

ସମୀକରଣ ଓ ଏହାର ସମାଧାନ (EQUATION AND ITS SOLUTION)

ଅଧ୍ୟାୟ
7

7.1 ଉପକ୍ରମଣିକା (Introduction) :

“ବୀଜଗାଣିତିକ ପରିପ୍ରକାଶ ଓ ଅଭେଦ” – ଅଧ୍ୟାୟରେ ତୁମେମାନେ ‘ଅଭେଦ’ କ’ଣ ଏବଂ ଏହା କିପରି ଗୋଟିଏ ସମୀକରଣଠାରୁ ଭିନ୍ନ ତାହା ତୁମେମାନେ ଜାଣିଛ । ପୂର୍ବଶ୍ରେଣୀମାନଙ୍କରେ ତୁମେ ଏକ ଅଜ୍ଞାତ ରାଶିବିଶିଷ୍ଟ ସମୀକରଣର ସୃଷ୍ଟି ଏବଂ ଏହାର ସମାଧାନ ସମ୍ବନ୍ଧରେ ମଧ୍ୟ କିଛି ଜାଣିଛ । ବର୍ତ୍ତମାନ ଉକ୍ତ ଅଧ୍ୟାୟରେ ଏକ ଅଜ୍ଞାତ ରାଶିବିଶିଷ୍ଟ ଏକଦ୍ଵାରୀ ସମୀକରଣର ପୂର୍ବ ଆଲୋଚନା ସହ ଦ୍ଵିଦ୍ଵାରୀ ସମୀକରଣର ଆଲୋଚନା କରାଯିବ । ପୂର୍ବ ଅଧ୍ୟାୟରେ ପଢ଼ାଯାଇଥିବା ଦ୍ଵିଦ୍ଵାରୀ ପଲିନୋମିଆଲ୍‌ର ଉତ୍ପାଦକୀକରଣର ଆଧାରରେ ଦ୍ଵିଦ୍ଵାରୀ ସମୀକରଣର ସମାଧାନ ସମ୍ବନ୍ଧରେ ମଧ୍ୟ ଏହି ଅଧ୍ୟାୟରେ ଆଲୋଚନା କରାଯିବ ।

7.2 ସମୀକରଣ ଓ ଅଭେଦ (Equation and Identity) :

ଏକ ଅଜ୍ଞାତ ରାଶିବିଶିଷ୍ଟ ଦୁଇଟି ବୀଜଗାଣିତିକ ପରିପ୍ରକାଶ $5x - 2$ ଓ $2x + 1$ କୁ ନିଆଯାଇ ଏକ ଉକ୍ତି $5x - 2 = 2x + 1$ (ଏଠାରେ x ଏକ ଅଜ୍ଞାତ ରାଶି) ସୃଷ୍ଟି କରାଯାଇ । ବର୍ତ୍ତମାନ x ସ୍ଥାନରେ ଏକ ପୂର୍ଣ୍ଣ ସଂଖ୍ୟା ନେଇ ଉପରୋକ୍ତ ଉକ୍ତିଟିର ସତ୍ୟତା ପରୀକ୍ଷା କରିବା ।

$x = 1$ ନେଇ ଉକ୍ତିଟିର ସତ୍ୟତା ପରୀକ୍ଷା କରିବା ।

ବାମପକ୍ଷ $= 5x - 2 = 5 \times 1 - 2 = 5 - 2 = 3$ ଓ ଦକ୍ଷିଣପକ୍ଷ $= 2x + 1 = 2 \times 1 + 1 = 2 + 1 = 3$

$\therefore 5x - 2 = 2x + 1$ ଉକ୍ତିଟି $x = 1$ ପାଇଁ ସତ୍ୟ ଅଟେ ।

$x = 2$ ହେଲେ ବାମପକ୍ଷ $= 5x - 2 = 5 \times 2 - 2 = 10 - 2 = 8$

ଓ ଦକ୍ଷିଣପକ୍ଷ $= 2x + 1 = 2 \times 2 + 1 = 4 + 1 = 5$

ତେଣୁ $x = 2$ ହେଲେ $5x - 2 = 2x + 1$ ଉକ୍ତିଟି ଅସତ୍ୟ ଅଟେ ।

ସେହିପରି $x = 0, -1, 3$ ହେଲେ ଦିଆ ଉକ୍ତି ମଧ୍ୟ ଅସତ୍ୟ ହେବ । ଏହା ପରୀକ୍ଷା କରି ଦେଖ ।

ଉପରୋକ୍ତ ସତ୍ୟତା ପରୀକ୍ଷାରୁ ଏହା ସ୍ପଷ୍ଟ ଯେ, ଅଜ୍ଞାତ ରାଶି x ସ୍ଥାନରେ "1" ନେଲେ ଉକ୍ତିଟି ସତ୍ୟ ହେଉଛି । କିନ୍ତୁ ଅନ୍ୟ ସମସ୍ତ ମାନ ପାଇଁ ଏହା ସତ୍ୟ ନୁହେଁ ।

ଏଠାରେ $5x - 2 = 2x + 1$ ଉକ୍ତିଟିକୁ ଏକ ସମୀକରଣ (Equation) କୁହାଯାଏ । ଏଠାରେ x ଏକ ଅଜ୍ଞାତ ରାଶି ।

ଟୀକା : ସମୀକରଣଗୁଡ଼ିକରେ ଏକ ଅଜ୍ଞାତ ରାଶି କିମ୍ବା ଏକାଧିକ ଅଜ୍ଞାତ ରାଶି ଥାଇପାରେ । ଅଜ୍ଞାତ ରାଶିଗୁଡ଼ିକୁ ସାଧାରଣତଃ x, y, z ସଂକେତ ଦ୍ୱାରା ଚିହ୍ନିତ କରାଯାଇଥାଏ ।

ମନେକର ଗୋଟିଏ ଉକ୍ତିରେ ଏକ ଅଜ୍ଞାତ ରାଶି ' x ' ବିଦ୍ୟମାନ । ଯଦି ଉକ୍ତିଟି ଅଜ୍ଞାତ ରାଶି x ର ଯେକୌଣସି ମାନ ପାଇଁ ସତ୍ୟ, ତେବେ ତାକୁ ଏକ ଅଭେଦ (Identity) କୁହାଯାଏ ।

ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ : $3x + 2x = 5x, (4x+2) - 2x = 2(x+1)$ ଇତ୍ୟାଦି ଗୋଟିଏ ଗୋଟିଏ ଅଭେଦ ।

7.3 ସମୀକରଣର ଘାତ (Power of an equation) :

ସମୀକରଣର ପଦଗୁଡ଼ିକରେ ଥିବା ଅଜ୍ଞାତ ରାଶିର ସର୍ବୋଚ୍ଚ ଘାତକୁ ସମୀକରଣର ଘାତ କୁହାଯାଏ ।

ଉଦାହରଣ : $5x = 10, 2x + 1 = -3$ ହେଉଛି ଏକ ଅଜ୍ଞାତ ରାଶିବିଶିଷ୍ଟ ଏକଘାତୀ ସମୀକରଣ, ସେହିପରି $x^2 = 36, 2x^2 + 3x - 5 = 0$ ଆଦି ସମୀକରଣଗୁଡ଼ିକ ଦ୍ୱିଘାତୀ ସମୀକରଣ ଅଟନ୍ତି ।

7.4 ସମୀକରଣର ବୀଜ (Roots of an equation) :

ସମୀକରଣ ଥିବା ଅଜ୍ଞାତ ରାଶିର ଯେଉଁ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ମାନଗୁଡ଼ିକ ପାଇଁ ସମୀକରଣଟି ସତ୍ୟ, ସେଗୁଡ଼ିକୁ ଉକ୍ତ ସମୀକରଣର ବୀଜ କୁହାଯାଏ ।

$2x = 6$ ସମୀକରଣର ବୀଜ "3" କାରଣ x ର ମାନ 3 ପାଇଁ ଉକ୍ତିଟି ସତ୍ୟ ।

ସମୀକରଣର ବୀଜନିର୍ଣ୍ଣୟ ପ୍ରକ୍ରିୟାକୁ ସମୀକରଣର ସମାଧାନ କୁହାଯାଏ ।

ମନେରଖ : ସମୀକରଣର ଘାତ ସଂଖ୍ୟା ତା'ର ବୀଜ ସଂଖ୍ୟା ସହ ସମାନ ଅର୍ଥାତ୍ ଏକ n ଘାତୀ ସମୀକରଣର ବୀଜ ସଂଖ୍ୟା n ।

ସୁତରାଂ ଗୋଟିଏ ଏକଘାତୀ ସମୀକରଣର ବୀଜ ସଂଖ୍ୟା "1" । ସେହିପରି ଗୋଟିଏ ଦ୍ୱିଘାତୀ ସମୀକରଣର ବୀଜ ସଂଖ୍ୟା "2" ଇତ୍ୟାଦି ।

7.5 ଏକ ଅଜ୍ଞାତରାଶିବିଶିଷ୍ଟ ଏକଘାତୀ ସମୀକରଣର ସମାଧାନ (Solution of a Linear equation in one variable) :

ନିମ୍ନରେ କେତେକ ଏକ ଅଜ୍ଞାତ ରାଶିବିଶିଷ୍ଟ ଏକଘାତୀ ସମୀକରଣର ଉଦାହରଣ ଦିଆଗଲା ।

$$(a) x + 3 = 4 \qquad (b) 2(x - 1) = 10 \qquad (c) \frac{x-5}{2} - 1 = \frac{2x-1}{7}$$

ଏକଘାତୀ ସମୀକରଣର ସାଧାରଣ ରୂପ ହେଉଛି $ax + b = 0$ ଯେଉଁଠି $a \neq 0$

a ରାଶିଟି x ର ସହଗ ଓ b ହେଉଛି ଏକ ଧ୍ରୁବ ରାଶି ।

ସମୀକରଣ ସମାଧାନ ନିମିତ୍ତ ପ୍ରଯୁଜ୍ୟ ସ୍ୱତଃସିଦ୍ଧ :

(a) ସମାନ ସମାନ ରାଶି ସହ ସମାନ ସମାନ ରାଶି ଯୋଗ କଲେ ଯୋଗଫଳ ଦ୍ୱୟ ମଧ୍ୟ ସମାନ ହେବେ ।

(b) ସମାନ ସମାନ ରାଶିରୁ ସମାନ ସମାନ ରାଶି ବା ଏକରାଶି ବିଯୋଗ କଲେ ବିଯୋଗଫଳଦ୍ୱୟ ମଧ୍ୟ ସମାନ ହେବେ ।

(c) ସମାନ ସମାନ ରାଶିକୁ ସମାନ ସମାନ ରାଶି ବା ଏକ ରାଶି ଦ୍ୱାରା ଗୁଣନ କଲେ ଗୁଣଫଳ ଦ୍ୱୟ ମଧ୍ୟ ସମାନ ହେବେ ।

(d) ସମାନ ସମାନ ରାଶିକୁ ସମାନ ସମାନ ରାଶି ବା ଏକ ରାଶି ଦ୍ୱାରା (ଶୂନ୍ୟ ବ୍ୟତୀତ) ଭାଗ କଲେ ଭାଗଫଳ ମଧ୍ୟ ସମାନ ହେବେ ।

ଉଦାହରଣ -1 :

(i) ସମାଧାନ କର : (i) $2x - 3 = 7$ (ii) $2y + 9 = 4$

ସମାଧାନ : (i) $2x - 3 = 7$

$\Rightarrow 2x - 3 + 3 = 7 + 3$ (ଉଭୟ ପାର୍ଶ୍ୱରେ 3 ଯୋଗ କରାଗଲା)

$\Rightarrow 2x = 10 \Rightarrow \frac{2x}{2} = \frac{10}{2}$ (ଉଭୟ ପାର୍ଶ୍ୱକୁ 2 ଦ୍ୱାରା ଭାଗ କରାଗଲା)

$\Rightarrow x = 5$ $\therefore$ ଦତ୍ତ ସମୀକରଣର ବୀଜ ହେଉଛି 5 ।

(ii) $2y + 9 = 4$

ସମାଧାନ : $2y + 9 = 4$

$\Rightarrow 2y + 9 - 9 = 4 - 9$ (ଉଭୟ ପାର୍ଶ୍ୱରୁ 9 ବିଯୋଗ କରାଗଲା)

$\Rightarrow 2y = -5 \Rightarrow \frac{2y}{2} = \frac{-5}{2}$ (ଉଭୟ ପାର୍ଶ୍ୱକୁ 2 ଦ୍ୱାରା ଭାଗ କରାଗଲା)

$\Rightarrow y = \frac{-5}{2}$ $\therefore$ ଦତ୍ତ ସମୀକରଣର ବୀଜ ହେଉଛି $\frac{-5}{2}$ ।

ଲକ୍ଷ୍ୟ କର : ଉଦାହରଣ 1(i) ରେ ବାମପାର୍ଶ୍ୱରେ -3 କୁ ଅପସାରଣ କଲାପରେ ଦକ୍ଷିଣପାର୍ଶ୍ୱରେ $+3$ ଥିବାର ଦେଖାଗଲା । ଉଦାହରଣ 1(ii) ରେ ବାମପାର୍ଶ୍ୱରେ 9 ର ଅପସାରଣ ଦ୍ୱାରା ଦକ୍ଷିଣ ପାର୍ଶ୍ୱରେ (-9) ଥିବାର ଦେଖାଗଲା ।

ଏଥିରୁ ସ୍ପଷ୍ଟ ଯେ, କୌଣସି ପଦର ପାର୍ଶ୍ୱପରିବର୍ତ୍ତନ (ବାମପାର୍ଶ୍ୱରୁ ଦକ୍ଷିଣପାର୍ଶ୍ୱ ବା ଦକ୍ଷିଣପାର୍ଶ୍ୱରୁ ବାମପାର୍ଶ୍ୱ) ବେଳେ ପ୍ରକ୍ରିୟାର ପରିବର୍ତ୍ତନ ହୁଏ । ଅର୍ଥାତ୍ ଯୋଗରୁ ବିଯୋଗ ଏବଂ ବିଯୋଗରୁ ଯୋଗ, ହରଣରୁ ଗୁଣନ ଓ ଗୁଣନରୁ ହରଣ ହୁଏ ।

ଉଦାହରଣ - 2 : ସମାଧାନ କର : (i) $\frac{x}{3} = 4$ (ii) $3x = 15$ (iii) $\frac{x}{2} + \frac{x}{3} - 1 = 4$

ସମାଧାନ : (i) $\frac{x}{3} = 4 \Rightarrow \frac{x}{3} \times 3 = 4 \times 3$ (ଉଭୟ ପାର୍ଶ୍ୱକୁ 3 ଦ୍ୱାରା ଗୁଣନ କରାଗଲା)

$\Rightarrow x = 12$

ଲକ୍ଷ୍ୟ କର : ବାମପାର୍ଶ୍ୱରୁ 3 ଭାଜକ ଅପସାରଣ ପରେ ଦକ୍ଷିଣ ପାର୍ଶ୍ୱରେ ଉକ୍ତ ଭାଜକର ଗୁଣନ ହେଲା ।

(ii) $3x = 15 \Rightarrow \frac{3x}{3} = \frac{15}{3}$ (ଉଭୟ ପାର୍ଶ୍ୱକୁ 3 ଦ୍ୱାରା ଭାଗ କରାଗଲା)

$\Rightarrow x = 5$

ଲକ୍ଷ୍ୟ କର : ବାମପାର୍ଶ୍ୱରୁ x ର ସହଗ 3 ଅପସାରଣ ପରେ ଦକ୍ଷିଣ ପାର୍ଶ୍ୱରେ 3 ଭାଜକ ଭାବେ ରହିଲା ।

(iii) $\frac{x}{2} + \frac{x}{3} - 1 = 4$

$\Rightarrow \frac{3x + 2x}{6} - 1 = 4 \Rightarrow \frac{5x}{6} - 1 = 4$

$$\Rightarrow \left(\frac{5x}{6} - 1\right) + 1 = 4 + 1 \text{ (ଉଭୟ ପାର୍ଶ୍ୱରେ 1 ଯୋଗ କରାଗଲା)}$$

$$\Rightarrow \frac{5x}{6} = 5 \Rightarrow \frac{5x}{6} \times 6 = 5 \times 6 \text{ (ଉଭୟ ପାର୍ଶ୍ୱକୁ 6 ଦ୍ୱାରା ଗୁଣନ କରାଗଲା)}$$

$$\Rightarrow 5x = 30 \Rightarrow \frac{5x}{5} = \frac{30}{5} \text{ (ଉଭୟ ପାର୍ଶ୍ୱକୁ 5 ଦ୍ୱାରା ଭାଗ କରାଗଲା)}$$

$$\Rightarrow x = 6$$

ଉପରୋକ୍ତ ଦୁଇଟି ଉଦାହରଣରୁ ଏହା ସ୍ପଷ୍ଟ ଯେ କୌଣସି ପଦର, ପାର୍ଶ୍ୱ ପରିବର୍ତ୍ତନ ହେଲେ ସଂପୂର୍ଣ୍ଣ ପଦର ପ୍ରକ୍ରିୟାରେ ପରିବର୍ତ୍ତନ ହୁଏ

ନିଜେ କର : ସମାଧାନ କର :

$$(i) 2x - 3 = 4$$

$$(ii) 3x + \frac{1}{2} = \frac{3}{8}$$

$$(iii) 2x + \frac{3}{4} = x - \frac{1}{4}$$

$$(iv) 0.3(6 + y) = 0.4$$

$$(v) \frac{3x}{5} + 1 = \frac{2}{5}$$

7.5.1 ଏକ ଅଜ୍ଞାତ ରାଶିବିଶିଷ୍ଟ ଏକଘାତୀ ସମୀକରଣ ସମାଧାନ ନିମିତ୍ତ ସୂଚନା :

(i) ଅଜ୍ଞାତ ରାଶି ସମ୍ବଳିତ ସମସ୍ତ ପଦ ବାମପାର୍ଶ୍ୱକୁ ଓ ଜ୍ଞାତ ରାଶି ଥିବା ପଦଗୁଡ଼ିକୁ ଦକ୍ଷିଣପାର୍ଶ୍ୱକୁ ପକ୍ଷାନ୍ତର (ପାର୍ଶ୍ୱ ପରିବର୍ତ୍ତନ) କରାଯାଏ ।

(ii) ବାମ ପାର୍ଶ୍ୱର ଏକାଧିକ ଅଜ୍ଞାତ ରାଶି ସମ୍ବଳିତ ପଦଗୁଡ଼ିକୁ ଏକତ୍ର କରାଯାଇ ଗୋଟିଏ ପଦରେ ପ୍ରକାଶ କରାଯାଏ ଓ ସେହିପରି ଅବଶିଷ୍ଟ ପଦଗୁଡ଼ିକୁ ଦକ୍ଷିଣପାର୍ଶ୍ୱରେ ଏକତ୍ର କରାଯାଏ ।

(iii) ଡେଇଁରେ ବାମପାର୍ଶ୍ୱରେ ସୃଷ୍ଟି ହେଉଥିବା ପଦ $(ax \text{ ଅଥବା } \frac{a}{x})$ ରୁ x (ଅଜ୍ଞାତ ରାଶି)ର ମାନ ସ୍ଥିର କରାଯାଏ ।
ନିମ୍ନ ଉଦାହରଣଗୁଡ଼ିକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟ କର ।

ଉଦାହରଣ - 3 : ସମାଧାନ କର : $2x - 3 = x + 2$

ସମାଧାନ : $2x - 3 = x + 2 \Rightarrow 2x - 3 + 3 = x + 2 + 3$ (ଉଭୟ ପାର୍ଶ୍ୱରେ 3 ଯୋଗ କରି)

$$\Rightarrow 2x = x + 5 \Rightarrow 2x - x = 5 \text{ (ଉଭୟ ପାର୍ଶ୍ୱରୁ } x \text{ ବିଯୋଗ କରି)}$$

$$\Rightarrow x = 5$$

ଉଦାହରଣ-4 : ସମାଧାନ କର : $\frac{5x}{2} - \frac{7}{2} = \frac{3x}{2} - 4$

ସମାଧାନ : $\frac{5x}{2} - \frac{7}{2} = \frac{3x}{2} - 4 \Rightarrow \frac{5x}{2} = \frac{3x}{2} - 4 + \frac{7}{2}$ (ଉଭୟ ପାର୍ଶ୍ୱରେ $\frac{7}{2}$ ଯୋଗ କରି)

$$\Rightarrow \frac{5x}{2} - \frac{3x}{2} = -4 + \frac{7}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{5x - 3x}{2} = \frac{-8 + 7}{2} \Rightarrow \frac{2x}{2} = \frac{-1}{2} \Rightarrow x = \frac{-1}{2}$$

ଉଦାହରଣ- 5 : ସମାଧାନ କର : $\frac{6x+1}{3} + 1 = \frac{x-3}{6}$

ସମାଧାନ : $\frac{6x+1}{3} + 1 = \frac{x-3}{6} \Rightarrow \frac{6x+1+3}{3} = \frac{x-3}{6} \Rightarrow \frac{6x+4}{3} = \frac{x-3}{6}$

$$\Rightarrow \frac{(6x+4)}{3} \times 6 = \frac{x-3}{6} \times 6 \quad (\text{ଉଭୟ ପାର୍ଶ୍ୱକୁ 6 ଦ୍ୱାରା ଗୁଣି, } \therefore 3 \text{ ଓ } 6 \text{ ର ଲ.ସା.ଗୁ } 6)$$

$$\Rightarrow 12x + 8 = x - 3 \Rightarrow 12x - x + 8 = -3 \quad (\text{ଉଭୟ ପାର୍ଶ୍ୱରୁ } x \text{ ବିଯୋଗ କରି})$$

$$\Rightarrow 11x = -3 - 8 \quad (\text{ଉଭୟ ପାର୍ଶ୍ୱରୁ 8 ବିଯୋଗ କରି})$$

$$\Rightarrow 11x = -11$$

$$\Rightarrow x = \frac{-11}{11} \quad (\text{ଉଭୟ ପାର୍ଶ୍ୱକୁ 11 ଦ୍ୱାରା ଭାଗ କରି})$$

$$\Rightarrow x = -1$$

ଉଦାହରଣ- 6 : ସମାଧାନ କର : $\frac{3x+5}{7x-3} = \frac{4}{5}$

ସମାଧାନ : $\frac{3x+5}{7x-3} = \frac{4}{5}$

$$\Rightarrow 5(3x+5) = 4(7x-3) \quad (\text{ବକ୍ର ଗୁଣନ ପ୍ରକ୍ରିୟା})$$

$$\left[\frac{A}{B} = \frac{C}{D} \Rightarrow AD = BC \quad (B \neq 0, D \neq 0), \text{ ଏହାକୁ ବକ୍ର ଗୁଣନ ପ୍ରକ୍ରିୟା କୁହାଯାଏ ।} \right]$$

$$\Rightarrow 15x + 25 = 28x - 12$$

$$\Rightarrow 15x - 28x + 25 = -12 \quad (28x \text{ ର ପାର୍ଶ୍ୱ ପରିବର୍ତ୍ତନ କଲେ})$$

$$\Rightarrow -13x = -12 - 25 \quad (25 \text{ ର ପାର୍ଶ୍ୱ ପରିବର୍ତ୍ତନ କଲେ})$$

$$\Rightarrow x = \frac{-37}{-13} \quad (\text{ଉଭୟ ପାର୍ଶ୍ୱକୁ } -13 \text{ ଦ୍ୱାରା ଭାଗ କଲେ})$$

$$\Rightarrow x = \frac{37}{13} \Rightarrow x = 2\frac{11}{13}$$

ଉଦାହରଣ- 7 : ସମାଧାନ କର : $z(z+6) = z(z+7) - 6$

ସମାଧାନ : $z(z+6) = z(z+7) - 6$

$$\Rightarrow z^2 + 6z = z^2 + 7z - 6 \quad (\text{ବକ୍ର ନିୟମ})$$

$$\Rightarrow z^2 + 6z - z^2 = z^2 + 7z - 6 - z^2 \quad (\text{ଉଭୟ ପାର୍ଶ୍ୱରୁ } z^2 \text{ ବିଯୋଗ କଲେ})$$

$$\Rightarrow 6z - 7z = 7z - 6 - 7z \quad (\text{ଉଭୟ ପାର୍ଶ୍ୱରୁ } 7z \text{ ବିଯୋଗ କଲେ})$$

$$\Rightarrow -z = -6 \Rightarrow z = 6 \quad (\text{ଉଭୟ ପାର୍ଶ୍ୱକୁ } -1 \text{ ଦ୍ୱାରା ଗୁଣନ କରି})$$

[ଟୀକା: ସମୀକରଣଟିକୁ ସମାଧାନ କରି ସାରିବା ପରେ ଲକ୍ଷ୍ୟ ମୂଳକୁ ଅଜ୍ଞାତ ରାଶି ସ୍ଥାନରେ ଲେଖି ସମୀକରଣର ବାମ ପାର୍ଶ୍ୱ ଓ ଦକ୍ଷିଣ ପାର୍ଶ୍ୱର ସମାନତାକୁ ପରୀକ୍ଷା କରିବା ଉଚିତ ।

ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ **ଉଦାହରଣ - 7** ରେ ମୂଳଟି $z = 6$

$$\text{ଦତ୍ତ ସମୀକରଣ } z(z+6) = z(z+7) - 6 \text{ ର ବାମ ପାର୍ଶ୍ୱ} = z(z+6) = 6(6+6) = 6 \times 12 = 72;$$

$$\text{ଦକ୍ଷିଣ ପାର୍ଶ୍ୱ} = z(z+7) - 6 = 6(6+7) - 6 = 6 \times 13 - 6 \text{ ହେଲେ } = 78 - 6 = 72$$

ଅର୍ଥାତ୍ $z = 6$ ପାଇଁ ବାମପାର୍ଶ୍ୱ = ଦକ୍ଷିଣପାର୍ଶ୍ୱ]

ଉଦାହରଣ- 8 : ସମାଧାନ କର : $x(x+9) = (x+3)(x+7) - 10$

ସମାଧାନ : $x(x+9) = (x+3)(x+7) - 10 \Rightarrow x^2 + 9x = x^2 + 3x + 7x + 21 - 10$

$$\Rightarrow x^2 + 9x = x^2 + 10x + 11 \Rightarrow x^2 - x^2 + 9x - 10x = 11 \text{ (ପକ୍ଷାତ୍ତରଣ ଦ୍ୱାରା)}$$

$$\Rightarrow -x = 11 \Rightarrow x = -11 \text{ (ଉଭୟପାର୍ଶ୍ୱକୁ -1 ଦ୍ୱାରା ଗୁଣି)}$$

ଅନୁଶୀଳନ - 7(a)

ବନ୍ଧନୀ ମଧ୍ୟରେ ଦିଆଯାଇଥିବା ମାନ ମଧ୍ୟରୁ ଦତ୍ତ ସମୀକରଣରେ ଥିବା ଅଜ୍ଞାତ ରାଶିର ଠିକ୍ମାନଟିକୁ ବାଛି ଲେଖ ।

1. (i) $x - 2 = 7$ (2, 7, 9, 11) (ii) $y + 3 = 10$ (3, 7, 11, 13)
- (iii) $2x = 8$ (4, 6, 8, 10) (iv) $\frac{x}{3} = 7$ (10, 14, 18, 21)
- (v) $8 - x = 3$ (3, 5, 8, 11) (vi) $7 - x = 2$ (5, 6, 7, 8)
- (vii) $x \times \frac{t}{5} = 10$ (40, 50, 60, 70) (viii) $1.6 = \frac{y}{1.5}$ (1.5, 1.6, 2.1, 2.4)
- (ix) $-8 - x = 3$ (-11, -5, 0, 11) (x) $\frac{2}{3}x = 1.4$ (1.4, 2.1, 2.8, 4.2)

2. ନିମ୍ନ ସମୀକରଣଗୁଡ଼ିକର ସମାଧାନ କର ।

- (i) $3x + 7 = x + 15$ (ii) $2x - 5 = x + 11$ (iii) $2x - 6 = 5x + 9$
- (iv) $4x - 8 = 3x + 9$ (v) $5x - 6 = 4x + 3$ (vi) $\frac{3}{7} + z = \frac{17}{7}$
- (vii) $\frac{5x}{3} + \frac{2}{5} = 1$ (viii) $\frac{x}{2} + \frac{x}{3} + \frac{x}{4} = 13$ (ix) $\frac{2x}{3} - \frac{3x}{8} = \frac{7}{12}$
- (x) $\frac{7}{x} + \frac{3}{5} = \frac{-1}{10}$

3. ସମାଧାନ କର : (ବକ୍ତ୍ରଗୁଣନ ପ୍ରଣାଳୀର ସାହାଯ୍ୟରେ)

- (i) $\frac{x+2}{x-2} = \frac{3}{2}$ (ii) $\frac{7y+2}{5} = \frac{6y-5}{11}$ (iii) $\frac{x+7}{2x-5} = \frac{1}{3}$
- (iv) $\frac{5x+6}{3x-5} = \frac{4}{3}$ (v) $\frac{x+\frac{1}{2}}{2x-\frac{1}{2}} = \frac{1}{3}$

4. ସମାଧାନ କର । ତତ୍ପରେ ଅଜ୍ଞାତ ରାଶି ପରିବର୍ତ୍ତେ ନିର୍ଦ୍ଦେୟ ମୂଳକୁ ବ୍ୟବହାର କରି ଉଭୟ ପାର୍ଶ୍ୱର ସମାନତାକୁ ପରୀକ୍ଷା କର ।

- (i) $2(x+3) + 7(x-7) = 3(x+6) + 12$
- (ii) $(x+1)(x+2) + 6 = (x-3)(x-4)$
- (iii) $x(x+11) = (x+5)(x+7) - 9$
- (iv) $2(x+3) + 15 = 3(2x-4) + 24$
- (v) $24x - 8(2x+8) = 6x - (2-x) - 72$

7.6 ଏକସୀୟ ସମୀକରଣର ପ୍ରୟୋଗ (Application of linear equation) :

ପାଟୀଗଣିତ ସମ୍ପର୍କୀୟ ପ୍ରଶ୍ନମାନଙ୍କରେ ଆବଶ୍ୟକ ଉତ୍ତର ପାଇଁ ଏକ ଅଜ୍ଞାତ ରାଶିକୁ ନେଇ ଏକ ସମୀକରଣ ଗଠନ କରାଯାଇ ଥାଏ ଓ ଏହି ସମୀକରଣକୁ ସମାଧାନ କରିବାପରେ ଆବଶ୍ୟକ ଉତ୍ତରଟି ସହଜରେ ମିଳେ । ଏ ପ୍ରକାର ପ୍ରଣାଳୀକୁ ବୀଜ ଗାଣିତିକ ପ୍ରଣାଳୀରେ ସମାଧାନ ବୋଲି କୁହାଯାଏ । ନିମ୍ନରେ କେତେକ ସମାଧାନ ଦିଆଯାଇଛି । ସେଗୁଡ଼ିକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟ କର ।

ପ୍ରଥମ ସୋପାନ : ପାଟୀଗଣିତ ପ୍ରଶ୍ନଟିରେ ଅଜ୍ଞାତ ରାଶିଟିକୁ ଚିହ୍ନଟ କର ।

ଦ୍ୱିତୀୟ ସୋପାନ: ପ୍ରଶ୍ନରେ ଥିବା ସର୍ତ୍ତମାନଙ୍କୁ ନେଇ ଏକ ଅଜ୍ଞାତ ରାଶିବିଶିଷ୍ଟ ଏକ ସମୀକରଣ ଗଠନ କର ।

ତୃତୀୟ ସୋପାନ : ଲକ୍ଷ ସମୀକରଣର ସମାଧାନ କର ।

ଉଦାହରଣ- 9 : କେଉଁ ସଂଖ୍ୟାରେ 7 ଯୋଗକଲେ ଯୋଗଫଳ 103 ହେବ ?

ସମାଧାନ : ମନେକର ସଂଖ୍ୟାଟି x ।

$$\begin{aligned}\text{ପ୍ରଶ୍ନ ଅନୁଯାୟୀ } x + 7 &= 103 \Rightarrow x + 7 - 7 = 103 - 7 \\ \Rightarrow x &= 96 \quad \therefore \text{ନିର୍ଣ୍ଣୟ ସଂଖ୍ୟାଟି 96 । (ଉତ୍ତର)}\end{aligned}$$

ଉଦାହରଣ- 10 : ଦୁଇଟି ସଂଖ୍ୟାର ଯୋଗଫଳ 74 । ଗୋଟିଏ ସଂଖ୍ୟା ଅନ୍ୟସଂଖ୍ୟା ଅପେକ୍ଷା 10 ଅଧିକ । ସଂଖ୍ୟା ଦୁଇଟି କେତେ ?

ସମାଧାନ : ମନେକର ସାନ ସଂଖ୍ୟାଟି x । ଅନ୍ୟ ସଂଖ୍ୟାଟି ହେବ $x + 10$

$$\begin{aligned}\text{ପ୍ରଶ୍ନ ଅନୁଯାୟୀ } x + (x + 10) &= 74 \Rightarrow 2x + 10 = 74 \\ \Rightarrow 2x &= 74 - 10 \Rightarrow 2x = 64 \Rightarrow x = 32\end{aligned}$$

$\therefore$ ସାନ ସଂଖ୍ୟାଟି 32 ହେଲେ, ଅନ୍ୟ ସଂଖ୍ୟାଟି $= 32 + 10 = 42$ ହେବ । (ଉତ୍ତର)

ଉଦାହରଣ- 11 : ଗୋଟିଏ ସଂଖ୍ୟାର ଦୁଇଗୁଣ, ସଂଖ୍ୟାଟିର ଅର୍ଦ୍ଧେକ ଠାରୁ 45 ଅଧିକ । ସଂଖ୍ୟାଟି କ୍ଷିର କର ।

ସମାଧାନ : ମନେକର ସଂଖ୍ୟାଟି x । ଏହାର 2 ଗୁଣ $2x$ ଏବଂ ସଂଖ୍ୟାର ଅର୍ଦ୍ଧେକ $\frac{x}{2}$

$$\begin{aligned}\text{ପ୍ରଶ୍ନାନୁଯାୟୀ } 2x - \frac{x}{2} &= 45 \Rightarrow \frac{4x - x}{2} = 45 \Rightarrow \frac{3x}{2} = 45 \\ \Rightarrow x &= 45 \times \frac{2}{3} \Rightarrow x = 30\end{aligned}$$

$\therefore$ ସଂଖ୍ୟାଟି 30 (ଉତ୍ତର)

ଉଦାହରଣ- 12 : ଗୋଟିଏ ଦୁଇ ଅଙ୍କବିଶିଷ୍ଟ ସଂଖ୍ୟାର ଅଙ୍କ ଦୁଇର ସମଷ୍ଟି 8 । ଯଦି ସଂଖ୍ୟାଟିରେ 18 ଯୋଗ କରାଯାଏ, ତେବେ ସଂଖ୍ୟାର ଅଙ୍କ ଦୁଇର ସ୍ଥାନ ବଦଳିଯାଏ । ସଂଖ୍ୟାଟି ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ସମାଧାନ : ମନେକର ସଂଖ୍ୟାଟିର ଏକକ ସ୍ଥାନୀୟ ଅଙ୍କ x । ତେଣୁ ଦଶକ ସ୍ଥାନୀୟ ଅଙ୍କ $8 - x$ ।

$$\therefore \text{ସଂଖ୍ୟାଟି} = 10(8 - x) + x$$

ସଂଖ୍ୟାଟିର ଅଙ୍କ ଦୁଇର ସ୍ଥାନ ବଦଳାଇଲେ, ସଂଖ୍ୟାଟି ହେବ $10x + (8 - x)$ ।

$$\begin{aligned}\text{ପ୍ରଶ୍ନାନୁସାରେ } [10(8 - x) + x] + 18 &= 10x + 8 - x \\ \Rightarrow 80 - 10x + x + 18 &= 10x + 8 - x \Rightarrow 98 - 9x = 9x + 8 \\ \Rightarrow 98 - 8 &= 9x + 9x \Rightarrow 90 = 18x \Rightarrow 18x = 90 \Rightarrow x = \frac{90}{18} = 5\end{aligned}$$

ଏକକ ସ୍ଥାନୀୟ ଅଙ୍କ 5 ହେଲେ ଦଶକ ସ୍ଥାନୀୟ ଅଙ୍କଟି ହେବ $8 - 5 = 3$

$$\therefore \text{ସଂଖ୍ୟାଟି} = 10 \times 3 + 5 = 35 \quad (\text{ଉତ୍ତର})$$

ଉଦାହରଣ- 13 : ଗୋଟିଏ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟାର ହର, ଲବ ଅପେକ୍ଷା 8 ଅଧିକ । ଲବ ଓ ହର ପ୍ରତ୍ୟେକରେ

"9" ଲେଖାଏଁ ଯୋଗ କଲେ ସଂଖ୍ୟାଟି $\frac{11}{15}$ ସହ ସମାନ ହୁଏ । ସଂଖ୍ୟାଟି ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ସମାଧାନ : ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟାଟିର ଲବକୁ x ନିଆଯାଉ । ପ୍ରଶ୍ନାନୁସାରେ ହର $= x + 8$

$$\therefore \text{ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟାଟି} = \frac{x}{x+8} \quad \text{ପୁନଶ୍ଚ ପ୍ରଶ୍ନାନୁଯାୟୀ} \quad \frac{x+9}{(x+8)+9} = \frac{11}{15}$$

$$\Rightarrow (x + 9) 15 = (x + 17) 11 \Rightarrow 15x + 135 = 11x + 187$$

$$\Rightarrow 15x - 11x = 187 - 135 \Rightarrow 4x = 52 \Rightarrow x = 13$$

$$\therefore \text{ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା} = \frac{x}{x+8} = \frac{13}{13+8} = \frac{13}{21} \quad (\text{ଉତ୍ତର})$$

ଉଦାହରଣ- 14 : ଅର୍ଜୁନର ବର୍ତ୍ତମାନ ବୟସ, ଶ୍ରୀୟା ବୟସର ଦୁଇଗୁଣ । ପାଞ୍ଚ ବର୍ଷ ପୂର୍ବେ ତା'ର ବୟସ ଶ୍ରୀୟା ବୟସର 3 ଗୁଣ ଥିଲା । ସେମାନଙ୍କର ବର୍ତ୍ତମାନ ବୟସ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ସମାଧାନ : ମନେକର ଶ୍ରୀୟାର ବର୍ତ୍ତମାନ ବୟସ x ବର୍ଷ । ତେଣୁ ଅର୍ଜୁନର ବର୍ତ୍ତମାନ ବୟସ $2x$ ବର୍ଷ ।

$$5 \text{ ବର୍ଷ ପୂର୍ବେ ଶ୍ରୀୟାର ବୟସ} = (x - 5) \text{ ବର୍ଷ ଏବଂ}$$

$$5 \text{ ବର୍ଷ ପୂର୍ବେ ଅର୍ଜୁନର ବୟସ} = (2x - 5) \text{ ବର୍ଷ ଥିଲା ।}$$

$$\text{ପ୍ରଶ୍ନାନୁଯାୟୀ} \quad 2x - 5 = 3(x - 5)$$

$$\Rightarrow 2x - 5 = 3x - 15 \Rightarrow 15 - 5 = 3x - 2x \Rightarrow 10 = x$$

$$\Rightarrow x = 10$$

$$\therefore \text{ଶ୍ରୀୟାର ବର୍ତ୍ତମାନ ବୟସ} = 10 \text{ ବର୍ଷ ଏବଂ}$$

$$\text{ଅର୍ଜୁନର ବର୍ତ୍ତମାନ ବୟସ} = (2 \times 10) \text{ ବର୍ଷ} = 20 \text{ ବର୍ଷ} \quad (\text{ଉତ୍ତର})$$

ଅନୁଶୀଳନ - 7(b)

1. କୌଣସି ଏକ ସଂଖ୍ୟାର $\frac{4}{5}$, ସେହି ସଂଖ୍ୟାର $\frac{3}{4}$ ଠାରୁ 4 ଅଧିକ । ସଂଖ୍ୟାଟି ସ୍ଥିର କର ।
2. କେଉଁ ସଂଖ୍ୟାର $\frac{1}{3}$, ଏହାର $\frac{1}{4}$ ଅପେକ୍ଷା 6 ଅଧିକ ?
3. କେଉଁ ସଂଖ୍ୟାର $\frac{1}{2}$, 12ରୁ ଯେତେ କମ୍ ଏହାର $\frac{5}{2}$, 12 ରୁ ସେତେ ଅଧିକ ?
4. ତିନୋଟି କ୍ରମିକ ଅଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟାର ସମଷ୍ଟି 33 ହେଲେ ମଧ୍ୟମ ସଂଖ୍ୟାଟି ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।
5. କେଉଁ ଦୁଇଟି କ୍ରମିକ ସଂଖ୍ୟାର ସମଷ୍ଟି 31 ?
6. ତିନୋଟି କ୍ରମିକ ଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟାର ଯୋଗଫଳ 36 ହେଲେ, ବୃହତ୍ତମ ସଂଖ୍ୟାଟି ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

7. ହମିଦ୍ ଟଙ୍କାର 15%, ରସିଦ୍ ଟଙ୍କାର 20% ସହ ସମାନ । ଦୁଇଜଣଙ୍କର ଟଙ୍କା ମିଶି 350 ହେଲେ କାହାର ଟଙ୍କା କେତେ ?
8. ଦୁଇ ଅଙ୍କବିଶିଷ୍ଟ ସଂଖ୍ୟାର ଅଙ୍କ ଦ୍ଵୟର ସମଷ୍ଟି 9 । ଯଦି ଅଙ୍କ ଦ୍ଵୟର ସ୍ଥାନ ବଦଳାଯାଏ ତେବେ ନୂତନ ସଂଖ୍ୟାଟି ମୂଳ ସଂଖ୍ୟା ଠାରୁ 27 ଅଧିକ ହେବ । ସଂଖ୍ୟାଟି ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।
9. ଦୁଇ ଅଙ୍କବିଶିଷ୍ଟ ଏକ ସଂଖ୍ୟାର ଅଙ୍କ ଦ୍ଵୟର ସମଷ୍ଟି 10 । ସଂଖ୍ୟାଟିରେ 36 ଯୋଗ କଲେ ସଂଖ୍ୟାଟିର ଅଙ୍କଦ୍ଵୟର ସ୍ଥାନ ବଦଳିଯାଏ । ସଂଖ୍ୟାଟି ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।
10. କେଉଁ ସଂଖ୍ୟାର 20% ଏହାର 12% ଅପେକ୍ଷା 12 ଅଧିକ ?
11. ଦୁଇଟି ଧନାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟାର ଅନ୍ତର 30 । ସେମାନଙ୍କର ଅନୁପାତ 2:5 ହେଲେ, ସଂଖ୍ୟା ଦୁଇଟି କେତେ ?
12. ଗୋଟିଏ ଶ୍ରେଣୀର ମୋଟ ପିଲା ସଂଖ୍ୟା 49 । ପୁଅ ପିଲାଙ୍କ ସଂଖ୍ୟା ଝିଅ ପିଲାଙ୍କ ସଂଖ୍ୟାର $\frac{3}{4}$ ଗୁଣ ହେଲେ ଶ୍ରେଣୀରେ ପୁଅ ଓ ଝିଅଙ୍କ ସଂଖ୍ୟା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।
13. ଦୁଇଟି ଅନୁପୂରକ କୋଣର ଅନ୍ତର 10° ହେଲେ, କୋଣଦ୍ଵୟର ପରିମାଣ ସ୍ଥିର କର ।
14. ଗୋଟିଏ ଥଳିରେ ଟ. 500 ର 5 ଟଙ୍କିଆ ଓ 10 ଟଙ୍କିଆ ମୁଦ୍ରା ଅଛି । ମୋଟ ମୁଦ୍ରା ସଂଖ୍ୟା 75 ହେଲେ ପ୍ରତ୍ୟେକ ପ୍ରକାର ମୁଦ୍ରା ସଂଖ୍ୟା କେତେ ?
15. ଗୋଟିଏ ଆୟତାକାର କ୍ଷେତ୍ରର ଦୈର୍ଘ୍ୟ, ପ୍ରସ୍ଥର ଦୁଇଗୁଣ । ଆୟତକ୍ଷେତ୍ରର ପରିସୀମା 150 ମିଟର ହେଲେ ଏହାର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଓ ପ୍ରସ୍ଥ ନିରୂପଣ କର ।
16. ଗୋଟିଏ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟାର ଲବ ଓ ହରର ଅନୁପାତ 3 : 4 । ହରରେ 3 ଯୋଗ କଲେ, ଲବ ଓ ହରର ଅନୁପାତ 3:5 ହୁଏ । ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟାଟି ସ୍ଥିର କର ।
17. ଗୋଟିଏ ତ୍ରିଭୁଜର କୋଣଦ୍ଵୟର ପରିମାଣରୁ 10° ଲେଖାଏଁ କମାଇ ଦେଲେ ଅବଶିଷ୍ଟ ଅନୁପାତ 6 : 4 : 5 ହୁଏ । ତ୍ରିଭୁଜଟିର ବୃହତ୍ତମ କୋଣର ପରିମାଣ ସ୍ଥିର କର ।
18. ଶରତ ତା' ଘରଠାରୁ ଘଣ୍ଟା ପ୍ରତି 4 କି.ମି. ବେଗରେ ସ୍କୁଲ କୁ ଯାଇ ଘଣ୍ଟା ବାଜିବାର 12 ମିନିଟ୍ ପରେ ପହଞ୍ଚିଲା । ପରଦିନ ସେ ଘଣ୍ଟାପ୍ରତି 5 କି.ମି. ବେଗରେ ଯାଇ ଠିକ୍ ସମୟରେ ସ୍କୁଲରେ ପହଞ୍ଚିଲା । ଉଭୟ ଦିନ ସେ ଘରୁ ଏକ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ସମୟରେ ସ୍କୁଲକୁ ଯାଇଥିଲେ, ତା' ଘରଠାରୁ ସ୍କୁଲର ଦୂରତା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

7.7 ଦ୍ଵିଘାତ ସମୀକରଣ ଓ ତା'ର ସମାଧାନ (Quadratic equation and its solution):

ଏକ ଅଜ୍ଞାତ ରାଶିବିଶିଷ୍ଟ ସମୀକରଣରେ ଅଜ୍ଞାତ ରାଶିର ସର୍ବୋଚ୍ଚ ଘାତ 2 ହେଲେ, ଏହାକୁ ଦ୍ଵିଘାତ ସମୀକରଣ କୁହାଯାଏ ।

ଏହାର ସାଧାରଣ ରୂପ ହେଲା $ax^2 + bx + c = 0$ ଯେଉଁଠାରେ $a \neq 0$ ।

ଏଠାରେ ଦ୍ଵିଘାତୀ ସମୀକରଣର ବାମ ପାର୍ଶ୍ଵ ଏକ ଦ୍ଵିଘାତ ପଲିନୋମିଆଲ୍; ଯାହାର ଉତ୍ପାଦକୀକରଣ ସମ୍ଭବ । ଉକ୍ତ ପଲିନୋମିଆଲ୍‌ର ଉତ୍ପାଦକୀକରଣ ଦ୍ଵାରା ଦତ୍ତ ସମୀକରଣର ସମାଧାନ କରାଯାଏ ।

ପୂର୍ବ ଅଧ୍ୟାୟରେ ତୁମେମାନେ ଦ୍ଵିଘାତ ପଲିନୋମିଆଲ୍‌ର କିପରି ଉତ୍ପାଦକ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରାଯାଏ ତାହା ତୁମେ ଜାଣିଛ । ପଢ଼ାଯାଇଥିବା ଅଭେଦଗୁଡ଼ିକୁ ମନେ ପକାଅ ।

ସେ ଅଭେଦଗୁଡ଼ିକ ହେଲା -

$$(i) \quad a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$$

$$(ii) \quad x^2 + (a + b)x + ab = (x + a)(x + b)$$

$$(iii) \quad (a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$$

ଉପରୋକ୍ତ ଅଭେଦର ପ୍ରୟୋଗରେ ଦ୍ଵିଘାତ ପଲିନୋମିଆଲର ଉତ୍ପାଦକୀକରଣ ସମ୍ଭବ ହୋଇଥାଏ ।
ପ୍ରତ୍ୟେକ ଦ୍ଵିଘାତ ପଲିନୋମିଆଲର ଦୁଇଟି ଏକଘାତୀ ଉତ୍ପାଦକ ଥାଏ ।

ମନେରଖ : ଦ୍ଵିଘାତ ସମୀକରଣର କେବଳ ଦୁଇଟି ବୀଜ ରହିଛି ।

ଉଦାହରଣ- 15 : ସମାଧାନ କର : $x^2 - 36 = 0$

ସମାଧାନ : $x^2 - 36 = 0 \Rightarrow (x)^2 - (6)^2 = 0 = (x + 6)(x - 6) = 0$

$$\{a^2 - b^2 = (a + b)(a - b) \text{ ଅଭେଦର ପ୍ରୟୋଗ} \}$$

$$\Rightarrow (x + 6) = 0 \text{ ଅଥବା } x - 6 = 0 \Rightarrow x = -6 \text{ କିମ୍ବା } x = 6$$

$$\therefore \text{ ନିର୍ଣ୍ଣେୟ ସମାଧାନ : } -6 \text{ ଓ } 6 \text{ ।} \quad (\text{ଉତ୍ତର})$$

ଉଦାହରଣ- 16 : $x^2 - 5x + 6 = 0$ ସମୀକରଣର ସମାଧାନ କର ।

ସମାଧାନ : $x^2 - 5x + 6 = 0 \Rightarrow x^2 + \{(-3) + (-2)\}x + (-3)(-2) = 0$

(ଅଭେଦର (ii)ର ପ୍ରୟୋଗ)

$$\Rightarrow (x - 3)(x - 2) = 0$$

$$\Rightarrow x - 3 = 0 \text{ କିମ୍ବା } x - 2 = 0 \Rightarrow x = 3 \text{ କିମ୍ବା } x = 2$$

$$\therefore \text{ ନିର୍ଣ୍ଣେୟ ସମାଧାନ : } 3 \text{ ଓ } 2 \quad (\text{ଉତ୍ତର})$$

ଉଦାହରଣ- 17 : ସମାଧାନ କର : $2x^2 - 9x + 4 = 0$

ସମାଧାନ : $2x^2 - 9x + 4 = 0 \Rightarrow 2x^2 - 8x - x + 4 = 0$ [ଏଠାରେ ମଧ୍ୟମ ପଦର ସହଗ -9, ଦୁଇଟି ସଂଖ୍ୟାର ସମଷ୍ଟି ହେବ ଏବଂ ଉକ୍ତ ସଂଖ୍ୟାଦ୍ଵୟର ଗୁଣଫଳ 8 ହେବ ।]

$$\Rightarrow 2x(x - 4) - 1(x - 4) = 0 \Rightarrow (x - 4)(2x - 1) = 0$$

$$\Rightarrow (x - 4) = 0 \text{ ବା, } (2x - 1) = 0$$

$$\Rightarrow x = 4 \text{ ବା } x = \frac{1}{2} \quad \therefore \text{ ନିର୍ଣ୍ଣେୟ ସମାଧାନ : } 4 \text{ ଓ } \frac{1}{2} \text{ ।} \quad (\text{ଉତ୍ତର})$$

ଉଦାହରଣ- 18 : ସମାଧାନ କର : $x^2 - 2x + 1 = 0$

ସମାଧାନ : $x^2 - 2x + 1 = 0 \Rightarrow (x)^2 - 2 \cdot x \cdot 1 + (1)^2 = 0$

$$\Rightarrow (x - 1)^2 = 0 \quad \{ \text{ଅଭେଦ } (a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2 \text{ ର ପ୍ରୟୋଗ} \}$$

$$\Rightarrow (x - 1)(x - 1) = 0 \Rightarrow (x - 1) = 0 \text{ ବା } (x - 1) = 0$$

$$\Rightarrow x = 1 \quad (\text{ଉତ୍ତର})$$

$\therefore$ ମୂଳଦ୍ଵୟ ପ୍ରତ୍ୟେକେ 1 (ଏଠାରେ ଲକ୍ଷ୍ୟ କର ଦୁଇଟିଯାକ ବୀଜ ସମାନ ।)

ଉଦାହରଣ- 19 : $x - \frac{18}{x} = 3$ ର ମୂଳଦ୍ୱୟ ଛିର କର ।

ସମାଧାନ : $x - \frac{18}{x} = 3 \Rightarrow \frac{x^2 - 18}{x} = 3 \Rightarrow x^2 - 18 = 3x$
 $\Rightarrow x^2 - 3x - 18 = 0 \Rightarrow x^2 - 6x + 3x - 18 = 0$
 $\Rightarrow x(x - 6) + 3(x - 6) = 0 \Rightarrow (x - 6)(x + 3) = 0$
 $\Rightarrow x - 6 = 0$ ଅଥବା $x + 3 = 0$ ।
 $\Rightarrow x = 6$ କିମ୍ବା $x = -3$

$\therefore$ ନିର୍ଣ୍ଣୟ ସମାଧାନ : 6 ଓ -3 । (ଉତ୍ତର)

ଉଦାହରଣ- 20 : ସମାଧାନ କର : $x^2 - 2x = 323$

ସମାଧାନ : $x^2 - 2x = 323 \Rightarrow x^2 - 2 \cdot x \cdot 1 + (1)^2 = (1)^2 + 323$
 $\Rightarrow (x - 1)^2 = 324 \Rightarrow (x - 1)^2 = (\pm 18)^2$
 $\Rightarrow x - 1 = \pm 18 \Rightarrow x = 1 \pm 18$
 $\Rightarrow x = 1 + 18$ କିମ୍ବା $x = 1 - 18 \Rightarrow x = 19$ କିମ୍ବା -17

$\therefore$ ନିର୍ଣ୍ଣୟ ସମାଧାନ : 19 ଓ -17 । (ଉତ୍ତର)

ଅନୁଶୀଳନ- 7 (c)

1. ନିମ୍ନଲିଖିତ ଦ୍ୱିଘାତ ସମୀକରଣର ସମାଧାନ କର ।

(i) $x^2 - 3x = 0$ (ii) $4x^2 - 25 = 0$ (iii) $2x^2 - 8 = 0$
 (iv) $9x^2 = 16$ (v) $2x^2 + 5x = 0$ (vi) $ax^2 - bx = 0$
 (vii) $\frac{x^2}{3} = 27$ (viii) $\frac{x^2}{9} = 81$

2. ନିମ୍ନଲିଖିତ ଦ୍ୱିଘାତ ସମୀକରଣର ସମାଧାନ କର ।

(i) $x^2 - 2x - 3 = 0$ (ii) $x^2 - 4x = 5$
 (iii) $x^2 - x = 20$ (iv) $x^2 + 7x + 12 = 0$
 (v) $x^2 + 2x - 35 = 0$ (vi) $x^2 - 6x + 5 = 0$
 (vii) $2x^2 - x - 3 = 0$ (viii) $3x^2 + 2x - 5 = 0$

(2(vii)) ପାଇଁ ସୂଚନା: ଏପରି ଦୁଇଟି ସଂଖ୍ୟା ଛିର କରିବାକୁ ହେବ ଯେପରି ସଂଖ୍ୟାଦ୍ୱୟର ଯୋଗଫଳ

(-1) ଏବଂ ଗୁଣଫଳ (-6) ହେବ ।)

(ix) $x^2 - (a + b)x + ab = 0$ (x) $x^2 + (a - b)x - ab = 0$

(ସୂଚନା : ମୂଳଦ୍ୱୟକୁ a ଓ b ମାଧ୍ୟମରେ ଛିର କର ।)
