12
دائرے
Circles

12.1 تعارف

روزمرہ زندگی میں ہم گول اشیاء جیسے سکے، چوڑیاں گھڑیاں، پہیئے ،بٹن وغیرہ دیکھتے ہیں۔یہ تمام دائروی شکل کی اشیاء ہیں۔

آپ نے بچپن میں کبھی سکے، چوڑی یا پھر بٹن کے اطراف لکیر کھینچ کر دائرہ بنایا ہوگا۔کیا آپ بتا سکتے ہیں کہ گول دائروی اشیاء اوراُن دائروں میں جوکہ آپ نے کبھی اتارے تھے کیا فرق ہے؟

یہ دائروی چیزیں جن کی اشکال دکھائی گئی ہیں کچھ موٹائی رکھتی ہیں یہ سہ ابعادی اشیاء ہیں جب کہ دائرہ دوابعادی شکل رکھتا ہے۔ دائرے کی کوئی موٹائی نہیں ہوتی۔

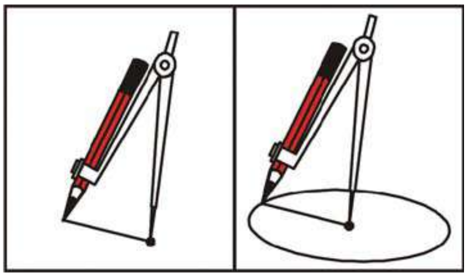
دائرے کوایک اورمثال سے سمجھتے ہیں۔آپ نے موٹھ دیکھی ہوگی۔موٹھ میں ایک بیل کوایک ڈنڈے کے ذریعہ مرکز سے باندھ دیا جاتا ہے۔اب بیل کوموٹھ پر چلایا جاتا ہے بتایئے کہ بیل کس راستہ پر چلے گا؟ یہ راستہ دائروی راستہ کہلاتا ہے۔

موٹھ کی حد پر بیل کا راستہ دائرہ ہوگا اس طریقہ کار میں جس ڈنڈے کے اطراف بیل کو چلایا جاتا ہے یہ دائرے کا مرکز کہلاتا ہے۔مرکز سے جس فاصلے پر بیل ہوتا ہے اسے دائرے کا نصف قطر کہتے ہیں

روزمرہ زندگی میں آپ دائرے کی چند اور مثالیں دیجئے۔

اس باب میں ہم دائرہ اوراس کی خصوصیات کے علاوہ اس سے متعلق امور کا مطالعہ کریں گے۔اس سے پہلے آپ کو پرکار کی مدد سے دائرہ بنانا سیکھنا ہوگا۔

آیئے دائرہ بناتے ہیں

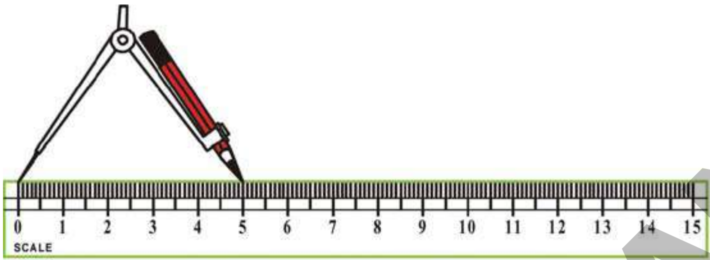


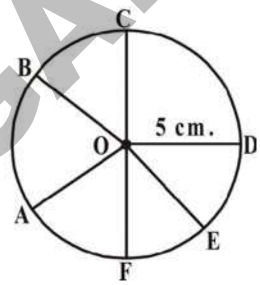
پرکار کے ہولڈر میں پنسل داخل کرتے ہوئے اسکرو کی مدد سے اسے کس دیجئے۔

ڈرائینگ کے کاغذ پر ایک نقطہ 'O' کا تعین کیجئے۔ پرکار کی سوئی نقطہ O پر رکھئے سوئی کو 'O' پر رکھ کر پنسل کو کاغذ پر اس طرح گھمائیے کہ دائرہ حاصل ہو اس عمل کو شکل میں دکھایا گیا ہے۔

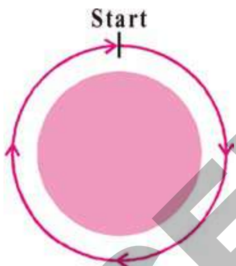
اگر ہمیں دیئے ہوئے نصف قطر کا دائرہ کھینچنا ہو تو ہمیں اسکیل بھی استعمال کرنا ہوگا۔

اس کے لئے پرکار کی سوئی اسکیل کے صفری درجہ پر رکھ کر مطلوبہ نصف قطر کا فاصلہ پنسل کے سرے سے لیجئے پنسل کا سرا اور سوئی کے درمیان کا فاصلہ نصف قطر ہوگا۔ O کو مرکز مان کر مذکورہ طریقہ کے مطابق دائرہ کھینچئے (یہاں دائرہ کا نصف قطر 5 سمر دیا گیا ہے)





اس دائرے پر A، B، C، D، E اور F کوئی چھ نقاط لیجئے آپ دیکھیں گے کہ ہر ایک خطی قطعہ OA، OB، OC، OD، OE، اور OF کا فاصلہ 5 سمر ہوگا جو کہ دائرے کے نصف قطر کے مساوی ہے۔ اسی طرح دائرے پر چند اور نقاط مختلف مقامات پر لیتے ہوئے O سے فاصلہ محسوب کریں۔ آپ نے کیا دیکھا۔ ہم کہہ سکتے ہیں کہ کسی مستوی میں دائرہ نقاط کا وہ سیٹ ہے جو اس مستوی پر ایک مستقل نقطہ O سے مساوی فاصلہ پر واقع ہے۔



اس مستقل نقطہ O کو دائرہ کا مرکز اور مستقل فاصلہ OA کو دائرہ کا نصف قطر کہتے ہیں۔ ایک دائروی باغیچہ میں ارشد نے ایک مقام سے چلنا شروع کیا اور گول گھومتے ہوئے ایک چکر مکمل کیا ایک چکر کے فاصلہ کو کیا کہا جائے گا؟ یہ دراصل دائروی باغیچہ کے احاطہ کا فاصلہ ہوگا اور اسے دائرے کا محیط کہیں گے۔

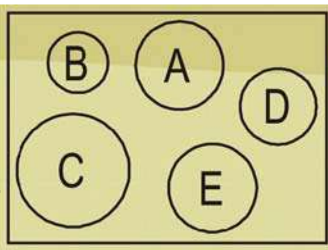
لہٰذا ہم کہتے ہیں کہ دائرے کے حدود کے اطراف کا مکمل فاصلہ محیط ہوتا ہے۔

عملی کام

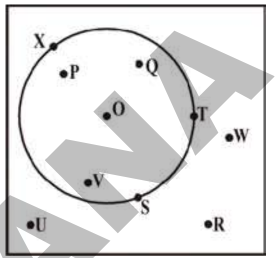
آیئے ہم ایک عملی کام کرتے ہیں۔ ایک کاغذ پر نقطہ متعین کیجئے۔ اس نقطہ کو مرکز مان کر کسی موزوں نصف قطر سے دائرہ کھینچئے۔ اب نصف قطر میں کمی کرتے ہوئے اس مرکز سے چند اور دائرے کھینچئے۔ اس عملی کام کے دوران حاصل ہونے والے دائروں کو آپ کیا کہیں گے؟

ایسے دائروے جن کا مرکز ایک ہی ہوتا ہے ہم مرکز دائرے کہلاتے ہیں۔

یہ کیجئے



1. دیئے ہوئے دائروں میں کونسا دائرہ، دائرہ A کے مماثل ہے۔
2. کس وجہ سے دائرے مماثل ہوں گے؟



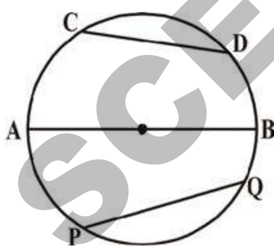
ایک دائرہ کسی مستوی کو تین حصوں میں تقسیم کرتا ہے۔ یہ تین حصے (i) اندرون دائرہ (ii) دائرہ پر کا حصہ یعنی دائرے کا محیط (iii) بیرون دائرہ ہوتے ہیں۔ دی ہوئی شکل کی مدد سے بتایئے کہ دیئے ہوئے نقاط آیا دائرہ کے اندر ہیں یا باہر یا پھر دائرہ پر ہیں

عملی کام

ایک دائروی کاغذ لے کر برابر آدھا موڑ یئے اور پھر کھول دیجئے، دوسرے حصہ سے آدھا موڑ کر کھول کر دیکھئے ایسا کئی مرتبہ کیجئے۔ بالآخر جب آپ اس کاغذ کو کھولیں گے تو بتایئے کہ کیا مشاہدہ کریں گے۔

آپ دیکھیں گے کہ تمام سلوٹیں ایک ہی نقطہ سے گزر رہی ہیں۔ کیا آپ بتا سکتے ہیں کہ اس نقطہ کو کیا کہا جاتا ہے؟ اسے دائرہ کا مرکز کہتے ہیں

پر کار کی مدد سے ہر ایک سلوٹ کی لمبائی محسوب کیجئے۔ آپ نے کیا دیکھا؟ یہ تمام مساوی ہیں اور ان میں سے ایک سلوٹ دائرے کو دو مساوی حصوں میں تقسیم کرتی ہے۔ اس کو دائرے کے قطر کہتے ہیں۔ ایک دائرہ کا قطر اس کے نصف قطر کا دوگنا ہوتا ہے۔ لہٰذا ایسا خطی قطعہ جو دائرے کے دو نقاط کو ملاتے ہوئے مرکز پر سے گزرتا ہے قطر کہلاتا ہے۔

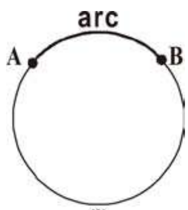


لہٰذا وہ خطی خط جو دائرے کے کوئی دو نقاط کو ملاتا ہے وتر کہلاتا ہے۔

بتایئے سب سے لمبے وتر کو کیا کہا جاتا ہے؟ کیا یہ مرکز پر سے گزرتا ہے؟

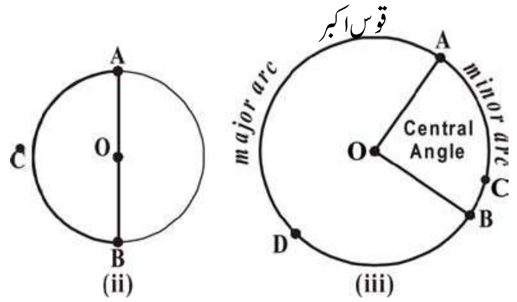
شکل دیکھئے کہ AB، CD اور PQ دائرے کے وتر ہیں۔

شکل (i) میں دو نقاط A اور B دائرے پر واقع ہیں اور یہ نقاط دائرے کے محیط کو دو حصوں میں تقسیم کرتے ہیں۔ کوئی دو نقاط کے دائرے کے کسی حصہ کو قوس کہا جاتا ہے،

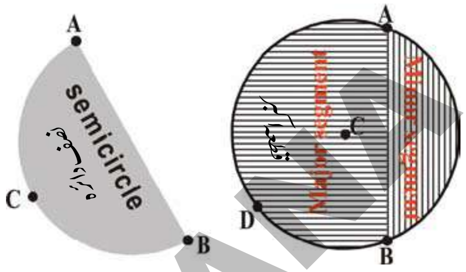


(i)

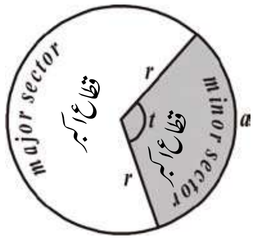
شکل (i) میں AB کو قوس کہا جاتا ہے اور اسے $\widehat{AB}$ سے ظاہر کرتے ہیں اگر دائرے کی قوس میں کوئی دو نقاط کسی قطر کے بیرون ترین نقاط ہوں تو ایسی کسی قوس کو نیم دائروی قوس یا نیم دائرہ کہتے ہیں شکل (ii) میں $\widehat{ACB}$ ایک نیم دائرہ ہے۔



اگر قوس نیم دائرہ سے کم ہو تو قوس اصغر اور نصف دائرہ سے بڑی ہو تو قوس اکبر کہتے ہیں۔ شکل (iii) میں قوس $\widehat{ACB}$ قوس اصغر اور قوس $\widehat{ADB}$ قوس اکبر کہلائے گی۔



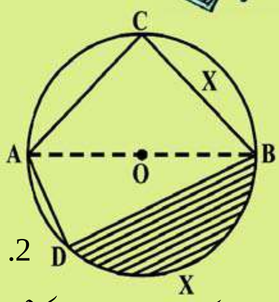
اگر کسی قوس کے کناروں کو کسی وتر سے جوڑ دیا جائے تو وتر دائرہ کو دو حصوں میں تقسیم کرے گا وہ علاقہ جو اس وتر اور قوس اصغر سے گھرا ہوتا ہے قطعہ اصغر اور وہ علاقہ جو قوس اکبر اور وتر سے گھرا ہوتا ہے قطعہ اکبر کہلائے گا۔ اگر وتر، قطر واقع ہو تو قطر دائرے کو دو مساوی حصوں میں تقسیم کرے گا۔



دائرے کا وہ علاقہ جو کسی قوس اور دو نصف قطروں سے گھرا ہوتا ہے قطاع کہلاتا ہے، متصل شکل ملاحظہ کیجئے۔ اس شکل میں ایک قطاع اصغر اور دوسرا قطاع اکبر دکھایا گیا ہے۔

مشق 12.1

1. دی ہوئی شکل کا مشاہدہ کیجئے جس میں O دائرہ کا مرکز ہے، حسب ذیل کی نشاندہی کیجئے



(i) $\overline{AO}$ (ii) $\overline{AB}$ (iii) $\widehat{BC}$

(iv) $\overline{AC}$ (v) $\widehat{DCB}$ (vi) $\widehat{ACB}$

(vii) $\overline{AD}$ (viii) سایہ دار حصہ

2. دیئے گئے بیانات صادق ہیں یا کاذب بتلائیے۔

(i) ایک دائرہ اس مستوی کو جس پر وہ واقع ہے تین حصوں میں تقسیم کرتا ہے۔ ( )

(ii) وہ بند علاقہ جو کسی وتر اور قوس اصغر سے گھرا ہوتا ہے قطعہ اصغر کہلاتا ہے۔ ( )

(iii) وہ بند علاقہ جو کسی وتر اور قوس اکبر سے گھرا ہوتا ہے قطعہ اکبر کہلاتا ہے۔ ( )

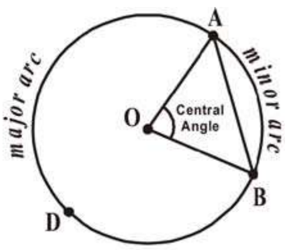
(iv) ایک قطر کسی دائرے کو دو غیر مساوی حصوں میں تقسیم کرتا ہے۔ ( )

(v) ایک قطاع وہ حصہ ہے جو ایک قوس اور دو نصف قطروں سے ملکر بنتا ہے۔ ( )

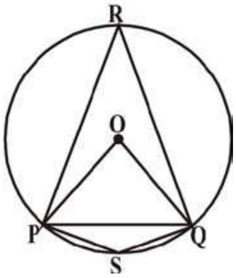
(vi) دائرے میں سب سے بڑا وتر، قطر کہلاتا ہے۔ ( )

(vii) قطر کا نقطہ وسطی دائرہ کا مرکز ہوتا ہے۔ ( )

دائرہ کے کسی نقطہ پر وتر سے بننے والا زاویہ

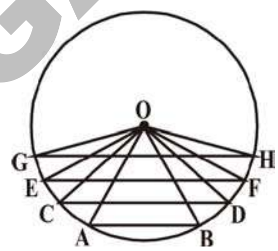


فرض کیجئے کہ ایک دائرے پر A اور B دو نقاط ہیں اس دائرہ کا مرکز O ہے۔ AO اور BO کو ملایئے، $\overline{AO}$, $\overline{BO}$ یعنی $\angle AOB$، دائرہ کے مرکز O پر بننے والے زاویہ کو مرکز O وتر پر $\overline{AB}$ کا زاویہ کہتے ہیں۔ شکل میں $\angle POQ$، $\angle PSQ$ اور $\angle PRQ$ کو آپ کونسے زاویئے کہیں گے؟



(i) مرکز O پر PQ سے بننے والا زاویہ $\angle POQ$ ہوگا۔

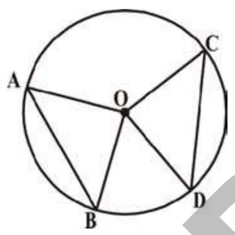
(ii) زاویئے $\angle PSQ$ اور $\angle PRQ$ وتر PQ کے ذریعے نقطہ S اور نقطہ R پر قوس اصغر اور قوس اکبر میں بنائے گئے زاویئے ہیں۔



دی ہوئی شکل میں O دائرہ کا مرکز ہے جبکہ AB، CD، EF، اور GH دائرے کے وتر ہیں اس شکل سے ہم پہچان سکتے ہیں کہ GH>EF>CD>AB

ان وتروں سے مرکز پر بننے والے زاویوں سے متعلق آپ کا مشاہدہ کیا ہے؟

ان زاویوں کا مطالعہ کرنے سے آپ کو پتہ چلے گا کہ وتروں سے مرکز پر بننے والے زاویئے وتروں کی لمبائی بڑھنے سے بڑھیں گے۔



بتایئے کہ دائرہ پر دو مساوی وتر لینے کی صورت میں مرکز پر بننے والا زاویہ کس طرح تبدیل ہوگا؟ O کو مرکز مان کر ایک دائرہ کھینچیے پرکار اور پٹری کی مدد سے AB اور CD دو مساوی وتر بنایئے۔ مرکز O کو A, B اور C, D سے ملایئے۔ اب زاویوں $\angle AOB$ اور $\angle COD$ کو محسوب کیجئے کیا وہ مساوی ہیں؟ کسی دائرے پر دو یا زائد وتر لیجئے اور مرکز پر ان وتروں سے بننے والے زاویئے محسوب کیجئے۔

آپ مشاہدہ کریں گے کہ ان وتروں سے مرکز پر بننے والے زاویئے مساوی ہوں گے۔

آیئے ہم اسے ثابت کریں گے۔

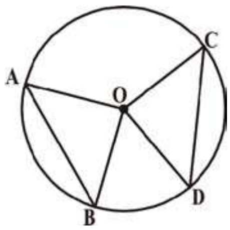
مسئلہ 12.1: دائرہ کے مساوی وتروں سے مرکز پر بننے والے زاویئے مساوی ہوتے ہیں

مفروض : O دائرہ کا مرکز $\overline{AB}$ اور $\overline{CD}$ دو مساوی وتر ہیں جبکہ $\angle AOB$ اور $\angle COD$ ان وتروں سے مرکز پر بننے والے زاویئے ہیں۔

مطلوب $\angle AOB \cong \angle COD$

عمل: مرکزکو ہرایک وتر کے سروں سے ملانے پر ΔAOB اور ΔCOD کے دومثلثات حاصل ہوتے ہیں۔

ثبوت: مثلثات AOB اور COD پرغورکرنے سے



$AB = CD$ (دیا گیا ہے)

$OA = OC$ (ایک ہی دائرے کے نصف قطر)

$OB = OD$ (ایک ہی دائرے کے نصف قطر)

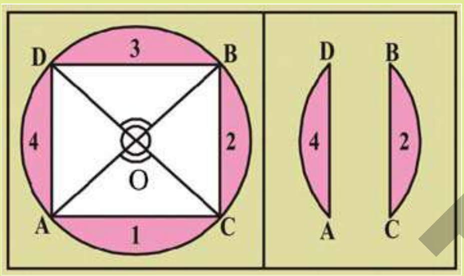
لہٰذا (ضلع ضلع ضلع خصوصیت) $\Delta AOB \cong \Delta COD$

$\angle AOB \cong \angle COD$ (مماثل مثلثات کے متعلقہ اضلاع)

اس مسئلہ کے تحت ایک دائرہ میں دو وتر مرکز پر مساوی زاویے بناتے ہیں بتایئے کہ وتروں کے بارے میں آپ کیا مشاہدہ کریں گے؟

آیئے اس بات کو عملی کام کے ذریعہ جانچنے کی کوشش کریں۔

عملی کام



ایک دائروی کاغذ لیجئے اسے کسی قطر کے ساتھ اس طرح تہہ کیجئے کہ اس کے کنارے ایک دوسرے سے منطبق ہوں۔ اب اسے کھول کر کسی اور قطر کے ساتھ موڑ دیجئے دوبارہ کھول دینے پر ہم دیکھتے ہیں کہ دونوں مرکز O پر قطع کرتے ہیں مرکز پر زاویوں کے دو مخالف جوڑ بنتے ہیں جو مساوی ہیں اب قطر کے سروں کو A، B، C اور D مان لیجئے۔

وتر $\overline{AC}$ ، $\overline{BC}$ ، $\overline{BD}$ اور $\overline{AD}$ کھینچئے۔ اب دائروں کے چاروں حصوں یعنی 1، 2، 3، اور 4 کو کاٹ کر علیحدہ کرلیجئے۔

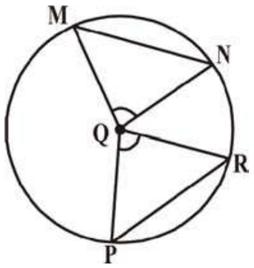
اگر آپ دائرے کے ان ٹکڑوں کی جوڑیوں کو ایک دوسرے پر رکھیں گے تو آپ کو پتہ چلے گا کہ جوڑ (1,3) اور جوڑ (2,4) ایک دوسرے سے منطبق ہوتے ہیں۔

کیا $\overline{AD} = \overline{BC}$ اور $\overline{AC} = \overline{BD}$ ہیں؟

اگرچہ آپ نے اس خصوصی صورت کا مطالعہ کیا ہے تاہم دیگر مساوی زاویوں کے لئے ایسا ہی تجربہ کریں۔

حسب ذیل مسئلہ کی بنا پر سب وتر مساوی ہوں گے۔

کیا آپ اس مسئلہ کا برعکس مسئلہ بتلا سکتے ہیں۔



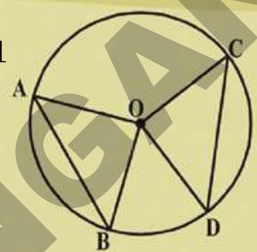
مسئلہ 12.2 اگر کسی دائرے میں مرکز پر وتروں سے بننے والے زاویے مساوی ہوں تو یہ وتر مساوی ہوں گے یہ مسئلہ گزشتہ مسئلہ کا برعکس مسئلہ کہلاتا ہے۔

نوٹ کیجیے کہ دیئے ہوئے مسئلہ میں $\angle PQR = \angle MQN$ تب

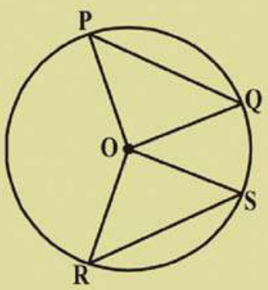
$\Delta PQR \cong \Delta MQN$ (کیوں)

$PR = MN$ (تصدیق کیجیے)

مشق - 12.2



1. دی ہوئی شکل میں اگر $AB=CD$ اور $\angle AOB=90^0$ تب $\angle COD$ معلوم کیجیے۔



2. دی ہوئی شکل میں $PQ=RS$ اور $\angle ORS=48^0$ تب $\angle OPQ$ اور $\angle ROS$ معلوم کیجیے۔

3. شکل میں PR اور QS قطر ہیں کیا $PQ = RS$؟

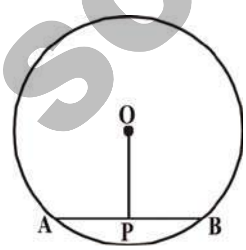
12.3 مرکز سے وتر پر عمود گرانا

☆ O کو مرکز مان کر ایک دائرہ کھینچیے۔ ایک وتر $\overline{AB}$ کھینچیے اور مرکز O سے $\overline{AB}$ پر عمود گرائیے۔

☆ فرض کیجیے کہ $\overline{AB}$ پر عمود کا نقطہ تقاطع P ہے

☆ PA اور PB کو محسوب کیجیے ہم دیکھیں گے کہ $PA=PB$

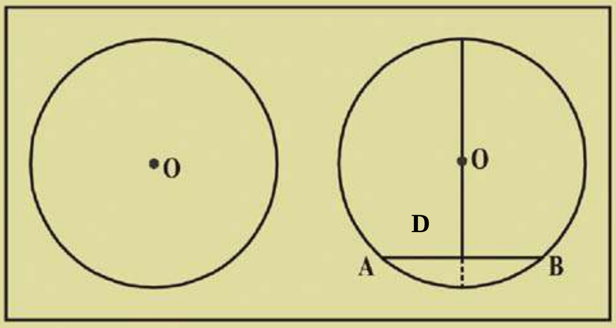
12.3 مسئلہ: کسی دائرہ میں مرکز سے وتر پر گرایا گیا عمود اس کی تنصیف کرتا ہے۔



O سے A اور B کو ملاتے ہوئے ثابت کیجیے کہ $\Delta OPA \cong \Delta OPB$ آپ از خود ثبوت دے سکتے ہیں اس مسئلہ کا برعکس مسئلہ کیا ہوگا؟

اگر دائرہ کے مرکز سے کھینچا جانے والا خط کسی وتر کی تنصیف کرتا ہو تو یہ خط وتر کے عمود وار ہوگا۔

عملی کام



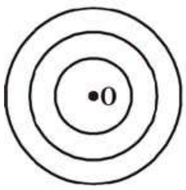
1. ایک دائروی کاغذ لیجیے O کو اس کا مرکز فرض کیجیے اسے دو غیر مساوی حصوں میں موڑ کر کھولئے۔ فرض کیجیے کہ سلوٹ کی لکیر وتر کو ظاہر کرتی ہے اور اس کاغذ کو اس طرح موڑئے کہ A اور B منطبق ہو جائیں۔ دونوں سلوٹوں کے نقطہ تقاطع کو D متصور کیجیے کیا $AD=DB$، $\angle ODA=?$، $\angle ODB=?$ دونوں سلوٹوں کے درمیان کا زاویہ محسوب کیجیے۔ یہ زاویہ قائمہ ہوں گے۔ لہٰذا ہم یہ نتیجہ اخذ کر سکتے ہی کہ کسی دائرے کے مرکز سے کسی وتر کی تنصیف کرنے والا خطی خط اس وتر کا عمود ہوگا۔

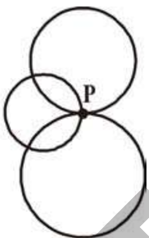
کوشش کیجیے

کسی دائرہ میں جس کا مرکز O ہے $\overline{AB}$ ایک وتر ہے نقطہ M نقطہ وسطی ہے ثابت کیجیے کہ $\overline{OM}$ عمودوار ہے AB کا۔

(اشارہ OA اور OB کو ملاؤ اور مثلثات OAM اور OBM پر غور کرو؟

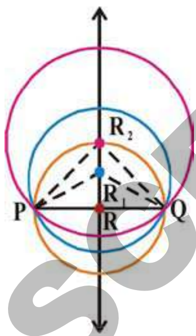
12.3.1 کسی دائرے کے تین نقاط





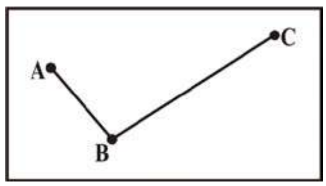
فرض کیجیے کہ O کسی مستوی پر ایک نقطہ ہے بتائیے کہ اس نقطہ 'O' کو مرکز مان کر کتنے دائرے کھینچے جا سکتے ہیں؟ آپ جتنے چاہیں دائرے اتار سکتے ہیں۔ ہم پہلے ہی سیکھ چکے ہیں کہ ان دائروں کو ہم مرکز دائرے کہا جاتا ہے۔ اگر P ایک ایسا نقطہ ہے جو مرکز نہیں ہے تو اس نقطہ P سے بھی کئی دائرے کھینچے جا سکتے ہیں۔

فرض کیجیے کہ دو نقاط P اور Q مختلف مقامات پر واقع ہیں۔



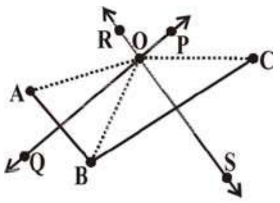
بتائیے کہ دو نقاط سے کتنے دائرے کھینچے جا سکیں گے؟ ہم دیکھتے ہیں کہ نقاط P اور Q سے کئی دائرے کھینچے جا سکتے ہیں۔

P اور Q کو ملائیے اور PQ پر عمودی ناصف کھینچیے کوئی تین نقاط R، R_1، اور R_2 اس عمودی ناصف پر لیجیے ان تین نقاط کو مرکز مان کر بالترتیب RP، R_1P اور R_2P نصف قطر کے دائرے کھینچیے۔ بتائیے کہ کیا یہ دائرے نقطہ Q سے گذریں گے (کیوں؟) ایک خطی قطعہ کے عمودی ناصف پر موجود ہر نقطہ اس کے اختتامی نقطہ سے مساوی فاصلہ پر ہوتا ہے، ایک دائیرے کا مرکز کسی بھی وتر کے عمود اور خط پر موجود ہوتا ہے۔



کوئی تین نقاط سے جو ہم خط نہ ہوں کتنے دائرے کھینچے جا سکتے ہیں؟ آیئے جانچ کریں۔

کوئی تین غیر ہم خط نقاط A, B, C لیجیے۔ AB اور BC کو ملائیے۔

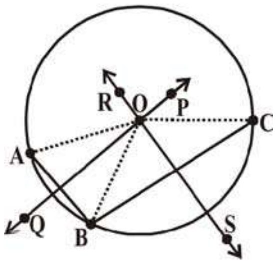


$\overline{AB}$ اور $\overline{BC}$ کے عمودی ناصف بالترتیب $\overline{PQ}$ اور $\overline{RS}$ کھینچئے یہ دونوں نقاط O پر قطع کریں گے۔

(چونکہ دو خطوط کا نقطہ تقاطع ایک سے زیادہ نہیں ہوسکتا)

اب O، $\overline{AB}$ کا عمودی ناصف پر واقع ہوگا۔ لہٰذا OA = OB ......(i)

$\overline{PQ}$ پر ہر نقطہ A اور B سے مساوی فاصلہ پر ہوگا اس کے علاوہ نقطہ O ,BC کا بھی عمودی ناصف ہوگا۔



OB=OC .... (ii)

مساوات (i) اور (ii) سے

ہم کہہ سکتے ہیں کہ OA = OB = OC (متبادلت کا قانون)

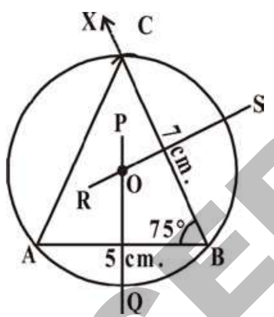
لہٰذا O ہی وہ واحد نقطہ ہے جو کہ نقاط A، B اور C سے مساوی فاصلہ پر ہوگا۔ یعنی اگر O مرکز، OA نصف قطر ہو تو یہ B اور C سے گزرے گا، نتیجہ یہ ہے کہ نقاط A، B اور C سے گزرنے والا صرف ایک ہی نقطہ ہوگا۔

مذکورہ مشغلہ سے یہ ثابت ہوتا ہے کہ تین غیر ہم خط نقاط سے صرف ایک ہی دائرہ کھینچا جاسکتا ہے۔

نوٹ: AC کو ملانے پر ΔABC بنتا ہے اس کے تینوں راس اس دائرہ پر ہوں گے اس دائرے کو مثلث کا محیطی دائرہ کہتے ہیں۔ دائرہ کا مرکز محیطی مرکز اور نصف قطر OA یا OB یا OC محیطی نصف مرکز کہلائیں گے۔

کوشش کیجیے

اگر تین نقاط ہم خط ہوں تو بتایئے کہ ان نقاط سے کتنے دائرے کھینچے جاسکتے ہیں؟ آپ ان تین نقاط سے گزرنے والا ایک دائرہ بنانے کی کوشش کیجیے۔



مثال 1: ΔABC کا محیطی دائرہ بنایئے جہاں AB = 5 سمر $\angle B = 75^0$ اور BC = 7 سمر

حل:

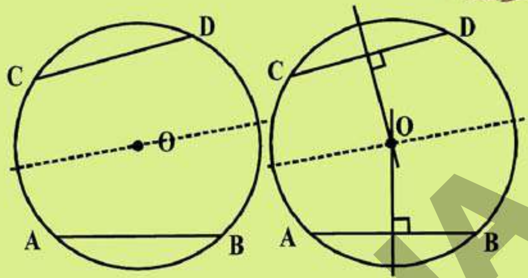
ایک خطی خط AB = 5 سمر کھینچئے B پر BX اس طرح کھینچئے کہ $\angle B = 75^0$ ہو۔ B کو مرکز مان کر نصف قطر 7 سمر کا ایک قوس کھینچئے تا کہ $\overline{BX}$ کو C پر قطع کرے۔ CA کو ملایئے آپ کو ΔABC حاصل ہوگا $\overline{AB}$ اور $\overline{BC}$ پر بالترتیب $\overleftrightarrow{PQ}$ اور $\overleftrightarrow{RS}$ نقطہ O پر قطع کریں گے۔ نقطہ O کو مرکز مان کر OA نصف قطر لیتے ہوئے ایک دائرہ بنایئے۔ یہ دائرہ بھی B اور C سے گزرے گا اور یہی مطلوبہ محیطی دائرہ ہوگا۔

12.3.2 دائرہ کے وتر اور مرکز سے ان وتروں کا فاصلہ

کسی دائرے میں لامتناہی وتر ہوتے ہیں۔ ہم ایک دائرے میں مساوی لمبائی کے بے شمار وتر بنا سکتے ہیں تو بتایئے کہ مساوی لمبائی کے ان وتروں سے مرکز کا فاصلہ کیا ہوگا؟ آیئے اس بات کو ہم مشغلہ کے ذریعہ جانچنے کی کوشش کریں گے۔

مشغلہ

ایک کاغذ پر دائرہ بنا کر اسے الگ کر لیجئے اس کے مرکز پر O کا نشان لگایئے اسے برابر آدھے پر موڑیئے اسے کھول کر او پری کنارے سے موڑیئے پھر کھول دیجئے آپ کو وتروں کے دو مماثل سلوٹیں ملیں گی ان وتروں کو AB اور CD کا نام دیجئے۔ اب O سے گزرتے ہوئے ان کے عمود کی سلوٹیں بنایئے قاسم استعمال کرتے ہوئے مرکز سے ان وتروں کے فاصلہ (عمودی) کا تقابل کیجئے۔



ایک جیسے وتر لیتے ہوئے اس عمل کو دہرایئے اپنے مشاہدات کا نتیجہ نوٹ کیجئے۔

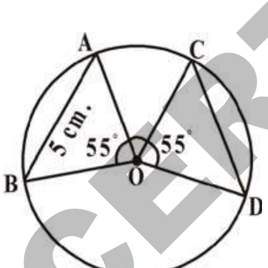
ایک دائرہ میں مماثل وتر دائرہ کے مرکز سے مساوی فاصلہ پر ہوتے ہیں۔

کوشش کیجئے

دی ہوئی شکل میں O دائرہ کا مرکز ہے اور AB=CD ، $\overline{OM}$، $\overline{AB}$ کا اور $\overline{ON}$، $\overline{CD}$ کا عمود ہے۔ ثابت کیجئے کہ OM = ON

مذکورہ نتیجہ منطقی طور پر چونکہ ثابت کر دیا گیا ہے اس لئے اسے مسئلہ کہتے ہیں یعنی مساوی وتر مرکز سے مساوی فاصلہ پر ہوتے ہیں۔

مثال 2: شکل میں O دائرہ کا مرکز ہے اگر AB=5 سمر ہو تو CD کی لمبائی معلوم کرو۔



حل: ΔAOB اور ΔCOD میں

OA = OC (کیوں؟)

OB = OD (کیوں؟)

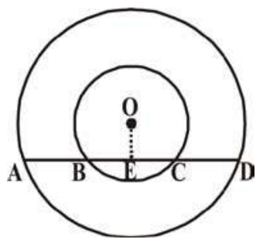
∠AOB = ∠COD

Δ AOB ≅ Δ COD

AB = CD (مماثل مثلثات کے مماثل حصے)

AB = 5 cm. CD = 5 cm.

مثال 3: دی ہوئی شکل میں دو ہم مرکز دائرے ہیں جن کا مرکز O ہے بڑے دائرے کا وتر AD نقطہ B اور C پر چھوٹے دائرے کو قطع کرتا ہے۔ ثابت کیجئے کہ AB = CD



دیا گیا ہے کہ: دو ہم مرکز دائروں کا مرکز نقطہ O ہے، $\overline{AD}$ بڑے دائرے کا وتر ہے $\overline{AD}$، B اور C پر چھوٹے دائرے کو قطع کرتا ہے۔

مطلوب: AB = CD

عمل: $\overline{AD}, \overline{OE}$ پر عمود کھینچیے

ثبوت: AD بڑے دائرے کا وتر ہے۔ اس دائرے کا مرکز O ہے اور $\overline{OE}$ ، $\overline{AD}$ کا عمود ہے۔

$\overline{OE}$ ، $\overline{AD}$ کی تنصیف کرتا ہے۔ (کسی دائرے کے مرکز سے کھینچا جانے والا عمود وتر کی تنصیف کرتا ہے)

لہٰذا (i) .... AE = ED

$\overline{BC}$ چھوٹے دائرے کا وتر ہے، جس کا مرکز O ہے جب کہ $\overline{OE}$ ، $\overline{AD}$ کا عمود ہے۔

چوں کہ $\overline{OE}$ ، $\overline{BC}$ کی تنصیف کرتا ہے (اسی مسئلے سے ماخوذ)

لہٰذا (ii) .... BE=CE

مساوات (ii) کو مساوات (i) سے تفریق کرنے پر

AE - BE = ED - EC

AB = CD

مشق - 12.3

1. حسب ذیل مثلثات بنائیے اور ان کے محیطی دائرے بھی تشکیل دیجیے۔

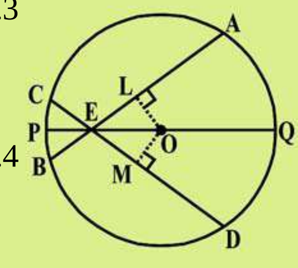
(i) ΔABC میں AB = 6 سم BC = 7 سم اور ∠A = 60°

(ii) ΔPQR میں PQ = 5 سم QR = 6 سم اور RP = 8.2 سم

(iii) ΔXYZ میں XY = 4.8 سم ∠X = 60° اور ∠Y = 70°

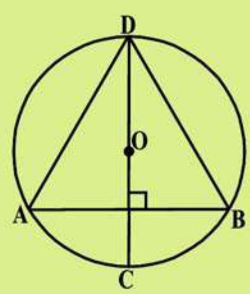
2. ایسے دو دائرے کھینچیے جو نقاط A، B سے گزرتے ہیں جہاں AB = 5cm

3. اگر کوئی دو دائرے کسی دو نقاط پر قطع کرتے ہیں تو ثابت کیجیے کہ ان کے مراکز ان کے مشترکہ وتر کے عمودی ناصف پر واقع ہوں گے۔

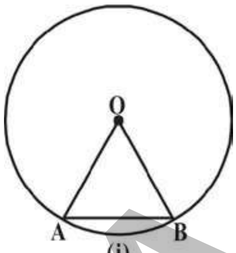


4. اگر دائرے کے دو ایسے وتر جو ایک دوسرے کو قطع کرتے ہیں، ان کے نقطۂ تقاطع سے گزرنے والے قطر پر مساوی زاویے بناتے ہیں، تو ثابت کیجیے کہ یہ وتر مساوی ہوں گے۔

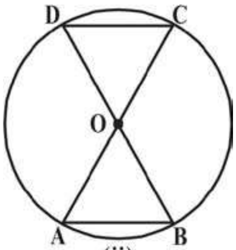
5. دی ہوئی شکل میں AB دائرہ O کا وتر ہے۔ CD، AB پر عمودی قطر ہے تو ثابت کیجیے کہ AD = BD



12.4 کسی دائرے کی قوس سے بننے والا زاویہ


(i)

شکل (i) میں $\overline{AB}$ ایک وتر ہے اور $\widehat{AB}$ ایک قوس (قوسِ اصغر) ہے قوس اور وتر کے اختتامی نقاط وہی ہیں یعنی A اور B۔ لہٰذا مرکز O پر اس وتر کا زاویہ اس زاویے کے مساوی ہوگا جو O پر اسی قوس سے بنتا ہو۔


(ii)

شکل (ii) میں $\overline{AB}$ اور $\overline{CD}$ دائرہ O کے دو وتر ہیں۔ اگر AB=CD ہو تو

$\angle AOB = \angle COD$

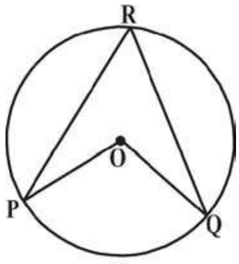
لہٰذا ہم کہہ سکتے ہیں کہ قوس $\widehat{AB}$ سے بننے والا زاویہ قوس $\widehat{CD}$ مرکز پر بننے والے زاویے کے مساوی ہوگا۔ (ثابت کیجیے کہ $\Delta AOB \cong \Delta DOC$)

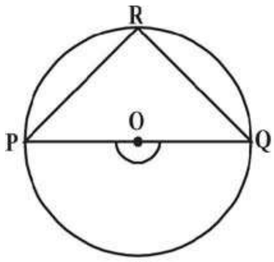
مذکورہ مشاہدات سے ہم یہ نتیجہ اخذ کرتے ہیں کہ کسی دائرے میں مساوی لمبائی رکھنے والی قوسوں سے مرکز پر بننے والے زاویے مساوی ہوتے ہیں۔

12.4.1 دائرے کے باقی حصہ کے کسی ایک نقطہ پر قوس سے بننے والا زاویہ

مرکز O والے دائرہ پر غور کیجیے۔

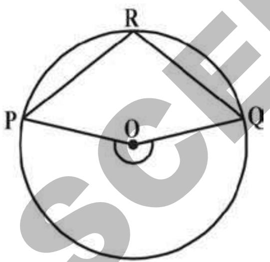
فرض کیجیے کہ شکل (i) میں $\widehat{PQ}$ ایک چھوٹی قوس ہے جب کہ شکل (ii) ایک نیم دائرہ ہے اور شکل (iii) میں قوسِ اکبر ہے۔ دائرے پر کوئی ایک نقطہ R لیجیے۔ R کو P اور Q سے ملائیے۔


(i)


(ii)

دائرے کے نقطہ R پر قوس PQ سے بننے والا زاویہ $\angle PRQ$ ہے جبکہ مرکز پر بننے والا زاویہ $\angle POQ$ مرکز پر زاویہ ہے۔

دی ہوئی اشکال کے ذریعہ ذیل کی جدول کو پُر کیجیے۔


(iii)

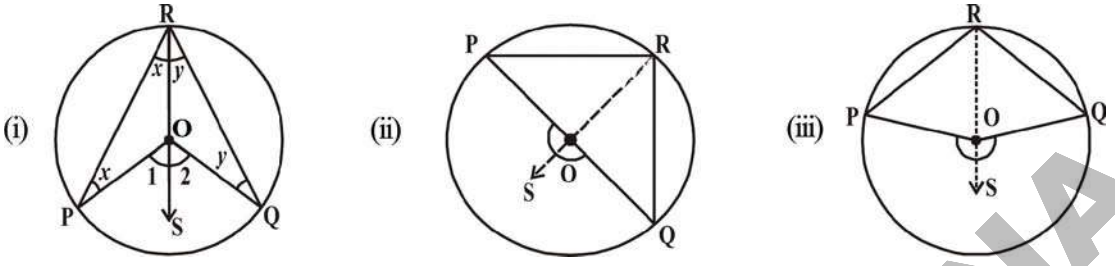
زاویہ	شکل (i)	شکل (ii)	شکل (iii)
$\angle PQR$			
$\angle POQ$			

اسی طرح اور دائرے بنائیے اور ان دائروں کی قوسوں سے ان کے مرکز پر بننے والے زاویے دکھائیے۔

آپ نے کیا مشاہدہ کیا۔ کیا آپ کسی دائرے کے قوس سے مرکز پر بننے والے زاویے اور اس دائرے کے کسی نقطے پر بننے والے زاویے سے متعلق نسبت ظاہر کر سکتے ہیں؟ مذکورہ مشاہدات سے ہم کہہ سکتے ہیں کہ کسی دائرے کے مرکز پر قوس سے بننے والا زاویہ دائرے کی باقی ماندہ قوس سے مرکز پر بننے والے زاویے کا دگنا ہوگا۔

آیئے اسے منطقی طور پر ثابت کرتے ہیں۔

مسئلہ: دائرے کے مرکز پر قوس سے بننے والا زاویہ دائرہ کی باقی قوس سے مرکز پر بننے والے قوس کے زاویے کا دگنا ہوتا ہے۔



دیا گیا ہے: فرض کیجیے کہ O دائرے کا مرکز ہے۔

مرکز پر قوس $\widehat{PQ}$ سے بننے والا زاویہ $\angle POQ$ ہے۔

فرض کیجیے کہ دائرے کی دوسری جانب بقیہ حصے پر ایک نقطہ R لیا گیا۔ (جو $\widehat{PQ}$ پر واقع نہیں)

ثبوت: یہاں مختلف صورتیں پائی جاتی ہیں۔ (i) $\widehat{PQ}$ قوسِ اصغر ہے (ii) $\widehat{PQ}$ ایک نیم دائرہ ہے اور (iii) $\widehat{PQ}$ قوسِ اکبر ہے۔

دائرے کے مرکز 'O' سے نقطہ R کو ملایئے اور اسے نقطہ S تک کھینچیے (تمام صورتوں میں)

ΔROP کی تمام صورتوں کے لیے

$RO=OP$ (ایک ہی دائرے کے نصف قطر)

لہٰذا $\angle ORP=\angle OPR$ (مثلث مساوی الساقین میں مساوی ضلعوں کے مخالف کے زاویے مساوی ہوتے ہیں)

ΔROP کا خارجی زاویہ $\angle POS$ ہے

$\angle POS=\angle ORP+\angle OPR$ یا $2\angle ORP$ .... (i)

(خارجی زوایہ = مخالف داخلی زایوں کے مجموعہ کے)

اسی طرح سے ΔROQ

$\angle SOQ=\angle ORQ+\angle OQR$ یا $2\angle ORQ$ .... (ii)

(خارجی زاویہ مساوی ہوگا مخالف داخلی زاویوں کے مجموعہ کے)

مساوات (i) اور (ii) سے

$\angle POS+\angle SOQ=2\angle QRP$ .... (iii)

فرض کیجیے $\angle ORP = \angle OPR = x$

$\angle POS = \angle 1$

$\angle 1 = x + x = 2x$

فرض کیجیے Let $\angle ORQ = \angle OQR = y$

$\angle SOQ = \angle 2$

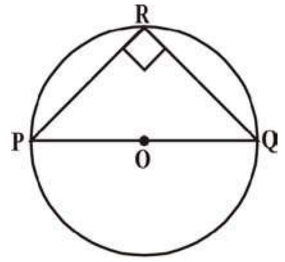
$\angle 2 = y + y = 2y$

$\angle POQ = \angle 1 + \angle 2 = 2x + 2y$

$= 2(x+y) = 2(\angle PRO + \angle ORQ)$

لہٰذا $\angle POQ = 2\angle PRQ$

لہٰذا مسئلہ اس طرح لکھا جائے گا۔ کسی دائرے کے مرکز پر قوس سے بننے والا زاویہ اس دائرے کی دوسری جانب کسی نقطے پر اسی قوس سے بننے والے زاویہ کا دُگنا ہوگا۔



مثال4: فرض کیجیے کہ ایک دائرے کا مرکز O ہے اور PQ قطر ہو تو ثابت کیجیے کہ $\angle PRQ=90^0$

یا

ثابت کیجیے کہ کسی نیم دائرے کا زاویہ قائمہ ہوتا ہے۔

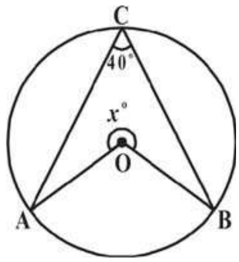
حل: دیا گیا ہے کہ PQ قطر اور O دائرے کا مرکز ہے۔

$\angle PRQ = 180^0$ (سیدھے خط پر زاویہ)

اور $\angle POQ = 2\angle PRQ$

$$\angle PRQ = \frac{180^\circ}{2} = 90^\circ$$

(دائرے کے قوس سے مرکز پر بننے والا زاویہ دائرے پر کسی نقطے سے بننے والے زاویے کا دُگنا ہوتا ہے)



مثال5: دی ہوئی شکل میں x^0 کی قدر دریافت کرو۔

حل: دیا گیا کہ $\angle ACB = 40^0$

مسئلہ کی رو سے قوس AB سے مرکز پر بننے والا زاویہ

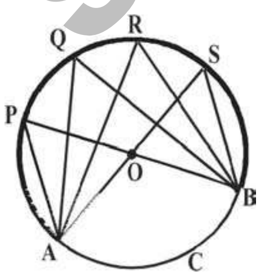
$$\because \quad x^\circ + \angle AOB = 360^\circ$$
$$x^\circ = 360^\circ - 80^\circ = 280^\circ$$

لہٰذا $x^0=360^0-80^0=280^0$

12.4.2 دائرے کے ایک ہی خطہ کے زاویے

آ یئے ہم ایسے زاویوں کو محسوب کریں جو دائرے کے ایک ہی خطہ میں قوس سے بنتے ہیں۔ فرض کیجیے کہ ایک دائرہ O ہے جب کہ AB قوسِ اصغر ہے۔ (شکل دیکھیے) فرض کیجیے کہ P ، Q، R اور S قوسِ اکبر AB پر نقاط ہیں یعنی دائرے کی دوسری جانب۔ اب قوس AB کے کناروں کو نقاط P، Q، R اور S سے ملانے پر زاویے $\angle APB$، $\angle AQB$، $\angle ARB$ اور $\angle ASB$ بنتے ہیں۔

$$\because \quad \angle AOB = 2\angle APB \quad (\text{کیوں})$$
$$\angle AOB = 2\angle AQB \quad (\text{کیوں})$$
$$\angle AOB = 2\angle ARB \quad (\text{کیوں})$$
$$\angle AOB = 2\angle ASB \quad (\text{کیوں})$$



لہٰذا $\angle APB = \angle AQB = \angle ARB = \angle ASB$

غور کیجیے کہ دائرے کے ایک ہی خطہ میں قوس سے بننے والے زاویے مساوی ہوتے ہیں۔

نوٹ: مذکورہ مطالعے سے ہم نے مشاہدہ کیا کہ نقاط P،Q،R اور S اور A،B دائرے کے ایک ہی خطہ میں واقع ہیں۔انھیں کیا کہا جائے گا؟ وہ نقاط جو کسی دائرے کے ایک ہی جانب پائے جاتے ہیں محیطی نقاط کہلاتے ہیں۔

اس مسئلے کے عکس کو ذیل کے مطابق لکھا جا سکتا ہے۔

مسئلہ 12.4: دو نقاط کو ملانے والا ایک خطی خطہ اسی خط کی جانب دیگر دو نقاط پر مساوی زاویے بناتا ہے تب چاروں نقاط اسی دائرے پر واقع ہوں گے (یعنی محیطی نقاط)

ذیل کے مطابق ہم اس مسئلے کی تصدیق کر سکتے ہیں۔

دیا گیا ہے: دو نقاط A اور B کو ملانے والے خطی خطہ $\overline{AB}$ کی ایک ہی جانب کے دو زاویے $\angle ACB$، $\angle ADB$ مساوی ہوتے ہیں۔

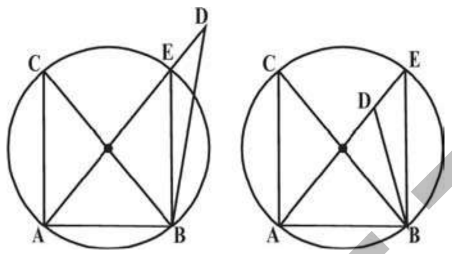
مطلوب: A،B،C اور D ہم دائروی ہیں یعنی یہ نقاط اسی دائرے پر واقع ہیں۔

عمل: غیر ہم خط نقاط A،B اور C سے گزرتا ہوا ایک دائرہ کھینچئے۔

ثبوت: فرض کیجیے کہ ایک چوتھا نقطہ D دائرے پر واقع نہیں ہے۔

تب ایک نقطہ E ایسا ہو سکتا ہے کہ وہ AD کو قطع کرتا ہو (یا AD کو مزید کھینچنے پر)

اگر نقاط A،B اور C ایک ہی دائرے پر پائے جاتے ہوں تو



$\angle ACB = \angle AEB$

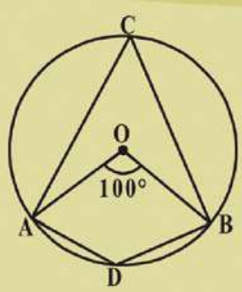
دیا گیا ہے کہ $\angle ACB = \angle ADB$

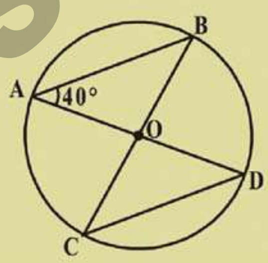
لہٰذا $\angle AEB = \angle ADB$

یہ اس وقت تک ممکن نہیں ہے جب تک کہ E،D سے منطبق نہ ہوتا ہو۔ (کیوں)

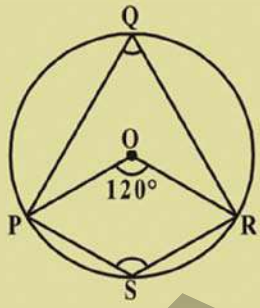
مشق - 12.4

1. دی ہوئی شکل میں O دائرے کا مرکز ہے۔ $\angle AOB = 100^0$ تب $\angle ADB$ معلوم کیجیے

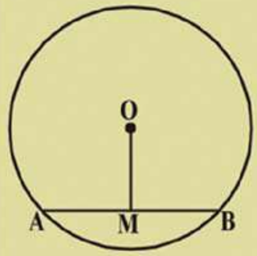




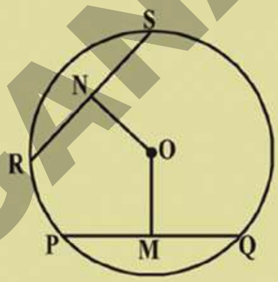
2. شکل کے مطابق $\angle BAD = 40^0$ تب $\angle BCD$ معلوم کیجیے۔



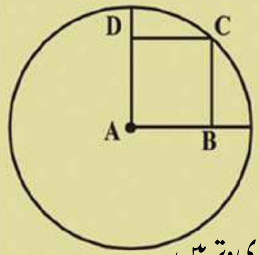
3۔ دی ہوئی شکل میں O دائرے کا مرکز ہے اور $\angle POR = 120^0$ ہو تو $\angle PQR$ اور $\angle PSR$ معلوم کیجیے۔



4۔ دی ہوئی شکل میں O دائرے کا مرکز ہے۔ OM=3cm اور AB=8cm تب دائرے کا نصف قطر دریافت کیجیے۔

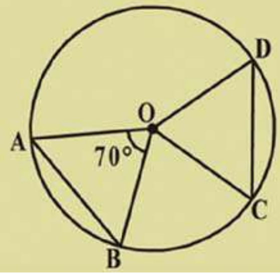


5۔ دی ہوئی شکل میں O دائرے کا مرکز ہے اور OM اور ON مرکز سے وتر PQ اور RS پر عمود گرائے گئے ہیں۔ اگر OM=ON اور PQ=6cm ہو تو RS معلوم کیجیے۔



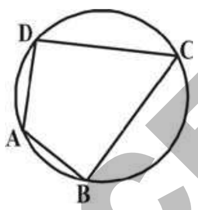
6۔ A دائرے کا مرکز ہے جب کہ ABCD ایک مربع ہے۔ اگر BD=4cm ہو تو دائرے کا نصف قطر کیا ہوگا؟

7۔ کسی بھی نصف قطر کا دائرہ کھینچئے اور دو ایسے وتر کھینچئے جو مرکز سے مساوی فاصلہ رکھتے ہیں۔



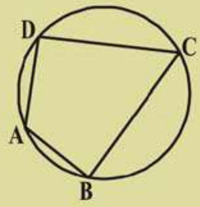
8۔ دی ہوئی شکل میں O دائرے کا مرکز ہے جب کہ AB، CD دو مساوی وتر ہیں۔ اگر $\angle AOB = 70^0$ ہو تو زاویہ ΔOCD دریافت کرو۔

12.5 محیطی چار ضلعی



دی ہوئی شکل میں چار ضلعی کے راس A، B، C اور D دائرے پر واقع ہیں۔ ایسے کسی چار ضلعی کو محیطی چار ضلعی کہا جاتا ہے۔

مشغلہ



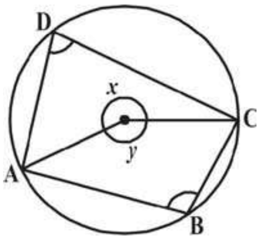
ایک دائری شکل کا کاغذ لیجیے اور اس پر A، B، C اور D نقاط لگائیے۔ محیطی چار ضلعی ABCD کھینچ کر اس کے زاویے محسوب کیجیے اور دیئے ہوئے جدول میں درج کیجیے۔ اس عملی کام کو مزید تین مرتبہ دوہرائیے۔

سلسلہ نشان	$\angle A$	$\angle B$	$\angle C$	$\angle D$	$\angle A + \angle C$	$\angle B + \angle D$
1						
2						
3						
4						

جدول سے آپ نے کیا نتیجہ اخذ کیا؟

مسئلہ 12.5: ایک محیطی چار ضلعی میں مخالف کے زاویے تکمیلی ہوتے ہیں۔(حاصل جمع 180)

دیا گیا ہے کہ: ABCDایک محیطی چار ضلعی ہے۔



مطلوب : $\angle A + \angle C = 180°$

$\angle B + \angle D = 180°$

طریقہ عمل

.....(i) (کیوں) : $\angle D = \frac{1}{2} \angle y$

.....(ii) (کیوں) $\angle B = \frac{1}{2} \angle x$

مساوات(i)اور(ii) کوجمع کرنے پر

$$\angle D + \angle B = \frac{1}{2} \angle y + \frac{1}{2} \angle x$$

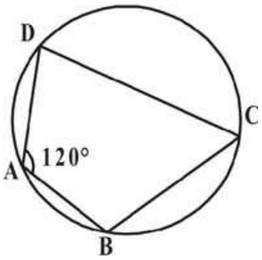
$$\angle D + \angle B = \frac{1}{2} (\angle y + \angle x)$$

$$\angle B + \angle D = \frac{1}{2} \times 360°$$

$$\angle B + \angle D = 180°$$

اسی طرح $\angle A + \angle C = 180°$

مثال۔6: دی ہوئی شکل میں $\angle A=120^0$ ہوتو $\angle C$ محسوب کیجیے۔



لہٰذا $\angle A + \angle C = 180^{\circ}$

$120^0 + \angle C = 180^{\circ}$

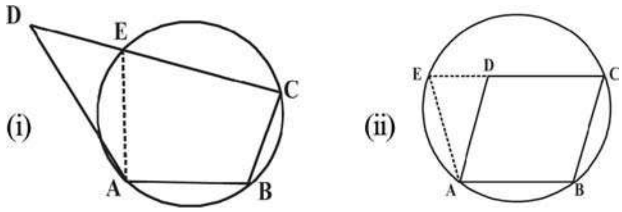
لہٰذا $\angle C = 180^{\circ} - 120^{\circ} = 60^{\circ}$

اس مسئلے کا برعکس مسئلہ کیا ہوگا؟

کسی چارضلعی کے مخالف زاویوں کا حاصل جمع 180 ہوتو یہ چارضلعی محیطی چارضلعی ہوگا۔

اس کا برعکس بیان بھی صحیح ہوگا۔

مسئلہ۔12.6: کسی چارضلعی میں مخالف زاویوں کا حاصل جمع 180 ہوتو یہ چارضلعی محیطی چارضلعی ہوگا۔



دیا گیا ہے: فرض کیجیے کہ ABCD ایک ایسا چارضلعی ہے جسمیں

$\angle ABC + \angle ADC = 180^0$

$\angle DAB + \angle BCD = 180^0$

مطلوب: ABCD ایک محیطی چارضلعی ہے۔

عمل: تین نقاط A، B اور C سے گزرتا ہوا ایک دائرہ کھینچیے۔ اگر یہ دائرہ نقطۂ D سے بھی گزرتا ہوتو مسئلہ ثابت ہوجائے گا چوں کہ A، B، C اور D محیطی نقاط ہوں گے۔ اگر دائرہ نقطہ D سے نہ گزرتا ہوتو یہ $\overline{CD}$ کو E پر قطع کرے گا۔

$\overline{AE}$ کھینچیے

ثبوت: ABCE ایک محیطی چارضلعی ہے (عمل)

$\angle AEC + \angle ABC = 180^0$ (محیطی چارضلعی کے مخالف زاویوں کا مجموعہ)

دیا گیا ہے کہ $\angle ABC + \angle ADC = 180^0$

$$\angle AEC + \angle ABC = \angle ABC + \angle ADC \Rightarrow \angle AEC = \angle ADC$$

لیکن ان میں سے ایک زاویہ مثلث ADE کا خارجی زاویہ ہے جب کہ دوسرا زاویہ داخلی مخالف کا زاویہ ہے۔ ہم جانتے ہیں کہ کسی مثلث کا خارجی زاویہ ہمیشہ اس کے مخالف کے اندرونی زاویوں سے بڑا ہوتا ہے۔

لہٰذا $\angle AEC = \angle ADC$ ایک تضاد بیانی ہے۔

لہٰذا ہمارا مفروضہ کہ دیا ہوا دائرہ A، B اور C سے گزرتا ہے، لیکن D سے نہیں گزرتا، غلط ہے۔

لہٰذا مذکورہ دائرہ A، B، C کے علاوہ نقطۂ D سے بھی گزرتا ہے۔

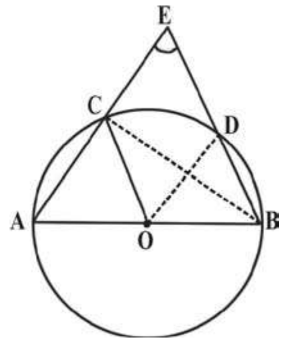
لہٰذا A، B، C اور D کے نقاط محیطی نقاط ہیں۔

لہٰذا ABCD ایک محیطی چارضلعی ہے۔

مثال۔7: دی ہوئی شکل میں $\overline{AB}$ دائرے کا قطر ہے اور $\overline{CD}$ ایک ایسا وتر ہے جو کہ دائرے کے نصف قطر کے مساوی ہوتا ہے۔ $\overline{AC}$ اور $\overline{BD}$ کو کھینچنے پر یہ خطی خطوط نقطہ E کو قطع کرتے ہیں۔ ثابت کرو کہ زاویہ $\angle AEB=60^0$ ہوگا۔

حل: OC، OD اور BC کو ملایئے

مثلث ODC ایک مثلث مساوی الاضلاع ہے (کیوں؟)



لہٰذا $\angle COD = 60°$

(اب) $\angle CBD = \frac{1}{2} \angle COD$ کیوں؟

ہمیں حاصل ہوگا $\angle CBD = 30°$

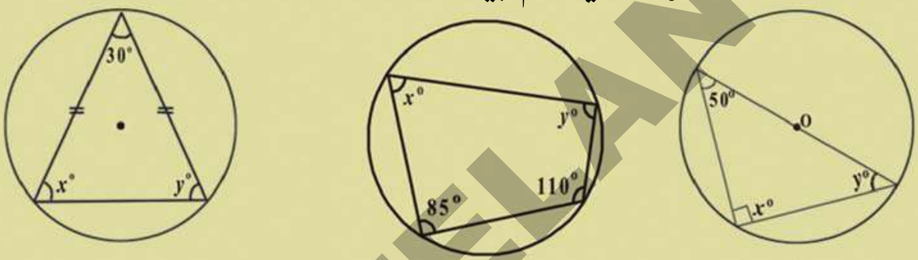
(لہٰذا) $\angle ACB = 90°$ کیوں؟

اسلئے $\angle BCE = 180° - \angle ACB = 90°$

$\angle CEB = 90° - 30° = 60°$, یعنی $\angle AEB = 60°$ ہمیں حاصل ہوگا

مشق - 12.5

1. دی ہوئی اشکال میں x اور y کی قدریں معلوم کیجیے۔



(i) (ii) (iii)

2۔ دیا گیا ہے کہ چار ضلعی ABCD کے نقاط A، B، C ایک دائرے پر واقع ہیں۔ اس کے علاوہ $\angle A + \angle C = 180^0$ ہو تو بتاؤ کہ راس D بھی اسی دائرے پر واقع ہوگا۔

3۔ ثابت کیجیے کہ ایک محیطی معین مربع ہوگا۔

4۔ ذیل میں سے ہر ایک لیے ایک دائرہ کھینچتے ہوئے شکل کو اندرونِ دائرہ بنائیے۔

5۔ دیئے ہوئے کثیر ضلعی میں سے کسی شکل کو دائرے پر نہ بنا پانے کی صورت میں ناممکن درج کیجیے۔

(a) مستطیل

(b) منحرف

(c) منفرجہ زاوئی مثلث

(d) غیر مستطیلی متوازی الاضلاع

(e) حادہ زاوئی مثلث مساوی الساقین

(f) ایک چار ضلعی PQRS جس میں PR قطر ہو

ہم نے کیا سیکھا؟

- کسی مستوی میں ایسے تمام نقاط کو جو اسی مستوی کے کسی مستقل نقطے سے مساوی فاصلے پر ہوں گے، دائرہ کہا جائے گا۔ اس مستقل نقطے کو دائرے کا مرکز اور مستقل فاصلے کو دائرے کا نصف قطر کہتے ہیں۔
- ایک خطی قطعہ جو دائرے کے نقاط کو ملاتا ہو، وتر کہلاتا ہے۔
- تمام وتروں میں سب سے بڑا وتر مرکز پر سے گزرتا ہے۔ اس وتر کو قطر کہتے ہیں۔
- ایسے دائروں کو جن کے نصف قطر مساوی ہوتے ہیں، مماثل دائرے کہتے ہیں۔
- ایسے دائرے جن کے مرکز مشترک اور نصف قطر متفرق ہوں ہم مرکز دائرے کہلائیں گے۔
- دائرے کا قطر دائرے کو دو نیم دائروں میں تقسیم کرتا ہے۔
- دائرے کے کوئی دو نقاط کے درمیانی منحنی فاصلے کو قوس کی لمبائی کہتے ہیں۔
- دائرے کے وتر اور قوس سے گھرے ہوئے حصے کو قطعہ کہتے ہیں۔ اگر یہ قوسِ اصغر سے گھرا ہوا ہو تو یہ قطعہ اصغر اور قوس اکبر سے گھرا ہوا ہو تو قطعہ اکبر کہلائے گا۔
- دائرے کا وہ حصہ جو دو نصف قطر اور قوس کے کناروں سے گھرا ہوا ہو قطاع دائرہ کہلاتا ہے۔
- دائرے کے مساوی وتر مرکز پر مساوی زاویے بناتے ہیں۔
- ایک ہی قطعہ میں پائے جانے والے زاویے بھی مساوی ہوتے ہیں۔
- نیم دائرے کا زاویہ قائمہ ہوتا ہے۔
- اگر دو وتروں سے مرکز پر بننے والے زاویے مساوی ہوں تو وتر بھی مساوی ہوتے ہیں۔
- دائرے کے وتر پر مرکز سے گرائے گئے عمود وتر کی تنصیف کرتے ہیں۔ اس کا برعکس بیان بھی صحیح ہوگا۔
- کوئی تین غیر ہم خط نقاط سے گزرنے والے دائروں کی تعداد ایک ہی ہوتی ہے۔
- ایسا دائرہ جو کسی مثلث کی راسوں سے گزرتا ہو محیطی دائرہ کہلاتا ہے۔
- دائرے کے مساوی وتر اس کے مرکز سے مساوی فاصلے پر ہوں گے۔ اسی طرح ایسے وتر جو دائرے کے مرکز سے مساوی فاصلے پر ہوں گے، مساوی ہوں گے۔
- دائرے کے مرکز پر کسی قوس سے بننے والا زاویہ دائرے کی دوسری جانب قوس سے بننے والے زاویے کا دگنا ہوگا۔
- کسی دائرے میں قوس سے بننے والا دوسری جانب کا زاویہ 90 ہو تو یہ شکل نیم دائرہ ہوگی۔
- دو نقاط کو ملانے والا خطی قطعہ اگر دائرے کے اسی حصے پر پائے جانے والے دو نقاط سے مساوی زاویہ بناتا ہو تو چاروں نقاط دائرے پر واقع ہوں گے۔
- کسی محیطی چار ضلعی کے مخالف زاویوں کا حاصل جمع 180 درجہ ہوتا ہے۔ انھیں تکمیلی زاویے کہتے ہیں۔