باب

2

ایک متغیر والی خطی مساوات

4817CH02

2.1 تعارف

پچھلی جماعتوں میں آپ بہت سی الجبری عبارتوں اور مساوات کے بارے میں پڑھ چکے ہیں ان میں سے الجبری عبارت کی کچھ مثالیں نیچے دی گئی ہیں:

$$5x,\ 2x-3,\ 3x+y,\ 2xy+5,\ xyz+x+y+z,\ x^2+1,\ y+y^2$$

مساوات کی کچھ مثالیں ہیں: $5x=25,\ 2x-3=9,\ \ 2y+\frac{5}{2}=\frac{37}{2},\ 6z+10=-2$

یاد کیجیے کہ مساوات کے لیے برابر (=) کا نشان استعمال کیا جاتا ہے؛ یہ نشان عبارتوں میں استعمال نہیں ہوتا۔

اوپر دی گئی بہت سی عبارتوں میں ایک سے زیادہ متغیر ہیں۔ مثال کے طور پر $2xy+5$ میں دو متغیر ہیں۔ حالاں کہ جب ہم مساوات بناتے ہیں تو ہم صرف ایک متغیر تک ہی محدود رہتے ہیں۔ مزید یہ کہ جن عبارتوں کا ہم مساوات بنانے میں استعمال کرتے ہیں وہ خطی ہیں یعنی عبارتوں میں موجود متغیر کی سب سے بڑی قوت 1 ہے۔

یہ خطی عبارتیں ہیں:

$$2x,\ 2x+1,\ 3y-7,\ 12-5z,\ \frac{5}{4}(x-4)+10$$

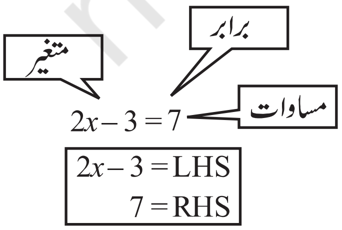
یہ خطی عبارتیں نہیں ہیں:

$x^2+1,\ y+y^2,\ 1+z+z^2+z^3$ (کیوں کہ متغیر کی سب سے بڑی قوت 1 سے زیادہ ہے یعنی >1)

یہاں ہم صرف ایک متغیر والی خطی مساواتوں پر ہی غور کریں گے۔ ایسی مساوات **ایک متغیر والی خطی مساوات** کہلاتی ہیں۔ ایسی تمام مساواتیں جو آپ پچھلی جماعتوں میں پڑھ چکے ہیں وہ سب اسی قسم کی تھیں۔

آیئے اب ہم مختصراً سابقہ معلومات کو دوہراتے ہیں:

(a) ایک الجبری مساوات، متغیروں پر مشتمل ایک برابری ہے۔ اس میں ایک برابر کا نشان ہوتا ہے۔ برابر کے نشان کے بائیں طرف جو عبارت ہوتی ہے اسے LHS (*Left Hand Side*) کہتے ہیں اور عبارت جو برابر کے نشان کے دائیں طرف ہوتی ہیں، انہیں RHS (*Right Hand Side*) کہتے ہیں۔



© NCERT not to be republished

کیا آپ کو یاد ہے کہ حل $\left(\frac{-5}{2}\right)$ ایک ناطق عدد ہے؟ ساتویں جماعت میں ہم نے جو مساواتیں حل کیں ہیں ان میں ایسے حل نہیں تھے۔

مثال 3 : $\frac{x}{3}+\frac{5}{2}=-\frac{3}{2}$ کو حل کیجیے

حل : $\frac{5}{2}$ کو RHS لے جانے پر ہمیں حاصل ہوتا ہے $\frac{x}{3}=\frac{-3}{2}-\frac{5}{2}=-\frac{8}{2}$

یا $\frac{x}{3}=-4$

دونوں طرف 3 سے ضرب کرنے پر، $x=-4\times 3$

یا $x=-12$ (حل)

جانچ : $\text{LHS}=-\frac{12}{3}+\frac{5}{2}=-4+\frac{5}{2}=\frac{-8+5}{2}=\frac{-3}{2}=\text{RHS}$ (مطلوب ہے)

کیا آپ نے غور کیا کہ یہ ضروری نہیں ہے کہ مساوات میں متغیر کا ضریب صحیح عدد ہی ہو؟

مثال 4 : $\frac{15}{4}-7x=9$ کا حل معلوم کیجیے

حل : ہمارے پاس ہے $\frac{15}{4}-7x=9$

یا $-7x=9-\frac{15}{4}$ ($\frac{15}{4}$ کو RHS لے جانے پر)

یا $-7x=\frac{21}{4}$

یا $x=\frac{21}{4\times(-7)}$ (دونوں طرف -7 سے تقسیم کرنے پر)

یا $x=-\frac{3\times 7}{4\times 7}$

یا $x=-\frac{3}{4}$ (حل)

جانچ : $\text{LHS}=\frac{15}{4}-7\left(\frac{-3}{4}\right)=\frac{15}{4}+\frac{21}{4}=\frac{36}{4}=9$ RHS (مطلوب ہے)

© NCERT not to be republished

(b) ایک مساوات میں LHS کی عبارت اور RHS کی عبارت کی قدریں برابر ہوتی ہیں یہ متغیر صرف کچھ قدروں کے لیے ہی صحیح ہوگا۔ان قدروں کو مساوات کا حل کہتے ہیں۔

$x = 5$ مساوات $2x - 3 = 7$ کا حل ہے۔
$x = 5$ کے لیے،
$LHS = 2 \times 5 - 3 = 7 = RHS$
دوسری طرف $x = 10$ مساوات کا حل نہیں ہے۔
کیوں کہ $x = 10$ کے لیے $LHS = 2 \times 10 - 3 = 17$ ہے۔ یہ RHS کے برابر نہیں ہے

(c) کسی مساوات کا حل کیسے معلوم کیا جاتا ھے؟

فرض کیجیے کہ مساوات دونوں جانب سے متوازن ہیں۔ ہم مساوات کے دونوں طرف ریاضی کا ایک ہی عمل دوہراتے ہیں تا کہ مساوات کا توازن نہ بگڑے۔ ایسے ہی کچھ اقدام کے بعد مساوات کا حل حاصل ہوجاتا ہے۔

2.2 ایسی مساواتوں کا حل جن میں برابر کے نشان کے ایک طرف عبارت اور دوسری طرف کوئی عدد آئے

آیئے کچھ مثالوں کے ذریعہ مساواتوں کو حل کرنے کی تکنیک کو دوہراتے ہیں۔ ان کے حل پر غور کیجیے؛ یہ کوئی بھی ناطق عدد ہوسکتا ہے۔

مثال 1 : $2x - 3 = 7$ کا حل معلوم کیجیے

حل :

قدم 1 دونوں طرف 3 جمع کیجیے

$2x - 3 + 3 = 7 + 3$ (توازن نہیں بگڑتا)

یا $2x = 10$

قدم 2 اب دونوں طرف 2 سے تقسیم کیجیے

$$\frac{2x}{2} = \frac{10}{2}$$

یا $x = 5$ (مطلوبہ حل ہے)

مثال 2 : $2y + 9 = 4$ کو حل کیجیے

حل : 9 کو دائیں طرف (RHS) لے جانے پر

$2y = 4 - 9$

یا $2y = -5$

دونوں طرف 2 سے تقسیم کرنے پر، $y = \frac{-5}{2}$ (حل)

جواب کی جانچ : $LHS = 2\left(\frac{-5}{2}\right) + 9 = -5 + 9 = 4 = RHS$ (مطلوب ہے)

© NCERT not to be republished

مثال 5 : عدد $\frac{-7}{3}$ کے دُگنے میں کیا جمع کیا جائے کہ $\frac{3}{7}$ حاصل ہو؟

حل : ناطق عدد $\frac{-7}{3}$ کا دوگنا $\frac{-14}{3} = 2 \times \left(\frac{-7}{3}\right)$ ہے۔ مان لیجیے عدد x کو اس میں جمع کرنے پر $\frac{3}{7}$ حاصل ہوتا ہے یعنی

$$x + \left(\frac{-14}{3}\right) = \frac{3}{7}$$

یا
$$x - \frac{14}{3} = \frac{3}{7}$$

یا
$$x = \frac{3}{7} + \frac{14}{3}$$
($\frac{14}{3}$ کو RHS لے جانے پر)

$$= \frac{(3 \times 3) + (14 \times 7)}{21} = \frac{9 + 98}{21} = \frac{107}{21}$$

اس لیے $\frac{3}{7}$ حاصل کرنے کے لیے $2 \times \left(\frac{-7}{3}\right)$ میں $\frac{107}{21}$ جمع کرنا پڑے گا۔

مثال 6 : ایک مستطیل کا احاطہ 13 سینٹی میٹر ہے اور اس کی چوڑائی $2\frac{3}{4}$ سینٹی میٹر ہے۔ اس کی لمبائی معلوم کیجیے۔

حل : مان لیجیے مستطیل کی لمبائی x سینٹی میٹر ہے۔

مستطیل کا احاطہ = 2 × (لمبائی + چوڑائی)

$$= 2 \times \left(x + 2\frac{3}{4}\right)$$

$$= 2\left(x + \frac{11}{4}\right)$$

احاطہ 13 سینٹی میٹر دیا ہوا ہے۔ اس لیے

$$2\left(x + \frac{11}{4}\right) = 13$$

یا
$$x + \frac{11}{4} = \frac{13}{2}$$
(دونوں طرف 2 سے تقسیم کرنے پر)

یا
$$x = \frac{13}{2} - \frac{11}{4}$$

یا
$$= \frac{26}{4} - \frac{11}{4} = \frac{15}{4} = 3\frac{3}{4}$$

اس لیے مستطیل کی لمبائی $3\frac{3}{4}$ سینٹی میٹر ہے۔

© NCERT not to be republished

مشق 2.1

مندرجہ ذیل مساواتوں کو حل کیجیے۔

1. $x - 2 = 7$
2. $y + 3 = 10$
3. $6 = z + 2$
4. $\frac{3}{7} + x = \frac{17}{7}$
5. $6x = 12$
6. $\frac{t}{5} = 10$
7. $\frac{2x}{3} = 18$
8. $1.6 = \frac{y}{1.5}$
9. $7x - 9 = 16$
10. $14y - 8 = 13$
11. $17 + 6p = 9$
12. $\frac{x}{3} + 1 = \frac{7}{15}$

2.3 کچھ استعمال

ہم ایک آسان مثال سے بات شروع کرتے ہیں۔

دو اعداد کا حاصل جمع 74 ہے۔ان میں ایک عدد دوسرے سے 10 زیادہ ہے۔ وہ اعداد کیا ہیں؟

یہ ایک پہیلی ہے— ہم دونوں میں سے کسی بھی عدد کے بارے میں نہیں جانتے اور ہمیں دونوں عدد معلوم کرنے ہیں۔ ہمیں دو شرطیں دی گئی ہیں۔

(i) ایک عدد دوسرے سے 10 زیادہ ہے۔

(ii) ان کا حاصل جمع 74 ہے۔

ہم ساتویں جماعت میں پڑھ چکے ہیں کہ ایسی صورت میں کیسے آگے بڑھا جاتا ہے۔ اگر ہم چھوٹے عدد کو x مانتے ہیں تو بڑا عدد اس سے 10 زیادہ ہوگا یعنی وہ $x + 10$ ہوگا۔ دوسری شرط کے مطابق دونوں اعداد یعنی x اور $x + 10$ کا حاصل جمع 74 ہے۔

یعنی $x + (x + 10) = 74$

یا $2x + 10 = 74$

10 کو RHS لے جانے پر $2x = 74 - 10$

یا $2x = 64$

دونوں طرف 2 سے تقسیم کرنے پر $x = 32$ یہ ایک عدد ہے۔

دوسرا عدد ہے $x + 10 = 32 + 10 = 42$

اس لیے مطلوبہ اعداد 32 اور 42 ہیں (ان کا حاصل جمع 74 ہے اور ایک عدد دوسرے سے 10 بڑا بھی ہے۔)

یہ طریقہ کتنا مفید ہے یہ دکھانے کے لیے آئیے ہم کچھ اور مثالوں پر غور کریں۔

© NCERT not to be republished

اس طرح سے 5 روپیوں کے سکّوں کی تعداد ہے = $x = 7$

اور دو روپیوں کے سکّوں کی تعداد ہے = $3x = 21$ (حل)

(آپ جانچ کرسکتے ہیں کہ بنسی کے پاس کل 77 ₹ ہیں)

مثال 9 : 11 کے تین لگاتار اضعاف کا حاصل جمع 363 ہے۔ ان اضعاف کو معلوم کیجیے۔

حل : اگر 11 کا ایک ضعف x ہے تو اگلا ضعف $x + 11$ ہوگا اور اس سے اگلا $x + 11 + 11$ یا $x + 22$ ہوگا۔ اس طرح سے ہم x کے تین لگاتار اضعاف x, $x + 11$ اور $x + 22$ لے سکتے ہیں۔

دیا گیا ہے کہ ان لگاتار اضعاف کا حاصل جمع 363 ہے۔ اس سے ہمیں مندرجہ ذیل مساوات حاصل ہوتی ہیں:

$$x + (x + 11) + (x + 22) = 363$$

یا $x + x + 11 + x + 22 = 363$

یا $3x + 33 = 363$

یا $3x = 363 - 33$

یا $3x = 330$

یا $x = \frac{330}{3}$

$= 110$

> متبادل طریقے سے ہم 11 کے اضعاف x سے پہلے بھی سوچ سکتے ہیں۔ یہ $(x - 11)$ ہے۔ اس طرح سے ہم 11 کے تین لگاتار اضعاف یعنی $x - 11, x, x + 11$ بھی لے سکتے ہیں۔
>
> اس حالت میں ہماری مساوات $(x - 11) + x + (x + 11) = 363$ بنے گی
>
> یا $3x = 363$
>
> یا $x = \frac{363}{3} = 121$ اس طرح سے،
>
> $x = 121,\ x - 11 = 110,\ x + 11 = 132$
>
> لہٰذا تین لگاتار اضعاف 110، 121، 132 ہیں۔

اس طرح سے 11 کے تین لگاتار اضعاف 110، 121 اور 132 ہیں (جواب)۔

ہم دیکھ سکتے ہیں کہ کسی بھی سوال کا حل معلوم کرنے کے لیے ہم مختلف طریقے استعمال کرسکتے ہیں۔

مثال 10 : دو مکمل اعداد کا فرق 66 ہے۔ اور ان دونوں اعداد کی نسبت $2 : 5$ ہے۔ دونوں اعداد معلوم کیجیے۔

حل : کیوں کہ دونوں اعداد کی نسبت $2:5$ ہے اس لیے ہم ایک عدد $2x$ اور دوسرا عدد $5x$ لے سکتے ہیں۔

(نوٹ $2x : 5x$ اور $2 : 5$ مساوی ہیں)۔

ان دونوں اعداد کا فرق $(5x - 2x)$ ہے۔ یہ فرق 66 دیا گیا ہے۔ اس لیے،

$$5x - 2x = 66$$

یا $3x = 66$

یا $x = 22$

© NCERT not to be republished

مثال 7 : ساحل کی ماں کی موجودہ عمر ساحل کی عمر کی تین گنا ہے۔ پانچ سال بعد ان کی عمروں کا حاصل جمع 66 سال ہوگا۔ ان کی موجودہ عمر معلوم کیجیے۔

حل : مان لیجیے ساحل کی موجودہ عمر x سال ہے۔

	ساحل	ماں	حاصل جمع
موجودہ عمر	x	$3x$	
5 سال بعد کی عمر	$x+5$	$3x+5$	$4x+10$

یہ دیا گیا ہے کہ حاصل جمع 66 سال ہے۔

ہم ساحل کی پانچ سال بعد کی عمر کو بھی x مان کر آگے بڑھ سکتے ہیں۔ کیوں نہ آپ اسی طرح آگے بڑھنے کی کوشش کیجیے؟

اس لیے $4x + 10 = 66$

اس مساوات سے ساحل کی موجودہ عمر x سال معلوم ہوتی ہے۔

مساوات کو حل کرنے کے لیے ہم 10 کو دائیں جانب (RHS) لے جاتے ہیں۔

$$4x = 66 - 10$$

یا $4x = 56$

یا $x = \frac{56}{4} = 14$ (حل)

اس طرح ساحل کی موجودہ عمر 14 سال اور اس کی ماں کی عمر 42 سال ہے (آپ آسانی سے اس کی جانچ کر سکتے ہیں کہ 5 سال بعد ان کی عمروں کا حاصل جمع 66 سال ہوگا)۔

مثال 8 : بنسی کے پاس جتنے 5 روپیے کے سکّے ہیں اس کے تین گنا دو روپیے کے سکّے ہیں۔ اگر اس کے پاس کل رقم 77 روپیے ہے تو اس کے پاس ہر قسم کے کتنے سکے ہیں؟

حل : مان لیجیے بنسی کے پاس پانچ روپیوں کے x سکّے ہیں۔ تب اس کے پاس دو روپیے والے سکّے x کے 3 گنا یعنی $3x$ ہیں۔

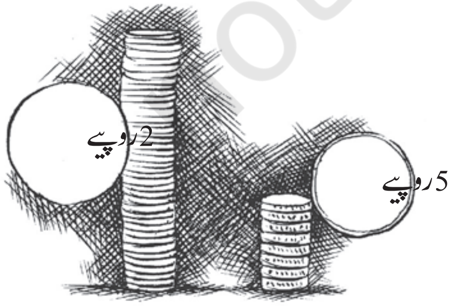
بنسی کے پاس کل رقم ہے:

(i) 5 روپیوں کے سکّوں سے ملی رقم $₹5 \times x = ₹5x$

(ii) دو روپیوں کے سکّوں سے ملی رقم $₹2 \times 3x = ₹6x$

اس طرح سے اس کے پاس کل رقم ہے $= 11x$ روپیے

لیکن یہ رقم 77 روپیے ہے، اس لیے



$$11x = 77$$

یا $x = \frac{77}{11} = 7$

© NCERT not to be republished

4. دو اعداد کا حاصل جمع 95 ہے۔ اگر ایک عدد دوسرے سے 15 زیادہ ہے تو اعداد معلوم کیجیے؟

5. دو اعداد میں 3 : 5 کی نسبت ہے۔ اگر ان میں 18 کا فرق ہے تو اعداد معلوم کیجیے؟

6. تین لگاتار صحیح اعداد کو جمع کرنے پر 51 حاصل ہوتا ہے۔ صحیح اعداد معلوم کیجیے؟

7. 8 کے تین لگاتار اضعاف کا حاصل جمع 888 ہے۔ اضعاف معلوم کیجیے؟

8. تین لگاتار صحیح اعداد اس طرح سے لیے گئے ہیں کہ اگر ان کو بڑھتی ہوئی ترتیب میں بالترتیب 2 ، 3 اور 4 سے ضرب کر کے جمع کریں تو حاصل جمع 74 ہوتا ہے۔ ان اعداد کو معلوم کیجیے؟

9. راہل اور ہارون کی عمر کی نسبت 5:7 ہے۔ چار سال بعد ان کی عمر کا حاصل جمع 56 سال ہوگا۔ ان کی موجودہ عمر معلوم کیجیے؟

10. ایک کلاس میں لڑکے اور لڑکیوں کی تعداد میں 5 : 7 کی نسبت ہے۔ لڑکوں کی تعداد لڑکیوں کی تعداد سے 8 زیادہ ہے۔ کلاس میں طلبا کی کل تعداد معلوم کیجیے؟

11. بائی چنگ کے والد اس کے دادا سے 26 سال چھوٹے اور بائی چنگ سے 29 سال بڑے ہیں۔ تینوں کی عمر کا حاصل جمع 135 سال ہے۔ ہر ایک کی موجودہ عمر معلوم کیجیے؟

12. 15 سال بعد روی کی عمر اس کی موجودہ عمر کی چار گنا ہوگی۔ روی کی موجودہ عمر کیا ہے؟

13. ایک ناطق عدد ایسا ہے اگر ہم اسے $\frac{5}{2}$ سے ضرب کریں اور حاصل ضرب میں $\frac{2}{3}$ جمع کریں تو $-\frac{7}{12}$ حاصل ہوتا ہے۔ وہ عدد کون سا ہے؟

14. لکشمی ایک بینک میں خزانچی ہے۔ اس کے پاس ₹100 ، ₹50 اور ₹10 والے کرنسی نوٹ ہیں۔ ان نوٹوں کی تعداد میں 5 : 3 : 2 کی نسبت ہے لکشمی کے پاس کل ₹ 4,00,000 ہیں۔ اس کے پاس ہر قسم کے کتنے نوٹ ہیں؟

15. میرے پاس ₹1، ₹2 اور ₹5 والے سکوں کی شکل میں کل ₹300 ہیں۔ ₹2 والے سکوں کی تعداد ₹5 والے سکوں کی تعداد کی 3 گنا ہے۔ اگر کل 160 سکّے ہوں تو ہر قسم کے کل کتنے سکّے ہیں؟

16. مضمون نگاری کے ایک انعامی مقابلہ میں منتظمین نے یہ طے کیا کہ مقابلہ جیتنے والے کو ₹100 اور ہارنے والے شرکا کو ₹25 کا انعام ملے گا۔ تقسیم کیے گئے انعام کی کل رقم ₹3000 ہے۔ جیتنے والوں کی کل تعداد معلوم کیجیے اگر مقابلہ میں حصہ لینے والوں کی کل تعداد 63 ہے۔

کیوں کہ اعداد $2x$ اور $5x$ ہیں اس لیے یہ بالترتیب 2×22 یا 44 اور 5×22 یا 110 ان دونوں اعداد کا فرق ہے $110-44=66$ جو مطلوب ہے۔

مثال 11 : دیویشی کے پاس 50 روپے، 20 روپے اور 10 روپے کے نوٹ ہیں اس کے پاس کل رقم 590 روپے ہے۔ 50 روپے اور 20 روپے کے نوٹوں میں $3 : 5$ کی نسبت ہے۔ اگر اس کے پاس کل 25 نوٹ ہیں تو اس کے پاس ہر قسم کے کل کتنے نوٹ ہیں؟

حل : مان لیجیے 50 روپے اور 20 روپے کے نوٹ بالترتیب $3x$ اور $5x$ ہیں۔ لیکن اس کے پاس کل نوٹ 25 ہیں۔

اس لیے اس کے پاس 10 روپے کے نوٹوں کی تعداد $= 25-(3x+5x)=25-8x$

اس کے پاس کل رقم

50 روپے کے نوٹ : $3x \times 50 = 150x$ روپے

20 روپے کے نوٹ : $5x \times 20 = 100x$ روپے

10 روپے کے نوٹ : $(25-8x)\times 10 = (250-80x)$ روپے

اس طرح سے اس کے پاس کل رقم $= 150x+100x+(250-80x) = (170x+250)$ روپے

لیکن اس کے پاس کل رقم 590 روپے ہے۔ اس لیے، $170x+250=590$

یا $170x=590-250=340$

یا $x=\frac{340}{170}=2$

50 روپے کے نوٹوں کی کل تعداد $= 3x$

$= 3\times 2 = 6$

20 روپے کے نوٹوں کی کل تعداد ہے $5x = 5\times 2 = 10$

10 روپے والے نوٹوں کی کل تعداد ہے $= 25-8x$

$= 25-(8\times 2) = 25-16 = 9$

مشق 2.2

1. اگر آپ کسی عدد میں سے $\frac{1}{2}$ گھٹائیں اور نتیجہ کو $\frac{1}{2}$ سے ضرب کریں تو $\frac{1}{8}$ حاصل ہوتا ہے۔ وہ عدد کیا ہے؟

2. ایک مستطیل نما سوئمنگ پول کا احاطہ 154 میٹر ہے۔ اس کی لمبائی اس کی چوڑائی کے دوگنے سے 2 میٹر زیادہ ہے۔ پول کی لمبائی اور چوڑائی معلوم کیجیے؟

3. ایک مساوی الساقین مثلث کا قاعدہ $\frac{4}{3}$ سینٹی میٹر ہے۔ مثلث کا احاطہ $4\frac{2}{15}$ سینٹی میٹر ہے۔ باقی دو مساوی ضلعوں کی لمبائی معلوم کیجیے؟

© NCERT not to be republished

مشق 2.3

مندرجہ ذیل مساوات کو حل کیجیے اور نتائج کی جانچ کیجیے۔

.1 $3x = 2x + 18$ .2 $5t - 3 = 3t - 5$ 3. $5x + 9 = 5 + 3x$

.4 $4z + 3 = 6 + 2z$ .5 $2x - 1 = 14 - x$ 6. $8x + 4 = 3(x - 1) + 7$

.7 $x = \frac{4}{5}(x + 10)$ .8 $\frac{2x}{3} + 1 = \frac{7x}{15} + 3$ 9. $2y + \frac{5}{3} = \frac{26}{3} - y$

.10 $3m = 5m - \frac{8}{5}$

2.5 کچھ اور استعمال

مثال 14 : ایک دو ہندسی عدد کے ہندسوں میں 3 کا فرق ہے۔ اگر ہندسوں کی جگہ تبدیل کر دی جائے اور حاصل عدد کو اصل عدد میں جمع کر دیا جائے تو 143 حاصل ہوتا ہے۔ بتایئے اصل عدد کیا ہو سکتا ہے؟

حل : مثال کے طور پر ایک دو ہندسی عدد 56 لیجیے۔ اس کو ہم اس طرح بھی لکھ سکتے ہیں $56 = (10 \times 5) + 6$

اگر عدد 56 کے ہندسوں کی جگہ تبدیل کر دی جائے تو ہمیں 65 حاصل ہوگا۔ جس کو ہم $(10 \times 6) + 5$ لکھ سکتے ہیں۔

آیئے ایک ایسا دو ہندسی عدد لیتے ہیں جس کا اکائی کا ہندسہ b ہے۔ دہائی کے ہندسہ اور b میں 3 کا فرق ہے۔ اس لیے اسے $b + 3$ لکھتے ہیں۔ اس لیے دو ہندسی عدد $10(b + 3) + b = 10b + 30 + b = 11b + 30$ ہے۔

ہندسوں کی جگہ تبدیل کرنے کے بعد ملنے والا عدد ہوگا

$$10b + (b + 3) = 11b + 3$$

کیا ہم دہائی کے ہندسہ کو $(b - 3)$ لے سکتے ہیں؟ ایسا کیجیے اور دیکھیے کہ حل کیا ہوگا۔

اگر ہم ان دونوں اعداد کو جمع کریں تو ہمیں حاصل ہوگا

$$(11b + 30) + (11b + 3) = 11b + 11b + 30 + 3 = 22b + 33$$

لیکن ان کا حاصل جمع 143 دیا ہوا ہے۔ اس لیے $22b + 33 = 143$

یا $22b = 143 - 33$

یا $22b = 110$

یا $b = \frac{110}{22}$

یا $b = 5$

یاد رکھیے کہ اس حل میں ہمیں دہائی کے ہندسہ کو اکائی کے ہندسہ سے 3 زیادہ لینا ہے۔ کیا ہوگا اگر ہم دہائی کا ہندسہ $(b - 3)$ لے لیں؟

اکائی کا ہندسہ 5 ہے تو دہائی کا ہندسہ $5 + 3$ یعنی 8 ہوگا اور عدد 85 ہوگا۔

اس مثال کا بیان 58 اور 85 دونوں کے لیے درست ہے، اور دونوں ہی جوابات صحیح ہیں۔

جانچ : عدد کے ہندسے بدلنے سے ہمیں 58 حاصل ہوتا ہے اور 85 اور 58 کا حاصل جمع 143 دیا ہوا ہے۔

© NCERT not to be republished

2.4 ایسی مساواتوں کو حل کرنا جس میں متغیر دونوں طرف موجود ہوں

ایک مساوات دو عبارتوں کی قدروں کی برابری کا نام ہے۔ جیسے مساوات $2x - 3 = 7$ میں دو عبارتیں $2x - 3$ اور 7 ہیں۔ اب تک ہم نے جتنی بھی مثالیں دیکھیں ان میں RHS ایک عدد ہی ہے، لیکن ہمیشہ ایسا نہیں ہوتا۔ دونوں طرف متغیر والی عبارتیں ہو سکتی ہیں۔ مثال کے طور پر $2x - 3 = x + 2$ کے دونوں طرف متغیر والی عبارتیں ہیں۔ بائیں طرف عبارت $(2x - 3)$ اور دائیں طرف $(x + 2)$ عبارت ہے۔

- اب ہم اس طرح کی مساواتوں کا ذکر کریں گے جس میں برابر کے دونوں طرف متغیر والی عبارتیں ہوں۔

مثال 12 : $2x - 3 = x + 2$ کو حل کیجیے

حل : ہمارے پاس ہے

$$2x = x + 2 + 3$$

یا $$2x = x + 5$$

یا $$2x - x = x + 5 - x$$ (دونوں طرف x گھٹانے پر)

یا $$x = 5$$ (حل)

یہاں ہم نے مساوات کے دونوں طرف جو عبارت گھٹائی ہے وہ عدد (مستقل نہیں) بلکہ ایک متغیر ہے۔ ہم ایسا کر سکتے ہیں کیوں کہ متغیر بھی اعداد ہوتے ہیں۔ نوٹ کیجیے کہ x دونوں طرف گھٹانے کا مطلب ہے x کو LHS میں لے جانا۔

مثال 13 : $5x + \frac{7}{2} = \frac{3}{2}x - 14$ کو حل کیجیے

حل : مساوات کے دونوں طرف 2 سے ضرب کرنے پر ہمیں حاصل ہوتا ہے

$$2 \times \left(5x + \frac{7}{2}\right) = 2 \times \left(\frac{3}{2}x - 14\right)$$

$$(2 \times 5x) + \left(2 \times \frac{7}{2}\right) = \left(2 \times \frac{3}{2}x\right) - (2 \times 14)$$

یا $$10x + 7 = 3x - 28$$

یا $$10x - 3x + 7 = -28$$ ($3x$ کو بائیں طرف لے جانے پر)

یا $$7x + 7 = -28$$

یا $$7x = -28 - 7$$

یا $$7x = -35$$

یا $x = \frac{-35}{7}$ یا $x = -5$ (حل)

.7 حسن نے اسکول کی یونیفارم کے لیے دوقسم کے کپڑے خریدے۔ اسے قمیص کا کپڑا 50 ₹ فی میٹر اور پینٹ کا کپڑا 90 ₹ فی میٹر کی قیمت میں ملا۔ اس نے پینٹ کے ہر دو میٹر کپڑے کے لیے 3 میٹر قمیص کا کپڑا خریدا۔ اس نے اس کپڑے کو بالترتیب %12 اور %10 منافع پر فروخت کر دیا۔ اُس نے کل کپڑا 36,660 ₹ میں فروخت کیا۔ بتایئے اس نے پینٹ کے لیے کتنا کپڑا خریدا تھا؟

.8 ہرنوں کے ایک جھنڈ کے آدھے ہرن میدان میں گھاس چر رہے ہیں اور باقی تین چوتھائی ہرن پاس میں ہی کھیل رہے ہیں باقی 9 ہرن تالاب میں پانی پی رہے ہیں۔ جھنڈ میں موجود ہرنوں کی تعداد معلوم کیجیے۔

.9 ایک دادا اپنی پوتی سے عمر میں 10 گنا بڑا ہے۔ ان کی عمر میں 54 سال کا فرق ہے۔ دونوں کی موجودہ عمر معلوم کیجیے۔

.10 امن کی عمر اس کے بیٹے کی عمر کا تین گنا ہے۔ 10 سال پہلے اس کا عمر اس کے بیٹے کی عمر کا پانچ گنا تھی۔ ان کی موجودہ عمر معلوم کیجیے؟

2.6 مساوات کو آسان شکل میں تبدیل کرنا

مثال 16 : $\frac{6x+1}{3}+1=\frac{x-3}{6}$ کو حل کیجیے

حل : مساوات کے دونوں طرف 6 سے ضرب کرنے پر

$$\frac{6\,(6x+1)}{3}+6\times 1=\frac{6(x-3)}{6}$$

> 6 سے ہی کیوں؟ کیوں کہ یہ دیے گئے نصب نماؤں کا LCM ہے۔

یا $2\,(6x+1)+6=x-3$

یا $12x+2+6=x-3$ (بریکٹ کھولنے پر)

یا $12x+8=x-3$

یا $12x-x+8=-3$

یا $11x+8=-3$

یا $11x=-3-8$

یا $11x=-11$

یا $x=-1$ (مطلوبہ حل)

جانچ : $\text{LHS}=\frac{6(-1)+1}{3}+1=\frac{-6+1}{3}+1=\frac{-5}{3}+\frac{3}{3}=\frac{-5+3}{3}=\frac{-2}{3}$

© NCERT not to be republished

مثال 15 : ارجن کی عمر ثریا کی عمر کی دُگنی ہے۔ پانچ سال پہلے اس کی عمر ثریا کی عمر کی تین گنا تھی۔ ان کی موجودہ عمریں معلوم کیجیے۔

حل : آیئے ثریا کی موجودہ عمر x سال مانتے ہیں۔

تب ارجن کی موجودہ عمر $2x$ سال ہوگی۔

5 سال پہلے ثریا کی عمر $(x-5)$ سال تھی۔

5 سال پہلے ارجن کی عمر $(2x-5)$ تھی۔

یہ دیا ہوا ہے کہ 5 سال پہلے ارجن کی عمر ثریا کی عمر کی تین گنا تھی۔

اس طرح سے $2x-5=3\ (x-5)$

یا $2x-5=3x-15$

یا $15-5=3x-2x$

یا $10=x$

اس لیے، ثریا کی موجودہ عمر x یعنی 10 سال ہے۔

ارجن کی موجودہ عمر $2x = 2 \times 10 = 20$ یعنی 20 سال ہے۔

مشق 2.4

1. امینہ نے ایک عدد سوچا اور اس میں سے $\frac{5}{2}$ گھٹا دیا۔ اس نے نتیجے کو 8 سے ضرب کر دیا۔ اس طرح اُس کا حاصل عدد سوچے گئے عدد کا تین گنا ہے۔ عدد معلوم کیجیے۔
2. ایک مثبت عدد دوسرے عدد کا 5 گنا ہے۔ اگر دونوں اعداد میں 21 جمع کر دیا جائے، تو نئے اعداد میں ایک عدد دوسرے نئے عدد کا دوگنا ہو جائے گا۔ وہ اعداد معلوم کیجیے۔
3. ایک دو ہندسی عدد کے ہندسوں کا حاصل جمع 9 ہے۔ ہندسوں کی جگہ تبدیل کرنے پر ملنے والا عدد حاصل عدد سے 27 زیادہ ہے۔ بتایئے دو ہندسی عدد کون سا ہے؟
4. ایک دو ہندسی عدد کا ایک ہندسہ دوسرے ہندسہ کا تین گنا ہے اگر آپ ہندسوں کی جگہ تبدیل کر دیں اور اس طرح سے ملنے والے نئے عدد کو اصل عدد میں جمع کریں تو حاصل جمع 88 ہو جاتا ہے۔ اصل عدد معلوم کیجیے۔
5. شوبو کی ماں کی موجودہ عمر شوبو کی موجودہ عمر کی 6 گنا ہے۔ پانچ سال بعد شوبو کی عمر اس کی ماں کی عمر کی $\frac{1}{3}$ ہو جائے گی۔ ان کی موجودہ عمر بتایئے۔
6. مہولی گاؤں میں ایک مستطیل نما پلاٹ ایک اسکول کے لیے محفوظ ہے۔ اُس پلاٹ کی لمبائی اور چوڑائی میں 4 : 11 کی نسبت ہے۔ ₹100 فی مربع میٹر کی شرح سے اس پلاٹ کے چاروں طرف باڑھ لگانے کے لیے گاؤں کی پنچایت کو 75000 روپیے خرچ کرنا پڑیں گے۔ پلاٹ کی ناپ (Dimension) معلوم کیجیے۔

© NCERT not to be republished

مشق 2.5

مندرجہ ذیل خطی مساواتوں کو حل کیجیے۔

.1 $\frac{x}{2}-\frac{1}{5}=\frac{x}{3}+\frac{1}{4}$ .2 $\frac{n}{2}-\frac{3n}{4}+\frac{5n}{6}=21$ .3 $x+7-\frac{8x}{3}=\frac{17}{6}-\frac{5x}{2}$

.4 $\frac{x-5}{3}=\frac{x-3}{5}$ .5 $\frac{3t-2}{4}-\frac{2t+3}{3}=\frac{2}{3}-t$ .6 $m-\frac{m-1}{2}=1-\frac{m-2}{3}$

مندرجہ ذیل خطی مساواتوں کو مختصر کیجیے اور حل کیجیے۔

.7 $3(t-3)=5(2t+1)$ .8 $15(y-4)-2(y-9)+5(y+6)=0$

.9 $3(5z-7)-2(9z-11)=4(8z-13)-17$

.10 $0.25(4f-3)=0.05(10f-9)$

2.7 خطی شکل میں تحویل ہونے والی مساواتیں

مثال 18 : $\frac{x+1}{2x+3}=\frac{3}{8}$ کو حل کیجیے

حل : مشاہدہ کیجیے کہ دی ہوئی مساوات خطی نہیں ہے کیوں کہ LHS پر عبارت خطی نہیں ہے۔ لیکن ہم اس کو خطی شکل میں تحویل کر سکتے ہیں۔ ہم مساوات کے دونوں طرف $(2x+3)$ سے ضرب کرتے ہیں۔

نوٹ کیجیے
$2x+3\neq 0$ (کیوں؟)

$$\left(\frac{x+1}{2x+3}\right)\times(2x+3)=\frac{3}{8}\times(2x+3)$$

غور کیجیے کہ $(2x+3)$ کو LHS سے خارج کر دیا جائے تب ہمارے پاس باقی بچے گا

$$x+1=\frac{3(2x+3)}{8}$$

اب ہمارے پاس ایک خطی مساوات ہے اور ہم جانتے ہیں کہ اس کو کس طرح حل کرنا ہے۔

دونوں طرف 8 سے ضرب کرنے پر

$$8(x+1)=3(2x+3)$$

یہ ہمیں 'ترچھی ضرب' (Cross-multiplication) سے بھی $\frac{x+1}{2x+3}\times\frac{3}{8}$ حاصل ہوسکتا ہے

یا $8x+8=6x+9$

یا $8x=6x+9-8$

یا $8x=6x+1$

یا $8x-6x=1$

یا $2x=1$

© NCERT not to be republished

$$RHS = \frac{(-1)-3}{6} = \frac{-4}{6} = \frac{-2}{3}$$

$$LHS = RHS$$ (جومطلوب ہے)

مثال 17 : $5x - 2(2x - 7) = 2(3x - 1) + \frac{7}{2}$ کو حل کیجیے

حل : آیئے پہلے بریکٹ کو کھولیں

$$LHS = 5x - 4x + 14 = x + 14$$

$$RHS = 6x - 2 + \frac{7}{2} = 6x - \frac{4}{2} + \frac{7}{2} = 6x + \frac{3}{2}$$

مساوات ہے $x + 14 = 6x + \frac{3}{2}$

یا $14 = 6x - x + \frac{3}{2}$

یا $14 = 5x + \frac{3}{2}$

یا $14 - \frac{3}{2} = 5x$ ($\frac{3}{2}$ کو دوسری طرف لے جانے پر)

یا $\frac{28 - 3}{2} = 5x$

یا $\frac{25}{2} = 5x$

یا $x = \frac{25}{2} \times \frac{1}{5} = \frac{5 \times 5}{2 \times 5} = \frac{5}{2}$

کیا آپ نے غور کیا کہ دی ہوئی مساوات کو کس طرح مختصر کیا گیا ہے؟ یہاں ہمیں مساوات کے دونوں طرف ارکان کے نصب نماؤں کے LCM سے ضرب کرنا پڑا ہے۔

اس طرح سے مطلوبہ حل $x = \frac{5}{2}$ ہے۔

جانچ : $LHS = 5 \times \frac{5}{2} - 2\left(\frac{5}{2} \times 2 - 7\right)$

$$= \frac{25}{2} - 2(5-7) = \frac{25}{2} - 2(-2) = \frac{25}{2} + 4 = \frac{25+8}{2} = \frac{33}{2}$$

نوٹ کیجیے کہ اس مساوات کو ہم نے بریکٹ کھول کر اور یکساں ارکان کو دونوں طرف ایک ساتھ رکھ کر مختصر کیا ہے۔

$$RHS = 2\left(\frac{5}{2} \times 3 - 1\right) + \frac{7}{2} = 2\left(\frac{15}{2} - \frac{2}{2}\right) + \frac{7}{2} = \frac{2 \times 13}{2} + \frac{7}{2}$$

$$= \frac{26 + 7}{2} = \frac{33}{2} = LHS$$ (جومطلوب ہے)

© NCERT not to be republished

مشق 2.6

مندرجہ ذیل مساوات کو حل کیجیے۔

.1 $\frac{8x-3}{3x}=2$ .2 $\frac{9x}{7-6x}=15$ .3 $\frac{z}{z+15}=\frac{4}{9}$

.4 $\frac{3y+4}{2-6y}=\frac{-2}{5}$ .5 $\frac{7y+4}{y+2}=\frac{-4}{3}$

.6 ہری اور ہیری کی عمروں میں 7 : 5 کی نسبت ہے۔ چار سال بعد ان کی عمروں میں 4 : 3 کی نسبت ہو جائے گی۔ ان کی موجودہ عمر معلوم کیجیے۔

.7 ایک ناطق عدد کا نسب نما اس کے شمار کنندہ سے 8 زیادہ ہے۔ اگر شمار کنندہ میں 17 کا اضافہ کر دیا جائے اور نسب نما میں سے 1 کم کر دیا جائے تو عدد $\frac{3}{2}$ حاصل ہوتا ہے۔ ناطق عدد معلوم کیجیے۔

ہم نے کیا سیکھا؟

.1 الجبری مساوات متغیروں پر مشتمل ایک برابری ہے۔ اس کے مطابق برابر کے نشان کے ایک طرف موجود عبارت کی قدر اس نشان کے دوسری طرف موجود عبارت کی قدر کے برابر ہوتی ہے۔

.2 ہم چھٹی، ساتویں اور آٹھویں جماعت میں جو مساوات پڑھ چکے ہیں وہ ایک متغیر والی خطی مساوات ہیں۔ ایسی مساوات میں عبارتیں جو مساوات کی تشکیل کرتی ہیں، میں صرف ایک متغیر ہوتا ہے۔ مزید مساوات خطی ہوتی ہیں یعنی مساوات میں ظاہر ہونے والے متغیر کی سب سے بڑی قوت 1 ہوتی ہے۔

.3 ایک خطی مساوات کا حل کوئی بھی ناطق عدد ہو سکتا ہے۔

.4 ایک مساوات کے دونوں طرف خطی عبارت ہو سکتی ہے، لیکن چھٹی اور ساتویں جماعت میں جو مساواتیں ہم پڑھ چکے ہیں ان میں برابر کے نشان کے ایک طرف صرف عدد ہوتا تھا۔

.5 اعداد ہی کی طرح متغیروں کو بھی ایک طرف سے دوسری طرف لے جایا جا سکتا ہے۔

.6 اکثر مساواتوں کو حل کرنے سے پہلے ان کو مختصر کیا جاتا ہے۔ کچھ مساوات جو شروعات میں خطی نہیں ہوتیں ان کو مناسب عبارتوں سے دونوں طرف ضرب کر کے خطی مساوات میں تحویل کیا جاتا ہے۔

.7 خطی مساوات کی افادیت اس بات پر مبنی ہے کہ ان کا استعمال مختلف مواقع پر کریں جیسے اعداد، عمر، احاطے، کرنسی نوٹوں کا اختلاط وغیرہ سے متعلق سوالوں کا حل کرنا۔

© NCERT not to be republished

یا $x = \frac{1}{2}$

حل $x = \frac{1}{2}$

جانچ : $\frac{3}{2} = \frac{1+2}{2} = +1 \ \frac{1}{2} =$ LHS کا شمار کنندہ

$4 = 1 + 3 = 1 + 3 = 2 \times \frac{1}{2} + 3 = 2x + 3 =$ LHS کا نسب نما

$\frac{3}{8} = \frac{1}{4} \times \frac{3}{2} = 4 \div \frac{3}{2} =$ شمار کنندہ ÷ نسب نما = LHS

LHS = RHS

مثال 19 : انو اور راج کی موجودہ عمروں میں 4:5 کی نسبت ہے۔ 8 سال بعد دونوں کی عمروں میں 6 : 5 کی نسبت ہوگی۔ دونوں کی موجودہ عمر معلوم کیجیے۔

حل : مان لیجیے انو اور راج کی موجودہ عمریں بالترتیب $4x$ اور $5x$ ہیں۔

8 سال بعد انو کی عمر = $(4x + 8)$ سال؛

8 سال بعد راج کی عمر = $(5x + 8)$ سال

اس طرح سے 8 سال بعد ان کی عمروں کی نسبت = $\frac{4x+8}{5x+8}$

اور یہ نسبت 6 : 5 دی ہوئی ہے

اس لیے $\frac{4x+8}{5x+8} = \frac{5}{6}$

ترچھی ضرب سے ہمیں حاصل ہوتا ہے $6(4x + 8) = 5(5x + 8)$

یا $24x + 48 = 25x + 40$

یا $24x + 48 - 40 = 25x$

یا $24x + 8 = 25x$

یا $8 = 25x - 24x$

یا $8 = x$

اس لیے

انو کی موجودہ عمر $= 4x = 4 \times 8 = 32$ یعنی 32 سال

راج کی موجودہ عمر $= 5x = 5 \times 8 = 40$ یعنی 40 سال

© NCERT not to be republished

نوٹ

© NCERT not to be republished