अध्याय

10 अनुपात तथा समानुपात

Ratio and Proportion

दो या दो से अधिक सजातीय राशियों के तुलनात्मक अध्ययन को 'अनुपात' कहा जाता है। दो राशियों a और b के बीच के अनुपात को $a : b$ से व्यक्त करते हैं। यदि दो अनुपात आपस में समान हों, तो कहा जाता है कि दोनों अनुपात 'समानुपात' हैं दो अनुपातों $a : b$ और $c : d$ के बीच समानुपात को $a : b :: c : d$ से व्यक्त करते हैं।

अनुपात के प्रकार Types of Ratio

वर्गानुपात Duplicate Ratio
दो संख्याओं के वर्गों के अनुपात को उन संख्याओं का वर्गानुपात या द्वैत अनुपात या दोहरा अनुपात कहा जाता है। दो संख्याओं x व y के बीच के अनुपात $x : y$ का वर्गानुपात $x^2 : y^2$ है।
जैसे $2 : 3$ का वर्गानुपात $2^2 : 3^2 = 4 : 9$ है।

उप-वर्गानुपात Sub-Duplicate Ratio
दो संख्याओं के वर्गमूलों के अनुपात को उन संख्याओं का उप-वर्गानुपात या उप-द्वैत अनुपात कहा जाता है। दो संख्याओं x व y के बीच के अनुपात $x : y$ का उप-वर्गानुपात $\sqrt{x} : \sqrt{y}$ है।
जैसे $16 : 25$ का उप-वर्गानुपात $\sqrt{16} : \sqrt{25} = 4 : 5$ है।

घनानुपात Triplicate Ratio
दो संख्याओं के घनों के अनुपात को उन संख्याओं का घनानुपात कहा जाता है। दो संख्याओं x व y के बीच के अनुपात $x : y$ का घनानुपात $x^3 : y^3$ है।
जैसे $2 : 3$ का घनानुपात $2^3 : 3^3 = 8 : 27$ है।

उप-घनानुपात Sub-Triplicate Ratio
दो संख्याओं के घनमूलों के अनुपात को उन संख्याओं का उप-घनानुपात कहा जाता है। दो संख्याओं x व y के बीच के अनुपात $x : y$ का उप-घनानुपात $\sqrt[3]{x} : \sqrt[3]{y}$ है।
जैसे $27 : 8$ का उप-घनानुपात $\sqrt[3]{27} : \sqrt[3]{8} = 3 : 2$

विलोमानुपात Inverse Ratio
किसी अनुपात के अग्रपद तथा पश्चपद को आपस में बदलकर प्राप्त किया गया नया अनुपात, पहले अनुपात का विलोमानुपात कहा जाता है। दो संख्याओं x व y के बीच के अनुपात $x : y$ का विलोमानुपात $y : x$ है।
जैसे $2 : 5$ का विलोमानुपात $5 : 2$ होगा।

समानुपात से सम्बन्धित महत्त्वपूर्ण परिणाम
Important Results Related to Proportion

यदि a, b, c, d चार अशून्य राशियाँ हैं, तो

- $a : b :: c : d \Rightarrow b : a :: d : c$ (व्युत्क्रमानुपात)
- $a : b :: c : d \Rightarrow a : c :: b : d$ (एकान्तरानुपात)
- $a : b :: c : d \Rightarrow (a + b) : b :: (c + d) : d$ (योगानुपात)
- $a : b :: c : d \Rightarrow (a - b) : b :: (c - d) : d$ (अन्तरानुपात)
- $a : b :: c : d \Rightarrow (a + b) : (a - b) :: (c + d) : (c - d)$ (योगान्तरानुपात)

चतुर्थानुपाती Fourth Proportional

यदि चार अशून्य राशियाँ a, b, c तथा d समानुपात में हैं, तो d को a, b, c का चतुर्थानुपाती कहते हैं।

वितत् समानुपात Continued Proportion

तीन अशून्य संख्याएँ a, b तथा c वितत् समानुपात में होंगी, यदि $\frac{a}{b} = \frac{b}{c}$

यदि a, b, c वितत् समानुपात में हैं, तो $\Rightarrow b^2 = ac$
यहाँ, b को मध्यानुपाती कहते हैं तथा c को तृतीयानुपाती कहते हैं।

महत्त्वपूर्ण तथ्य एवं सूत्र

- यदि $A : B = a : b$ तथा $B : C = m : n$ हो, तो
  $A : B : C = am : mb : nb$ तथा $A : C = am : bn$
- यदि $A : B = a : b, B : C = c : d$ तथा $C : D = e : f$ हो, तो
  $A : B : C : D = ace : bce : bde : bdf$
- यदि x को $a : b$ के अनुपात में बाँटें, तो
  पहला भाग $= \frac{a}{a+b} \times x$ तथा दूसरा भाग $= \frac{b}{a+b} \times x$

साधित उदाहरण

1. यदि $a : b = 2 : 3$ और $b : c = 4 : 5$ है, तो $a^2 : b^2 : bc$ ज्ञात कीजिए।

(1) 4 : 9 : 45 (2) 16 : 36 : 45 (3) 16 : 36 : 20 (4) 4 : 36 : 20
(5) 4 : 5 : 6

हल *(2)* $a : b = 2 : 3 = 8 : 12$
$b : c = 4 : 5 = 12 : 15$
$\therefore \quad a : b : c = 8 : 12 : 15$
$a = 8x, b = 12x, c = 15x$
$a^2 : b^2 : bc = (8x)^2 : (12x)^2 : 12x \times 15x$
$= 64x^2 : 144x^2 : 180x^2 = 64 : 144 : 180 = 16 : 36 : 45$

2. तीन संख्याओं का योगफल 116 है। दूसरी संख्या का तीसरी संख्या से अनुपात 9:16 है तथा पहली संख्या का तीसरी संख्या से अनुपात 1:4 है, दूसरी संख्या है

(1) 30 (2) 32 (3) 34 (4) 36
(5) 48

हल *(4)* माना तीन संख्याएँ a, b एवं c हैं।
$b : c = 9 : 16, a : c = 1 : 4 \Rightarrow a : b : c = 16 : 36 : 64$
$\therefore$ आनुपातिक योग $= 16 + 36 + 64 = 116$
$\therefore \quad$ दूसरी संख्या $= \frac{116 \times 36}{116} = 36$

3. जब एक विशेष संख्या 7, 9, 11तथा 15 में से घटाई जाती है, तो परिणामी संख्याएँ समानुपात में हो जाती हैं। घटाई जाने वाली संख्या है

(1) 1 (2) 2 (3) 3 (4) 5
(5) 3

हल *(5)* माना घटाई जाने वाली संख्या $= x$
प्रश्नानुसार, $\frac{7-x}{9-x} = \frac{11-x}{15-x}$ ($x = 3$ रखने पर)
$\frac{7-3}{9-3} = \frac{11-3}{15-.3} \Rightarrow \frac{4}{6} = \frac{8}{12}$
$\frac{2}{3} = \frac{2}{3}$ (जोकि संख्याओं का परिणामी समानुपात है।)
$\therefore$ घटाई जाने वाली संख्या = 3

4. तीन कक्षाओं के विद्यार्थियों की संख्या का अनुपात 2 : 3 : 5 है। प्रत्येक कक्षा में 40 विद्यार्थी बढ़ा दिए जाने पर यह अनुपात 4 : 5 : 7 हो जाता है, प्रारम्भ में कुछ विद्यार्थियों की संख्या थी

(1) 100 (2) 180 (3) 200 (4) 400
(5) 500

हल *(3)* प्रश्नानुसार,
$(2x + 3x + 5x) + 40 \times 3 = 4x + 5x + 7x$
$\Rightarrow \quad 10x + 120 = 16x$
$\Rightarrow \quad 6x = 120$
$\therefore \quad x = \frac{120}{6} = 20$
$\therefore$ प्रारम्भ में कुल विद्यार्थियों की संख्या $= (2x + 3x + 5x)$
$= 10x = 10 \times 20 = 200$

5. दो संख्याएँ 5 : 6 के अनुपात में हैं। दोनों संख्याओं में से 8 घटाने पर वे 1 : 2 के अनुपात में हो जाती हैं, संख्याओं का गुणनफल कितना है?

(1) 100 (2) 120 (3) 200 (4) 150
(5) 170

हल *(2)* माना संख्याएँ $5x$ तथा $6x$ हैं, तब
प्रश्नानुसार, $\frac{5x-8}{6x-8} = \frac{1}{2}$
$\Rightarrow \quad 10x - 16 = 6x - 8$
$\Rightarrow \quad 10x - 6x = 16 - 8$
$\Rightarrow \quad 4x = 8 \Rightarrow x = 2$
संख्याओं का गुणनफल $= 5x \times 6x = 30x^2 = 30 \times 4 = 120$

6. 0.12, 0.21, 8 का चतुर्थानुपाती क्या है?

(1) 8.9 (2) 56 (3) 19 (4) 19
(5) 14

हल *(5)* माना 0.12, 0.21 तथा 8 का चतुर्थानुपाती x है, तब
$\frac{0.12}{0.21} = \frac{8}{x} \Rightarrow x = \frac{8 \times 21}{12.} = 14$

अभ्यास प्रश्न

1. यदि $p : q = 3 : 4$ तथा $q : r = 8 : 9$ हो, तो $p : r$ है
(1) 1 : 3 (2) 3 : 2 (3) 2 : 3
(4) 1 : 2 (5) 3 : 1

2. यदि $a + b : b + c : c + a = 6 : 7 : 8$ तथा $a + b + c = 14$ हो, तो c का मान है
(1) 6 (2) 7 (3) 8
(4) 14 (5) 9

3. यदि $(4x^2 - 3y^2) : (2x^2 + 5y^2) = 12 : 19$ हो, तो $x : y$ बराबर है
(1) 2 : 3 (2) 1 : 2 (3) 3 : 2
(4) 2 : 1 (5) 1 : 4

4. यदि $2A = 3B$ तथा $4B = 5C$ हो, तो $A : C$ बराबर है
(1) 4 : 3 (2) 8 : 15 (3) 3 : 4
(4) 12 : 8 (5) 15 : 8

5. यदि x का $0.5 = y$ का 0.07 हो, तो इन संख्याओं का अनुपात है
(1) 1 : 14 (2) 7 : 25 (3) 7 : 5
(4) 7 : 50 (5) 14 : 5

6. 12 तथा 30 के तृतीयानुपाती तथा 9 व 25 के मध्यानुपाती का अनुपात है
(1) 2 : 1 (2) 5 : 1 (3) 7 : 15
(4) 9 : 14 (5) 1: 5

7. 15:19 के प्रत्येक पद में से क्या घटाया जाए कि नई संख्याएँ 3 : 4 के अनुपात में बन जाएँ?
(1) 3 (2) 5 (3) 6
(4) 9 (5) 4

8. किसी वृत्ताकार मार्ग की बाह्य तथा आन्तरिक परिमापों का अनुपात 23 : 22 है। यदि मार्ग की चौड़ाई 5 मी है, तो आन्तरिक वृत्त का व्यास होगा
(1) 110 मी (2) 55 मी (3) 220 मी
(4) 230 मी (5) 130 मी

9. ₹ 750 को A, B तथा C में इस प्रकार बाँटा गया है कि $A : B = 5 : 2$ तथा $B : C = 7 : 13$ हो, तो A का भाग कितना होगा?
(1) ₹ 350 (2) ₹ 260 (3) ₹ 140
(4) ₹ 250 (5) ₹ 300

10. एक ट्रक 1 मिनट में 550 मी की दूरी तय करता है, जबकि एक बस 33 किमी की दूरी 45 मिनट में तय करती है, तो उनकी गतियों का अनुपात होगा
(1) 4 : 3 (2) 3 : 5 (3) 3 : 4
(4) 5 : 3 (5) 4 : 5

11. यदि दो वर्गों के क्षेत्रफलों का अनुपात 225 : 256 हो, तो उनके परिमापों का अनुपात होगा
(1) 225 : 256 (2) 256 : 225 (3)15 : 16
(4) 16 : 15 (5) 16 : 225

12. सम्पूर्ण पृथ्वी पर भूमि का पानी से अनुपात 1 : 2 है तथा उत्तरी गोलार्द्ध का यह अनुपात 2 : 3 है। दक्षिणी गोलार्द्ध पर भूमि का पानी से अनुपात होगा
(1) 11 : 4 (2) 4 : 27 (3) 15 : 4
(4) 4 : 15 (5) 4 : 11

13. किसी समबहुभुज में जिसके आन्तरिक और बाह्य कोणों का अनुपात 2 : 1 हो, तो बहुभुज में भुजाएँ होंगी
(1) 3 (2) 5 (3) 6
(4) 12 (5) 8

14. अनुपातों 1 : 2, 2 : 3 व 3 : 4 का मिश्रित अनुपात है
(1) 9 : 16 (2) 1 : 1 (3) 1 : 4
(4) 1 : 9 (5) 1 : 7

15. 0.12, 0.21, 8 का चतुर्थानुपाती क्या है?
(1) 8.9 (2) 56 (3) 14
(4) 17 (5) इनमें से कोई नहीं

16. यदि $p : q = r : s = t : u = 2 : 3$ हो, तो $(mp + nr + ot) : (mq + ns + ou)$ का मान है
(1) 1 : 3 (2) 1 : 2 (3) 2 : 3
(4) 3 : 2 (5) 2 : 1

17. यदि $a : b = c : d = e : f = 1 : 2$ हो, तो $(pa + qc + re) : (pb + qd + rf)$ का मान है
(1) $p : (q + r)$ (2) $(p + q) : r$ (3) 2 : 3
(4) 1 : 2 (5) $(r + q) : p$

18. यदि $x : y = 3 : 1$ हो, तो $x^3 - y^3 : x^3 + y^3$ का मान है
(1) 13 : 14 (2) 14 : 13 (3) 10 : 11
(4) 11 : 10 (5) 14 : 13

19. यदि $a : b = \frac{2}{9} : \frac{1}{3}, b : c = \frac{2}{7} : \frac{5}{14}, d : c = \frac{7}{10} : \frac{3}{5}$ हो, तो $a : b : c : d$ बराबर है
(1) 4 : 6 : 7 : 9 (2) 16 : 24 : 30 : 35
(3) 8 : 12 : 15 : 7 (4) 30 : 35 : 24 : 16
(5) इनमें से कोई नहीं

20. A, B और C की आय 7 : 9 : 12 के अनुपात में है तथा उनके व्यय 8 : 9 : 15 के अनुपात में है। यदि A अपनी आय का 1/4 भाग बचाता है, तो A, B तथा C की बचत का अनुपात है
(1) 56 : 99 : 69 (2) 69 : 56 : 99 (3) 99 : 56 : 69
(4) 99 : 69 : 56 (5) 69 : 99 : 56

21. किसी मिश्रित धातु में ताँबे और जस्ते का अनुपात 5 : 2 है। यदि इस मिश्रित धातु के 17 किग्रा 500 ग्राम में 1.250 किग्रा जस्ता मिला दिया जाए, तो ताँबे और जस्ते का अनुपात होगा
(1) 2 : 1 (2) 2 : 3 (3) 3 : 2
(4) 1 : 2 (5) इनमें से काई नहीं

22. यदि 378 सिक्के ₹ 1,50 पैसे तथा 25 पैसे के सिक्कों के रूप में हैं तथा इनके मान 13 : 11 : 7 के अनुपात में हैं, तो 50 पैसे के सिक्कों की संख्या होगी
(1) 130 (2) 128 (3) 136
(4) 133 (5) 132

23. P और Q की आय का अनुपात 3 : 4 है तथा उनके व्ययों का अनुपात 2 : 3 है। यदि इनमें से प्रत्येक ₹ 6000 की बचत करता है, तो P की आय है
(1) ₹ 20000 (2) ₹ 12000 (3) ₹ 18000
(4) ₹ 24000 (5) ₹ 22000

24. ₹ 3400 को A, B, C, D में इस प्रकार विभाजित किया जाता है कि A और B के भागों, B और C के भागों, C और D के भागों के क्रमश: 2 : 3, 4 : 3 तथा 2 : 3 के अनुपात रहें। B और C के भागों का योग है
(1) ₹ 2040 (2) ₹ 1680 (3) ₹ 2000
(4) ₹ 1720 (5) ₹ 1600

25. किसी थैले में ₹ 90 की राशि 50 पैसे, 25 पैसे और 10 पैसे के सिक्कों के रूप में है। यदि 50 पैसे, 25 पैसे और 10 पैसे के सिक्कों का अनुपात 2 : 3 : 5 है, तो थैले में 25 पैसे के सिक्कों की संख्या है
(1) 80 (2) 120 (3) 100
(4) 135 (5) 130

26. किसी मिश्रण में स्पिरिट और पानी 3 : 2 के अनुपात में है। यदि इसमें पानी से स्पिरिट 3 लीटर अधिक है, तो इस मिश्रण में स्पिरिट की मात्रा है
(1) 10 लीटर (2) 12 लीटर (3) 8 लीटर
(4) 9 लीटर (5) 2 लीटर

27. ₹ 1550 की एक धनराशि आंशिक रूप से 5% और 8% की वार्षिक दरों से साधारण ब्याज पर लगाई जाती है। 3 वर्षों के बाद ब्याज के रूप में कुल ₹ 300 प्राप्त हुए। 5% तथा 8% की दरों पर लगाई गई राशियों का अनुपात है
(1) 5 : 8 (2) 8 : 5 (3) 31 : 6
(4) 16 : 15 (5) 3 : 9

28. यदि $\frac{2a + b}{(a + 4b)} = 3$ है, तो $\frac{a + b}{a + 2b}$ का मान है
(1) $\frac{5}{9}$ (2) $\frac{2}{7}$ (3) $\frac{10}{9}$
(4) $\frac{10}{7}$ (5) $\frac{2}{9}$

29. यदि $a : b = 2 : 3$ तथा $b : c = 4 : 5$ है, तो $a^2 : b^2 : bc$ का मान है
(1) 4 : 9 : 45 (2) 16 : 36 : 45 (3) 16 : 36 : 20
(4) 4 : 36 : 20 (5) 2 : 16 : 35

30. यदि $A : B = \frac{1}{2} : \frac{3}{8}$, $B : C = \frac{1}{3} : \frac{5}{9}$ तथा $C : D = \frac{5}{6} : \frac{3}{4}$ है, तो $A : B : C : D$ है
(1) 6 : 4 : 8 : 10 (2) 6 : 8 : 9 : 10 (3) 8 : 6 : 10 : 9
(4) 4 : 6 : 8 : 10 (5) 3 : 19 : 18

उत्तरमाला

1. (3)	2. (1)	3. (3)	4. (5)	5. (4)	6. (2)	7. (1)	8. (3)	9. (1)	10. (3)
11. (3)	12. (5)	13. (3)	14. (3)	15. (3)	16. (3)	17. (4)	18. (1)	19. (2)	20. (1)
21. (1)	22. (5)	23. (3)	24. (2)	25. (2)	26. (4)	27. (4)	28. (3)	29. (2)	30. (3)

संकेत एवं हल

1. दिया है,

$$\frac{p}{q}=\frac{3}{4} \quad \text{तथा} \quad \frac{q}{r}=\frac{8}{9}$$

$$\therefore \quad \frac{p}{r}=\frac{p}{q}\times\frac{q}{r}=\frac{3}{4}\times\frac{8}{9}=\frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow p:r=2:3$$

2. दिया है,

$$a+b:b+c:c+a=6:7:8$$

माना $a+b=6k, b+c=7k$ तथा $c+a=8k$

$$\therefore \quad 2(a+b+c)=6k+7k+8k$$

$$\Rightarrow \quad (a+b+c)=\frac{21}{2}k$$

$$\Rightarrow \quad 14=\frac{21}{2}k \Rightarrow k=\frac{4}{3}$$

अत: $c=(a+b+c)-(a+b)$

$$=\frac{21k}{2}-6k=\left(\frac{21-12}{2}\right)k=\frac{9}{2}\times\frac{4}{3}=6$$

3. $\dfrac{4x^2-3y^2}{2x^2+5y^2}=\dfrac{12}{19} \Rightarrow \dfrac{4\left(\frac{x}{y}\right)^2-3}{2\left(\frac{x}{y}\right)^2+5}=\dfrac{12}{19}$

$$\Rightarrow \quad 76\left(\frac{x}{y}\right)^2-57=24\left(\frac{x}{y}\right)^2+60$$

$$\Rightarrow \quad 52\left(\frac{x}{y}\right)^2=117$$

$$\Rightarrow \quad \left(\frac{x}{y}\right)^2=\frac{117}{52}=\frac{9}{4}$$

$$\Rightarrow \quad x:y=3:2$$

4. दिया है, $2A=3B \Rightarrow \dfrac{A}{B}=\dfrac{3}{2}$

तथा $4B=5C \Rightarrow \dfrac{B}{C}=\dfrac{5}{4}$

$$\therefore \quad \frac{A}{C}=\frac{A}{B}\times\frac{B}{C}=\frac{3}{2}\times\frac{5}{4}=\frac{15}{8}$$

5. दिया है, $x\times 0.5=y\times 0.07$

$$\Rightarrow \quad \frac{x}{y}=\frac{0.07}{0.5}=\frac{7}{50}$$

$$\Rightarrow \quad x:y=7:50$$

6. 12 व 30 के तृतीयानुपाती $=\dfrac{30\times 30}{12}=75$

तथा 9 व 25 के मध्यानुपाती $=15$

$$\therefore \quad \text{अभीष्ट अनुपात}=\frac{75}{15}=\frac{5}{1}=5:1$$

7. प्रश्नानुसार, $\dfrac{15-x}{19-x}=\dfrac{3}{4}$

$$\Rightarrow \quad 60-4x=57-3x$$

$$\Rightarrow \quad 3=x$$

8. माना वृत्ताकार मार्ग की आन्तरिक त्रिज्या r_2 तथा बाह्य त्रिज्या r_1 है।

तब प्रश्नानुसार,

$$\frac{2\pi r_1}{2\pi r_2}=\frac{23}{22} \Rightarrow \frac{r_1}{r_2}=\frac{23}{22}$$

$$\Rightarrow \quad r_1=\frac{23}{22}r_2$$

परन्तु $r_1-r_2=5$

$$\Rightarrow \quad \frac{23}{22}r_2-r_2=5 \Rightarrow \frac{1}{22}r_2=5$$

$$r_2=110 \text{ मी}$$

$$\therefore \quad \text{आन्तरिक व्यास} = 220 \text{ मी}$$

9. दिया है,

$A:B=5:2$ तथा $B:C=7:13$

$$\therefore \quad A:B:C=35:14:26$$

तथा कुल भाग $=750$

$$\therefore \quad A \text{ का भाग}=\frac{35}{35+14+26}\times 750$$

$$=\frac{35}{75}\times 750=₹\ 350$$

10. ट्रक की चाल $=\dfrac{550}{60}=\dfrac{55}{6}$ मी/से

तथा बस की चाल $=\dfrac{33000}{45\times 60}=\dfrac{110}{9}$ मी/से

ट्रक व बस की चालों का अनुपात $=\dfrac{55/6}{110/9}$

$$=\frac{55\times 9}{110\times 6}=\frac{3}{4}=3:4$$

11. माना वर्गों की भुजाएँ क्रमश: a_1 तथा a_2 हैं।

$$\therefore \quad \left(\frac{a_1}{a_2}\right)^2=\frac{225}{256} \Rightarrow \frac{a_1}{a_2}=\frac{15}{16}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{4a_1}{4a_2}=\frac{4\times 15}{4\times 16}=\frac{15}{16}$$

$\therefore$ दोनों वर्गों के परिमापों का अनुपात $=15:16$

14. $1:2, 2:3$ व $3:4$ का मिश्रित अनुपात

$=1\times 2\times 3:2\times 3\times 4=1:4$

15. माना $0.12, 0.21, 8$ का चतुर्थानुपाती x है।

$$\therefore \quad \frac{0.12}{0.21}=\frac{8}{x} \Rightarrow x=\frac{8\times 21}{12}=14$$

www.classroomnotes.in

16. $p:q=r:s=t:u=2:3$

माना $p=2k, q=3k, r=2k, s=3k,$

$t=2k, u=3k$

$\therefore \quad \dfrac{(mp+nr+ot)}{(mq+ns+ou)}=\dfrac{m(2k)+n(2k)+o(2k)}{m(3k)+n(3k)+o(3k)}$

$=\dfrac{2k(m+n+o)}{3k(m+n+o)}=\dfrac{2}{3}$

$\therefore \quad (mp+nr+ot):(mq+ns:ou)=2:3$

18. दिया है, $\dfrac{x}{y}=\dfrac{3}{1}$

तब $\dfrac{x^3-y^3}{x^3+y^3}=\dfrac{\left(\frac{x}{y}\right)^3-1}{\left(\frac{x}{y}\right)^3+1}=\dfrac{3^3-1}{3^3+1}=\dfrac{27-1}{27+1}=\dfrac{26}{28}=\dfrac{13}{14}$

$\therefore \quad (x^3-y^3):(x^3+y^3)=13:14$

19. दिया है, $a:b=\dfrac{2}{9}:\dfrac{1}{3}=2:3$

$b:c=\dfrac{2}{7}:\dfrac{5}{14}=4:5$

$c:d=\dfrac{3}{5}:\dfrac{7}{10}=6:7$

$a:b:c:d=48:72:90:105=16:24:30:35$

20. माना A, B तथा C की आय क्रमशः $7x, 9x$ तथा $12x$ हैं तथा उनके व्यय क्रमशः $8y, 9y$ तथा $15y$ हैं।

तब A की बचत $=7x-8y$

B की बचत $=9x-9y$

तथा C की बचत $=12x-15y$

परन्तु प्रश्नानुसार, A की बचत $=\dfrac{x}{4}$

$\Rightarrow 7x-8y=\dfrac{7x}{4} \Rightarrow 21x=32y$

$\Rightarrow \quad x=\dfrac{32}{21}y$

A, B तथा C की बचत का अनुपात

$=(7x-8y):(9x-9y):(12x-15y)$

$=\dfrac{8}{3}:\dfrac{33}{7}:\dfrac{23}{7}=56:99:69$

21. माना मिश्रण में ताँबे व जस्ते की मात्रा क्रमशः $5x$ व $2x$ किग्रा है।

$\therefore \quad 7x=17.5$

$\Rightarrow \quad x=2.5$ किग्रा

$\therefore$ ताँबे की मात्रा $=12.5$ किग्रा

तथा जस्ते की मात्रा $=5$ किग्रा

जस्त की नई मात्रा $=6.250$ किग्रा

$\therefore$ नया अनुपात $=12.5:6.50=2:1$

22. ₹ 1, 50 पैसे तथा 25 पैसे के सिक्कों के मान का अनुपात $=13:11:7$

माना ₹ 1 के सिक्कों का मान $=13x$

50 पैसे के सिक्कों का मान $=11x$

तथा 25 पैसे के सिक्कों का मान $=7x$

अतः ₹ 1 के सिक्कों की संख्या $=13x$

50 पैसे के सिक्कों की संख्या $=22x$

तथा 25 पैसे के सिक्कों की संख्या $=28x$

प्रश्नानुसार,

$13x+22x+28x=378$

$\Rightarrow \quad 63x=378$

$\Rightarrow \quad x=6$

$\therefore$ 50 पैसे के सिक्कों की संख्या $=22\times 6=132$

23. दिया है, $a=3, b=4, c=2, d=3, x=₹6000$

$\therefore \quad P$ की आय $=₹\dfrac{xa(d-c)}{ad-bc}$

$=\dfrac{6000\times 3\times(3-2)}{3\times 3-4\times 2}=6000\times 3=₹18000$

24. दिया है, $A:B=2:3$

$B:C=4:3$ तथा $C:D=2:3$

$\therefore \quad A:B:C:D=16:24:18:27$

अतः B का भाग $=\dfrac{24}{16+24+18+27}\times 3400$

$=\dfrac{24}{85}\times 3400=₹960$

तथा C का भाग $=\dfrac{18}{85}\times 3400=₹720$

$\therefore \quad B$ तथा C के भाग का योग $=960+720=₹1680$

25. माना 50 पैसे, 25 पैसे व 10 पैसे के सिक्कों की संख्या क्रमशः $2x, 3x$ व $5x$ है।

$\therefore \quad x+\dfrac{3x}{4}+\dfrac{x}{2}=90$

$\Rightarrow \quad \dfrac{4x+3x+2x}{4}=90$

$\Rightarrow \quad x=\dfrac{90\times 4}{9}=40$

$\therefore$ 25 पैसे के सिक्कों की संख्या $=120$

26. स्पिरिट तथा पानी का अनुपात $=3:2$

माना स्पिरिट की मात्रा $=3x$ तथा पानी की मात्रा $=2x$

प्रश्नानुसार, $3x-2x=3 \Rightarrow x=3$

$\therefore$ स्पिरिट की मात्रा $=3\times 3=9$ लीटर

27. माना पहला भाग $=₹x$

$\therefore$ दूसरा भाग $=₹(1550-x)$

प्रश्नानुसार,

$\dfrac{x\times 5\times 3}{100}+\dfrac{(1550-x)\times 8\times 3}{100}=300$

$\Rightarrow \quad 15x+37200-24x=30000$

$\Rightarrow \quad 9x=7200 \Rightarrow x=₹800$

$\therefore$ राशियाँ ₹ 800 तथा ₹ 750 हैं।

अतः अभीष्ट अनुपात $=\dfrac{800}{750}=\dfrac{16}{15}=16:15$

28. दिया है, $\dfrac{2a+b}{a+4b}=3$

$\Rightarrow \quad 2a+b=3a+12b$

$\Rightarrow \quad a=-11b$

$\therefore \quad \dfrac{a+b}{a+2b}=\dfrac{-11b+b}{-11b+2b}=\dfrac{-10b}{-9b}=\dfrac{10}{9}$

29. दिया है, $a:b=2:3$ तथा $b:c=4:5$

$\therefore \quad a^2:b^2=4:9$ तथा $b^2:bc=4:5$

$\therefore \quad a^2:b^2:bc=\dfrac{4}{9}:1:\dfrac{5}{4}=16:36:45$

www.classroomnotes.in