

अध्याय-15

परिमाप और क्षेत्रफल

15.1 गूगिका

आगे नज़, किट्ठ ल पने, जरवर डैर खेड़की के गल्ले, चकले, छमरे के कर्र, छ्लैक्लबड़, बैच आदि को देखा है। इन्हें चात्तां आर के लगारी छिनारां का नामें। इनक चरं और के किन्वरे की लन्धाई के कुल नाम को परिनप या परिभिति कहते हैं। इन घट्टजों के प्रारा किसी पाल के धेरे परे याम को उस का क्षेत्रफल कहते हैं। आइए कुछ पाल की जानूरियें के परिमाप और क्षेत्रफल के बारे में चर्चा करें।

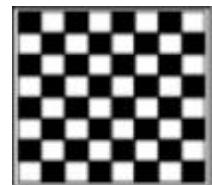
15.2 पुनरवलोकन

निहाल के गार 3 रोगी, गुज़ा वाले बुझ से कले व सफेद चर्चा हैं वह वर्ग को लकड़ी के बोड़ पर चिनकाकर एक शतरंज बोर्ड बनाना चाहते हैं।

शतरंज बोर्ड बनाने के लिए कितने काले व सफेद चर्चा की लकड़त होगी? इन चर्चा रोगी शतरंज बोर्ड बनाने के लिए कितने बड़े लकड़ी के बर्ड की जारी होगी? सफेद चर्चा की लन्धाई चौकड़ी क्या होगी? यदि निहाल इस शतरंज बोर्ड के चारों आर 3 समी. चौड़ा क्रम भी लगा दे तो शतरंज बोर्ड कितने जगह घेरेगा?

वृक्षे एक शतरंज बोर्ड में 64 खाने होते हैं और छाबर संज्ञा में काले व सफेद खाने होते हैं। अतः 32-32 प्रभाशः 64 ले व 64 फेद खाने होते हैं। मुनः थदि प्रथेष्व उना ६४ वर्ग रोगी। का है तो उसे 64 वर्ग रोगी, बड़े बोर्ड की आवश्यकता होगी? हरने कक्षा-6 में क्षेत्रफल के बारे में पढ़ा है। अतः 64 वर्ग सेमी. क्षेत्रफल वाले बोर्ड के भुजा 8 सेमी. है।

शतरंज बोर्ड कितनों जगह घेरेगा इसक लिए हनं क्षेत्रफल ज्ञात करना होगा और क्रम की लम्ब इंजान के लिए परिमाप ज्ञात करना होगा।



आकृति-15.1

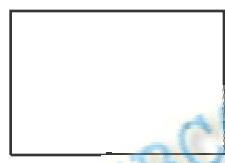
स्वयं करके देखिए

नीच दिए गए प्रश्नों को हल करने के लिए आपका क्षत्रिय उत्तरांश नं से किसकी आवश्यकता होगी।

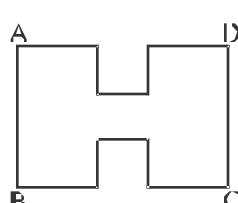
1. श्यामलाल कितनी ज़मीन धरता है?
2. एक लंबाकार जाम के 6 बीघे के बारे जोर बाड़ लगाने के लिए आवश्यक तार की लंबाई क्या है?
3. एक टेकोने पल के चर्चे और दो बार चक्कर लगाने पर उन्हें कितनी दूरी तय करेंगे?
4. एक आयताकार स्तंभेण पूल को ढँकने के लिए आपको कितनी प्लास्टिक शीट की आवश्यकता होगी?

क्या आप जानते हैं,

$$\begin{aligned}
 \text{समबहुभुजा का परिमाप} &= \text{भुजाओं की संख्या} \times \text{एक भुजा की लंबाई} \\
 \text{र्ता का परिमाप} &= 4 \times \text{भुजा} \\
 \text{आयत का परिमाप} &= 2 \times (\text{ल.} + \text{बी}) \\
 \text{आयत का क्षेत्रफल} &= \text{ल.} \times \text{बी} \\
 \text{र्ता का क्षेत्रफल} &= \text{भुजा} \times \text{भुजा}
 \end{aligned}$$

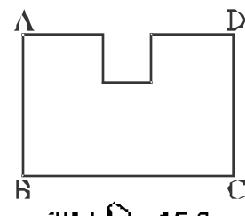


आकृति-15.2



आकृति-15.4

चान्द को एक कोलाज (collage) तूरा करने के लिए कौन से मी. भुजा बाले वर्ग की अपश्यकता थी। उसके बारे 28 रोपी, लंबाई 15 रोपी, छैलाई बाली रुक आयतकर शीट थी (आकृति-15.2)। उसने इस आयताकार शीट नं से एक 4 स्मी. भुजा बाल एक वर्ग का काटा। उसकी बाली ने शीट के शेष भाग को देखा (आकृति-15.3) और उन्होंने ऐसा पूछा, "क्या इसका परिमाप अब बढ़ गया है या लग हो रहा है?" व्या भुजा की जुल लंबाई, वर्ग काटने के बाद बढ़ गई है? व्या क्षत्रिय बढ़ गया है या कम हो रहा है? पान्या र मुख जुड़ गें रो एक और वर्ग काटती है (आकृति-15.4)।



आकृति-15.3

क्या शीट के शेष भाग का चरिन्प चाले से और अधिक हो जाएगा या कम हो जाएगा?
 क्या शैट का क्षेत्रफल पहल से और अधिक बढ़ेगा या कम होगा?
 अतः यहाँ से हम क्या निष्कर्ष निकाल सकते हैं?
 परन्तु यह स्पष्ट है कि वरिन्प के बड़ाए जाने पर क्षेत्रफल का बढ़ना अवश्यक नहीं है।

सदयं करके देखिए

- परिन्प शीटां पर आकृति—15.3 उरे 15.4 लेसी आलग—आलग आकृतियों का बनाकर उसक चरिन्प और क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। क्या चरिन्प बढ़ने पर क्षेत्रफल भी बढ़ता है? पाठ्यपत्र।
- दो एस लदाहरण दीजिए (आकृति बगालर भी बताएँ) जहाँ परिनाम के बढ़ने पर उसका क्षेत्रफल भी बढ़ जाए।
- ऐस दो लदाहरण दीजिए (आकृति बगालर भी बताएँ) जहाँ परिनाम के बढ़ने पर उसके क्षेत्रफल में भी बढ़ोत्तरी न हो।

उदाहरण—1. एक वर्ग का क्षेत्रफल 121 वर्गमीटर है। तो उस वर्ग का परिमाण ज्ञात कीजिए।

हल : यदि वर्ग का क्षेत्रफल = भुजा \times भुजा = भुजा²

$$\therefore \text{भुजा} = \sqrt{\text{वर्ग का क्षेत्रफल}} \quad \text{अब वर्ग का परिमाण} = 4 \times \text{भुजा}$$

$$= \sqrt{121 \text{मी}^2} = 11 \text{ मी.} \quad - 4 \times 11 \text{ मी.} = 44 \text{ मी. उत्तर}$$

उदाहरण—2. 10 सेमी. चौड़ाई वाल एक आयत लाइ लोहे के शीट का क्षेत्रफल 400 वर्ग सेमी. है। तो उसकी परिमिति इत करें।

हल : चौड़ाई = 10 सेमी. क्षेत्रफल = 400 वर्ग सेमी.

आयत कार शीट का क्षेत्रफल = ल. \times बै.

$$400 \text{ सेमी.} = \text{ल.} \times 10 \text{ सेमी.}$$

$$\text{ल.} = \frac{400}{10} = 40 \text{ सेमी.}$$

अब, आयताकार इंट की परिमेत्रि $2(l + b)$

$$2(10 + 10) \text{ रोपी.} = 2 \times 20 \text{ रोपी.} = 100 \text{ रोपी.}$$

उदाहरण-3 : 12 मी. \times 11 मी. माल एक दीवार में 3 नी. \times 2 मी. माल बले एक दरवाजे का एक बौखट लगाया या है। यदि दीवार पर पेंट करने का खर्च 2.50 रु. त्रिभुजाकार हो तो 50 दीवार पर पेंट कराने का खर्च ज्ञात करें।

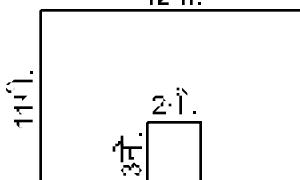
12मी.

हल : दीवार पर पेंट, दीवार के क्षेत्रफल को छोड़कर होगा।

$$\text{दरवाजे का क्षेत्रफल} = l \times b.$$

$$= 3 \text{ नी.} \times 2 \text{ मी.} = 6 \text{ वर्गमीटर}$$

$$\text{दरवाजे साथी दीवार का क्षेत्रफल} = l \times b.$$



आफूरि-15.5

$$= 12 \text{ मी.} \times 11 \text{ मी.} = 132 \text{ मी.}^2$$

$$\text{दरवाजे को छोड़कर, दीवार का क्षेत्रफल} = 132 \text{ मी.}^2 - 6 \text{ मी.}^2 = 126 \text{ मी.}^2$$

$$\text{दीवार पर पेंट कराने का लुप्त उर्च} = 126 \text{ मी.}^2 \times 2.50 \frac{\text{रु.}}{\text{मी.}^2} = 315 \text{ रु. लक्षर}$$

उदाहरण-4 : एक आचत का शेकड़ल एक वर्ग के क्षेत्रफल के बराबर है। यदि आचत का दीवार का क्षेत्रफल 100 वर्ग मीटर हो तो वर्ग की कुजा ज्ञात करें।

हल : वर्ग का क्षेत्रफल आचत का क्षेत्रफल = 100 वर्ग रोपी.

$$एवं वर्ग का क्षेत्रफल = कुजा$$

$$100 \text{ मी.}^2 = \text{कुजा}$$

$$\therefore \text{कुजा} = \sqrt{100 \text{ मी.}^2} = 10 \text{ नी.}$$

उदाहरण-5 : एक ८ र 20 रोपी. गुजा ८ ले १० ले आकर का है। यदि ८ र को दूर र गोड़ कर एक 24 सर्पी. लाबाई वाले एक आचत बनाय जात है, तो इसकी चौड़ई ज्ञात कीजिए तथा यह भी बताइए कि किसका क्षेत्रफल अधिक होगा?

हल : वर्ग की एक कुजा = 20 सर्पी. तथा क्षेत्रफल = $20 \times 20 = 400$ वर्ग सर्पी.

$$8 \text{ र की लाबाई} = \text{वर्ग का परिमाप} = 4 \times \text{कुजा} = 4 \times 20 = 80 \text{ रोपी.}$$

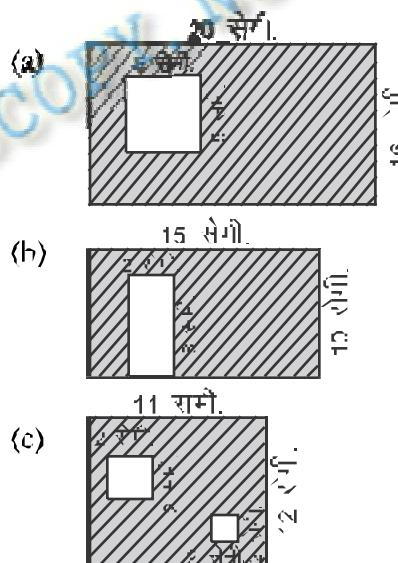
एवं आचत की लम्बाई = 24 सर्पी., चौड़ई = ? (यूकि उसी तार का नड़कर आचत बनाते हैं। अतः इस आचत के लम्बा का परिमाप नी 80 रोपी. ही होगा।)

ए आयत का परिमाप = 2 (ल. + चौ.)

$$\begin{aligned} & \Rightarrow 80 \text{ समी.} = 2 (24 \text{ सेमी.} + \text{चौ.}) \quad \Rightarrow \quad \frac{80}{2} \text{ सेमी.} = 24 \text{ समी.} + \text{चौ.} \\ & \Rightarrow \text{चौ.} = 40 \text{ सेमी.} - 24 \text{ सेमी.} = 16 \text{ सेमी.} \rightarrow \text{आयत की चैम्फाइ} = 16 \text{ सेमी. है।} \\ & \text{पुनः आयत का तार का क्षेत्रफल} = \text{लं.} \times \text{चौ.} = 24 \text{ सेमी.} \times 16 \text{ सेमी.} = 384 \text{ सेमी.}^2 \\ & \text{अतः स्पष्ट है कि } 18 \text{ से. बने } 8^\circ \text{ का क्षेत्रफल अधिक होगा।} \end{aligned}$$

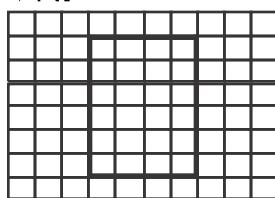
प्रश्नावली 15.1

1. एक आयताकार फ्रेम की लम्बाई 15 सेमी. और ऊँड़ाइ 10 सेमी. हैं। त उसकी परिमेत्रि और क्षेत्रफल ज्ञात करें। यदि फ्रेम को बारों ओर 12 रु. प्रतिग्रीष्ठ नाले लेते जानी है तो लेर की कीमत ज्ञात कराइए।
2. एक अग्यताकार बाय के बागन की जरिमिति 100 भी. है तथा लम्बाई 30 मी. सौ ऊँड़ाइ ज्ञात कीजिए।
3. एक बगांकार मैदान का क्षेत्रफल 44 पर्सी बीटर है। तो इस मैदान की परिमेत्रि ज्ञात कीजिए।
4. (i) नीचे दिए गए चित्रों में छानीकृत भाग का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

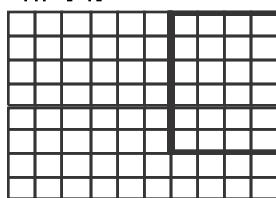


- (ii) किसी एक वित्र के लिए यह भी बताइए कि छवांकित भाग का क्षेत्रफल ज्ञात करने के लिए आपने क्या किया?
5. कदा में रियाक ने छात्रों को एक गतिविद्या करने को दी। छवें के 10 सेमी. लम्बे व 8 रोमी. ऊँचे थे। ये 6 रोमी. लम्बा व 4 रोमी. ऊँचा दुष्कृति काढने थे। रमेश, नाजिया, दीना व अब्दुल हाफिज ने इसी नीचे दिखाए अनुराग अला-कला तरीके से लाठी।

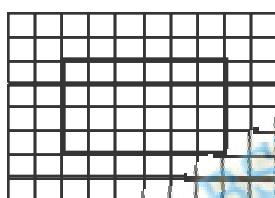
रमेश



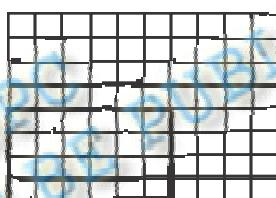
नाजिया



दीना



अब्दुल हम



- (i) चरण छात्रों के लिए नीचे दिखाए गए क्षेत्रफल की गणना कीजिए।

रमेश : _____ नाजिया : _____

दीना : _____ अब्दुल हम : _____

आपने क्या किया?

6. 20 रोमी. वैल्यूइ वाले एक आयताकार रॉट का क्षेत्रफल 600 वर्ग रोमी. है। उसकी परिमिति ज्ञात करें।
7. 6 फी. x 4 फी. + 14 वाली एक दीवार में 3 फी. x 2 फी. 14 वाले एक दरवाजे का एक चैखना लगाया जाना है। यदि एक वर्ग नीलाल दीवार पर गैल कराने का खर्च 3.50 रु. हो तो यूर्सी दीवार पर गैल कराना का खर्च ज्ञात करें।

8. एक तार जायता के आकार के है। इसकी लम्बाई 50 नी. और चौड़ाई 30 नी. है। यदि उसी तार के दोनों ओर कर 50 वर्ग मीटर जाता है तो ग्रेडेक भूजा की आप क्या होगी? वह भी ज्ञात कीजिए तो किस आकार का क्षेत्रफल अधिक होगा?
9. एक आयत का क्षेत्रफल एक वर्ग के क्षेत्रफल का व्याप्त है। यदि आयत का क्षेत्रफल 3600 वर्ग सेमी. है तो वर्ग की भुजा ज्ञात कीजिए।
10. एक वर्ग का दोनों कीजिए जिसका घेरा उस आयत के दोनों के बराबर है जिसकी लम्बाई 60 मीटर है पथ लम्बाई, उसकी लम्बाई की तीन गुनी है।
11. बताइए कि एक 10×10 रोडी के एक के ऊपर
है। इस शीट से चित्र बनाने के लिए वह 5×6
सेमी. की शीट लटना चाहती है।
- बताइए शीट काटने के बाद वही हुई कार्डशीट का क्षेत्रफल कितना होगा चहिए?
 - शीट काटने के बाद उसे लगा कि उसके बड़ा वर्ग काट लिया है तो कितने चास सिफं 64 वर्ग सेमी. शीट ही रही। बताइए, उसने कितनी भुजा की वर्ग कराया?
12. दिए गए ग्रेड 55 14 रोडी परिमाप के आप जितना चाहें उसना आयत बनाइए। बरा उनकी लम्बाई व चौड़ाई पूरा संरख्या में हों। लदाहरण के तौर पर इस आयत पहले ही बनाया गया है।
- अब ग्रहणक आयत का क्षेत्रफल यता जीजिए और उसे दी गई सरणी में लिखिए। उदाहरण में ०८ तुर आयत का क्षेत्रफल 10 वर्ग रोडी. है।



आकृति-15.6

आयत	लम्बाई	चौड़ाई	परिमाप	क्षेत्रफल
(a)	5 लमी.	2 लमी.	14 लमी.	10 वर्ग सेमी.
(b)				
(c)				
(d)				

(ii) जिस अचत का क्षेत्रफल सबसे कम है, इसकी दोनों भुजाओं का माप क्या है?

(iii) जिस आयत का क्षेत्रफल सबसे अधिक है, उसकी दोनों भुजाओं की माप क्या है?

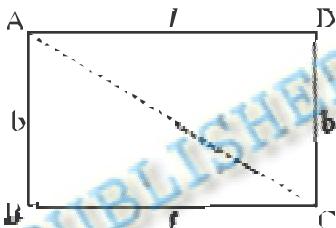
15.3 त्रिभुज का क्षेत्र (Area of Triangle)

एक आयताकार कागज का एक टुकड़ा लेते हैं, उसे बिन्दुनों के अनुदिश ऐसा काटें कि दो त्रिभुज बनते हैं (आकृति 15.7)

अब एक का तूसरे पर रखिए। क्या ये दोनों Δ एक दूसरे का पूर्णतया ढंग लेते हैं?

उमेर देखते हैं कि हृ, दोनों Δ एक-दूसरे के पूर्णतया ढंग लेते हैं। अतः दोनों राशियाँ बराबर हैं। (आकृति 15.7)

इस लिए प्रैक्टिक के द्वारा ज्ञात आपस में समान होगा।



आकृति-15.7

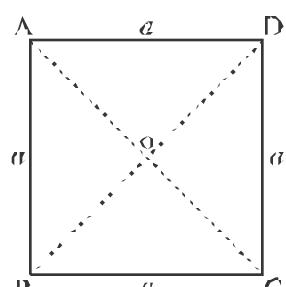
ΔABC का क्षेत्रफल, आयत के क्षेत्रफल का आधा होगा।

$$\Delta ABC \text{ का क्षेत्रफल} = \frac{1}{2} \text{ आयत } ABCD \text{ का क्षे.}$$

$$= \frac{1}{2} (l \times b) \quad (\text{यदि } l = \text{आधार}, b = \text{ऊँचाई है})$$

$\text{अतः त्रिभुज का क्षेत्रफल} = \frac{1}{2} \times \text{आधार} \times \text{ऊँचाई}$

इसी प्रकार कोई वर्ग लेकर उसे त्रिभुजों में बांटिए तथा प्रत्येक त्रिभुज का क्षेत्रफल जाता जाए। a भुज का $ABCD$ एक वर्गाकार लागज ला एक टुकड़ा लै, उसे बिन्दुनों के अनुदिश गोड़कर काट ले, तिर त्रिभुजों को एक-दूसरे गर रखिए। क्या ये त्रिभुज एक-दूसरे का पूर्णतया ढंग लेते हैं? इन देखत हैं कि सभी त्रिभुज एक दूसरे के पूर्णतया ढंग लेते हैं। अतः वारों त्रिभुज स्वरूप सन हैं। पुर लें। त्रिभुजों का क्षेत्रफल तरह नहीं हो।।।



आकृति-15.8

अतः वर्ग ABCD का क्षेत्रफल = चतुर्भुज का क्षेत्रफल

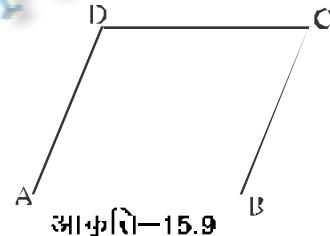
$$\text{प्रत्येक त्रिभुज का क्षेत्रफल} = \frac{1}{4} \times \text{वर्ग का क्षेत्रफल}$$

स्वयं करके देखिए

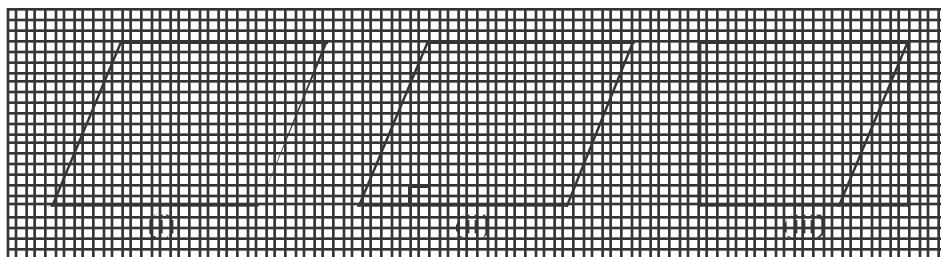
आयत का क्षे.	लम्बाई	चौड़ाई	त्रिभुज का क्षे. = $\frac{1}{2}$ आयत का क्षे.
24 वर्ग सेमी.	6 सेमी.	$\frac{24}{6} = 4$ सेमी.	$-\frac{1}{2} \times 24 = 12$ सेमी.
		8 सेमी.	36 वर्ग सेमी.
50 वर्ग सेमी.	10 सेमी.		
		20 सेमी.	15 वर्ग सेमी.

15.4 रागान्तर चतुर्भुज का क्षेत्रफल (Area of a Parallelogram)

एक किसान वित्र ने दी गई आकृति और समान्तर चतुर्भुज का लंब खीदता है। इसके चारों ओर बाहु जगाने में मिलने वाले चाहिए इरकी गणना करने कर दी। परन्तु किसने वर्ग मीटर क्षेत्रफल यह प्लॉट घेता है। इसकी गणना वह नहीं कर पा। आइए ऐसी आकृतियां के क्षेत्रफल के गणना करें।



ग्राफ पैपर पर एक समान्तर चतुर्भुज बनाइए जैसा कि आकृति [15.10(i)] में दिखाया गया है। इस समान्तर चतुर्भुज को लाइए। समान्तर चतुर्भुज के एक शीर्ष से इसकी सम्मुख भुजा पर एक लंब खींचें अकृति [15.10(ii)]। इस त्रिभुज के काट लीजिए और इस त्रिभुज का रागान्तर चतुर्भुज के दुसरी त्रिभुज के रख लें आकृति [15.10(iii)]।



आकृति-15.10

आप कैसी आँखों प्राप्त करते हैं? आप एक ज्यात प्राप्त करते हैं।

क्या समांतर चतुर्भुज का क्षेत्रफल बनाए गए आयत के क्षेत्रफल के छह गुने हैं?

हाँ, समांतर चतुर्भुज का क्षेत्रफल = बनाए गए आयत का क्षेत्रफल

आयत की लंबाई और ऊँचाई क्या हैं?

हमने देख कि बनाए गए आयत की लंबाई, समांतर चतुर्भुज के आधार की लंबाई के बीच है और आयत की ऊँचाई, समांतर चतुर्भुज की ऊँचाई के बीच है। [आँखों (iii)]।

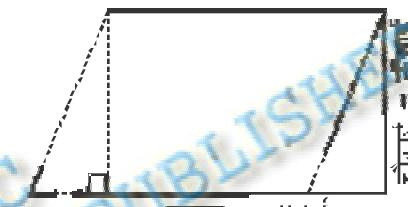
अतः समांतर चतुर्भुज का क्षेत्रफल = आयत का क्षेत्रफल

= लंबाई \times ऊँचाई

= $b \times h$

लेकिन अब लंबाई / तथा ऊँचाई b

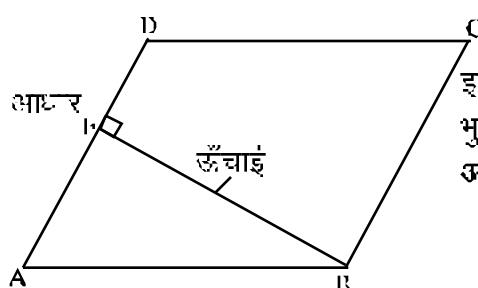
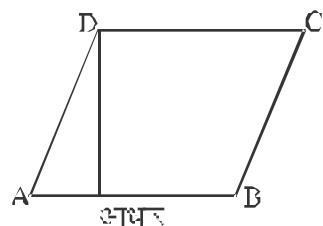
क्रमशः समांतर चतुर्भुज का आधार और ऊँचाई h ही हैं।



आकृति-15.11

इस प्रकार, समांतर चतुर्भुज का क्षेत्रफल = आधार \times ऊँचाई = $b \times h$

समांतर चतुर्भुज की किसी भी चूँगा को आधार ल सकते हैं। इस चूँगा पर समुख शीर्ष से डाला गया लंब, इसकी ऊँचाई कहलाती है। समांतर चतुर्भुज ABCD में DE, AB पर लंब है। यहॉं AB आधार तथा DE समांतर चतुर्भुज की ऊँचाई है।



इस समांतर चतुर्भुज ABCD में, BF समुख चूँगा AD पर डाला गया लंब है। यहॉं AT आधार तथा BF ऊँचाई है।

15.5 एक त्रिभुज का क्षेत्रफल

एक माली एवं पूरे हिलने पार्क पर चास लगाने का व्यय जानना चाहता है। १५.५ ग्रेडपि में उसी त्रिभुजाके रूपों का क्षेत्रफल ज्ञात करने की अधिकतम है। आइए एक त्रिभुज के क्षेत्रफल को प्राप्त करना की विधि ज्ञात करें।



आकृति-15.12

कागज के एक टुकड़े पर एक विषमबाहु त्रिभुज बनाइए। इस त्रिभुज को लाट लीजिए। इस त्रिभुज का दूसरे कागज पर चिखिए और रामन माप ले। एक त्रिभुज काटिए। इसका क्षेत्रफल आपके पार रखना चाहिए के दो विषमबाहु त्रिभुज हैं। क्या दोनों त्रिभुज समान हैं?

एक त्रिभुज का दूसरे पार रखिए जिससे वे एक दूसरे को पूरे तरह ढंक लें। आप जोगों नं से एक त्रिभुज को घुमा भी सकते हैं।

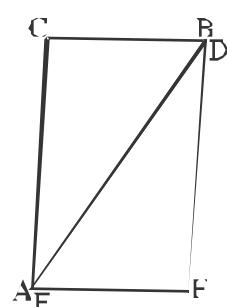
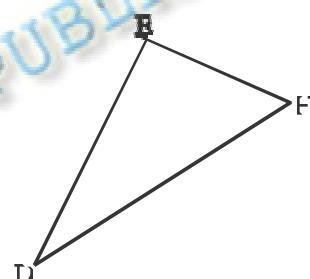
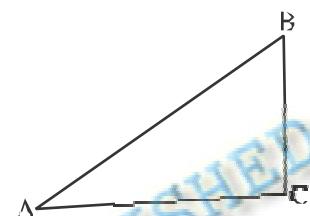
अब दोनों त्रिभुजों का दूसरे प्रकार आपस में रखिए जिससे उनकी गति भूजाएँ लापरा में वित्त जाएँ (जैसे आकृति 15.13 में दिखाया गया है)।

क्या इस प्रकार से दोनों आकृति १५.५ एक रामांतर चतुर्भुज हैं?

एक त्रिभुज के क्षेत्रफल की पुलना रामांतर चतुर्भुज के क्षेत्रफल से कौनिए?

त्रिभुजों के आधार तथा ऊँचाई के तुलना रामांतर चतुर्भुज के आधार तथा ऊँचाई से कौनिए।

आप देखेंग कि जोगों त्रिभुजों के क्षेत्रफलों का यांकल स्मान चतुर्भुज के क्षेत्रफल के बराबर है। त्रिभुज का उद्धार तथा ऊँचाई प्रकार: रामांतर चतुर्भुज के आधार तथा ऊँचाई के बराबर है।



आकृति-15.13

प्रत्येक त्रिभुज का क्षेत्रफल = $\frac{1}{2}$ (समांतर चतुर्भुज का क्षेत्रफल)

$= \frac{1}{2} (\text{आर} \times \text{ऊँचाई})$ (क्षेत्रफल, जो एक चतुर्भुज का क्षेत्र—आ. \times ऊँ)

$= \frac{1}{2} (b \times h) (\text{HII } \frac{1}{2} b h , \text{ राखीप })$

स्वयं करके देखिए:

1. ऊपर दिए गए क्रियाकलापों के अलग—अलग प्रकार के त्रिभुज लेकर लीजिए।
2. अलग—अलग प्रकार के समांतर चतुर्भुज लीजिए। प्रत्येक समांतर चतुर्भुज के त्रिभुजों में एक वैकर्ण के अनुदेश काटिए। क्या ये त्रिभुज सर्वांगसम हैं।

आकृति—15.14 में एक त्रिभुज, आधर AB = 6 सेमी. वर्ष स्थित है।

आधर AB का प्रत्येक त्रिभुज की ऊँचाई ऊँचाई के बारे में आप क्या ज्ञान सकते हैं?

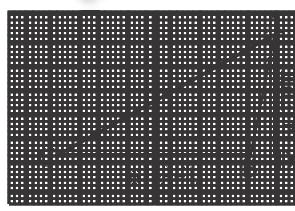
क्या हम कह सकते हैं कि सभी त्रिभुजों के क्षेत्रफल निम्नरूप हैं? हाँ।



आकृति—15.14

क्या निम्न उत्तरांश और नहीं।

उम् निकर्ष निकालते हैं कि सभी सर्वांगसम त्रिभुजों का क्षेत्रफल बराबर होता है लेकिन यह आवश्यक नहीं है कि वे त्रिभुज जिनका क्षेत्रफल बराबर होता है वे सर्वांगसम हैं।



आधर 6 सेमी. नाले एक अधिक कोण त्रिभुज ABC बनाये रखें (आकृति—15.15)।

इसकी ऊँचाई AD ऊर्ध्वा A से CB का लंब है जो त्रिभुज के दूसरे स्थित है। क्या आप इस त्रिभुज का क्षेत्रफल जान कर सकते हैं?

अतः किसी भी त्रिभुज का क्षेत्रफल = $\frac{1}{2} \times \text{आधर} \times \text{ऊँचाई}$ होता है।

इन्हें याद रखिए

- आधार का शेत्रफल = $a \times b$
 - त्रिभुज का शेत्रफल = $\frac{1}{2} \times (\text{आधार} \times \text{ऊँचाई})$
 - रामानुजन का शेत्रफल = $\frac{1}{2} \times \text{भूमि} \times \text{ऊँचाई}$

उत्तरण-६. एक रंगार कल्पुज का आधार ८ रोपी, और रंगार की ऊँचाई ८ रोपी, तो उसका क्षेत्रफल है तथा किनिंहे?

हल : आधार = ८ रोगी। सम्पत्ति व्यापक का शेषफल $= 8 \text{ सेमी.} \times 6 \text{ सेमी.}$ $= 48 \text{ वर्ग रोगी।}$	संचय = ३ रोगी। अधार व्यापक
---	--------------------------------------

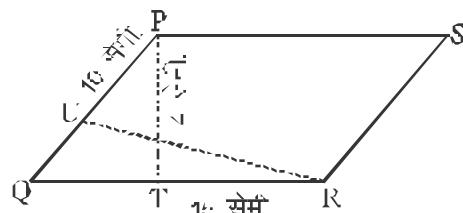
उदारण-7. एक स्माइर बट्टमूज का श्रेफल 108 वर्ग मीटर है तथा उसका ऊधार 18 नी. है तो रांगवाले वाई ल्यादू।

हल : धोनील = 108 वर्ग मी. एवं क्षेत्र = 18 वर्ग मी.
 ∴ रामानंद लघुरुद्धि का क्षेत्रफल = क्षेत्र×क्षेत्रदूर

$$108 \text{ वर्ग मी.} = 18 \text{ वर्ग मी.} \times \text{क्षेत्रदूर}$$

 अतः क्षेत्रदूर = $\frac{108}{18} = 6$ वर्ग मी.

उदाहरण-8. एक सन्तत चतुर्भुज PQRS जो भुजों की लम्बाइयाँ 10 समी. 30 से 15 सेमी. हैं। आधार QR की संगत ऊँचाई 4 सेमी. है तो आधार PQ की ऊँचाई किस प्रकार की है? (d) इस अल्पिका को देखें।



$$\text{हल : } \text{समांतर चतुर्भुज } PQRS \text{ का क्षेत्रफल} = QR \times PT \\ = 15 \text{ सेमी} \times 4 \text{ सेमी} = 60 \text{ सेमी}^2$$

पूँजी भेत्रफल = 60 सेमी.², आधार
समतल चतुर्भुज PQRS का क्षेत्रफल
= 60 सेमी.²

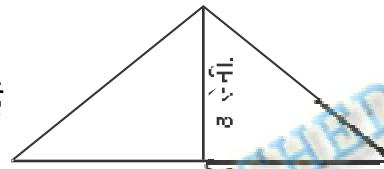
$$\begin{aligned} & - PQ = 15 \text{ सेमी.}, UR = ? \\ & = PQ \times UR \\ & = 10 \text{ सेमी.} \times UR \end{aligned}$$

$$\therefore UR = \frac{60 \text{ सेमी.}^2}{10 \text{ सेमी.}} = 6 \text{ सेमी.}$$

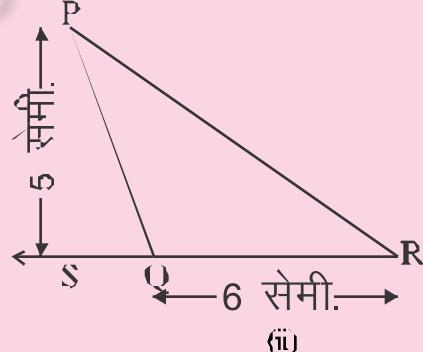
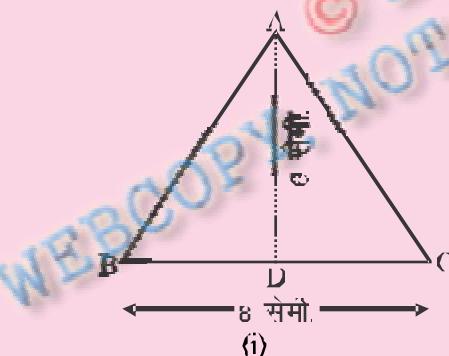
अतः जमतल चतुर्भुज PQRS ने PQ की संगत ऊँचाई 6 सेमी. होगी।

उदाहरण-9. एक त्रिभुज का क्षेत्रफल इतना कीनिए, जिसका आधार 20 सेमी. और ऊँचाई 8 सेमी. है।

हल : त्रिभुज का क्षेत्रफल = $\frac{1}{2} \times \text{आधार} \times \text{ऊँचाई}$
 $= \frac{1}{2} \times 20 \text{ सेमी.} \times 8 \text{ सेमी.}$
 $= 80 \text{ सेमी.}^2$ या 80 सेमी.^2



स्वयं कीजिए : निम्न आकृति का क्षेत्रफल छात खींचिए।



उदाहरण-10. बिल्ली त्रिभुज का क्षेत्रफल 48 वर्ग सेमी. है तथा इसके शीर्ष लाल की ऊँचाई 8 सेमी. है वे आधार की लाल है वराक्षर।

हल : क्षेत्रफल = 48 वर्ग सेमी. = 48 सेमी.² एवं ऊँचाई = 8 सेमी.

$$\text{अतः } 48 \text{ सेमी.}^2 = \frac{1}{2} \times \text{आधार} \times 8 \quad \text{अतः आधार} = \frac{48 \times 2 \text{ सेमी.}^2}{8 \text{ सेमी.}} = 12 \text{ सेमी.}$$

उदाहरण-11. त्रिभुज ABC में BC = 16 सेमी.

AE = 8 समी. तथा AC = 24 सेमी. तो BD ज्ञात करें।

हल : AE = 8 सेमी. BC = 16 सेमी.

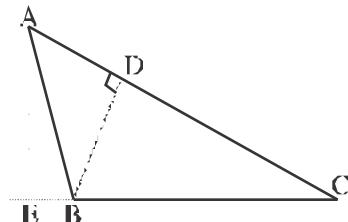
$$\text{त्रिभुज } ABC \text{ का क्षेत्रफल } \frac{1}{2} \times BC \times AE$$

$$= \frac{1}{2} \times 16 \times 8 = 64 \text{ वर्गसेमी।}$$

$$\text{या, क्षेत्रफल } \triangle ABC = \frac{1}{2} \times AC \times BD$$

$$64 \text{ सेमी.}^2 = \frac{1}{2} \times 24 \text{ सेमी.} \times BD$$

$$\therefore BD = \frac{64 \times 2}{24} = \frac{16}{3} = 5.33 \text{ सेमी।}$$



प्रश्नावली 15.2

- एक समांतर चतुर्भुज का आधार 16 सेमी. और संतुल ऊँचाई 10 सेमी. है तो समांतर चतुर्भुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।
- एक समांतर चतुर्भुज का क्षेत्रफल 180 वर्ग सेमी. है तथा उसका आधार 20 नी. है तो आधार की संगत ऊँचाई ज्ञात कीजिए।

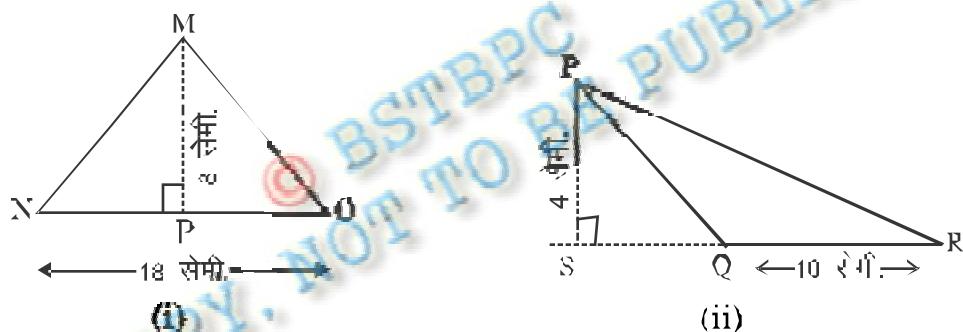
3. रिक्त स्थानों को भरिए।

समांतर चतुर्भुज	आधार	ऊँचाई	क्षेत्रफल
(i)	200 नी.	150 नी.	
(ii)	50 सेमी.	70 सेमी.	
(iii)	60 सेमी.		1800 वर्ग सेमी.
(iv)		90 सेमी.	3600 वर्ग सेमी.

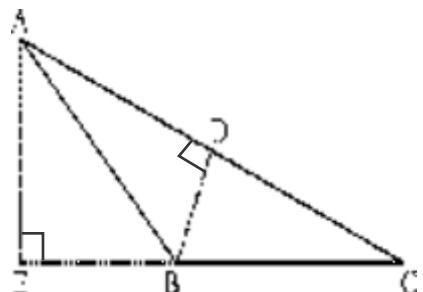
4. सनात्र चतुर्भुज PQRS की दो चूँजाओं की लम्बाइयाँ PQ=20 सेमी. और QR=10 सेमी. है आवाह PQ की लंगत जॉच ई 6 रोपी. है। QR की लंगत जॉच ई ज्ञात करें।
5. एक नियुज के क्षेत्रफल 120 वर्ग मीटर, जिसके अधार 16 रोपी. और ऊँचाई 12 रोपी. है।
6. रेखा व्याख्यानों को बताएं।

त्रिभुज	आधार	ऊँचाई	क्षेत्रफल
(i)	50 समी.	30 समी.	
(ii)	40 मी.	60 मी.	
(iii)	90 मी.		1290 वर्ग मीटर
(iv)		20 मी.	300 वर्ग मीटर

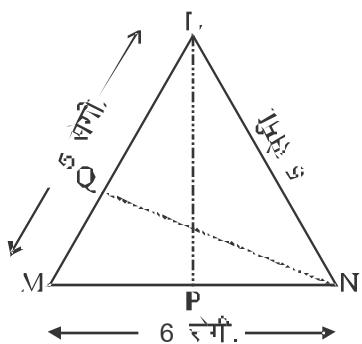
7. निम्न आकृतियों का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।



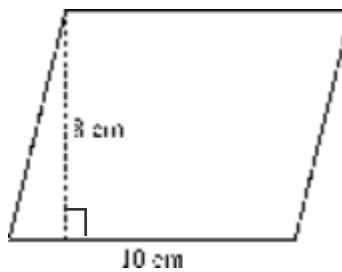
8. किसी त्रिभुज का क्षेत्रफल 45 वर्ग समी. है तथा आधार से शीर्षलम्ब की ऊँचाई 9 सेमी. है तो आधार की लम्बाई बताइए।
9. त्रिभुज ABC में BC=20 cm, AC=14 समी. तथा AC=28 सेमी. तो BD ज्ञात करें।



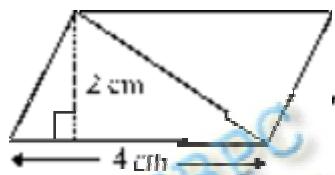
10. त्रिभुज LMN एक समद्विबाहु त्रिभुज है जिसमें $LM=LN=5$ सेमी. और $MN = 6$ सेमी. है (बगल की दूरी को देखें)। $LP = 3$ सेमी. त्रिभुज LMN का क्षेत्रफल ज्ञात करें तथा N से LM तक के ऊंचाई NQ ज्ञात करें।



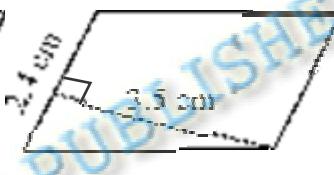
11. नीचे दिए गए समानांतर चतुर्भुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।



(i)

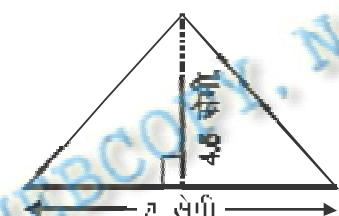


(ii)

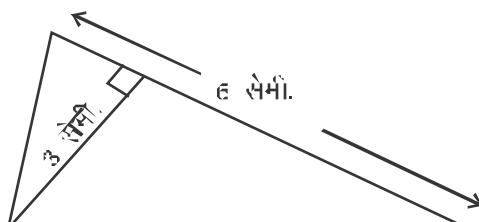


(iii)

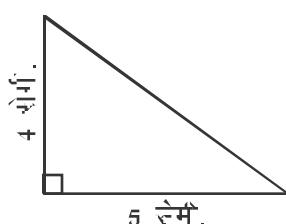
12. नीचे दिए गए त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।



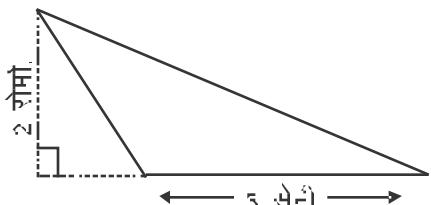
(i)



(ii)



(iii)



(iv)

15.6 वृत्त (Circle)

निशा अपनी घूँड़ी पर चालोले बनी लगाना परहूँ है। उसे पता करना है कि पन्नी की उम्माइ वह है? क्या आग बत्त सकत हैं कि घूँड़ी की परिभ्रेति क्या हाँ?

आप एक मैन्जे (खलूल) के स्थायता से बक्र सतह के गहरी नव सकते क्योंकि वे आकृति सीधे नहीं हैं। आप क्या करेंगे?

आकृति 15.16 में दिए गए गाकार की आवश्यक किनारे की

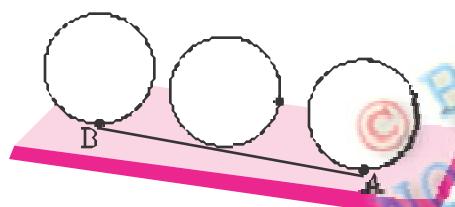
ल० ई शारा करने के लिए कार्ड के किनारे पर एक बिन्दु अंकेता लीजिए और इसे एक टेबुल पर लेफ्ट। बिन्दु की स्थिति पर टेबुल

पर भी अंकित कीजिए। (आकृति-15.17)



उब वृत्त कार कार्ड को एक सरल रखा की दिशा ने आकृति-15.17 टेबुल पर तय तक पुनाड़िए लब तक अंकित बिन्दु

आकृति-15.18 टेबुल के त्रिभुज स्पर्श न जह जाए। इस दूरी को रेखा के अनुपरि में



आकृति-15.18

मापिए। यह वावश्यक किनारे की लंबाई है। यह कार्ड के अंकित लिए १५ बिन्दु ऐ कार्ड के किनारे-किनारे वपस उसी बिन्दु को तूरी है।

अब एक धारा का वृत्ताकार वस्तु के चारों ओर किनारे-किनारे रखल भी दूरी जात कर सकते हैं।

एक वृत्ताकार क्षेत्र के चारों ओर की दूरी उसकी परिधि कहलाती है।

स्तरां करके देखिए

एक बोल का जोका, एक घूँड़ी या लोई अन्य वृत्ताकार वस्तु लीजिए और दराकी परिधि इप कीदिए।

अब, क्या उप इस विधि से एक वावक द्वारा एक वृत्त का पथ पर उप की दूरी जाप कर सकते हैं?

अभी भी, पथ के चारों ओर की दूरी जात करना या अन्य किसी वृत्ताकार वस्तु के धारे से नपाना बहुत हो मुश्किल होगा। तथापि यह नप सही नहीं हाँ।

अतः इसके लिए हमें एक सूत्र की अवश्यकता है जोसा के रूप की आकृति या आकारों के लिए हमारे पास है।

आइए देखें व्यापूर्तों के व्यास और परिधि के बीच में कोई संबंध है?

निम्न लिए पर व्यास कीजिए। अलग-अलग विज्याओं के 6 गुण लिंगिए और व्यास की राहायता से उनकी परिधि ज्ञात कीजिए। परिधि और व्यास के अनुपात क्या हैं ज्ञात कीजिए।

वृत्त	त्रिज्या	व्यास	परिधि	परिधि और व्यास का अनुपात
1.	3.5 रोपी।	7.0 रोपी।	22.0 रोपी।	$\frac{22}{7} = 3.14$
2.	7.0 रोपी।	14.0 रोपी।	44.0 रोपी।	$\frac{44}{14} = 3.14$
3.	10.5 रोपी।	21.0 रोपी।	66.0 रोपी।	$\frac{66}{21} = 3.14$
4.	21.0 रोपी।	42.0 रोपी।	132.0 रोपी।	$\frac{132}{42} = 3.14$
5.	5.0 रोपी।	10.0 रोपी।	31.4 रोपी।	$\frac{31.5}{10} = 3.15$
6.	15.0 रोपी।	30.0 रोपी।	94.0 रोपी।	

फिर यह गाई तालिका से क्या क्या निकालते हैं? क्या यह अनुपात व्यास का रागान है? ~~हाँ क्या~~ क्या कह सकते हैं कि एक वृत्त की परिधि हमेशा इसके व्यास की द्विगुना है?

यह अनुगात स्थिर है और इस 'π' (पाई) से प्रदर्शित करता है। इसका मान $\frac{22}{7}$ या 3.14 है।

$$\text{अतः उपर्युक्त है} - \frac{\text{परिधि}}{\text{व्यास}} = \pi$$

$$C = \pi d$$

$$\text{अतः परिधि} = \pi \times \text{व्यास}$$

$$\text{यदि परिधि} = C, \text{ व्यास} = d$$

या $C = \pi \times 2r$ (चूंकि $d = 2r$, जहाँ r = त्रिज्या है)

या $C = 2\pi r$ अर्थात् वृत्त की परिधि = $2\pi r$

गुण्य सूत्र से निकाले गये सूत्र

$$(i) C = \pi d$$

$$(ii) d = \frac{C}{\pi}$$

$$(iii) d = 2r$$

$$(iv) r = \frac{d}{2}$$

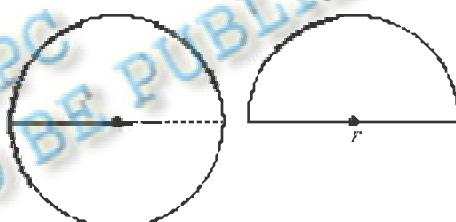
$$(v) C = 2\pi r$$

$$(vi) r = \frac{C}{2\pi}$$

स्वयं करके देखिए

[ट्रिपोन आकर्ष की छूड़ी, एक वृत्त लेट, नेपल का लकड़ान और 1 रुपया का सेवक लैं और उसका परिधि और व्यास का नप, फिर उनका संत अनुपात निकाल।]

आइए वृत्त को हरबर भाग ने नींवकर देढ़ता प्रत्येक भाग एक अर्धवृत्त लहलाता है। जैसे—



आकृति-15.20

चित्र से लेखा है।

$$\text{अर्धवृत्त की परिधि} = \frac{2\pi r}{2} + 2r$$

स्वयं करके देखिए

क्र.सं.	त्रिज्या	व्यास	$\pi = \frac{22}{7}$ परिधि
1.	4 सेमी.		
2.		16 मी.	
3.	21 सेमी.		
4.			308 सेमी.
5.		32 सेमी.	

उदाहरण-12. 8 सेने व्यास वाले एक दृत की परिधि ज्ञात कीजिए। ($\pi = 3.14$)

हल : यहाँ वृत्त का व्यास (d) = 8 समी.

$$\therefore \text{वृत्त की परिधि} = \pi d$$

$$= 3.14 \times 8 = 25.12 \quad \text{अतः उपरीका दृत} = 25.12 \text{ समी.}$$

उदाहरण-13. 28 मीटर की नियम वाले वृत्ताकार गैदान के भास्तु 3520 मीटर लंबी दौड़ पूरी करने के लिए कितने चक्कर लगाने की ज़रूरत पड़ेगी?

हल : वृत्ताकार गैदान की परिधि

$$= 2\pi r = 2 \times \frac{22}{7} \times 28 \text{ मी.} = 176 \text{ मीटर}$$

$\therefore 176 \text{ मी. दौड़ के लिए } 1 \text{ चक्कर लगाना } \text{ पड़ेगा है।}$

$$\therefore 1 \text{ मी. दौड़ के लिए } \frac{1}{176} \text{ चक्कर लगाना } \text{ पड़ेगा है।}$$

$$\therefore 3520 \text{ मी. दौड़ के लिए } \frac{1}{176} \times 3520 = 20 \text{ चक्कर}$$

अतः 3520 मीटर दौड़ पूरी करने के लिए **20** चक्कर लगाने पड़े।



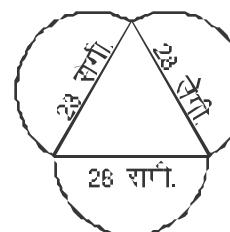
उदाहरण-14. दी गई आकृति का परिमाप ज्ञात कीजिए। $\pi = \frac{22}{7}$

हल : इस आकृति की परिमिति इस छेने के लिए हमें प्रत्येक अर्धवृत्त की परिधि को ज्ञात करने की आवश्यकता है। क्या उपरोक्त त्रिभुज के परिमाप ले ने ज्ञात करना की आवश्यकता है? नहीं। इस आकृति की बाहरी परिसीन अध्यवृत्त से मिलकर बनी है। प्रत्येक अर्धवृत्त का व्यास 28 सेमी है।

एम जानते हैं कि, वृत्त की परिधि = πd

$$\text{अर्धवृत्त की परिधि} = \frac{\pi d}{2}$$

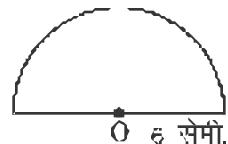
$$= \frac{1}{2} \times \frac{22}{7} \times 28 = 44 \text{ समी.}$$



अतः दी गई आकृति की परिमिति = $3 \times 44 = 132$ समी.

उदाहरण-15. 6 सेमी. ब्रेज़ याले अधृत की परिसरों ज्ञात करें।

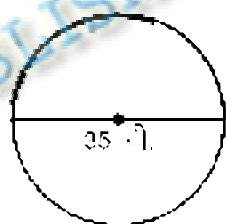
$$\begin{aligned} \text{हल : } & \text{अधृत की परिमिति} & - \frac{2\pi r}{2} + 2r \\ & = \frac{2 \times 22 \times 6}{2 \times 7} - 2 \times 6 & = \frac{132}{7} - 12 \\ & = 18.857 + 12 = 30.857 \text{ सेमी.} & = 30.86 \text{ सेमी.} \end{aligned}$$



उदाहरण-16. एक गाड़ी 35 मीटर के रास्ते वाले एक वृत्तालूप बगीचे को दैना चाहता है। वह रस्ते से तो घर लगा चाहता है, इसके लिए वह कितना लंबी रस्ती उरोज़गा। यदि रस्ती 5 रुपये प्रति मीटर की दर से बिकती हो तो ऊरोज़गर गये कुल रस्ती की कीमत ज्ञात कीजिए।

हल : यहाँ, बगीचे का व्यास = 35 मी.

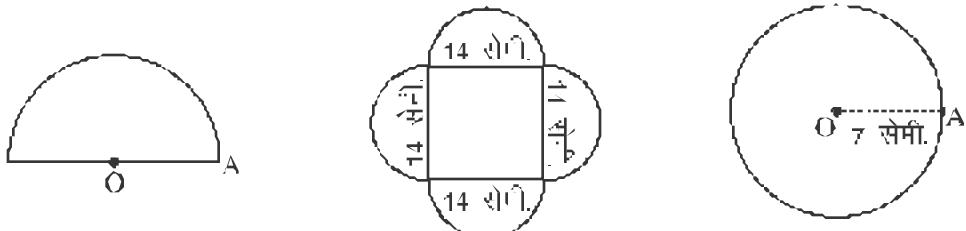
$$\begin{aligned} \text{चूंकि परिधि} & = \frac{22}{7} \times 35 = 110 \text{ मी.} \\ \therefore 1 \text{ घेरा में } 5 \text{ रुपये की लम्बाई} & = 110 \text{ मीटर} \\ 2 \text{ घेरा में } 5 \text{ रुपये की लम्बाई} & = 110 \times 2 = 220 \text{ मीटर} \\ \text{- मीटर } 5 \text{ रुपये की कीमत का ऊरोज़गर है।} & \\ 220 \text{ मीटर } 5 \text{ रुपये की कीमत} & = 220 \times 5 = 1100 \text{ रुपये} \end{aligned}$$



प्रश्नवाली 15.3

- निम्नलिखित त्रिज्याओं वाले वृत्तों की परिधि ज्ञात कीजिए (π का मान $\frac{22}{7}$ लीजिए)
 - 56 मिमी.
 - 7 सेमी.
 - 21 सेमी.
 - 28 मिमी.
- निम्नलिखित परिधि वाले वृत्त की त्रिज्या ज्ञात करें।
 - 154 मी.
 - 308 सेमी.
 - 352 सेमी.
 - 220 मी.

3. निम्नलिखित आयुर्तियों की परिभेति ज्ञात कीजिए।



4. निम्नलिखित व्यास वाले दूरों की परिभि ज्ञात कीजिए।

- 14 सेमी.
 - 28 सेमी.
 - 56 मिनी.
 - 12 सेमी.
5. एक दृत्ताकार एल्युमिनियम शीट जो वरोंडे 220 नेटर है तो शीट की त्रिज्या तथा व्यास ज्ञात कीजिए। $\left(\pi = \frac{22}{7}\right)$
6. एक दृत्ताकार धधी की मिनट की चूँकी लम्बाई 8 सेमी है। मिनट की चूँकी की नोक वर्टें में लितानी दूरी तय करती है। ($\pi = 3.14$)
7. 14 नेटर त्रिज्या वाले एक पठिङ्ग को 204 मीटर दूरी तय करने के लिए कितनी बार घूमान पड़ेग ? $\left(\pi = \frac{22}{7}\right)$
8. 21 सेमी. की त्रिज्या में एक तार की लम्बाई जो दृत्ताकार रूप में गोळा जाता है उस तार की लम्बाई ज्ञात कीजिए।
9. 28 मीटर व्यास वाले एक दृत्ताकार नोंचे के साथ ओर गाली बाल लगाना चाहता है। उरीने जाने वाले आवश्यक रस्स की लम्बाई इत कीजिए, यदि वह 3 गुणे चक्कर की बाढ़ लगाता चाहता है। 5 रुपये प्रति मीटर जी दर से रस्से जर व्य ज्ञात कीजिए। $\left(\pi = \frac{22}{7}\right)$
10. 14 सेमी. और 21 सेमी. त्रिज्या वाले दो दूरों की परिभि का अनुपर वराहिए। $\left(\pi = \frac{22}{7}\right)$

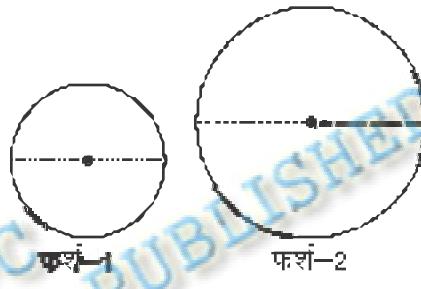
11. एक तार पगालार कूटनीति ने है, जिसकी भूमि 22 चेनी है, उसे मोड़कर एक वृत्त बनाया जाता है तो उस कूट के ठिक्का तथा परिमेयता है।
12. खेल के पास एक वृत्त लाइ पार है, जिसकी व्यास 7 सेमी. है। यहाँ पर रे 11 सेमी. गुजाराते वर्ग बनाए जा सकते हैं? अपने उत्तर की पुष्टि कीजिए।
13. 21 मीटर के ठिक्का व ले वृत्त लाइ पर मैदान के बाहर के 1850 मीटर के लाई दौड़ चुरी करने के लिए कितने चक्रकर लगाने की जरूरत नहीं है।

15.7 वृत्त का क्षेत्रफल (Area of Circle)

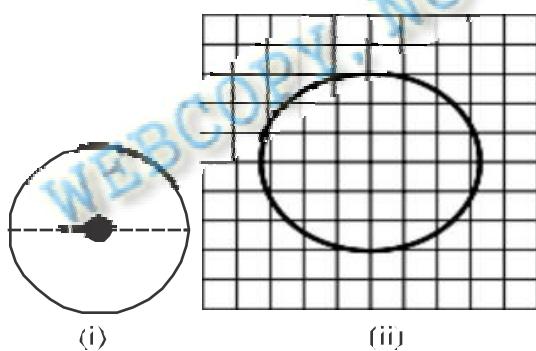
दो क्षमरे की छड़ियाँ की आकृति गोलाकर है।

एक क्षमरे के कर्ण का वर्ग 17 मीटर है ताकि दूसरे कर्ण के फर्श का वर्ग 21 मीटर है। फर्श में दरी विघानी है जैसा कि चित्र 15.21 में दिखाया गया है।

तो बताइए कि किस फर्श में बड़ी दरी की जरूरत हाई। स्पष्ट है कि दूसरे छड़िया में अधिक बड़ी दरी लगानी ल्योंके छड़िया-2 अधिक जगह छोड़ सकता है ताकि शेषफल अधिक है। प्रो. आइए अब वृत्त के क्षेत्रफल ८५ चौमां करें।



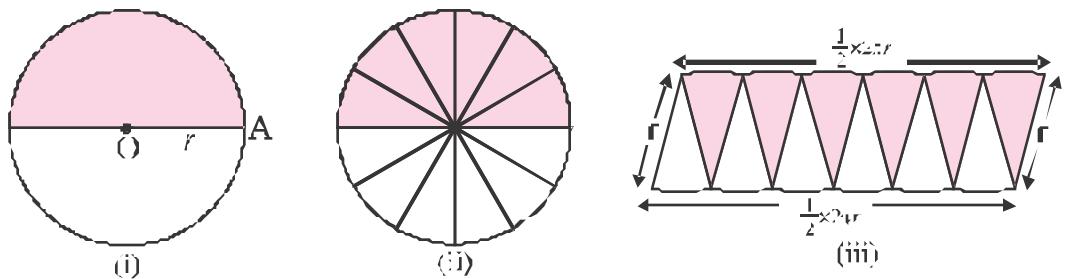
आकृति-15.21



आकृति-15.22

आकृति-15.22 पर पारदर्शी ग्राफ पेपर लेन्स चित्रानुसार रखें। अब इस आकृति के अन्दर के वर्गों को निकल इसका क्षेत्रफल ज्ञात करें। इस विधि से वर्ग का क्षेत्रफल का एक अनुमान देता हो। क्षेत्रफल ही प्राप्त होता है ल्योंके वृत्त के निनारे रही ही नहीं है। अब इही क्षेत्रफल ज्ञात करने के लिए एक और दिभी पर विचार करते हैं—

एक कागज का वृत्तकार चक्री लट है, उस चक्री को दो बराबर चौमां ने नाड़ते हैं, जाधे भाग को रेंग देते हैं, मुन्ह इसे 12 छंडों में विभाजित कर लेते हैं। अब इत्येक ग्रिज्यखण्ड को उपर्युक्त चित्र के तीरे द्वारा के अनुसार व्यवस्थित कर लेते हैं। जो खूल रख रे एक समानांतर चतुर्भुज का दर्शाता है।



आकृति-15.23

यदि हम वृत्त को ओर अधिक त्रिज्यखण्डों ने विभाजित करें और उन्हें सम्पूर्ण वित्तानुजार व्यवस्था करें तो $\pi \cdot r^2$ के आयत प्राप्त हो। और आयत की वैकल्पिक वृत्त की तिल्ला होगी तथा लंबई वृत्त की व्यवस्था के आधी ($2\pi r$) होगी क्योंकि वृत्त की व्यवस्था आयत के लिए लंबाई ने व्यवस्थित करने पर दो विश्वास्यागत में से दो लाती हैं, जैसा कि ऊपर के चित्र से स्पष्ट है।

$$\begin{aligned} \text{आयत का क्षेत्रफल} &= \text{सम्पूर्ण आयत का क्षेत्रफल} \\ &- \text{लम्बाई } \times \text{व्यासार्थ} \\ &= \frac{1}{2} \times 2\pi r \times r = \pi r^2 \end{aligned}$$

इस प्रकार $\text{वृत्त का क्षेत्रफल} = \pi r^2$ प्राप्त हुआ

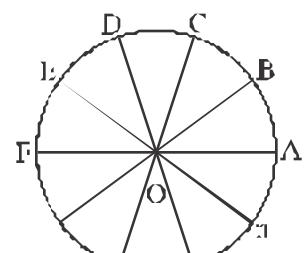
आइए वृत्त का क्षेत्रफल ज्ञात करने के लिए एक और विधि यह नौर लंब-

मान लिया कि "O" केंद्र का एक दूर है, जिसके n वस्तर त्रिज्यखण्डों AOB, BOC, COD, DOF, FOE, ..., n ने बांटे। यदि n का मान अधिक हो तो प्रत्येक त्रिज्यखण्ड उक्त रामके त्रिभुज होगी, इस प्रकार हमें n र मकोण त्रिभुज प्राप्त होंगे तथा वृत्त की परिधि का n विभाजन लंबों में विभाजित हो जाएगी।

$$n \text{ विभाजित का } n \text{ लम्ब } = 2\pi r$$

$$n \text{ विधि का } n \text{ लम्ब } = \frac{2\pi r}{n} = AB$$

(क्योंकि वरिष्ठ का प्रत्येक चाप समान बराबर है।)



आकृति-15.24

वृत्त का क्षेत्रफल $\pi \times$ सम्लोण त्रिभुज AOB
का क्षेत्रफल

$$\begin{aligned} & n \times \frac{1}{2} \times OA \times AB \\ & = n \times \frac{1}{2} \times r \times \frac{2\pi r}{n} \quad \left(\because OA = r, AB = \frac{2\pi r}{n} \right) \\ & = \pi r^2 \end{aligned}$$

अतः दृत का क्षेत्रफल $= \pi r^2$

पुनः दृत का क्षेत्रफल πr^2

$$r = \sqrt{\frac{\text{क्षेत्रफल}}{\pi}}$$

स्वंसद करके देखिए

1. निमित्त त्रिभुज का तूत बनाएं और ग्राफ पनार की सहायता से घण्टा के संख्या के विचार द्वेष्ट्रफल इत फैजिए तथा दृत के रूप से द्वेष्ट्रफल वर्त कर दोनों उत्तरों की पुलन कीजिए।
2. कागज की एक वृत्ताकार चक्रती लें बरावर त्रिज्यखंडों ने मोड़कर काटें फिर उस त्रिज्यखंड को एक आयत के रूप में अवस्थित कर दृत का क्षेत्रफल छात करें।

उदाहरण-17. 7 सेमी. त्रिज्या वाले वृत्त का क्षेत्रफल छात कीजिए। $\left(\pi = \frac{22}{7} \right)$

हल : त्रिज्या $r = 7$ सेमी. वृत्त का क्षेत्रफल $= \pi r^2$

$$\begin{aligned} & = \frac{22}{7} \times (7)^2 - \frac{22}{7} \times 7 \times 7 \\ & = 154 \text{ वर्ग सेमी. } 40 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

उदाहरण-18. 20 सेमी. त्रिज्या वाले वृत्त का क्षेत्रफल छात कीजिए। (जबकि $\pi = 3.14$)

हल : त्रिज्या $r = 20$ सेमी.

$$\begin{aligned} \text{पुनः का क्षेत्रफल} \quad \pi r^2 & = 3.14 \times (20)^2 \\ & = 3.14 \times 400 \\ & = 1256.00 \text{ वर्ग सेमी.} \end{aligned}$$

उदाहरण-19. एक घूतकर नैदन का व्यास 14 मीटर है। इसका क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

हल : व्यास $d = 14$ मीटर

$$r = \frac{d}{2} = \frac{14}{2} = 7 \text{ मीटर}$$

$$\text{वृत्त का क्षेत्रफल} = \pi r^2$$

$$= \frac{22}{7} \times (7)^2 = \frac{22}{7} \times 7 \times 7 = 154 \text{ वर्गमीटर का मी.}$$

उदाहरण-20. एक पृथ्वी की परिधि 62.8 सेमी. हो तो इस पृथ्वी की त्रिज्या तथा क्षेत्रफल ज्ञात करें। ($\pi = 3.14$)

हल : वृत्त की परिधि = $2\pi r$

$$62.8 \text{ सेमी.} = 2 \times 3.14 \times r$$

$$\text{या, } \frac{62.8}{2 \times 3.14} \text{ सेमी.} = r \text{ या, } \frac{62.8}{2 \times 3.14} \text{ सेमी.} = r$$

$$\text{या, } \frac{20}{2} \text{ सेमी.} = r \quad \text{या, } r = 10 \text{ सेमी.}$$

$$\text{वृत्त का क्षेत्रफल} = \pi r^2$$

$$3.14 \times (10)^2 = 3.14 \times 100 = 314 \text{ वर्ग सेमी.} = 314 \text{ वर्ग सेमी.}$$

उदाहरण-21. बगल की आँखों में दिए गए दो स्लेचरीय घूत की त्रिज्या 12 सेमी और 8 सेमी हैं तो उनके बीच का क्षेत्रफल ज्ञात करें।

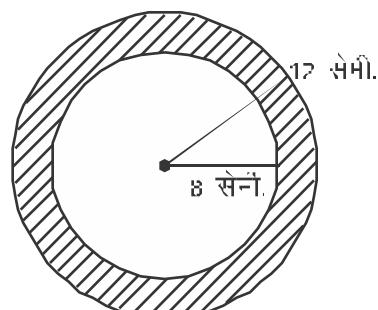
हल : बड़े वृत्त की त्रिज्या = 12 सेमी

$$\text{बड़े वृत्त का क्षेत्रफल} = \pi r^2$$

$$= 3.14 \times (12)^2 = 3.14 \times 12 \times 12$$

$$= 452.16 \text{ वर्ग सेमी.} = 452.16 \text{ सेमी.}^2$$

$$\text{छोटे वृत्त की त्रिज्या} = 8 \text{ सेमी.}$$



छोटे दूर का क्षेत्रफल πr^2

$$= 3.14 \times 8^2 = 3.14 \times 8 \times 8$$

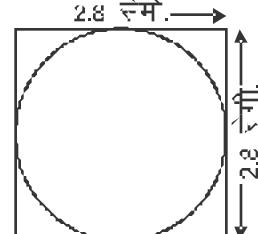
$$= 200.96 \text{ वर्ग सेमी}.$$

अतः छायाकेत माग का क्षेत्रफल = $452.16 - 200.96$

$$= 251.20 \text{ वर्ग सेमी}.$$

प्रश्नावली—15.4

- वृत्त का क्षेत्रफल ज्ञात करें, जिसकी त्रिज्या निम्नलिखित है— (π का मान $\frac{22}{7}$ लेंजिए)**
 - (i) 14 सेमी.
 - (ii) 20 सेमी.
 - (iii) 2.8 सेमी.
 - (iv) 35 सेमी.
- वृत्त का क्षेत्रफल ज्ञात करें, जिसकी धरिध निम्नलिखित है—**
 - (i) $5/2$ सेमी.
 - (ii) 253 सेमी.
 - (iii) 110 सेमी.
 - (iv) 132 वर्ग सेमी.
- वहि एक तुरंताकार मैदान की परिधि 157 रोमी। हो तो इस मैदान के क्षेत्रफल ज्ञात करें।**
मैदान का क्षेत्रफल भी ज्ञात करें। (π का मान $\frac{22}{7}$ लेंजिए)
- एक गाय 28 नी. भुजा वाले वर्गाकार मैदान के केन्द्र (मध्य) में एक 14 मी. ऊरी रेखाओं के बीच उपाइए था। किसने क्षेत्रफल ताक की घारा वरेगी और वह यी उपाइए के किसने हत्रकल की घस नहीं चरेगी।**
- एक गोल छल्ले की बाहरी गोलई की त्रिज्या 14 मी. है तथा छल्ले की भीतरी त्रिज्या 7 नी. है तो छल्ले का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।**
- दी न्हीं आकृति—15.25 में दृत का क्षेत्रफल इत फीजिए।**

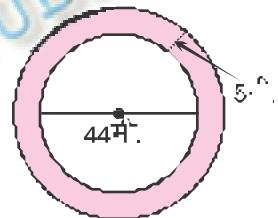


आकृति—15.25

7. ४४ मीटर लम्बे एक तार को मोड़कर दृत्ताकार रूप में जमीन पर रखा गया तो किसने क्षेत्र को ८८ घेर लेगा।
8. एक वृत्त की परिधि ३० ग्रील लगे और १४ नींदर वौछे एक आयत के परिधि के लगाने हैं तो वृत्त का क्षेत्रफल ज्ञात करें।
9. ८ रेमी. त्रिभ्य ताले एक वृत्त काट काट जैसे के दुलके में से ४ रोटे, त्रिभ्या वाली एक वृत्त को काटकर निकल दिया जात है तो काट जैसे का शेष भाग का क्षेत्रफल ज्ञात करें। ($\pi = 3.14$)
10. २० रु. ब्रांड वर्ट मीटर की दर से २.४ मीटर व्यास वाले एक दृत्ताकार जमीन के इन दो लेंग कलाने का क्षेत्र ज्ञात करें। ($\pi = \frac{22}{7}$)
11. किसी आयत की चौड़ाई ४४ मीटर है और इसकी लम्बाई चौड़ाई की $2\frac{1}{2}$ गुणी है। उस दृत्त ल व्यास इत्त लीचियु जिसकी परिधि आयत के परिधि के बरबर है। ($\pi = \frac{22}{7}$)
12. एक वृत्ताकार फूलों के बाजारी के चारों ओर ६ ग्रील वौछा पथ है तथा फूलों की व्यास का व्यास ४४ मीटर है। इस वारों का क्षेत्रफल ज्ञात करें। ($\pi = 3.14$)
13. एक दृत्ताकार बनीये का क्षेत्रफल 2464 मी.^2 है। बनीये के केन्द्र में एक घूमन वाला कवारा लगाया जाता है, जो इस $6\frac{1}{2}\text{ फी.}$ के वारों ओर पूरी-पूरी 360° करता है तो अपने वारों ओर कवारा लेने विज्ञ नं पनी का छिङ्कट करता है। ($\pi = \frac{22}{7}$)
14. दो वृत्तों के त्रिज्याओं का अनुपत ३४ है, तो उनके क्षेत्रफलों का अनुपत क्या होगा?

15.8 इकाइयों का रूपान्तरण

एक सेटीमीटर लम्बाई और १ सेमी. चौड़ाई का एक यांत्र इस यांत्र के ऊपर १ सेमी. वाला वारदशी प्रफ ऐपर को रखें, तो हम देखते हैं कि १ सेमी. वाले वर्ग के अन्दर यांत्र के १०० यांत्र आते हैं। अर्थात् $1 \text{ सेमी.}^2 = 100 \text{ मिमी.}^2$



आकृति-15.26

इस लन्बाई की इकाइयों के जानते हैं—

10 मिलीमीटर = 1 समी. और

10 सेंटीमीटर = 1 डेसीमीटर

इसी प्रकार 10 मीटर = 1 हेक्टेमीटर

10 हेक्टेमीटर = 1 केटोमीटर

10 केटोमीटर = 1 लिलोमीटर

इसी तरह $10 \text{ मी}^2 = 1 \text{ हेक्टेएक्टर}$ या $(10 \text{ मी}^2)^2 = (1 \text{ हेक्टेएक्टर})^2$

इसी प्रकार $100 \text{ सेमी.}^2 = 1 \text{ मी.}^2$ या $(100 \text{ सेमी.})^2 = (1 \text{ मी.})^2$ या $10000 \text{ सेमी.}^2 = 1 \text{ मी.}^2$

क्या आप इसी प्रकार किमी.² को मी.² में बदल सकते हैं?

इन्हें शेषफल की इकाइयों में निम्न प्रकार से जाना जाता है।

100 वर्ग मिलीमीटर = 1 वर्ग सेंटीमीटर

100 वर्ग रोटीमीटर = 1 वर्ग हेक्टेमीटर

100 वर्ग डेसीमीटर = 1 वर्ग मीटर = 1000 वर्ग सेंटीमीटर

100 वर्ग मीटर = 1 वर्ग डकामीटर

100 वर्ग डेक्यूमीटर = 1 वर्ग हेक्टेमीटर

100 वर्ग हेक्टेमीटर = 1 वर्ग किलोमीटर

मिली² प्रणाली में गूँड़खड़ के क्षेत्रफल को हेक्टेएक्टर में 100 जाता है।

अतः हेक्टेएक्टर $= 100 \times 100 \text{ मी}^2 = 10000 \text{ मी}^2$

जब इस क्षेत्रफल की एक इकाई को छेटी इकाई में बदलते हैं तो परिणानस्थरूप इकाइयों में अंकों की संख्या अधिक होगी।

उदाहरणस्थरूप $1000 \text{ मी}^2 = 1000 \times 1 \text{ मी}^2 = 1000 \times 100 \text{ सेमी}^2 = 100000 \text{ सेमी}^2$

परन्तु जब हम क्षेत्रफल की एक इकाई को बड़ी इकाई में बदलते हैं तो बड़ी इकाई में अंकों की संख्या कम होगी।

$$\text{जैसे— } 1000 \text{ मी}^2 = \frac{1000}{10000} \text{ हेक्टेएक्टर} = \frac{1}{10} \text{ हेक्टेएक्टर} = 0.1 \text{ हेक्टेएक्टर}$$

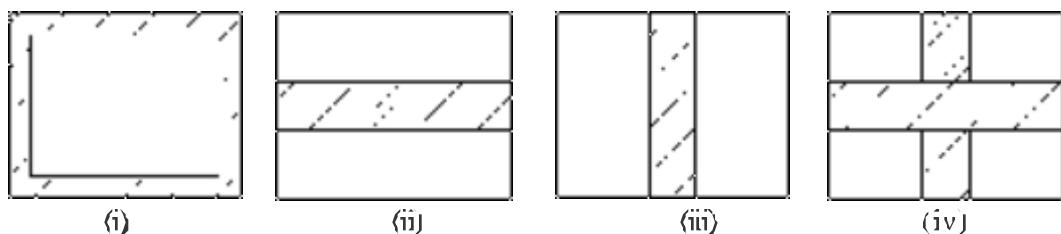
रवयं करके देखिए

निम्नलिखित के रूपान्तरित करें।

- (i) 200 समी.² को मिनी.² में। (ii) 4 हेक्टेएक्टर का मी.² में। (iii) 400 मी.² का सेमी.² में।

15.9 उपयोग

हग लोगों न देख है कि बहुभागकी या बर्गीयों में उनके चारों ओर या हीच में चोपड़ की तरह कुछ स्थान पथ के रूप में निना चित्रों जैसे छोड़ दिया जाता है अथवा एक फेन किए हुए चित्र या पैटिंग के चरों आर कुछ स्थान छोड़ दिया जाता है। जैसे—



आकृति-15.27

हमें ऐसे कटे या बाँधे के क्षेत्रफलों को ज्ञात करने की आवश्यकता जरूरी है, जब हम उनके बनाने का व्यय जानना चाहते हैं।

उदाहरण-22. एक आयताकार बगीच 50 मीटर लम्बा और 40 मीटर चौड़ा है। बगीचे के अन्दर से चारों तरफ 2 मीटर चौड़ा एक चास्ता बनाया गया है। इससे उस क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

हल : नना कि ABCD एक आयताकार बगीचा है। छायांकित भाग 2 मीटर चौड़ा रख को पृष्ठीया है।

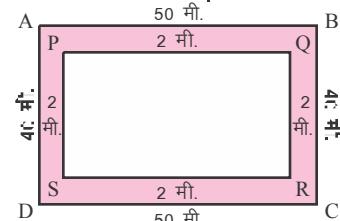
$$\text{आयत } ABCD \text{ का क्षेत्रफल} = 50 \text{ मी.} \times 40 \text{ मी.} \\ - 2 \times 2 \text{ मी.}^2$$

पुनः PQRS ला क्षेत्रफल के लिए लम्ब है

$$PQ = (50 - 2 \times 2) \text{ मी.} = 46 \text{ मी.}, PS = (40 - 2 \times 2) \text{ मी.} = 36 \text{ मी.}$$

$$\text{PQRS का क्षेत्रफल } PQ \times PS = 46 \times 36 \text{ मी.}^2 = 1656 \text{ मी.}^2$$

$$\text{इससे उस क्षेत्रफल} = \text{उच्चत } ABCD \text{ का क्षेत्रफल} - \text{आयत } PQRS \text{ का क्षेत्रफल} \\ = 2000 \text{ मी.}^2 - 1656 \text{ मी.}^2 = 344 \text{ मी.}^2$$



उदाहरण-23. 50 मीटर भुजा वाल एक वर्गाकार पाल के बाहर ऊंची ओर से एक 4 मीटर चौड़ा नथ बन दिया है। इस पथ का क्षेत्रफल शाद करें तथा 20 रुपये प्रति वर्गमीटर की दर से इसे रीमोट कराने का व्यय ज्ञात करें।

हल : नन्हे कि ABCD एक वर्ग मीटर भूजा का चौकर पकड़ है। छायांकित भूग 4 मीटर वैध पथ को दर्शाता है।

$$BF = AB + 2 \times \text{पथ की लैंड}$$

$$= 50 \text{ मी.} + 2 \times 4 \text{ मी.} = 58 \text{ मी.}$$

$$\text{वर्ग EFGHI का केन्द्र का भूजा} \times \text{भूजा}$$

$$= 58 \text{ मी.} \times 58 \text{ मी.}$$

$$= 3364 \text{ मी.}^2$$

$$\text{वर्ग का केन्द्र का ABCD का केन्द्र का भूजा} \times \text{भूजा}$$

$$= 50 \text{ मी.} \times 50 \text{ मी.}$$

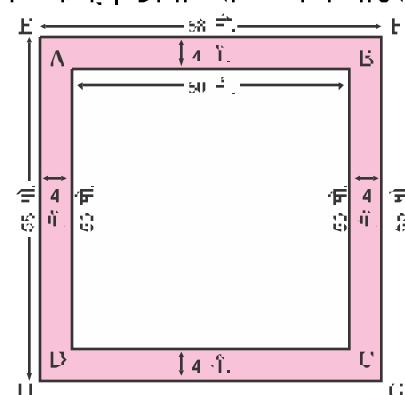
$$2500 \text{ मी.}^2$$

$$\text{पथ का केन्द्र का EFGHI का क्षेत्रफल} = \text{ABCD का केन्द्र का क्षेत्रफल}$$

$$= 3364 \text{ मी.}^2 - 2500 \text{ मी.}^2 = 864 \text{ मी.}^2$$

$$\therefore 1 \text{ मी.}^2 \text{ सीधे करने का व्यय} = 20 \text{ रु.}$$

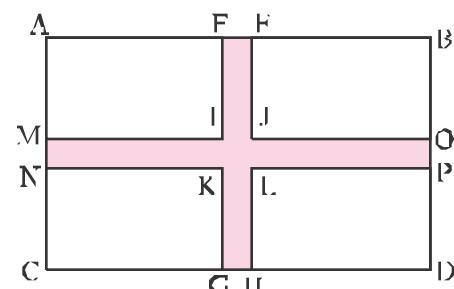
$$\therefore 864 \text{ मी.}^2 \text{ सीधे करने का व्यय} = 20 \times 864 = 17280 \text{ रु.}$$



उदाहरण-24. 100 मीटर लम्बाई और 50 मीटर वैल्ज वाले एक आयत का के पथ दो चौकर 5 मीटर चौड़ाई व तो पथ एक दूसरे पर लम्बवत ऐसे बने हुए हैं जो भुजाओं के समांतर हैं। पथों व लेट्रकल जाप की दर 200 रुपये प्रति वर्ग मीटर की दर से पथों को बनाने का लक्ष ज्ञात करें।

हल : छायांकित भाग पथ को दर्शाता है। गलत वर्ग JLK के केन्द्र को दो बार लिया जाता है, जिस पटाना हाना।

आयत EFGH में EF = 5 नी., FG = 50 नी.



$\therefore \text{EFGHI का क्षेत्रफल} = \text{EF} \times \text{EG}$

$$= 5 \times 50 = 250 \text{ मी.}^2$$

जूनः आयत MNOP का MN = 5 मी., MO = 100 मी.

आयत MNOP का क्षेत्रफल = $5 \times 100 = 500 \text{ मी.}^2$

चर्चा IJK का क्षेत्रफल = 5 मी. \times 5 मी. = 25 मी. 2

रास्ते का कुल क्षेत्रफल = (EFGHI का क्षेत्रफल + MNOP का क्षेत्रफल) – IJKL का क्षेत्रफल

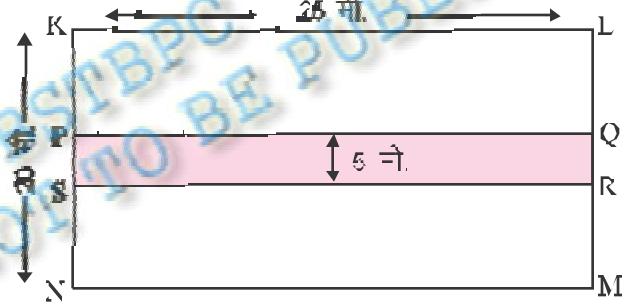
$$(250 \text{ मी.}^2 + 500 \text{ मी.}^2) - 25 \text{ मी.}^2$$

$$750 \text{ मी.}^2 - 25 \text{ मी.}^2 = 725 \text{ मी.}^2$$

पथों को बनने का लव = $200 \times 725 = 145000 \text{ रु.}$

सदाचारण-25. 25 मीटर लम्फाई

और 20 मीटर लम्फाई का
एक घाँटा है। उसमें LMRK
के अनुदिश 5 मी. की दूरी
रास्ता बना रखा है। यहाँ
का क्षेत्रफल इतना ही नहीं
है वह एक गार्फ का
क्षेत्रफल ज्ञात करें।



हल : भूमिकृत भाग रास्ता को दर्शाता है।

रास्ते का क्षेत्रफल = PQRS का क्षेत्रफल

$$= \text{PQ} \times \text{PS}$$

$$= 5 \text{ मी.} \times 25 \text{ मी.} = 125 \text{ मी.}^2$$

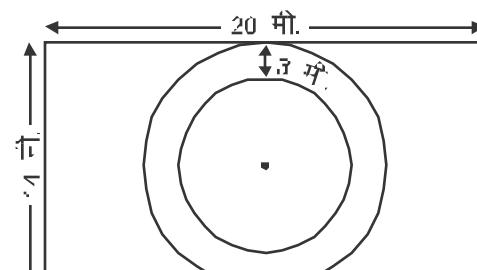
रास्ता सहित गार्फ का क्षेत्रफल = KLMN का क्षे. = 25 मी. \times 20 मी. = 500 मी. 2

रास्ता रहित गार्फ का क्षेत्रफल = 500 मी. 2 – रास्ता का क्षेत्रफल

$$= 500 \text{ मी.}^2 - 125 \text{ मी.}^2 = 375 \text{ मी.}^2$$

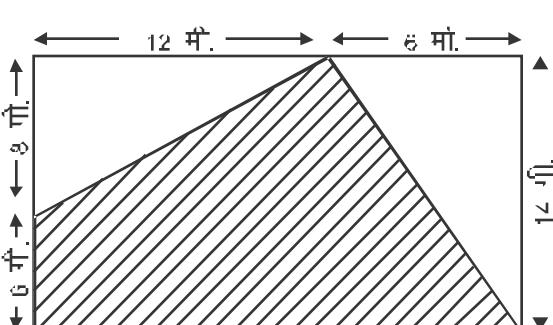
प्रश्नावली—15.5

1. एक आयताकार पार्क के लम्बाई 40 मीटर और चौड़ाई 20 मीटर है। याकूं के ८ फैट चारों ओर ५ मीटर चौड़ा एक पथ बाट गया है। पथ का क्षेत्रफल ज्ञात करें।
2. एक आयत काल भाग का गैदान है, जिसकी लम्बाई 140 मीटर तथा चौड़ाई 80 मीटर है। इस मैदान के अन्दर से चारों ओर ५ मीटर चौड़ा रास्ता बनाया जाया है। रास्ते का क्षेत्रफल इतना करें।
3. एक पार्क 80 नैटर लम्बा और 70 मीटर चौड़ा है। इसके बाहर चारों ओर एक ५ मीटर चौड़ा रास्ता बनाया है। रास्ते का क्षेत्रफल ज्ञात करें तथा याकूं का क्षेत्रफल हेक्टेयर में बताइए।
4. 10 सेमी. लंबे और 6 सेमी. चौड़े एक गत्ते पर एक चित्र के नेटिंग इस प्रकार बनाई गई है कि इसकी प्रत्येक भुजाओं के अनुपरिश 1.6 सेमी. बैठा 6 डिग्री छोड़ा गया है। हाथिए का कुल क्षेत्रफल ज्ञात करें।
5. 60 मीटर भुजा वाले एक वर्गाकार फूलबारी की परिसीमा से लम्बा भीतर की ओर 3 मीटर बढ़े गए पथ बना हुआ है। यह का क्षेत्रफल ज्ञात करिए राशि 20.50 रुपये प्रति वर्गमीटर की दर से फूलबारी में बने रास्ते में हृष्ट सोलिंग कराने का व्यय इतना किए।
6. ३०० मीटर लम्बे और ५० मीटर चौड़े एक आयताकार पार्क के १४ रो होकर 10 मीटर चौड़ा तो रास्ता बने हुए हैं (एक लम्बाई के एवं एक चौड़ाई के अनुदिर)। रास्ते का कुल क्षेत्रफल इतना करें। रास्ते को छोड़कर याकूं के बाहर भाग का क्षेत्रफल हेक्टेयर में ज्ञात करें।
7. **आकृति—15.28** एक आयताकार पार्क के पक्ष्य की चौड़ाई को व्यास बनाकर हुए फूलों की एक वृत्ताकार व्यारी को दर्शाता है। फूलों की व्यारी की परिसीमा से ३ मीटर चौड़ा पथ अन्दर से वृत्ताकार बनाया गया है, तो ज्ञात करिए—
 - (i) पूरे याकूं का क्षेत्रफल
 - (ii) रास्ता सहित फूलों की व्यारी का क्षेत्रफल
 - (iii) रास्ता सहित फूलों की व्यारी का देवरफल
 - (iv) रास्ते का क्षेत्रफल
 - (v) फूलों की व्यारे रस्ता सहित का छाउल पार्क के शेष भाग का क्षेत्रफल

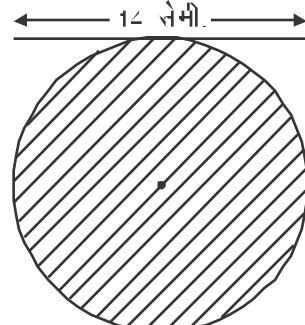


आकृति—15.28

8. दी गई आकृति में छायांकित भाग का क्षेत्रफल हारा करें।



(i)



(ii)

आकृति—15.29

9. चाय का एक आयताकार बागान 150 मीटर लम्बा और 75 मीटर चौड़ा है और उसके ऊपरों ओर से याहर से 8 मीटर चौड़ा एक पथ है। यदि प्रति 100 वर्गमीटर पर बगाने का खर्च 10 रुपये 75 पैसा हो तो पूरा पथ बनाने में क्या खर्च पड़ेगा?

हमने सीखा

- परिमाप (परिमेत्र) एक चतुर्भुज के ऊपरों ओर की दूरी के माप है जहाँके क्षेत्रफल एक विशेष आकृति हाथा छोड़ दिये जाने को दर्शाता है।
- आयत और वर्ग के परिमाप तथा क्षेत्रफल निकालने के लिए—
 - आयत की परिमिति = $2(\text{लम्बाई} + \text{चूड़ाई})$
 - वर्ग की परिमिति = $4 \times \text{भुजा}$
 - आयत का क्षेत्रफल = $\text{लम्बाई} \times \text{चूड़ाई}$
 - वर्ग का क्षेत्रफल = $\text{भुजा} \times \text{भुजा}$
- एक रामानू चतुर्भुज का क्षेत्रफल = आधर \times ऊँचाई
- एक त्रिभुज का क्षेत्रफल = $\frac{1}{2}$ (समातिर चतुर्भुज का क्षेत्रफल)

$$= \frac{1}{2} \times \text{आधार} \times \text{ऊँचाई}$$

5. एक घूर्त कार धोने के बारे ओर की दूरी इसकी परिधि लगातार है।
6. वृत्त की परिधि = $\pi d = 2\pi r$ जहाँ d = व्यास, r = त्रिज्या और $\pi = \frac{22}{7}$ या 3.14 (लग्नन) है।
7. एक घूर्त का धोफल = लंबे जारी r = घूर्त की त्रिज्या है।
8. निम्न प्रवार लन्बाई जी इकाइयों का रूपांतरण लक्ष्य है, उसी प्रकार द्वारकलों की इकाइयों को भी रूपांतरित करें जो चाकड़ा है।
 $1 \text{ रोमी}^2 = 100 \text{ मिमी}^2, 1 \text{ फी}^2 = 10000 \text{ रोमी}^2.$
 - सेप्टेम्बर = 10000 फी^2
9. धोफल एवं परिनप की उपयोगिता की बताओ की।