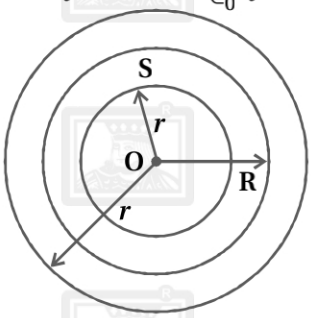
1. **R ત્રિજ્યાના ગોળાનો વિચાર કરો કે જેના પર વિદ્યુતભાર ઘનતાનું વિતરણ $\rho(r) = kr, r \le R = 0$ અને $r > R$.**
(a) r જેવાં અંતરે આવેલાં બધા બિંદુઓએ વિદ્યુતક્ષેત્ર શોધો.
(b) ધારોકે, ગોળા પરનો કુલ વિદ્યુતભાર $2e$ છે જ્યાં e એ ઇલેક્ટ્રોન પરનો વિદ્યુતભાર છે. બે પ્રોટોન્સને કયાં જડિત કરી (મૂકી) શકાય કે જેથી તેમની દરેક પર લાગતું બળ શૂન્ય છે. એવું ધારી લો કે, પ્રોટોનને દાખલ કરવાથી ઋણ વિદ્યુતભાર વિતરણમાં કોઈ ફેરફાર થતો નથી.

➠ (a) ધારોકે, R ત્રિજ્યાવાળો ગોળો 5 છે અને બે ધારેલા ગોળાઓની ત્રિજ્યા $r < R$ અને $r > R$ છે.
હવે $r < R$ બિંદુ માટે વિદ્યુતક્ષેત્રની તીવ્રતા,

$$\oiint \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{1}{\epsilon_0} \int \rho \, dV \qquad [\because \Sigma q = \int \rho \, dV]$$



પણ કદ $V = \frac{4}{3}\pi r^3$

$$\therefore dV = \frac{4}{3}\pi \times 3r^2 \, dr$$
$$= 4\pi r^2 \, dr$$

અને $\rho(r) = kr \qquad (r < R$ માટે)

$$\therefore \oiint \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{1}{\epsilon_0} 4\pi k \int_0^r r^3 \, dr \qquad [\rho = kr]$$

$$\therefore E \int ds = \frac{4\pi k}{\epsilon_0} \left[\frac{r^4}{4}\right]_0^r$$

$$\therefore E(4\pi r^2) = \frac{4\pi k}{\epsilon_0} \cdot \frac{r^4}{4}$$

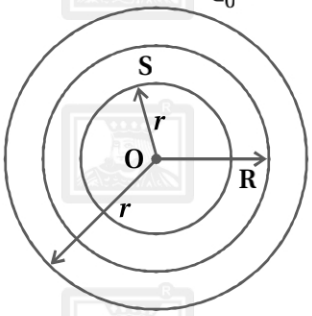
$$\therefore E = \frac{1}{4\epsilon_0} \cdot kr^2$$

અહીં વિદ્યુતભાર ઘનતા ધન છે તેથી વિદ્યુતક્ષેત્ર $\vec{E}$ ત્રિજ્યાવર્તી બહાર તરફ છે.

➠ (a) ધારોકે, R ત્રિજ્યાવાળો ગોળો 5 છે અને બે ધારેલા ગોળાઓની ત્રિજ્યા $r < R$ અને $r > R$ છે.
હવે $r < R$ બિંદુ માટે વિદ્યુતક્ષેત્રની તીવ્રતા,

QUANTUM PAPER

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{1}{\epsilon_0} \int \rho \, dV \qquad [\because \Sigma q = \int \rho \, dV]$$



પણ કદ $V = \frac{4}{3}\pi r^3$

$\therefore \; dV = \frac{4}{3}\pi \times 3r^2 \, dr$

$= 4\pi r^2 \, dr$

અને $\rho(r) = kr \qquad (r < R$ માટે)

$\therefore \; \oint \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{1}{\epsilon_0} 4\pi k \int_0^r r^3 \, dr \qquad [\rho = kr]$

$\therefore \; E \int ds = \frac{4\pi k}{\epsilon_0} \left[\frac{r^4}{4}\right]_0^r$

$\therefore \; E(4\pi r^2) = \frac{4\pi k}{\epsilon_0} \cdot \frac{r^4}{4}$

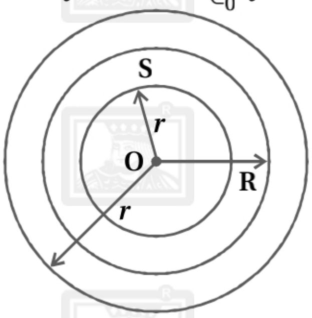
$\therefore \; E = \frac{1}{4\epsilon_0} \cdot kr^2$

અહીં વિદ્યુતભાર ઘનતા ધન છે તેથી વિદ્યુતક્ષેત્ર $\vec{E}$ ત્રિજ્યાવર્તી બહાર તરફ છે.

➠ (a) ધારોકે, R ત્રિજ્યાવાળો ગોળો 5 છે અને બે ધારેલા ગોળાઓની ત્રિજ્યા $r < R$ અને $r > R$ છે.

હવે $r < R$ બિંદુ માટે વિદ્યુતક્ષેત્રની તીવ્રતા,

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{1}{\epsilon_0} \int \rho \, dV \qquad [\because \Sigma q = \int \rho \, dV]$$



પણ કદ $V = \frac{4}{3}\pi r^3$

$\therefore \; dV = \frac{4}{3}\pi \times 3r^2 \, dr$

$= 4\pi r^2 \, dr$

અને $\rho(r) = kr \qquad (r < R$ માટે)

$\therefore \; \oint \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{1}{\epsilon_0} 4\pi k \int_0^r r^3 \, dr \qquad [\rho = kr]$

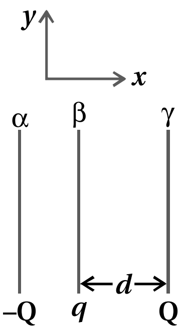
$\therefore \; E \int ds = \frac{4\pi k}{\epsilon_0} \left[\frac{r^4}{4}\right]_0^r$

$\therefore \; E(4\pi r^2) = \frac{4\pi k}{\epsilon_0} \cdot \frac{r^4}{4}$

$\therefore\ E = \frac{1}{4\epsilon_0} \cdot kr^2$

અહીં વિદ્યુતભાર ઘનતા ધન છે તેથી વિદ્યુતક્ષેત્ર $\vec{E}$ ત્રિજ્યાવર્તી બહાર તરફ છે.

2. દરેક પ્લેટની સપાટીનું ક્ષેત્રફળ S હોય તેવી બે સમાન વાહક પ્લેટો α અને β જડિત કરેલી છે અને તેમના પર અનુક્રમે $-Q$ અને q વિદ્યુતભાર છે. જ્યાં $Q > q > 0$. એક ત્રીજી પ્લેટ γ ને આ બે પ્લેટોની વચ્ચે મૂકવામાં આવે છે તે મુક્ત રીતે ગતિ કરી શકે છે તથા તેના પર q વિદ્યુતભાર છે જે આકૃતિમાં દર્શાવ્યું છે. ત્રીજી પ્લેટને મુક્ત કરતાં તે β પ્લેટ સાથે અથડાય છે. એવું ધારવામાં આવે છે કે અથડામણ સ્થિતિસ્થાપક છે અને β અને γ પ્લેટો પરના વિદ્યુતભારને વહેંચાવા માટે અથડામણો વચ્ચેનો પૂરતો સમય છે.



(a) અથડામણ પહેલા γ પ્લેટ પર લાગતું વિદ્યુતક્ષેત્ર શોધો.

(b) અથડામણ બાદ β અને γ પ્લેટો પરના વિદ્યુતભાર શોધો.

(c) અથડામણ પછી γ પ્લેટનો B પ્લેટથી d અંતરે હોય ત્યારનો વેગ શોધો.

➠ (a) અથડામણ પહેલા γ પ્લેટ પરનું ચોખ્ખું વિદ્યુતક્ષેત્ર એ α અને β પ્લેટના લીધે γ પ્લેટ પાસે મળતાં વિદ્યુતક્ષેત્રોનો સરવાળો છે.

➠ α પ્લેટના લીધે γ પ્લેટ પાસે વિદ્યુતક્ષેત્ર,

$$E_1 = \frac{-Q}{S(2\epsilon_0)} \rightarrow \text{ડાબી તરફ}$$

➠ β પ્લેટના લીધે γ પ્લેટ પાસે વિદ્યુતક્ષેત્ર,

$$E_2 = \frac{q}{S(2\epsilon_0)} \rightarrow \text{જમણી તરફ}$$

∴ γ પ્લેટ પર અથડામણ પહેલાં કુલ વિદ્યુતક્ષેત્ર

$$E = E_1 + E_2$$

$$= \frac{q-Q}{S(2\epsilon_0)} \rightarrow \text{ડાબી તરફ જો } Q > q$$

(b) અથડામણ દરમિયાન β અને γ પ્લેટો ભેગી થઈ જાય છે. તેથી તેમનું વિદ્યુતસ્થિતિમાન સમાન.

➠ ધારોકે, β પ્લેટ પરનો વિદ્યુતભાર q_1 અને પ્લેટ γ પરનો વિદ્યુતભાર q_2 છે. આ બે પ્લેટો વચ્ચેના કોઈ બિંદુ O પાસે વિદ્યુતક્ષેત્ર શૂન્ય હોવું જ જોઈએ.

α પ્લેટના લીધે O પાસે વિદ્યુતક્ષેત્ર,

$$= \frac{-Q}{S(2\epsilon_0)} \rightarrow \text{ડાબી તરફ}$$

β પ્લેટના લીધે O પાસે વિદ્યુતક્ષેત્ર,

$$= \frac{q_1}{S(2\epsilon_0)} \rightarrow \text{જમણી તરફ}$$

γ પ્લેટના લીધે O પાસે વિદ્યુતક્ષેત્ર,

$$\frac{q_2}{S(2\epsilon_0)} \rightarrow \text{ડાબી તરફ}$$

➠ પણ O પાસેનું વિદ્યુતક્ષેત્ર O છે તથી,

$$\frac{Q+q_2}{S(2\epsilon_0)} = \frac{q_1}{S(2\epsilon_0)}$$

$\therefore\ Q + q_2 = q_1$

$\therefore\ Q = q_1 - q_2$ ... (1)

➠ અથડામણમાં કોઈ વિદ્યુતભારનો ઘટાડો થતો નથી.

QUANTUM PAPER

તેથી $Q + q = q_1 + q_2$ ... (2)

➠ (a) અથડામણ પહેલા γ પ્લેટ પરનું ચોખ્ખું વિદ્યુતક્ષેત્ર એ α અને β પ્લેટના લીધે γ પ્લેટ પાસે મળતાં વિદ્યુતક્ષેત્રોનો સરવાળો છે.

➠ α પ્લેટના લીધે γ પ્લેટ પાસે વિદ્યુતક્ષેત્ર,

$$E_1 = \frac{-Q}{S(2\epsilon_0)} \rightarrow \text{ડાબી તરફ}$$

➠ β પ્લેટના લીધે γ પ્લેટ પાસે વિદ્યુતક્ષેત્ર,

$$E_2 = \frac{q}{S(2\epsilon_0)} \rightarrow \text{જમણી તરફ}$$

$\therefore$ γ પ્લેટ પર અથડામણ પહેલાં કુલ વિદ્યુતક્ષેત્ર

$$E = E_1 + E_2$$

$$= \frac{q - Q}{S(2\epsilon_0)} \rightarrow \text{ડાબી તરફ જો } Q > q$$

(b) અથડામણ દરમિયાન β અને γ પ્લેટો ભેગી થઈ જાય છે. તેથી તેમનું વિદ્યુતસ્થિતિમાન સમાન.

➠ ધારોકે, β પ્લેટ પરનો વિદ્યુતભાર q_1 અને પ્લેટ γ પરનો વિદ્યુતભાર q_2 છે. આ બે પ્લેટો વચ્ચેના કોઈ બિંદુ O પાસે વિદ્યુતક્ષેત્ર શૂન્ય હોવું જ જોઈએ.

α પ્લેટના લીધે O પાસે વિદ્યુતક્ષેત્ર,

$$= \frac{-Q}{S(2\epsilon_0)} \rightarrow \text{ડાબી તરફ}$$

β પ્લેટના લીધે O પાસે વિદ્યુતક્ષેત્ર,

$$= \frac{q_1}{S(2\epsilon_0)} \rightarrow \text{જમણી તરફ}$$

γ પ્લેટના લીધે O પાસે વિદ્યુતક્ષેત્ર,

$$\frac{q_2}{S(2\epsilon_0)} \rightarrow \text{ડાબી તરફ}$$

➠ પણ O પાસેનું વિદ્યુતક્ષેત્ર O છે તથી,

$$\frac{Q + q_2}{S(2\epsilon_0)} = \frac{q_1}{S(2\epsilon_0)}$$

$\therefore Q + q_2 = q_1$

$\therefore Q = q_1 - q_2$ ... (1)

➠ અથડામણમાં કોઈ વિદ્યુતભારનો ઘટાડો થતો નથી.

તેથી $Q + q = q_1 + q_2$ ... (2)

➠ (a) અથડામણ પહેલા γ પ્લેટ પરનું ચોખ્ખું વિદ્યુતક્ષેત્ર એ α અને β પ્લેટના લીધે γ પ્લેટ પાસે મળતાં વિદ્યુતક્ષેત્રોનો સરવાળો છે.

➠ α પ્લેટના લીધે γ પ્લેટ પાસે વિદ્યુતક્ષેત્ર,

$$E_1 = \frac{-Q}{S(2\epsilon_0)} \rightarrow \text{ડાબી તરફ}$$

➠ β પ્લેટના લીધે γ પ્લેટ પાસે વિદ્યુતક્ષેત્ર,

$$E_2 = \frac{q}{S(2\epsilon_0)} \rightarrow \text{જમણી તરફ}$$

$\therefore$ γ પ્લેટ પર અથડામણ પહેલાં કુલ વિદ્યુતક્ષેત્ર

$$E = E_1 + E_2$$

$$= \frac{q - Q}{S(2\epsilon_0)} \rightarrow \text{ડાબી તરફ જો } Q > q$$

(b) અથડામણ દરમિયાન β અને γ પ્લેટો ભેગી થઈ જાય છે. તેથી તેમનું વિદ્યુતસ્થિતિમાન સમાન.

➠ ધારોકે, β પ્લેટ પરનો વિદ્યુતભાર q_1 અને પ્લેટ γ પરનો વિદ્યુતભાર q_2 છે. આ બે પ્લેટો વચ્ચેના કોઈ બિંદુ O પાસે વિદ્યુતક્ષેત્ર શૂન્ય હોવું જ જોઈએ.

α પ્લેટના લીધે O પાસે વિદ્યુતક્ષેત્ર,

$= \frac{-Q}{S(2\epsilon_0)}$ → ડાબી તરફ

β પ્લેટના લીધે O પાસે વિદ્યુતક્ષેત્ર,

$= \frac{q_1}{S(2\epsilon_0)}$ → જમણી તરફ

γ પ્લેટના લીધે O પાસે વિદ્યુતક્ષેત્ર,

$\frac{q_2}{S(2\epsilon_0)}$ → ડાબી તરફ

➠ પણ O પાસેનું વિદ્યુતક્ષેત્ર O છે તથી,

$$\frac{Q+q_2}{S(2\epsilon_0)} = \frac{q_1}{S(2\epsilon_0)}$$

$\therefore Q + q_2 = q_1$

$\therefore Q = q_1 - q_2$ ... (1)

➠ અથડામણમાં કોઈ વિદ્યુતભારનો ઘટાડો થતો નથી.

તેથી $Q + q = q_1 + q_2$ ... (2)

3. SI/MKS ઉપરાંત બીજી ઉપયોગી એકમ પદ્ધતિ છે. જેને CGS (સેમી ગ્રામ સેકન્ડ) પદ્ધતિ કહે છે. આ પદ્ધતિમાં કુલંબનો નિયમ $\vec{F} = \frac{Qq}{r^2}\cdot\hat{r}$ છે. જ્યાં અંતર r એ cm($= 10^{-2}$ m) માં માપેલ છે. બળ F એ ડાઇન ($= 10^{-5}$ N) અને વિદ્યુતભાર esu માં છે, જ્યાં 1 esu વિદ્યુતભાર $= \frac{1}{[3]}\times10^{-9}$C છે અને [3] એ ખરેખર શૂન્યાવકાશમાં પ્રકાશના વેગ પરથી આવેલ છે અને તેને સાચી રીતે $c = 2.99792458 \times 10^8$ m/s વડે આપેલો છે અને તેનું આશરે મૂલ્ય $c = 3 \times 10^8$ m/s છે.

(i) બતાવો કે કુલંબનો નિયમ CGS એકમ પદ્ધતિમાં 1 esu વિદ્યુતભાર = 1 (ડાઇન)$^{1/2}$ મળે છે. વિદ્યુતભારના એકમના પરિમાણને દળ M, લંબાઈ L અને સમય T ના પદમાં અને બતાવો કે તે M અને L ના આંશિક પાવરથી અપાય છે.

(ii) 1 esu વિદ્યુતભાર = xC, જ્યાં x એ પરિમાણરહિત સંખ્યા છે. બતાવો કે તે $\frac{1}{4\pi\epsilon_0} = \frac{10^{-9}}{x^2}\frac{Nm^2}{C^2}$ વડે અપાય છે. જ્યાં $x = \frac{1}{[3]}\times10^{-9}$ અને $\frac{1}{4\pi\epsilon_0} = [3]^2\times10^9\frac{Nm^2}{C^2}$ ખરેખર $\frac{1}{4\pi\epsilon_0} = (2.99792458)^2\times10^9\frac{Nm^2}{C^2}$.

➠ (i) $F = \frac{Qq}{r^2}$

$$\therefore 1 \text{ ડાઈન} = \frac{(1\text{ esu નું વિદ્યુતભાર})^2}{(1\text{ cm})^2}$$

$\therefore 1\text{ esu} = (1 \text{ ડાઈન})^{1/2}\times 1\text{ cm}$

$= F^{1/2} L$

∴ 1 esu નું પારિમાણિક સૂત્ર

$$= \left[M^1L^1T^{-2}\right]^{1/2}\times[L^1]$$

$$= \left[M^{1/2}L^{3/2}T^{-1}\right]$$

➠ તેથી esu વિદ્યુતભારનું પારિમાણિકમાં M નો $\frac{1}{2}$ અને L નો $\frac{3}{2}$ ઘાત આવે છે. જે અપૂર્ણાંક છે.

(ii) ધારોકે 1 esu વિદ્યુતભાર = xC જ્યાં x એ પરિમાણ રહિત સંખ્યા છે. 1 esu મૂલ્યના બે વિદ્યુતભારોને 1 cm અંતરે

અલગ રાખતાં તેમનાં વચ્ચે લાગતું કુલંબ બળ 10^{-5} N છે. આ મૂલ્ય xC મૂલ્યના બે વિદ્યુતભારોને 10^{-2} m અંતરે અલગ રાખતાં તેમની વચ્ચે લાગતાં બળ જેટલું છે.

$$\therefore \ F = \frac{1}{4\pi \in_0} \cdot \frac{x^2}{(10^{-2})^2}$$

$$\therefore \ 10^{-5} N = \frac{1}{4\pi \in_0} \cdot \frac{x^2}{(10^{-2})^2}$$

$\therefore$ 1 ડાઈન $= \frac{1}{4\pi \in_0} \cdot \frac{x^2}{(10^{-2})^2}$

➠ (i) $F = \frac{Qq}{r^2}$

$\therefore$ 1 ડાઈન $= \frac{(1 \text{ esu નું વિદ્યુતભાર})^2}{(1 \text{ cm})^2}$

$\therefore$ 1 esu = (1 ડાઈન)$^{1/2} \times 1$ cm

$= F^{1/2} L$

$\therefore$ 1 esu નું પારિમાણિક સૂત્ર

$$= \left[M^1 L^1 T^{-2}\right]^{1/2} \times [L^1]$$

$$= \left[M^{1/2} L^{3/2} T^{-1}\right]$$

➠ તેથી esu વિદ્યુતભારનું પારિમાણિકમાં M નો $\frac{1}{2}$ અને L નો $\frac{3}{2}$ ઘાત આવે છે. જે અપૂર્ણાંક છે.

(ii) ધારોકે 1 esu વિદ્યુતભાર = xC જ્યાં x એ પરિમાણ રહિત સંખ્યા છે. 1 esu મૂલ્યના બે વિદ્યુતભારોને 1 cm અંતરે અલગ રાખતાં તેમનાં વચ્ચે લાગતું કુલંબ બળ 10^{-5} N છે. આ મૂલ્ય xC મૂલ્યના બે વિદ્યુતભારોને 10^{-2} m અંતરે અલગ રાખતાં તેમની વચ્ચે લાગતાં બળ જેટલું છે.

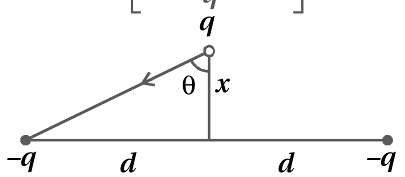
$$\therefore \ F = \frac{1}{4\pi \in_0} \cdot \frac{x^2}{(10^{-2})^2}$$

$$\therefore \ 10^{-5} N = \frac{1}{4\pi \in_0} \cdot \frac{x^2}{(10^{-2})^2}$$

$\therefore$ 1 ડાઈન $= \frac{1}{4\pi \in_0} \cdot \frac{x^2}{(10^{-2})^2}$

4. $2d$ અંતરે આવેલા બિંદુએ દરેક પર $-q$ વિદ્યુતભારોને મૂકેલાં છે. m દળ અને q વિદ્યુતભારને બંને $-q$ વિદ્યુતક્ષેત્રોને જોડતી રેખાના મધ્યબિંદુએથી લંબરૂપે x ($x << d$) અંતરે આકૃતિમાં બતાવ્યા પ્રમાણે મૂકેલો છે. બતાવો કે q વિદ્યુતભાર એ T આવર્તકાળ સાથેની સ.આ.ગ. કરશે.

જ્યાં $T = \left[\frac{8\pi^3 \in_0 m d^3}{q^2}\right]^{1/2}$



➠ ધારો કે આકૃતિને ધ્યાનપૂર્વક જોતાં,

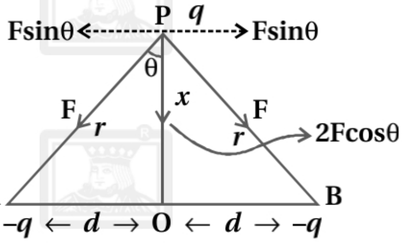
A અને B પર $-q$ વિદ્યુતભારો છે અને O એ AB નું મધ્યબિંદુ છે તથા PO એ અંતર x છે.

$\therefore$ AB = AO + OB

$= d + d$

$= 2d$

- $x < d$ છે અને $\angle APO = \theta$ છે.
- q વિદ્યુતભારનું દળ m



- A અને B પરના વિદ્યુતભારો અને P પરના વિદ્યુતભાર વચ્ચે લાગતું P પાસે આકર્ષણ બળ,

$$F = \frac{k(q)(q)}{r^2}$$

જ્યાં r = AP = BP

- બળના સમક્ષિતિજ ઘટકો ($F\sin\theta$) સમાન મૂલ્યના અને પરસ્પર વિરુદ્ધ દિશામાં હોવાથી તેમનું પરિણામી બળ શૂન્ય.

અને અધોદિશામાં બળના ઘટકો એકજ દિશામાં હોવાથી,

$$F' = 2F\cos\theta$$

$$= \frac{2kq^2}{r^2}\cos\theta$$

પણ આકૃતિ પરથી $r = \sqrt{d^2 + x^2}$ અને $\cos\theta = \frac{x}{r}$

$$\therefore\ F' = \frac{2kq^2}{\left(d^2 + x^2\right)^2} \cdot \frac{x}{\left(d^2 + x^2\right)^{1/2}}$$

$$= \frac{2kq^2 x}{\left(d^2 + x^2\right)^{3/2}}$$

જો $x << d$ હોય, તો x ને અવગણતાં,

- ધારો કે આકૃતિને ધ્યાનપૂર્વક જોતાં,

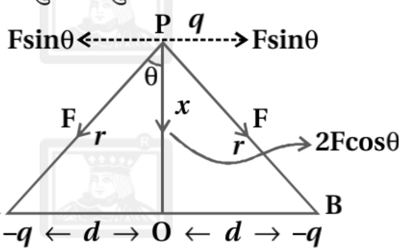
A અને B પર $-q$ વિદ્યુતભારો છે અને O એ AB નું મધ્યબિંદુ છે તથા PO એ અંતર x છે.

$\therefore$ AB = AO + OB

$= d + d$

$= 2d$

- $x < d$ છે અને $\angle APO = \theta$ છે.
- q વિદ્યુતભારનું દળ m



- A અને B પરના વિદ્યુતભારો અને P પરના વિદ્યુતભાર વચ્ચે લાગતું P પાસે આકર્ષણ બળ,

$$F = \frac{k(q)(q)}{r^2}$$

જ્યાં $r = AP = BP$

➠ બળના સમક્ષિતિજ ઘટકો (Fsinθ) સમાન મૂલ્યના અને પરસ્પર વિરુદ્ધ દિશામાં હોવાથી તેમનું પરિણામી બળ શૂન્ય.
અને અધોદિશામાં બળના ઘટકો એકજ દિશામાં હોવાથી,

$$F' = 2F\cos\theta$$

$$= \frac{2kq^2}{r^2}\cos\theta$$

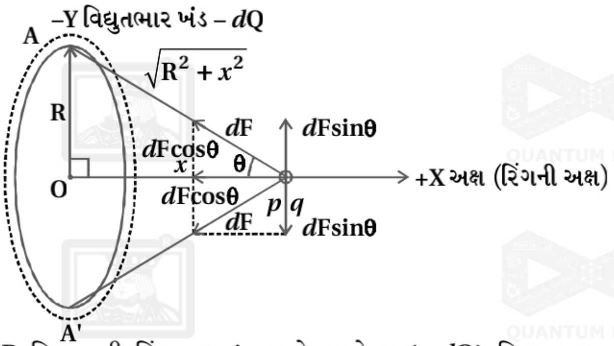
પણ આકૃતિ પરથી $r = \sqrt{d^2 + x^2}$ અને $\cos\theta = \frac{x}{r}$

$$\therefore \; F' = \frac{2kq^2}{\left(d^2 + x^2\right)^2} \cdot \frac{x}{\left(d^2 + x^2\right)^{1/2}}$$

$$= \frac{2kq^2 x}{\left(d^2 + x^2\right)^{3/2}}$$

જો $x << d$ હોય, તો x ને અવગણતાં,

5. **R ત્રિજ્યાની રિંગની લંબાઈ પર કુલ $-Q$ વિદ્યુતભાર નિયમિત રીતે વિતરીત થયેલો છે. એક નાના m દળવાળા કણ પરના $+q$ પરિક્ષણ વિદ્યુતભારને રિંગના કેન્દ્ર પર મૂકેલો છે અને તેને ધીમેથી રિંગની અક્ષ પર ધક્કો મારવામાં આવે છે.**
   (a) બતાવો કે વિદ્યુતભારિત કણ સરળ આવર્ત દોલનો કરે છે.
   (b) તેનો આવર્તકકાળ મેળવો.

➠ 

➠ R ત્રિજ્યાની રિંગ પર A સ્થાને આવેલા $(-dQ)$ વિદ્યુતભાર વડે રિંગની અક્ષ પર તેના કેન્દ્ર O થી $x <<<< R$ અંતરે p બિંદુઓ આવેલા બિંદુવત્ વિદ્યુતભાર પર લાગતું કુલંબીય બળ,

$$dF = k\frac{(-dQ)q}{\left(\sqrt{R^2 + x^2}\right)^2} = -k\frac{(dQ)q}{(R^2 + x^2)}$$

રિંગ પરના વ્યાસાંતે આવેલા $(-dQ)$ જેટલા વિદ્યુતભાર વડે $+q$ પર લગાડવામાં આવતાં કુલંબીય બળ dF ના રિંગની અક્ષને લંબ એવા ઘટકોના મૂલ્યો $dF\sin\theta$ છે, પરંતુ તેમની દિશાઓ પરસ્પર વિરુદ્ધ હોવાથી તેઓ એકબીજાની અસરને નાબૂદ કરે છે. તેથી $+q$ પરનું પરિણામી કુલંબીય બળ F એ માત્ર $dF\cos\theta$ જેવા રિંગની અક્ષને સમાંતર રિંગના કેન્દ્ર O તરફ લાગતા ઘટકોનો સરવાળો બનશે તેથી,

$$F = \oint dF\cos\theta$$

$$= \oint -k\frac{(dQ)q}{(R^2 + x^2)} \times \frac{x}{\sqrt{R^2 + x^2}}$$

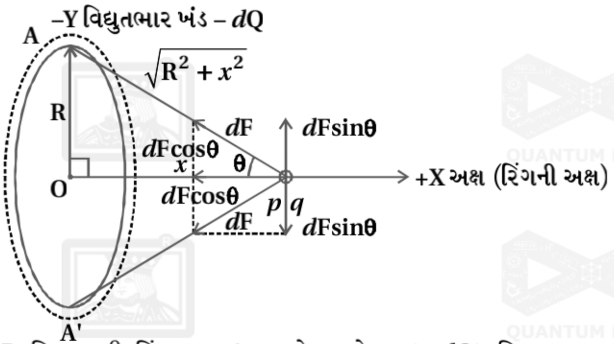
$$= kq\frac{x}{(R^2 + x^2)^{3/2}} \oint (-dQ)$$

$$= kq\frac{x}{(R^2 + x^2)^{3/2}}(-Q)$$

$$\therefore\ F = -kQq\frac{x}{(R^2 + x^2)^{3/2}}$$

અત્રે $x^2 <<<< R^2$ હોવાથી $R^2 + x^2 \approx R^2$ લેતાં,

$$F = -\frac{kQq}{R^3}x \qquad \dots (1)$$

➠ 

➠ R ત્રિજ્યાની રિંગ પર A સ્થાને આવેલા $(-dQ)$ વિદ્યુતભાર વડે રિંગની અક્ષ પર તેના કેન્દ્ર O થી $x <<<< R$ અંતરે p બિંદુઓ આવેલા બિંદુવત્ વિદ્યુતભાર પર લાગતું કુલંબીય બળ,

$$dF = k\frac{(-dQ)q}{\left(\sqrt{R^2 + x^2}\right)^2} = -k\frac{(dQ)q}{(R^2 + x^2)}$$

રિંગ પરના વ્યાસાંતે આવેલા $(-dQ)$ જેટલા વિદ્યુતભાર વડે $+q$ પર લગાડવામાં આવતાં કુલંબીય બળ dF ના રિંગની અક્ષને લંબ એવા ઘટકોના મૂલ્યો $dF\sin\theta$ છે, પરંતુ તેમની દિશાઓ પરસ્પર વિરુદ્ધ હોવાથી તેઓ એકબીજાની અસરને નાબૂદ કરે છે. તેથી $+q$ પરનું પરિણામી કુલંબીય બળ F એ માત્ર $dF\cos\theta$ જેવા રિંગની અક્ષને સમાંતર રિંગના કેન્દ્ર O તરફ લાગતા ઘટકોનો સરવાળો બનશે તેથી,

$$F = \oint dF\cos\theta$$

$$= \oint -k\frac{(dQ)q}{(R^2 + x^2)} \times \frac{x}{\sqrt{R^2 + x^2}}$$

$$= kq\frac{x}{(R^2 + x^2)^{3/2}}\oint(-dQ)$$

$$= kq\frac{x}{(R^2 + x^2)^{3/2}}(-Q)$$

$$\therefore\ F = -kQq\frac{x}{(R^2 + x^2)^{3/2}}$$

અત્રે $x^2 <<<< R^2$ હોવાથી $R^2 + x^2 \approx R^2$ લેતાં,

$$F = -\frac{kQq}{R^3}x \qquad \dots (1)$$

6. ઇ.સ. 1959 માં લાયટલેટોન અને બોન્ડી (Lyttleton and Bondi)એ સૂચવ્યું કે જો દ્રવ્ય પર ચોખ્ખો વિદ્યુતભાર હોય, તો વિશ્વનું વિસ્તરણ સમજાવી શકાય. ધારોકે, વિશ્વ એ હાઇડ્રોજન પરમાણુઓની સંખ્યા ઘનતા N થી બનેલું છે. જ્યાં

N એ અચળ રહે છે. ધારોકે, પ્રોટોન પરનો વિદ્યુતભાર $e_p = -(1 + y)e$ જ્યાં e એ ઇલેક્ટ્રોનિક વિદ્યુતભાર છે.

(a) જ્યારે વિસ્તરણ ચાલુ થાય તે સમયનું y નું ક્રાંતિ મૂલ્ય શોધો.

(b) બતાવો કે, વિસ્તરણનો વેગ એ કેન્દ્રથી અંતરના સમપ્રમાણમાં છે.

➠ (a) ધારોકે, વિશ્વ એ R ત્રિજ્યાનો ગોળો છે અને તે ગોળા પર નિયમિત રીતે વિસ્તરેલા હાઇડ્રોજન પરમાણુથી બનેલું છે.

➠ દરેક હાઇડ્રોજન પરમાણુ પરનો વિદ્યુતભાર,

$$e_{1p} = e_p + e = -(1 + y)e + e$$
$$= -e + ye + e$$
$$= ye$$

➠ જો R અંતરે ગોળાની સપાટી પર વિદ્યુતક્ષેત્રની તીવ્રતા E હોય, તો ગૉસના નિયમ પરથી,

$$\oiint \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{q}{\epsilon_0}$$

$$\therefore \ E(4\pi R^2) = \frac{4}{3}\frac{\pi R^3 N|ye|}{\epsilon_0} \qquad \left[\because q = \frac{4}{3}\frac{\pi R^3 N|ye|}{\epsilon_0}\right]$$

$$\therefore \ E = \frac{1}{3}\frac{N|ye|R}{\epsilon_0} \qquad \ldots (1)$$

➠ દરેક હાઇડ્રોજન પરમાણુનું દળ $= m_p$

R અંતરે ગોળા પરનું ગુરુત્વીયક્ષેત્ર G_R છે.

$$\therefore \ -4\pi R^2 G_R = 4\pi G m_p \left(\frac{4}{3}\pi R^3\right) N$$

$$\therefore \ G_R = -\frac{4}{3}\pi G m_p N R \qquad \ldots (2)$$

➠ R અંતરે રહેલાં હાઇડ્રોજન પરમાણુ પર લાગતું બળ,

$$F_C = (ye)E = \frac{1}{3}\frac{y^2 e^2 N R}{\epsilon_0} \qquad \ldots (3)$$

➠ (a) ધારોકે, વિશ્વ એ R ત્રિજ્યાનો ગોળો છે અને તે ગોળા પર નિયમિત રીતે વિસ્તરેલા હાઇડ્રોજન પરમાણુથી બનેલું છે.

➠ દરેક હાઇડ્રોજન પરમાણુ પરનો વિદ્યુતભાર,

$$e_{1p} = e_p + e = -(1 + y)e + e$$
$$= -e + ye + e$$
$$= ye$$

➠ જો R અંતરે ગોળાની સપાટી પર વિદ્યુતક્ષેત્રની તીવ્રતા E હોય, તો ગૉસના નિયમ પરથી,

$$\oiint \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{q}{\epsilon_0}$$

$$\therefore \ E(4\pi R^2) = \frac{4}{3}\frac{\pi R^3 N|ye|}{\epsilon_0} \qquad \left[\because q = \frac{4}{3}\frac{\pi R^3 N|ye|}{\epsilon_0}\right]$$

$$\therefore \ E = \frac{1}{3}\frac{N|ye|R}{\epsilon_0} \qquad \ldots (1)$$

➠ દરેક હાઇડ્રોજન પરમાણુનું દળ $= m_p$

R અંતરે ગોળા પરનું ગુરુત્વીયક્ષેત્ર G_R છે.

$$\therefore \ -4\pi R^2 G_R = 4\pi G m_p \left(\frac{4}{3}\pi R^3\right) N$$

$$\therefore \ G_R = -\frac{4}{3}\pi G m_p N R \qquad \ldots (2)$$

➠ R અંતરે રહેલાં હાઇડ્રોજન પરમાણુ પર લાગતું બળ,

$$F_C = (ye)E = \frac{1}{3}\frac{y^2e^2NR}{\epsilon_0} \qquad \dots (3)$$

➠ (a) ધારોકે, વિશ્વ એ R ત્રિજ્યાનો ગોળો છે અને તે ગોળા પર નિયમિત રીતે વિસ્તરેલા હાઇડ્રોજન પરમાણુથી બનેલું છે.

➠ દરેક હાઇડ્રોજન પરમાણુ પરનો વિદ્યુતભાર,

$$e_{1p} = e_p + e = -(1 + y)e + e$$
$$= -e + ye + e$$
$$= ye$$

➠ જો R અંતરે ગોળાની સપાટી પર વિદ્યુતક્ષેત્રની તીવ્રતા E હોય, તો ગૉસના નિયમ પરથી,

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{q}{\epsilon_0}$$

$$\therefore E(4\pi R^2) = \frac{4}{3}\frac{\pi R^3 N|ye|}{\epsilon_0} \qquad \left[\because q = \frac{4}{3}\frac{\pi R^3 N|ye|}{\epsilon_0}\right]$$

$$\therefore E = \frac{1}{3}\frac{N|ye|R}{\epsilon_0} \qquad \dots (1)$$

➠ દરેક હાઇડ્રોજન પરમાણુનું દળ = m_p

R અંતરે ગોળા પરનું ગુરુત્વીયક્ષેત્ર G_R છે.

$$\therefore -4\pi R^2 G_R = 4\pi G m_p \left(\frac{4}{3}\pi R^3\right) N$$

$$\therefore G_R = -\frac{4}{3}\pi G m_p NR \qquad \dots (2)$$

➠ R અંતરે રહેલાં હાઇડ્રોજન પરમાણુ પર લાગતું બળ,

$$F_C = (ye)E = \frac{1}{3}\frac{y^2e^2NR}{\epsilon_0} \qquad \dots (3)$$