ଉତ୍ପାଦକୀକରଣ (FACTORISATION)

ଅଧ୍ୟାୟ 4

4.1. ଉପକ୍ରମଣିକା (Introduction) :

ପୂର୍ବ ଶ୍ରେଣୀମାନଙ୍କରେ ଗଣନସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କର ଉତ୍ପାଦକ (Factors) ବା ଗୁଣନୀୟକ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବା ଶିଖିଛ ଏବଂ ଏହାର ବ୍ୟବହାରରେ ସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କର ଗରିଷ୍ଠ ସାଧାରଣ ଗୁଣନୀୟକ (ଗ.ସା.ଗୁ.) ଏବଂ ଲଘିଷ୍ଠ ସାଧାରଣ ଗୁଣିତକ (ଲ.ସା.ଗୁ.) ନିର୍ଣ୍ଣୟ କିପରି କରାଯାଏ ସେ ବିଷୟରେ ମଧ୍ୟ ଜାଣିଛ । **ଗଣନ ସଂଖ୍ୟା ବା ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟାକୁ କେତେକ ମୌଳିକ ସଂଖ୍ୟାର ଗୁଣନୀୟକ ଭାବେ ପରିଣତ କରିବାର ପ୍ରଣାଳୀକୁ ଉତ୍ପାଦକୀକରଣ କୁହାଯାଏ ।** ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ, 30 କୁ ଅନ୍ୟ ଗଣନ ସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କର ଗୁଣଫଳ ରୂପେ ପ୍ରକାଶ କଲେ ପାଇବା –

$30 = 1 \times 30 = 2 \times 15 = 3 \times 10 = 5 \times 6 = 2 \times 3 \times 5$

ତେଣୁ 30 ର ଗୁଣନୀୟକ ବା ଉତ୍ପାଦକଗୁଡ଼ିକ ହେଲେ 1,2, 3, 5, 6, 10, 15 ଓ 30 । ଏହି ଉତ୍ପାଦକଗୁଡ଼ିକ ମଧ୍ୟରୁ 2,3 ଏବଂ 5 ହେଉଛନ୍ତି ମୌଳିକ ଉତ୍ପାଦକ । ଅତଏବ 30 କୁ ମୌଳିକ ଗୁଣନୀୟକ ବା ଉତ୍ପାଦକରେ ପ୍ରକାଶ କଲେ ପାଇବା $30 = 2 \times 3 \times 5$

ଏଠାରେ ମନେରଖିବାକୁ ହେବ ଯେ **କୌଣସି ଯୌଗିକ ସଂଖ୍ୟାକୁ ଅନନ୍ୟ ଭାବେ କେତେକ ମୌଳିକ ସଂଖ୍ୟାର ଗୁଣନୀୟକ ଭାବେ ପ୍ରକାଶ କରାଯାଇଥାଏ ।** ଯେପରି $30 = 2 \times 3 \times 5$, $42 = 2 \times 3 \times 7$ ଇତ୍ୟାଦି ।

ବର୍ତ୍ତମାନ ଉକ୍ତ ଅଧ୍ୟାୟରେ ଦୁଇ ବା ଅଧିକ ପଦବିଶିଷ୍ଟ ରାଶିମାନଙ୍କର ବା ପରିପ୍ରକାଶମାନଙ୍କର ଉତ୍ପାଦକ ବିଶ୍ଳେଷଣ ବା ଉତ୍ପାଦକୀକରଣ ନିମିତ୍ତ ବିଭିନ୍ନ ପ୍ରଣାଳୀ ସମ୍ବନ୍ଧରେ ଆଲୋଚନା କରିବା ।

4.2. ଉତ୍ପାଦକ (Factors) ଏବଂ ଉତ୍ପାଦକୀକରଣ (Factorisation) :

ଦୁଇ ବା ଅଧିକ ପଦବିଶିଷ୍ଟ ରାଶିମାନଙ୍କର ଉତ୍ପାଦକୀକରଣର ଆଲୋଚନା ପୂର୍ବରୁ ଆମେ ପ୍ରଥମେ ଗୋଟିଏ ପଦରେ ଥିବା ବିଭିନ୍ନ ଉତ୍ପାଦକ ବା ଗୁଣନୀୟକ ସମ୍ବନ୍ଧରେ ଆଲୋଚନା କରିବା । ଲକ୍ଷ୍ୟ କର $2a^2bc$ ଗୋଟିଏ ପଦବିଶିଷ୍ଟ ବୀଜଗାଣିତିକ ରାଶି । ଏଠାରେ $2a^2bc = 2 \times a \times a \times b \times c$

ଉକ୍ତ ରାଶି $2a^2bc$ ର 2, a, a, b ଏବଂ c ଗୋଟିଏ ଗୋଟିଏ ଉତ୍ପାଦକ ବା ଗୁଣନୀୟକ ।

ସେହିପରି $5xy = 5 \times x \times y$ ହେତୁ 5, x, y ପ୍ରତ୍ୟେକେ 5xy ରାଶିର ଗୋଟିଏ ଗୋଟିଏ ଗୁଣନୀୟକ ।

କୌଣସି ବୀଜଗାଣିତିକ ରାଶି, କେତେକ ମୌଳିକ ସଂଖ୍ୟା ଓ ଅନ୍ୟ କେତେକ ବୀଜଗାଣିତିକ ରାଶିମାନଙ୍କର ଗୁଣଫଳ ସହ ସମାନ ହେଲେ ଉକ୍ତ ସଂଖ୍ୟା ଏବଂ ଉପୃକ୍ତ ରାଶିମାନଙ୍କୁ ଦତ୍ତ ରାଶିର ଗୋଟିଏ ଗୋଟିଏ ଉତ୍ପାଦକ କୁହାଯାଏ ।

ଅନ୍ୟ ପକ୍ଷରେ ଉତ୍ପାଦକୀକରଣ ଏକ ପ୍ରକ୍ରିୟା ଯେଉଁଥିରେ ଆମେ ଦତ୍ତ ବୀଜଗାଣିତିକ ରାଶିକୁ କେବଳ ମୌଳିକ ସଂଖ୍ୟା ବା ମୌଳିକ ଉତ୍ପାଦକ (ଯାହାକୁ ଅନ୍ୟ ଉତ୍ପାଦକର ଗୁଣଫଳ ରୂପେ ପ୍ରକାଶ କରିହେବ ନାହିଁ) ମାନଙ୍କର ଗୁଣଫଳ ରୂପେ ପ୍ରକାଶ କରିପାରିବା ।

4.2.1 ବଣ୍ଟନ ନିୟମ ବ୍ୟବହାର କରି ଉତ୍ପାଦକ ବିଶ୍ଳେଷଣ :

ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ସେଟ୍‌ରେ ବଣ୍ଟନ ନିୟମଟି ହେଲା $\mathbf{x(a+b) = xa + xb}$ ।

ଅନ୍ୟ ପ୍ରକାରରେ ଲେଖିଲେ $\mathbf{xa + xb = x(a + b)}$

ଏଠାରେ x(a+b) ପରିପ୍ରକାଶର x ଏକ ଉତ୍ପାଦକ ଓ a+b ଅନ୍ୟ ଏକ ଉତ୍ପାଦକ ।

ବଣ୍ଟନ ନିୟମଟି ଦୁଇରୁ ଅଧିକ ପଦବିଶିଷ୍ଟ ରାଶି ପାଇଁ ମଧ୍ୟ ପ୍ରଯୁଜ୍ୟ । ଯଥା : $xa + xb + xc = x(a + b+c)$

ମନେରଖ : (i) ପଦମାନଙ୍କର କୌଣସି ସାଧାରଣ ଗୁଣନୀୟକ ନ ଥିଲେ ଏ ପ୍ରଣାଳୀ ପ୍ରଯୁଜ୍ୟ ହେବ ନାହିଁ ।

(ii) ଦ୍ୱିପଦ, ତ୍ରିପଦ ବା ବହୁପଦବିଶିଷ୍ଟ ରାଶି ମଧ୍ୟ ଗୁଣନୀୟକ ହୋଇପାରେ ।

(iii) ସାଧାରଣ ଗୁଣନୀୟକ, ଗୋଟିଏ ସଂଖ୍ୟା ବା ବୀଜଗାଣିତିକ ସଂକେତ ଯଥା : a, b, c, x, y, z ପ୍ରଭୃତି ହୋଇପାରେ ।

ଉଦାହରଣ –1 : $2x + 4$ କୁ ଉତ୍ପାଦକରେ ବିଶ୍ଳେଷଣ କର ।

ସମାଧାନ : $2x + 4 = 2(x + 2)$ (ବଣ୍ଟନ ନିୟମ)

ଉଦାହରଣ –2 : $12a^2b + 15ab^2$ ର ଉତ୍ପାଦକ ବିଶ୍ଳେଷଣ କର ।

ସମାଧାନ : $12a^2b + 15ab^2 = 3ab(4a + 5b)$

ଏଠାରେ 3ab ଏବଂ $4a + 5b$ ର ଗୁଣଫଳ $12a^2b + 15ab^2$ ସହ ସମାନ । ଅତଏବ 3, a, b ଏବଂ (4a+5b) ପ୍ରତ୍ୟେକେ $12a^2b+15ab^2$ ର ଗୋଟିଏ ଗୋଟିଏ ଗୁଣନୀୟକ ବା ଉତ୍ପାଦକ ।

ଉଦାହରଣ –3 : $a^2bc + ab^2c + abc^2$ କୁ ଉତ୍ପାଦକରେ ବିଶ୍ଳେଷଣ କର ।

ସମାଧାନ : $a^2bc + ab^2c + abc^2 = a \times b \times c\,(a + b + c) = abc\,(a + b + c)$

ଏଠାରେ a, b, c ଏବଂ (a + b + c), $a^2bc + ab^2c + abc^2$ ର ଗୋଟିଏ ଗୋଟିଏ ଉତ୍ପାଦକ ଅଟନ୍ତି ।

ଉଦାହରଣ –4 : $14x^4 - 18x^3 + 10x^2$ କୁ ଉତ୍ପାଦକରେ ବିଶ୍ଳେଷଣ କର ।

ସମାଧାନ : $14x^4 - 18x^3 + 10x^2 = 2x^2 (7x^2 - 9x + 5)$

ଉଦାହରଣ –5 : ଉତ୍ପାଦକରେ ବିଶ୍ଳେଷଣ କର ।

(i) $2x (a - b) + 3y (a - b)$ (ii) $2a (x - y) + 5b (y - x)$

ସମାଧାନ : (i) $2x (a - b) + 3y (a - b)$

$= (a - b) (2x + 3y)$ [ଲକ୍ଷ୍ୟ କର: ଏଠାରେ ପଦଦୁଇଟିର ସାଧାରଣ ଗୁଣନୀୟକ $(a - b)$]

(ii) $2a (x - y) + 5b (y - x) = 2a(x - y) + 5b \{-(x-y)\}$

$= 2a (x-y) - 5b (x-y) = (x - y) (2a - 5b)$

[ଲକ୍ଷ୍ୟ କର : $(y - x) = -x+y = -(x-y)$]

ଅନୁଶୀଳନୀ - 4 (a)

ଉତ୍ପାଦକରେ ବିଶ୍ଳେଷଣ କର ।

1. $12x + 36$

2. $8a + 4b$

3. $22y - 33z$

4. $14pq + 35pqr$

5. $10a^2b + 5a$

6. $15a^2bc - 10ab^2c$

7. $8a^3 + 4a^2 + 2a$

8. $30a^3b^3c^3 + 25 a^5b^3c^6 - 15a^6b^6c^6$

9. $7(2x + 5) + 3 (2x + 5)$

10. $5a (2x + 3y) - 2b (2x + 3y)$

11. $8(5x + 9y)^2 + 12 (5x + 9y)$

12. $9a (6a - 5b) - 12a^2 (6a - 5b)$

13. $5 (x - 2y)^2 + 3 (x - 2y)$

14. $6(a + 2b) - 4(a + 2b)^2$

15. $a(a - 1) + b (a - 1)$

16. $(x - y)^2 + (x - y)$

17. $a (x - y) + 2b (y - x) + c (x - y)$

18. $a (b - c) + b (b - c) + c (b - c)$

19. $x^3 (a - 2b) + x^2 (a - 2b)$

20. $4 (x +y) (3a - b) + 6(x + y) (2b - 3a)$

21. $(2x - 3y) (a + b) + (3x - 2y) (a + b)$

22. $a^2 (x + y) + b^2 (x + y) + x^2 (x + y)$

4.2.2 ପଦଗୁଡ଼ିକୁ ଦୁଇ ବା ତତୋଽଧିକ ଭାଗରେ ବିଭକ୍ତ କରି ଉତ୍ପାଦକ ନିର୍ଣ୍ଣୟ :

(Factorisation by grouping method) :

ଚାରି ବା ଅଧିକ ପଦବିଶିଷ୍ଟ ପରିପ୍ରକାଶମାନଙ୍କର ଉତ୍ପାଦକ ବିଶ୍ଳେଷଣ ଉକ୍ତ ପ୍ରଣାଳୀରେ ହୋଇପାରିବ । ଏଠାରେ ବୀଜଗାଣିତିକ ପରିପ୍ରକାଶକୁ ଏପରି ଦୁଇ ବା ତତୋଧିକ ଭାଗରେ ବିଭକ୍ତ କରାଯିବ ଯେପରି ପ୍ରତ୍ୟେକ ଭାଗରୁ ଗୋଟିଏ ସାଧାରଣ ଗୁଣନୀୟକ ମିଳିବ । ଦରକାର ପଡ଼ିଲେ ପଦଗୁଡ଼ିକୁ ପୁନଃସଜ୍ଜୀକରଣ କରିବାକୁ ପଡ଼ିବ । ନିମ୍ନ ଉଦାହରଣଗୁଡ଼ିକୁ ଅନୁଧ୍ୟାନ କର ।

ଉଦାହରଣ –6 : ଉତ୍ପାଦକରେ ବିଶ୍ଳେଷଣ କର :

(i) $ax + by + bx + ay$ (ii) $3m - 6n - am + 2an$

ସମାଧାନ :

ପରିପ୍ରକାଶଟିକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟ କଲେ ଦେଖାଯିବ ଯେ ଏହାର ସାଧାରଣ ଉତ୍ପାଦକ ନାହିଁ । କିନ୍ତୁ ପଦଗୁଡ଼ିକୁ ଅନ୍ୟ ପ୍ରକାରରେ ସଜାଇ ଦେଲେ ପରିପ୍ରକାଶଟିର ଉତ୍ପାଦକୀକରଣ ସହଜ ହେବ ।

(i) $ax + by + bx + ay = ax + bx + ay + by$

(ଏଠାରେ 'x' ଥିବା ପଦ ଓ 'y' ଥିବା ପଦକୁ ଏକତ୍ର ରଖାଗଲା ।)

$= x(a + b) + y(a + b) = (a + b)(x + y)$

ବିକଳ୍ପ ପ୍ରଣାଳୀ : ପଦ ଚାରୋଟି ମଧ୍ୟରୁ 'a' ପଦଥିବା ଏବଂ 'b' ପଦ ଥିବା ପଦମାନଙ୍କୁ ଏକତ୍ର ଲେଖି ମଧ୍ୟ ଉତ୍ପାଦକ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରାଯାଇ ପାରିବ । $ax + by + bx + ay = ax + ay + bx + by = a(x+y) + b(x+y) = (x+y)(a+b)$

(ii) $3m - 6n - am + 2an = 3(m - 2n) - a(m - 2n) = (m - 2n)(3 - a)$

(ଏଠାରେ ପ୍ରଥମ ଓ ତୃତୀୟ ପଦଦ୍ୱୟକୁ ଏବଂ ଦ୍ୱିତୀୟ ଓ ଚତୁର୍ଥ ପଦଦ୍ୱୟକୁ ଦୁଇଟି ଅଲଗା ଅଲଗା ଭାଗରେ ପରିଣତ କରି ଉତ୍ପାଦକ ନିରୂପଣ କରିବାକୁ ଚେଷ୍ଟା କର ।)

ଉଦାହରଣ –7 : ଉତ୍ପାଦକ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର : (i) $2xy + 3 + 2y + 3x$ (ii) $6xy - 4y + 6 - 9x$

ସମାଧାନ :

(i) $2xy + 3 + 2y + 3x = 2xy + 2y + 3x + 3$

$= 2y(x + 1) + 3(x + 1) = (x + 1)(2y + 3)$

(ii) $6xy - 4y + 6 - 9x = 6xy - 9x - 4y + 6$

$= 3x(2y - 3) - 2(2y - 3)$

$= (2y - 3)(3x - 2) = (3x - 2)(2y - 3)$

ଅନୁଶୀଳନୀ - 4 (b)

ଉତ୍ପାଦକରେ ବିଶ୍ଳେଷଣ କର ।

1. $x^2 + xy + 8x + 8y$

2. $pq + pr + q^2 + qr$

3. $ab + db + ac + dc$

4. $pq + qr + pr + r^2$

5. $15xy - 6x + 5y - 2$

6. $ax + bx - ay - by$

7. $15pq + 15 + 9q + 25p$

8. $2a + 6b - 3(a + 3b)^2$

9. $a^2 + 2a + ab + 2b$

10. $x^2 - xz + xy - yz$

11. $a^2 + bc - ba - ac$

12. $2p^2 - pq - 2pr + qr$

13. $x^2 - 3x + 2x - 6$

14. $2x^2 - 5x + 4x - 10$

15. $x^2 - y^2 + x - xy^2$

16. $lm^2 - mn^2 - lm + n^2$

17. $x^3 - 2x^2y + 3xy^2 - 6y^3$

18. $6ab - b^2 + 12ac - 2bc$

19. $x^2 - 11xy - x + 11y$

20. $3ax - 6ay - 8by + 4bx$

4.3 ଦ୍ୱିଘାତ ବିଶିଷ୍ଟ ପଲିନୋମିଆଲ୍‌ର ଉତ୍ପାଦକୀକରଣ ପ୍ରଣାଳୀ :

ଦ୍ୱିଘାତ ବିଶିଷ୍ଟ ପଲିନୋମିଆଲ୍‌ର ସ୍ୱରୂପ ହେଉଛି $x^2 + px + q$ । ଏହାର ମଧ୍ୟମ ପଦ px, ଯେଉଁଥିରେ 'x' ଚଳରାଶି ଓ 'p' ସହଗ । ଏଠାରେ p ଓ q ପ୍ରତ୍ୟେକ ଧ୍ରୁବକ ।

ତୁମେ ଜାଣିଛ $\mathbf{(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab}$

ଅନ୍ୟ ପ୍ରକାରରେ ଲେଖିଲେ $\mathbf{x^2 + (a + b)x + ab = (x+a)(x+b)}$ (ପୂର୍ବ ଅଧ୍ୟାୟରେ ଆଲୋଚିତ ଅଭେଦ)

ତେଣୁ ଯଦି ପରିପ୍ରକାଶଟି $x^2 + px + q$ ରୂପରେ ଥାଏ ଆମେ p କୁ a+b ରୂପେ ଭାଙ୍ଗିବା ଯେପରି କି q = ab ହେବ । ଏଠାରେ ପରିପ୍ରକାଶର ଉତ୍ପାଦକ ଗୁଡ଼ିକ (x + a) ଏବଂ (x + b) ହେବ । ଉତ୍ପାଦକ ବିଶ୍ଳେଷଣ କରିବା ପାଇଁ ନିମ୍ନ ସୋପାନ ଗୁଡ଼ିକୁ ଅବଲମ୍ବନ କରିବା ।

(i) ଦ୍ୱିଘାତ ପରିପ୍ରକାଶକୁ ଅଜ୍ଞାତ ରାଶିର ଘାତର ଅଧଃ କ୍ରମରେ ସଜାଇ ରଖିବାକୁ ହେବ ।

(ii) ଏପରି ଦୁଇଟି ସଂଖ୍ୟା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବାକୁ ହେବ, ଯାହାର ଯୋଗଫଳ ମଧ୍ୟମ ପଦର ସହଗ ସହ ସମାନ ଓ ଗୁଣଫଳ ତୃତୀୟ ପଦ ସହ ସମାନ ହେବ ।

(iii) ବର୍ତ୍ତମାନ ମଧ୍ୟମପଦଟିକୁ ଆମର ଆବଶ୍ୟକତା ଅନୁଯାୟୀ ଦୁଇଟି ପଦରେ ପ୍ରକାଶ କରି ପାରିବା ।

(iv) ବର୍ତ୍ତମାନ ଚାରିପଦ ବିଶିଷ୍ଟ ରାଶିକୁ ଉତ୍ପାଦକରେ ପୂର୍ବ ବର୍ଣ୍ଣିତ ପ୍ରଣାଳୀରେ ବିଶ୍ଳେଷଣ କରିବା ।

ଉଦାହରଣ – 8 : ଉତ୍ପାଦକରେ ବିଶ୍ଳେଷଣ କର ।

(i) $x^2 + 9x + 20$ (ii) $y^2 - 7y + 12$ (iii) $x^2 - x - 30$

ସମାଧାନ : (i) $x^2 + 9x + 20$ କୁ $x^2 + px + q$ ରୂପରେ ପ୍ରକାଶ କରିବା ।

(ଏଠାରେ p = 9 ଓ q = 20 । ଏପରି ଦୁଇଟି ସଂଖ୍ୟା ବାଛିବା, ଯାହାର ଯୋଗଫଳ 9 ଓ ଗୁଣଫଳ 20 ହେବ ।

ଚିନ୍ତାକଲେ ଜାଣିପାରିବା ଯେ ସଂଖ୍ୟା ଦୁଇଟି 4 ଓ 5 ହେବ । ଯେହେତୁ ଗୁଣଫଳ ଧନାତ୍ମକ ଏବଂ ଯୋଗ ବା

ମିଶାଣଫଳ ମଧ୍ୟ ଧନାତ୍ମକ ।)

$\therefore x^2 + 9x + 20 = x^2 + (4 + 5)x + 4 \times 5$ ...(i)

$= x^2 + 4x + 5x + 20 = x(x + 4) + 5(x + 4) = (x + 4)(x + 5)$

ସୋପାନ (i) ରୁ ଆମେ ସିଧାସଳଖ ଉତ୍ପାଦକଦ୍ୱୟ (x + 4) ଓ (x + 5) କୁ ଲେଖିପାରିବା ।

(ii) $y^2 - 7y + 12$

ଏଠାରେ p = –7 ଓ q = 12 ହେତୁ ଆମେ ଏପରି ଦୁଇଟି ସଂଖ୍ୟା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବା, ଯାହାର ଯୋଗଫଳ –7 ଓ ଗୁଣଫଳ 12 ହେବ । ଏଠାରେ ଗୁଣଫଳ ଧନାତ୍ମକ ହେତୁ ସଂଖ୍ୟାଦ୍ୱୟ ଋଣାତ୍ମକ ହେବେ ।∴ ସଂଖ୍ୟା ଦୁଇଟି ହେବ –4 ଓ –3 ।

$y^2 - 7y + 12 = y^2 + \{(-4)+(-3)\}y + (-4)(-3)$............ (ii)

$= y^2 - 4y - 3y + 12 = y(y - 4) - 3(y - 4) = (y - 4)(y - 3)$

ଆମେ ସୋପାନ (ii) ରୁ ସିଧାସଳଖ ଉତ୍ପାଦକଦ୍ୱୟକୁ ଅର୍ଥାତ୍ (y –4) ଏବଂ (y –3) କୁ ଲେଖିପାରିବା ।

(iii) $x^2 - x - 30$

ଏଠାରେ ଗୁଣଫଳ (– 30) ଏବଂ ଯୋଗଫଳ (–1) ହେତୁ ଉଦ୍ଦିଷ୍ଟ ସଂଖ୍ୟାଦ୍ୱୟ – 6 ଏବଂ 5 ।

$x^2 - x - 30 \quad = x^2 + \{(-6) + 5\}\, x + (-6)\, 5$

$= x^2 - 6x + 5x + (-6)\, 5$

$= x\,(x-6) + 5\,(x-6) = (x-6)(x+5)$

ଅନୁଶୀଳନୀ - 4 (c)

ଉତ୍ପାଦକ ବିଶ୍ଳେଷଣ କର ।

1. (i) $a^2 + 8a + 15$ (ii) $x^2 + 5x + 6$ (iii) $x^2 + 7x + 6$

(iv) $x^2 + 8x + 12$ (v) $x^2 + 11x + 24$ (vi) $x^2 + 2x + 1$

2. (i) $p^2 - 10p + 24$ (ii) $x^2 - 8x + 12$ (iii) $x^2 - 7x + 10$

(iv) $x^2 - 9x + 14$ (v) $x^2 + 4x - 21$ (vi) $x^2 - 3x + 2$

3. (i) $a^2 - 4a - 5$ (ii) $x^2 - 11x - 42$ (iii) $x^2 - 4x - 21$

(iv) $x^2 - x - 90$ (v) $x^2 - 2x - 63$ (vi) $x^2 - x - 2$

4. (i) $(a + 1)^2 + 16\,(a + 1) + 60$

ସୂଚନା : $(a + 1)$ କୁ P ରୂପେ ନେଇ ଦତ୍ତ ପରିପ୍ରକାଶକୁ ଲେଖିଲେ ରାଶିଟି ହେବ $P^2 + 16P + 60$ ।

ତତ୍ପରେ ଉତ୍ପାଦକ ବିଶ୍ଳେଷଣ କରାଯାଇପାରିବ ।

(ii) $(a + 3)^2 - 14\,(a + 3) + 45$ (iii) $(x - 2)^2 + 2\,(x - 2) - 8$

5. $(a + 7)(a - 10) + 16$ 6. $(x - 2y)^2 - 5\,(x - 2y) + 6$

4.4 ବିଭିନ୍ନ ଅଭେଦ ସାହାଯ୍ୟରେ ଉତ୍ପାଦକ ନିର୍ଣ୍ଣୟ (Factorisation using different Identities) :

ପୂର୍ବ ଅଧ୍ୟାୟରେ କେତେକ ଅଭେଦର ଧାରଣା ତୁମେମାନେ ପାଇସାରିଛ । ସେଗୁଡ଼ିକୁ ମନେପକାଅ ।

ଉତ୍ପାଦକ ବିଶ୍ଳେଷଣରେ ଆବଶ୍ୟକ ଅଭେଦାବଳୀ ନିମ୍ନରେ ଦିଆଯାଇଛି ।

1. $a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$
2. $a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$
3. $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$
4. $a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca = (a + b + c)^2$
5. $a^2 + b^2 + c^2 - 2ab - 2bc + 2ca = (a - b + c)^2$
6. $a^2 + b^2 + c^2 + 2ab - 2bc - 2ca = (a + b - c)^2$
7. $a^2 + b^2 + c^2 - 2ab + 2bc - 2ca = (a - b - c)^2$

ବଣ୍ଟନ ନିୟମ ବ୍ୟବହାର କରି ଉପରୋକ୍ତ ଅଭେଦଗୁଡ଼ିକର ପ୍ରମାଣ କରିପାରିବ ।

ଉଦାହରଣ –9 : $x^2 + 6xy + 9y^2$ ର ଉତ୍ପାଦକୀକରଣ ଦର୍ଶାଅ ।

ସମାଧାନ :

$x^2 + 6xy + 9y^2 = (x)^2 + 2. x. 3y + (3y)^2$

$= (x+3y)^2 = (x + 3y) (x+3y)$ (ଅଭେଦ – 1)

ଉଦାହରଣ –10 : $4a^2 – 4ab + b^2$ ର ଉତ୍ପାଦକ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ସମାଧାନ : $4a^2 – 4ab + b^2 = (2a)^2 – 2. (2a)b + (b)^2 = (2a – b)^2$

$= (2a –b) (2a –b)$ (ଅଭେଦ – 2)

ଉଦାହରଣ –11 : $9x^2 + 4y^2 + z^2 + 12xy + 6xz + 4yz$ ର ଉତ୍ପାଦକ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ସମାଧାନ : $9x^2 + 4y^2 + z^2 + 12xy + 6xz + 4yz$

$= (3x)^2 + (2y)^2 + (z)^2 + 2(3x)(2y) + 2(3x)(z) + 2(2y)z$

$=(3 + 2y + z)^2$

$=(3x + 2y + z)(3x + 2y + z)$ (ଅଭେଦ – 4)

ଉଦାହରଣ –12 : $4x^2 + 9y^2 + z^2 – 4xz – 12xy + 6yz$ ର ଉତ୍ପାଦକ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ସମାଧାନ : $4x^2 + 9y^2 + z^2 – 4xz – 12xy + 6yz$

$=(2x)^2 + (3y)^2 + (z)^2 – 2(2x)z – 2(2x)(3y) + 2(3y)z$

$= (2x – 3y –z)^2$ (ଅଭେଦ – 7)

$=(2x – 3y – z) (2x – 3y – z)$

ଉଦାହରଣ –13 : $9x^2 – 16y^2$ ର ଉତ୍ପାଦକ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ସମାଧାନ : $9x^2 – 16y^2 = (3x)^2 – (4y)^2$

$= (3x + 4y) (3x – 4y)$ (ଅଭେଦ – 3)

ଉଦାହରଣ –14 : $a^2 + 2ab + b^2 – 4c^2$ ର ଉତ୍ପାଦକ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ସମାଧାନ : $a^2 + 2ab + b^2 – 4c^2 = (a+b)^2 – (2c)^2$ (ଅଭେଦ – 1)

$= (a + b + 2c) (a + b – 2c)$ (ଅଭେଦ – 3)

ଉଦାହରଣ –15 : ଦୁଇଟି ପୂର୍ଣ୍ଣ ବର୍ଗର ଅନ୍ତର ରୂପେ ପ୍ରକାଶ କରି ଉତ୍ପାଦକ ନିରୂପଣ କର ।

(i) $x^2 – 2x – 323$ (ii) $x^2 + 6x – 4087$

ସମାଧାନ : (i) $x^2 – 2x – 323$

$= (x)^2 – 2. x . 1 +(1)^2 – (1)^2 – 323$

$= (x –1)^2 – 324 = (x – 1)^2 – (18)^2$ (ଅଭେଦ – 2)

$= (x – 1 + 18) (x – 1 – 18)$ (ଅଭେଦ – 3)

$= (x + 17) (x – 19)$

(ii) $x^2 + 6x – 4087$

$= x^2 + 2x.3 + (3)^2 – (3)^2 – 4087$

$= (x+3)^2 - 4096 = (x+3)^2 - (64)^2$ (ଅଭେଦ – 1)

$= (x+3+64)(x+3-64) = (x+67)(x-61)$ (ଅଭେଦ – 3)

ଉଦାହରଣ –16 : $a^4 + 4b^4$ ର ଉତ୍ପାଦକ ବିଶ୍ଳେଷଣ କର ।

ସମାଧାନ : $a^4 + 4b^4 = (a^2)^2 + (2b^2)^2 = (a)^2 + (2b^2)^2 + 2 . a^2 . 2b^2 - 2 . a^2 . 2b^2$

$= (a^2 + 2b^2)^2 - 4a^2b^2$ (ଅଭେଦ – 1)

$= (a^2+2b^2)^2 - (2ab)^2 = (a^2 + 2b^2 + 2ab)(a^2 + 2b^2 - 2ab)$ (ଅଭେଦ – 3)

$= (a^2 + 2ab + 2b^2)(a^2 - 2ab + 2b^2)$

ଅନୁଶୀଳନୀ – 4(d)

ସୂତ୍ର ପ୍ରୟୋଗ କରି ଉତ୍ପାଦକ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର । (1 ରୁ 7 ନମ୍ବର ପ୍ରଶ୍ନ ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ)

1. (i) $4x^2 + 4x + 1$ (ii) $9b^2 + 12bc + 4c^2$ (iii) $16a^2 + 40ab + 25b^2$
(iv) $49x^2 + 112xy + 64y^2$ (v) $a^4 + 6a^2b^2 + 9b^4$

2. (i) $9x^2 - 6x + 1$ (ii) $16x^2 - 40xy + 25y^2$ (iii) $49a^2 - 126ab + 81b^2$
(iv) $64a^2 - 16a + 1$ (v) $100a^4 - 20a^2b + b^2$

3. (i) $16x^2 + 9y^2 + 25z^2 + 24xy + 40xz + 30yz$
(ii) $49x^2 + 25y^2 + z^2 + 70xy + 10zy + 14xy$
(iii) $4a^2 + 9b^2 + c^2 + 12ab + 4ac - 6bc$
(iv) $100a^2 + 81b^2 + 49c^2 - 180ab - 140ac + 126bc$
(v) $x^4 + y^2 + z^2 - 2x^2y - 2x^2z + 2yz$

4. (i) $16a^2 - 9b^2$ (ii) $25a^2 - 36b^2$ (iii) $81a^2 - 100b^2$
(iv) $16a^2 - 49b^2$ (v) $144a^2 - 225b^2$ (vi) $256a^2 - 289b^2$
(vii) $400a^2 - 225b^2$ (viii) $441a^2 - 900b^2$ (ix) $121a^2 - 289b^2$
(x) $81a^2 - 361b^2$ (xi) $(a+b)^2 - c^2$ (xii) $(a)^2 - (b-c)^2$

5. (i) $a^4 + a^2 + 1$ (ii) $4x^4 + 1$ (iii) $x^4 + 36x^2y^2 + 1296y^4$
(iv) $x^4 + 9x^2y^2 + 81y^4$ (v) $x^4 + 16x^2 + 256$

6. (i) $a^2 + 6a + 9 - b^2$ (ii) $a^2 - 4a + 4 - c^2$ (iii) $4a^2 - 4a + 1 - 9b^2$
(iv) $a^2 - 6ab + 9b^2 - 16c^2$ (v) $16a^2 - 24ab + 9b^2 - 25c^2$

7. ଦୁଇଟି ପୂର୍ଣ୍ଣବର୍ଗର ଅନ୍ତର ରୂପେ ପ୍ରକାଶ କରି ସମାଧାନ କର ।
(i) $x^2 - 2x - 195$ (ii) $x^2 + 4x - 357$ (iii) $x^2 + 6x - 112$
(iv) $x^2 + 2x - 899$ (v) $x^2 - 4x - 621$ (vi) $x^2 - 10x - 171$
(vii) $x^2 - 6x - 891$ (viii) $x^2 + 4x - 192$

*****