Government of Tamilnadu

ഏഴാം തരം

STANDARD SEVEN

MALAYALAM MEDIUM

ഭാഗം II

TERM II

വാല്യം 2 VOLUME 2

ഗണിതം MATHEMATICS	ശാസ്ത്രം SCIENCE	സാമൂഹിക ശാസ്ത്രം SOCIAL SCIENCE

Untouchability is Inhuman and a Crime

Department of School Education

© Government of Tamilnadu

First Edition - 2012
Revised Edition - 2013, 2014, 2015
(Published under Uniform System of School Education Scheme in Trimester Pattern)

Textbook Prepared and Compiled By

State Council of Educational Research and Training
College Road, Chennai - 600 006.

Textbook Printing

Tamil Nadu Textbook and Educational Services Corporation
College Road, Chennai - 600 006.

This book has been printed on 80 G.S.M. Maplitho Paper

Price : Rs.

Printed by Web Offset at :

Textbook available at
www.textbooksonline.tn.nic.in

ഉള്ളടക്കം

ഗണിതം MATHEMATICS (1-59)

ക്രമനമ്പർ	അദ്ധ്യായം	പേജ്നമ്പർ
1.	ദൈനംദിന കണക്കുകൾ	2
2.	അളവുകൾ	19
3.	ജ്യാമിതി	43
4.	പ്രായോഗിക ജ്യാമിതി	53
	ഉത്തരങ്ങൾ	57

ശാസ്ത്രം SCIENCE (60-134)

ക്രമനമ്പർ	അദ്ധ്യായം	പേജ്നമ്പർ
ജീവശാസ്ത്രം		
1.	മനുഷ്യ ശരീരഘടനയും ധർമ്മങ്ങളും	61
2.	ശ്വസനം സസ്യങ്ങളിലും മൃഗങ്ങളിലും	77
രസതന്ത്രം		
3.	ദ്രവ്യവും അതിന്റെ പ്രകൃതവും	87
ഭൗതിക ശാസ്ത്രം		
4.	വൈദ്യുതി	113

സാമൂഹിക ശാസ്ത്രം SOCIAL SCIENCE (135-184)

ക്രമനമ്പർ	അദ്ധ്യായം	പേജ്നമ്പർ

ചരിത്രം

1 . അറബികളുടെയും തുർക്കികളുടെയും ആക്രമണങ്ങൾ 136

2. ഡൽഹി സുൽത്താന്മാർ 142

ഭൂമിശാസ്ത്രം

1. അന്തരീക്ഷ സ്ഥിതിയും കാലാവസ്ഥയും 159

പൗരധർമ്മം

1. രാഷ്ട്രീയ കക്ഷികൾ 180

ഗണിതം

MATHEMATICS
MALAYALAM MEDIUM

ഏഴാം തരം
STANDARD SEVEN

ഭാഗം II

TERM II

ഗണിതം

1 ദൈനംദിന കണക്കുകൾ

1.1 മുഖവുര

നമ്മുടെ എല്ലാവിധ നിത്യ ജീവിതത്തിലും അതായത് ഒരു കാർ വാങ്ങുമ്പോൾ, ഭക്ഷണം പാകം ചെയ്യുന്നതിനായി അതിലെ ചേരുവകളുടെ അളവ് കണക്കാക്കുമ്പോൾ ഒരു വീട് മോടി പിടിപ്പിക്കുമ്പോൾ നാം അറിഞ്ഞോ, അറിയാതെയോ ഗണിത ശാസ്ത്ര തത്വങ്ങൾ ഉപയോഗിക്കുന്നു. ജനങ്ങൾ ഈ ഗണിത തത്വങ്ങളെ ആയിരം വർഷങ്ങൾക്ക് മുമ്പുതന്നെ എല്ലാ രാജ്യങ്ങളിലും ഉപയോഗിച്ചു വരുന്നുണ്ട്. നിങ്ങൾ ഒരു ബോട്ട് ചെന്നൈ കടൽതീരത്തു കൂടി ഓടിക്കുമ്പോൾ അല്ലെങ്കിൽ ഊട്ടിയിൽ ഒരു വീട് നിർമ്മിക്കുമ്പോൾ ഗണിത തത്വങ്ങൾ ഈ ആവശ്യങ്ങൾ ചെയ്യുന്നതിന് ഉപയോഗിക്കുന്നു.

എങ്ങനെയാണ് ഗണിതം ഈ പ്രപഞ്ചം മുഴുവൻ വ്യാപിച്ച് നിൽക്കുന്നത് ? ആദ്യമായിട്ട് മനുഷ്യർ ഗണിതാശയങ്ങൾ ഒന്നും തന്നെ നിർമ്മിച്ചിട്ടില്ല. എന്നാൽ ഇവയെല്ലാം കണ്ടുപിടിക്കപ്പെട്ടതാണ്. അതുപോലെ തന്നെ ഗണിത ഭാഷായെന്നു പറയുന്നത് സംഖ്യകളാണ്. അല്ലാതെ ഇംഗ്ലീഷോ, ജർമ്മനോ, റഷ്യൻഭാഷയോ അല്ല. ഈ സംഖ്യാ ഭാഷയിൽ വളരെ പ്രാവണ്യം നേടിയ നമുക്ക് ദൈനംദിന ജീവിതത്തിൽ പ്രധാനപ്പെട്ട തീരുമാനങ്ങൾ എടുക്കാനും അതുപോലെ തന്നെ നിത്യജീവിതത്തിലെ പ്രയാസമേറിയ കാര്യങ്ങൾ വളരെ സരളമായി കൈകാര്യം ചെയ്യാനും ഉപകരിക്കുന്നു. അതുപോലെ തന്നെ ഗണിത ശാസ്ത്രം നമ്മെ നല്ല രീതിയിൽ കച്ചവടം നടത്തിക്കൊണ്ടുപോകാനും ഒരു വീട് പുനർനിർമ്മിക്കുന്നതിനുള്ള വരവ് ചെലവ് തയ്യാറാക്കാനും, ജനസംഖ്യാ വർദ്ധനവ് അറിയുവാനും, സമ്പാദ്യം നിക്ഷേപിക്കുന്നതിനും സഹായിക്കുന്നു.

പൊതു ജീവിതത്തിൽ നാം സാധാരണയായി ദിവസേന ഉപയോഗിക്കുന്ന ഗണിത ആശയങ്ങളെ കുറിച്ച് നമുക്ക് പഠിക്കാം.

1.2 പുനഃപരിശോധന – അംശബന്ധവും അനുപാതവും

നമുക്ക് അംശവും അനുപാതവും ആയി ബന്ധപ്പെട്ട വിവരങ്ങളും ആശയങ്ങളും താഴെ പറയുന്ന ചോദ്യങ്ങളിലൂടെ ഓർമ്മിക്കാം:

1. ഒരേ തരത്തിലുള്ള രണ്ട് വസ്തുക്കളെ ഹരണ രീതിയിൽ താരതമ്യം ചെയ്യുന്നതിനെ ________ എന്നു പറയുന്നു.
2. രണ്ട് അളവുകളെ താരതമ്യം ചെയ്യുമ്പോൾ ആ അളവുകളെ അംശബന്ധത്തിന്റെ ________ എന്നു പറയുന്നു.
3. അംശബന്ധത്തിന്റെ ആദ്യപദത്തെ ________ എന്നും, രണ്ടാം പദത്തെ ________ എന്നും പറയുന്നു.
4. ഒരു അംശബന്ധത്തിൽ ________ മാത്രകളിലുള്ള രണ്ട് അളവുകളെ മാത്രമേ താരതമ്യം ചെയ്യാൻ സാധിക്കൂ.
5. ഒരു അംശബന്ധത്തിലെ രണ്ട് ഘടകങ്ങൾക്കും പൊതുവായ ഘടകം ഉണ്ടെങ്കിൽ അതിന്റെ ________ ഒഴിവാക്കി ലഘുരൂപത്തിലെഴുതാം.
6. ഒരു അംശബന്ധത്തിലെ പദങ്ങളെ പൂജ്യമല്ലാത്ത സംഖ്യകൊണ്ട് ഗുണിക്കുകയോ, ഹരിക്കുകയോ, ചെയ്താൽ അംശം എല്ലായ്പ്പോഴും ________ ആയിരിക്കും. അപ്പോൾ ലഭിക്കുന്ന അംശബന്ധത്തെ ________ എന്നു പറയുന്നു.

7. ഒരു അംശബന്ധത്തിൽ പദങ്ങളുടെ ക്രമം വളരെ പ്രധാനമാണ് (ശരിയോ, തെറ്റോ എന്ന് പറയുക)
8. അംശബന്ധം എല്ലായ്പ്പോഴും സംഖ്യകളാണ്. അതുകൊണ്ട് യൂണിറ്റ് ആവശ്യമില്ല. (ശരിയോ, തെറ്റോ എന്ന് പറയുക)
9. രണ്ട് അംശബന്ധങ്ങളുടെ തുല്യതയെ ________ എന്ന് പറയുന്നു. $a, b; c, d$ എന്നിവ അനുപാതത്തിൽ ആണെങ്കിൽ $a:b::c:d$ എന്ന് സൂചിപ്പിക്കുന്നു.
10. ഒരു അനുപാതത്തിലെ അന്ത്യപദങ്ങളുടെ ഗുണനഫലം ________ ആയിരിക്കണം.

സഹായപെട്ടി:

1) അംശബന്ധം	2) പദങ്ങൾ	3) പൂർവ്വവർത്തി, പരാവർത്തി
4) തുല്യം	5) പൊതു ഘടകങ്ങൾ	6) മാറ്റമില്ല, സമാനുപാതം
7) ശരി	8) ശരി	9) അനുപാതം
10) മധ്യപദങ്ങളുടെ ഗുണനം		

ഉദാഹരണം 1.1:

2:7 എന്ന അംശബന്ധത്തിന്റെ 5 സമാന അംശബന്ധങ്ങൾ എഴുതുക.

നിർദ്ധാരണം: 2 : 7 നെ $\frac{2}{7}$ എന്നെഴുതാം.

$\frac{2}{7}$ ന്റെ അംശത്തേയും ഛേദത്തെയും 2, 3, 4, 5, 6 എന്നീ സംഖ്യകൾ കൊണ്ട് ഗുണിക്കുക.

നമുക്ക് ലഭിക്കുന്നത് $\frac{2\times2}{7\times2} = \frac{4}{14}, \frac{2\times3}{7\times3} = \frac{6}{21}, \frac{2\times4}{7\times4} = \frac{8}{28}$

$$\frac{2\times5}{7\times5} = \frac{10}{35}, \quad \frac{2\times6}{7\times6} = \frac{12}{42}$$

4 : 14, 6 : 21, 8 : 28, 10 : 35, 12 : 42 എന്നിവ 2 : 7 ന്റെ സമാന അംശബന്ധങ്ങളാണ്.

ഉദാഹരണം 1.2:

270 : 378 എന്ന അംശബന്ധത്തെ ഏറ്റവും ചെറിയ പദമായി ലഘൂകരിക്കുക.

നിർദ്ധാരണം:

$$270:378 = \frac{270}{378}$$

അംശത്തെയും, ഛേദത്തെയും 2 കൊണ്ട് ഹരിച്ചാൽ

$$\frac{270\div2}{378\div2} = \frac{135}{189}$$

മറ്റൊരു രീതി:

270 , 378 എന്നിവയെ ഘടകങ്ങളാക്കിയാൽ നമുക്ക്

$$\frac{270}{378} = \frac{2\times3\times3\times3\times5}{2\times3\times3\times3\times7} = \frac{5}{7}$$

3 കൊണ്ട് ഹരിച്ചാൽ ലഭിക്കുന്നത്

$$\frac{135 \div 3}{189 \div 3} = \frac{45}{63}$$

9 കൊണ്ട് ഹരിച്ചാൽ ലഭിക്കുന്നത്

$$\frac{45 \div 9}{63 \div 9} = \frac{5}{7}$$

270 : 378 ന്റെ ലഘൂകരണം = 5 :7

ഉദാഹരണം **1.3**

9 മാസം, 1 വർഷം എന്നതിനെ അംശബന്ധത്തിലെഴുതുക?

നിർദ്ധാരണം: 1 വർഷം = 12 മാസങ്ങൾ

9, 12 മാസത്തിന്റെ അംശബന്ധം = 9 : 12

9 : 12 എന്നതിനെ $\frac{9}{12}$ എന്നെഴുതാം

$$= \frac{9 \div 3}{12 \div 3} = \frac{3}{4}$$

$$= 3 : 4$$

ഒരേ യൂണിറ്റ് ഉള്ള അളവുകളെ മാത്രമേ താരതമ്യം ചെയ്യാൻ സാധിക്കുകയുള്ളൂ. അതുകൊണ്ട് വർഷത്തിനെ മാസങ്ങളായി മാറ്റുക

ഉദാഹരണം **1.4**

ഒരു ക്ലാസ്സിലെ 60 കുട്ടികളിൽ ആൺ കുട്ടികളും പെൺകുട്ടികളും തമ്മിലുള്ള അംശബന്ധം 2 : 1 ആയാൽ, ആൺകുട്ടികളുടെയും പെൺകുട്ടികളുടെയും എണ്ണം എത്ര ?

നിർദ്ധാരണം:

ആകെ കുട്ടികളുടെ എണ്ണം = 60

ആൺ പെൺ കുട്ടികൾ തമ്മിലുള്ളഅംശബന്ധം = 2 : 1

ആകെ ഭാഗങ്ങൾ = 2 + 1 = 3

ആൺകുട്ടികളുടെ എണ്ണം = $\frac{2}{3}$ ന്റെ 60

$$= \frac{2}{3} \times 60 = 40$$

ആകെ ആൺകുട്ടികൾ = 40

ആകെ പെൺകുട്ടികൾ = ആകെ കുട്ടികൾ - ആകെ ആൺകുട്ടികൾ

$$= 60 - 40$$

$$= 20$$ (അല്ലെങ്കിൽ)

ആകെ പെൺകുട്ടികൾ = 20

ആകെ പെൺകുട്ടികൾ

$$= 60 \text{ ന്റെ } \frac{1}{3} = \frac{1}{3} \times 60$$

$$= 20$$

ഉദാഹരണം **1.5**

ഒരു റിബൺ 3 : 2 : 7 എന്ന അംശബന്ധത്തിൽ 3 ഭാഗങ്ങളായി മുറിക്കുന്നു. ഒരു റിബണിന്റെ ആകെ നീളം 24 മീറ്റർ ആയാൽ ഓരോ ഭാഗത്തിന്റെയും നീളം കാണുക ?

നിർദ്ധാരണം:

റിബണിന്റെ നീളം = 24 മീറ്റർ

3 ഭാഗങ്ങളുടെ അംശബന്ധം = 3 : 2 : 7

ആകെ ഭാഗങ്ങൾ = $3 + 2 + 7 = 12$

റിബണിന്റെ ആദ്യ ഭാഗത്തിന്റെ നീളം = 24 ന്റെ $\frac{3}{12}$

$= \frac{3}{12} \times 24 = 6$ മീറ്റർ

റിബണിന്റെ 2 -ാം ഭാഗത്തിന്റെ നീളം = 24 ന്റെ $\frac{2}{12}$

$= \frac{2}{12} \times 24 = 4$ മീറ്റർ

റിബണിന്റെ മൂന്നാം ഭാഗത്തിന്റെ നീളം = 24 ന്റെ $\frac{7}{12}$

$= \frac{7}{12} \times 24 = 14$ മീറ്റർ

അതായത് റിബണിന്റെ മൂന്നു ഭാഗങ്ങളുടെ നീളങ്ങൾ യഥാക്രമം 6 മീറ്റർ, 4 മീറ്റർ, 14 മീറ്റർ.

ഉദാഹരണം **1.6**

ഒരു ക്ലാസ്സിലെ ആൺകുട്ടികളുടെയും പെൺകുട്ടികളുടെയും അംശബന്ധം 4 : 5 ആണ്. ആൺകുട്ടികളുടെ എണ്ണം 20 ആയാൽ പെൺകുട്ടികളുടെ എണ്ണം കാണുക ?

നിർദ്ധാരണം:

ആൺകുട്ടികളുടെയും പെൺകുട്ടികളുടെയും അംശബന്ധം = 4 : 5

ആൺകുട്ടികളുടെ എണ്ണം = 20

പെൺകുട്ടികളുടെ എണ്ണം x എന്നിരിക്കട്ടെ.

അതുകൊണ്ട് ആൺകുട്ടികളുടെയും പെൺകുട്ടികളുടെയും എണ്ണത്തിന്റെ അംശബന്ധം $20 : x$

$4 : 5$ ഉം $20 : x$ ഉം ഒരേ അനുപാതത്തിലാണ്. കാരണം അവ ഓരോന്നും ആൺകുട്ടികളുടെയും പെൺകുട്ടികളുടെയും എണ്ണത്തെയാണ് സൂചിപ്പിക്കുന്നത്.

അതായത് $4 : 5 :: 20 : x$

അന്ത്യപദങ്ങളുടെ ഗുണനഫലം = $4 \times x$

മധ്യപദങ്ങളുടെ ഗുണനഫലം = 5×20

ഒരു അനുപാതത്തിൽ അന്ത്യപദങ്ങളുടെ ഗുണനഫലം = മധ്യപദങ്ങളുടെ ഗുണനഫലം

$$4 \times x = 5 \times 20$$

$$x = \frac{5 \times 20}{4} = 25$$

പെൺകുട്ടികളുടെ എണ്ണം = 25

ഉദാഹരണം **1.7**

A : B = 4 : 6, B : C = 18 : 5, ആയാൽ A : B : C എന്നിവയുടെ അംശബന്ധം കാണുക

നിർദ്ധാരണം:

A : B = 4 : 6

B : C = 18 : 5

6, 18 എന്നിവയുടെ ലസാഗു = 18

A : B = 12 : 18

B : C = 18 : 5

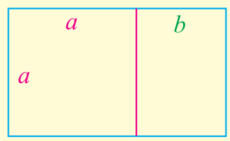
A : B : C = 12 : 18 : 5

സൂചന

3 അംശബന്ധങ്ങൾ തമ്മിൽ താരതമ്യം ചെയ്യുന്നതിന് ആദ്യ അംശബന്ധത്തിലെ രണ്ടാംപദവും രണ്ടാം അംശബന്ധത്തിലെ ആദ്യ പദവും തുല്യമാക്കി എഴുതണം.

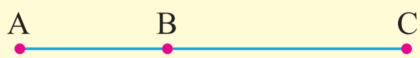
നിങ്ങൾക്കറിയാമോ ?

ഗോൾഡൻ അംശബന്ധം: ഏകദേശം 1.6180339887498948482.....ന് തുല്യമായ ഒരു പ്രത്യേകതയുള്ള സംഖ്യയാണ് ഗോൾഡൻ അംശബന്ധം എന്ന് പറയുന്നത്. ഈ അംശബന്ധത്തെ സൂചിപ്പിക്കുന്നതിന് ഗ്രീക്ക് അക്ഷരമായ (Φ) (Phi) യെ ഉപയോഗിക്കുന്നു. നമുക്കറിയാവുന്ന Φ (Phi) പോലെ ഗോൾഡൻ അംശബന്ധവും ആവർത്തിക്കാത്തതും അവസാനിക്കാത്തതുമായ ദശാംശസംഖ്യയാണ്.



ഗോൾഡൻ ദീർഘചതുരം: നീളം, വീതി എന്നിവയുടെ അംശബന്ധമായ ചതുരത്തെ ഗോൾഡൻ ദീർഘചതുരം എന്നു പറയുന്നു. ഇതിൽ ഒരു വശത്തിന്റെ നീളം 2 അടി ആയാൽ മറ്റേവശം ഏകദേശം = 20 (1.62) = 3.24 അടി ആണ്.

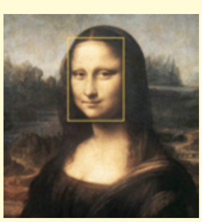
ഗോൾഡൻ രേഖാഖണ്ഡം: ഒരു രേഖാഖണ്ഡത്തിനെ രണ്ടായി ഭാഗിക്കുമ്പോൾ അവയുടെ അംശബന്ധം ഒരു ഗോൾഡൻ അംശബന്ധം ആയാൽ ആ രേഖാഖണ്ഡത്തെ ഗോൾഡൻ രേഖാഖണ്ഡം എന്നു പറയുന്നു.



$$\frac{AB}{BC} = \frac{BC}{AC}$$

പ്രായോഗികം – ഗോൾഡൻ അംശബന്ധം

ചിന്തിക്കൂ !



1. 1 മുതൽ 9 വരെയുള്ള അക്കങ്ങൾ ഉപയോഗിച്ച് ധാരാളം അനുപാതങ്ങൾ എഴുതുക, ഓരോ അനുപാതത്തിലും വ്യത്യസ്ത അക്കങ്ങൾ മാത്രമേ ഉപയോഗിക്കാവൂ, കൂടാതെ അനുപാതത്തിൽ ഉപയോഗിക്കുന്ന സംഖ്യ ഒരക്ക സംഖ്യയായിരിക്കും.

   ഉദാ: $\frac{1}{2} = \frac{3}{6}$

2. ഒരു മിശ്രിതത്തിൽ സിങ്കിന്റെയും കോപ്പറിന്റെയും അംശബന്ധം 4 : 9 ആയാൽ ആ മിശ്രിതത്തിൽ സിങ്കാണോ, കോപ്പറാണോ കൂടുതൽ അടങ്ങിയിരിക്കുന്നത്?

3. ഒരു വെങ്കല പ്രതിമ കോപ്പർ, വെളുത്തീയം, കറുത്തീയം എന്നിവകൊണ്ട് നിർമ്മിച്ചിരിക്കുന്നു. ഇതിൽ $\frac{1}{10}$ ഭാഗം വെളുത്തീയവും $\frac{1}{4}$ ഭാഗം കറുത്തീയവും ആയാൽ പ്രതിമ നിർമ്മിക്കുന്നതിനുള്ള കോപ്പറിന്റെ ഭാഗം എത്ര?

1.3 വ്യതിയാനം

മരങ്ങൾ മുറിക്കുന്നു → ഫലം → താപനില കൂടുന്നു.

ധാരാളം വാഹനങ്ങൾ ഉപയോഗിക്കുന്നു. → ഫലം → മലിനീകരണം കൂടുന്നു.

നിങ്ങൾ വേഗത്തിൽ നടക്കുന്നു → ഫലം → നിങ്ങൾ കുറഞ്ഞ സമയം എടുക്കുന്നു

റോഡിൽ ധാരാളം വാഹനങ്ങളാണ് → ഫലം → റോഡിൽ സ്ഥലം കുറവാണ്.

ഇവിടെ ചില മാറ്റങ്ങളെ സൂചിപ്പിക്കുന്നു.

എന്തു സംഭവിക്കുന്നു.....

നിങ്ങൾ നന്നായി പഠിക്കുന്നു?	നിങ്ങൾ കൂടുതൽ മാർക്ക് നേടുന്നു.
നിങ്ങൾ ധാരാളം ആഹാരം കഴിക്കുന്നു ?	നിങ്ങൾ വണ്ണം ഉള്ളവരാകുന്നു.
കുട്ടികൾ ആക്രോശിക്കുന്നു ?	ക്ലാസ് ശബ്ദായമാനമാകുന്നു.

മുകളിൽ പറഞ്ഞവയിൽ എല്ലാം ഒരു അളവിൽ ഉള്ള വ്യതിയാനം മറ്റേ അളവിലും വ്യതിയാനം ഉണ്ടാക്കുന്നതായി കാണാം. ഇത്തരം വ്യതിയാനങ്ങളെയാണ് നേർ വ്യതിയാനങ്ങൾ എന്നു പറയുന്നത്.

ഇനി താഴെ പറയുന്നവയെ പൊരുത്തപ്പെടുത്താൻ ശ്രമിക്കാം.

എന്തു സംഭവിക്കുന്നു.......

നിങ്ങൾ കൂടുതൽ പേന വാങ്ങുന്നു ?	അദ്ധ്യാപകരുടെ എണ്ണം കൂടുതൽ
കുട്ടികളുടെ എണ്ണം കൂടുതൽ ?	വില കൂടുതൽ
നിങ്ങൾ കുറച്ചു ദൂരം സഞ്ചരിക്കുന്നു?	ബാഗിന്റെ ഭാരം കുറവ്
പുസ്തകങ്ങളുടെ എണ്ണം കുറഞ്ഞു?	സമയം ലാഭം

മേൽപ്പറഞ്ഞ ഉദാഹരണത്തിൽ പരസ്പരം ബന്ധപ്പെട്ട ആശയങ്ങളാണ്, അവ സംഖ്യാപരമായും മാറുന്നു.

ഇവയിൽ നിന്നും നാം നിരീക്ഷിക്കുന്നത് ഒരു അളവിൽ ഉണ്ടാകുന്ന വർദ്ധനവ് (↑) മറ്റേ അളവിലും വർദ്ധിക്കുന്നു (↑) . അതുപോലെ ഒരു അളവിൽ ഉണ്ടാകുന്ന കുറവ് (↓) മറ്റേ അളവിലും കുറയുന്നു (↓).

പട്ടിക പരിശോധിക്കുക.

ഒരു പേനയുടെ വില (₹)	10 പേനകളുടെ വില (₹)
5	$10 \times 5 = 50$
20	$10 \times 20 = 200$
30	$10 \times 30 = 300$

പേനയുടെ എണ്ണം കൂടുമ്പോൾ വിലയും അതിന് അനുപാതമായി കൂടുന്നു.

5 ഉടുപ്പിന്റെ വില (₹)	ഒരു ഉടുപ്പിന്റെ വില (₹)
3000	$\frac{3000}{5} = 600$
1000	$\frac{1000}{5} = 200$

ഉടുപ്പിന്റെ എണ്ണം കുറയുന്നതിന് അനുസരിച്ച് വിലയും കുറയുന്നു.

നമുക്കിപ്പോൾ പറയാം, ഒരു അളവിൽ ഉണ്ടാകുന്ന വർദ്ധനവ് (↑) [കുറവ് (↓)] അനുപാതികമായി മറ്റേ അളവിലും വർദ്ധനവ് (↑) [കുറവ് (↓)] ഉണ്ടാകുന്നതിനെ **നേർ വ്യതിയാനം** എന്നു പറയുന്നു.

ഇനി മറ്റു ചില ഉദാഹരണങ്ങൾ നമുക്ക് നോക്കാം:

i) ഒരു കാറിന്റെ വേഗത കൂടുമ്പോൾ എത്തിച്ചേരേണ്ട സമയം കൂടുമോ? കുറയുമോ ?

ii) ഒരു ഹോസ്റ്റലിലെ കുട്ടികളുടെ എണ്ണം കുറയുമ്പോൾ അവിടെ വാങ്ങിയ ഭക്ഷ്യസാധനങ്ങൾ കൂടുതൽ ദിവസത്തേയ്ക്ക് ഉപയോഗിക്കാനാവുമോ ? അല്ലയോ ?

കാറിന്റെ വേഗത കൂടുമ്പോൾ തീർച്ചയായും എത്തിച്ചേരേണ്ട സമയം കുറയുമെന്ന് നമുക്കറിയാം. അതുപോലെ ഹോസ്റ്റലിലെ കുട്ടികളുടെ എണ്ണം കുറയുമ്പോൾ ഉപയോഗം കൂടുതൽ ദിവസത്തേയ്ക്ക് നീളും. ഇതിൽ നിന്നും നമുക്ക് മനസ്സിലാകുന്നത്,

ഒരു അളവിൽ ഉണ്ടാകുന്ന വർദ്ധനവ് (↑) [കുറവ് (↓)] മറ്റേ അളവിൽ അനുപാതികമായി കുറയുന്നു (↓) [വർദ്ധനവ് (↑)] എങ്കിൽ ആ രണ്ട് അളവുകളെ **വിപരീത വ്യതിയാനം** എന്നു പറയുന്നു.

താഴെ പറയുന്ന ഉദാഹരണങ്ങളെ നേർ വ്യതിയാനം, വിപരീത വ്യതിയാനം എന്നിങ്ങനെ കണ്ടെത്തുക.

1. പെൻസിലുകളുടെ എണ്ണവും വിലയും
2. ഒരു ദീപസ്തംഭത്തിന്റെ ഉയരവും ഒരു കൃത്യ സമയത്തുള്ള നിഴലും
3. വേഗതയും സമയവും
4. വൃത്തങ്ങളുടെ വ്യാസാർദ്ധങ്ങളും അവയുടെ വിസ്തീർണ്ണവും
5. ജോലിക്കാരുടെ എണ്ണവും, ജോലി പൂർത്തിയാക്കാൻ എടുക്കുന്ന ദിവസവും
6. സൈനികരുടെ എണ്ണവും ഒരാഴ്ചയിലെ ചെലവും
7. മുതലും പലിശയും
8. ഒരു പുസ്തകത്തിലെ വരികളുടെ എണ്ണവും പേജുകളുടെ എണ്ണവും

താഴെ തന്നിരിക്കുന്ന പട്ടിക നോക്കൂ:

പേനകളുടെ എണ്ണം	x	2	4	7	10	20
പേനയുടെ വില ₹	y	100	200	350	500	1000

നമുക്ക് പറയാം, 'x' വർദ്ധിക്കുന്നതനുസരിച്ച് (↑) 'y' യും വർദ്ധിക്കുന്നു (↑).

പേനകളുടെ എണ്ണവും പേനകളുടെ വിലയും തമ്മിലുള്ള അംശബന്ധം കാണുക.

$$\frac{\text{പേനകളുടെ എണ്ണം}}{\text{പേനകളുടെ വില}} = \frac{x}{y} = \frac{2}{100} = \frac{10}{500} = \frac{7}{350} = \frac{4}{200} = \frac{20}{1000}$$

നമുക്ക് ഓരോ അംശബന്ധത്തേയും നോക്കുമ്പോൾ $= \frac{1}{50}$ = സ്ഥിരാങ്കം

പേനകളുടെ എണ്ണം പേനകളുടെ വിലയും തമ്മിലുള്ള അംശബന്ധം സ്ഥിരാങ്കമാണ്.

$\therefore \frac{x}{y} =$ സ്ഥിരാങ്കം

രണ്ട് അളവുകൾ തമ്മിലുള്ള **വ്യതിയാനം നേർ വ്യതിയാനം ആണെങ്കിൽ അവ തമ്മിലുള്ള അംശബന്ധം സ്ഥിരാങ്കമാണ്.**

താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന ഉദാഹരണങ്ങൾ നോക്കുക. :

എടുത്ത സമയം (മണിക്കൂർ)	$x_1 = 2$	$x_2 = 10$
സഞ്ചരിച്ച ദൂരം (കി. മീ)	$y_1 = 10$	$y_2 = 50$

നമുക്ക് കാണാം, സമയം കൂടുന്തോറും (↑), സഞ്ചരിച്ച ദൂരവും കൂടും (↑).

$$X = \frac{x_1}{x_2} = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}$$

$$Y = \frac{y_1}{y_2} = \frac{10}{50} = \frac{1}{5}$$

$$X = Y = \frac{1}{5}$$

മേൽപ്പറഞ്ഞ ഉദാഹരണങ്ങളിൽ നിന്നും ഒരു നേർ വ്യതിയാനത്തിൽ ഉള്ള അളവ് അംശബന്ധം മാറുന്നതനുസരിച്ച് മറ്റു അളവുകളും അതേ അംശബന്ധത്തിൽ മാറുന്നു.

താഴെ തന്നിരിക്കുന്ന ബന്ധം മനസ്സിലാക്കി പൂരിപ്പിക്കുക.

സഞ്ചരിക്കാൻ എടുത്ത സമയം (മണിക്കൂറിൽ)	x	2	5	6	8	10	12
സഞ്ചരിച്ച ദൂരം (കി. മീ)	y	120	300	a	480	600	b

ഇവിടെ സമയവും ദൂരവും തമ്മിലുള്ള അംശബന്ധം സ്ഥിരാങ്കമാണെന്ന് കണ്ടുപിടിക്കാം.

$$\frac{\text{എടുത്ത സമയം}}{\text{സഞ്ചരിച്ച ദൂരം}} = \frac{2}{120} = \frac{5}{300} = \frac{10}{600} = \frac{8}{480} = \frac{1}{60} = \text{സ്ഥിരാങ്കം}$$

എന്നാൽ $\frac{x}{y} = \frac{1}{60}$.

ഇപ്പോൾ അറിയാത്തവയെ കണ്ടുപിടിക്കാം.

$$\frac{1}{60} = \frac{6}{a}$$

$$\frac{1 \times \boxed{6}}{60 \times \boxed{6}} = \frac{6}{360}$$

$$a = 360$$

$$\frac{1}{60} = \frac{12}{b}$$

$$\frac{1 \times \boxed{12}}{60 \times \boxed{12}} = \frac{12}{720}$$

$$b = 720$$

താഴെ തന്നിട്ടുള്ള പട്ടിക നോക്കുക:

വേഗത (കി. മീ /മണിക്കൂർ)	x	40	48	60	80	120
സമയം (മണിക്കൂർ)	y	12	10	8	6	4

x കൂടുന്നതിനനുസരിച്ച് (↑) y കുറയുന്നു (↓)

$$xy = 40 \times 12 = 480$$

$$= 48 \times 10 = 60 \times 8 = 80 \times 6 = 120 \times 4 = 480$$

xy = സ്ഥിരാങ്കം

ഇപ്പോൾ നമുക്ക് പ്രസ്താവിക്കാം, **രണ്ട് അളവുകൾ വിപരീത വ്യതിയാനത്തിലാണെങ്കിൽ അവയുടെ ഗുണനഫലം എല്ലായ്പ്പോഴും ഒരു സ്ഥിരാങ്കമായിരിക്കും.**

താഴെ തന്നിട്ടുള്ള ഉദാഹരണത്തിൽ

വേഗത (കി. മീ /മണിക്കൂറിൽ)	$x_1 = 120$	$x_2 = 60$
സമയം (മണിക്കൂറിൽ)	$y_1 = 4$	$y_2 = 8$

വേഗത വർദ്ധിക്കുന്നതനുസരിച്ച് (↑), സമയവും കുറയുന്നു (↓).

$$X = \frac{x_1}{x_2} = \frac{120}{60} = 2$$

$$Y = \frac{y_1}{y_2} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2} \quad 1/Y = 2$$

$$X = \frac{1}{Y}$$

അതായത് വിപരീത വ്യതിയാനത്തിൽ ഒരു അളവ് അംശബന്ധത്തിൽ മാറിയാൽ മറ്റേ അളവ് അതിന്റെ വിപരീത അംശബന്ധത്തിൽ മാറുന്നു.

ചരങ്ങളുടെ ബന്ധം മനസ്സിലാക്കി പൂരിപ്പിക്കുക.

ആളുകളുടെ എണ്ണം	x	15	5	6	b	60
ദിവസങ്ങളുടെ എണ്ണം	y	4	12	a	20	1

നമുക്ക് കാണാം, , $xy = 15 \times 4 = 5 \times 12 = 60$ = സ്ഥിരാങ്കം

$$xy = 60$$

$$6 \times a = 60$$

$$6 \times 10 = 60$$

$$a = 10$$

$$xy = 60$$
$$b \times 20 = 60$$
$$3 \times 20 = 60$$
$$b = 3$$

ശ്രമിച്ചുനോക്കുക

1. x ഉം y ഉം നേർവ്യതിയാനം ഉണ്ടാക്കുന്നു എങ്കിൽ പട്ടിക പൂരിപ്പിക്കുക.

(i)

x	1	3			9	15
y	2		10	16		

(ii)

x	2	4	5		
y	6			18	21

2. x ഉം y ഉം വിപരീത വ്യതിയാനത്തിലാണെങ്കിൽ പട്ടിക പൂരിപ്പിക്കുക.

(i)

x	20	10	40	50	
y			50		250

(ii)

x		200	8	4	16
y	10		50		

ഉദാഹരണം ***1.8***

16 പെൻസിലുകളുടെ വില ₹48, ആണെങ്കിൽ 4 പെൻസിലുകളുടെ വില കാണുക ?

നിർദ്ധാരണം:

4 പെൻസിലുകളുടെ വില 'a' എന്നിരിക്കട്ടെ

പെൻസിലുകളുടെ എണ്ണം	വില (₹)
x	y
16	48
4	a

പെൻസിലിന്റെ എണ്ണം കുറയുന്നതനുസരിച്ച് (↓), വിലയും കുറയുന്നു (↓). അതുകൊണ്ട് രണ്ട് അക്കങ്ങളും **നേർവ്യതിയാനത്തിലാണ്.**

നമുക്കറിയാം, നേർവ്യതിയാനത്തിൽ, $\frac{x}{y}$ = സ്ഥിരാങ്കം

$$\frac{16}{48} = \frac{4}{a}$$

$$16 \times a = 48 \times 4$$

$$a = \frac{48 \times 4}{16} = 12$$

4 പെൻസിലുകളുടെ വില = ₹12

മറ്റൊരു രീതി:

4 പെൻസിലുകളുടെ വില ‘a’എന്നിരിക്കട്ടെ

പെൻസിലുകളുടെ എണ്ണം	വില ₹
x	y
16	48
4	a

പെൻസിലുകളുടെ എണ്ണം കുറയുന്നു (↓), അതനുസരിച്ച് വിലയും കുറയുന്നു (↓), അതുകൊണ്ട് രണ്ട് അളവുകളും നേർവ്യതിയാനത്തിലാണ്.

$$\frac{16}{4} = \frac{48}{a}$$

$$16 \times a = 4 \times 48$$

$$a = \frac{4 \times 48}{16} = 12$$

4 പെൻസിലുകളുടെ വില = ₹12.

ഉദാഹരണം *1.9*

ഒരു കാർ 4 മണിക്കൂറിൽ 360 കി. മീ സഞ്ചരിക്കുന്നു. അതേ വേഗതയിൽ ഈ കാർ 6 മണിക്കൂർ 30 മിനിട്ട് കൊണ്ട് സഞ്ചരിക്കുന്ന ദൂരം എത്ര ?

നിർദ്ധാരണം:

$6\frac{1}{2}$ മണിക്കൂർ കൊണ്ട് കാർ സഞ്ചരിക്കുന്ന ദൂരം a എന്നിരിക്കട്ടെ

എടുത്ത സമയം (മണിക്കൂറിൽ)	സഞ്ചരിച്ച ദൂരം (കി. മീ)
x	y
4	360
$6\frac{1}{2}$	a

30 മിനിറ്റ് $= \frac{30}{60}$ മണിക്കൂർ

$= \frac{1}{2}$ മണിക്കൂർ

6 മണിക്കൂർ 30 മിനിറ്റ്

$= 6\frac{1}{2}$ മണിക്കൂർ

ഇവിടെ സമയം കൂടുന്നതനുസരിച്ച് (↑), സഞ്ചരിച്ച ദൂരവും കൂടുന്നു (↑), നേർവ്യതിയാനമാണ്.

ഒരു നേർ വ്യതിയാനത്തിൽ, $\frac{x}{y}$ = സ്ഥിരാങ്കം

$$\frac{4}{360} = \frac{6\frac{1}{2}}{a}$$

$$4 \times a = 360 \times 6\frac{1}{2}$$

$$4 \times a = 360 \times \frac{13}{2}$$

$$a = \frac{360 \times 13}{4 \times 2} = 585$$

$6\frac{1}{2}$ മണിക്കൂർകൊണ്ട് സഞ്ചരിച്ച ദൂരം = 585 കിലോമീറ്റർ

മറ്റൊരു രീതി: $6\frac{1}{2}$ മണിക്കൂർ കൊണ്ട് സഞ്ചരിച്ച ദൂരം a എന്നിരിക്കട്ടെ.

സമയം (മണിക്കൂർ)	സഞ്ചരിച്ച ദൂരം (കി. മീ)
4	360
$6\frac{1}{2}$	a

സമയം കൂടുന്നതനുസരിച്ച് (↑), സഞ്ചരിച്ച ദൂരവും കൂടുന്നു (↑) **നേർവ്യതിയാനം (സമാനുപാതം).**

$$\frac{4}{6\frac{1}{2}} = \frac{360}{a}$$

$$4 \times a = 360 \times 6\tfrac{1}{2}$$

$$4 \times a = 360 \times \frac{13}{2}$$

$$a = \frac{360}{4} \times \frac{13}{2} = 585$$

$6\frac{1}{2}$ മണിക്കൂർ കൊണ്ട് സഞ്ചരിച്ച ദൂരം $= 585$ കി. മീ.

ഉദാഹരണം *1.10*

7 ആളുകൾ ഒരു ജോലി 52 ദിവസം കൊണ്ട് ചെയ്ത് തീർക്കുന്നു. എങ്കിൽ അതേ ജോലി 13 ആളുകൾ എത്ര ദിവസം കൊണ്ട് ചെയ്തു തീർക്കും ?

നിർദ്ധാരണം: കണ്ടെത്തേണ്ട ദിവസങ്ങളുടെ എണ്ണം a എന്നിരിക്കട്ടെ.

ആളുകളുടെ എണ്ണം	ദിവസങ്ങളുടെ എണ്ണം
x	y
7	52
13	a

ആളുകളുടെ എണ്ണം കൂടുന്നതനുസരിച്ച് (↑), ദിവസങ്ങളുടെ എണ്ണം കുറയുന്നു (↓), **വിപരീത വ്യതിയാനം**

വിപരീത വ്യതിയാനത്തിൽ, $xy =$ സ്ഥിരാങ്കം

$$7 \times 52 = 13 \times a$$

$$13 \times a = 7 \times 52$$

$$a = \frac{7 \times 52}{13} = 28$$

13 ആളുകൾ 28 ദിവസം കൊണ്ട് ആ ജോലി ചെയ്തു തീർക്കുന്നു.

മറ്റൊരു രീതി:

കണ്ടെത്തേണ്ട ദിവസങ്ങളുടെ എണ്ണം a എന്നിരിക്കട്ടെ.

ആളുകളുടെ എണ്ണം	ദിവസങ്ങളുടെ എണ്ണം
7	52
13	a

ആളുകളുടെ എണ്ണം **കൂടുന്നതനുസരിച്ച്** (↑), ദിവസങ്ങളുടെ എണ്ണം കുറയുന്നു (↓), വിപരീത വ്യതിയാനത്തിലാകുന്നു. **(വിപരീത അനുപാതം).**

$$\frac{7}{13} = \frac{a}{52}$$

$$7 \times 52 = 13 \times a$$

$$13 \times a = 7 \times 52$$

$$a = \frac{7 \times 52}{13} = 28$$

13 ആളുകൾ 28 ദിവസം കൊണ്ട് ആ ജോലി ചെയ്തു തീർക്കുന്നു.

ഉദാഹരണം ***1.11***

ഒരു പുസ്തകത്തിൽ 35 വരികൾ വീതമുള്ള 120 പേജുകൾ ഉണ്ട്. എങ്കിൽ ഓരോ പേജിലും 24 വരികൾ ഉണ്ടെങ്കിൽ പുസ്തകത്തിൽ എത്ര പേജുകൾ ഉണ്ടാകും ?

നിർദ്ധാരണം: പേജുകളുടെ എണ്ണം a എന്നിരിക്കട്ടെ.

ഒരു പേജിലുള്ള വരികളുടെ എണ്ണം	പേജുകളുടെ എണ്ണം
35	120
24	a

വരികളുടെ എണ്ണം കുറയുന്ന (↓) തനുസരിച്ച് പേജുകളുടെ എണ്ണം കൂടുന്നു (↑) അത് വിപരീത വ്യതിയാനത്തിലാകുന്നു. **(വിപരീത അനുപാതം).**

$$\frac{35}{24} = \frac{a}{120}$$

$$35 \times 120 = a \times 24$$

$$a \times 24 = 35 \times 120$$

$$a = \frac{35 \times 120}{24}$$

$$a = 35 \times 5 = 175$$

ഒരു പേജിൽ 24 വരികൾ ഉണ്ടായിരുന്നാൽ പുസ്തകത്തിലുള്ള ആകെ പേജുകളുടെ എണ്ണം = 175

അഭ്യാസം 1.1

1. ശരിയുത്തരം തെരഞ്ഞെടുക്കുക.

   i) 8 കി. ഗ്രാം അരിയുടെ വില ₹ 160 ആണെങ്കിൽ 18 കി. ഗ്രാം അരിയുടെ വില ?

   (A) ₹80 (B) ₹180 (C) ₹360 (D) ₹1280

ii) 7 പഴങ്ങളുടെ വില ₹ 35 ആണെങ്കിൽ 15 പഴങ്ങളുടെ വില

(A) ₹75 (B) ₹ 25 (C) ₹ 35 (D) ₹ 50

iii) ഒരു തീവണ്ടി 3 മണിക്കൂറിൽ 195 കി. മീ. സഞ്ചരിക്കുന്നു. അതേ വേഗതയിൽ ആ തീവണ്ടി 5 മണിക്കൂറിൽ സഞ്ചരിച്ച ദൂരം.

(A) 195 കി. മീ. (B) 325 കി. മീ. (C) 390 കി. മീ. (D) 975 കി. മീ.

iv) 8 ആളുകൾ ഒരു ജോലി 24 ദിവസങ്ങൾ കൊണ്ട് പൂർത്തിയാക്കുന്നു. അതേ ജോലി 24 ആളുകൾ എത്ര ദിവസം കൊണ്ട് പൂർത്തിയാക്കും.

(A) 8 ദിവസം (B) 16 ദിവസം (C) 12 ദിവസം (D) 24 ദിവസം

v) 18 ആളുകൾ ഒരു ജോലി 20 ദിവസങ്ങൾ കൊണ്ട് പൂർത്തിയാക്കുന്നു. അതേ ജോലി 24 ആളുകൾ ചെയ്താൽ എത്ര ദിവസം കൊണ്ട് പൂർത്തിയാക്കും ?

(A) 20 ദിവസം (B) 22 ദിവസം (C) 21 ദിവസം (D) 15 ദിവസം

2. ഒരു വിവാഹ സദ്യയ്ക്ക് 3 00 പേർക്ക് 60 കി. ഗ്രാം പച്ചക്കറി ആവശ്യമുണ്ട്. എങ്കിൽ 500 പേർക്ക് എത്ര കിലോ പച്ചക്കറി ആവശ്യമായി വരും ?

3. 1500 കുട്ടികൾ ഉള്ള ഒരു സ്കൂളിൽ 90 അദ്ധ്യാപകരെ ആവശ്യമുണ്ട്. എങ്കിൽ 2000 കുട്ടികൾക്ക് ആവശ്യമായ അദ്ധ്യാപകരുടെ എണ്ണം എത്ര ?

4. ഒരു കാർ 45 മിനിറ്റിൽ 60 കി. മീ സഞ്ചരിക്കുന്നു. എന്നാൽ അതേ വേഗതയിൽ 1 മണിക്കൂറിൽ എത്ര ദൂരം സഞ്ചരിക്കും ?

5. ഒരു ആൾ 8 ദിവസങ്ങളിൽ 96 ചതുരശ്ര മീറ്റർ സ്ഥലം വെള്ള പൂശുന്നു. എങ്കിൽ അയാൾ 18 ദിവസങ്ങളിൽ എത്ര ചതുരശ്ര മീറ്റർ സ്ഥലം വെള്ള പൂശും ?

6. 7പെട്ടികളുടെ ഭാരം 36.4 കി.ഗ്രാം ആണെങ്കിൽ 5 പെട്ടികളുടെ ഭാരം എത്രകി.ഗ്രാം ആയിരിക്കും?

7. മണിക്കൂറിൽ 60 കി. മീ വേഗതയിൽ സഞ്ചരിക്കുന്ന ഒരു കാർ നിർദ്ദിഷ്ട സ്ഥലത്തെത്തി ചേരാൻ 5 മണിക്കൂർ ആകും. എന്നാൽ മണിക്കൂറിൽ 40 കി. മീറ്റർ വേഗതയിൽ കാർ സഞ്ചരിക്കുന്നതെങ്കിൽ അതേ സ്ഥലത്തെത്തിചേരാൻ എത്ര സമയം വേണ്ടി വരും ?

8. ഒരു ജോലി 150 ആളുകൾ 12 ദിവസം കൊണ്ട് പൂർത്തിയാക്കുന്നു. അതേ ജോലി 120 ആളുകൾ എത്ര ദിവസം കൊണ്ട് പൂർത്തിയാക്കും ?

9. 276 പട്ടാളക്കാർക്ക് ഒരു പട്ടാള ക്യാമ്പിൽ 20 ദിവസങ്ങൾക്കുള്ള ഭക്ഷണ സാധനങ്ങൾ കരുതി വച്ചിട്ടുണ്ട്. എന്നാൽ എത്ര പട്ടാളക്കാരെ ഒഴിവാക്കിയാൽ അത്രയും ഭക്ഷണ സാധനങ്ങൾ 46 ദിവസത്തേക്ക് മതിയാകും ?

10. ഒരു പുസ്തകത്തിൽ 30 വരികൾ വീതമുള്ള 70 പേജുകൾ ഉണ്ട്. എന്നാൽ ഓരോ പേജിലും ഈ വരികൾ 20 ആയി കുറച്ചാൽ ആ പുസ്തകത്തിൽ എത്ര പേജുകൾ ഉണ്ടാകും ?

11. ഒരു പട്ടാള ക്യാമ്പിൽ 800 പട്ടാളക്കാരുണ്ട്. അവർക്കുവേണ്ടി 60 ദിവസങ്ങൾക്കുള്ള ഭക്ഷണ സാധനങ്ങൾ ശേഖരിച്ചു വച്ചിട്ടുണ്ട്. 400 പേർ കൂടെ ക്യാമ്പിൽ എത്തിയാൽ ഭക്ഷണ സാധന ശേഖരം എത്ര ദിവസത്തേക്ക് മതിയാകും ?

കുസൃതിചോദ്യം

ഒരു മൂങ്ങ 1 സെക്കന്റ കൊണ്ട് ഒരു കൂട് നിർമ്മിക്കുന്നു. എങ്കിൽ 200 മൂങ്ങകൾ ചേർന്നാൽ എത്ര സമയം കൊണ്ട് ആ കൂട് നിർമ്മിക്കും ?

സാധാരണയായി മൂങ്ങകൾ സ്വന്തമായി കൂട് നിർമ്മിക്കാറില്ല. അവ പരുന്തുകളുടെ പഴയ കൂട്ടിലോ അല്ലെങ്കിൽ മരപ്പൊത്തിലോ ആണ് താമസിക്കാറുള്ളത്.

ശ്രമിച്ചുനോക്കുക

താഴെ തന്ന ചോദ്യങ്ങൾ വായിക്കുക. നിങ്ങൾ മുമ്പ് പഠിച്ച വ്യത്യസ്ത രീതികൾ ഉപയോഗിച്ച് നിർദ്ധാരണം ചെയ്യുക

1. ഒരു ചക്രം 3 സെക്കന്റ് കൊണ്ട് 48 പ്രാവശ്യം ചുറ്റുന്നു. എന്നാൽ ഈ ചക്രം 30 സെക്കന്റ് കൊണ്ട് എത്ര പ്രാവശ്യം ചുറ്റും ?
2. ഒരു സ്റ്റുഡിയോയിൽ 5 മിനിറ്റ് കൊണ്ട് 100 ഫോട്ടോ നെഗറ്റീവ് കഴുകി ചിത്രം സ്പഷ്ടമാക്കും 1200 ഫോട്ടോ നെഗറ്റീവ് കഴുകി ചിത്രം സ്പഷ്ടമാക്കാൻ എത്ര മിനിട്ട് വേണ്ടി വരും ?
3. രണ്ട് ടീമിൽ 36 കളിക്കാരുണ്ടെങ്കിൽ 5 ടീമിൽ എത്ര കളിക്കാരുണ്ടാകും ?

ഓർമ്മിക്കേണ്ട വസ്തുതകൾ

1) രണ്ട് അളവുകൾ നേർവ്യതിയാനം (സമാനുപാതം) ആകുമ്പോൾ ഒരു അളവിൽ വരുന്ന വർദ്ധനവ് (കുറവ്) അനുപാതികമായി മറ്റേ അളവിനും വർദ്ധിക്കും (കുറയും).

2) രണ്ട് അളവുകൾ വിപരീത വ്യതിയാന (വിപരീത അനുപാതം) ത്തിൽ ആകുമ്പോൾ ഒരളവിൽ വരുന്ന വർദ്ധനവ് (കുറവ്) മറ്റേ അളവിൽ അനുപാതികമായി കുറവ് (വർദ്ധനവ്) ഉണ്ടാകുന്നു.

3) ഒരു നേർവ്യതിയാന (സമാനുപാതം) ത്തിൽ നിന്നും ഒന്നാം അളവിന്റെ അംശബന്ധം രണ്ടാം അളവിന്റെ അംശബന്ധത്തിന് തുല്യമായിരിക്കും.

4) ഒരു വിപരീത വ്യതിയാന (വിപരീത അനുപാതം) ത്തിൽ ഒരു അളവിന്റെ അംശബന്ധം മറ്റേ അളവിന്റെ വിപരീത അംശബന്ധത്തിന് തുല്യമായിരിക്കും.

2 അളവുകൾ

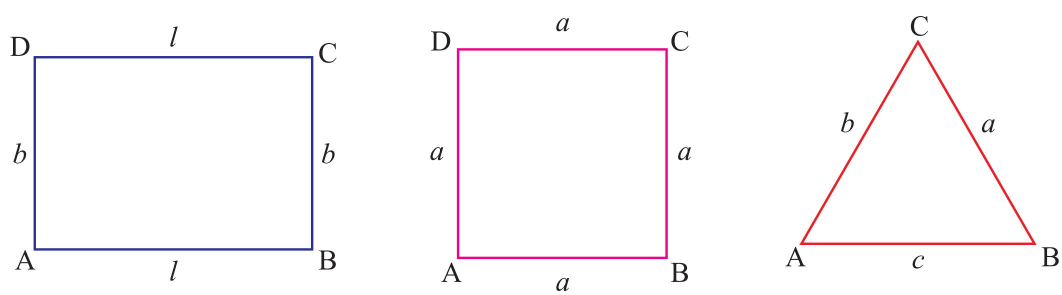
ആറാം ക്ലാസ്സിൽ നമ്മൾ ദീർഘചതുരം, സമചതുരം, സമകോണത്രികോണം, എന്നീ ലളിതമായ അടഞ്ഞ രൂപങ്ങളുടെ ചുറ്റളവ്, വിസ്തീർണ്ണം എന്നിവ കണ്ടുപിടിക്കുവാനുള്ള പൊതു സങ്കല്പങ്ങളും സൂത്രവാക്യങ്ങളും പഠിച്ചിട്ടുണ്ട്. ഈ അദ്ധ്യായത്തിൽ കൂടുതൽ അടഞ്ഞ രൂപങ്ങളായ ത്രികോണം, ചതുർഭുജം, സാമാന്തരികം, സമചതുർഭുജം, പാർശ്വലംബകം, വൃത്തം എന്നിവയുടെ വിസ്തീർണ്ണത്തിനെ കുറിച്ച് പഠിക്കാം.

2.1 പുനഃ പരിശോധന

ദീർഘചതുരം, സമചതുരം, സമകോണ ത്രികോണം എന്നിവയുടെ വിസ്തീർണ്ണത്തേയും ചുറ്റളവിനെയും കുറിച്ച് എന്തൊക്കെ പഠിച്ചുവെന്ന് നമുക്ക് അവലോകനം ചെയ്യാം.

ചുറ്റളവ്

ഏതൊരു അടഞ്ഞ രൂപത്തിന്റെയും അതിരിന്റെ നീളമാണ് ചുറ്റളവ്.



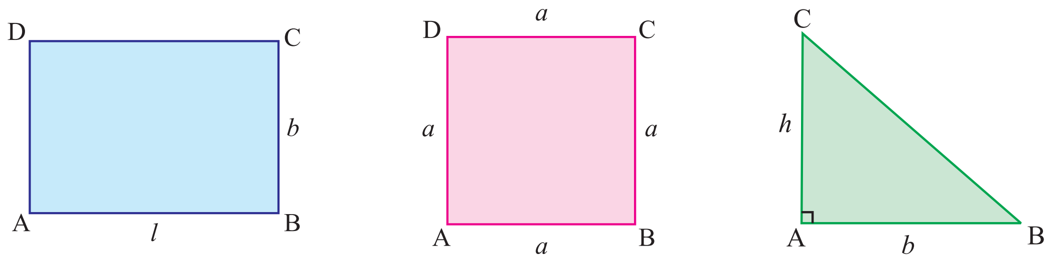
ചിത്രം.*2.1*

ദീർഘ ചതുരത്തിന്റെ ചുറ്റളവ്	=	2 × (നീളം) + 2 × (വീതി)
	=	2 [നീളം + വീതി]
ദീർഘചതുരത്തിന്റെ ചുറ്റളവ്	=	$2(l + b)$ മാത്രകൾ l = നീളം, b = വീതി
സമചതുരത്തിന്റെ ചുറ്റളവ്	=	4 × നീളം ഒരു വശത്തിന്റെ നീളം
	=	4 × വശം
സമചതുരത്തിന്റെ ചുറ്റളവ്	=	$4a$ മാത്രകൾ, ഇവിടെ a = വശം
ത്രികോണത്തിന്റെ ചുറ്റളവ്	=	ത്രികോണത്തിലെ വശങ്ങളുടെ തുക
ത്രികോണത്തിന്റെ ചുറ്റള്ളവ്	=	$(a + b + c)$ മാത്രകൾ

ഇവിടെ a, b, c എന്നിവ ത്രികോണത്തിന്റെ വശങ്ങൾ

വിസ്തീർണ്ണം

അടഞ്ഞ രൂപം ഉൾക്കൊള്ളുന്ന പ്രതലമാണ് അതിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം



ചിത്രം 2.2

ദീർഘചതുരത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം = നീളം × വീതി

ദീർഘചതുരത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം $= l \times b$ ച:മാത്രകൾ

സമചതുരത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം = വശം × വശം

സമചതുരത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം $= a \times a$ *ച.മാത്രകൾ*

സമകോണ ത്രികോണത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം $= \frac{1}{2} \times 90^0$ കോൺ അടങ്ങിയിരിക്കുന്ന വശങ്ങളുടെ ഗുണനഫലം

സമകോണത്രികോണത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം $= \frac{1}{2} \times (b \times h)$ ച.മാത്രകൾ

ഇവിടെ b , h എന്നത് സമകോണത്രികോണത്തിന്റെ സമീപ വശങ്ങളാണ്.

ശ്രമിച്ചുനോക്കുക

- * നിങ്ങളുടെ ക്ലാസ്സ് മുറി, ബ്ലാക്ക് ബോർഡ്, മേശ, ജന്നൽ എന്നിവയുടെ വിസ്തീർണ്ണവും ചുറ്റളവും കണ്ടുപിടിക്കുക.
- * ഒരു ഷീറ്റ് പേപ്പർ എടുത്ത്, അതിനെ പല അളവുകളിലുള്ള ദീർഘചതുരം, സമചതുരം, സമകോണത്രികോണങ്ങളായി മുറിക്കുക. ഇതിനെ ഒരു മേശയിൽ നിരത്തി ഒരോന്നിന്റെയും ചുറ്റളവ്, വിസ്തീർണ്ണം എന്നിവ കണ്ടുപിടിക്കുക.

ഉദാഹരണം 2.1

ദീർഘചതുരാകൃതിയുള്ള വയലിന്റെ നീളം 15 മീറ്റർ, വീതി 10 മീറ്റർ ആയാൽ അതിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം, ചുറ്റളവ് എന്നിവ കാണുക ?

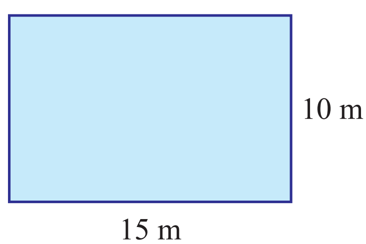
നിർദ്ധാരണം :

തന്നിട്ടുള്ളത് : നീളം = 15 മീ , വീതി = 10 മീ

ദീർഘ ചതുരത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം = നീളം ×വീതി

= 15 മീ × 10 മീ

= 150 മീ^{2}



ചിത്രം 2.3

ദീർഘ ചതുരത്തിന്റെ ചുറ്റളവ് = 2 [നീളം + വീതി]

= 2 [15 +10] = 50 മീ

ദീർഘചതുരത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം = 150 മീ^{2}

ദീർഘ ചതുരത്തിന്റെ ചുറ്റളവ് = 50 മീ

ഉദാഹരണം : 2.2

80 മീ നീളമുള്ള ഒരു ദീർഘ ചതുരാകൃതിയിലുള്ള പൂന്തോട്ടത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം 3200 ച.മീറ്ററാണ്. പൂന്തോട്ടത്തിന്റെ വീതി കണ്ടു പിടിക്കുക.

നിർദ്ധാരണം :

തന്നിട്ടുള്ളത്: നീളം = 80 മീ, വിസ്തീർണ്ണം = 3200 ച.മീ^{2}

ദീർഘചതുരത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം = നീളം × വീതി

$$\text{വീതി} = \frac{\text{വിസ്തീർണ്ണം}}{\text{നീളം}}$$

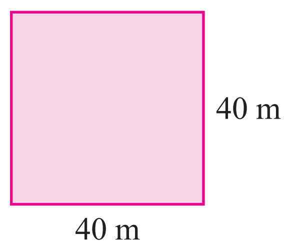
$$= \frac{3200}{80} = 40 \text{ മീ}$$

∴ പൂന്തോട്ടത്തിന്റെ വീതി = 40 മീ

ഉദാഹരണം : 2.3

40 മീ. നീളമുള്ള സമചതുരാകൃതിയിലുള്ള പുരയിടത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം, ചുറ്റളവ് എന്നിവ കാണുക ?

നിർദ്ധാരണം :



ചിത്രം 2.4

തന്നിട്ടുള്ളത്

സമചതുരാകൃതിയിലുള്ള പുരയിടത്തിന്റെ വശം = 40 മീ

സമചതുരത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം = വശം × വശം

= 40 മീ × 40 മീ

= 1600 ച.മീ

സമചതുരത്തിന്റെ ചുറ്റളവ = 4 × വശം

= 4 × 40 = 160 ച.മീ

സമചതുരത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം = 1600 ച.മീ

സമചതുരത്തിന്റെ ചുറ്റളവ് = 160 മീ

ഉദാഹരണം : 2.4

സമചതുരാകൃതിയിലുള്ള പൂന്തോട്ടത്തിന്റെ വശം 50 മീറ്റർ. പൂന്തോട്ടം വേലികെട്ടാൻ ഒരു മീറ്ററിന് 10 രൂപാ നിരക്കിൽ എത്ര രൂപാ ചെലവാകും.

നിർദ്ധാരണം :

തന്നിട്ടുള്ളത് പൂന്തോട്ടത്തിന്റെ ഒരു വശം = 50 മീ

അതിരുകളുടെ മൊത്തം നീളത്തെ (ചുറ്റളവ്) വേലി കെട്ടാനുള്ള നിരക്കുമായി ഗുണിക്കുമ്പോൾ വേലി കെട്ടാനുള്ള ആകെ ചെലവ് ലഭിക്കുന്നു.

സമചതുരാകൃതിയിലുള്ള പൂന്തോട്ടത്തിന്റെ ചുറ്റളവ് = 4 × വശം

= 4 × 50

= 200 മീ

1 മീ. വേലി കെട്ടുന്നതിന്റെ ചെലവ് = ₹ 10 (തന്നിട്ടുണ്ട്)

∴ 200 മീ. വേലികെട്ടുന്നതിന്റെ ചെലവ് = ₹ 10 × 200

= ₹ 2000

ഉദാഹരണം : 2.5

ഒരു ച.മീറ്ററിന് 2 രൂപാ നിരക്കിൽ വശം 60 മീ. നീളമുള്ള സമചതുരാകൃതിയിലുള്ള കളി സ്ഥലം നിരപ്പാക്കുന്നതിന് എന്ത് ചെലവാകും ?

നിർദ്ധാരണം :

തന്നിട്ടുള്ളത്

സമചതുരാകൃതിയിലുള്ള കളിസ്ഥലത്തിന്റെ വശം = 60 മീ

നിരപ്പാക്കുന്നതിനാവശ്യമായ ചെലവ് കണ്ടുപിടിക്കുവാൻ, നിരപ്പാക്കുന്നതിനാവശ്യമായ നിരക്കിനെ വിസ്തീർണ്ണം കൊണ്ട് ഗുണിക്കണം.

സമചതുരാകൃതിയിലുള്ള കളിസ്ഥലത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം = വശം × വശം

= 60 × 60

= 3600 ച.മീ.

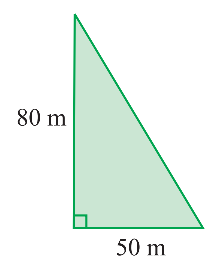
1 ച.മീറ്റർ നിരപ്പാക്കുന്നതിനാവശ്യമായ ചെലവ് = ₹ 2

∴ 3600 ച.മീ നിരപ്പാക്കുന്നതിനാവശ്യമായ ചെലവ് = 2 × 3600

= ₹ 7200

ഉദാഹരണം : 2.6

ഒരു സമകോണ ത്രികോണാകൃതിയിലുള്ള നിലത്തിന്റെ സമകോണത്തിനരികിലുള്ള വശങ്ങളുടെ നീളം യഥാക്രമം 50 മീ, 80 മീ, എന്നിങ്ങനെയാണ്. 1 ച.മീറ്ററിന് 5 രൂപാ നിരക്കിൽ നിലം സിമന്റിടുന്നതിന് ചെലവ് എത്ര ?



ചിത്രം 2.5

നിർദ്ധാരണം :

നിലത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണത്തെ നിരക്കു കൊണ്ട് ഗുണിക്കുമ്പോൾ സിമന്റ് ചെയ്യാനാവശ്യമായ മൊത്തം ചെലവ് ലഭിക്കുന്നു.

സമകോണ ത്രികോണാകൃതിയിലുള്ള നിലത്തിന്റെ

വിസ്തീർണ്ണം $= \frac{1}{2} \times b \times h$

ഇവിടെ b,h എന്നിവ സമകോണത്തിന്റെ സമീപ വശങ്ങളാണ്.

$= \frac{1}{2} \times (50\ m \times 80\ m)$

= 2000 മീ^{2}

ഒരു ച : മീറ്ററിന് സിമന്റ് ഇടാനുള്ള ചെലവ് = ₹ 5

∴ 2000 ച .മീറ്ററിന് സിമന്റ് ഇടാനുള്ള ചെലവ് = ₹ 5 × 2000

= ₹ 10000

നിങ്ങൾക്കറിയാമോ

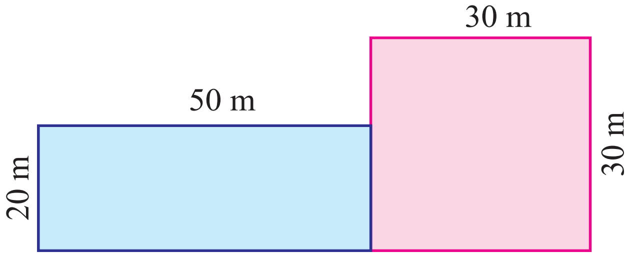
1 ആർ = 100 മീ^{2}

1 ഹെക്ടർ = 100 ആർ (or)

= 10000 മീ^{2}

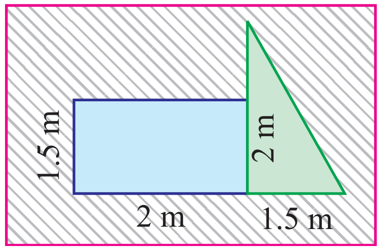
2.2 മിശ്ര സമതല രൂപങ്ങളുടെ വിസ്തീർണ്ണം

മിശ്ര സമതല രൂപങ്ങളായ ദീർഘ ചതുരം, സമചതുരം, സമകോണ ത്രികോണം ഇവയിലേതെങ്കിലും രണ്ടെണ്ണം ഒരേ സമയത്ത് വന്നാൽ ആ രൂപങ്ങളുടെ വിസ്തീർണ്ണം എങ്ങനെ കണ്ടുപിടിക്കാമെന്ന് ഈ ഭാഗത്ത് നമുക്ക് നോക്കാം.



ചിത്രം . 2.6

ഒരു ഗ്രാമീണൻ തൊട്ടടുത്തുള്ള ചിത്രത്തിൽ കാണിച്ചിരിക്കുന്ന രൂപത്തോടു കൂടിയുള്ള രണ്ട് തുണ്ട് നിലങ്ങൾ സ്വന്തമാക്കി. സ്വന്തമാക്കിയ നിലങ്ങളുടെ വിസ്തീർണ്ണം അദ്ദേഹത്തിനറിയില്ലായിരുന്നു. ഒരു ദീർഘ ചതുരാകൃതിയിലുള്ള നിലത്തിന്റെ അളവുകൾ 50 മീ × 20 മീ ഉം സമചതുരാകൃതിയിലുള്ള നിലത്തിന്റെ വശം 30 മീ ഉം ആകുന്നു. അദ്ദേഹം സ്വന്തമാക്കിയ നിലത്തിന്റെ മൊത്തം വിസ്തീർണ്ണം കണ്ടുപിടിക്കുവാൻ നിങ്ങൾക്കു സഹായിക്കുവാൻ കഴിയുമോ ?

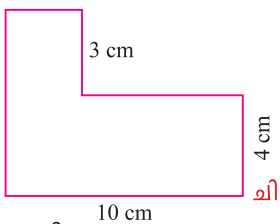


ചിത്രം . 2.7

സ്കൂളിലെ ഗണിത ശാസ്ത്ര ക്ലബിന്റെ ലീഡറാണ് വളറും, മലറും. അവർ ചുവരുകളെ ചിത്രങ്ങൾ കൊണ്ട് അലങ്കരിച്ചു. ആദ്യം വളർ, നീളം 2 മീ ഉം വീതി 1.5 മീ ഉം ഉള്ള ദീർഘ ചതുരാകൃതിയിലുള്ള ചിത്രം ഉണ്ടാക്കി. പിന്നീട് ചിത്രത്തിൽ (2.7) കാണിച്ചിരിക്കുന്നത് പോലെ സമകോണ ത്രികോണാകൃതിയിലുള്ള ചിത്രം മലറും ഉണ്ടാക്കി. സമകോണത്തിന്റെ സമീപ വശങ്ങൾ 1.5 ഉം 2 മീ. ഉം ആണ്. മൊത്തം അലങ്കരിച്ച സ്ഥലത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം കണ്ടുപിടിക്കാൻ നിനക്കു കഴിയുമോ ?

ഉദാഹരണം : 2.7

തന്നിട്ടുള്ള രൂപത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം കണ്ടു പിടിക്കുക.



ചിത്രം . 2.8

നിർദ്ധാരണം :

സമചതുരം (1) -ന്റെ വിസ്തീർണ്ണം = 3 സെ. മീ × 3 സെ. മീ

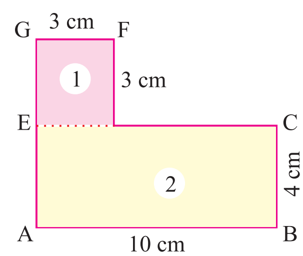
= 9 സെ.മീ^{2}

ദീർഘ ചതുരം (2) -ന്റെ വിസ്തീർണ്ണം = 10 സെ.മീ × 4 സെ.മീ

= 40 സെ.മീ^{2}

∴ **രൂപത്തിന്റെ ആകെ വിസ്തീർണ്ണം** = (9 + 40) സെ.മീ^{2}

= 49 സെ.മീ^{2}



ചിത്രം . 2.9

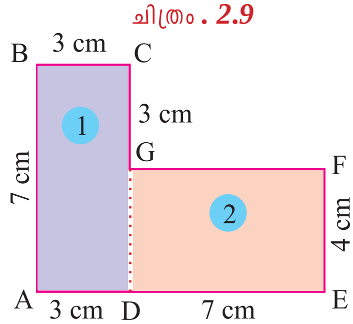
മറ്റൊരു രീതി

ദീർഘ ചതുരത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം(1) =7 സെ.മീ × 3 സെ.മീ = 21 സെ.മീ^{2}

ദീർഘ ചതുരത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം (2)=7 സെ.മീ × 4 സെ.മീ = 28 സെ.മീ^{2}

∴ **ചിത്രത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം** (ചിത്രം. 4.10) = (21 + 28) സെ.മീ^{2}

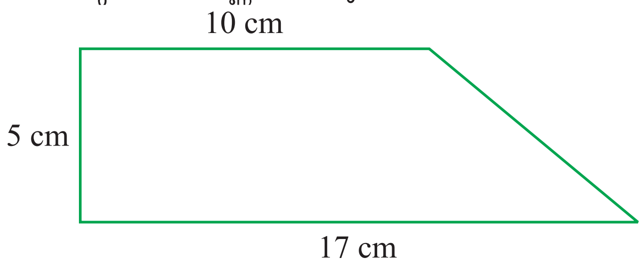
= 49 സെ.മീ^{2}



ചിത്രം 2.10

ഉദാഹരണം : 2.8

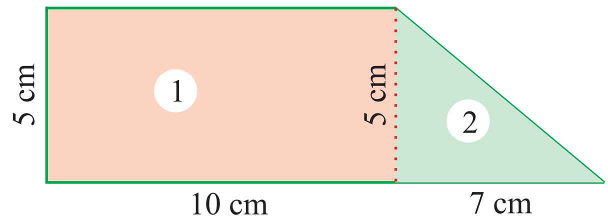
തന്നിട്ടുള്ള രൂപത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം കാണുക.



ചിത്രം 2.11

നിർദ്ധാരണം :

തന്നിട്ടുളള രൂപത്തിൽ ദീർഘചതുരവും, സമകോണ ത്രികോണവും ഉണ്ട്.



ചിത്രം 2.12

ദീർഘ ചതുരത്തിന്റെ (1) വിസ്തീർണ്ണം = 5 സെ.മീ × 10 സെ.മീ

= 50 സെ.മീ^{2}

സമകോണത്രികോണത്തിന്റെ (2) വിസ്തീർണ്ണം = $\frac{1}{2}$ (7 സെ. മീ × 5 സെ. മീ)

= $\frac{35}{2}$ സെ.മീ^{2} = 17.5 സെ.മീ^{2}

∴ രൂപത്തിന്റെ ആകെ വിസ്തീർണ്ണം = (50 + 17.5) സെ.മീ^{2}

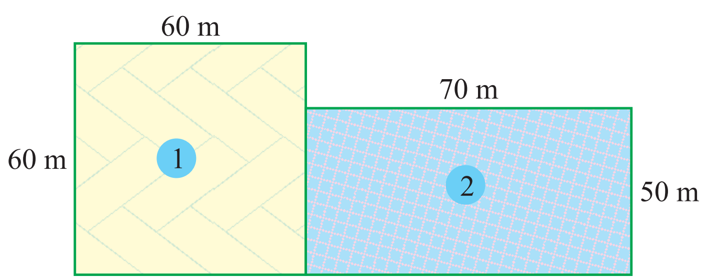
= 67.5 സെ.മീ^{2}

∴ രൂപത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം = 67.5 സെ.മീ^{2}

ഉദാഹരണം 2.9

വശം 60 മീ. ഉള്ള ഒരു സമചതുരാകൃതിയിലുള്ള നിലം അറിവു വാങ്ങി. ഇതിനു തൊട്ടടുത്ത് ദീർഘ ചതുരാകൃതിയിലുള്ള 70 മീ, 50 മീ അളവുകൾ ഉള്ള നിലം അൻപുവും വാങ്ങി. രണ്ടുപേരും തുല്യ വിലകൾ കൊടുത്താണ് വാങ്ങിയത്. ഇതിൽ കൂടുതൽ പ്രയോജനപ്പെട്ടത് ആർക്കാണ്?

നിർദ്ധാരണം :



ചിത്രം . 2.13

അറിവിന്റെ സമചതുരാകൃതിയിലുള്ള പുരയിടത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം (1)

= 60 മീ × 60 മീ = 3600 മീ^{2}

അൻപുവിന്റെ ദീർഘചതുരാകൃതിയിലുള്ള പുരയിടത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം (2)

= 70 മീ × 50 മീ = 3500 മീ^{2}

സമചതുരാകൃതി പുരയിടത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം ദീർഘചതുരാകൃതിയിലുള്ള പുരയിടത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണത്തെക്കാൾ കൂടുതലാണ്. അതുകൊണ്ട് അറിവിന് കൂടുതൽ നേട്ടം ഉണ്ട്.

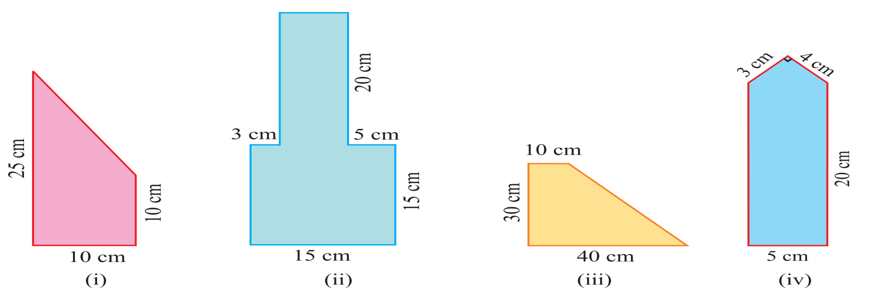
ശ്രമിച്ചുനോക്കുക

ഒരേ വിസ്തീർണ്ണമുള്ള രണ്ട് സമചതുര തകിടുകൾ എടുക്കുക. ഒരു സമചതുര തകിടിനെ വികർണ്ണത്തിലൂടെ മുറിക്കുക. എത്ര ലംബത്രികോണമാണ് നിങ്ങൾക്ക് ലഭിക്കുന്നത്. അവയുടെ വിസ്തീർണ്ണങ്ങളെ കുറിച്ച് നിങ്ങൾക്ക് എന്താണ് പറയാനുള്ളത്. അവ ഓരോന്നും, മറ്റേസമചതുര തകിടിന്റെ മേൽ ഭാഗത്ത് അടുക്കിവെച്ച് അതിനെ നിരീക്ഷിച്ചു നോക്കി ചർച്ച ചെയ്യുക.

ഇനി ഒരേ അളവുകളിൽ രണ്ട് ദീർഘ ചതുരാകൃതി തകിടുകൾ എടുക്കുക. അതിൽ ഒരു ദീർഘ ചതുര തകിടിനെ വികർണ്ണത്തിലൂടെ മുറിക്കുമ്പോൾ എത്ര സമകോണ ത്രികോണങ്ങളാണ് നിങ്ങൾക്ക് ലഭിക്കുന്നത്. അവയുടെ വിസ്തീർണ്ണങ്ങളെക്കുറിച്ച് നിങ്ങൾക്ക് എന്താണ് പറയാനുള്ളത്. അവ ഓരോന്നും മറ്റേ ദീർഘ ചതുരത്തിന്റെ മേൽഭാഗത്ത് അടുക്കിവെയ്ക്കുക. ഇപ്പോൾ സമകോണ ത്രികോണങ്ങളും ദീർഘചതുരവും തമ്മിലുള്ള ബന്ധം എന്താണെന്ന് നിങ്ങൾക്ക് പറയാമോ ?

അഭ്യാസം 2.1

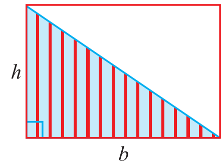
1. താഴെകൊടുത്തിട്ടുള്ള മിശ്ര രൂപങ്ങളുടെ വിസ്തീർണ്ണം കാണുക



2. സിബിക്ക് 5 മീ. നീളവും 4 മീ. വീതിയുമുള്ള ഒരു മുറിയുടെ തറയെ സമചതുരത്തിലുള്ള ടൈൽസ് കൊണ്ട് നിരത്തേണ്ടതുണ്ട്. ഓരോ സമചതുര ടൈൽസിന്റെയും വശങ്ങളുടെ നീളം $\frac{1}{2}$ മീ ആണ്. എങ്കിൽ മുറിയുടെ തറ മുഴുവനും നിരത്താൻ ആവശ്യമായ ടൈൽസുകളുടെ എണ്ണം കണ്ടുപിടിക്കുക.
3. ഒരു സമകോണത്രികോണാകൃതിയിലുള്ള പുരയിടത്തിന്റെയും, ദീർഘചതുരാകൃതിയിലുള്ള പുരയിടത്തിന്റെയും വില തുല്യമാണ്. അവ ഓരോന്നും ഒന്നിനോടൊന്ന് ചേർന്ന് കിടക്കുന്നതാണ്. സമകോണ ത്രികോണാകൃതിയിലുള്ള പുരയിടത്തിന്റെ സമീപ വശങ്ങൾ ഓരോന്നും 30 മീ., ഉം 40 മീ. ഉം നീളമുള്ളവയാണ്. ദീർഘ ചതുരാകൃതിയിലുളള പുരയിടത്തിന്റെ നീളം 20 മീറ്റർ, വീതി 15 മീറ്റർ ആണ്. എന്നാൽ ഏത് പുരയിടമാണ് വാങ്ങിയാൽ കൂടുതൽ നേട്ടമുണ്ടാകുന്നത്?
4. മണി ഒരു വശം 50 മീ നീളമുള്ള ഒരു സമചതുര പുരയിടം വാങ്ങി. അതിനോട് ചേർന്ന് 60 മീ നീളവും 40 മീ. വീതിയുമുള്ള ഒരു ദീർഘ ചതുര പുരയിടം രവി അതേ വിലയ്ക്ക് വാങ്ങി. എന്നാൽ ആർക്കാണ് കൂടുതൽ നേട്ടം എന്ന് കാണുക?
5. ഒരു സമകോണത്രികോണത്തിന്റെ സമകോണിന്റെ സമീപവശങ്ങൾ യഥാക്രമം 80 സെ.മീ, 60 സെ.മീ ആണ്. ഒരു സമചതുരത്തിന്റെ നീളം 50 സെ. മീ ആകുന്നു. ഇതിൽ ഏതിനാണ് കൂടുതൽ വിസ്തീർണ്ണം ?

2.3 ത്രികോണത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം

ഒരു സമകോണ ത്രികോണത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം, അത് ഉൾക്കൊള്ളുന്ന ദീർഘചതുരത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണത്തിന്റെ പകുതി ആയിരിക്കും.



ചിത്രം . 2.14

സമകോണ ത്രികോണത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം

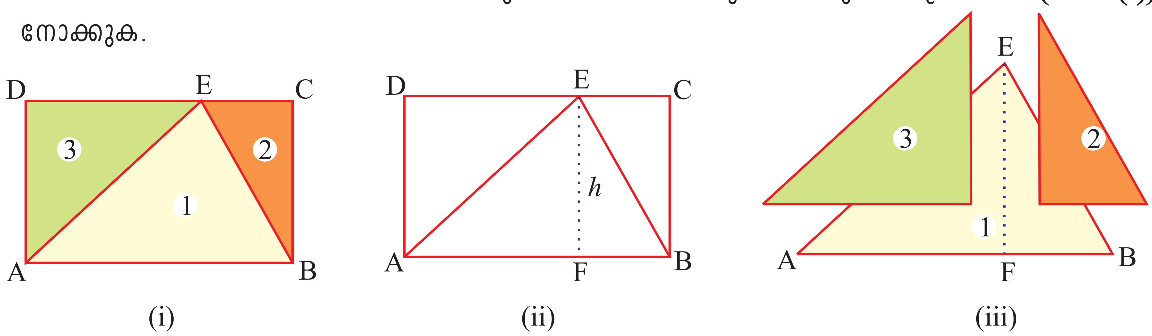
$= \frac{1}{2}$ (90^0 കോണുള്ള വശങ്ങളുടെ ഗുണനഫലം)

അല്ലെങ്കിൽ $= \frac{1}{2}\, b\, h$ ചതുരശ്രയൂണിറ്റ്.

ഇവിടെ b ,h എന്നിവ സമകോണത്രികോണത്തിന്റെ സമീപ വശങ്ങളാകുന്നു. ഈ ഭാഗത്തിൽ നമുക്ക് ത്രികോണങ്ങളുടെ വിസ്തീർണ്ണം കണ്ടുപിടിക്കുന്നതിനെക്കുറിച്ച് പഠിക്കാം.

ഒരു ത്രികോണത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം കാണുന്ന വിധം

ഒരു ദീർഘ ചതുര കടലാസ് കഷ്ണം എടുക്കുക. അതിന്റെ ശീർഷങ്ങൾക്ക് A,B,C,D എന്ന് പേര് നൽകുക. DC എന്ന വശത്തിൽ E എന്ന ഒരു ബിന്ദുവിനെ രേഖപ്പെടുത്തുക. AE, BE എന്നിവ യോജിപ്പിക്കുക, ഇപ്പോൾ നമുക്ക് ത്രികോണം ABE ദീർഘചതുരം ABCD യിൽ അന്തർ ലേഖനം ചെയ്തിരിക്കുന്നത് താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന ചിത്രത്തിൽ (2.15 (i)) നോക്കുക.



ചിത്രം 2.15

ഇനി F എന്ന ബിന്ദു AB എന്ന വശത്ത് DE = AF വരത്തക്കവിധം രേഖപ്പെടുത്തുക. EF=BC എന്ന് നമുക്ക് മനസ്സിലാക്കാം. ഇവിടെ നമുക്ക് EF നെ h എന്നും AB യെ b എന്നും പറയാം.

ഇപ്പോൾ AE ,BE എന്നീ രേഖകളിലൂടെ ദീർഘ ചതുരത്തെ മുറിക്കുക. അപ്പോൾ ലഭിക്കുന്ന രണ്ട് ത്രികോണങ്ങൾ 2 ഉം 3 ഉം ABE എന്ന ത്രികോണത്തിന്റെ മേൽ ഭാഗത്ത് ചിത്രം (2.15 (iii)) ൽ കാണുന്നതു പോലെ ഒരുമിച്ച് തുല്യമായി വെയ്ക്കുക.

$\therefore$ $\triangle$ABE യുടെ വിസ്തീർണ്ണം

= $\triangle$ADE യുടെ വിസ്തീർണ്ണം+ $\triangle$BCE യുടെ വിസ്തീർണ്ണം.... (1)

ദീർഘചതുരം ABCD യുടെ വിസ്തീർണ്ണം

= $\triangle$ABE യുടെ വിസ്തീർണ്ണം + ($\triangle$ADE യുടെ വിസ്തീർണ്ണം + $\triangle$BCE യുടെ വിസ്തീർണ്ണം)

= $\triangle$ABE യുടെ വിസ്തീർണ്ണം + $\triangle$ABE യുടെ വിസ്തീർണ്ണം ((1)-ൽ നിന്ന്)

= 2 $\triangle$ABE യുടെ വിസ്തീർണ്ണം

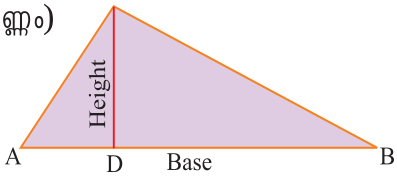
അതായത് 2 $\triangle$ABE യുടെ വിസ്തീർണ്ണം = ദീർഘചതുരം ABCD യുടെ വിസ്തീർണ്ണം

∴ ത്രികോണം ABE യുടെ വിസ്തീർണ്ണം

$= \frac{1}{2}$ (ദീർഘചതുരം ABCDയുടെ വിസ്തീർണ്ണം)

$= \frac{1}{2}$ (നീളം X വീതി)

$= \frac{1}{2}$ bh ചതുരശ്രയൂണിറ്റ്



ചിത്രം 2.16

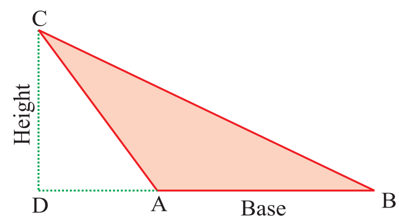
∴ ത്രികോണത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം $= \frac{1}{2}$ bh ചതുരശ്രയൂണിറ്റ്

ഇവിടെ b, h എന്നത് ത്രികോണത്തിന്റെ ആധാരവും ഉയരവും ആകുന്നു.

ചിന്തിക്കുക

ABC എന്ന ബൃഹത് ത്രികോണത്തെ പരിഗണിക്കുക. C എന്ന ശീർഷത്തിൽ നിന്നും വരയ്ക്കുന്ന ലംബം BA എന്ന ആധാരത്തെ ദീർഘിപ്പിക്കുന്ന രേഖ D എന്ന ബിന്ദുവിൽ സന്ധിക്കുന്നു.

നിങ്ങൾക്കിപ്പോൾ ഈ ത്രികോണത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം കണ്ടുപിടിക്കുവാൻ സാധിക്കുമോ ?



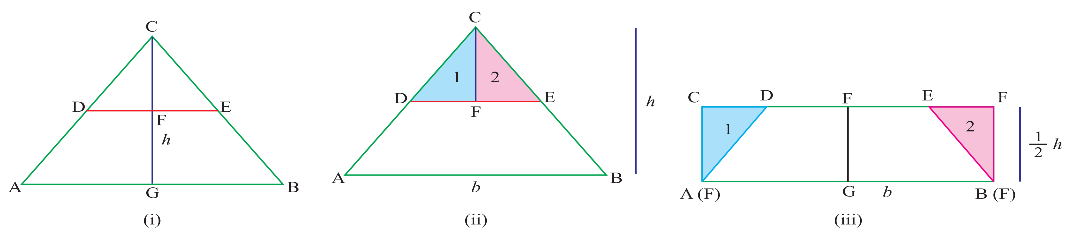
ചിത്രം 2.17

ശ്രമിച്ചുനോക്കുക

കടലാസ്സ് മടക്കൽ രീതി

ഒരു ത്രികോണാകൃതിയിലുള്ള ഒരു കടലാസ്സ് കഷ്ണം എടുക്കുക. അതിന്റെ മൂന്ന് ശീർഷങ്ങളെ A, B, C എന്ന് പേര് നൽകുക. AB യെ b എന്നും ഉന്നതിയെ (ഉയരം) h എന്നും രേഖപ്പെടുത്തുക.

AC, BC എന്നീ വശങ്ങളുടെ മദ്ധ്യബിന്ദു കണ്ടെത്തുക. അവയെ D ,E എന്ന് അടയാളപ്പെടുത്തുക. D യും E യും യോജിപ്പിച്ച് C യിൽ നിന്നും AB ലേയ്ക്ക് ഒരു ലംബരേഖ വരയ്ക്കുക. അത് DE - ൽ F എന്ന ബിന്ദുവിലും AB -യിൽ G എന്ന ബിന്ദുവിലും സന്ധിക്കുന്നു. CF=FG എന്ന് നമുക്ക് മനസ്സിലാക്കാൻ സാധിക്കുന്നു.



ചിത്രം 2.18

DE -ൽ കൂടെ ആദ്യം മുറിക്കുക. എന്നിട്ട് അതിനെ CF -ൽ കൂടി വീണ്ടും മുറിക്കുക. ഇപ്പോൾ നമുക്ക് രണ്ട് ത്രികോണങ്ങൾ ലഭിക്കുന്നു. ഇവ ഓരോന്നും ABED എന്ന ചതുർഭുജത്തിന്റെ ഇരു വശങ്ങളിലും ചിത്രത്തിൽ (2.18 (iii)) കാണുന്നതുപോലെ ചേർത്ത് വെയ്ക്കുക.

ചിത്രം (i) -ന്റെ വിസ്തീർണ്ണം = ചിത്രം (iii) -ന്റെ വിസ്തീർണ്ണം

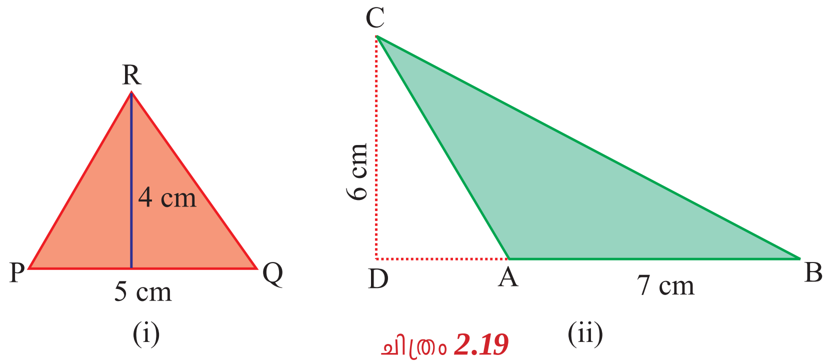
അതായത്, ത്രികോണത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം = ദീർഘചതുരത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം

$= b \times (\frac{1}{2}h)$ ചതുരശ്ര മാത്ര [CF + FG = h]

$= \frac{1}{2} b\, h$ ചതുരശ്ര മാത്ര.

ഉദാഹരണം 2.10

താഴെ തന്നിട്ടുള്ള ചിത്രങ്ങളുടെ വിസ്തീർണ്ണം കാണുക:



ചിത്രം **2.19**

നിർദ്ധാരണം :

(i) തന്നിട്ടുള്ളവ : ആധാരം = 5 സെ.മീ, ഉയരം = 4 സെ.മീ

ത്രികോണം PQR- ന്റെ വിസ്തീർണ്ണം $= \frac{1}{2} b\, h$

$= \frac{1}{2} \times 5 \text{ cm} \times 4 \text{ cm}$

= 10 ചതുരശ്ര സെ.മീ അല്ലെങ്കിൽ സെ.മീ^{2}

(ii) തന്നിട്ടുള്ളവ : ആധാരം = 7 സെ.മീ, ഉയരം = 4 സെ.മീ

ത്രികോണം ABC- യുടെ വിസ്തീർണ്ണം $= \frac{1}{2} b\, h$

$= \frac{1}{2} \times$ 7 സെ.മീ X 6 സെ.മീ

= 21 ചതുരശ്ര സെ.മീ അല്ലെങ്കിൽ സെ.മീ^{2}

ഉദാഹരണം 2.11

ഒരു ത്രികോണാകൃതിയിലുള്ള പൂന്തോട്ടത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം 800 ചതുരശ്ര മീറ്റർ ആണ്. പൂന്തോട്ടത്തിന്റെ ഉയരം 40 മീറ്റർ ആയാൽ ആധാരം കാണുക ?

നിർദ്ധാരണം :

ത്രികോണാകൃതിയിലുള്ള പൂന്തോട്ടത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം = 800 ചതുരശ്ര മീ (തന്നിട്ടുണ്ട്)

$$\frac{1}{2} b\, h = 800$$

$$\frac{1}{2} \times b \times 40 = 800$$

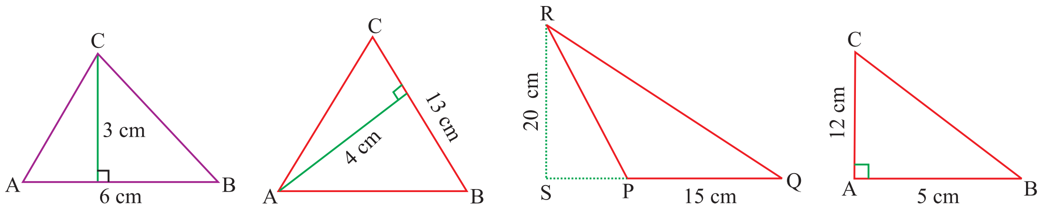
$$20\, b = 800$$

b = 40 മീ

∴ പൂന്തോട്ടത്തിന്റെ ആധാരം 40 മീറ്റർ

അഭ്യാസം 2.2

1. താഴെ തന്നിട്ടുള്ള ത്രികോണങ്ങളുടെ വിസ്തീർണ്ണം കാണുക ?



(i) (ii) (iii) (iv)

2. താഴെ തന്ന അളവുകളുള്ള ത്രികോണങ്ങളുടെ വിസ്തീർണ്ണം കാണുക ?
   (i) ആധാരം = 6 സെ. മീ, ഉയരം = 8 സെ.മീ
   (ii) ആധാരം = 3 സെ. മീ, ഉയരം = 2 സെ.മീ
   (iii) ആധാരം = 4.2 സെ. മീ, ഉയരം = 5 സെ.മീ

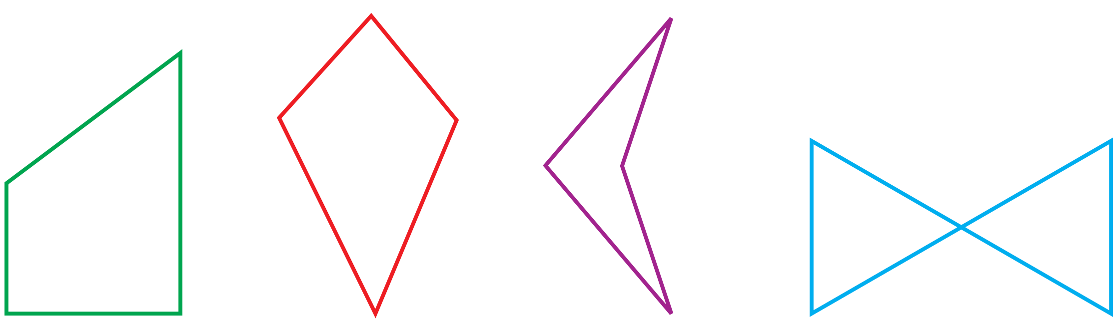
3. താഴെ കൊടുത്തിട്ടുള്ള വിസ്തീർണ്ണവും ഉയരവും ഉപയോഗിച്ച് ത്രികോണത്തിന്റെ ആധാരം കാണുക ?
   (i) വിസ്തീർണ്ണം = 40 മീ^{2}, ഉയരം = 8 മീ
   (ii) വിസ്തീർണ്ണം = 210 സെ.മീ^{2}, ഉയരം = 21 മീ
   (iii) വിസ്തീർണ്ണം = 82.5 മീ^{2}, ഉയരം = 10 മീ

4. താഴെ തന്നിട്ടുള്ള വിസ്തീർണ്ണവും ആധാരവും ഉപയോഗിച്ച് ത്രികോണത്തിന്റെ ഉയരം കാണുക ?
   (i) വിസ്തീർണ്ണം = 180മീ^{2}, ആധാരം = 20 മീ
   (ii) വിസ്തീർണ്ണം = 62.5 മീ^{2}, ആധാരം = 25 മീ
   (iii) വിസ്തീർണ്ണം = 20 സെ.മീ^{2}, ആധാരം = 5 സെ.മീ

5. ത്രികോണാകൃതിയിലുള്ള ഒരു പൂന്തോട്ടത്തിന്റെ ആധാരത്തിന്റെ നീളം 26 മീറ്ററും ഉയരം 28 മീറ്ററും ആകുന്നു.പൂന്തോട്ടം നിരപ്പാക്കുന്നതിന് 1 ചതുരശ്ര മീറ്ററിന് 5 രൂപ നിരക്കിൽ എത്ര രൂപ ചെലവാകും?

2.4 ചതുർഭുജത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം

പരസ്പരം ഛേദിക്കാത്ത നാല് രേഖകളാൽ അടഞ്ഞിരിക്കുന്ന രൂപത്തെ ചതുർഭുജം എന്നു പറയുന്നു.



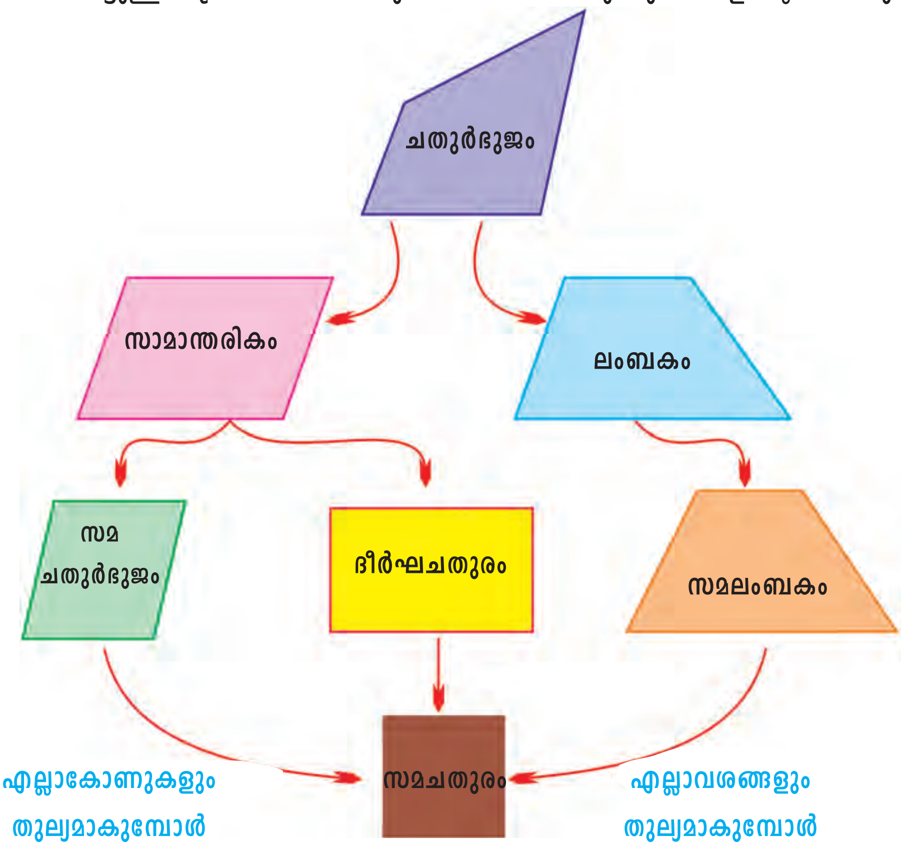
(i) (ii) (iii) (iv)

ചിത്രം *2.20*

മുകളിൽ തന്നിട്ടുള്ള ചിത്രങ്ങളിൽ നിന്നും ചിത്രം (i), (ii), (iii) എന്നിവ ചതുർഭുജങ്ങളാണ്. ചിത്രം (iv) ചതുർഭുജമല്ല.

വിവിധതരം ചതുർഭുജങ്ങൾ

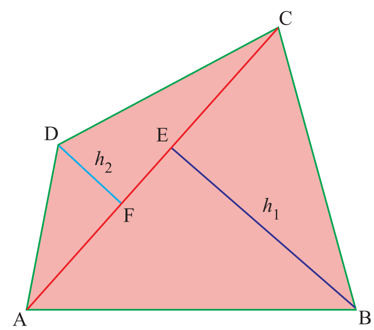
താഴെ തന്നിട്ടുള്ള ചിത്രങ്ങൾ ഓരോന്നും വിവിധതരം ചതുർഭുജങ്ങളെ സൂചിപ്പിക്കുന്നു.



ചിത്രം *2.21*

ചതുർഭുജത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം

ABCD എന്ന ചതുർഭുജത്തിൽ AC എന്ന വികർണ്ണം വരയ്ക്കുക. ഇത് ചതുർഭുജത്തെ ABC,ADC എന്നീ രണ്ട് ത്രികോണങ്ങളായി വിഭജിക്കുന്നു. AC എന്ന പൊതുവായ ആധാരത്തിൽ BE,DF എന്നീ ഉന്നതികൾ വരയ്ക്കുക.



ചിത്രം. *2.22*

ചതുർഭുജം ABCD യുടെ വിസ്തീർണ്ണം

$= \triangle ABC$ യുടെ വിസ്തീർണ്ണം $+ \triangle ADC$ യുടെ വിസ്തീർണ്ണം

$= [\frac{1}{2} \times AC \times h_1] + [\frac{1}{2} \times AC \times h_2]$

$= \frac{1}{2} \times AC \times (h_1 + h_2)$

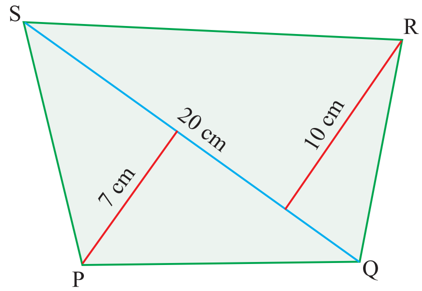
$= \frac{1}{2} \times d \times (h_1 + h_2)$ ചതുരശ്ര മാത്ര

ഇവിടെ 'd' എന്നത് വികർണ്ണം AC യുടെ നീളവും, h_1, h_2 എന്നിവ എതിർ ശീർഷങ്ങളിൽ നിന്നും വികർണ്ണത്തിലേയ്ക്കുള്ള ലംബങ്ങളും (ഉയരം) ആകുന്നു.

$\therefore$ ചതുർഭുജത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം $= \frac{1}{2} \times d \times (h_1 + h_2)$ ചതുരശ്രമാത്ര.

ഉദാഹരണം 2.12

ചിത്രത്തിൽ കൊടുത്തിട്ടുള്ള ചതുർഭുജം PQRS ന്റെ വിസ്തീർണ്ണം കാണുക ?



ചിത്രം.2.23

നിർദ്ധാരണം :

തന്നിട്ടുള്ളവ: $d = 20$ സെ.മീ, $h_1 = 7$ സെ.മീ, $h_2 = 10$ സെ.മീ

ചതുർഭുജം PQRS ന്റെ വിസ്തീർണ്ണം

$$= \frac{1}{2} \times d \times (h_1 + h_2)$$

$$= \frac{1}{2} \times 20 \times (7 + 10)$$

$$= 10 \times 17$$

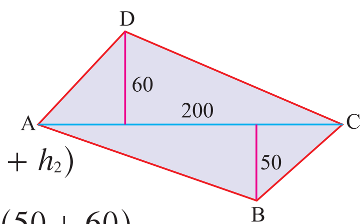
$= 170$ സെമീ^{2}

∴ ചതുർഭുജം PQRS ന്റെ വിസ്തീർണ്ണം = 170 സെമീ^{2}.

ഉദാഹരണം 2.13

ചതുർഭുജാകൃതിയിലുള്ള ഒരു പുരയിടത്തിന്റെ ഒരു വികർണ്ണത്തിന്റെ നീളം 200 മീറ്റർ ആണ്. ഈ വികർണ്ണത്തിൽ നിന്നും എതിരെയുള്ള രണ്ട് ശീർഷകങ്ങളിലേയ്ക്കുള്ള ഉന്നതികൾ യഥാക്രമം 60 മീറ്റർ, 50 മീറ്റർ ആകുന്നു. എങ്കിൽ ആ പുരയിടത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം കാണുക.?

നിർദ്ധാരണം :



ചിത്രം. 2.24

തന്നിട്ടുള്ളവ: $d = 200$ മീ, $h_1 = 50$ മീ, $h_2 = 60$ മീ

ചതുർഭുജം ABCD യുടെ വിസ്തീർണ്ണം $= \frac{1}{2} \times d \times (h_1 + h_2)$

$$= \frac{1}{2} \times 200 \times (50 + 60)$$

$$= 100 \times 110$$

∴ ചതുർഭുജാകൃതിയിലുള്ള പുരയിടത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം =11000 മീ^{2}

ഉദാഹരണം 2.14

ഒരു ചതുർഭുജത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം 525 ചതുരശ്രമീറ്റർ ആണ്. ഒരു വികർണ്ണത്തിൽ നിന്നു എതിർ ശീർഷങ്ങളിലേയ്ക്കുള്ള ഉന്നതികൾ യഥാക്രമം 15 മീറ്റർ, 20 മീറ്റർ ആകുന്നു. എങ്കിൽ ആ വികർണ്ണത്തിന്റെ നീളം എത്ര ?

നിർദ്ധാരണം :

തന്നിട്ടുള്ളവ: വിസ്തീർണ്ണം = 525 ചതുരശ്രമീറ്റർ, $h_1 = 15$ മീ, $h_2 = 20$ മീ.

നമുക്കിപ്പോൾ,

ചതുർഭുജത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം = 525 ചതുരശ്രമീറ്റർ.

$$\frac{1}{2} \times d \times (h_1 + h_2) = 525$$

$$\frac{1}{2} \times d \times (15 + 20) = 525$$

$$\frac{1}{2} \times d \times 35 = 525$$

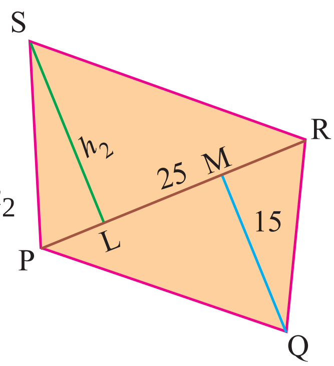
$$d = \frac{525 \times 2}{35} = \frac{1050}{35} = 30 \text{ മീ}$$

∴ വികർണ്ണത്തിന്റെ നീളം = 30 മീ.

ഉദാഹരണം 2.15

ചതുർഭുജം PQRS ന്റെ വിസ്തീർണ്ണം 400 സെ.മീ^{2} ആണ്. PR = 25 സെ.മീ Q എന്ന ശീർഷത്തിൽ നിന്ന് PR ലേയ്ക്കുള്ള ഉന്നതി 15 സെ.മീ ആയാൽ, S എന്ന ശീർഷത്തിൽ നിന്നും PR എന്ന വികർണ്ണത്തിലേയ്ക്കുള്ള ഉന്നതിയുടെ നീളം എത്ര ?

നിർദ്ധാരണം :



ചിത്രം. *2.25*

തന്നിട്ടുള്ളവ: d = 25 സെ.മീ, h_1 = 15 സെ.മീ,

വിസ്തീർണ്ണം = 400 സെ.മീ^{2}

ചതുർഭുജം PQRS ന്റെ വിസ്തീർണ്ണം = 400 സെ.മീ^{2}

$\frac{1}{2} \times d \times (SL + QM) = 400$ ഇവിടെ $SL = h_1$, $QM = h_2$

(i.e.) $\frac{1}{2} \times d \times (h_1 + h_2) = 400$

$$\frac{1}{2} \times 25 \times (15 + h_2) = 400$$

$$15 + h_2 = \frac{400 \times 2}{25} = 16 \times 2 = 32$$

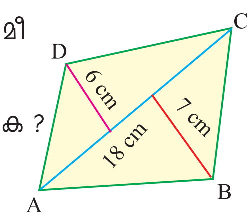
$$h_2 = 32 - 15 = 17$$

∴ S എന്ന ശീർഷത്തിൽ നിന്നും PR എന്ന വികർണ്ണത്തിലേയ്ക്കുള്ള ഉന്നതിയുടെ നീളം

= 17 സെ.മീ

അഭ്യാസം 2.3

1. ചിത്രത്തിൽ നിന്നും ABCD എന്ന ചതുർഭുജത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം കാണുക ?



2. താഴെ തന്നിരിക്കുന്ന വികർണ്ണത്തിന്റെയും ഉന്നതികളുടെയും അളവുകളുള്ള ചതുർഭുജത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം കാണുക ?
   (i) d = 15 സെ.മീ, h_1 = 5 സെ.മീ, h_2 = 4 സെ.മീ
   (ii) d = 10 സെ.മീ, h_1 = 8.4 സെ.മീ, h_2 = 6.2 സെ.മീ
   (iii) d = 7.2 സെ.മീ, h_1 = 6 സെ.മീ, h_2 = 8 സെ.മീ

3. ഒരു ചതുർഭുജത്തിന്റെ വികർണ്ണത്തിന്റെ നീളം 25 സെ.മീ ഉം എതിർ ശീർഷങ്ങളിൽ നിന്നും വികർണ്ണത്തിലേയ്ക്കുള്ള ഉന്നതികൾ യഥാക്രമം 5 സെ.മീ, 7 സെ.മീ ആയാൽ ചതുർഭുജത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം കാണുക ?

4. ഒരു ചതുർഭുജത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം 54 സെ.മീ^{2} അതിന്റെ എതിർ ശീർഷങ്ങളിൽ നിന്നും വികർണ്ണത്തിലേയ്ക്കുള്ള ഉന്നതികൾ യഥാക്രമം 4 സെ.മീ, 5 സെ.മീ ആയാൽ വികർണ്ണത്തിന്റെ നീളം എത്ര ?

5. ചതുർഭുജാകൃതിയിലുള്ള ഒരു പുരയിടത്തിന്റെ വികർണ്ണത്തിന്റെ നീളം 250 മീറ്റർ ആണ്. ഇതിന്റെ എതിർ ശീർഷങ്ങളിലേയ്ക്കുള്ള ഉന്നതികൾ യഥാക്രമം 70 മീറ്റർ, 80 മീറ്റർ ആയാൽ പുരയിടത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം കാണുക ?

2.5 സാമാന്തരികത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം

നമ്മുടെ ദൈനംദിന ജീവിതത്തിൽ നമ്മൾ ചതുരം, ദീർഘചതുരം, ത്രികോണം തുടങ്ങിയ ധാരാളം രൂപങ്ങൾ കാണുന്നു.

നിങ്ങൾക്ക് അത്തരത്തിലുള്ള രൂപങ്ങളെക്കുറിച്ച് അറിയാമോ ?

ഈ വിഭാഗത്തിൽ നമ്മൾ സാമാന്തരികത്തെക്കുറിച്ച് ചർച്ച ചെയ്യുന്നു. അതു കൂടാതെ താഴെ പറയുന്ന മറ്റു ചില കാര്യങ്ങളെ കുറിച്ചും ചർച്ച ചെയ്യുന്നു.

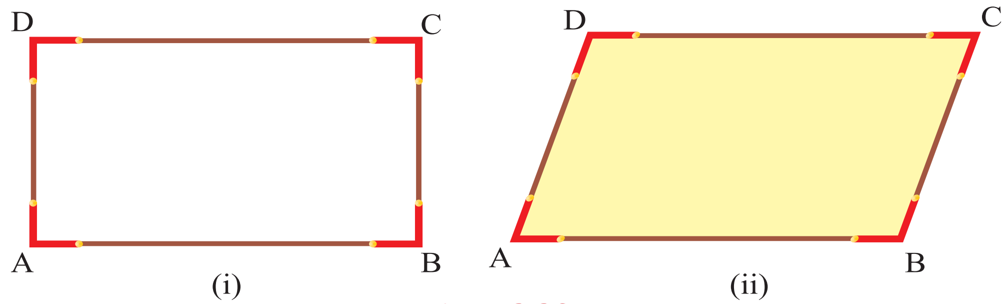
സാമാന്തരികത്തിന്റെ ആകൃതിയിലുള്ള പുരയിടത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം എങ്ങനെ കണ്ടുപിടിക്കാം ?

ഒരു സാമാന്തരികത്തെ ദീർഘചതുരമായി മാറ്റാൻ സാധിക്കുമോ ?

സാമാന്തരികത്തെ തുല്യ വിസ്തീർണ്ണമുള്ള രണ്ട് ത്രികോണങ്ങളാക്കി മാറ്റാൻ സാധിക്കുമോ ?

സാമാന്തരികത്തിന്റെ നിർവ്വചനം

നാല് കഷ്ണം ഈർക്കിൽ എടുക്കുക. സൈക്കിൾ വാൾവ് ട്യൂബ് ഇവ ഉപയോഗിച്ച് അവ ഒരു ദീർഘ ചതുരമായി യോജിപ്പിക്കുക. (ചിത്രം 2.26 (1) ൽ കാണുന്നതുപോലെ).



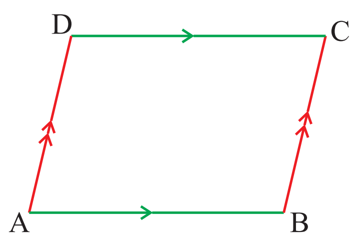
ചിത്രം. *2.26*

ചിത്രത്തിൽ ആധാരം ABയെ അടിസ്ഥാനമാക്കി D എന്ന ശിർഷത്തെ ചെറുതായി വലത് വശത്തേക്ക് അമർത്തുക. നിങ്ങൾക്ക് ചിത്രം 2.26 (11)ൽ കാണുന്നതുപോലെ ഒരു രൂപം കിട്ടുന്നു.

ഇനി താഴെ പറയുന്ന ചോദ്യങ്ങൾക്ക് ഉത്തരം പറയുക.

രൂപത്തിന് സമാന്തരവശങ്ങളുണ്ടോ ? ഏതെല്ലാമാണ് സമാന്തര വശങ്ങൾ?

ഇവിടെ AB , DC എന്നീ വശങ്ങൾ സമാന്തരമാണ്. കൂടാതെ AD യും BC യും സമാന്തരമാണ്. ഇതിനെ '||' എന്ന ചിഹ്നം ഉപയോഗിക്കുന്നു. അതിന്റെ അർത്ഥം "സമാന്തരം" അതായത്, AB || DC ഉം AD || BC. (AB സമാന്തരം DC ഉം AD സമാന്തരം BC).

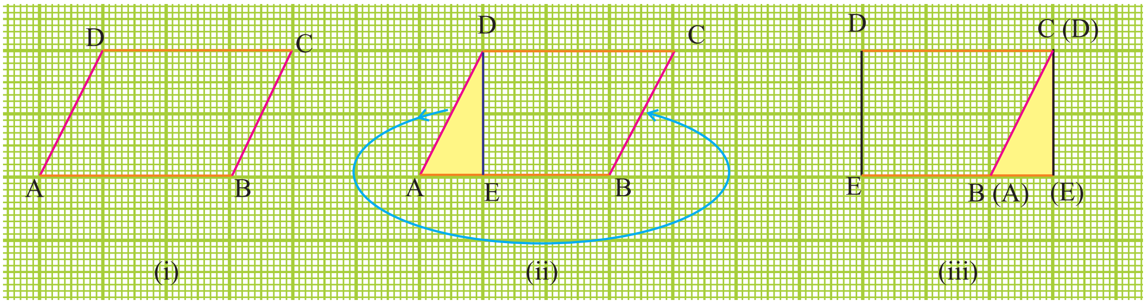


ചിത്രം. *2.27*

ഒരു ചതുർഭുജത്തിന്റെ രണ്ട് ജോടി എതിർ വശങ്ങളും സമാന്തരമായാൽ അതിനെ സാമാന്തരികം എന്നു പറയുന്നു. (ചിത്രം 2.27)

സാമാന്തരികത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം

താഴെ കൊടുത്തിട്ടുളള ചിത്രത്തിലുള്ളതുപോലെ സാമാന്തരികം ഒരു ഗ്രാഫ് പേപ്പറിൽ വരയ്ക്കുക. ചിത്രം 2.28 (i)



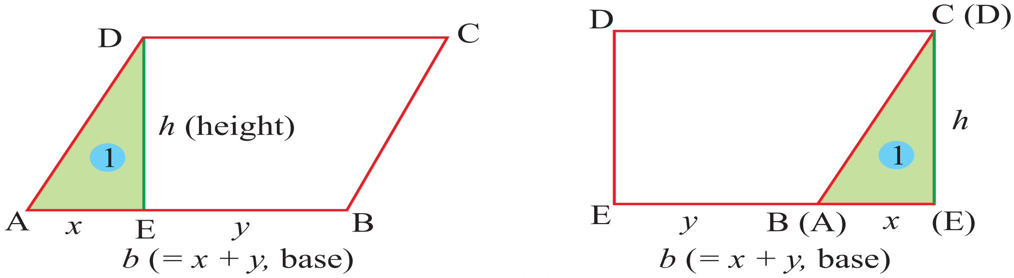
ചിത്രം. **2.28**

D എന്ന ശീർഷത്തിൽ നിന്നും ആധാരം AB യിലേക്ക് E എന്ന ബിന്ദുവിൽ സന്ധിക്കുന്ന ഒരു ലംബം വരയ്ക്കുക.

ഇപ്പോൾ ത്രികോണം AED വെട്ടിയെടുത്ത് ചിത്രം 2.28 (iii) ൽ കാണുന്നതുപോലെ വശം AD യെ BC എന്ന വശവുമായി ചേർത്തു വെയ്ക്കുക.

ഇപ്പോൾ നിങ്ങൾക്ക് കിട്ടുന്ന രൂപം എന്താണ്? ഇതൊരു ദീർഘ ചതുരം ആണോ?

അതെ, സാമാന്തരികത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം = രൂപീകരിച്ച ദീർഘ ചതുരത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം



ചിത്രം. **2.29**

രൂപീകരിച്ച ദീർഘ ചതുരത്തിന്റെ നീളം സാമാന്തരികത്തിന്റെ ആധാരത്തിന് തുല്യവും, ദീർഘ ചതുരത്തിന്റെ വീതി സാമാന്തരികത്തിന്റെ ഉയരത്തിന് തുല്യവും (ചിത്രം 2.29 നോക്കുക) ആണെന്ന് നമുക്ക് മനസ്സിലാക്കാം.

∴ സാമാന്തരികത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം = ദീർഘചതുരത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം
= (നീളം x വീതി) ച. മാത്ര
= (ആധാരം x ഉയരം) ച. മാത്ര

സാമാന്തരികത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം $= bh$ ച. മാത്ര

ഇവിടെ b ,h എന്നിവ യഥാക്രമം സാമന്തരികത്തിന്റെ ആധാരവും, ഉയരവും ആകുന്നു..

∴ സാമാന്തരികത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം എന്നത് അതിന്റെ ആധാര (b) ത്തിന്റെയും ഉയര (h)ത്തിന്റെയും ഗുണനഫലമയിരിക്കും.

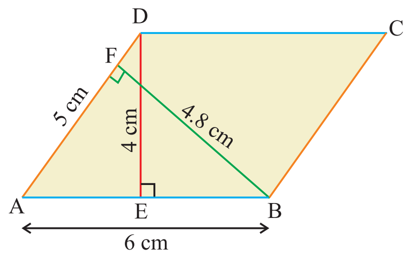
കുറിപ്പ്: സാമാന്തരികത്തിന്റെ ഏതൊരു വശത്തേയും അതിന്റെ ആധാരമായി കണക്കാക്കാം. എതിർ ശീർഷത്തിൽ നിന്നും ആധാര ത്തിലേയ്ക്ക് വരയ്ക്കുന്ന ലംബമാണ് അതിന്റെ ഉയരം (ഉന്നതി) എന്ന് പറയുന്നത്.

നിങ്ങൾക്കറിയാമോ

ഒരു സാമാന്തരികത്തിൽ

- എതിർവശങ്ങൾ സമാന്തരം.
- എതിർ കോണുകൾ തുല്യം.
- എതിർവശങ്ങൾ തുല്യം.
- വികർണ്ണങ്ങൾ തുല്യമല്ല.
- വികർണ്ണങ്ങൾ പരസ്പരം സമഭാജികളാണ്.

ഉദാഹരണം. 2.16



ചിത്രം. 2.30

താഴെ തന്നിട്ടുള്ള ചിത്രത്തിലെ അളവുകൾ ഉപയോഗിച്ച്,

(i) ABആധാരമാക്കിയുള്ള സാമാന്തരികത്തിന്റെവിസ്തീർണ്ണം കാണുക ?

(ii) ADആധാരമാക്കിയുള്ള സാമാന്തരികത്തിന്റെവിസ്തീർണ്ണം കാണുക ?

നിർദ്ധാരണം :

സാമാന്തരികത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം = ആധാരം × ഉയരം

(i) AB ആധാരമായുള്ള സാമാന്തരികത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം = ആധാരം AB × ഉയരം DE

= 6 സെ.മീ × 4 സെ.മീ

= 24 സെ.മീ^{2}

(ii) AD ആധാരമായുള്ള സാമാന്തരികത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം= ആധാരം AD × ഉയരം FB

= 5 സെ.മീ × 4.8 സെ.മീ

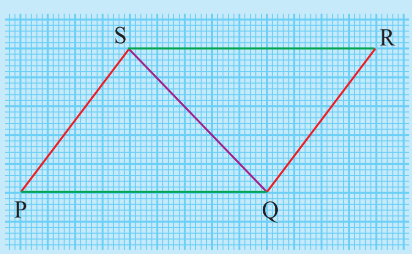
= 24 സെ.മീ^{2}

കുറിപ്പ് : **ഇവിടെ,** AB ആധാരമായി വരുന്ന സാമാന്തരികവും AD ആധാരമായി വരുന്ന സാമാന്തരികവും ഒരേ വിസ്തീർണ്ണം ഉള്ളവയാണ്.

∴ ഒരു സാമാന്തരികത്തിന്റെ ഏതൊരു വശത്തേയും ആധാരമായും അതിലേയ്ക്കുള്ള ലംബദൂരത്തെ ഉയരമായും പരിഗണിച്ച് വിസ്തീർണ്ണം കാണാം.

ശ്രമിച്ചുനോക്കുക

ചിത്രം (2.31) ൽ സാമാന്തരികത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണവുംത്രികോണങ്ങളുടെ വിസ്തീർണ്ണവും താരതമ്യം ചെയ്യുക.



ചിത്രം 2.31

ഉദാഹരണം 2.17

ആധാരം 9 സെ.മീ അതിലേയ്ക്കുള്ള ഉയരം (ഉന്നതി) 5 സെ.മീറ്ററുള്ള സാമാന്തരികത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം കാണുക.

നിർദ്ധാരണം :

തന്നിട്ടുള്ളവ: b= 9 സെ.മീ, h = 5 സെ.മീ

സാമാന്തരികത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം = $b \times h$

= 9 സെ.മീ × 5 സെ.മീ

∴ സാമാന്തരികത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം = 45 സെ.മീ^{2}

ഉദാഹരണം 2.18

ഒരു സാമാന്തരികത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം 480 സെ.മീ^{2}, ആധാരം 24 സെ.മീ അതിന്റെ ഉയരം കണ്ടുപിടിക്കുക.

നിർദ്ധാരണം :

തന്നിട്ടുള്ളവ; വിസ്തീർണ്ണം = 480 സെ.മീ^{2}, ആധാരം (b) = 24 ആധാരം

സാമാന്തരികത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം = 480

$b \times h = 480$

$24 \times h = 480$

$h = \frac{480}{24}$ = 20 സെ.മീ

$\therefore$ സാമാന്തരികത്തിന്റെ ഉയരം = 20 സെ.മീ.

ഉദാഹരണം 2.19

ഒരു സാമാന്തരികത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം 56 സെ.മീ^{2}, ഉയരം 7 സെ.മീ. അതിന്റെ ആധാരം കാണുക ?

നിർദ്ധാരണം :

തന്നിട്ടുള്ളവ; വിസ്തീർണ്ണം = 56 സെ.മീ^{2}, ഉയരം h = 7 സെ.മീ

സാമാന്തരികത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം = 56

$b \times h = 56$

$b \times 7 = 56$

$b = \frac{56}{7}$ = 8 സെ.മീ.

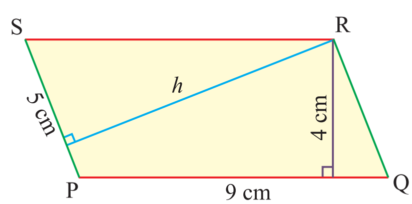
$\therefore$ സാമാന്തരികത്തിന്റെ ആധാരം = 8സെ.മീ.

ഉദാഹരണം 2.20

PQRS എന്ന സാമാന്തരികത്തിന്റെ രണ്ട്വശങ്ങൾ യഥാക്രമം 9 സെ.മീ, 5 സെ.മീ ആണ്. PQ എന്ന ആധാരത്തിലേക്കുള്ള ഉയരം 4 സെ.മീ (ചിത്രം നോക്കുക) ആയാൽ

(i) സാമാന്തരികത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം

(ii) PS എന്ന ആധാരത്തിലേക്കുള്ള ഉയരം കാണുക.



ചിത്രം. **2.32**

നിർദ്ധാരണം:

(i)സാമാന്തരികത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം $= b \times h$

= 9 സെ.മീ × 4 സെ.മീ

= 36 സെ.മീ^{2}

(ii) തന്നിട്ടുള്ളവ : ആധാരം PS (b) = 5 സെ.മീ

വിസ്തീർണ്ണം = 36

$$b \times h = 36$$

$$5 \times h = 36$$

$$h = \frac{36}{5} = 7.2 \text{ സെ.മീ}$$

∴ PS എന്ന ആധാരത്തിലേയ്ക്കുള്ള ഉയരം 7.2 സെ.മീ.

ചിന്തിച്ച് ചർച്ച ചെയ്യുക:

- തുല്യ ചുറ്റളവുള്ള വ്യത്യസ്ത സാമാന്തരികങ്ങൾ വരയ്ക്കുക.
- ഇവയെല്ലാം തുല്യ വിസ്തീർണ്ണമുള്ളവയാണെന്ന് നിങ്ങൾക്ക് പറയാൻ കഴിയുമോ?

അഭ്യാസം2.4

1. ശരിയുത്തരം തെരഞ്ഞെടുക്കുക.

i) 300 സെ.മീ^{2} വിസ്തീർണ്ണവും 15 സെ.മീ ആധാരവുമുള്ള സാമാന്തരികത്തിന്റെ ഉയരം

(A) 10 സെ.മീ (B) 15 സെ.മീ (C) 20 സെ.മീ (D) 30 സെ.മീ

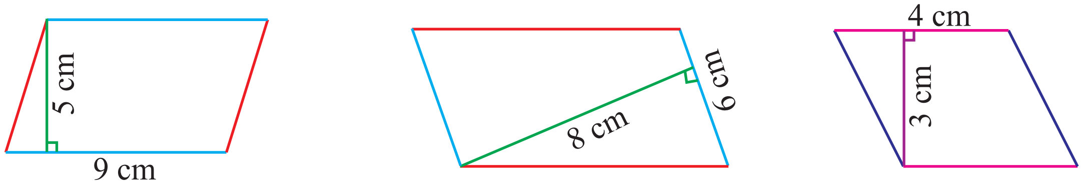
ii) 800 സെ.മീ^{2} വിസ്തീർണ്ണവും 20 സെ.മീ ഉയരവുമുള്ള സാമാന്തരികത്തിന്റെ ആധാരം.

(A) 20 സെ.മീ (B) 30 സെ.മീ (C) 40 സെ.മീ (D) 50 സെ.മീ

iii) 20 സെ.മീ ആധാരവും 30 സെ.മീ ഉയരവുമുള്ള സാമാന്തരികത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം

(A) 300 സെ.മീ^{2} (B) 400 സെ.മീ^{2} (C) 500 സെ.മീ^{2} (D) 600 സെ.മീ^{2}

2. താഴെ തന്നിട്ടുള്ള സാമാന്തരികങ്ങളുടെ വിസ്തീർണ്ണം കാണുക.



(i) (ii) (iii)

3. താഴെ തന്നിട്ടുള്ള ആധാരവും ഉയരവും ഉള്ള സാമാന്തരികത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം കാണുക.

(i) b = 14 സെ.മീ, h = 18 സെ.മീ

(ii) b = 15 സെ.മീ, h = 12 സെ.മീ

(iii) b = 23 സെ.മീ, h = 10.5 സെ.മീ

(iv) b = 8.3 സെ.മീ, h = 7 സെ.മീ

4. ഒരു സാമാന്തരികത്തിന്റെ ഒരു വശത്തിന്റെ നീളവും ആ വശത്തേയ്ക്കുള്ള ഉയരവും യഥാക്രമം 14 സെ.മീ ഉം 8 സെ.മീ ഉം ആയാൽ അതിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം കാണുക ?

5. ആധാരം 324 മീ ഉം അതിലേയ്ക്കുള്ള ഉയരം 75 മീ ഉം ആയ സാമാന്തരികത്തിന്റെ ആകൃതിയിലുള്ള ഒരു കളിസ്ഥലത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം കാണുക ?

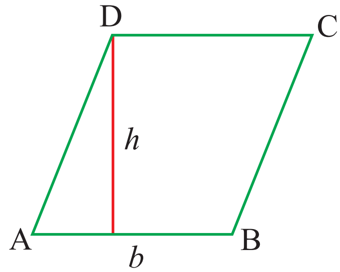
6. വിസ്തീർണ്ണം 108 സെ.മീ ആധാരം 27 സെ.മീ എന്നീ അളവുകളുള്ള സാമാന്തരികത്തിന്റെ ഉയരം കാണുക ?

ഗണിതം

2.6 സമചതുർഭുജം

ഒരു സാമാന്തരികത്തിന്റെ സമീപ വശങ്ങൾ തുല്യമായാൽ അതിനെ സമ ചതുർഭുജം എന്നു പറയുന്നു.

സമചതുർഭുജത്തിന്റെ ആധാരം b മാത്രയും അതിലേയ്ക്കുള്ള ഉയരം h ഉം എന്നിരിക്കട്ടെ.



ചിത്രം. 2.33

ഒരു സമചതുർഭുജം, ഒരു സാമാന്തരികം ആയതുകൊണ്ട്, സാമാന്തരികത്തിന്റെ അതേ സൂത്രവാക്യം തന്നെ ഉപയോഗിക്കാം.

∴ സമചതുർഭുജത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം = $b \times h$ ചതുരശ്രമാത്ര.

നിങ്ങൾക്കറിയാമോ

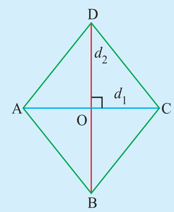
സമചതുർഭുജത്തിന്റെ,

(i) എല്ലാവശങ്ങളും തുല്യമാണ്

(ii) എതിർവശങ്ങൾ സമാന്തരമാണ്.

(iii) വികർണ്ണങ്ങൾ സാമാന്തരികത്തെരണ്ടുതുല്യ ത്രികോണങ്ങളായി വിഭജിക്കുന്നു.

(iv) വികർണ്ണങ്ങൾ പരസ്പരം ലംബ ദ്വിഭാജികളാണ്.



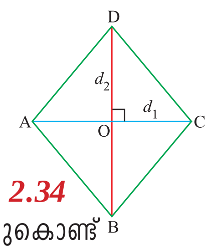
വികർണ്ണങ്ങളുടെ അളവുകളിൽ നിന്നും സമചതുർഭുജത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം കാണുന്ന വിധം.

ABCD **എന്ന സമചതുർഭുജത്തിൽ**

AB ∥ DC , BC ∥ AD

കൂടാതെ, AB = BC = CD = DA

വികർണങ്ങൾ d_1 (AC) , d_2 (BD) എന്നിരിക്കട്ടെ



ചിത്രം. 2.34

സമചതുർഭുജത്തിന്റെ വികർണങ്ങൾ പരസ്പരം ലംബ സമഭാജികളായതുകൊണ്ട്

AC ⊥ BD , BD ⊥ AC

∴ സമചതുർഭുജത്തിന്റെ ABCD യുടെ വിസ്തീർണ്ണം

= △ABC യുടെ വിസ്തീർണ്ണം + △ADC യുടെ വിസ്തീർണ്ണം

$$= \left[\frac{1}{2} \times AC \times OB\right] + \left[\frac{1}{2} \times AC \times OD\right]$$

$$= \frac{1}{2} \times AC \times (OB + OD)$$

$$= \frac{1}{2} \times AC \times BD$$

$$= \frac{1}{2} \times d_1 \times d_2$$ ചതുരശ്രമാത്രകൾ

∴ സമചതുർഭുജത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം = $\frac{1}{2}[d_1 \times d_2]$ ചതുരശ്രമാത്രകൾ

= $\frac{1}{2}$ ×(വിസ്തീർണ്ണങ്ങളുടെഗുണനഫലം) ചതുരശ്രമാത്രകൾ

ചിന്തിച്ച് ചർച്ച ചെയ്യുക

സമചതുരം ഒരു സമചതുർഭുജമാണ്. എന്നാൽ സമചതുർഭുജം ഒരു സമചതുരമല്ല.

ഉദാഹരണം 2.21

ഒരു വശത്തിന്റെ നീളം 15 സെ.മീ അതിലേയ്ക്കുള്ള ഉയരം 10 സെ.മീ ആയാൽ സമചതുർഭുജത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം കാണുക.

നിർദ്ധാരണം:

തന്നിട്ടുള്ളവ : ആധാരം = 15 സെ.മീ , ഉയരം = 10സെ.മീ

സമചതുർഭുജത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം = ആധാരം × ഉയരം

= 15 സെ.മീ × 10 സെ.മീ

∴ സമചതുർഭുജത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം = 150 സെ.മീ^{2}

ഉദാഹരണം 2.22

ഒരു പൂന്തോട്ടം സമചതുർഭുജത്തിന്റെ ആകൃതിയിലാണ്. അതിന്റെ വികർണ്ണങ്ങളുടെ നീളം യഥാക്രമം 18 മീ, 25 മീ ആയാൽ വിസ്തീർണ്ണം കാണുക .

നിർദ്ധാരണം:

തന്നിട്ടുള്ളവ: $d_1 = 18$ മീ, $d_2 = 25$ മീ

സമചതുർഭുജത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം $= \frac{1}{2} \times d_1 \times d_2$

$= \frac{1}{2} \times 18 \times 25$

∴ പൂന്തോട്ടത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം = 225 മീ^{2}

ഉദാഹരണം 2.23

ഒരു സമചതുർഭുജത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം 150 ചതുരശ്ര സെ.മീ ആണ്. ഒരു വികർണ്ണത്തിന്റെ നീളം 20 സെ.മീ ആയാൽ മറ്റേ വികർണ്ണത്തിന്റെ നീളം കാണുക.

നിർദ്ധാരണം:

തന്നിട്ടുള്ളവ: വിസ്തീർണ്ണം = 150 ച.സെ.മീ, വികർണ്ണം $d_1 = 20$ സെ.മീ

സമചതുർഭുജത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം = 150

$\frac{1}{2} \times d_1 \times d_2 = 150$

$\frac{1}{2} \times 20 \times d_2 = 150$

$10 \times d_2 = 150$

d_2 = 15 സെ.മീ

∴ മറ്റേ വികർണ്ണത്തിന്റെ നീളം = 15 സെ.മീ

ഉദാഹരണം 2.24

ഒരു നിലം സമചതുർഭുജത്തിന്റെ ആകൃതി ഉള്ളതാണ്. അതിന്റെ വികർണ്ണങ്ങൾ യഥാക്രമം 50 മീ ഉം 60 മീ ഉം ആയാൽ ആ നിലം നിരപ്പാക്കുന്നതിന്, ഒരു ചതുരശ്രമീറ്ററിന് 2 രൂപ നിരക്കിൽ ആകെ എത്ര രൂപ ചെലവാകും ?

നിർദ്ധാരണം:

തന്നിട്ടുള്ളവ: $d_1 = 50$ മീ, $d_2 = 60$ മീ

വിസ്തീർണ്ണം $= \frac{1}{2} \times d_1 \times d_2$

$= \frac{1}{2} \times 50 \times 60$ ച.സെ.മീ

$=$ 1500 ച.സെ.മീ

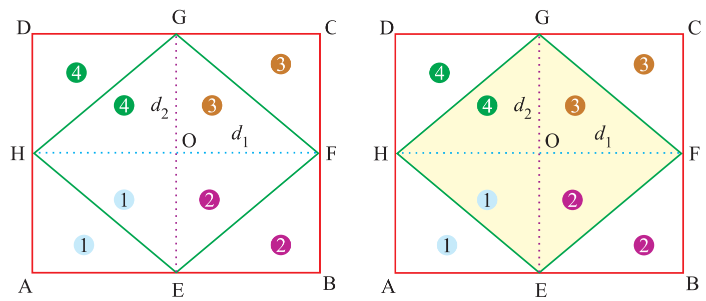
1 ചതുരശ്ര മീറ്റർ നിരപ്പാക്കുന്നതിന്റെ ചെലവ് = ₹ 2

∴ 1500 ചതുരശ്ര മീറ്റർ നിരപ്പാക്കുന്നതിന്റെ ചെലവ് = ₹ 2 × 1500

= ₹ 3000

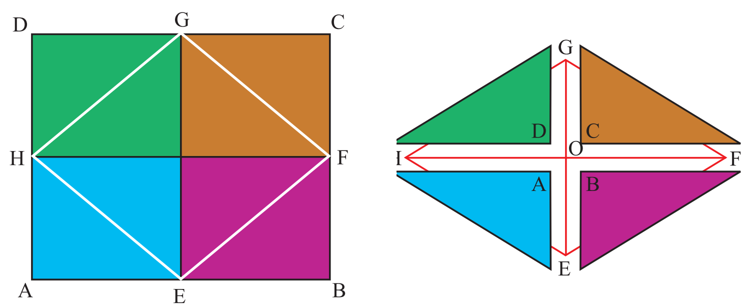
ശ്രമിച്ചുനോക്കുക

ഒരു ദീർഘ ചതുരാകൃതിയിലുള്ള ഷീറ്റ് എടുക്കുക. ഓരോ വശത്തിന്റെയും മധ്യബിന്ദു അടയാളപ്പെടുത്തി അവ ഓരോന്നും ചിത്രം 2.35-ൽ കാണുന്നതുപോലെ യോജിപ്പിക്കുക.



ചിത്രം. *2.35*

ചിത്രം 2.36-ൽ ഷേഡ് ചെയ്ത EFGH എന്ന ഭാഗം ഒരു സമചതുർഭുജം ആണ്. അതുപോലെ നേർത്ത ഷേഡ് ചെയ്തിട്ടുള്ള ത്രികോണങ്ങളെ മുറിച്ച് ഒരു സമചതുർഭുജം രൂപീകരിക്കുക. ഇപ്പോൾ ലഭിച്ച പുതിയ സമചതുർഭുജം യഥാർത്ഥ സമചതുർഭുജം EFGH ഉം ഒരേ ആകൃതിയും വലിപ്പവുമുള്ളവയാണ്. ചിത്രം 2.36 -നെ നോക്കുക.



ചിത്രം. *2.36*

∴ ദീർഘ ചതുരത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം = സമചതുർഭുജത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണത്തിന്റെ രണ്ട് മടങ്ങ്

സമചതുർഭുജത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം $= \frac{1}{2}$ [ദീർഘ ചതുരത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം]

$= \frac{1}{2}[AB \times BC]$

$= \frac{1}{2}[HF \times EG]$ [ചിത്രം 2.36 നോക്കൂ]

സമചതുർഭുജത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം $= \frac{1}{2}(d_1 \times d_2)$ ച. മാത്ര.

അഭ്യാസം 2.5

1. ശരിയുത്തരം തെരഞ്ഞെടുക്കുക.

   i) സമചതുർഭുജത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം

   (A) $d_1 \times d_2$ (B) $\frac{3}{4}(d_1 \times d_2)$ (C) $\frac{1}{2}(d_1 \times d_2)$ (D) $\frac{1}{4}(d_1 \times d_2)$

   ii) സമചതുർഭുജത്തിന്റെ വികർണ്ണങ്ങൾ പരസ്പരം സമഭാജികളാകുന്ന കോൺ

   (A) 30° (B) 45° (C) 60° (D) 90°

   iii) വികർണ്ണങ്ങളുടെ നീളം യഥാക്രമം 10 സെ.മീ, 12 സെ.മീ എന്നാൽ സമചതുർഭുജത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം

   (A) 30 സെ.മീ^{2} (B) 60 സെ.മീ^{2} (C) 120 സെ.മീ^{2} (D) 240 സെ.മീ^{2}

2. താഴെ പറയുന്ന വികർണങ്ങൾ ഉള്ള സമചതുർഭുജത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം കാണുക

   i) 15 സെ.മീ, 12 സെ.മീ ii) 13 സെ.മീ, 18.2 സെ.മീ

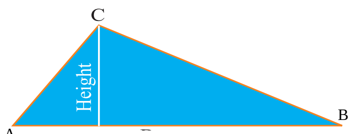
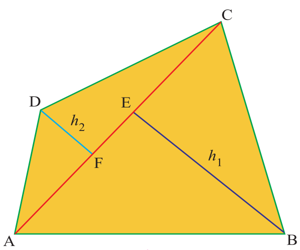
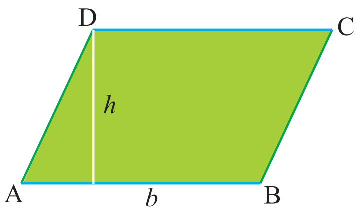
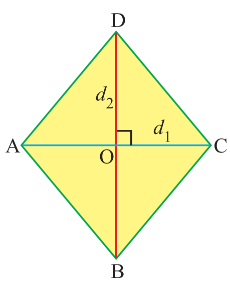
   iii) 74 സെ.മീ, 14.5 സെ.മീ iv) 20 സെ.മീ, 12 സെ.മീ

3. ഒരു സമചതുർഭുജത്തിന്റെ ഒരു വശത്തിന്റെ നീളം 8 സെ.മീ ഉം അതിലേയ്ക്കുള്ള ഉയരം (ഉന്നതി) 12 സെ.മീ ഉം ആയാൽ സമചതുർഭുജത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം കാണുക.

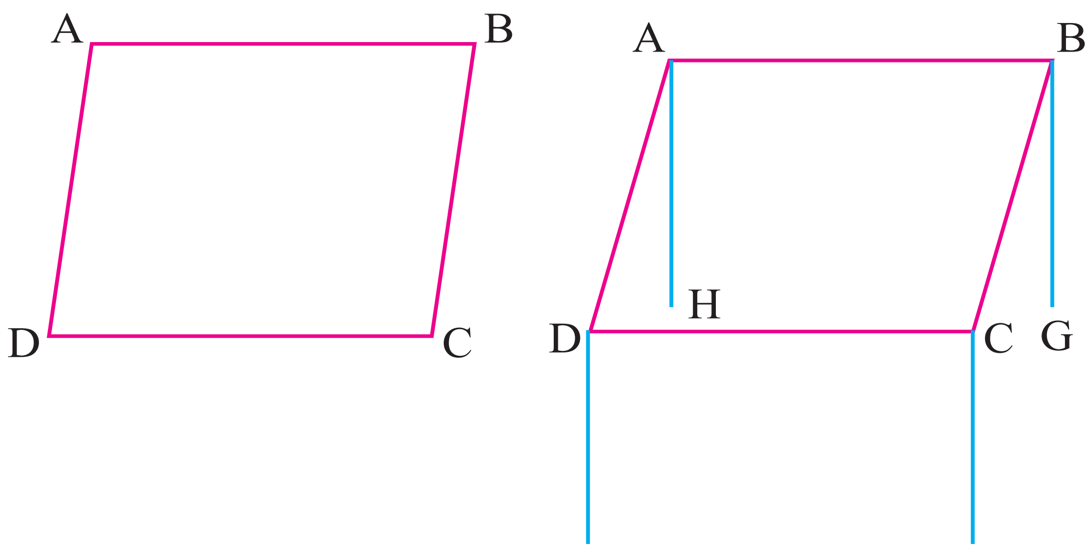
4. ഒരു സമചതുർഭുജത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം 4000 മീ^{2} ആണ്. ഒരു വികർണ്ണത്തിന്റെ നീളം 100 മീറ്റർ ആയാൽ മറ്റേ വികർണ്ണത്തിന്റെ നീളം കാണക്കാക്കുക.

5. ഒരു നിലം സമചതുർഭുജത്തിന്റെ ആകൃതിയിലുള്ളതാണ്. അതിന്റെ വികർണ്ണങ്ങളുടെ നീളങ്ങൾ യഥാക്രമം 70 മീ, 80 മീ ആയാൽ ആ നിലം നിരപ്പാക്കുന്നതിന് ചതുരശ്രമീറ്ററിന് 3 രൂപ നിരക്കിൽ എത്ര രൂപ ചെലവാകും ?

ഓർമ്മിക്കേണ്ട വസ്തുതകൾ

ചിത്രം	വിസ്തീർണ്ണം	സൂത്രം
	$\frac{1}{2} \times$ ആധാരം $\times$ ഉയരം	$\frac{1}{2} \times b \times h$ ച. മാത്രകൾ
 ചതുർഭുജം	$\frac{1}{2} \times$ വികർണ്ണം $\times$ (എതിർ ചതുർഭുജം ശീർഷങ്ങളിൽ നിന്നും വികർണ്ണത്തിലേയ്ക്കുള്ള ലംബങ്ങളുടെ തുക)	$\frac{1}{2} \times d \times (h_1 + h_2)$ ച. മാത്രകൾ
 സമാന്തരികം	ആധാരം $\times$ ഉന്നതി	bh ച. മാത്രകൾ
 സമചതുർഭുജം (സമപാർശ്വ സമാന്തരികം)	$\frac{1}{2} \times$ വികർണ്ണങ്ങളുടെ ഗുണനഫലം	$\frac{1}{2} \times d_1 \times d_2$ ച. മാത്രകൾ

3 ജ്യാമിതി



ചിത്രം. *3.1*

3.1 സമാന്തര രേഖകൾ

ഒരു മേശയെ നോക്കുക.

ABCD എന്ന മേശയുടെ മുകൾ ഭാഗം സമതലമാണ്. രേഖാഖണ്ഡങ്ങളോ, ബിന്ദുക്കളോ നിങ്ങൾക്ക് കാണാൻ കഴിയുന്നുവോ ? അതെ.

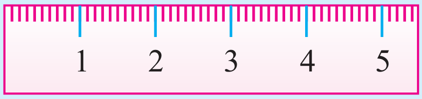
ഈ രേഖാഖണ്ഡങ്ങൾ AB യും BC യും B എന്ന ബിന്ദുവിൽ യോജിക്കുന്നു. ഏത് രേഖകളാണ് A, C , D യിൽ യോജിക്കുന്നത്? AD , CD എന്നീ രേഖാഖണ്ഡങ്ങൾ ഛേദിക്കുന്നുവോ?

AB , CD എന്നീ രേഖാഖണ്ഡങ്ങളെ എത്ര നീട്ടിയാലും അവ പരസ്പരം യാതൊരു ബിന്ദുവിലും പ്രതിഛേദിക്കുന്നില്ല, എങ്കിൽ ആ രേഖകളെ സമാന്തരരേഖകൾ എന്നു പറയുന്നു. AD , BC എന്നീ രേഖാഖണ്ഡങ്ങൾ സമാന്തര രേഖകളാണ്. അതുപോലെ AB , CD മറ്റൊരു ജോടി സമാന്തര രേഖകളാണ്.

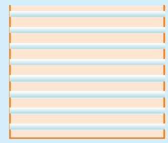
AB , CD എന്നിവ രണ്ട് സമാന്തര രേഖകളാകുന്നു. ഇതിനെ AB || CD എന്ന് എഴുതാം.

നിങ്ങൾക്കറിയാമോ

താഴെ തന്നിട്ടുള്ളവ സമാന്തര രേഖകൾക്ക് ഉദാഹരണങ്ങളാണ്.

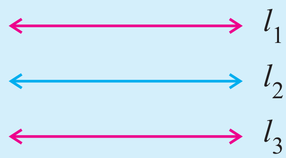


സ്കെയിലിന്റെ എതിർവക്കുകൾ



ജനലിന്റെ കുറുകെയുള്ള കമ്പികൾ

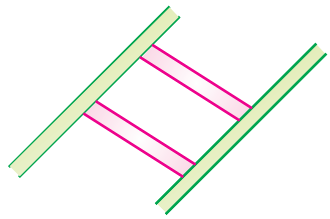
നിങ്ങൾക്കറിയാമോ



l_1, l_2, l_3 സമാന്തരമാകുന്നു.

പരസ്പരം സംഗമിക്കാത്ത രണ്ട് രേഖകളെ സമാന്തര രേഖകൾ എന്നു പറയുന്നു.

ചിത്രത്തിൽ രണ്ടു സമാന്തരരേഖകൾക്കിടയിലുള്ള ലംബദൂരം എല്ലാ സ്ഥലത്തും ഒന്നുപോലെയായിരിക്കും.

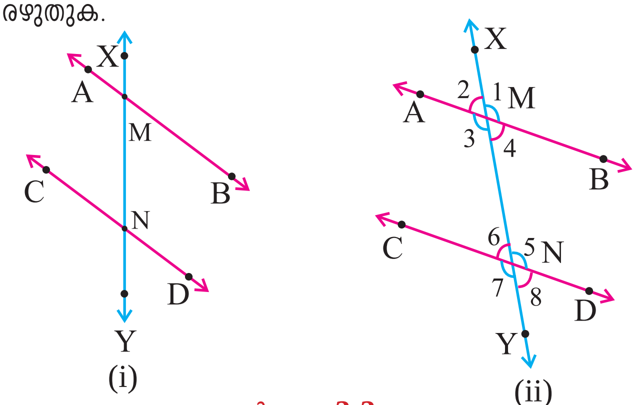


ചിത്രം. *3.2*

3.2 ഛേദകരേഖ

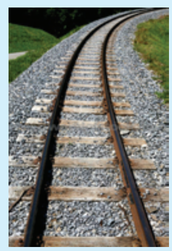
രണ്ടോ അതിൽ കൂടുതലോ സമാന്തര രേഖകളെ ഛേദിക്കുന്ന ഒരു നേർരേഖയെ ഛേദകരേഖ എന്നു പറയുന്നു.

ഛേദകരേഖകൾ കൊണ്ടുണ്ടാകുന്ന കോണുകളുടെ പേരെഴുതുക.



ചിത്രം. *3.3*

നിങ്ങൾക്കറിയാമോ



തന്നിട്ടുള്ള ചിത്രത്തിൽ നിന്നും ഛേദക രേഖയുടെ ഏകദേശ രൂപം മനസ്സിലാക്കാം. റയിൽപാളം ധാരാളം രേഖകളെ ഛേദിക്കുന്നത് നിങ്ങൾക്ക് കാണാം.

(ചിത്രം 3.3 (i))ൽ AB , CD ഒരു ജോടി സമാന്തര രേഖകൾ, XY എന്ന ഛേദകരേഖ AB, CD എന്നിവയെ M, N ൽ ഛേദിക്കുന്നു.

(ചിത്രം 3.3 (ii)) ൽ ഒരു ജോടി സമാന്തരരേഖകളെ ഒരു നേർരേഖ ഛേദിക്കുമ്പോൾ ഉണ്ടാകുന്ന 1 മുതൽ 8 വരെയുള്ള കോണുകളെ അടയാളപ്പെടുത്തിയിരിക്കുന്നു. ഈ കോണുകളെ നമുക്ക് നോക്കാം.

1. ഉൾകോണുകൾ

AB, CD എന്നീ രേഖകൾക്കിടയിൽ രേഖാഖണ്ഡം MN ഉണ്ടാക്കുന്ന കോണുകളെ ഉൾകോണുകൾ എന്നു പറയുന്നു. (ചിത്രം. 3.3 (ii)) $\angle 3, \angle 4, \angle 5, \angle 6$ എന്നിവ ഉൾകോണുകളാണ്.

2. ഏകാന്തര ഉൾകോണുകൾ

രണ്ട് സമാന്തരരേഖകളെ ഒരു രേഖ ഛേദിക്കുമ്പോൾ നാല് ഉൾകോണുകൾ ഉണ്ടാകുന്നു. ഈ ഉൾകോണുകളിൽ ഛേദകത്തിന്റെ എതിർ വശങ്ങളിലായി ഉണ്ടാകുന്ന രണ്ട് ജോടി കോണുകളെ ഏകാന്തര ഉൾകോണുകൾ എന്നുപറയുന്നു.

ചിത്രം 3.3 (ii) ൽ $\angle 3$ ഉം $\angle 5$, $\angle 4$ ഉം $\angle 6$ ഉം ഏകാന്തര ഉൾകോണുകൾ

3. ബാഹ്യകോണുകൾ

MN എന്ന രേഖാഖണ്ഡത്തിലല്ലാതെ പുറത്ത് ഉണ്ടാകുന്ന എല്ലാ കോണുകളെയും ബാഹ്യകോണുകൾ എന്നു പറയുന്നു. ചിത്രം 3.3 (ii) ൽ $\angle 1$ ഉം $\angle 2$ ഉം, $\angle 7$ ഉം $\angle 8$ ഉം, ബാഹ്യകോണുകളാകുന്നു.

4. ബാഹ്യ ഏകാന്തര കോണുകൾ

രണ്ടു സമാന്തര രേഖകളെ ഒരു രേഖ ഛേദിക്കുമ്പോൾ നാല് ബാഹ്യകോണുകൾ ഉണ്ടാകുന്നു. ബാഹ്യകോണുകളിൽ എതിർവശങ്ങളിലുണ്ടാകുന്ന രണ്ട് ജോടി കോണുകളെ ബാഹ്യഏകാന്തര കോണുകൾ എന്നു പറയുന്നു.

ചിത്രം 3.3 (ii) ൽ, $\angle 1$ ഉം $\angle 7$ഉം, $\angle 2$ ഉം $\angle 8$ ഉം ബാഹ്യഏകാന്തര കോണുകളാണ്.

5. സമസ്ഥാനീയ കോണുകൾ

ഒരു ഛേദകത്തിന്റെ ഒരേ വശത്തുണ്ടാകുന്ന ഒരു ജോടി കോണുകളിൽ ഒന്നിനെ ആന്തരകോണെന്നും മറ്റൊന്നിനെ ബാഹ്യകോണെന്നും പറയുന്നു. ഈ രണ്ടു കോണുകളും ചേർന്നാൽ രേഖീയ കോൺ രൂപാന്തരപ്പെടുന്നില്ല. ഇത്തരം കോണുകളെ സമസ്ഥാനീയ കോണുകൾ എന്നു പറയുന്നു.

ചിത്രം 3.3 (ii) ൽ, $\angle 1$ ഉം $\angle 5$ ഉം, $\angle 2$ ഉം $\angle 6$ ഉം, $\angle 3$ ഉം $\angle 7$ ഉം, $\angle 4$ ഉം $\angle 8$ ഉം ഓരോ ജോടി സമസ്ഥാനീയ കോണുകൾ ആകുന്നു.

ഛേദകത്തിന്റെ ഒരേ വശത്തുള്ള കോണുകൾ $\angle 6$ ഉം $\angle 7$ ഉം ആകുന്നു. $\angle 6$ ആന്തരകോണും $\angle 7$ ബാഹ്യകോണും. എന്നാൽ $\angle 6$ ഉം $\angle 7$ ചേർന്നാൽ അതൊരു സമസ്ഥാനീയ കോണാകുന്നില്ല. അവ രേഖീയകോൺ ആകുന്നു.

നമുക്കിപ്പോൾ കോണുകളുടെ പട്ടിക തയ്യാറാക്കാം.

a	ഉൾകോണുകൾ	$\angle 3, \angle 4, \angle 5, \angle 6$
b	ആന്തരകോണുകൾ	$\angle 1, \angle 2, \angle 7, \angle 8$
c	സമസ്ഥാനീയ കോണുകളുടെ ജോടികൾ	$\angle 1$ ഉം $\angle 5$; $\angle 2$ ഉം $\angle 6$ $\angle 3$ ഉം $\angle 7$; $\angle 4$ ഉം $\angle 8$
d	ഏകാന്തര ഉൾകോണുകളുടെ ജോടികൾ	$\angle 3$ ഉം $\angle 5$; $\angle 4$ ഉം $\angle 6$
e	ഏകാന്തര ബാഹ്യകോണുകളുടെ ജോടികൾ	$\angle 1$ ഉം $\angle 7$; $\angle 2$ ഉം $\angle 8$
f	ഛേദകത്തിന്റെ ഒരേ വശത്തുണ്ടാകുന്ന ഉൾകോണുകളുടെ ജോടികൾ	$\angle 3$ ഉം $\angle 6$; $\angle 4$ ഉം $\angle 5$

ശ്രമിച്ചുനോക്കുക

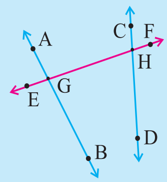
കോണുകളുടെ പേര് പറയുക.

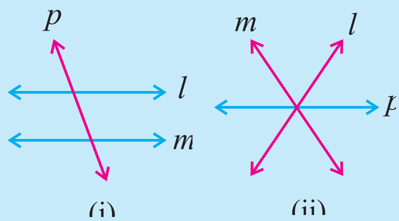
a) ഏതെങ്കിലും രണ്ട് ഉൾകോണുകൾ____ ഉം_____ആകുന്നു.

b) ഏതെങ്കിലും രണ്ട് ബാഹ്യകോണുകൾ ____ ഉം_____ ആകുന്നു.

c) ഒരുജോടി ആന്തരകോണുകൾ ______ ഉം ______ ആകുന്നു.

d) ഒരു ജോടി സമസ്ഥാനീയ കോണുകൾ ______ ഉം ______ ആകുന്നു.



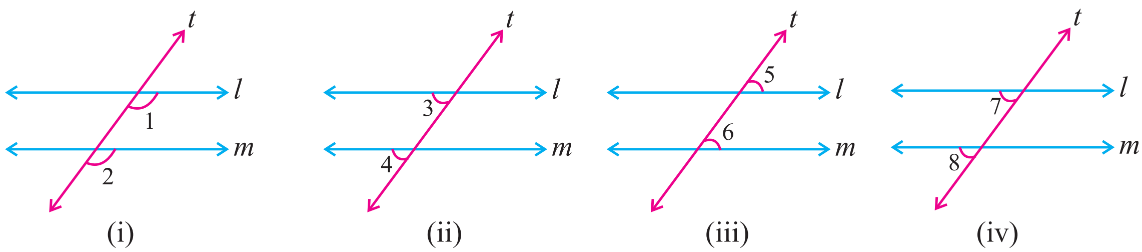


ചിത്രം (i) ൽ p എന്നത് l, mന്റെ ഛേദകം ചിത്രം (ii) ൽ p എന്നത് l, m ന്റെ ഛേദക രേഖ അല്ല. കാരണം പറയാമോ ?

സമാന്തര രേഖകളെ ഒരു ഛേദകം ഛേദിക്കുമ്പോൾ ഉണ്ടാകുന്ന ഗുണങ്ങൾ

പ്രവർത്തനം 1 :

ഒരു കഷ്ണം വെള്ള കടലാസ് എടുക്കുക 'l' , 'm' എന്ന രണ്ട് സമാന്തര രേഖകൾ (കട്ടിയായ നിറത്തിൽ) വരയ്ക്കുക. 't' എന്ന ഛേദകരേഖ വരയ്ക്കുക. $\angle 1$, $\angle 2$ കുറിക്കുക. ചിത്രം (3.4) ൽ കാണുന്നതുപോലെ



ചിത്രം. 3.4

നേർത്ത കടലാസിനെ വരക്കപ്പെട്ടിട്ടുളള ചിത്രത്തിനുമേൽ വയ്ക്കുക 'l', 'm', 't'. എന്നീ രേഖകളെ നേർത്തപേപ്പറിൽ അടയാളപ്പെടുത്തുക. പതുക്കെ പതുക്കെ നേർത്ത പേപ്പറിനെ 'm' ൽ കൂടെ 'l' എത്തുന്നതുവരെ നീക്കുക. അവസാനം 'm' വരെ ഒന്നിനോടൊന്ന് പൊരുത്തപ്പെടുത്തി വയ്ക്കുക.

ഇതിൽ നിന്നും നിങ്ങൾ മനസ്സിലാക്കാവുന്നത് നേർത്തപേപ്പറിലെ $\angle 1$ എന്ന കോൺ യഥാർത്ഥ ചിത്രത്തിലെ $\angle 2$ എന്ന കോണിന് പൊരുത്തപ്പെടുന്നു. ഈ പ്രക്രിയയിൽ നിന്നും നമുക്ക് താഴെപറയുന്ന വസ്തുതകൾ മനസ്സിലാക്കാം.

(i) $\angle 1 = \angle 2$ (ii) $\angle 3 = \angle 4$ (iii) $\angle 5 = \angle 6$ (iv) $\angle 7 = \angle 8$

ഇതിൽ നിന്നും താഴെ പറയുന്നവ മനസ്സിലാക്കാം.

രണ്ടു സമാന്തര രേഖകളെ ഒരു ഛേദകം ഛേദിക്കുമ്പോഴുണ്ടാകുന്ന,

(a) ഓരോ ജോടി സമസ്ഥാനീയ കോണുകൾ തുല്യമാണ്.

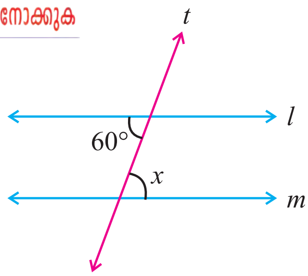
(b) ഓരോ ജോടി ഏകാന്തരകോണുകൾ തുല്യമാണ്.

(c) ഓരോ ജോടി ഉൾകോണുകൾ സംപൂരകങ്ങളായിരിക്കും. (അതായത് 180^0)

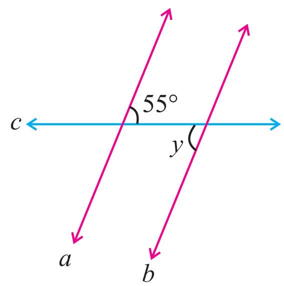
ശ്രമിച്ചുനോക്കുക

രണ്ട് സമാന്തര രേഖകൾ വരയ്ക്കുക. അതിനെ ഒരു ഛേദകം കൊണ്ട് ഛേദിക്കുക. എന്നിട്ട് മേൽപറഞ്ഞ മൂന്ന് പ്രസ്താവനകൾ ശരിയാണോ എന്ന് ഓരോ കോണുകളും അളന്ന് ശരി നോക്കുക.

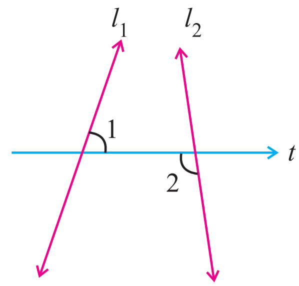
ശ്രമിച്ചുനോക്കുക



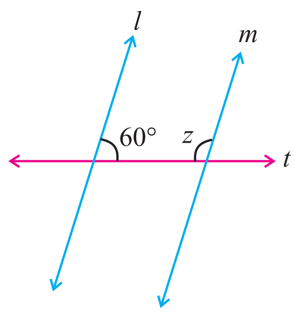
രേഖകൾ $l \parallel m$, t ഒരു ഛേദകം, $\angle x = ?$



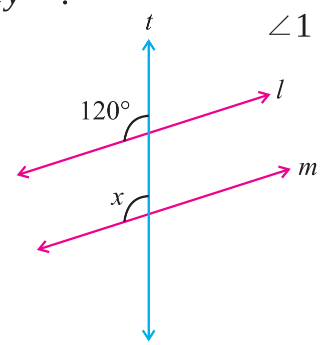
രേഖകൾ $a \parallel b$, c ഒരു ഛേദകം, $\angle y = ?$



l_1, l_2 എന്നിവ രണ്ടു രേഖകളും t ഒരു ഛേദകം. $\angle 1 = \angle 2$?



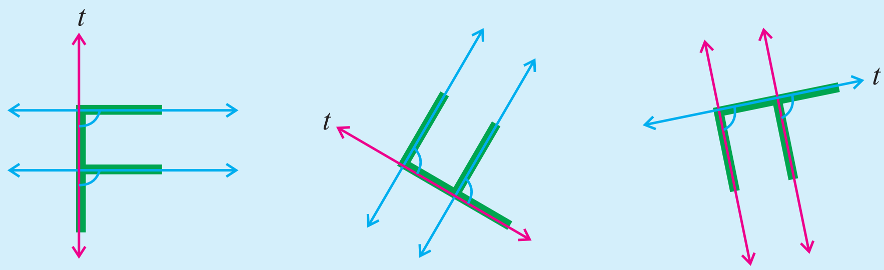
രേഖകൾ $l \parallel m$, t ഒരു ഛേദകം, $\angle z = ?$



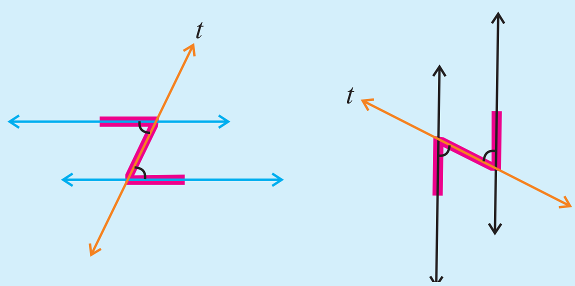
രേഖകൾ $l \parallel m$, t ഒരു ഛേദകം, $\angle x = ?$

നിങ്ങൾക്കറിയാമോ

ചിത്രത്തിൽ F ആകൃതിയിൽ ഉൾപ്പെടുന്ന കോണുകൾ സമസ്ഥാനീയ കോണുകൾ ആകുന്നു.



Z - ആകൃതിയിൽ ഉൾപ്പെടുന്ന കോണുകൾ ഏകാന്തരകോണുകൾ ആകുന്നു.

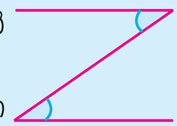


ശ്രമിച്ചുനോക്കുക

ഒരു ഷീറ്റ് പേപ്പർ എടുത്ത് അതിനെ രണ്ട് സമാന്തരരേഖകൾ കിട്ടത്തക്കവിധത്തിൽ മടക്കുക. വീണ്ടും അതിനെ ഒരു ഛേദക രേഖ വരത്തക്കവിധത്തിൽ കുറുകെ മടക്കുക. മടക്കിയ വശങ്ങളെ നന്നായി അമർത്തിയിട്ട് പേപ്പറിനെ നിവർത്തുക. അതിൽ രണ്ടു സമാന്തരരേഖകളും ഒരു ഛേദകവും ഉള്ള തായി നിങ്ങൾ കാണുന്നു. കോണുകളെ അളന്നു നോക്കുക. സമാന്തരരേഖകളെ ഒരു ഛേദകം ഛേദിക്കുമ്പോൾ ഉണ്ടാകുന്ന കോണുകളുടെ ഗുണങ്ങൾ ശരി നോക്കുക.

നിങ്ങൾക്കറിയാമോ

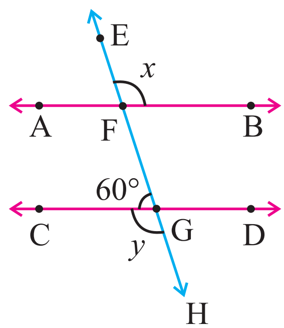
സമാന്തര രേഖകൾ പരിശോധിക്കുക: അക്ഷരം Z നെ നോക്കുക.



ഏകാന്തര കോണുകൾ സമമായതു കൊണ്ട് തിരശ്ചീന രേഖകൾ സമാന്തരം.

ഉദാഹരണം *3.1*

തന്നിട്ടുള്ള ചിത്രത്തിൽ നിന്നും ∠CGH ഉം ∠BFE യും കാണുക.



നിർദ്ധാരണം:

ചിത്രത്തിൽ AB || CD , EH ഛേദകം.

$\angle FGC = 60^\circ$ (തന്നിരിക്കുന്നു.)

$y = \angle CGH = 180^\circ - \angle FGC$ (∠CGH, ∠FGC ഒരേ രേഖയിലുള്ള സമീപകോണുകൾ)

$= 180^\circ - 60^\circ$

$= 120^\circ$

$\angle CGF = \angle EFA = 60^\circ$ (സമസ്ഥാനീയ കോണുകൾ)

$\angle EFA + \angle BFE = 180^\circ$ (ഒരു രേഖയിലുള്ള സമീപകോണുകളുടെ തുക 180°)

$60^\circ + x = 180^\circ$

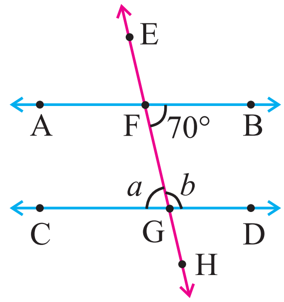
$x = 180^\circ - 60^\circ$

$= 120^\circ$

$x = \angle BFE = 120^\circ$

$y = \angle CGH = 120^\circ$

ഉദാഹരണം 3.2



തന്നിട്ടുള്ള ചിത്രത്തിൽ നിന്നും $\angle CGF$ ഉം $\angle DGF$ ഉം കാണുക.

നിർദ്ധാരണം:

ചിത്രത്തിൽ AB || CD യും സമാന്തരരേഖകൾ, EH ഛേദകം.

$\angle GFB = 70°$ (തന്നിരിക്കുന്നു.)

$\angle FGC = a = 70°$ ($\angle GFB$ ഉം $\angle CGF$ സമം. ഏകാന്തര ഉൾകോണുകൾ)

$\angle CGF + \angle DGF = 180°$ (നേർരേഖയിലുള്ള സമീപ കോണുകളുടെ തുക 180°)

$a + b = 180°$

$70 + b = 180°$

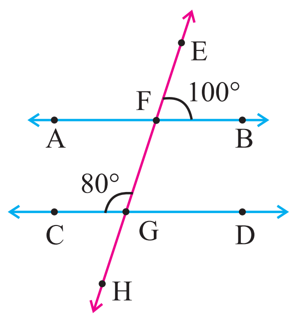
$b = 180° - 70°$

$= 110°$

$\angle CGF = a = 70°$

$\angle DGF = b = 110°$

ഉദാഹരണം 3.3



തന്നിട്ടുള്ള ചിത്രത്തിൽ, $\angle BFE = 100°$

$\angle CGF = 80°$ എങ്കിൽ

i) $\angle EFA$, ii) $\angle DGF$,

iii) $\angle GFB$, iv) $\angle AFG$, v) $\angle HGD$ എന്നിവ കാണുക ?

നിർദ്ധാരണം:

$\angle BFE = 100°$, $\angle CGF = 80°$ (തന്നിരിക്കുന്നു.)

i) $\angle CGF = \angle EFA = 80°$ (സമസ്ഥാനീയ കോണുകൾ)

ii) $\angle DGF = \angle BFE = 100°$ (സമസ്ഥാനീയ കോണുകൾ തുല്യം)

iii) $\angle GFB = \angle CGF = 80°$ (ഏകാന്തര ഉൾകോണുകൾ തുല്യം)

iv) $\angle AFG = \angle BFE = 100°$ (സമസ്ഥാനീയ കോണുകൾ $\angle CGH$ യും $\angle AFG$ യും തുല്യം)

v) $\angle HGD = \angle CGF = 80°$ (സമസ്ഥാനീയ കോണുകൾ തുല്യം)

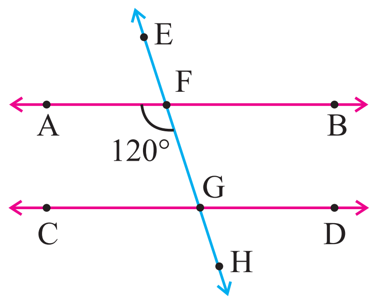
ഉദാഹരണം 3.4

ചിത്രത്തിൽ, AB || CD, ∠AFG = 120° എങ്കിൽ

(i) ∠DGF

(ii) ∠GFB

(iii) ∠CGF



നിർദ്ധാരണം:

ചിത്രത്തിൽ, AB || CD , EH ഛേദകം

(i) ∠AFG = 120° (തന്നിരിക്കുന്നു)

∠DGF = ∠AFG = 120° (ഏകാന്തര ഉൾകോണുകൾ തുല്യം)

∴ ∠DGF = 120°

(ii) ∠AFG + ∠GFB = 180° (ഒരു രേഖയിലുള്ള സമീപകോണുകളുടെ തുക 180°)

120° + ∠GFB = 180°

∠GFB = 180° – 120°

= 60°

(iii) ∠AFG + ∠CGF = 180°

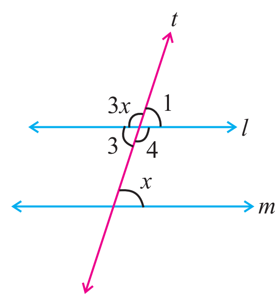
120° + ∠CGF = 180° (ഒരു രേഖയിലുള്ള സമീപകോണുകളുടെ തുക 180°)

∠CGF = 180° – 120°

= 60°

ഉദാഹരണം 3.5

ചിത്രത്തിൽ $l \parallel m$ എങ്കിൽ x കാണുക.



നിർദ്ധാരണം:

ചിത്രത്തിൽ, $l \parallel m$

$\angle 3 = x$ (ഏകാന്തര ഉൾകോണുകൾ തുല്യം)

$3x + x = 180°$ (ഒരു രേഖയിലുള്ള സമീപകോണുകളുടെ തുക 180°)

$4x = 180°$

$x = \frac{180^0}{4}$

$= 45°$

അഭ്യാസം 3.1

1. ശരിയായ ഉത്തരം തെരഞ്ഞെടുക്കുക.

i) രണ്ട് രേഖകളെ ഒരു ഛേദകം ഛേദിക്കുമ്പോൾ ഉണ്ടാകുന്ന കോണുകളുടെ എണ്ണം

(A) 4 (B) 6 (C) 8 (D) 12

ii) ഒരു ഛേദകം രണ്ടു രേഖകളെ ഛേദിക്കുകയാണെങ്കിൽ ആ രേഖകൾ

(A) സമാന്തരം (B) സമാന്തരം അല്ല

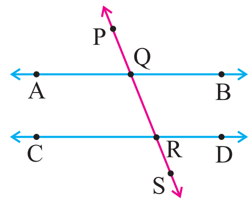
(C) സമാന്തരവും അല്ലാതേയും (D) ലംബം

iii) രണ്ട് സമാന്തരരേഖകളെ ഒരു ഛേദകം ഛേദിക്കുമ്പോൾ ഒരേ വശത്തുണ്ടാകുന്ന ഏകാന്തര ഉൾകോണുകളുടെ തുക

(A) 90° (B) 180° (C) 270° (D) 360°

iv) തന്നിട്ടുള്ള ചിത്രത്തിൽ

$\angle BQR$, $\angle QRC$ ഒരു ജോടി



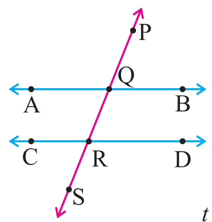
(A) ശീർഷാഭിമുഖ കോണുകൾ

(B) ബാഹ്യ കോണുകൾ

(C) ഏകാന്തര ഉൾകോണുകൾ

(D) സമസ്ഥാനീയ കോണുകൾ

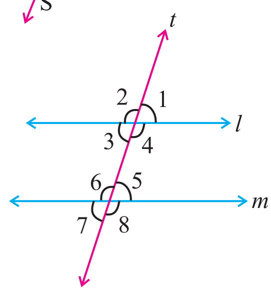
v) തന്നിട്ടുള്ള ചിത്രത്തിൽ $\angle SRD = 110°$ എങ്കിൽ $\angle BQP$ യുടെ അളവ്



(A) 110° (B) 100°

(C) 80° (D) 70°

2. തന്നിട്ടുള്ള ചിത്രത്തിൽ ഓരോ പ്രസ്താവനകളിലും ഉപയോഗിച്ചിട്ടുള്ള ഗുണങ്ങൾ എഴുതുക.

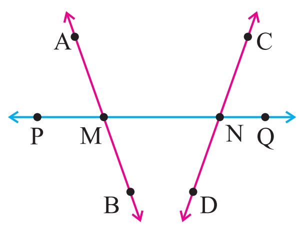


(i) $l \parallel m$ ആയാൽ $\angle 1 = \angle 5$.

(ii) $\angle 4 = \angle 6$ ആയാൽ $l \parallel m$.

(iii) $\angle 4 + \angle 5 = 180°$ ആയാൽ $l \parallel m$.

3. താഴെ തന്നിട്ടുള്ള കോണുകൾ ചിത്രത്തിൽ നിന്നും കണ്ടുപിടിച്ചെഴുതുക.



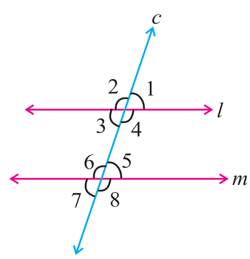
(i) $\angle AMN$ - ന്റെ എതിർ കോൺ

(ii) $\angle CNQ$ - ന്റെ ഏകാന്തരകോൺ

(iii) $\angle BMP$ - ന്റെ സമസ്ഥാനീയകോൺ

(iv) $\angle BMN$ - ന്റെ സമസ്ഥാനീയകോൺ

4. ചിത്രത്തിൽ നിന്നും കണ്ടെത്തുക.



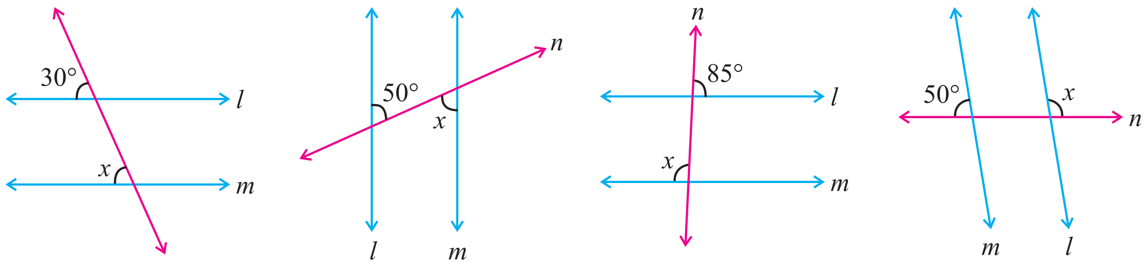
(i) ഒരു ജോടി സമസ്ഥാനീയ കോണുകൾ

(ii) ഒരു ജോടി ഏകാന്തര ഉൾകോണുകൾ.

(iii) ഛേദകത്തിന്റെ ഒരേ വശത്തുള്ള ഒരു ജോടി ഉൾകോണുകൾ

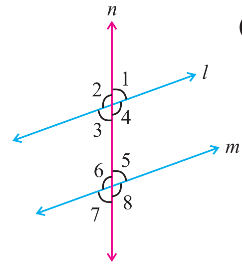
(iv) ശീർഷാഭിമുഖ കോണുകൾ.

5. $l \parallel m$ ആയാൽ ചിത്രങ്ങളിലെ x-ന്റെ അളവുകൾ കാണുക ?

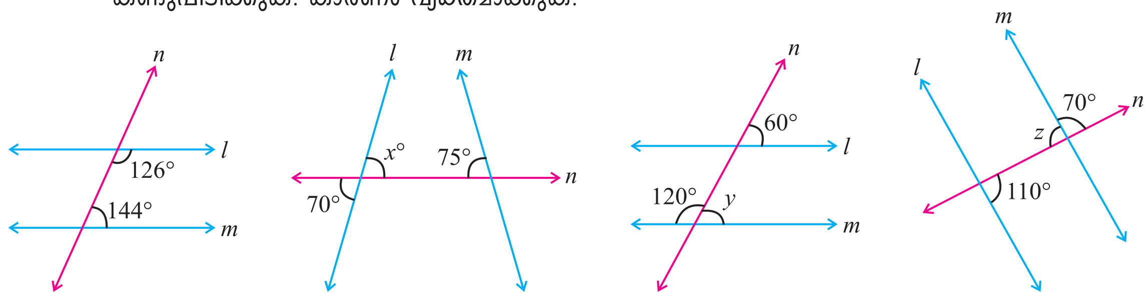


(i) (ii) (iii) (iv)

6. $l \parallel m$, $\angle 1 = 70°$, ആയാൽ $\angle 2$, $\angle 3$, $\angle 4$, $\angle 5$, $\angle 6$, $\angle 7$, $\angle 8$ എന്നിവയുടെ അളവുകൾ കാണുക.

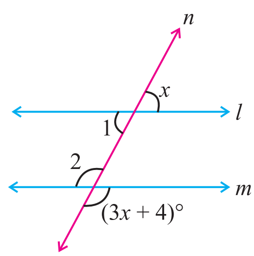


7. ചിത്രങ്ങളിൽ നിന്നും $l \parallel m$ ആണോ അല്ലയോ എന്ന് കണ്ടുപിടിക്കുക. കാരണം വ്യക്തമാക്കുക.



(i) (ii) (iii) (iv)

8. $l \parallel m$ ആയാൽ $\angle 1$, $\angle 2$ എന്നിവയുടെ അളവുകൾ കാണുക.



ഓർമ്മിക്കേണ്ട വസ്തുതകൾ

1. രണ്ട് രേഖകൾ ഏതൊരു ബിന്ദുവിലും സംഗമിക്കുന്നില്ലെങ്കിൽ രേഖകൾ പരസ്പരം സമാന്തരമാണ് എന്നു പറയാം.
2. രണ്ടോ അതിലധികമോ രേഖകളെ വ്യത്യസ്ത ബിന്ദുക്കളിൽ ഒരു രേഖ ഛേദിക്കുകയാണെങ്കിൽ അതിനെ തന്നിട്ടുള്ള രേഖയുടെ ഛേദകം എന്നു പറയുന്നു.
3. രണ്ട് സമാന്തരരേഖകളെ ഒരു ഛേദകം ഛേദിക്കുമ്പോൾ,

   (a) ഓരോ ജോടി സമസ്ഥാനീയ കോണുകൾ തുല്യമാണ്.

   (b) ഓരോ ജോടി ഏകാന്തരകോണുകൾ തുല്യമാണ്.

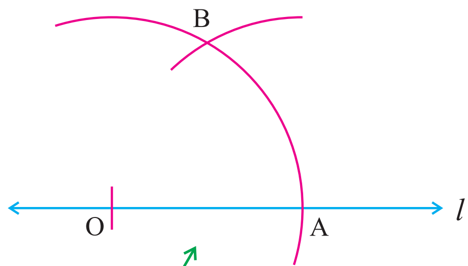
   (c) ഛേദകത്തിന്റെ ഒരേവശത്തുള്ള ഓരോ ജോടി ആന്തരകോണുകൾ സംപൂരകമാണ്.

ഗണിതം

4 പ്രായോഗിക ജ്യാമിതി

4.1 കോണുകൾ 60^0, 30^0, 120^0, 90^0 സ്കെയിലും കോമ്പസ്സും ഉപയോഗിച്ച് നിർമ്മിക്കൽ

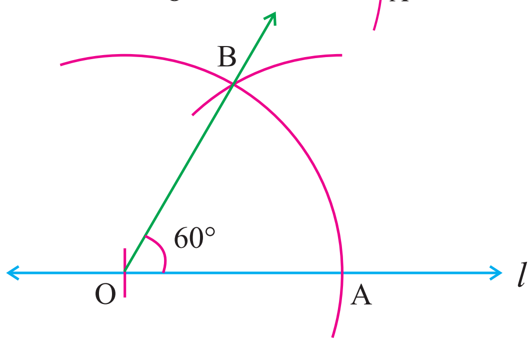
(i) കോൺ 60^0 യുടെ നിർമ്മിതി



വഴി 1 : '*l*' എന്ന ഒരു രേഖ വരച്ച് അതിൽ 'O' എന്ന ഒരു ബിന്ദു അടയാളപ്പെടുത്തുക.

വഴി 2 : 'O' കേന്ദ്രമാക്കി ഏതെങ്കിലും ഒരു വ്യാസാർദ്ധത്തിൽ രേഖ A യിൽ ഛേദിക്കുമാറ് ഒരു ചാപം വരയ്ക്കുക.

വഴി 3 : A കേന്ദ്രമാക്കി അതേ വ്യാസാർദ്ധത്തിൽ നേരത്തെയുള്ള ചാപത്തെ ഖണ്ഡിക്കുമാറ് B - ൽ ഒരു ചാപം വരയ്ക്കുക.

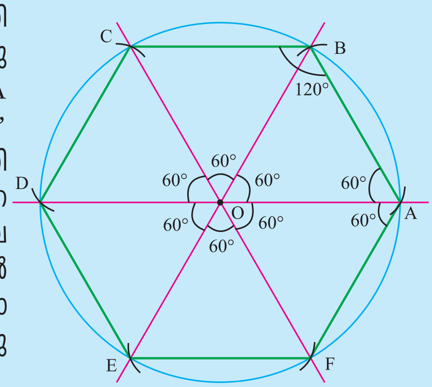


വഴി 4 : OB യോജിപ്പിക്കുക.

$\angle AOB = 60°$

ശ്രമിച്ചുനോക്കുക

ഏതെങ്കിലും വ്യാസാർദ്ധത്തിൽ 'O' കേന്ദ്രമാക്കി ഒരു വൃത്തം വരയ്ക്കുക. 'A' എന്ന ഒരു ബിന്ദു വൃത്ത പരിധിയിൽ കുറിക്കുക. 'A' കേന്ദ്രമാക്കി OA വ്യാസാർദ്ധത്തിൽ ഒരു വൃത്തചാപം വൃത്തത്തിനെ 'B' എന്ന ബിന്ദുവിൽ ഛേദിക്കുന്നു. വീണ്ടും. 'B' കേന്ദ്രമാക്കി അതേ വ്യാസാർദ്ധത്തിൽ ഒരു വൃത്ത ചാപം വൃത്തത്തിനെ 'C' എന്ന ബിന്ദുവിൽ ഛേദിക്കുന്നു. ഇതുപോലെ ആവർത്തിക്കുക. അവസാനത്തെ വൃത്തചാപം 'A' യിൽ ഛേദിക്കുന്നു. A, B, C, D, E , എന്ന ക്രമത്തിൽ എല്ലാ ബിന്ദുക്കളേയും യോജിപ്പിക്കുക. ABCDEF എന്നത് ഒരു ക്രമഷഡ്ഭുജമാണ്.



മുകളിൽ കാണുന്ന ചിത്രത്തിൽ നിന്ന് നമുക്ക് മനസ്സിലാകുന്നത്,

(i) വൃത്ത പരിധിയെ ആറ് തുല്യവൃത്ത ചാപങ്ങളായി വിഭജിക്കുന്നു. കൂടാതെ വൃത്തകേന്ദ്രത്തിൽ 60° കോണിനെ ഉണ്ടാക്കുന്നു. ഞാണുകളുടെ നീളം വ്യാസാർദ്ധത്തിന് തുല്യമാണ് എങ്കിൽ ആ വൃത്തത്തിന്റെ കേന്ദ്രത്തിൽ ഉണ്ടാക്കുന്ന കോൺ 60° ആകുന്നു.

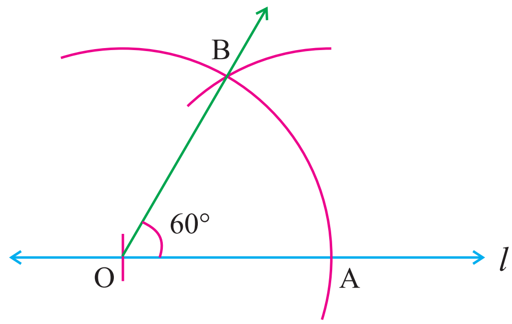
(ii) ഒരു ബിന്ദുവിന് ചുറ്റുമുള്ള കോൺ 360° ആണ്.

(iii) ഒരു ക്രമഷഡ്ഭുജത്തിന് ആറ് സമഭുജത്രികോണങ്ങൾ ഉണ്ട്.

(ii) 30^0 കോണിന്റെ നിർമ്മിതി

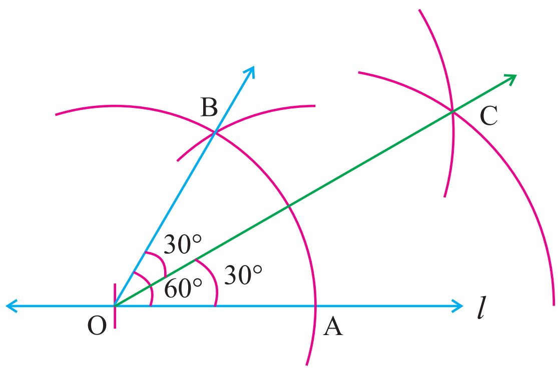
ആദ്യം 60^0 കോൺ നിർമ്മിച്ചിട്ട് അതിന്റെ ദ്വിഭാജകം വരച്ചാൽ 30^0 കോൺ ലഭിക്കും.

വഴി 1 : നിർമ്മിതി (i) ൽ കാണിച്ചിട്ടുള്ളതു പോലെ 60^0 നിർമ്മിക്കുക.



വഴി 2 : 'A' കേന്ദ്രമാക്കി AB യുടെ പകുതിയിലധികം വ്യാസാർദ്ധത്തിൽ $\angle AOB$ യുടെ ഉൾഭാഗത്തായി AB യിൽ ഛേദിക്കത്തക്കവിധം ഒരു ചാപം വരയ്ക്കുക.

വഴി 3 : B കേന്ദ്രമാക്കി അതേ വ്യാസാർദ്ധമുള്ള വൃത്ത ചാപം, ആദ്യം വരച്ച വൃത്ത ചാപത്തിനെ C-ൽ ഛേദിക്കുന്നു. OC-നെ യോജിപ്പിക്കുക.



$\angle AOC = 30°$ ആകുന്നു.

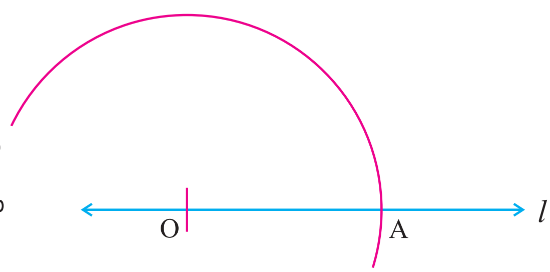
ശ്രമിച്ചുനോക്കുക

നിങ്ങൾ എങ്ങനെ 15^0 കോൺ നിർമ്മിക്കും.

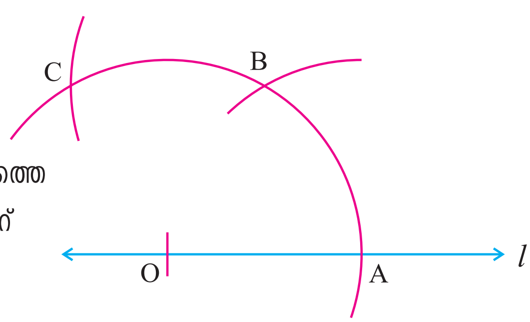
(iii) കോൺ 120^0 യുടെ നിർമ്മിതി

വഴി 1: രേഖ 'l' ൽ 'O' എന്ന ബിന്ദു രേഖപ്പെടുത്തുക.

വഴി 2: 'O' കേന്ദ്രമാക്കി ഏതെങ്കിലും ഒരു വ്യാസാർദ്ധത്തിൽ രേഖ l നെ A യിൽ ഛേദിക്കുമാറ് ഒരു ചാപം വരയ്ക്കുക.



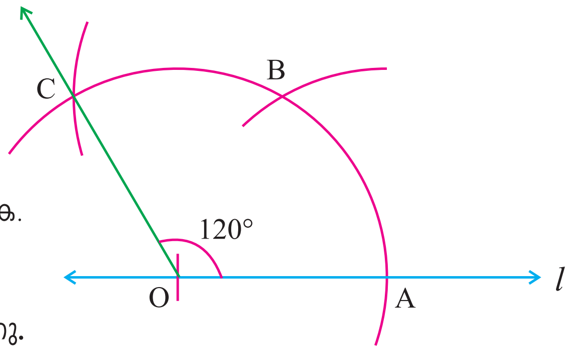
വഴി 3: അതേ വ്യാസാർദ്ധത്തിൽ 'A' കേന്ദ്രമാക്കി മറ്റൊരു ചാപം ആദ്യത്തെ ചാപത്തെ 'B' യിൽ ഛേദിക്കുമാറ് വരയ്ക്കുക.



വഴി 4: അതേ വ്യാസാർദ്ധത്തിൽ 'B' കേന്ദ്രമാക്കി മറ്റൊരുചാപം ആദ്യത്തെ ചാപത്തെ 'C' യിൽ ഛേദിക്കുമാറ് വരയ്ക്കുക.

വഴി 5: OC യോജിപ്പിക്കുക.

$\angle AOC = 120°$ ആകുന്നു.

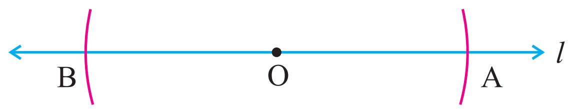


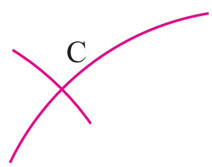
(iv) 90° കോണിന്റെ നിർമ്മിതി

90^0 കോൺ നിർമ്മിക്കുന്നതിന് നമ്മൾ ആദ്യം നേർകോൺ 180^0 യെ ദ്വിഭാജകമാക്കാൻ പോകുന്നു.

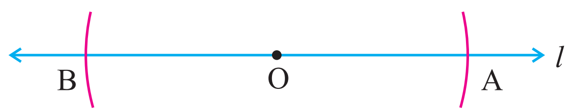
വഴി 1 : ഒരു നേർരേഖ 'l' ൽ 'O' എന്ന ബിന്ദു രേഖപ്പെടുത്തുക.

വഴി 2 : 'O' കേന്ദ്രമാക്കി ഏതെങ്കിലും ഒരു വ്യാസാർദ്ധത്തിൽ രേഖ l നെ A, B എന്നീ ബിന്ദുക്കളിൽ ഛേദിക്കുമാറ് ചാപങ്ങൾ വരയ്ക്കുക.
ഇപ്പോൾ $\angle AOB = 180°$.



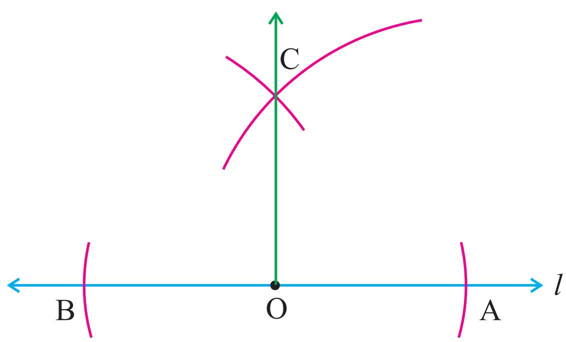


വഴി 3 : A യും B യും കേന്ദ്രങ്ങളാക്കി AB യുടെ പകുതിയിലധികം വ്യാസാർദ്ധത്തിൽ AB യ്ക്കു മുകളിലായി പരസ്പരം 'C' യിൽ ഛേദിക്കുമാറ് ചാപങ്ങൾ വരയ്ക്കുക.



വഴി 4 : OC യോജിപ്പിക്കുക.

$\angle AOC = 90°$ ആകുന്നു.



ശ്രമിച്ചുനോക്കുക

1. **60^0** അളവുള്ള ഒരു കോൺ നിർമ്മിക്കുക. അതിന്റെ പൂരകകോണിന്റെ കോണ ദ്വിഭാജകം കാണുക.
2. സമകോണിനെ മൂന്ന് തുല്യ ഭാഗങ്ങളായി വിഭജിക്കുക.
3. താഴെ തന്നിട്ടുള്ള കോണുകൾ നിർമ്മിക്കുക:
   22½°, 75°, 105°, 135°, 150°

നിങ്ങൾക്കറിയാമോ

തന്നിട്ടുള്ള ഒരു രേഖയുടെ ലംബം ഏതെങ്കിലും ഒരു ബിന്ദുവിൽ വരയ്ക്കുന്നതിന് മറ്റൊരു രീതിയായി സെറ്റ് സ്ക്വയർ രീതി ഉപയോഗിക്കാം.

അഭ്യാസം 4.1

1. താഴെ പറയുന്ന കോണുകൾ സ്കെയിലും കോമ്പസ്സും ഉപയോഗിച്ച് നിർമ്മിക്കുക.

   (i) 60° (ii) 30° (iii) 120° (iv) 90°

ഉത്തരങ്ങൾ

അദ്ധ്യായം 1

അഭ്യാസം 1.1

1.(i) ₹ 360 (ii) ₹ 75 (iii) 325 കി.മീ (iv) 8 (v) 15

2. 100 കി.ഗ്രാം 3. 120 അധ്യാപകർ

4. 80 കി.മീ 5. 216 ച.മീ

6. 26 കി.ഗ്രാം 7. 7.5 മണിക്കൂർ

8. 15 ദിവസം 9. 156 പട്ടാളക്കാർക്ക്

10. 105 പേജുകൾ 11. 40 ദിവസം

അദ്ധ്യായം 2

അഭ്യാസം 2.1

1. (i) 175 സെ.മീ^{2} (ii) 365 സെ.മീ^{2} (iii) 750 സെ.മീ^{2} (iv) 106 സെ.മീ^{2}

2. 40 ടൈൽസ്

3. ത്രികോണാകൃതിയിലുള്ള പുരയിടം

4. മണിക്കാണ് കൂടുതൽ നേട്ടം

5. സമചതുരത്തിനാണ് കൂടുതൽ വിസ്തീർണ്ണം

അഭ്യാസം 2.2

1. (i) 9 സെ.മീ^{2} (ii) 26 സെ.മീ^{2} (iii) 150 സെ.മീ^{2} (iv) 30 സെ.മീ^{2}

2. (i) 24 സെ.മീ^{2} (ii) 3 മീ^{2} (iii) 10.5 മീ^{2}

3. (i) 10 മീ (ii) 20 സെ.മീ (iii) 16.5 മീ

4. (i) 18 മീ (ii) 5 മീ (iii) 8 സെ.മീ

5. വില ₹ 1,820

അഭ്യാസം 2.3

1. 117 സെ.മീ^{2}

2. (i) 67.5 സെ.മീ^{2} (ii) 73 സെ.മീ^{2} (iii) 50.4 സെ.മീ^{2}

3. 150 സെ.മീ^{2} 4. 12 സെ.മീ 5. 18750 സെ.മീ^{2}

അഭ്യാസം 2.4

1. (i) C (ii) C (iii) D

2. (i) 45 സെ.മീ^{2} (ii) 48 സെ.മീ^{2} (iii) 12 സെ.മീ^{2}

3. (i) 252 സെ.മീ^{2} (ii) 180 സെ.മീ^{2} (iii) 241.5 സെ.മീ^{2} (iv) 58.1 സെ.മീ^{2}

4. 112 സെ.മീ^{2} 5. 24300 മീ^{2} 6. 12 സെ.മീ

അഭ്യാസം 2.5

1. (i) C (ii) D (iii) B

2. (i) 90 സെ.മീ^{2} (ii) 118.3 സെ.മീ^{2} (iii) 536.5 സെ.മീ^{2} (iv) 120 സെ.മീ^{2}

3. 96 സെ.മീ^{2} 4. 80 സെ.മീ 5. ₹ 8400

അദ്ധ്യായം 3

അഭ്യാസം 3.1

1. (i) C (ii) C (iii) B (iv) C (v) D

2. (i) സമസ്ഥാനീയകോണുകൾ (ii) ഏകാന്തര ഉൾകോണുകൾ

   (iii) ഛേദകത്തിന്റെ ഒരേ വശത്തുള്ള ഉൾകോണുകളുടെ തുക

3. (i) $\angle PMB$ (ii) $\angle PMB$ (iii) $\angle DNM$ (iv) $\angle DNQ$

4. (i) $\angle 1, \angle 5; \angle 4, \angle 8; \angle 2, \angle 6; \angle 3, \angle 7$ (ii) $\angle 4, \angle 6; \angle 3, \angle 5$

   (iii) $\angle 3, \angle 6; \angle 4, \angle 5$ (iv) $\angle 1, \angle 3; \angle 2, \angle 4; \angle 5, \angle 7; \angle 6, \angle 8$

5. (i) 30° (ii) 50° (iii) 95° (iv) 130°

6. $\angle 1 = 70°, \angle 2 = 110°, \angle 3 = 70°, \angle 4 = 110°$

   $\angle 5 = 70°, \angle 6 = 110°, \angle 7 = 70°, \angle 8 = 110°$

7. (i) l , m ന് സമാന്തരമല്ല. (ഛേദകത്തിന്റെ ഒരേ വശത്തുള്ള ഉൾകോണുകളുടെ തുക 180° അല്ല).

   (ii) l , m ന് സമാന്തരമല്ല. (x = 75°. ഛേദകത്തിന്റെ ഒരേ വശത്തുള്ള ഉൾകോണുകളുടെ തുക 180° അല്ല).

   (iii) l, m ന് സമാന്തരമാണ്. (y = 60°. സമസ്ഥാനീയ കോണുകൾ തുല്യം).

   (iv) l, m ന് സമാന്തരമാണ്. (z = 110° ഏകാന്തര കോണുകൾ തുല്യം).

8. $\angle 1 = 44°$, $\angle 2 = 136°$

'എനിക്കും സാധിക്കും, ഞാൻ ചെയ്തു'
('I can, I did')

വിദ്യാർത്ഥികളുടെ പ്രവർത്തനവിവരസൂചിക

വിഷയം :

ക്രമ നമ്പർ	തിയതി	പാഠഭാഗം	പാഠത്തിന്റെ തലക്കെട്ട്	പ്രവർത്തനം	കുറിപ്പ്