q તરફ)નો એકમ સદિશ છે. ઉપરાંત

$$\mathbf{E}_{+q} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 (r-a)^2}\,\hat{\mathbf{p}} \tag{1.13(b)}$$

P આગળનું કુલ ક્ષેત્ર



(a)



(b)

આકૃતિ 1.20 ડાયપોલનું વિદ્યુતક્ષેત્ર (a) અક્ષ પરના બિંદુએ (b) વિષુવરેખીય સમતલમાંના બિંદુએ. **p** ડાયપોલ ચાકમાત્રા સદિશ છે, તેનું માન $p = q \times 2a$ અને દિશા $-q$ થી $+q$ તરફ છે.

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_{+q} + \mathbf{E}_{-q} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{1}{(r-a)^2} - \frac{1}{(r+a)^2}\right]\hat{\mathbf{p}}$$

$$= \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{4\,a\,r}{(r^2-a^2)^2}\hat{\mathbf{p}} \qquad (1.14)$$

$r >> a$ માટે,

$$E = \frac{4\,q\,a}{4\pi\varepsilon_0 r^3}\hat{\mathbf{p}} \qquad (r >> a) \qquad (1.15)$$

(ii) વિષુવરેખીય સમતલ પરનાં બિંદુઓ માટે

બે વિદ્યુતભારો $+q$ અને $-q$ને લીધે ઉદ્ભવતાં વિદ્યુતક્ષેત્રોનાં માન અનુક્રમે,

$$E_{+q} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{r^2+a^2} \qquad [1.16(a)]$$

$$\text{અને } E_{-q} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{r^2+a^2} \qquad [1.16(b)]$$

છે અને તેઓ સમાન છે.

$\mathbf{E}_{+q}$ અને $\mathbf{E}_{-q}$ સદિશની દિશાઓ આકૃતિ 1.20(b)માં દર્શાવ્યા મુજબની છે. એ સ્પષ્ટ છે કે ડાયપોલની અક્ષને લંબ ઘટકો નાબુદ થશે. ડાયપોલની અક્ષને સમાંતર ઘટકોનો સરવાળો થશે. કુલ વિદ્યુતક્ષેત્ર $\hat{\mathbf{p}}$ ની વિરૂદ્ધ દિશામાં છે. આથી, આપણને

$$\mathbf{E} = -(E_{+q} + E_{-q})\cos\theta\,\hat{\mathbf{p}}$$

$$= -\frac{2\,q\,a}{4\pi\varepsilon_0(r^2+a^2)^{3/2}}\hat{\mathbf{p}} \qquad (1.17)$$

મળે છે. બહુ મોટા અંતર ($r >> a$) માટે આ પરથી,

$$\mathbf{E} = -\frac{2\,q\,a}{4\pi\varepsilon_0 r^3}\hat{\mathbf{p}} \qquad (r >> a) \qquad (1.18)$$

સમીકરણો (1.15) અને (1.18) પરથી એ સ્પષ્ટ છે કે મોટા અંતરો માટે ડાયપોલના ક્ષેત્રમાં q અને a જુદા જુદા નથી આવતા પણ તેમના ગુણાકાર qa પર ક્ષેત્ર આધારિત છે. આ ડાયપોલ ચાકમાત્રા (Moment)ની વ્યાખ્યાનું સૂચન કરે છે. વિદ્યુત ડાયપોલની ડાયપોલ ચાકમાત્રા **p**, ને

$$\mathbf{p} = q \times 2a\,\hat{\mathbf{p}} \qquad (1.19)$$

તરીકે વ્યાખ્યાયિત કરાય છે. આમ તે એક સદિશ છે, જેનું માન વિદ્યુતભાર q ગુણ્યા બે વચ્ચેનું અંતર $2a$ (જોડીમાંના વિદ્યુતભારો q અને $-q$ વચ્ચેનું) છે અને તેની દિશા $-q$ થી $+q$ તરફની રેખા પર છે. **p**ના પદમાં, ડાયપોલનું વિદ્યુતક્ષેત્ર મોટા અંતરો માટે સાદા સ્વરૂપમાં મળે છે :

ડાયપોલની અક્ષ પરના બિંદુએ,

$$\mathbf{E} = \frac{2\mathbf{p}}{4\pi\varepsilon_0 r^3} \qquad (r >> a) \qquad (1.20)$$

વિષુવરેખીય સમતલ પરના બિંદુએ

$$\mathbf{E} = -\frac{\mathbf{p}}{4\pi\varepsilon_0 r^3} \qquad (r >> a) \qquad (1.21)$$

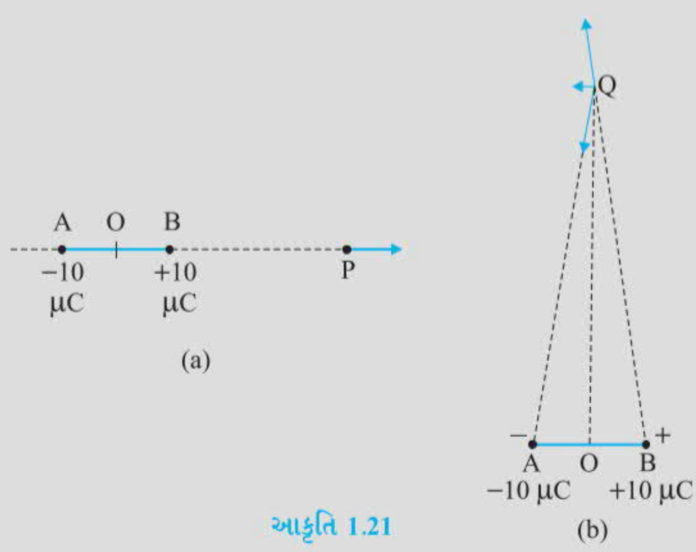
એક મહત્ત્વનો મુદ્દો નોંધીએ કે મોટા અંતરોએ ડાયપોલનું વિદ્યુતક્ષેત્ર $1/r^2$ તરીકે નહિ પણ $1/r^3$ મુજબ ઘટે છે. ઉપરાંત, ડાયપોલના વિદ્યુતક્ષેત્રનું માન અને દિશા માત્ર અંતર r પર જ આધારિત નથી પણ સ્થાન સદિશ **r** અને ડાયપોલ ચાકમાત્રા **p** વચ્ચેના *ખૂણા* પર પણ આધારિત છે.

આપણે ડાયપોલનું પરિમાણ $2a$ શૂન્ય તરફ ગતિ કરે અને વિદ્યુતભાર q અનંત તરફ ગતિ કરે ,જેથી $p = q \times 2a$ ગુણાકાર સીમિત (Finite) રહે તેવા લક્ષ (Limit)નો વિચાર કરી શકીએ. આવા ડાયપોલને **બિંદુ ડાયપોલ** કહે છે. બિંદુ ડાયપોલ માટે સમીકરણો (1.20) અને (1.21) કોઈ પણ અંતર માટે યથાર્થ છે.

1.11.2 ડાયપોલ (દ્વિ-ધ્રુવી)નું ભૌતિક મહત્ત્વ (Physical Significance of Dipoles)

મોટા ભાગના અણુઓ માટે ધન વિદ્યુતભારનું કેન્દ્ર* અને ઋણ વિદ્યુતભારનું કેન્દ્ર એક જ સ્થાને હોય છે. તેથી તેમની ડાયપોલ (દ્વિ-ધ્રુવી) ચાકમાત્રા શૂન્ય છે. CO_2 અને CH_4 આ પ્રકારના અણુઓ છે. આમ છતાં, જ્યારે વિદ્યુતક્ષેત્ર લગાડવામાં આવે ત્યારે તેઓમાં ડાયપોલ ચાકમાત્રા ઉત્પન્ન થાય છે. પરંતુ કેટલાક અણુઓમાં ધન અને ઋણ વિદ્યુતભારોનાં કેન્દ્રો સંપાત થતાં નથી. તેથી વિદ્યુતક્ષેત્રની ગેરહાજરીમાં પણ તેઓ કાયમી વિદ્યુત ડાયપોલ ચાકમાત્રા ધરાવે છે. આવા અણુઓને *ધ્રુવીય અણુઓ* કહે છે. પાણીનો અણુ H_2O, આ પ્રકારનું ઉદાહરણ છે. વિવિધ દ્રવ્યો વિદ્યુતક્ષેત્રની હાજરી કે ગેરહાજરીમાં રસપ્રદ ગુણધર્મો અને અગત્યના ઉપયોગો ધરાવે છે.

ઉદાહરણ 1.10 બે વિદ્યુતભારો ±10 μC એકબીજાથી 5.0 mm અંતરે મૂકેલા છે. (a) આકૃતિ 1.21(a)માં દર્શાવ્યા મુજબ ડાયપોલની અક્ષ પરના, તેના કેન્દ્રથી 15 cm દૂર ધન વિદ્યુતભાર બાજુ આવેલા P બિંદુએ અને (b) આકૃતિ 1.21(b)માં દર્શાવ્યા મુજબ Oમાંથી પસાર થતી અને અક્ષને લંબ રેખા પર O થી 15 cm દૂર રહેલા Q બિંદુએ વિદ્યુતક્ષેત્ર શોધો.



આકૃતિ 1.21

ઉદાહરણ 1.10

* બિંદુરૂપ ધન વિદ્યુતભારોના સમૂહનું કેન્દ્ર, દ્રવ્યમાન કેન્દ્રની જેમજ વ્યાખ્યાયિત કરાય છે :

$$\mathbf{r}_{cm} = \frac{\sum_i q_i \mathbf{r}_i}{\sum_i q_i}$$

ઉકેલ (a) $+10\ \mu C$ વિદ્યુતભારને લીધે વિદ્યુતક્ષેત્ર

$$= \frac{10^{-5}\ C}{4\pi(8.854\times10^{-12}\ C^2\ N^{-1}\ m^{-2})} \times \frac{1}{(15-0.25)^2\times10^{-4}\ m^2}$$

$= 4.13\times10^6\ N\,C^{-1}$, BP દિશામાં

$-10\ \mu C$ વિદ્યુતભારને લીધે P આગળનું વિદ્યુતક્ષેત્ર

$$= \frac{10^{-5}\ C}{4\pi(8.854\times10^{-12}\ C^2\ N^{-1}\ m^{-2})} \times \frac{1}{(15+0.25)^2\times10^{-4}\ m^2}$$

$= 3.86\times10^6\ N\,C^{-1}$, PA દિશામાં

A અને B આગળના બે વિદ્યુતભારોને લીધે P આગળનું પરિણામી વિદ્યુતક્ષેત્ર $= 2.7\ \times10^5\ N\,C^{-1}$, BP દિશામાં.

આ ઉદાહરણમાં, OP/OB ગુણોત્તર ઘણો મોટો (= 60) છે. આમ, આપણે ડાયપોલની અક્ષ પરના ખૂબ દૂરના બિંદુએ વિદ્યુતક્ષેત્ર માટેનું સૂત્ર સીધું વાપરીએ તો પણ લગભગ ઉપરનું પરિણામ જ મળે. એકબીજાથી $2a$ અંતરે રહેલા $\pm q$ વિદ્યુતભારોથી બનતા ડાયપોલની અક્ષ પરના બિંદુએ વિદ્યુતક્ષેત્રનું માન

$$E = \frac{2p}{4\pi\varepsilon_0 r^3} \quad (r/a >> 1)$$ પરથી મળે છે.

જ્યાં, $p = 2aq$ ડાયપોલ ચાકમાત્રાનું માન છે.

ડાયપોલની અક્ષ પર વિદ્યુતક્ષેત્રની દિશા હંમેશાં ડાયપોલ ચાકમાત્રાના સદિશની દિશામાં ($-q$ થી $+q$ તરફ) હોય છે. અહીં $p = 10^{-5}\ C\times5\times10^{-3}\ m = 5\times10^{-8}\ C\,m$

તેથી,

$$E = \frac{2\times5\times10^{-8}\ C\ m}{4\pi(8.854\times10^{-12}\ C^2\ N^{-1}\ m^{-2})} \times \frac{1}{(15)^3\times10^{-6}\ m^3} = 2.6\times10^5\ N\,C^{-1}$$

અને તે ડાયપોલ ચાકમાત્રાની દિશા ABની દિશામાં છે. જે અગાઉ મેળવેલ પરિણામની નજીક છે. (b) B આગળના વિદ્યુતભાર $+10\ \mu C$ને લીધે Q બિંદુએ વિદ્યુતક્ષેત્ર

$$= \frac{10^{-5}\ C}{4\pi(8.85\times10^{-12}\ C^2\ N^{-1}\ m^{-2})} \times \frac{1}{[15^2+(0.25)^2]\times10^{-4}\ m^2}$$

$= 3.99\times10^6\ N\,C^{-1}$, BQ દિશામાં.

A આગળના વિદ્યુતભાર $-10\ \mu C$ને લીધે Q બિંદુએ વિદ્યુતક્ષેત્ર

$$= \frac{10^{-5}\ C}{4\pi(8.854\times10^{-12}\ C^2\ N^{-1}\ m^{-2})} \times \frac{1}{[15^2+(0.25)^2]\times10^{-4}\ m^2}$$

$= 3.99\times10^6\ N\,C^{-1}$, QA દિશામાં

અત્રે સ્પષ્ટ છે કે આ બે સમાન મૂલ્યનાં બળોના OQ રેખા પરના ઘટકો નાબુદ થશે અને BA રેખાને સમાંતર ઘટકોનો સરવાળો થશે. આથી A અને B આગળના બે વિદ્યુતભારોને લીધે Q આગળનું પરિણામી વિદ્યુતક્ષેત્ર

$$= 2\times\frac{0.25}{\sqrt{15^2+(0.25)^2}}\times3.99\times10^6\ N\,C^{-1}$$, BA દિશામાં

$= 1.33\times10^5\ N\,C^{-1}$, BA દિશામાં.

કિસ્સા (a)ની જેમજ, ડાયપોલની અક્ષને લંબ રેખા પરના ઘણે દૂરના બિંદુ આગળના વિદ્યુતક્ષેત્ર માટેના સૂત્રનો સીધો ઉપયોગ કરતાં લગભગ આ જ પરિણામ મળે તે અપેક્ષિત છે.

ઉદાહરણ 1.10

$$E = \frac{p}{4\pi\varepsilon_0 r^3} \qquad (r/a >> 1)$$

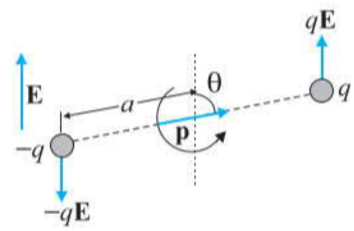
$$= \frac{5\times10^{-8}\ \text{Cm}}{4\pi(8.854\times10^{-12}\ \text{C}^2\ \text{N}^{-1}\ \text{m}^{-2})} \times \frac{1}{(15)^3\times10^{-6}\ \text{m}^3}$$

$$= 1.33\times10^5\ \text{N C}^{-1}$$

આ કિસ્સામાં વિદ્યુતક્ષેત્રની દિશા ડાયપોલ ચાકમાત્રાના સદિશની વિરુદ્ધ દિશામાં છે. આ પરિણામ પણ અગાઉ મેળવેલ પરિણામ સાથે સુસંગત છે.

ઉદાહરણ 1.10

1.12 સમાન બાહ્યક્ષેત્રમાં મૂકેલ ડાયપોલ (દ્વિ-ધ્રુવી) (Dipole in a Uniform External Field)



આકૃતિ 1.22 એક સમાન વિદ્યુત ક્ષેત્રમાં ડાયપોલ

આકૃતિ 1.22માં દર્શાવ્યા મુજબ સમાન બાહ્ય વિદ્યુતક્ષેત્ર **E**માં મૂકેલા **p** ડાયપોલ ચાકમાત્રા ધરાવતા કાયમી ડાયપોલ (દ્વિ-ધ્રુવી)નો વિચાર કરો. (કાયમી ડાયપોલ એટલે, તે **E** વડે ઉત્પન્ન થયેલું નથી પણ **E** હોય કે ન હોય તો પણ **p** અસ્તિત્વ ધરાવે છે).

q પર લાગતું બળ q**E** અને $-q$ પર લાગતું બળ $-q$**E** છે. ડાયપોલ પરનું કુલ બળ શૂન્ય છે, કારણ કે **E** સમાન છે. આમ છતાં, વિદ્યુતભારો વચ્ચે અંતર છે, તેથી બળો જુદા જુદા બિંદુએ લાગે છે, પરિણામે ડાયપોલ પર ટોર્ક લાગે છે. જ્યારે કુલ બળ શૂન્ય હોય ત્યારે ટોર્ક (બળયુગ્મ) ઉગમબિંદુ પર આધારિત નથી. ટોર્કનું માન, દરેક બળ અને બળયુગ્મના ભૂજ (તે બે પ્રતિસમાંતર બળો વચ્ચેનું લંબ અંતર)ના ગુણાકાર જેટલું છે.

ટોર્કનું માન $= q\,\text{E} \times 2\,a \sin\theta$

$= 2\,q\,a\,\text{E} \sin\theta = p\,\text{E}\sin\theta$

તેની દિશા પુસ્તકના પૃષ્ઠને લંબ, બહાર તરફની દિશામાં છે.

p × **E**નું માન પણ $p\,E\sin\theta$ છે અને તેની દિશા પુસ્તકના પૃષ્ઠને લંબ બહારની તરફ છે. આમ,

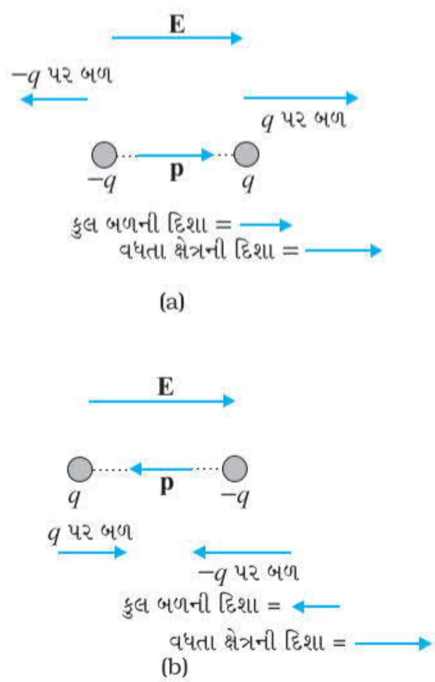
$$\boldsymbol{\tau} = \mathbf{p} \times \mathbf{E} \qquad (1.22)$$

આ ટોર્ક, ડાયપોલને ક્ષેત્ર **E**ને સમાંતર બનાવવાનો પ્રયત્ન કરે છે. જ્યારે **p**, **E**ને સમાંતર બને છે ત્યારે ટોર્ક શૂન્ય બને છે.

જો વિદ્યુતક્ષેત્ર સમાન ન હોય તો શું થાય ? સ્પષ્ટ છે કે તે કિસ્સામાં પરિણામી બળ, શૂન્ય નહિ હોય. તે ઉપરાંત, સામાન્ય રીતે તંત્ર પર અગાઉની જેમ ટોર્ક લાગતું હશે. આપણે એક સરળ પરિસ્થિતિ કે જેમાં **p**, **E**ને સમાંતર કે પ્રતિસમાંતર હોય તેનો વિચાર કરીએ. આ બંને કિસ્સામાં કુલ (Net) ટોર્ક શૂન્ય છે, પણ જો **E** સમાન ન હોય તો કુલ (Net) બળ શૂન્ય નથી.

આકૃતિ 1.23 સ્વયં સ્પષ્ટ છે. એ જોઈ શકાય છે કે જ્યારે **p**, **E**ને સમાંતર હોય છે ત્યારે ડાયપોલ પર વધતા ક્ષેત્રની દિશામાં બળ લાગે છે. જ્યારે **p**, **E**ને પ્રતિસમાંતર હોય ત્યારે ડાયપોલ પર ઘટતા ક્ષેત્રની દિશામાં બળ લાગે છે. વ્યાપકરૂપે, બળ **p**ના **E**ની સાપેક્ષે નમન (Orientation) પર આધાર રાખે છે.

આ બાબત આપણને ઘર્ષણવિદ્યુતના સામાન્ય અવલોકનમાં જણાય છે. સૂકા વાળમાં ઘસેલો કાંસકો કાગળના ટુકડાઓને આકર્ષે છે. પરંતુ કાગળ કંઈ વિદ્યુતભારિત નથી. તો પછી આકર્ષણ બળ કેવી રીતે સમજાવી શકાય ? ઉપરની ચર્ચા પરથી કંઈક ઈશારો મળે છે. વિદ્યુતભારિત કાંસકો કાગળના ટુકડાનું ધ્રુવીભવન કરે છે એટલે કે વિદ્યુતક્ષેત્રની દિશામાં પરિણામી ડાયપોલ ચાકમાત્રા પ્રેરિત કરે છે. ઉપરાંત કાંસકાનું



આકૃતિ 1.23 ડાયપોલ પરનું વિદ્યુત બળ (a) **E**, **p**ને સમાંતર (b) **E**, **p**ને પ્રતિસમાંતર

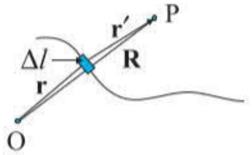
વિદ્યુતક્ષેત્ર સમાન નથી. આ પરિસ્થિતિમાં એવું સરળતાથી જોઈ શકાય છે કે કાગળ, કાંસકા તરફ ખસવો જોઈએ.

1.13 સતત વિદ્યુતભાર વિતરણ (CONTINUOUS CHARGE DISTRIBUTION)

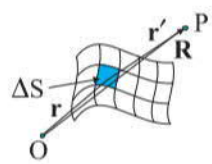
અત્યાર સુધી આપણે અલગ અલગ (Discrete) વહેંચાયેલા વિદ્યુતભારો $q_1, q_2, \ldots, q_n$ સાથે કામ કર્યું. આપણે શા માટે માત્ર અલગ અલગ વિદ્યુતભારો પૂરતી મર્યાદામાં આમ કર્યું તેનું એક કારણ એ છે કે તેનું ગણિત સરળ છે અને તેમાં કલનશાસ્ત્રની જરૂર નથી. પરંતુ કેટલાક હેતુઓ માટે અલગ અલગ વિદ્યુતભારોના પદમાં કામ કરવાનું અવ્યવહારૂ છે અને આપણે સતત (Continuous) વિદ્યુતભાર વિતરણ સાથે કામ કરવાની જરૂર પડે છે. દાખલા તરીકે, વિદ્યુતભારિત સુવાહકની સપાટી પર વિદ્યુતભાર વિતરણને, સૂક્ષ્મ વિદ્યુતભારિત ઘટકોના સ્થાનના પદમાં દર્શાવવાનું અવ્યવહારૂ છે. સુવાહકની સપાટી પર ક્ષેત્રફળ ખંડ ΔS (જે સ્થૂળ માપક્રમ પર ઘણો નાનો છે પણ ઘણી મોટી સંખ્યાના ઇલેક્ટ્રૉનનો સમાવેશ કરી શકે તેટલો મોટો છે)નો વિચાર કરવાનું અને તે ખંડ પર વિદ્યુતભાર ΔQ દર્શાવવાનું સુગમ છે. આ પરથી આપણે ક્ષેત્રફળ ખંડ પર *વિદ્યુતભારની પૃષ્ઠઘનતા* σ ને

$$\sigma = \frac{\Delta Q}{\Delta S} \tag{1.23}$$

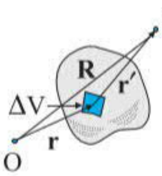
તરીકે વ્યાખ્યાયિત કરીએ છીએ



રેખીય વિદ્યુતભાર $\Delta Q = \lambda\, \Delta l$



પૃષ્ઠ વિદ્યુતભાર $\Delta Q = \sigma\, \Delta S$



કદ વિદ્યુતભાર $\Delta Q = \rho\, \Delta V$

આકૃતિ 1.24 રેખીય, પૃષ્ઠ અને કદ વિદ્યુતભાર ઘનતાઓની વ્યાખ્યા. દરેક કિસ્સામાં પસંદ કરેલ ખંડ (Δl, ΔS, ΔV) સ્થૂળ માપક્રમ પર નાનો છે પણ મોટી સંખ્યાના સૂક્ષ્મ ઘટકો ધરાવે છે.

આવું આપણે સુવાહકના જુદા જુદા બિંદુઓએ કરી શકીએ અને વિદ્યુતભારની પૃષ્ઠ ઘનતા નામનું એક સતત વિધેય σ મળી શકે. આ રીતે વ્યાખ્યાયિત કરેલ વિદ્યુતભારની પૃષ્ઠ ઘનતા σ, વિદ્યુતભારના ક્વૉન્ટમીકરણને અને વિદ્યુતભાર વિતરણમાં સૂક્ષ્મ સ્તરે* રહેલી અસતતતાને અવગણે છે. σ સ્થૂળ સ્તરે વિદ્યુતભારની પૃષ્ઠ ઘનતા દર્શાવે છે, જે એક અર્થમાં તો, સૂક્ષ્મ સ્તરે વિદ્યુતભારની પૃષ્ઠ ઘનતાની, ΔS પૃષ્ઠ ખંડ, જે અગાઉ જણાવ્યું તેમ સૂક્ષ્મ સ્તરે વિચારતાં મોટું અને સ્થૂળ સ્તરે વિચારતાં નાનું છે, તેના પરની સરેરાશ દર્શાવે છે. σનો એકમ C/m^2 છે.

રેખીય વિદ્યુતભાર વિતરણ અને કદ વિદ્યુતભાર વિતરણ માટે પણ આવી વિચારણા લાગુ પડે છે. કોઈ તારની *રેખીય વિદ્યુતભાર ઘનતા* λને

$$\lambda = \frac{\Delta Q}{\Delta l} \tag{1.24}$$

તરીકે વ્યાખ્યાયિત કરાય છે. જ્યાં, Δl એ તાર પર સ્થૂળ સ્તરે નાનો લંબાઈ ખંડ છે કે જે ઘણી મોટી સંખ્યાના સૂક્ષ્મ વિદ્યુતભારિત ઘટકો ધરાવે છે અને ΔQ તે રેખાખંડમાં રહેલો વિદ્યુતભાર છે. λનો એકમ C/m છે. કદ વિદ્યુતભાર ઘનતા (ઘણી વખત વિદ્યુતભાર ઘનતા કહેવાય છે)ને એવી જ રીતે વ્યાખ્યાયિત કરાય છે :

$$\rho = \frac{\Delta Q}{\Delta V} \tag{1.25}$$

જ્યાં ΔQ, સ્થૂળ સ્તરે નાના કદ ખંડ ΔVમાં જે સૂક્ષ્મ સ્તરે તો ઘણા વિદ્યુતભારિત ઘટકો ધરાવે છે તેમાં રહેલો વિદ્યુતભાર છે. ρનો એકમ C/m^3 છે.

વિદ્યુતભારના સતત વિતરણનો ખ્યાલ યંત્રશાસ્ત્રમાં આપણે દળના સતત વિતરણના લીધેલા ખ્યાલ જેવો છે. જ્યારે આપણે પ્રવાહીની ઘનતાની વાત કરીએ છીએ ત્યારે આપણે તેની સ્થૂળ ઘનતાની વાત કરીએ છીએ. આપણે તેને સતત પ્રવાહી તરીકે ગણીએ છીએ અને તેના અલગ અલગ આણ્વિય બંધારણને અવગણીએ છીએ.

* સૂક્ષ્મ અંતરે વિદ્યુતભાર વિતરણ અસતત છે, કારણ કે તેઓ અલગ અલગ સ્થાનો પરના વિદ્યુતભારો છે જેમની વચ્ચે અવકાશ છે જ્યાં કોઈ વિદ્યુતભાર નથી.

સતત વિદ્યુતભાર વિતરણને લીધે ઉદ્ભવતું ક્ષેત્ર, અલગ-અલગ વિદ્યુતભારોના તંત્રને લીધે શોધ્યું (સમીકરણ 1.10) તે જ રીતે શોધી શકાય છે. ધારો કે અવકાશમાં સતત વિદ્યુતભાર વિતરણની વિદ્યુતભાર ઘનતા ρ છે. કોઈ સુગમભર્યું બિંદુ Oને ઉદ્ગમબિંદુ તરીકે લો અને વિદ્યુતભાર વિતરણમાં કોઈ બિંદુનો સ્થાન સદિશ **r** દર્શાવો. વિદ્યુતભાર ઘનતા બિંદુએ બિંદુએ બદલાઈ પણ શકે છે, એટલે કે તે **r**નું વિધેય છે. વિદ્યુતભાર વિતરણને ΔV માપના નાના કદ ખંડોમાં વિભાજિત કરો. ΔV કદખંડમાં રહેલો વિદ્યુતભાર $\rho\Delta V$ છે.

હવે કોઈ એક બિંદુ (વિદ્યુતભાર વિતરણની અંદર અથવા બહાર) P લો, જેનો સ્થાન સદિશ **R** છે (આકૃતિ 1.24). $\rho\Delta V$ વિદ્યુતભારને લીધે P આગળ વિદ્યુતક્ષેત્ર કુલંબના નિયમ પરથી,

$$\Delta \mathbf{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\rho\Delta V}{r'^2}\ \hat{\mathbf{r}}' \tag{1.26}$$

મળે છે. જ્યાં, r' એ વિદ્યુતભાર ખંડ અને P વચ્ચેનું અંતર છે અને $\hat{\mathbf{r}}'$ વિદ્યુતભાર ખંડથી P તરફનો એકમ સદિશ છે. સંપાતપણાના સિદ્ધાંત પરથી વિદ્યુતભાર વિતરણને લીધે કુલ વિદ્યુતક્ષેત્ર જુદા જુદા કદ ખંડોને લીધે ઉદ્ભવતા વિદ્યુતક્ષેત્રોનો સરવાળો કરવાથી મળે છે :

$$\mathbf{E} \cong \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\sum_{\text{બધા } \Delta V}\frac{\rho\Delta V}{r'^2}\ \hat{\mathbf{r}}' \tag{1.27}$$

એ નોંધો કે ρ, r', $\hat{\mathbf{r}}'$ એ બધા બિંદુએ બિંદુએ બદલાઈ શકે છે. તદ્દન ગાણિતીક રીતમાં આપણે $\Delta V \rightarrow 0$ લક્ષ લઈને સરવાળાને સંકલન તરીકે લેવું જોઈએ, પરંતુ સરળતા ખાતર આપણે તે ચર્ચા છોડી દઈએ છીએ. ટૂંકમાં કુલંબનો નિયમ અને સંપાતપણાનો સિદ્ધાંત વાપરીને અલગ-અલગ અથવા સતત અથવા અંશતઃ અલગ અલગ અને અંશતઃ સતત એવા કોઈ પણ વિદ્યુતભાર વિતરણ માટે વિદ્યુતક્ષેત્ર મેળવી શકાય છે.

1.14 ગૉસનો નિયમ (Gauss's Law)

વિદ્યુત ફ્લક્સના ખ્યાલના એક સરળ ઉપયોગ તરીકે, આપણે કેન્દ્ર પર રહેલા બિંદુવત્ વિદ્યુતભાર qને ઘેરતા r ત્રિજ્યાના ગોળામાંથી પસાર થતું ફ્લક્સ વિચારીએ. આકૃતિ 1.25માં દર્શાવ્યા મુજબ ગોળાને નાના-નાના ક્ષેત્રફળ ખંડોમાં વિભાજિત કરો.

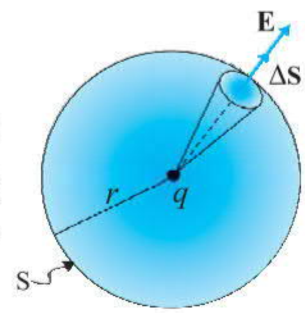
ક્ષેત્રફળ ખંડ **ΔS**માંથી પસાર થતું ફ્લક્સ,

$$\Delta\phi = \mathbf{E}\cdot\Delta\mathbf{S} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\,\hat{\mathbf{r}}\cdot\Delta\mathbf{S} \tag{1.28}$$

જ્યાં, આપણે એકલ વિદ્યુતભાર qને લીધે ઉદ્ભવતા વિદ્યુતક્ષેત્ર માટે કુલંબના નિયમનો ઉપયોગ કર્યો છે. એકમ સદિશ $\hat{\mathbf{r}}$ કેન્દ્રથી ક્ષેત્રફળ ખંડ તરફના ત્રિજ્યા સદિશની દિશામાં છે, ક્ષેત્રફળ ખંડ **ΔS** અને $\hat{\mathbf{r}}$ ની દિશા એક જ છે. તેથી,

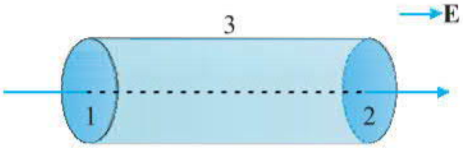
$$\Delta\phi = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\Delta S \tag{1.29}$$

કારણ કે એકમ સદિશનું માન 1 છે.



આકૃતિ 1.25 કેન્દ્ર પરના બિંદુવત્ વિદ્યુતભાર q ને ઘેરતા ગોળામાંથી પસાર થતું ફ્લક્સ

ગોળામાંથી પસાર થતું કુલ ફ્લક્સ જુદા જુદા ક્ષેત્રફળ ખંડોને લીધે મળતા ફ્લક્સનો સરવાળો કરવાથી મળે છે :



આકૃતિ 1.26 નળાકારની સપાટીમાંથી પસાર થતા સમાન વિદ્યુતક્ષેત્રના ફ્લક્સની ગણતરી

$$\phi = \sum_{\text{બધા } \Delta S} \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \Delta S$$

ગોળાનો દરેક ક્ષેત્રફળ ખંડ, વિદ્યુતભારથી સમાન r અંતરે આવેલ હોવાથી,

$$\phi = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \sum_{\text{બધા } \Delta S} \Delta S = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} S$$

હવે, ગોળાનું કુલ ક્ષેત્રફળ $S = 4\pi r^2$ છે. આમ,

$$\phi = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \times 4\pi r^2 = \frac{q}{\varepsilon_0} \qquad (1.30)$$

સમીકરણ (1.30) એ સ્થિતવિદ્યુતશાસ્ત્રના એક વ્યાપક પરિણામની સરળ રજૂઆત છે અને તેને *ગૉસનો નિયમ* કહે છે. આપણે *ગૉસના નિયમ*નું સાબિતી વિના કથન આપીએ :

બંધ સપાટી Sમાંથી પસાર થતું વિદ્યુત ફ્લક્સ

$$= q/\varepsilon_0 \qquad (1.31)$$

છે, જ્યાં, q = S વડે ઘેરાયેલો કુલ વિદ્યુતભાર.

આ નિયમ એવું સૂચવે છે કે, બંધ સપાટીમાંથી પસાર થતું કુલ વિદ્યુત ફ્લક્સ શૂન્ય છે, જો સપાટી વડે કોઈ વિદ્યુતભાર ઘેરાતો ન હોય તો. આ બાબત આપણે આકૃતિ 1.26ની પરિસ્થિતિમાં સ્પષ્ટપણે જોઈ શકીએ છીએ.

અત્રે વિદ્યુતક્ષેત્ર સમાન છે અને આપણે બંધ નળાકાર સપાટી વિચારીએ છીએ, જેની અક્ષ સમાન ક્ષેત્ર **E**ને સમાંતર છે. સપાટીમાંથી કુલ ફ્લક્સ $\phi = \phi_1 + \phi_2 + \phi_3$ છે. જ્યાં ϕ_1 અને ϕ_2 નળાકારની સપાટીઓ 1 અને 2 (વર્તુળાકાર આડછેદની)માંથી પસાર થતું ફ્લક્સ દર્શાવે છે અને ϕ_3 બંધ સપાટીના વક્ર નળાકાર ભાગમાંથી ફ્લક્સ દર્શાવે છે. સપાટી 3ને દરેક બિંદુએ લંબ, વિદ્યુતક્ષેત્ર **E**ને લંબ છે, તેથી વ્યાખ્યા મુજબ ફ્લક્સ $\phi_3 = 0$. ઉપરાંત, 2ને બહાર તરફનો લંબ **E**ને સમાંતર છે અને 1ને બહાર તરફનો લંબ **E**ની વિરૂદ્ધ દિશામાં છે. તેથી

$$\phi_1 = -ES_1, \qquad \phi_2 = +ES_2$$

$$S_1 = S_2 = S$$

જ્યાં S, વર્તુળાકાર આડછેદનું ક્ષેત્રફળ છે. આમ, કુલ ફ્લક્સ શૂન્ય છે, જે ગૉસના નિયમ મુજબ અપેક્ષિત હતું. આમ, જ્યારે પણ આપણને બંધ સપાટીનું કુલ ફ્લક્સ શૂન્ય જણાય ત્યારે આપણે એવો નિષ્કર્ષ તારવીએ કે બંધ સપાટીમાં રહેલો કુલ વિદ્યુતભાર શૂન્ય છે.

ગૉસના નિયમ (સમીકરણ 1.31)ની મોટી સાર્થકતા એ છે કે તે આપણે અહીં વિચારેલા સરળ કિસ્સાઓ માટે જ નહિ પણ વ્યાપકપણે સત્ય છે. આ નિયમ અંગેના કેટલાક અગત્યના મુદ્દાઓ આપણે નોંધીએ :

(i) ગૉસનો નિયમ કોઈ પણ બંધ સપાટી માટે સત્ય છે, તેના આકાર કે પરિમાણ ગમે તે હોય તો પણ.

(ii) ગૉસના નિયમના સમીકરણ (1.31)માં જમણી બાજુનું પદ q, સપાટી વડે ઘેરાયેલા બધા વિદ્યુતભારોને સમાવે છે. વિદ્યુતભારો સપાટીની અંદર ગમે તે સ્થાનોએ રહેલા હોઈ શકે છે.

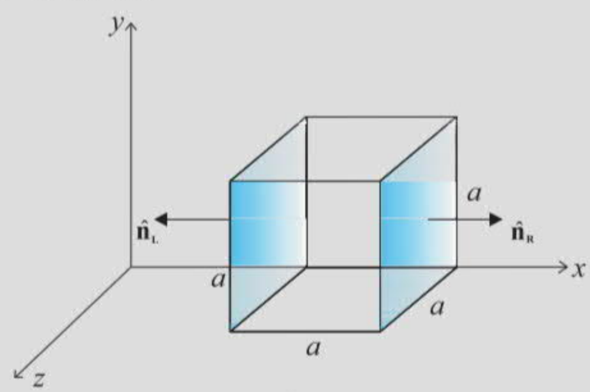
(iii) જે પરિસ્થિતિમાં સપાટી એવી પસંદ કરવામાં આવી હોય કે કેટલાક વિદ્યુતભારો અંદર અને કેટલાક બહાર હોય તો, વિદ્યુતક્ષેત્ર (જેનું ફ્લક્સ સમીકરણ 1.31ની ડાબી બાજુએ આવે છે) તો Sની અંદરના અને બહારના એમ બધા વિદ્યુતભારોને લીધે છે. પણ ગૉસના નિયમની જમણી બાજુનું પદ q, Sની માત્ર અંદરના વિદ્યુતભારો જ દર્શાવે છે.

(iv) ગૉસનો નિયમ લગાડવા માટે આપણે જે સપાટી પસંદ કરીએ તેને ગૉસિયન સપાટી કહે છે. તમે ગમે તે ગૉસિયન સપાટી પસંદ કરી શકો અને ગૉસનો નિયમ લગાડી શકો છો. તેમ છતાં, ગૉસિયન સપાટી કોઈ અલગ વિદ્યુતભારમાંથી પસાર ન થતી હોય તેની કાળજી રાખવી જોઈએ, કારણ કે અલગ-અલગ વિદ્યુતભારોના તંત્રનું વિદ્યુતક્ષેત્ર તે વિદ્યુતભારના સ્થાને સ્પષ્ટ રીતે વ્યાખ્યાયિત થયેલ નથી. (તમે જેમ વિદ્યુતભારની નજીક જાઓ તેમ વિદ્યુતક્ષેત્ર કોઈ બંધન વિના વધતું જાય છે.) જો કે ગૉસિયન સપાટી સતત વિદ્યુતભાર વિતરણમાંથી પસાર થઈ શકે છે.

(v) **જ્યારે તંત્રને કંઈક સંમિતિ હોય છે** ત્યારે ગૉસનો નિયમ વિદ્યુતક્ષેત્રની વધુ સરળતાથી ગણતરી કરવા માટે ઉપયોગી છે. આવું ગૉસિયન સપાટીની યોગ્ય પસંદગી દ્વારા થઈ શકે છે.

(vi) અંતે, કુલંબના નિયમમાં રહેલા અંતરના વ્યસ્ત વર્ગના નિયમ પર ગૉસનો નિયમ આધારિત છે. જો ગૉસના નિયમનું ખંડન થતું હોય તો તે વ્યસ્ત વર્ગના નિયમથી કંઈક જુદું પડવાનું સૂચવે છે.

ઉદાહરણ 1.11 આકૃતિ 1.27માં વિદ્યુતક્ષેત્રના ઘટકો $E_x = \alpha x^{1/2}$, $E_y = E_z = 0$ છે. જ્યાં, $\alpha = 800$ N/C $m^{1/2}$ (a) ઘનમાંથી ફ્લક્સ અને (b) ઘનની અંદરના વિદ્યુતભારની ગણતરી કરો. $a = 0.1$ m ધારો.



આકૃતિ 1.27

ઉકેલ

(a) વિદ્યુતક્ષેત્રને માત્ર x ઘટક હોવાથી, x-દિશાને લંબ બાજુઓ માટે **E** અને **ΔS** સદિશો વચ્ચેનો કોણ $\pm\pi/2$ છે. આથી, છાયાંકિત કરેલ બે બાજુઓ સિવાયની દરેક બાજુ માટે $\phi = \mathbf{E}\cdot\Delta\mathbf{S}$ અલગ અલગથી શૂન્ય બનશે. ડાબી તરફની બાજુ આગળ વિદ્યુતક્ષેત્રનું માન

$E_L = \alpha x^{1/2} = \alpha a^{1/2}$

(ડાબી સપાટી આગળ $x = a$)

જમણી તરફની સપાટી આગળ વિદ્યુતક્ષેત્રનું માન

$E_R = \alpha x^{1/2} = \alpha (2a)^{1/2}$

(જમણી સપાટી આગળ $x = 2a$)

અનુરૂપ ફ્લક્સ આ પ્રમાણે છે :

$\phi_L = \mathbf{E}_L \cdot \Delta\mathbf{S} = \Delta S \mathbf{E}_L \cdot \hat{\mathbf{n}}_L = E_L \Delta S \cos\theta = -E_L \Delta S$, કારણ કે $\theta = 180^\circ$

$\phi_L = -E_L a^2$

$\phi_R = \mathbf{E}_R \cdot \Delta\mathbf{S} = E_R \Delta S \cos\theta = E_R \Delta S$, કારણ કે $\theta = 0^\circ$

$= E_R a^2$

ઉદાહરણ 1.11

ઉદાહરણ 1.11

ઘનમાંથી કુલ ફ્લક્સ

$= \phi_R + \phi_L = E_R a^2 - E_L a^2 = a^2(E_R - E_L) = \alpha a^2[(2a)^{1/2} - a^{1/2}]$

$= \alpha a^{5/2}(\sqrt{2} - 1)$

$= 800(0.1)^{5/2}(\sqrt{2} - 1)$

$= 1.05\ \mathrm{N\,m^2\,C^{-1}}$

(b) ઘનની અંદરનો વિદ્યુતભાર શોધવા માટે આપણે ગૉસના નિયમનો ઉપયોગ કરી શકીએ. આમ, આપણને

$\phi = q/\varepsilon_0$ પરથી $q = \phi\,\varepsilon_0$ મળે. તેથી,

$q = 1.05 \times 8.854 \times 10^{-12}\ \mathrm{C} = 9.27 \times 10^{-12}\ \mathrm{C}$

ઉદાહરણ 1.12

ઉદાહરણ 1.12 એક વિદ્યુતક્ષેત્ર ધન x માટે ધન x-દિશામાં અને સમાન છે તેમજ ઋણ x માટે તેટલા જ મૂલ્યનું સમાન અને ઋણ x-દિશામાં છે. $x > 0$ માટે $\mathbf{E} = 200\ \hat{\mathbf{i}}$ N/C અને $x < 0$ માટે $\mathbf{E} = -200\ \hat{\mathbf{i}}$ N/C આપેલ છે. 20 cm લંબાઈ અને 5 cm ત્રિજ્યાના નળાકારનું કેન્દ્ર ઉગમબિંદુ પર અને અક્ષ x-દિશામાં છે, જેથી એક સપાટી $x = +10$ cm અને બીજી $x = -10$ cm આગળ છે (આકૃતિ 1.28). (a) દરેક સપાટ બાજુઓમાંથી બહાર આવતું કુલ ફ્લક્સ કેટલું છે ? (b) નળાકારની વક્ર બાજુમાંથી ફ્લક્સ કેટલું છે ? (c) નળાકારમાંથી બહાર આવતું કુલ ફ્લક્સ કેટલું છે ? (d) નળાકારની અંદર કુલ વિદ્યુતભાર કેટલો છે ?

ઉકેલ

(a) આકૃતિ પરથી આપણે જોઈ શકીએ કે ડાબી સપાટી પર **E** અને **S** સમાંતર છે. તેથી બહાર તરફનું ફ્લક્સ

$\phi_L = \mathbf{E}\cdot\Delta\mathbf{S} = -200\ \hat{\mathbf{i}}\cdot\Delta\mathbf{S}$

$= +200\,\Delta S$, કારણ કે $\hat{\mathbf{i}}\cdot\Delta\mathbf{S} = -\Delta S$

$= +200 \times \pi\,(0.05)^2 = +1.57\ \mathrm{N\,m^2\,C^{-1}}$

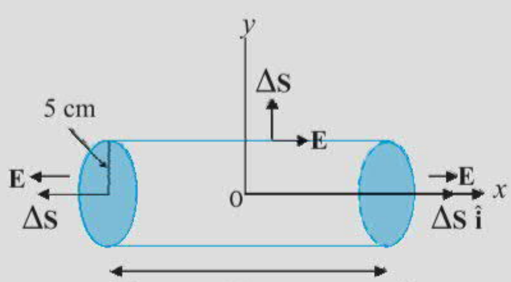
જમણી સપાટી પર **E** અને **ΔS** સમાંતર છે અને તેથી

$\phi_R = \mathbf{E}\cdot\Delta\mathbf{S} = +\ 1.57\ \mathrm{N\,m^2\,C^{-1}}$

(b) નળાકારની બાજુ પરના કોઈ પણ બિંદુ માટે **E**, **ΔS**ને લંબ છે અને તેથી $\mathbf{E}\cdot\Delta\mathbf{S} = 0$. તેથી નળાકારની વક્ર બાજુમાંથી ફ્લક્સ શૂન્ય છે.

નળાકારમાંથી કુલ બહાર તરફનું ફ્લક્સ

$\phi = 1.57 + 1.57 + 0 = 3.14\ \mathrm{N\,m^2\,C^{-1}}$



આકૃતિ 1.28

(d) નળાકારની અંદરનો કુલ વિદ્યુતભાર ગૉસના નિયમ પરથી મેળવી શકાય છે.

$q = \varepsilon_0\phi$

$= 8.854 \times 3.14 \times 10^{-12}\ \mathrm{C}$

$= 2.78 \times 10^{-11}\ \mathrm{C}$

1.15 ગૉસના નિયમના ઉપયોગો (APPLICATIONS OF GAUSS'S LAW)

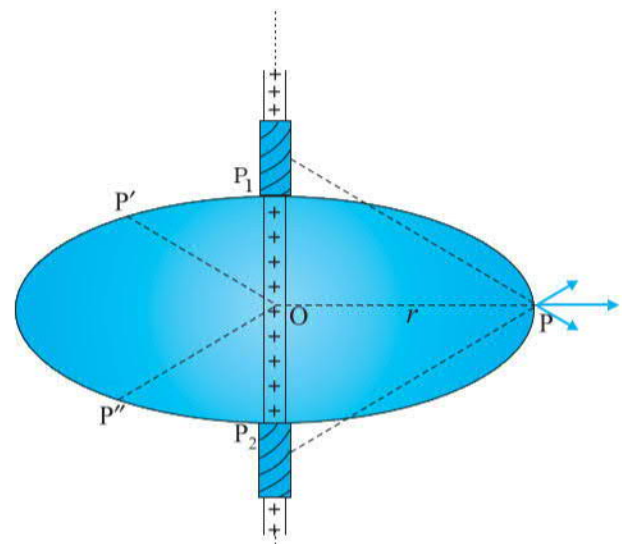
ઉપર જોયું તેમ વ્યાપક વિદ્યુતભાર વિતરણને લીધે ઉદ્ભવતું વિદ્યુતક્ષેત્ર સમીકરણ (1.27) પરથી મળે છે. વ્યવહારમાં, કેટલાક ખાસ કિસ્સાઓ સિવાય સમીકરણમાં આવતો સરવાળો (કે સંકલન) અવકાશમાં દરેક બિંદુએ ક્ષેત્ર મેળવવા માટે કરી શકાતો નથી. આમ છતાં, કેટલાક સંમિત (Symmetric) વિદ્યુતભાર વિતરણ માટે, ગૉસના નિયમની મદદથી વિદ્યુતક્ષેત્ર મેળવવાનું શક્ય છે. આ બાબત કેટલાક ઉદાહરણ દ્વારા સારી રીતે સમજી શકાય છે.

1.15.1 અનંત લંબાઈના, સીધા, સમાન રીતે વિદ્યુતભારિત તારને લીધે ક્ષેત્ર (Field Due to an Infinitely Long Straight Uniformly Charged Wire)

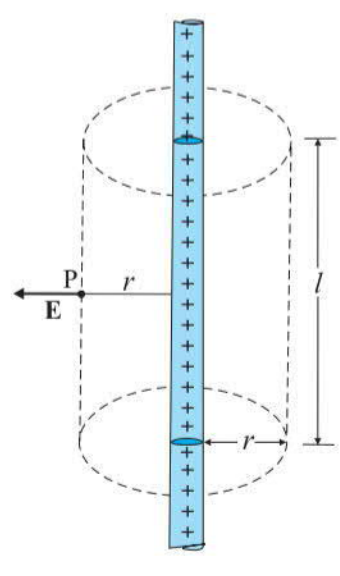
સમાન રેખીય વિદ્યુતભાર ઘનતા λ ધરાવતા એક અનંત લંબાઈના પાતળા સીધા તારનો વિચાર કરો. સ્વાભાવિક રીતે જ તાર સંમિતિની અક્ષ છે. ધારો કે આપણે Oથી Pનો ત્રિજ્યા સદિશ લઈ તેને તારની આસપાસ ઘૂમાવીએ છીએ. આ રીતે મળતાં બિંદુઓ P, P′, P″, વિદ્યુતભારિત તારની સાપેક્ષે સમતુલ્ય છે. આનો અર્થ એ કે આ બિંદુઓએ વિદ્યુતક્ષેત્રનું માન સમાન છે. દરેક બિંદુએ વિદ્યુતક્ષેત્રની દિશા ત્રિજ્યાવર્તી ($\lambda > 0$ માટે બહારની તરફ, $\lambda < 0$ માટે અંદરની તરફ) હશે. આકૃતિ 1.29 પરથી આ સ્પષ્ટ છે.

તાર પર આકૃતિમાં દર્શાવ્યા મુજબ રેખાખંડો P_1 અને P_2ની જોડનો વિચાર કરો. આ જોડના બંને ઘટકો વડે ઉદ્ભવતાં ક્ષેત્રોનો સરવાળો કરીએ તો પરિણામી ક્ષેત્ર ત્રિજ્યાવર્તી દિશામાં મળે છે. (ત્રિજ્યા સદિશને લંબ દિશામાંના ઘટકો નાબૂદ થશે.) આ બાબત આવી કોઈ પણ જોડ માટે સત્ય છે તેથી P આગળનું ક્ષેત્ર ત્રિજ્યાવર્તી છે. અંતે, તાર અનંત લંબાઈનો હોવાથી વિદ્યુતક્ષેત્ર તારની લંબાઈ પર Pના સ્થાન પર આધારિત નથી. ટૂંકમાં, વિદ્યુતક્ષેત્ર તારને લંબરૂપે છેદતા સમતલમાં ત્રિજ્યાવર્તી દિશામાં છે અને તેનું માન ફક્ત ત્રિજ્યાવર્તી અંતર r પર આધારિત છે.

ક્ષેત્રની ગણતરી કરવા માટે આકૃતિ 1.29(b)માં દર્શાવ્યા મુજબ એક નળાકાર ગૉસિયન સપાટી કલ્પો. દરેક બિંદુએ ક્ષેત્ર ત્રિજ્યાવર્તી દિશામાં હોવાથી, નળાકાર ગૉસિયન સપાટીના બે છેડાઓમાંથી ફ્લક્સ શૂન્ય છે. નળાકારની વક્રસપાટીએ **E** દરેક બિંદુએ લંબ છે અને તેનું મૂલ્ય સમાન છે, કારણ કે તે ફક્ત r પર આધારિત છે. વક્રસપાટીનું ક્ષેત્રફળ $2\pi rl$ છે, જ્યાં l નળાકારની લંબાઈ છે.



(a)



(b)

આકૃતિ 1.29 (a) અનંત લંબાઈના, પાતળા, સીધા તારને લીધે વિદ્યુતક્ષેત્ર ત્રિજ્યાવર્તી છે (b) લાંબા, પાતળા, સમાન રેખીય વિદ્યુતભાર ઘનતા ધરાવતા તાર માટે ગૉસિયન સપાટી

ગૉસિયન સપાટીમાંથી ફ્લક્સ

= નળાકારની વક્રસપાટીમાંથી ફ્લક્સ

$= E \times 2\pi rl$

આ સપાટી વડે ઘેરાયેલો વિદ્યુતભાર $\lambda\, l$ છે. આથી ગૉસના નિયમ મુજબ

$E \times 2\pi rl = \lambda l/\varepsilon_0$

એટલે કે $E = \dfrac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}$

અને કોઈ પણ બિંદુએ વિદ્યુતક્ષેત્ર સદિશ સ્વરૂપમાં

$$\mathbf{E} = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}\ \hat{\mathbf{n}} \qquad (1.32)$$

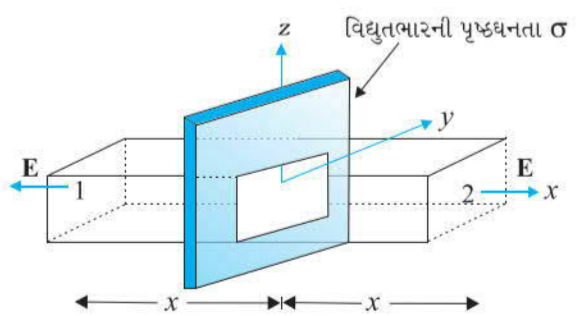
પરથી મળે છે. જ્યાં, $\hat{\mathbf{n}}$ એ તે બિંદુમાંથી પસાર થતા અને તારને લંબ એવા સમતલમાંનો ત્રિજ્યાવર્તી એકમ સદિશ છે. જો λ ધન હોય તો **E**ની દિશા બહાર તરફની છે અને જો λ ઋણ હોય તો **E**ની દિશા અંદર તરફની છે.

એ નોંધો કે, જ્યારે આપણે સદિશ **A**ને અદિશ ગુણ્યા એકમ સદિશ એટલે કે $\mathbf{A} = A\ \hat{\mathbf{a}}$ તરીકે લખીએ છીએ ત્યારે અદિશ A એ બૈજિક સંખ્યા છે. તે ધન કે ઋણ હોઈ શકે છે. જો $A > 0$ હશે તો **A**ની દિશા, એકમ સદિશની દિશામાં હશે અને જો $A < 0$ હશે તો **A**ની દિશા એકમ સદિશની દિશાથી વિરૂદ્ધ હશે. જ્યારે આપણે અ-ઋણ (non-negative) સંખ્યાનો જ ઉલ્લેખ કરવો હોય ત્યારે આપણે પ્રતિક $|\mathbf{A}|$નો ઉપયોગ કરીશું અને તેને **A**નો માનાંક કહીશું. આમ, $|\mathbf{A}| \geq 0$.

એ પણ નોંધો કે સપાટી વડે ઘેરાયેલો વિદ્યુતભાર જ ઉપરના સૂત્રોમાં સમાવિષ્ટ હોવા છતાં વિદ્યુતક્ષેત્ર સમગ્ર તાર પરના વિદ્યુતભારને લીધે છે. ઉપરાંત, તાર અનંત લંબાઈનો હોવાની ધારણા પણ અત્યંત મહત્ત્વની (નિર્ણાયક) છે. આ ધારણા વિના આપણે વિદ્યુતક્ષેત્રને ગૉસિયન સપાટીના વક્ર ભાગે લંબ લઈ શકીએ નહિ. આમ છતાં, સમીકરણ (1.32), લાંબા તારના મધ્યભાગની આસપાસના - જ્યાં છેડાઓની અસરો અવગણી શકાય છે ત્યાંના - વિદ્યુતક્ષેત્ર માટે સંન્નિકટ રીતે સત્ય છે,

1.15.2 સમાન રીતે વિદ્યુતભારિત અનંત સમતલ વડે ક્ષેત્ર (Field Due to a Uniformly Charged Infinite Plane Sheet)

સમાન રીતે વિદ્યુતભારિત એવા અનંત સમતલ પર ધારો કે વિદ્યુતભારની પૃષ્ઠઘનતા σ છે (આકૃતિ 1.30). આપણે આપેલા સમતલને લંબરૂપે x-અક્ષ લઈએ. સંમિતિ પરથી કહી શકાય કે વિદ્યુતક્ષેત્ર y અને z યામો પર આધારિત નથી અને દરેક બિંદુએ તેની દિશા x-દિશાને સમાંતર હોવી જ જોઈએ.



આકૃતિ 1.30 સમાન રીતે વિદ્યુતભારિત અનંત સમતલ માટે ગૉસિયન સપાટી

ગૉસિયન સપાટી તરીકે આપણે આડછેદનું ક્ષેત્રફળ A ધરાવતો લંબ સમાંતરબાજુ ચતુષ્ફલક (લંબ ઘન) લઈ શકીએ. (નળાકાર સપાટી પણ ચાલી શકે.) આકૃતિ પરથી જોઈ શકાય છે કે ફક્ત બે બાજુઓ 1 અને 2 વડે જ ફ્લક્સ મળી શકશે. બીજી સપાટીઓ વિદ્યુતક્ષેત્ર રેખાઓને સમાંતર છે તેથી તેઓ ફ્લક્સમાં કોઈ ફાળો આપશે નહિ.

સપાટી 1ને લંબ એકમ સદિશ $-x$ દિશામાં છે જ્યારે સપાટી 2ને લંબ એકમ સદિશ $+x$ દિશામાં છે. આથી, બંને સપાટીઓમાંથી ફ્લક્સ $\mathbf{E}\cdot\Delta\mathbf{S}$ સમાન છે અને તેમનો સરવાળો થશે. તેથી ગૉસિયન સપાટીમાંથી કુલ (Net) ફ્લક્સ 2 EA છે. બંધ સપાટી વડે ઘેરાતો વિદ્યુતભાર σA છે. તેથી ગૉસના નિયમ મુજબ,

$2EA = \sigma A/\varepsilon_0$

અથવા $E = \sigma/2\varepsilon_0$

સદિશ રૂપમાં,

$$\mathbf{E} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\,\hat{\mathbf{n}} \qquad (1.33)$$

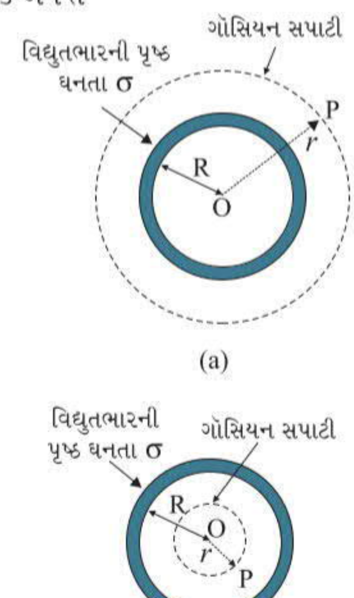
જ્યાં, $\hat{\mathbf{n}}$ સમતલને લંબ અને સમતલથી દૂર તરફ જતો એકમ સદિશ છે.

જો σ ધન હોય તો **E**ની દિશા સમતલથી દૂર તરફ અને σ ઋણ હોય તો **E**ની દિશા સમતલ તરફ હોય છે. ઉપરની ચર્ચામાં ગૉસના નિયમના ઉપયોગથી એક વધારાની હકીકત બહાર આવે છે કે E, x પર પણ આધારિત નથી.

એક મોટા સીમિત સમતલ માટે, સમતલના છેડાઓથી દૂર એટલે કે સમતલના મધ્યભાગમાં સમીકરણ (1.33) સંન્નિકટ રીતે સાચું છે.

1.15.3 સમાન રીતે વિદ્યુતભારિત પાતળી ગોળાકાર કવચને લીધે ક્ષેત્ર (Field Due to a Uniformaly Charged Thin Spherical Shell)

ધારો કે, R ત્રિજ્યાની પાતળી ગોળાકાર કવચ (આકૃતિ 1.31) પર વિદ્યુતભારની સમાન પૃષ્ઠઘનતા σ છે. અહીં, સ્વાભાવિક રીતે જ ગોળીય સંમિતિ જણાય છે. અંદરના કે બહારના કોઈ પણ બિંદુ P આગળ વિદ્યુતક્ષેત્ર માત્ર r (કવચના કેન્દ્રથી તે બિંદુ સુધીના ત્રિજ્યાવર્તી અંતર) પર જ આધાર રાખી શકે અને તે ત્રિજ્યાવર્તી (એટલે કે ત્રિજ્યા સદિશ પર જ) હોવું જોઈએ.



આકૃતિ 1.31 (a) $r > R$ (b) $r < R$, બિંદુઓ માટે ગૉસિયન સપાટીઓ

(i) કવચની બહારના બિંદુએ ક્ષેત્ર : કવચની બહારના અને ત્રિજ્યા સદિશ **r** ધરાવતા બિંદુ Pનો વિચાર કરો. P આગળનું વિદ્યુતક્ષેત્ર શોધવા માટે, r ત્રિજ્યાના અને Pમાંથી પસાર થતા ગોળાને આપણે ગૉસિયન સપાટી તરીકે લઈશું. આપેલા વિદ્યુતભાર વિતરણની સાપેક્ષે આ ગોળા પરના બધા બિંદુઓ સમતુલ્ય છે. (ગોળીય સંમિતિનો આ જ અર્થ છે.) આથી ગૉસિયન સપાટી પરના દરેક બિંદુએ વિદ્યુતક્ષેત્ર Eનું માન સમાન છે અને દરેક બિંદુએ ત્રિજ્યા સદિશ પર છે. આમ, **E** અને $\Delta\mathbf{S}$ દરેક બિંદુએ સમાંતર છે અને તેથી દરેક નાના ખંડ માટે ફ્લક્સ $E\Delta S$ છે. બધાં ΔS માટે સરવાળો કરતાં ગૉસિયન સપાટીમાંથી ફ્લક્સ $E \times 4\pi r^2$ છે. આ સપાટી વડે ઘેરાયેલો વિદ્યુતભાર $\sigma \times 4\pi R^2$ છે. ગૉસના નિયમ પરથી,

$$E \times 4\pi r^2 = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}\, 4\pi R^2$$

અથવા $$E = \frac{\sigma R^2}{\varepsilon_0 r^2} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

જ્યાં $q = 4\pi R^2 \sigma$ ગોળાકાર કવચ પરનો કુલ વિદ્યુતભાર છે.

સદિશ સ્વરૂપે, $$\mathbf{E} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\,\hat{\mathbf{r}} \qquad (1.34)$$

જો $q > 0$ હોય તો વિદ્યુતક્ષેત્ર બહાર તરફની દિશામાં અને જો $q < 0$ હોય તો વિદ્યુતક્ષેત્ર અંદર તરફની દિશામાં છે. જો કે, આ ક્ષેત્ર વિદ્યુતભાર qને કેન્દ્ર O પર મૂકવાથી મળતા વિદ્યુતક્ષેત્ર જેટલું જ છે. આમ, કવચની બહારના બિંદુઓ માટે સમાન રીતે વિદ્યુતભારિત કવચને લીધે મળતું ક્ષેત્ર, જાણે કે કવચનો સમગ્ર વિદ્યુતભાર તેના કેન્દ્ર પર કેન્દ્રિત થયેલો હોય ત્યારે મળતા ક્ષેત્ર જેટલું છે.

(ii) કવચની અંદર ક્ષેત્ર : આકૃતિ 1.31(b)માં બિંદુ P કવચની અંદર છે. અહીં ફરીથી ગૉસિયન સપાટી, O કેન્દ્ર ધરાવતો અને Pમાંથી પસાર થતો ગોળો છે. ગૉસિયન સપાટીમાંથી ફ્લક્સ,

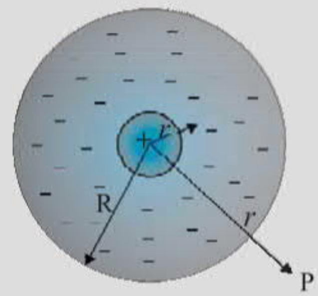
આગળ ગણતરી કરી તે મુજબ $E \times 4\pi r^2$ છે. પરંતુ આ કિસ્સામાં ગૉસિયન સપાટી વડે કોઈ વિદ્યુતભાર ઘેરાતો નથી. આથી, ગૉસના નિયમ મુજબ

$E \times 4\pi r^2 = 0$

એટલે કે $E = 0 \quad (r < R)$ (1.35)

આમ, સમાન રીતે વિદ્યુતભારિત પાતળી ગોળાકાર કવચને લીધે કવચની અંદરના* બધા બિંદુઓએ વિદ્યુતક્ષેત્ર શૂન્ય છે. આ અગત્યનું પરિણામ કુલંબના નિયમ પરથી મળેલા ગૉસના નિયમ પરથી સીધું મળે છે. આ પરિણામની પ્રાયોગિક ચકાસણી કુલંબના નિયમમાંના $1/r^2$ અવલંબનને સમર્થન આપે છે.

ઉદાહરણ 1.13 પરમાણુ માટેના પ્રારંભિક મોડેલમાં, Ze વિદ્યુતભાર ધરાવતું ધન વિદ્યુતભારિત બિંદુવત્ ન્યુક્લિયસ તેની આસપાસ R ત્રિજ્યા સુધી નિયમિત ઘનતાના ઋણ વિદ્યુતભાર વડે ઘેરાયેલું છે. સમગ્રપણે પરમાણુ તટસ્થ છે. આ મૉડેલ માટે ન્યુક્લિયસથી r અંતરે વિદ્યુતક્ષેત્ર કેટલું હશે ?



આકૃતિ 1.32

ઉકેલ આ મૉડેલ માટે વિદ્યુતભાર વિતરણ આકૃતિ 1.32માં દર્શાવ્યા મુજબનું છે. નિયમિત ગોળાકાર વિદ્યુતભાર વિતરણમાં કુલ વિદ્યુતભાર $-Ze$ હોવો જોઈએ, કારણ કે પરમાણુ (Ze વિદ્યુતભારનું ન્યુક્લિયસ + ઋણ વિદ્યુતભાર) તટસ્થ છે. આ પરથી ઋણ વિદ્યુતભાર ઘનતા ρ મળી શકે કારણ કે,

$\frac{4\pi R^3}{3}\rho = 0 - Ze$ થવું જોઈએ.

અથવા $\rho = -\frac{3\,Ze}{4\pi R^3}$

ન્યુક્લિયસથી r અંતરે રહેલા P બિંદુએ વિદ્યુતક્ષેત્ર $\mathbf{E}(\mathbf{r})$ શોધવા માટે, આપણે ગૉસના નિયમનો ઉપયોગ કરીએ. **r**ની દિશા ગમે તે હોય તો પણ વિદ્યુતભાર વિતરણની ગોળીય સંમિતિને લીધે વિદ્યુતક્ષેત્ર $\mathbf{E}(\mathbf{r})$નું માન માત્ર ત્રિજ્યાવર્તી અંતર r પર આધારિત છે. તેની દિશા ઉદ્‌ગમથી P તરફના ત્રિજ્યા સદિશ **r**ની દિશામાં (અથવા તેની વિરૂદ્ધ દિશામાં) છે. સ્વાભાવિક રીતે ગોસિયન સપાટી કેન્દ્ર તરીકે ન્યુક્લિયસની આસપાસ ગોળાકાર સપાટી છે. આપણે બે પરિસ્થિતિઓનો વિચાર કરીએ, $r < R$ અને $r > R$.

(i) $r < R$: ગોળાકાર સપાટીનું વિદ્યુત ફ્લક્સ

$\phi = E(r) \times 4\pi r^2$

જ્યાં $E(r)$ એ r આગળના વિદ્યુતક્ષેત્રનું માન છે. આનું કારણ એ છે કે ગોળાકાર ગૉસિયન

ઉદાહરણ 1.13

* આને ધોરણ XI, ભૌતિકવિજ્ઞાન પાઠ્યપુસ્તકમાં પરિચ્છેદ 8.5માં ચર્ચેલ સમાન દળ કવચ સાથે સરખાવો.

સપાટી પરના કોઈ પણ બિંદુએ ક્ષેત્રની દિશા સપાટીને લંબની દિશામાં છે અને સપાટી પરના બધાં બિંદુએ સમાન મૂલ્ય ધરાવે છે. ગૉસિયન સપાટી વડે ઘેરાયેલો વિદ્યુતભાર q, ન્યુક્લિયસનો ધન વિદ્યુતભાર અને r ત્રિજ્યાની અંદરનો ઋણ વિદ્યુતભાર છે.

એટલે કે, $q = Ze + \frac{4\pi r^3}{3}\rho$

અગાઉ મેળવેલ વિદ્યુતભાર ઘનતા ρને અવેજ કરતાં,

$$q = Ze - Ze\frac{r^3}{R^3}$$

આ પરથી ગૉસના નિયમ મુજબ,

$$E(r) = \frac{Ze}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r^2} - \frac{r}{R^3}\right) \quad : \quad r < R$$

વિદ્યુતક્ષેત્ર ત્રિજ્યાવર્તી દિશામાં બહારની તરફ છે.

(ii) $r > R$: આ કિસ્સામાં ગૉસિયન સપાટી વડે ઘેરાયેલો કુલ વિદ્યુતભાર શૂન્ય છે, કારણ કે પરમાણુ તટસ્થ છે. આમ, ગોસના નિયમ પરથી

$E(r) \times 4\pi r^2 = 0$ અથવા $E(r) = 0$; $r > R$ માટે.

$r = R$ માટે બંને કિસ્સા એકસમાન પરિણામ આપે છે : $E = 0$

ઉદાહરણ 1.13

સંમિતિ સંક્રિયાઓ વિષે

ભૌતિકવિજ્ઞાનમાં, આપણે ઘણીવાર વિવિધ સંમિતિઓ ધરાવતા તંત્રો સાથે કામ કરવાનું આવે છે. આવી સંમિતિઓનો વિચાર કરવાથી આપણને બીજી રીતો કરતાં બહુ ઝડપથી સીધી ગણતરી દ્વારા પરિણામ મળે છે. ઉદાહરણ તરીકે (વિદ્યુતભારની પૃષ્ઠ ઘનતા σ ધરાવતા) y-z સમતલને સમાંતર વિદ્યુતભારના એક અનંત સમતલનો વિચાર કરો. (a) જો તંત્રને ગમે તે દિશામાં y-z સમતલને સમાંતર સ્થાનાંતરિત કરવામાં આવે (b) x-અક્ષની આસપાસ અમુક કોણે ભ્રમણ આપવામાં આવે, તો તંત્રમાં કોઈ ફેર પડતો નથી. આવી સંમિતિ સંક્રિયા હેઠળ તંત્ર અફર રહેતું હોવાથી તેના ગુણધર્મો પણ અફર રહે છે. ખાસ કરીને આ ઉદાહરણમાં, વિદ્યુતક્ષેત્ર **E** અફર રહેવું જોઈએ.

y-અક્ષની દિશામાં સ્થાનાંતર સંમિતિ એમ દર્શાવે છે કે $(0, y_1, 0)$ અને $(0, y_2, 0)$ આગળનાં વિદ્યુતક્ષેત્રો સમાન જ હોવાં જોઈએ. તેવી જ રીતે z-અક્ષ દિશામાં સ્થાનાંતર સંમિતિ દર્શાવે છે કે બે બિંદુઓ $(0, 0, z_1)$ અને $(0, 0, z_2)$ આગળ વિદ્યુતક્ષેત્રો સમાન જ હોવાં જોઈએ. x-અક્ષની આસપાસની ચક્રિય સંમિતિ પરથી આપણે એવો નિષ્કર્ષ તારવી શકીએ કે **E**, y-z સમતલને લંબ હોવું જોઈએ, એટલે કે, તે x-દિશાને સમાંતર હોવું જોઈએ.

હવે તમે એવી સંમિતિ અંગે વિચાર કરવાનો પ્રયત્ન કરો કે જે એમ દર્શાવતી હોય કે વિદ્યુતક્ષેત્રનું માન x-યામથી સ્વતંત્ર અને અચળ છે. આમ એવું પરિણામ મળે છે કે સમાન રીતે વિદ્યુતભારિત અનંત સમતલને લીધે વિદ્યુતક્ષેત્ર, અવકાશમાં બધા બિંદુઓ આગળ એકસમાન છે. જો કે સમતલની વિરૂદ્ધ બાજુઓ પર તેમની દિશાઓ એકબીજાથી વિરૂદ્ધ છે.

કુલંબના નિયમ પરથી સીધી ગણતરી દ્વારા આ પરિણામ પર આવવા માટે જે પ્રયત્નોની જરૂર પડી તેને આની સાથે સરખાવો.

સારાંશ

1. વિદ્યુત અને ચુંબકીય બળો પરમાણુઓના, અણુઓના અને સ્થૂળ દ્રવ્યના ગુણધર્મો નક્કી કરે છે.
2. ઘર્ષણ વિદ્યુતના સાદા પ્રયોગો પરથી એવો નિષ્કર્ષ મળે છે કે કુદરતમાં બે પ્રકારના વિદ્યુતભારો છે અને સજાતિય વિદ્યુતભારો એકબીજાને અપાકર્ષે છે અને વિજાતિય વિદ્યુતભારો એકબીજાને આકર્ષે છે. પ્રણાલિકા મુજબ રેશમ સાથે ઘસેલા કાચના સળિયા પરનો વિદ્યુતભાર ધન છે અને ફર સાથે ઘસેલા પ્લાસ્ટીકના સળિયા પરનો વિદ્યુતભાર ઋણ છે.
3. સુવાહકો તેમનામાં થઈને વિદ્યુતભારોની ગતિ થવા દે છે પણ અવાહકો થવા દેતા નથી. ધાતુઓમાં ગતિશીલ વિદ્યુતભારો મુક્ત ઇલેક્ટ્રૉન છે, વિદ્યુત દ્રાવણમાં ધન અને ઋણ બંને પ્રકારના આયનો ગતિશીલ છે.
4. વિદ્યુતભારને ત્રણ મૂળભૂત ગુણધર્મો છે : ક્વૉન્ટમીકરણ, સરવાળો (ઉમેરો) થઈ શકે છે, સંરક્ષણ થાય છે.

   વિદ્યુતભારના ક્વૉન્ટમીકરણનો અર્થ એ છે કે, પદાર્થનો કુલ વિદ્યુતભાર (q), હંમેશા એક મૂળભૂત વિદ્યુતભાર જથ્થા (e)ના પૂર્ણાંક ગુણાંક જેટલો જ હોય છે. એટલે કે $q = ne$, જ્યાં $n = 0, \pm1, \pm2, \pm3, ...$ પ્રોટોન અને ઇલેક્ટ્રૉન પરના વિદ્યુતભારો અનુક્રમે $+e, -e$ છે. સ્થૂળ વિદ્યુતભારો કે જેમના માટે n ખૂબ મોટી સંખ્યા છે તેમને માટે વિદ્યુતભારનું ક્વૉન્ટમીકરણ અવગણી શકાય છે.

   વિદ્યુતભારોનો સરવાળો થાય છે એનો અર્થ એ કે તંત્રનો કુલ વિદ્યુતભાર તંત્રમાંના બધા વ્યક્તિગત વિદ્યુતભારોના બૈજિક સરવાળા (એટલે કે યોગ્ય ચિહ્ન સાથેનો સરવાળો) જેટલો છે. વિદ્યુતભારોનું સંરક્ષણ થાય છે એનો અર્થ એ કે અલગ કરેલા તંત્રનો કુલ વિદ્યુતભાર સમય સાથે અફર રહે છે. આનો અર્થ એ કે જ્યારે પદાર્થોને ઘર્ષણથી વિદ્યુતભારિત કરવામાં આવે છે ત્યારે એક પદાર્થ પરથી વિદ્યુતભાર બીજા પદાર્થ પર સ્થાનાંતર પામે છે પણ વિદ્યુતભારનું સર્જન કે વિનાશ થતો નથી.
5. કુલંબનો નિયમ : બે વિદ્યુતભારો q_1 અને q_2 વચ્ચેનુ પરસ્પર સ્થિતવિદ્યુત બળ, q_1q_2 ગુણાકારના સમપ્રમાણમાં અને તેમની વચ્ચેના અંતર r_{21}ના વર્ગના વ્યસ્ત પ્રમાણમાં હોય છે. ગાણિતીક રીતે,

   $$\mathbf{F}_{21} = q_2 \text{ પર } q_1 \text{ ને લીધે બળ} = \frac{k(q_1q_2)}{r_{21}^2}\,\hat{\mathbf{r}}_{21}$$

   જ્યાં, $\hat{\mathbf{r}}_{21}$ એ q_1થી q_2ની દિશામાંનો એકમ સદિશ છે અને $k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$ સપ્રમાણતાનો અચળાંક છે.

   SI એકમોમાં, વિદ્યુતભારનો એકમ coulomb છે. અચળાંક ε_0નું પ્રાયોગિક મૂલ્ય

   $\varepsilon_0 = 8.854 \times 10^{-12}\,C^2N^{-1}m^{-2}$ છે.

   kનું સંન્નિકટ મૂલ્ય

   $k = 9 \times 10^9\,Nm^2C^{-2}$ છે.
6. પ્રોટોન અને ઇલેક્ટ્રૉન વચ્ચે વિદ્યુતબળ અને ગુરુત્વબળનો ગુણોત્તર

   $$\frac{k\,e^2}{G\,m_e m_p} \cong 2.4 \times 10^{39} \text{ છે.}$$
7. સંપાતપણાનો સિદ્ધાંત : આ સિદ્ધાંત એ ગુણધર્મ પર રચાયેલ છે કે બે વિદ્યુતભારો એકબીજા પર જે આકર્ષણ કે અપાકર્ષણનું બળ લગાડે તે કોઈ ત્રીજા (કે વધારે) વધારાના વિદ્યુતભારોની હાજરીથી અસર પામતું નથી. $q_1, q_2, q_3, ...$ વિદ્યુતભારોના સમૂહ માટે

કોઈ પણ વિદ્યુતભાર q_1 પર લાગતું બળ, q_1 પર q_2ને લીધે લાગતા બળ, q_1 પર q_3ને લીધે લાગતા બળ...વગેરેના સદિશ સરવાળા જેટલું છે. દરેક જોડી માટે બળ, બે વિદ્યુતભારો માટેના અગાઉ જણાવેલા કુલંબના નિયમ પરથી મળે છે.

8. વિદ્યુતભાર સંરચનાને લીધે કોઈ બિંદુએ વિદ્યુતક્ષેત્ર **E**, ત્યાં મૂકેલા નાના ધન પરીક્ષણ વિદ્યુતભાર પર લાગતા બળ ભાગ્યા વિદ્યુતભારના માન જેટલું હોય છે. બિંદુવત્ વિદ્યુતભાર qને લીધે વિદ્યુતક્ષેત્રનું માન $|q| / 4\pi\varepsilon_0 r^2$ છે. જો q ધન હોય તો તે qથી ત્રિજ્યાવર્તી દિશામાં બહાર તરફ અને જો q ઋણ હોય તો તે qથી ત્રિજ્યાવર્તી દિશામાં અંદર તરફ હોય છે. કુલંબ બળની જેમ વિદ્યુતક્ષેત્ર પણ સંપાતપણાના સિદ્ધાંતનું પાલન કરે છે.

9. વિદ્યુતક્ષેત્ર રેખા એ એવો વક્ર છે કે જેના દરેક બિંદુએ દોરેલો સ્પર્શક, તે બિંદુએ વિદ્યુતક્ષેત્રની દિશા આપે છે. ક્ષેત્ર રેખાઓની સાપેક્ષ ગીચતા જુદા જુદા બિંદુએ વિદ્યુતક્ષેત્રની પ્રબળતાનો નિર્દેશ કરે છે. પ્રબળ ક્ષેત્રના વિસ્તારમાં તેઓ એકબીજાની નજીક ટોળે વળે છે અને જ્યાં ક્ષેત્ર નિર્બળ હોય ત્યાં એકબીજાથી છૂટી છૂટી હોય છે. અચળ વિદ્યુતક્ષેત્રના વિસ્તારમાં ક્ષેત્ર રેખાઓ સમાન અંતરે રહેલી સમાંતર સુરેખાઓ છે.

10. ક્ષેત્ર રેખાઓના કેટલાક અગત્યના ગુણધર્મો આ પ્રમાણે છે :

(i) ક્ષેત્ર રેખાઓ કોઈ પણ ભંગાણ વગર સતત વક્રો છે.

(ii) બે ક્ષેત્ર રેખાઓ એકબીજીને છેદતી નથી.

(iii) સ્થિતવિદ્યુત ક્ષેત્ર રેખાઓ ધન વિદ્યુતભારથી શરૂ થાય છે અને ઋણ વિદ્યુતભારમાં અંત પામે છે. તેઓ બંધ ગાળો રચી શકતી નથી.

11. વિદ્યુત ડાયપોલ (દ્વિ-ધ્રુવી)એ એકબીજાથી $2a$ અંતરે રહેલા બે સમાન અને વિરૂદ્ધ વિદ્યુતભારો q અને $-q$ની જોડ છે. તેના ડાયપોલ ચાકમાત્રા સદિશ **p**નું માન $2qa$ છે અને તેની દિશા $-q$ થી $+q$ તરફ ડાયપોલ અક્ષની દિશામાં છે.

12. વિદ્યુત ડાયપોલ વડે તેના વિષુવરેખીય સમતલમાં (એટલે કે તેના કેન્દ્રમાંથી પસાર થતા અને અક્ષને લંબ સમતલમાં) કેન્દ્રથી r અંતરે વિદ્યુતક્ષેત્ર,

$$\mathbf{E} = \frac{-\mathbf{p}}{4\pi\varepsilon_0} \frac{1}{(a^2+r^2)^{3/2}}$$

$$\cong \frac{-\mathbf{p}}{4\pi\varepsilon_0 r^3} \qquad r >> a \text{ માટે}$$

ડાયપોલને લીધે તેની અક્ષ પર કેન્દ્રથી r અંતરે વિદ્યુતક્ષેત્ર

$$\mathbf{E} = \frac{2\mathbf{p}\,r}{4\pi\varepsilon_0 (r^2-a^2)^2}$$

$$\cong \frac{2\mathbf{p}}{4\pi\varepsilon_0 r^3} \qquad r >> a \text{ માટે}$$

બિંદુવત્ વિદ્યુતભારથી ઉદ્ભવતું વિદ્યુતક્ષેત્ર $1/r^2$ પર આધારિત છે તેનાથી અલગ આ ડાયપોલનું વિદ્યુતક્ષેત્ર $1/r^3$ પર આધારિત છે તે નોંધો.

13. સમાન વિદ્યુતક્ષેત્ર **E**માં, ડાયપોલ વડે અનુભવાતું ટોર્ક τ,

$$\boldsymbol{\tau} = \mathbf{p} \times \mathbf{E}$$

પરથી મળે છે, પણ તેના પર કુલ બળ શૂન્ય છે.

14. નાના ક્ષેત્રફળ ખંડ $\Delta\mathbf{S}$માંથી વિદ્યુતક્ષેત્ર **E**નું ફ્લક્સ

$$\Delta\phi = \mathbf{E}\cdot\Delta\mathbf{S}$$

પરથી મળે છે. સદિશ ક્ષેત્રફળ ખંડ $\Delta\mathbf{S}$,

$$\Delta\mathbf{S} = \Delta S\,\hat{\mathbf{n}}$$

છે. જ્યાં, ΔS ક્ષેત્રફળ ખંડનું માન છે અને $\hat{\mathbf{n}}$ નાના ΔS માટે સમતલ તરીકે ગણી શકાતા ક્ષેત્રફળ ખંડને લંબ છે. બંધ સપાટી માટેના ક્ષેત્રફળ ખંડ માટે $\hat{\mathbf{n}}$ ની દિશા, પ્રણાલિકા મુજબ, બહાર તરફના લંબની દિશા લેવાય છે.

15. *ગૉસનો નિયમ* : કોઈ પણ બંધ સપાટી Sમાંથી વિદ્યુતક્ષેત્રનું ફ્લક્સ, $1/\varepsilon_0$ ગુણ્યા S વડે ઘેરાતા વિદ્યુતભાર જેટલું છે. આ નિયમ ખાસ કરીને, જ્યારે ઉદ્‌ગમના વિતરણમાં સરળ સંમિતિ હોય ત્યારે વિદ્યુતક્ષેત્ર નક્કી કરવા માટે ઉપયોગી છે.

(i) પાતળા અનંત લંબાઈના સીધા તાર પર સમાન રેખીય વિદ્યુતભાર ઘનતા λ હોય, ત્યારે

$$\mathbf{E} = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}\,\hat{\mathbf{n}}$$

જ્યાં, r તારથી તે બિંદુનું લંબ અંતર છે. $\hat{\mathbf{n}}$ તારને લંબ અને તે બિંદુમાંથી પસાર થતા સમતલમાંનો ત્રિજ્યાવર્તી એકમ સદિશ છે.

(ii) પાતળા અનંત વિસ્તારના સમતલ પર વિદ્યુતભારની સમાન પૃષ્ઠઘનતા σ હોય, ત્યારે

$$\mathbf{E} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\,\hat{\mathbf{n}}$$

જ્યાં, $\hat{\mathbf{n}}$ દરેક બાજુએ સમતલને બહારની તરફ લંબ એકમ સદિશ છે.

(iii) પાતળા ગોળાકાર કવચ પર વિદ્યુતભારની સમાન પૃષ્ઠઘનતા σ હોય, ત્યારે

$$\mathbf{E} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\,\hat{\mathbf{r}} \qquad (r \geq R)$$

$$\mathbf{E} = 0 \qquad (r < R)$$

જ્યાં, r કવચના કેન્દ્રથી તે બિંદુનું અંતર અને R કવચની ત્રિજ્યા છે. q કવચ પરનો કુલ વિદ્યુતભાર છે : $q = 4\pi R^2\sigma$. કવચની બહારના બિંદુએ વિદ્યુતક્ષેત્ર, જાણે કવચનો બધો વિદ્યુતભાર તેના કેન્દ્ર પર કેન્દ્રિત થયો હોય તેમ ગણીને મળતા વિદ્યુતક્ષેત્ર જેટલું છે. સમાન વિદ્યુતભાર ઘનતા ધરાવતા નક્કર ગોળા માટે પણ તે સાચું છે. કવચની અંદરના બધા બિંદુઓએ વિદ્યુતક્ષેત્ર શૂન્ય છે.

ભૌતિકરાશિ	પ્રતિક	પરિમાણ	એકમ	નોંધ
સદિશ ક્ષેત્રફળ ખંડ	$\Delta \mathbf{S}$	$[L^2]$	m^2	$\Delta\mathbf{S} = \Delta S\,\hat{\mathbf{n}}$
વિદ્યુતક્ષેત્ર	$\mathbf{E}$	$[MLT^{-3}A^{-1}]$	$V\,m^{-1}$	
વિદ્યુત ફ્લક્સ	ϕ	$[ML^3T^{-3}A^{-1}]$	V m	$\Delta\phi = \mathbf{E}\cdot\Delta\mathbf{S}$
ડાયપોલ (દ્વિ-ધ્રુવી) ચાકમાત્રા	$\mathbf{p}$	[LTA]	C m	ઋણથી ધન વિદ્યુતભાર તરફનો સદિશ
વિદ્યુતભાર ઘનતા :				
રેખીય	λ	$[L^{-1}\,TA]$	$C\,m^{-1}$	વિદ્યુતભાર/લંબાઈ
પૃષ્ઠ	σ	$[L^{-2}\,TA]$	$C\,m^{-2}$	વિદ્યુતભાર/ક્ષેત્રફળ
કદ	ρ	$[L^{-3}\,TA]$	$C\,m^{-3}$	વિદ્યુતભાર/કદ

ગહન વિચારણાના મુદ્દાઓ

1. તમને કદાચ નવાઈ લાગશે કે બધા પ્રોટોન ધન વિદ્યુતભાર ધરાવતા હોવા છતાં ન્યુક્લિયસમાં ખીચોખીચ એકસાથે શા માટે રહેલાં છે ? તેઓ એકબીજાથી દૂર કેમ ભાગી જતા નથી ? તમે આગળ ઉપર શીખશો કે એક ત્રીજા પ્રકારનું મૂળભૂત બળ હોય છે જેને પ્રબળ બળ કહે છે, તે તેમને એકસાથે ભેગાં જકડી રાખે છે. આ બળ અંતરના જે વિસ્તારોમાં અસરકારક છે તે અત્યંત નાનું $\sim 10^{-14}$m છે અને ન્યુક્લિયસનું પરિમાણ પણ બરાબર આટલું જ છે. વળી ઇલેક્ટ્રૉનને પ્રોટોનની ઉપર એટલે કે ન્યુક્લિયસની અંદર, ક્વૉન્ટમ યંત્રશાસ્ત્રના નિયમોને લીધે બેસવા દેવામાં આવતા નથી. આ બાબત પરમાણુઓ કુદરતમાં જે બંધારણમાં અસ્તિત્વ ધરાવે છે તે દર્શાવે છે.
2. કુલંબ બળ અને ગુરુત્વ બળ એકસમાન વ્યસ્ત વર્ગનો નિયમ અનુસરે છે. પણ ગુરુત્વ બળને માત્ર એક જ ચિહ્ન જ (હંમેશા આકર્ષક) હોય છે, જ્યારે કુલંબ બળ બંને ચિહ્નો (આકર્ષી અને અપાકર્ષી)વાળું હોઈ શકે છે, આ કારણથી વિદ્યુતબળો એકબીજાને નાબૂદ કરી શકે છે. આ રીતે, ગુરુત્વાકર્ષણ ખૂબ નબળું બળ હોવા છતાં કુદરતમાં વર્ચસ્વ ધરાવનારું અને સર્વવ્યાપી હોઈ શકે છે.
3. જો વિદ્યુતભારનો એકમ કુલંબના નિયમ પરથી વ્યાખ્યાયિત કરવાનો હોય તો, કુલંબના નિયમમાં અચળાંક *k*, પસંદગીની બાબત છે. જો કે SI એકમોમાં, વિદ્યુતપ્રવાહ (A)ને તેની ચુંબકીય અસરો મારફતે (ઍમ્પિયરનો નિયમ) વ્યાખ્યાયિત કરાય છે અને વિદ્યુતભારનો એકમ માત્ર $1\ C = 1\ A\ s$ તરીકે વ્યાખ્યાયિત થાય છે. આ કિસ્સામાં *k*નું મૂલ્ય યાદચ્છિક લઈ શકાય નહિ. તે લગભગ $9 \times 10^9\ N\ m^2\ C^{-2}$ છે.
4. વિદ્યુત અસરોની દૃષ્ટિએ *k*નું મોટું મૂલ્ય એટલે કે વિદ્યુતભારના એકમ (1C)નું મોટું માપ એ કારણથી જણાય છે કે (ઉપરના મુદ્દા-3માં જણાવ્યા મુજબ) વિદ્યુતભારનો એકમ ચુંબકીય બળો (વિદ્યુતપ્રવાહ ધારિત તારો વચ્ચે લાગતાં બળ)ના પદમાં વ્યાખ્યાયિત કરવામાં આવે છે, આ ચુંબકીય બળો વિદ્યુતબળો કરતાં ઘણાં નબળાં હોય છે. આમ, ચુંબકીય અસરો માટે 1A એ વાજબી (Reasonable) માપનો એકમ છે, જ્યારે $1\ C = 1\ A\ s$ એ વિદ્યુત અસરો માટે બહુ મોટો એકમ છે.
5. વિદ્યુતભારનો ઉમેરો થવાનો ગુણધર્મ એ 'સ્વાભાવિક/સાહજિક' ગુણધર્મ નથી. તે એ હકીકત સાથે સંબંધ ધરાવે છે કે વિદ્યુતભાર સાથે કોઈ દિશા સંકળાયેલ નથી. વિદ્યુતભાર અદિશ છે.
6. વિદ્યુતભાર માત્ર ભ્રમણગતિ હેઠળ અદિશ (અથવા અફર) જ નથી પણ તે નિર્દેશ ફ્રેમની સાપેક્ષ ગતિમાં પણ અફર છે. દરેક અદિશ માટે આ હંમેશાં સાચું નથી હોતું. ઉદાહરણ તરીકે, ગતિઊર્જા ભ્રમણ ગતિ હેઠળ અફર અદિશ છે પણ સાપેક્ષ ગતિમાં રહેલ નિર્દેશ ફ્રેમ માટે અફર નથી.
7. અલગ કરેલાં તંત્રના કુલ વિદ્યુતભારનું સંરક્ષણ એ ઉપર મુદ્દા-6માં નોંધેલ વિદ્યુતભારના અદિશ સ્વરૂપથી સ્વતંત્ર એવો ગુણધર્મ છે. સંરક્ષણ, આપેલ નિર્દેશ ફ્રેમમાં સમય સાથેની અફરતાનો નિર્દેશ છે. કોઈક રાશિ અદિશ હોવા છતાં પણ સંરક્ષણ ન થતું હોય (ઉદાહરણ તરીકે અસ્થિતિ સ્થાપક સંઘાતમાં ગતિઊર્જા) એવું બની શકે છે. બીજી બાજુ, આપણને સંરક્ષણ પામતી સદિશ રાશિ (દા.ત., અલગ કરેલા તંત્રનું કોણીય વેગમાન) મળી શકે છે.
8. વિદ્યુતભારનું ક્વૉન્ટમીકરણ એ કુદરતનો (ન સમજાવાયેલો) મૂળભૂત નિયમ છે, એ નોંધવું રસપ્રદ છે કે દળના ક્વૉન્ટમીકરણ અંગે આવો કોઈ નિયમ નથી.
9. સંપાતપણાના સિદ્ધાંતને સાહજિક (સ્વાભાવિક) ગણી લેવો ન જોઈએ અથવા સદિશોના સરવાળાના નિયમ સાથે સરખાવવો ન જોઈએ. તે બે બાબતો જણાવે છે : એક વિદ્યુતભાર પર બીજા વિદ્યુતભારને લીધે લાગતું બળ, અન્ય વિદ્યુતભારોની હાજરીથી અસર પામતું નથી અને જ્યારે બે કરતાં વધુ જ વિદ્યુતભારો હોય ત્યારે કોઈ ત્રણ પદાર્થો માટેના કે ચાર પદાર્થો માટેના વગેરે જેવા વધારાના બળો ઉદ્ભવતાં નથી.

10. અલગ-અલગ (Discrete) વિદ્યુતભારોની સંરચનાને લીધે ઉદ્‌ભવતું વિદ્યુતક્ષેત્ર તે વિદ્યુતભારોનાં સ્થાનોએ વ્યાખ્યાયિત થયેલ નથી. સતત વિદ્યુતભાર વિતરણ માટે તે વિતરણમાંના ગમે તે બિંદુએ વ્યાખ્યાયિત કરેલ છે. સપાટી પરના વિદ્યુતભાર વિતરણ માટે સપાટીને આરપાર વિદ્યુતક્ષેત્ર અસતત છે.
11. કુલ વિદ્યુતભાર શૂન્ય ધરાવતી વિદ્યુતભાર સંરચનાને લીધે વિદ્યુતક્ષેત્ર શૂન્ય નથી. પરંતુ સંરચનાના માપ (પરિમાણ)ની સરખામણીએ મોટા અંતરો માટે તેનું ક્ષેત્ર $1/r^2$ કરતાં વધુ ઝડપથી ઘટતું જાય છે. એકલ વિદ્યુતભારનું ક્ષેત્ર તો $1/r^2$ મુજબ ઘટતું જાય છે. વિદ્યુત ડાયપોલ આ હકીકતનું સૌથી સાદું ઉદાહરણ છે.

સ્વાધ્યાય

1.1 2×10^{-7} C અને 3×10^{-7} C વિદ્યુતભાર ધરાવતા અને એકબીજાથી હવામાં 30 cm અંતરે રહેલા બે વિદ્યુતભારિત ગોળાઓ વચ્ચે કેટલું બળ લાગે ?

1.2 0.4 μC વિદ્યુતભાર ધરાવતા એક નાના ગોળા પર બીજા –0.8 μC વિદ્યુતભાર ધરાવતા નાના ગોળા વડે હવામાં લાગતું સ્થિતવિદ્યુત બળ 0.2 N છે.
(a) બે વિદ્યુતભારો વચ્ચેનું અંતર કેટલું હશે ?
(b) બીજા ગોળા પર પ્રથમ ગોળાને લીધે લાગતું બળ કેટલું હશે ?

1.3 $ke^2/G\, m_e m_p$ ગુણોત્તર પરિમાણરહિત છે તેમ ચકાસો. ભૌતિક અચળાંકો ધરાવતા કોષ્ટકમાં જુઓ અને આ ગુણોત્તરનું મૂલ્ય શોધો. આ ગુણોત્તર શું સૂચવે છે ?

1.4 (a) 'પદાર્થનો વિદ્યુતભાર ક્વૉન્ટમિત (Quantised) થયેલો છે.' – એ કથનનો અર્થ સમજાવો.
(b) સ્થૂળ એટલે કે મોટા માપક્રમ પર વિદ્યુતભારો સાથે કામ કરતી વખતે આપણે વિદ્યુતભારનું ક્વૉન્ટમીકરણ શા માટે અવગણી શકીએ છીએ ?

1.5 જ્યારે કાચના સળિયાને રેશમી કાપડ સાથે ઘસવામાં આવે છે ત્યારે, વિદ્યુતભાર બંને પર દેખા દે છે. આવી ઘટના પદાર્થોની અન્ય જોડીઓ માટે પણ જણાય છે. વિદ્યુતભાર સંરક્ષણના નિયમ સાથે આ બાબત કેવી રીતે સુસંગત છે તે સમજાવો.

1.6 ચાર બિંદુવત્ વિદ્યુતભારો $q_A = 2\mu C$, $q_B = -5\ \mu C$, $q_C = 2\ \mu C$ અને $q_D = -5\ \mu C$, એક 10 cmની બાજુવાળા ચોરસ ABCDના શિરોબિંદુઓ પર અનુક્રમે રહેલા છે. ચોરસના કેન્દ્ર પર મૂકેલા 1 μC વિદ્યુતભાર પર લાગતું બળ શોધો.

1.7 (a) સ્થિત વિદ્યુત ક્ષેત્ર રેખા એ સળંગ વક્ર છે. એટલે કે ક્ષેત્ર રેખાને અચાનક ભંગાણો (ગાબડાં, વિચ્છેદ) ન હોઈ શકે. આવું શા માટે ?
(b) બે ક્ષેત્ર રેખાઓ કોઈ બિંદુએ એકબીજાને શા માટે છેદતી નથી તે સમજાવો.

1.8 બે બિંદુવત્ વિદ્યુતભારો $q_A = 3\ \mu C$ અને $q_B = -3\ \mu C$ એકબીજાથી શૂન્યાવકાશમાં 20 cm દૂર રહેલા છે.
(a) બે વિદ્યુતભારોને જોડતી રેખાના મધ્યબિંદુ O આગળ વિદ્યુતક્ષેત્ર કેટલું હશે ?
(b) જો 1.5×10^{-9} C માન ધરાવતો એક ઋણ પરિક્ષણ વિદ્યુતભાર આ બિંદુએ મૂકવામાં આવે તો તેના પર લાગતું બળ કેટલું હશે ?

1.9 એક તંત્રમાં બે વિદ્યુતભારો $q_A = 2.5 \times 10^{-7}$ C અને $q_B = -2.5 \times 10^{-7}$ C અનુક્રમે A : (0, 0, –15 cm) અને B : (0, 0, +15 cm) બિંદુઓએ રહેલા છે. તંત્રનો કુલ વિદ્યુતભાર અને વિદ્યુત ડાયપોલ ચાકમાત્રા શોધો.

1.10 4×10^{-9} C mની ડાયપોલ ચાકમાત્રા ધરાવતી એક વિદ્યુત ડાયપોલ $5 \times 10^4\ N\,C^{-1}$નું માન ધરાવતા સમાન વિદ્યુતક્ષેત્ર સાથે 30°ના કોણે રહેલી છે. આ ડાયપોલ પર લાગતા ટોર્કનું માન શોધો.

1.11 ઊન સાથે ઘસેલા એક પોલીથીન ટુકડા પર 3×10^{-7} C ઋણ વિદ્યુતભાર છે.
(a) સ્થાનાંતરિત થયેલા ઈલેક્ટ્રૉનની સંખ્યા શોધો. તેઓ શાના પરથી શાના પર સ્થાનાંતરિત થયા છે ?
(b) ઊનથી પોલીથીન તરફ દળનું સ્થાનાંતર થયેલ છે ?

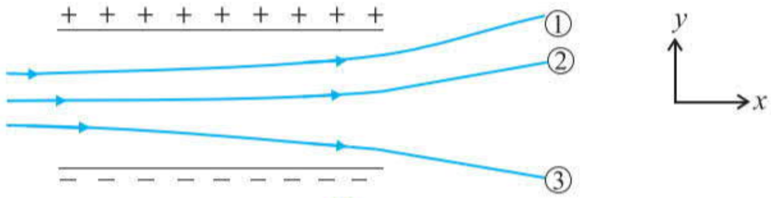
1.12 (a) કૉપરના અલગ કરેલા બે ગોળાઓ A અને Bનાં કેન્દ્રો વચ્ચેનું અંતર 50 cm છે. જો દરેક પરનો વિદ્યુતભાર 6.5×10^{-7} C હોય તો તેમની વચ્ચે પરસ્પર લાગતું અપાકર્ષણનું બળ

કેટલું હશે ? A અને B વચ્ચેના અંતરની સરખામણીએ તેમની ત્રિજ્યાઓ અવગણી શકાય તેવી છે.

(b) જો આ દરેક ગોળા પરનો વિદ્યુતભાર બમણો કરવામાં આવે અને તેમની વચ્ચેનું અંતર અડધું કરવામાં આવે તો કેટલું અપાકર્ષણ બળ લાગશે ?

1.13 ધારોકે સ્વાધ્યાય 1.12માંના બંને ગોળાઓ એકસમાન માપના છે. ત્રીજો તેમના જેવો જ પણ વિદ્યુતભારરહિત ગોળો પ્રથમ ગોળા સાથે સંપર્કમાં લાવી ત્યારબાદ બીજા ગોળા સાથે સંપર્કમાં લાવી તે બંનેથી દૂર કરવામાં આવે છે. હવે A અને B વચ્ચેનું નવું અપાકર્ષણ બળ કેટલું હશે ?

1.14 આકૃતિ 1.33 સમાન વિદ્યુતક્ષેત્રમાં ત્રણ વિદ્યુતભારોનાં ગતિપથ દર્શાવે છે. ત્રણ વિદ્યુતભારોનાં ચિહ્ન આપો. કયા કણ માટે વિદ્યુતભાર અને દળનો ગુણોત્તર મહત્તમ હશે ?



આકૃતિ 1.33

1.15 એકસમાન વિદ્યુતક્ષેત્ર $\mathbf{E} = 3 \times 10^3\ \hat{\mathbf{i}}$ N/Cનો વિચાર કરો.

(a) *yz* સમતલને સમાંતરે જેનું સમતલ હોય તેવા 10 cmની બાજુવાળા ચોરસમાંથી આ ક્ષેત્રનું ફ્લક્સ કેટલું હશે ?

(b) જો આ જ ચોરસના સમતલને દોરેલો લંબ *x*-અક્ષ સાથે 60°નો કોણ બનાવે તો તેમાંથી ફ્લક્સ કેટલું હશે ?

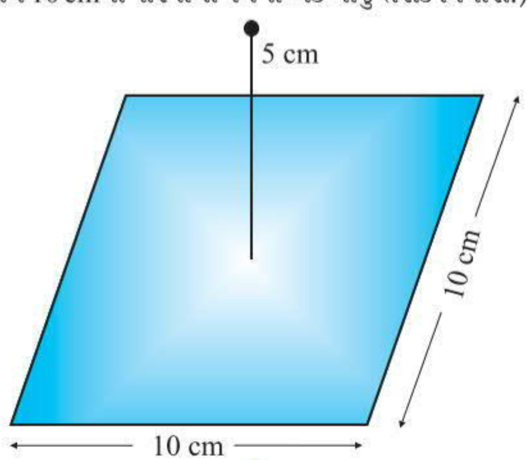
1.16 20 cmની બાજુવાળા એક ઘન કે જેની બાજુઓ યામ સમતલોને સમાંતર રાખેલ હોય તેમાંથી સ્વાધ્યાય 1.15માં દર્શાવેલ વિદ્યુતક્ષેત્રનું ફ્લક્સ કેટલું હશે ?

1.17 એક બ્લૅક બૉક્સની સપાટી આગળના વિદ્યુતક્ષેત્રની કાળજીપૂર્વકની માપણી દર્શાવે છે કે બૉક્સની સપાટીમાંથી બહારની તરફનું કુલ ફ્લક્સ $8.0 \times 10^3\ \mathrm{Nm^2/C}$ છે.

(a) બૉક્સની અંદરનો કુલ વિદ્યુતભાર કેટલો હશે ?

(b) જો બૉક્સની સપાટીમાંથી બહારની તરફનું કુલ (Net) ફ્લક્સ શૂન્ય હોત તો તમે એવો નિષ્કર્ષ તારવી શક્યા હોત કે બૉક્સમાં કોઈ વિદ્યુતભાર નથી ? આવું હોય તો કેમ અથવા ન હોય તો પણ કેમ ?

1.18 આકૃતિ 1.34માં દર્શાવ્યા મુજબ 10 cm બાજુવાળા એક ચોરસના કેન્દ્રથી બરાબર ઉપર 5 cm અંતરે +10 μC બિંદુવત્ વિદ્યુતભાર રહેલો છે. ચોરસમાંથી વિદ્યુત ફ્લક્સનું મૂલ્ય કેટલું હશે ? (સૂચન : ચોરસને 10 cmની ધારવાળા ઘનની એક બાજુ તરીકે વિચારો.)



આકૃતિ 1.34

1.19 9.0 cmની ધારવાળા એક ઘનાકાર ગૉસિયન સપાટીના કેન્દ્ર પર 2.0 μC વિદ્યુતભાર રહેલો છે. આ સપાટીમાંથી કુલ વિદ્યુત ફ્લક્સ કેટલું હશે ?

1.20 10.0 cm ત્રિજ્યા ધરાવતી ગોળાકાર ગૉસિયન સપાટીના કેન્દ્ર પર મૂકેલા બિંદુવત વિદ્યુતભારને લીધે તે સપાટીમાંથી -1.0×10^3 Nm^2/Cનું ફ્લક્સ પસાર થાય છે.
(a) જો ગૉસિયન સપાટીની ત્રિજ્યા બમણી કરવામાં આવી હોત તો સપાટીમાંથી કેટલું ફ્લક્સ પસાર થતું હોત ?
(b) બિંદુવત્ વિદ્યુતભારનું મૂલ્ય કેટલું હશે ?

1.21 10 cm ત્રિજ્યાના એક વાહક ગોળા પર અજ્ઞાત વિદ્યુતભાર છે. ગોળાના કેન્દ્રથી 20 cm દૂરના બિંદુએ વિદ્યુતક્ષેત્ર -1.5×10^3 N/C ત્રિજ્યાવર્તી દિશામાં અંદરની તરફ હોય તો ગોળા પરનો કુલ વિદ્યુતભાર કેટલો હશે ?

1.22 2.4 mનો વ્યાસ ધરાવતા એક સમાન વિદ્યુતભારિત ગોળા પર વિદ્યુતભારની પૃષ્ઠ ઘનતા 80.0 μC/m^2 છે.
(a) ગોળા પરનો વિદ્યુતભાર શોધો.
(b) ગોળાની સપાટીમાંથી બહાર જતું કુલ વિદ્યુત ફ્લક્સ કેટલું હશે ?

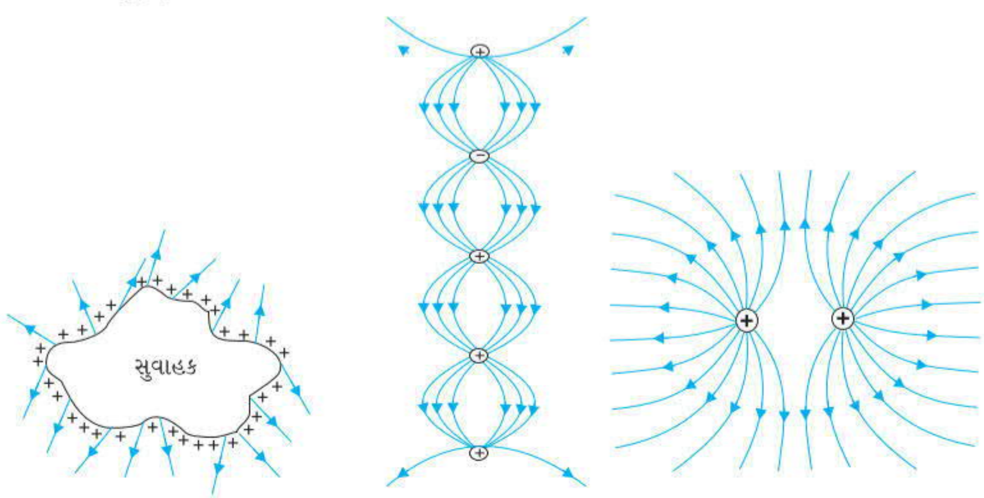
1.23 એક અનંત લંબાઈનો રેખીય વિદ્યુતભાર 2 cm અંતરે 9×10^4 N/C વિદ્યુતક્ષેત્ર ઉત્પન્ન કરે છે. રેખીય વિદ્યુતભાર ઘનતા ગણો.

1.24 બે મોટી, પાતળી ધાતુની પ્લેટો એકબીજાની નજીક અને સમાંતર છે. તેમની અંદરની બાજુઓ પર વિરૂદ્ધ ચિહ્નો ધરાવતી અને 17.0×10^{-22} C/m^2 મૂલ્યની વિદ્યુતભારની પૃષ્ઠ ઘનતા છે.
(a) પ્રથમ પ્લેટની બહારના વિસ્તારમાં
(b) બીજી પ્લેટની બહારના વિસ્તારમાં અને
(c) બંને પ્લેટોની વચ્ચેના વિસ્તારમાં, વિદ્યુતક્ષેત્ર **E** શોધો.

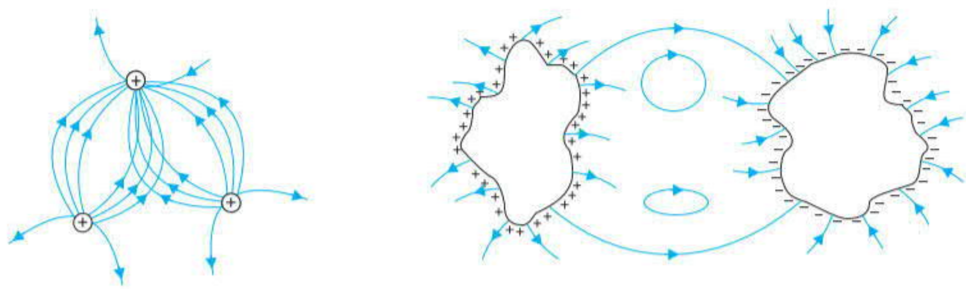
વધારાના સ્વાધ્યાય

1.25 મિલિકનના ઑઇલ ડ્રોપ પ્રયોગમાં 12 વધારાના ઇલેક્ટ્રૉન ધરાવતું એક ઑઇલ ડ્રોપ 2.55×10^4N C^{-1}ના સમાન વિદ્યુતક્ષેત્રની અસર હેઠળ સ્થિર રાખવામાં આવ્યું છે. જો ઑઇલની ઘનતા 1.26 g cm^{-3} હોય તો તે ડ્રોપની ત્રિજ્યા શોધો. (g = 9.81 m s^{-2}, $e = 1.60 \times 10^{-19}$ c)

1.26 આકૃતિ 1.35માં દર્શાવેલ વક્રો પૈકી કયો/કયા વક્ર સ્થિતવિદ્યુત ક્ષેત્ર રેખાઓ રજૂ કરી શકશે નહિ ?



(a) (b) (c)



(d) (e)

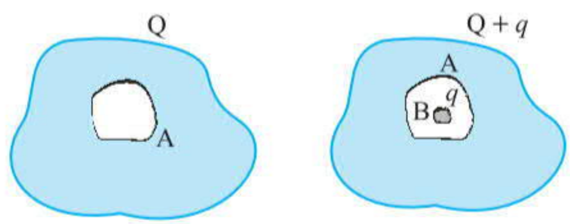
આકૃતિ 1.35

1.27 અવકાશના અમુક વિસ્તારમાં બધે વિદ્યુતક્ષેત્ર z-દિશામાં છે. જો કે, વિદ્યુતક્ષેત્રનું માન અચળ નથી પણ ધન z-દિશામાં નિયમિત રીતે દર મીટરે 10^5 N C^{-1}ના દરથી વધે છે. ઋણ z-દિશામાં 10^{-7} C m કુલ ડાયપોલ ચાકમાત્રા ધરાવતા તંત્ર વડે અનુભવાતા બળ અને ટોર્ક કેટલાં હશે ?

1.28 (a) આકૃતિ 1.36(a)માં દર્શાવ્યા મુજબ એક બખોલ (Cavity) ધરાવતા સુવાહક Aને Q વિદ્યુતભાર આપેલ છે. દર્શાવો કે સમગ્ર વિદ્યુતભાર સુવાહકની બહારની સપાટી પર જ દૃશ્યમાન થશે.

(b) q વિદ્યુતભાર ધરાવતો બીજો સુવાહક, કેવીટી (બખોલ)ની અંદર Aથી અલગ રહે તેમ દાખલ કરેલ છે. દર્શાવો કે Aની બહારની સપાટી પરનો કુલ વિદ્યુતભાર $Q + q$ (આકૃતિ 1.36(b)) છે.

(c) એક સંવેદી ઉપકરણને તેના પરિસરમાંના (આસપાસના) પ્રબળ સ્થિતવિદ્યુત ક્ષેત્રોથી બચાવવું (Shield કરવું) છે. આ માટે એક શક્ય ઉપાય સૂચવો.



(a) (b)

આકૃતિ 1.36

1.29 એક પોલા વિદ્યુતભારિત સુવાહકની સપાટી પર એક નાનું છિદ્ર કાપેલ છે. દર્શાવો કે તે છિદ્રમાં વિદ્યુતક્ષેત્ર $(\sigma/2\varepsilon_0)\,\hat{\mathbf{n}}$ છે. જ્યાં, $\hat{\mathbf{n}}$ બહાર તરફની લંબ દિશામાંનો એકમ સદિશ છે અને σ છિદ્રની નજીક વિદ્યુતભારની પૃષ્ઠઘનતા છે.

1.30 ગૉસના નિયમનો ઉપયોગ કર્યા સિવાય વિદ્યુતભારની સમાન રેખીય ઘનતા λ ધરાવતા લાંબા પાતળા તારને લીધે ઉદ્ભવતા વિદ્યુતક્ષેત્રનું સૂત્ર મેળવો. (સૂચન : કુલંબના નિયમનો સીધો ઉપયોગ કરો અને જરૂરી સંકલનની ગણતરી કરો.)

1.31 હવે એવું માનવામાં આવે છે કે પ્રોટોન અને ન્યૂટ્રૉન (જે સામાન્ય દ્રવ્યના ન્યુક્લિયસોની રચના કરે છે.) પોતે પણ ક્વાર્ક્સ તરીકે ઓળખાતા વધારે પ્રાથમિક એકમોના બનેલા છે. એક પ્રોટોન અને એક ન્યૂટ્રૉન દરેક, ત્રણ ક્વાર્ક્સના બનેલા છે. (u વડે દર્શાવાતા) કહેવાતા *up* ક્વાર્ક જેનો વિદ્યુતભાર $+(2/3)e$ છે અને (d વડે દર્શાવાતા) કહેવાતા down ક્વાર્ક જેનો વિદ્યુતભાર $(-1/3)e$ છે અને ઇલેક્ટ્રૉન એ બધા ભેગાં મળીને સામાન્ય દ્રવ્ય બનાવે છે. (બીજા પ્રકારના ક્વાર્ક પણ શોધાયા છે જેઓ દ્રવ્યના વિવિધ અસામાન્ય પ્રકાર ઉપજાવે છે.) પ્રોટોન અને ન્યૂટ્રૉન માટે શક્ય ક્વાર્ક બંધારણનું સૂચન કરો.

1.32 (a) એક યાદચ્છિક સ્થિત વિદ્યુત ક્ષેત્ર સંરચનાનો વિચાર કરો. આ સંરચનાના તટસ્થબિંદુ (એટલે કે જ્યાં **E** = 0 હોય) એ એક નાનો પરિક્ષણ વિદ્યુતભાર મૂકેલ છે. દર્શાવો કે વિદ્યુતભારનું સંતુલન અસ્થાયી જ છે.

(b) બે સમાન ચિહ્ન અને મૂલ્ય ધરાવતા અને એકબીજાથી અમુક અંતરે મૂકેલા બે વિદ્યુતભારોની સાદી સંરચના માટે આ પરિણામ ચકાસો.

1.33 m દળ અને $(-q)$ વિદ્યુતભાર ધરાવતો એક કણ બે વિદ્યુતભારિત પ્લેટોની વચ્ચે υ_x વેગથી પ્રારંભમાં x-અક્ષને સમાંતરે દાખલ થાય છે (આકૃતિ 1.33માં કણ-1ની જેમ). દરેક પ્લેટની લંબાઈ L છે અને પ્લેટો વચ્ચે સમાન વિદ્યુતક્ષેત્ર જાળવી રાખવામાં આવે છે. દર્શાવો કે પ્લેટના દૂરના છેડે કણનું શિરોલંબ વિચલન $qEL^2/2m\upsilon_x^2$ છે.

ધોરણ XI, ભૌતિકવિજ્ઞાન પાઠ્યપુસ્તકના પરિચ્છેદ 4.10માં ચર્ચેલ પ્રક્ષિપ્ત પદાર્થની ગુરુત્વીય ક્ષેત્રમાંની ગતિ સાથે આ ગતિને સરખાવો.

1.34 ધારોકે સ્વાધ્યાય 1.33માંનો કણ $\upsilon_x = 2.0 \times 10^6$ m s^{-1} વેગથી પ્રક્ષિપ્ત કરેલો ઇલેક્ટ્રૉન છે. 0.5 cmનું અંતર ધરાવતી પ્લેટો વચ્ચેનું E, જો 9.1×10^2 N/C હોય તો ઇલેક્ટ્રૉન ઉપરની પ્લેટને ક્યાં અથડાશે ? $(|e| = 1.6 \times 10^{-19}$ C, $m_e = 9.1 \times 10^{-31}$ $kg)$