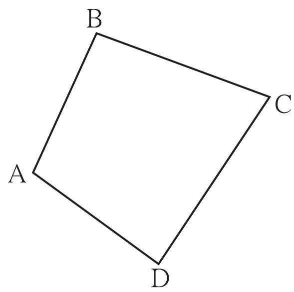
5 ذوا ربعۃ الاضلاع Quadrilateral

BEF2HC

آیئے، سیکھیں

- متوازی الاضلاع
- مستطیل
- مثلث کے دوضلعوں کے وسطی نقطہ کا مسئلہ
- متوازی الاضلاع کی کسوٹیاں
- مربع
- معین
- ذوزنقہ

آیئے ذرایاد کریں



شکل 5.1

1. ABCD □ سے متعلق درج ذیل جوڑیاں لکھیے۔

متواتر ضلعوں کی جوڑیاں

(1) .... ، .... (2) .... ، ....

(3) .... ، .... (4) .... ، ....

متواتر زاویوں کی جوڑیاں

(1) .... ، .... (2) .... ، ....

(3) .... ، .... (4) .... ، ....

مقابل کے ضلعوں کی جوڑیاں : (1) .... ، .... (2) .... ، ....

مقابل کے زاویوں کی جوڑیاں : (1) .... ، .... (2) .... ، ....

یاد کیجیے، میری قسمیں اور خصوصیت دیکھیے

میں ذوا ربعۃ الاضلاع ہوں

- میری مقابل کے ضلعوں کی دونوں جوڑیاں متوازی
  - [ ]
  - میری خصوصیت
    - مقابل کے ضلع متماثل ....
    - مقابل کے زاویے ....
    - وتر ....
- میرے تمام زاویے قائمہ
  - [ ]
  - میری خصوصیت
    - مقابل کے ضلع ....
    - وتر ....
- میرے تمام اضلاع مساوی لمبائی کے
  - [ ]
  - میری خصوصیت
    - مقابل کے زاویے ....
    - وتر ....
- میرے تمام زاویے مساوی تمام ضلعے مساوی
  - [ ]
  - میری خصوصیت
    - وتر ....
- میرے مقابل کے ضلعوں کی ایک جوڑی متوازی ہے۔
  - [ ]

ذواربعۃ الاضلاع کی مختلف قسمیں اوران کی خصوصیات آپ کو معلوم ہیں۔ضلعے اورزاویے کی پیمائش کرنا، تہہ کرنا، جیسے عملی کام کے ذریعے انھیں آپ سمجھ چکے ہیں۔تواب ہم مطالعہ کریں گے کہ یہ خصوصیت منطق سے کس طرح ثابت کرتے ہیں۔

کسی خصوصیت کو منطق سے ثابت کرتے ہیں تب اس خصوصیت کو مسئلہ کہتے ہیں۔

مستطیل، معین اور مربع یہ مخصوص متوازی الاضلاع ہیں۔کس طرح، یہ اس سبق کے مطالعہ سے آپ سمجھ جائیں گے، اس لیے مطالعہ کی شروعات ہم متوازی الاضلاع سے کریں گے۔

آ یئے سمجھ لیں

متوازی الاضلاع (Parallelogram)

جس ذواربعۃ الاضلاع مقابل کے ضلعوں کی دونوں جوڑیاں متوازی ہوتی ہیں۔اس ذواربعۃ الاضلاع کو متوازی الاضلاع کہتے ہیں۔

مسئلہ ثابت کرتے وقت، مثالیں حل کرتے وقت، اس ذواربعۃ الاضلاع کی شکل بار بار بنانا ہوتی ہے۔لہٰذا اس شکل کو کس طرح بنایا جاسکتا ہے اس پر غور کریں گے۔

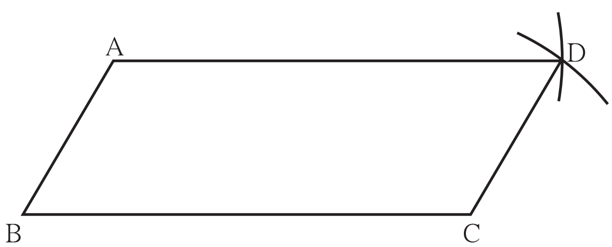
فرض کیجیے ہمیں ABCD□، متوازی الاضلاع بنانا ہے۔

طریقہ I :

شکل 5.2

- پہلے AB اور BC کوئی بھی لمبائی کے اور ایک دوسرے سے کوئی بھی پیمائش کا زاویہ بنانے والے قطعہ خط کھینچیے ۔
- اب قطعہ AD اور قطعہ BC متوازی ہونا چاہیے۔اس لیے نقطہ A سے قطعہ BC کے متوازی خط کھینچیے ۔
- اسی طرح DC قطعہ || AB قطعہ، اس لیے نقطہ C سے قطعہ AB کے متوازی خط کھینچیے ۔دونوں خط جس نقطہ پر قطع کرتے ہیں، وہ نقطہ D ہے۔لہٰذا اس طرح بننے والا ذواربعۃ الاضلاع ABCD، متوازی الاضلاع ہے۔

طریقہ II :



شکل 5.3

- قطعہ AB اور قطعہ BC کوئی بھی لمبائی کے ایک دوسرے سے کسی بھی پیمائش کا زاویہ بنانے والے قطعات کھینچیے ۔
- کمپاس میں BC فاصلہ لے کر اور نقطہ A کو مرکز مان کر ایک قوس کھینچیے ۔
- کمپاس میں AB فاصلہ لے کر اور نقطہ C کو مرکز مان کر پہلے قوس کو قطع کرنے والا قوس کھینچیے ۔
- قوسین کے نقطہ تقاطع کو D نام دیجیے۔قطعہ AD اور قطعہ CD بنائیے۔اس طرح بننے والا ABCD□ متوازی الاضلاع ہے۔

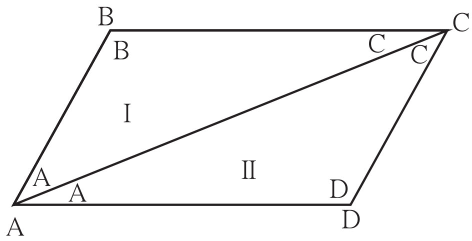
دوسرے طریقہ سے کھینچا گیا ذواربعۃ الاضلاع ہم نے مقابل کے ضلعے مساوی والا ذواربعۃ الاضلاع کھینچا ہے۔ اس کا مقابل کا ضلع متوازی کیوں آتا ہے۔ یہ ایک مسئلہ کے ثبوت سے آپ کو سمجھ میں آجائے گا۔

عملی کام I : متواتر ضلعے مختلف لمبائی کے اور ان کا درمیانی زاویہ مختلف پیمائشوں کا لے کر پانچ مختلف متوازی الاضلاع بنائیے۔

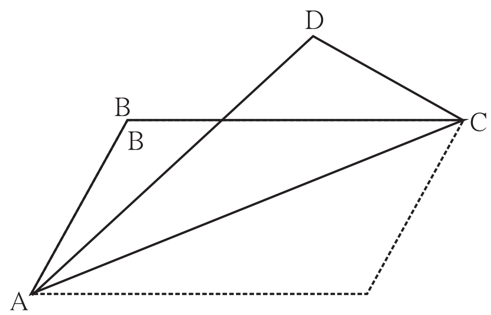
متوازی الاضلاع کے مسئلہ کو ثابت کرنے کے لیے متماثل مثلثوں کا استعمال کرتے ہیں۔ اسے کس طرح استعمال میں لایا جائے، اسے سمجھنے کے لیے درج ذیل عمل کیجیے۔

عملی کام II

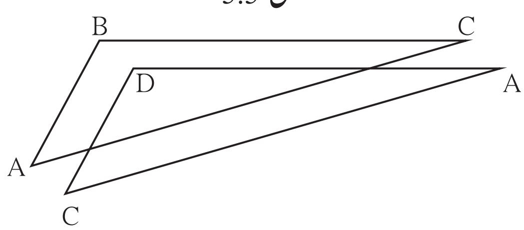
- ایک موٹے کاغذ پر □ABCD متوازی الاضلاع بنائیے۔ اس کا وتر AC بنائیے۔ شکل میں دکھائے ہوئے کے مطابق راسوں کے نام ذواربعۃ الاضلاع کے اندر ہی لکھیے۔
- وتر AC پر تہہ کر کے دیکھیے کہ △ADC اور △CBA ایک دوسرے پر منطبق ہوتے ہیں۔
- □ABCD اس کے AC وتر پر کاٹ کر △ADC اور △CBA علیحدہ کیجیے۔ △CBA کو پلٹ کر دیکھیے کہ وہ کیا △ADC پر منطبق ہوتا ہے۔



شکل 5.4



شکل 5.5



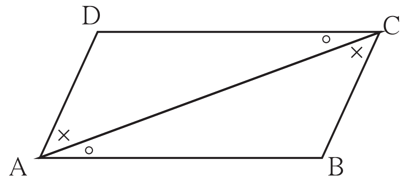
شکل 5.6

کیا دکھائی دیا؟ △CBA کا کون سا ضلع △ADC کے کون سے ضلع پر منطبق ہوا؟ △CBA کا کون سا زاویہ △ADC کے کون سے زاویے پر منطبق ہوا۔

ضلع DC، ضلع BC پر اور ضلع AD، ضلع BC پر منطبق ہوتا ہے۔ اسی طرح ∠B، ∠D پر منطبق ہوتا ہے۔

یعنی ایسا دکھائی دیتا ہے کہ متوازی الاضلاع کے مقابل کے ضلعے اور مقابل کے زاویے متماثل ہیں۔ آیئے متوازی الاضلاع کی اس خصوصیت کو ہم ثابت کریں۔

مسئلہ **1.** متوازی الاضلاع کے مقابل کے ضلع متماثل ہوتے ہیں اور مقابل کے زاویے متماثل ہوتے ہیں۔



شکل 5.7

دیا ہوا ہے : □ABCD متوازی الاضلاع ہے۔اس لیے

ضلع DC ∥ ضلع AB ، ضلع BC ∥ ضلع AD

ثابت کرنا ہے : قطعہ BC ≅ قطعہ AD، قطعہ AB ≅ قطعہ DC،

اور $\angle ADC \cong \angle CBA$ ، $\angle DAB \cong \angle BCD$

ہندسی عمل : وتر AC کھینچیے۔

ثبوت : ضلع AB ∥ ضلع DC اور وتر AC تقاطع ہے۔

$\therefore \angle DCA \cong \angle BAC$ ...... (1)
اور $\angle DAC \cong \angle BCA$ ...... (2)
} .... متبادلہ زاویے

اب، $\triangle ADC$ اور $\triangle CBA$ میں،

$\angle DAC \cong \angle BCA$ ... [بیان (2) کی بناء پر]

$\angle DCA \cong \angle BAC$ ... [بیان (1) کی بناء پر]

ضلع AC ≅ ضلع CA ... (مشترک ضلع)

$\therefore \Delta ADC \cong \Delta CBA$ ... (زا-ضل-زا کی آزمائش)

∴ ضلع AD ≅ ضلع CB ... (متماثل مثلثوں کے نظیری اضلاع)

اور ضلع DC ≅ ضلع AB ... (متماثل مثلثوں کے نظیری اضلاع)

اسی طرح، $\angle ADC \cong \angle CBA$ ... (متماثل مثلثوں کے نظیری زاویے)

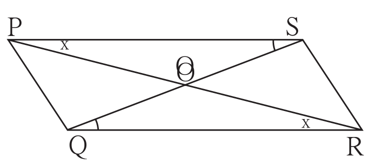
اسی طرح $\angle DAB \cong \angle BCD$ ... (ثابت کر سکتے ہیں)

غور کیجیے

مذکورہ بالا کی طرح $\angle DAB \cong \angle BCD$ ثابت کرنے کے لیے ہندسی عمل میں کیا کچھ تبدیلی کرنا پڑے گی؟ وہ تبدیلی کر کے کس طرح ثبوت لکھا جائے گا؟

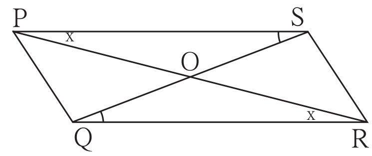
متوازی الاضلاع کی مزید ایک خصوصیت سمجھنے کے لیے ذیل کا عملی کام کیجیے۔

عملی کام : □PQRS کوئی بھی ایک متوازی الاضلاع بنائیے۔ وتر PR اور وتر QS کھینچ کر ان کے نقطۂ تقاطع کو O نام دیجیے۔ ہر وتر کے بننے والے دو حصوں کی لمبائیوں کا موازنہ تقسیم کار (Divider) کی مدد سے کیجیے۔ آپ کو کیا دکھائی دیا؟



شکل 5.8

مسئلہ 2. متوازی الاضلاع کے وتر ایک دوسرے کی تنصیف کرتے ہیں۔



شکل 5.9

دیا ہوا ہے : PQRS□ متوازی الاضلاع ہے۔

وتر PR اور وتر QS ایک دوسرے کو نقطہ O پر قطع کرتے ہیں۔

ثابت کرنا ہے : قطعہ RO ≅ قطعہ PO، قطعہ QO ≅ قطعہ SO،

ثبوت : △POS اور △ROQ میں،

$\angle OPS \cong \angle ORQ$ ... (متبادلہ زاویے)

قطعہ PS ≅ قطعہ RQ ... (متوازی الاضلاع کے مقابل کے ضلعے)

$\angle PSO \cong \angle RQO$ ... (متبادلہ زاویے)

$\therefore \Delta POS \cong \Delta ROQ$ ... (زا-ضل-زا کی آزمائش)

∴ قطعہ PO ≅ قطعہ RO ...

اور , قطعہ SO ≅ قطعہ QO ...

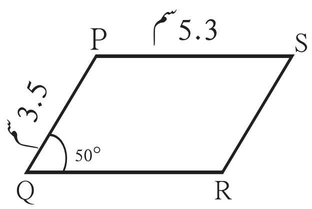
} ... (متماثل مثلثوں کے نظیری اضلاع)

اسے دھیان میں رکھیں

- متوازی الاضلاع کے مقابل کے ضلعے متماثل ہوتے ہیں۔
- متوازی الاضلاع کے مقابل کے زاویے متماثل ہوتے ہیں۔
- متوازی الاضلاع کے وتر ایک دوسرے کی تنصیف کرتے ہیں۔

حل کردہ مثالیں :

مثال 1 : PQRS□ ایک متوازی الاضلاع ہے۔ PQ = 3.5 سم، PS = 5.3 سم، ∠Q = 50° ہو تو PQRS□ کے دیگر اضلاع کی لمبائیاں اور زاویوں کی پیمائشیں معلوم کیجیے۔



شکل 5.10

حل : PQRS□ ایک متوازی الاضلاع ہے۔

$\therefore \angle Q + \angle P = 180^\circ$ ... (داخلہ زاویے)

$\therefore 50^\circ + \angle P = 180^\circ$

$\therefore \angle P = 180^\circ - 50^\circ = 130^\circ$

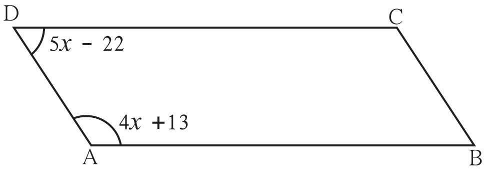
اب، $\angle P = \angle R$ اور , $\angle Q = \angle S$ ... (متوازی الاضلاع کے مقابل کے زاویے)

$\therefore \angle R = 130^\circ$ اور، $\angle S = 50^\circ$

اسی طرح، PS = QR اور، PQ = SR ... (متوازی الاضلاع کے مقابل کے ضلعے)

∴ QR = 5.3 اور، SR = 3.5

مثال 2 : ABCD□ ایک متوازی الاضلاع ہے۔ ABCD□ میں $\angle A = (4x + 13)^\circ$ ، $\angle D = (5x - 22)^\circ$ ہوتب $\angle B$ اور $\angle C$ کی پیمائشیں معلوم کیجیے۔



شکل 5.11

حل : متوازی الاضلاع کے متواتر زاویے متمم ہوتے ہیں۔

یہاں $\angle A$ اور $\angle D$ متواتر زاویے ہیں۔

$$\therefore (4x + 13)^\circ + (5x - 22)^\circ = 180^\circ$$

$$\therefore 9x - 9 = 180$$

$$\therefore 9x = 189$$

$$\therefore x = 21$$

$$\therefore \angle A = 4x + 13 = 4 \times 21 + 13 = 84 + 13 = 97^\circ \quad , \therefore \angle C = 97^\circ$$

$$\angle D = 5x - 22 = 5 \times 21 - 22 = 105 - 22 = 83^\circ \quad , \therefore \angle B = 83^\circ$$

مشقی سیٹ 5.1

.1 متوازی الاضلاع WXYZ□ کے وتر نقطہ O پر قطع کرتے ہیں۔ $m\angle XYZ = 135^\circ$ ہوتب $m\angle XWZ = ?$ ، $m\angle YZW = ?$ اگر $l(OY) = 5$ سم ہوتب $l(WY) = ?$

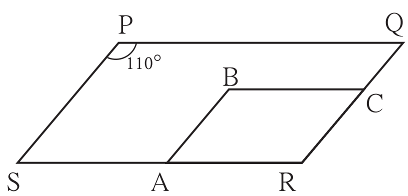
.2 متوازی الاضلاع ABCD□ میں $\angle A = (3x + 12)^\circ$ ، $\angle B = (2x - 32)^\circ$ ہوتب x کی قیمت معلوم کیجیے۔ اس کی مدد سے $\angle C$ اور $\angle D$ کی پیمائشیں معلوم کیجیے۔

.3 ایک متوازی الاضلاع کا احاطہ 150 سم ہے اور ایک ضلع دوسرے ضلع سے 25 سم بڑا ہے تو اس متوازی الاضلاع کے تمام ضلعوں کی لمبائیاں معلوم کیجیے۔

.4 ایک متوازی الاضلاع کے متواتر دو زاویوں کی نسبت 1 : 2 ہے تو اس متوازی الاضلاع کے تمام زاویوں کی پیمائشیں معلوم کیجیے۔

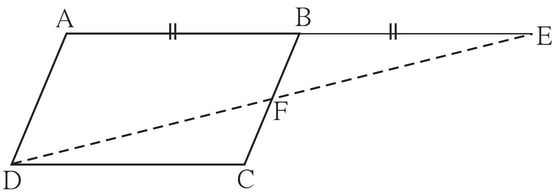
.5 متوازی الاضلاع ABCD□ کے وتر ایک دوسرے کو نقطہ O پر قطع کرتے ہیں۔ AO = 5 ، BO = 12 اور AB = 13 ہوتب دکھایئے کہ ABCD□ معین ہے۔

.6 شکل 5.12 میں PQRS□ اور ABCR□ ، یہ دونوں متوازی الاضلاع ہیں۔ $\angle P = 110^\circ$ ہوتب ABCR□ کے تمام زاویوں کی پیمائشیں معلوم کیجیے۔



شکل 5.12

7. □ABCD متوازی الاضلاع ہے۔ شعاع AB پر نقطہ E اس طرح ہے کہ BE = AB تب ثابت کیجیے کہ خط ED، قطعہ BC کو نقطہ F پر تنصیف کرتا ہے۔



شکل 5.13

آیئے ذرا یاد کریں

متوازی خطوط کی آزمائشیں

1. دو خطوط کو ایک تقاطع قطع کرتا ہے تو بننے والے نظیری زاویوں کی ایک جوڑی متماثل ہوتی ہے، تب وہ دونوں خطوط ایک دوسرے کے متوازی ہوتے ہیں۔
2. دو خطوط کو ایک تقاطع قطع کرتا ہے تو بننے والے متبادلہ زاویوں کی ایک جوڑی متماثل ہوتی ہے، تب وہ دونوں خطوط ایک دوسرے کے متوازی ہوتے ہیں۔
3. دو خطوط کو ایک تقاطع قطع کرتا ہے اور اگر داخلہ زاویوں کی ایک جوڑی متمم ہو تب وہ دونوں خطوط ایک دوسرے کے متوازی ہوتے ہیں۔

آیئے سمجھ لیں

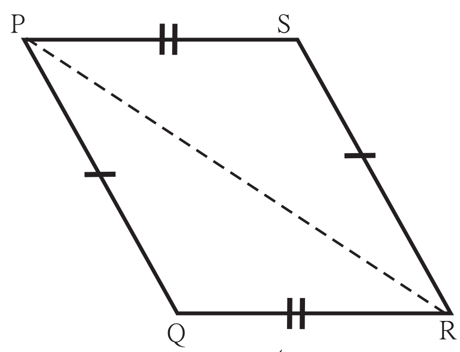
متوازی الاضلاع کی آزمائشیں (Test for Parallelogram)

فرض کیجیے □PQRS میں PS = QR اور PQ = SR ہے۔ □PQRS متوازی الاضلاع ثابت کرنا ہے۔اس کے لیے ہمیں بتانا ہوگا کہ ذو اربعۃ الاضلاع کے ضلعوں کی کون سی جوڑیاں متوازی ہیں؟ اس کے لیے متوازی خطوط کی کون سی آزمائش کا استعمال کرنا سودمند ہوگا؟

شکل 5.14

آزمائش کے لیے ضروری زاویے حاصل کرنے کے لیے کون سے خط کو تقاطع کے طور پر لینا سہولت بخش ہوگا۔

مسئلہ : ذو اربعۃ الاضلاع کے مقابل کے زاویوں کی جوڑیاں متماثل ہوتی ہیں تب وہ ذو اربعۃ الاضلاع متوازی الاضلاع ہوتا ہے۔



شکل 5.15

دیا ہوا ہے : □PQRS میں،

ضلع QR ≅ ضلع PS

ضلع SR ≅ ضلع PQ

ثابت کرنا ہے : □PQRS متوازی الاضلاع ہے۔

ہندسی عمل : وتر PR کھینچیے ۔

ثبوت : △SPR اور △QRP میں،

(دیا ہوا ہے) ... ضلع SP ≅ ضلع QR

(دیا ہوا ہے) ... ضلع SR ≅ ضلع QP

(مشترک ضلع) ... ضلع PR ≅ ضلع RP

(ضل ضل ضل آزمائش) ... ∴ Δ SPR ≅ Δ QRP

$\therefore \angle SPR \cong \angle QRP$ ... (متماثل مثلثوں کے نظیری زاویے)

اسی طرح، $\angle PRS \cong \angle RPQ$ ... (متماثل مثلثوں کے نظیری زاویے)

$\angle SPR$ اور $\angle QRP$ یہ قطعہ PS اور قطعہ QR کے تقاطع خط PR سے بننے والے متبادلہ زاویے ہیں۔

$\therefore$ ضلع PS $\parallel$ ضلع QR ... (I) ... (متوازی خطوط کی متبادلہ زاویوں کی آزمائش)

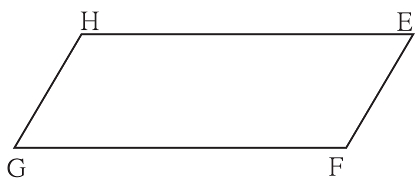
اسی طرح $\angle PRS$ اور $\angle RPQ$، یہ قطعہ PQ اور قطعہ SR کے تقاطع خط PR کی وجہ سے بننے والے متبادلہ زاویے ہیں۔

$\therefore$ ضلع PQ $\parallel$ ضلع SR ... (II) ... (متوازی خطوط کی متبادلہ زاویوں کی آزمائش)

$\therefore$ I اور II بیان کی بناپر □PQRS متوازی الاضلاع ہے۔

متوازی الاضلاع بنانے کے دو طریقے ابتدا میں دیے ہوئے ہیں۔ دوسرے طریقے میں مقابل کے ضلع مساوی والا ذواربعۃ الاضلاع بنایا گیا ہے۔ ایسا ذواربعۃ الاضلاع متوازی الاضلاع کیوں ہوتا ہے، کیا اب سمجھ میں آیا؟

مسئلہ 3 : ذواربعۃ الاضلاع کے مقابل کے زاویوں کی جوڑیاں متماثل ہوتی ہیں تب وہ متوازی الاضلاع ہوتا ہے۔ درج ذیل دیے ہوئے دعویٰ کو ثابت کرنا ہے اور ثبوت میں خالی جگہ پُر کیجیے۔



شکل 5.16

دیا ہوا ہے : □EFGH میں $\angle E \cong \angle G$ اور

$\angle$.......... $\cong$ $\angle$..........

ثابت کرنا ہے : □EFGH ....

ثبوت : فرض کیجیے، $m\angle E = m\angle G = x$ اور $m\angle H = m\angle F = y$

ذواربعۃ الاضلاع کے زاویوں کی پیمائشوں کا مجموعہ .... ہوتا ہے۔

$\therefore m\angle E + m\angle G + m\angle H + m\angle F =$ ....

$\therefore x +$ ...... $+ y +$ ..... $=$ ....

$\therefore$ □x + □y = ...

$\therefore x + y = 180^\circ$

$\therefore \angle G + \angle H =$ ....

قطعہ HE اور قطعہ HG کو تقاطع خط HG کے ذریعے قطع کرنے سے $\angle G$ اور $\angle H$ یہ داخلہ زاویے بن گئے ہیں۔

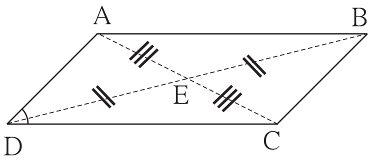
$\therefore$ ضلع HE $\parallel$ ضلع GH ... (I) ... (متوازی خطوط کے داخلہ زاویوں کی آزمائش)

اسی طرح، $m\angle G + m\angle F =$ ....

$\therefore$ ضلع .... $\parallel$ ضلع .... (II) ... (متوازی خطوط کے داخلہ زاویوں کی آزمائش)

$\therefore$ (I) اور (II) کی بناء پر □EFGH .... ہے۔

مسئلہ : ذواربعۃ الاضلاع کے وتر ایک دوسرے کی تنصیف کرتے ہوں تب وہ ذواربعۃ الاضلاع متوازی الاضلاع ہوتا ہے۔



شکل 5.16

دیا ہوا ہے : ABCD□ کے وتر ایک دوسرے کی نقطہ E پر تنصیف کرتے ہیں۔

یعنی قطعہ CE ≅ قطعہ AE اور قطعہ DE ≅ قطعہ BE

ثابت کرنا ہے : ABCD□ متوازی الاضلاع ہے۔

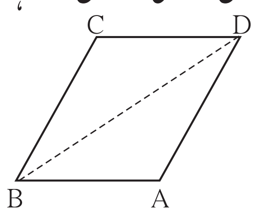
ثبوت : درج ذیل سوالوں کے جواب تلاش کیجیے اور ثبوت آپ خود لکھیے۔

1. قطعہ DC ∥ قطعہ AB، ثابت کرنے کے لیے متبادلہ زاویوں کی کون سی جوڑی متماثل دکھانا ہوگی؟
   متبادلہ زاویوں کی وہ جوڑی کس تقاطع سے حاصل ہوگی؟
2. متبادلہ زاویوں کی منتخب کی گئی جوڑی میں زاویے کون کون سے مثلثوں کے زاویے ہیں؟
3. اُن میں سے کون کون سے مثلث کس آزمائش سے متماثل ہوتے ہیں؟
4. اسی طرح غور کرکے بتائیے کہ کیا قطعہ BC ∥ قطعہ AD ثابت کیا جاسکتا ہے؟

کسی ذواربعۃ الاضلاع کو متوازی الاضلاع ثابت کرنا ہو تب اوپر دیا ہوا مسئلہ استعمال کیا جاسکتا ہے۔اس لیے ان مسئلوں کو متوازی الاضلاع کی آزمائش کہتے ہیں۔

مزید ایک مسئلہ متوازی الاضلاع کی آزمائش کے طور پر استعمال کرتے ہیں۔

مسئلہ : ذواربعۃ الاضلاع کے مقابل کے اضلاع کی ایک جوڑی متماثل اور متوازی ہو تب وہ ذواربعۃ الاضلاع متوازی الاضلاع ہوتا ہے۔



شکل 5.18

دیا ہوا ہے : ABCD□ میں قطعہ DA ≅ قطعہ CB اور

قطعہ DA ∥ قطعہ CB

ثابت کرنا ہے : ABCD□ متوازی الاضلاع ہے۔

ہندسی عمل : وتر BD کھینچیے۔

ذیل میں دیے ہوئے ثبوت کو آپ تفصیل کے ساتھ لکھیے۔

(ضل زاضل آزمائش) ... $\triangle CBD \cong \triangle ADB$

(متماثل مثلثوں کے نظیری زاویے) ... $\therefore \angle CDB \cong \angle ABD$

(متوازی خطوط کی متبادلہ زاویوں کی آزمائش) ... ∴ قطعہ BA ∥ قطعہ CD

اسے دھیان میں رکھیں

★ جس ذواربعۃ الاضلاع کے مقابل کے زاویوں کی جوڑیاں متماثل ہوتی ہیں تب وہ ذواربعۃ الاضلاع متوازی الاضلاع ہوتا ہے۔

★ جس ذواربعۃ الاضلاع کے مقابل کے اضلاع کی جوڑیاں متماثل ہوتی ہیں تب وہ ذواربعۃ الاضلاع متوازی الاضلاع ہوتا ہے۔

★ جس ذواربعۃ الاضلاع کے وتر ایک دوسرے کی تنصیف کرتے ہیں وہ ذواربعۃ الاضلاع متوازی الاضلاع ہوتا ہے۔

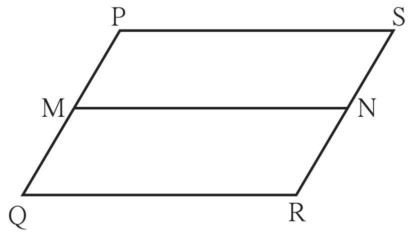
★ جس ذواربعۃ الاضلاع کے مقابل کے اضلاع کی ایک جوڑی متماثل اور متوازی ہوتی ہے،تب وہ ذواربعۃ الاضلاع متوازی الاضلاع ہوتا ہے۔
ان مسئلوں کو متوازی الاضلاع کی آزمائشیں کہتے ہیں۔

غور کیجیے

بیاض میں چھپے ہوئے خطوط ایک دوسرے کے متوازی ہوتے ہیں۔ان خطوط کا استعمال کرکے کوئی ایک متوازی الاضلاع کس طرح بنایا جاسکتا ہے؟

حل کردہ مثالیں :

مثال (1) □PQRS ایک متوازی الاضلاع ہے۔ضلع PQ کا وسطی نقطہ M اور ضلع RS کا وسطی نقطہ N ہے۔تب ثابت کیجیے □PMNS اور □MQRN متوازی الاضلاع ہیں۔



شکل 5.19

دیا ہوا ہے : □PQRS متوازی الاضلاع ہے۔ضلع PQ اور ضلع RS کے بالترتیب M اور N وسطی نقاط ہیں۔

ثابت کیجیے کہ : □PMNS متوازی الاضلاع ہے۔

□MQRN متوازی الاضلاع ہے۔

ثبوت : ضلع SR $\parallel$ ضلع PQ

$\therefore$ ضلع SN $\parallel$ ضلع PM ... (I) $(\because$ P – M – Q ; S – M – Q$)$

اسی طرح , ضلع SR = ضلع PQ

$\therefore$ $\frac{1}{2}$ ضلع SR = $\frac{1}{2}$ ضلع PQ

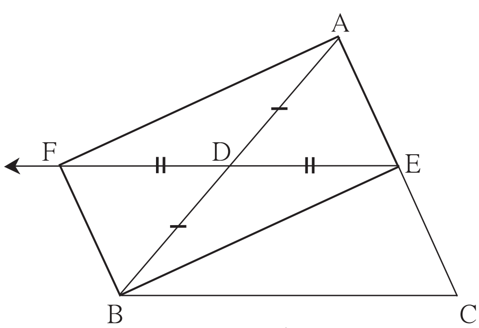
$\therefore$ ضلع SN = ضلع PM ... (II) ... $(\because$ M اور N وسطی نقاط ہیں۔$)$

$\therefore$ (I) اور (II) کی بناء پر □PMNQ متوازی الاضلاع ہے۔

اسی طرح، □MQRN متوازی الاضلاع ثابت کیا جاسکتا ہے۔

مثال (2) △ABC کے ضلع AB اور ضلع AC کے بالترتیب D اور E وسطی نقاط ہیں۔شعاع ED پر نقطہ F اس طرح ہے کہ ED = DF تو ثابت کیجیے کہ □AFBE متوازی الاضلاع ہے۔

اس مثال میں دیا ہوا ہے اور ثابت کرنا ہے یہ آپ لکھیے اور ثبوت میں دی ہوئی خالی جگہ پُر کر کے اسے مکمل کیجیے۔



شکل 5.20

دیا ہوا ہے : ....

ثابت کرنا ہے : ....

ثبوت : قطعہ AB اور قطعہ EF، یہ □AFBE کے [ ] ہیں۔

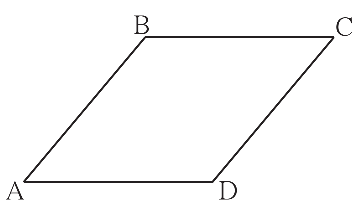
قطعہ AD $\cong$ قطعہ DB ....([ ])

(ہندسی عمل) ... قطعہ [ ] $\cong$ قطعہ [ ]

$\therefore$ □AFBE کے وتر ایک دوسرے کی [ ]

$\therefore$ [ ] آزمائش سے □AFBE متوازی الاضلاع ہے۔

مثال (3) ثابت کیجیے کہ کوئی بھی معین، متوازی الاضلاع ہوتا ہے۔



شکل 5.21

دیا ہوا ہے : □ABCD ایک معین ہے۔

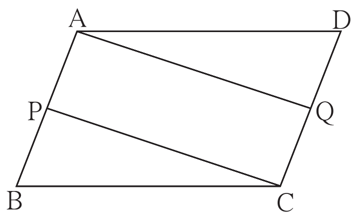
ثابت کرنا ہے : □ABCD متوازی الاضلاع ہے۔

ثبوت : ضلع DA = ضلع CD = ضلع BC = ضلع AB ... (دیا ہوا ہے)

$\therefore$ ضلع CD = ضلع AB اور ضلع DA = ضلع BC

$\therefore$ □ABCD متوازی الاضلاع ہے۔ ... (متوازی الاضلاع کے مقابل کے ضلعوں کی آزمائش)

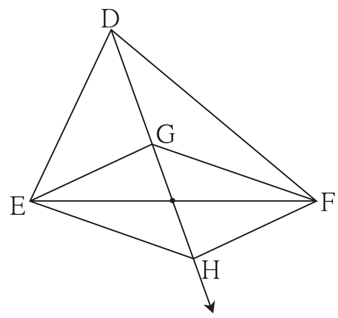
مشقی سیٹ 5.2



شکل 5.22

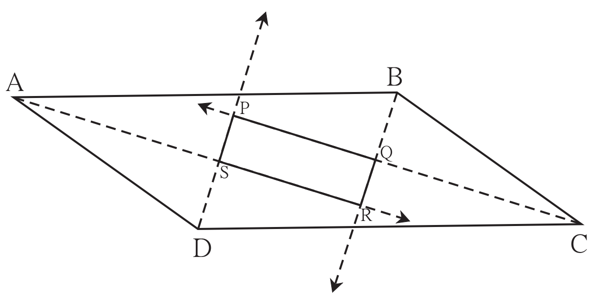
.1 شکل 5.22 میں، ABCD□ متوازی الاضلاع ہے۔
نقطہ P اور نقطہ Q بالترتیب ضلع AB اور ضلع DC کے وسطی نقاط ہیں تو ثابت کیجیے APCQ□ متوازی الاضلاع ہے۔

.2 کوئی بھی مستطیل متوازی الاضلاع ہوتا ہے۔ اسے ثابت کیجیے۔



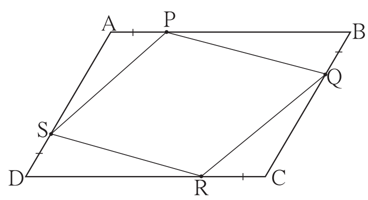
شکل 5.23

.3 شکل 5.23 میں، نقطہ G، یہ △DEF کا ہندسی مرکز ہے۔ شعاع DG پر نقطہ H اس طرح ہے کہ D – G –H اور DG = GH تو
ثابت کیجیے : GEHF□ متوازی الاضلاع ہے۔



شکل 5.24

*4. ثابت کیجیے کہ متوازی الاضلاع کے چاروں زاویوں کے ناصفوں سے بننے والا ذو اربعۃ الاضلاع مستطیل ہوتا ہے۔ (شکل 5.24)



شکل 5.25

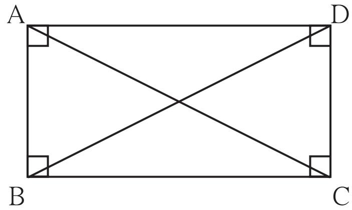
.5 متصلہ شکل 5.25 میں ABCD□، متوازی الاضلاع کے اضلاع پر P، Q، R، S نقاط اس طرح ہیں کہ
AP = BQ = CR = DS تو ثابت کیجیے کہ
PQRS□ متوازی الاضلاع ہے۔

آیئے سمجھ لیں

مستطیل، معین اور مربع کی مخصوص خصوصیات (Properties of rectangle, rhombus and Square)

مستطیل، معین اور مربع یہ متوازی الاضلاع ہی ہوتے ہیں۔ اس کی وجہ سے مقابل کے ضلع مساوی ہونا، مقابل زاویے مساوی ہونا اور وتر ایک دوسرے کی تنصیف کرنا یہ خصوصیت تینوں قسم کے ذو اربعۃ الاضلاع میں ہوتی ہے۔

لیکن اس کے علاوہ کچھ زائد خصوصیت ہر قسم کے ذو اربعۃ الاضلاع میں ہوتی ہیں۔ آیئے اس پر غور کرتے ہیں۔ ان خصوصیات کا ثبوت آگے مختصراً دیا ہوا ہے۔ دیے ہوئے مراحل کو دھیان میں رکھ کر اس ثبوت کو آپ تفصیل کے ساتھ لکھیے۔



شکل 5.26

مسئلہ : مستطیل کے وتر متماثل ہوتے ہیں۔

دیا ہوا ہے : ☐ABCD مستطیل ہے۔

ثابت کرنا ہے : وتر BD ≅ وتر AC

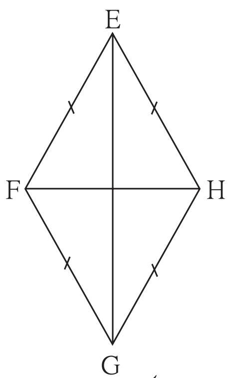
ثبوت : مختصراً دیے ہوئے ثبوت کو وجوہات کے ساتھ مکمل کیجیے۔

(ضل زاضل آزمائش) ... $\Delta ADC \cong \Delta DAB$

(متماثل مثلثوں کے نظیری اضلاع) ... وتر BD ≅ وتر AC

مسئلہ : مربع کے وتر متماثل ہوتے ہیں۔

دیا ہوا ہے، ثابت کرنا ہے اور ثبوت آپ لکھیے۔



شکل 5.27

مسئلہ : معین کے وتر ایک دوسرے کے عمودی ناصف ہوتے ہیں۔

دیا ہوا ہے : ☐EFGH معین ہے۔

ثابت کرنا ہے : (i) وتر EG، وتر HF کا عمودی ناصف ہے۔

(ii) وتر HF، وتر EG کا عمودی ناصف ہے۔

ثبوت : (i)

(دیا ہوا ہے) ... قطعہ EH ≅ قطعہ EF ، قطعہ GH ≅ قطعہ GF

قطعہ خط کے اختتامی نقاط سے ہم فاصلہ ہر نقطہ اُس قطعہ خط کے عمودی ناصف پر ہوتا ہے۔

∴ نقطہ E اور نقطہ G یہ قطعہ HF کے عمودی ناصف پر ہیں۔

دو مختلف نقاط سے ایک اور صرف ایک خط گزرتا ہے۔

∴ خط EG، وتر HF کا عمودی ناصف خط ہے۔

∴ وتر EG، وتر HF کا عمودی ناصف ہے۔

(ii) اسی طرح وتر HF، وتر EG کا عمودی ناصف ہے ثابت کر سکتے ہیں۔

ذیل کے مسئلوں کا ثبوت آپ لکھیے۔

- مربع کے وتر ایک دوسرے کے عمودی ناصف ہوتے ہیں۔
- معین کے وتر، اس کے مقابل کے زاویوں کی تنصیف کرتے ہیں۔
- مربع کے وتر، اس کے مقابل کے زاویوں کی تنصیف کرتے ہیں۔

اسے دھیان میں رکھیں

- مستطیل کے وتر متماثل ہوتے ہیں۔
- مربع کے وتر متماثل ہوتے ہیں۔
- معین کے وتر، ایک دوسرے کے عمودی ناصف ہوتے ہیں۔
- مربع کے وتر، ایک دوسرے کے عمودی ناصف ہوتے ہیں۔
- معین کے وتر، مقابل کے زاویوں کی تنصیف کرتے ہیں۔
- مربع کے وتر، مقابل کے زاویوں کی تنصیف کرتے ہیں۔

مشقی سیٹ 5.3

.1 ABCD□ مستطیل کے وتر نقطہ O پر قطع کرتے ہیں۔اگر سم AC = 8 ہوتب BO = ?

اگر ∠CAD = 35° ہوتب ∠ACB = ?

.2 PQRS□ معین ہے۔اگر سم PQ = 7.5 ہوتب QR = ?

اگر ∠QPS = 75° ہوتب ∠PQR = ? ، ∠SRQ = ?

.3 IJKL□ مربع کے وتر ایک دوسرے کو نقطہ M پر قطع کرتے ہیں۔تب ∠IMJ، ∠JIK اور ∠LJK کی پیمائشیں طے کیجیے۔

.4 ایک معین کے وتروں کی لمبائیاں بالترتیب 20 سم اور 21 سم ہیں تو اس معین کا ضلع اور احاطہ معلوم کیجیے۔

.5 درج ذیل بیانات صحیح ہیں یا غلط، وجہ کے ساتھ لکھیے۔

(i) ہر متوازی الاضلاع معین ہوتا ہے۔ (ii) ہر معین، مستطیل ہوتا ہے۔

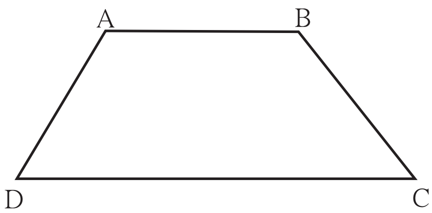
(iii) ہر مستطیل متوازی الاضلاع ہوتا ہے۔ (iv) ہر مربع، مستطیل ہوتا ہے۔

(v) ہر مربع، معین ہوتا ہے۔ (vi) ہر متوازی الاضلاع مستطیل ہوتا ہے۔

آیئے سمجھ لیں

ذوزنقہ (Trapezium)

جس ذوار بعۃ الاضلاع کے مقابل کے اضلاع کی صرف ایک جوڑی متوازی ہوتی ہے اس ذوار بعۃ الاضلاع کو ذوزنقہ کہتے ہیں۔

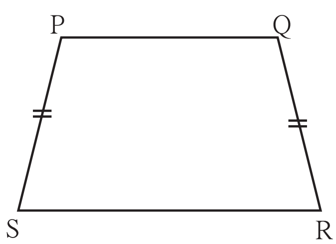


شکل 5.28

متصلہ شکل میں ABCD□ کے صرف AB اور DC ضلعے ایک دوسرے کے متوازی ہیں۔لہٰذا یہ ذوزنقہ ہے۔

متوازی خطوط کی خصوصیت کے لحاظ سے ∠A اور ∠D ان متواتر زاویوں کی جوڑی متمم ہے۔اسی طرح ∠B اور ∠C ان متواتر زاویوں کی جوڑی بھی متمم ہے۔

ذوزنقہ میں متواتر زاویوں کی دو جوڑیاں متمم ہوتی ہیں۔



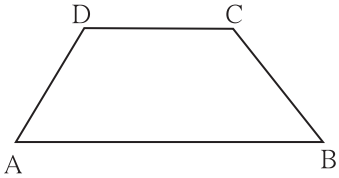
شکل 5.29

ذوزنقہ کے غیر متوازی اضلاع کی جوڑی متماثل ہوتب اس ذوار بعۃ الاضلاع کو متساوی الساقین (Isosceles Trapzium) کہتے ہیں۔

کسی بھی ذوزنقہ کے غیر متوازی ضلعوں کے وسطی نقاط کو جوڑنے والے قطعہ خط کو اس ذوزنقہ کا وسطانیہ کہتے ہیں۔

حل کردہ مثالیں :

مثال (1) ABCD□ کے زاویوں کی پیمائشیں 8 : 7 : 5 : 4 کے تناسب میں ہیں تب دکھائیے کہ ABCD□ ذوزنقہ ہے۔



شکل 5.30

حل : فرض کیجیے ∠A، ∠B، ∠C، ∠D کی پیمائشیں بالترتیب $(4x)°$، $(5x)°$، $(7x)°$ اور $(8x)°$ ہیں۔

ذوار بعتہ الاضلاع کے تمام زاویوں کی پیمائشوں کا مجموعہ $360°$ ہوتا ہے۔

$$\therefore\ 4x + 5x + 7x + 8x = 360$$

$$\therefore\ 24x = 360 \quad , \quad \therefore\ x = 15$$

$\angle A = 4 \times 15 = 60°$, $\angle B = 5 \times 15 = 75°$, $\angle C = 7 \times 15 = 105°$,

اور, $\angle D = 8 \times 15 = 120°$

اب, $\angle B + \angle C = 75° + 105° = 180°$

$\therefore$ ضلع CD ∥ ضلع BA ... (I)

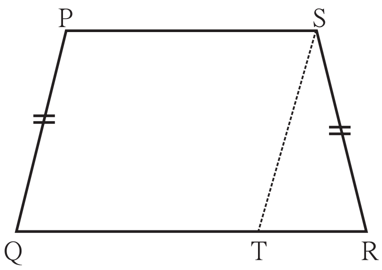
لیکن , $\angle B + \angle A = 75° + 60° = 135° \neq 180°$

$\therefore$ ضلع BC اور ضلع AD ایک دوسرے کے متوازی نہیں ہیں۔ ... (II)

$\therefore$ ABCD□ ذوزنقہ ہے۔ ... [بیان (1) اور (2) کی رُو سے]

مثال (2) ذوزنقہ PQRS□ میں ضلع QR ∥ ضلع PS اور ضلع SR ≅ ضلع PQ، ضلع PS < ضلع QR تب

ثابت کیجیے : ∠PQR ≅ ∠SRQ



شکل 5.31

دیا ہوا ہے : PQRS□ میں ضلع QR ∥ ضلع PS اور ضلع SR ≅ ضلع PQ

ثابت کرنا ہے : ∠PQR ≅ ∠SRQ

عمل : نقطہ S سے ضلع PQ کے متوازی ایک قطعہ خط کھینچا وہ ضلع QR کو نقطہ T پر قطع کرتا ہے۔

ثبوت : PQRS□ میں

قطعہ PS ≅ قطعہ QT ... (دیا ہوا ہے اور Q – T – R)

قطعہ PQ ≅ قطعہ ST ...(عمل)

$\therefore$ PQTS□ متوازی الاضلاع ہے۔

$\therefore$ ∠PQT ≅ ∠STR ... (نظیری زاویے) ... (I)

اسی طرح, قطعہ PQ ≅ قطعہ ST

لیکن , قطعہ PQ ≅ قطعہ SR ... (دیا ہوا ہے)

$\therefore$ قطعہ ST ≅ قطعہ SR

$\therefore$ ∠STR ≅ ∠SRT ... (متساوی الساقین مثلث کا مسئلہ) (II)

$\therefore$ ∠PQT ≅ ∠SRT ... [بیان (I) اور (II) کی رُو سے]

$\therefore$ ∠PQR ≅ ∠SRQ ... Q – T – R

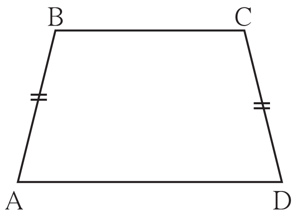
اس بنا پر ثابت ہوتا ہے کہ متساوی الساقین ذوزنقہ کے قاعدہ پر کے زاویے متماثل ہوتے ہیں۔

مشقی سیٹ 5.4

1. □IJKL میں ضلع KL ∥ ضلع IJ ہے۔ $\angle I = 108°$، $\angle K$ 53° ہوتب $\angle J$ اور $\angle L$ کی پیمائشیں معلوم کیجیے۔

2. □ABCD میں ضلع AD ∥ ضلع BC اور ضلع DC ≅ ضلع AB اوراگر $\angle A = 72°$ ہوتب $\angle B$ اور $\angle D$ کی پیمائشیں طے کیجیے۔

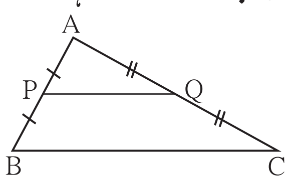
3. شکل 5.32 میں □ABCD میں ضلع AD > ضلع BC، ضلع AD ∥ ضلع BC اوراگر ضلع CD ≅ ضلع BA ہوتب ثابت کیجیے کہ $\angle ABC \cong \angle DCB$



شکل 5.32

مثلث کے دوضلعوں کے وسطی نقاط کا مسئلہ (Theorem of midpoints of two sides of triangle)

بیان : ایک مثلث کے کوئی دوضلعوں کے وسطی نقاط کو جوڑنے والا قطعہ خط تیسرے ضلع کے متوازی ہوتا ہے اوراس ضلع کی لمبائی کے نصف ہوتا ہے۔

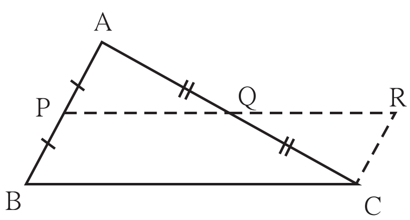


شکل 5.33

دیا ہوا ہے : $\triangle ABC$ میں نقطہ P، قطعہ AB کا وسطی نقطہ ہے اور Q، قطعہ AC کا وسطی نقطہ ہے۔

ثابت کرنا ہے : قطعہ BC ∥ قطعہ PQ اور

$$PQ = \frac{1}{2} BC$$



شکل 5.34

عمل : قطعہ PQ کو R تک اس طرح بڑھائیں کہ $PQ = QR$

قطعہ RC کھینچیے۔

ثبوت : $\triangle AQP$ اور $\triangle CQR$ میں

قطعہ PQ ≅ قطعہ QR ... (عمل)

قطعہ AQ ≅ قطعہ QC ... (Q قطعہ AC کا وسطی نقطہ ہے)

$\angle AQP \cong \angle CQR$ ... (متقابلہ زاویے)

$\therefore \triangle AQP \cong \triangle CQR$ ... (ضل زاضل آزمائش)

$\angle PAQ \cong \angle RCQ$ ... (متماثل مثلثوں کے نظیری زاویے) ... (1)

∴ قطعہ AP ≅ قطعہ CR ... (متماثل مثلثوں کے نظیری اضلاع) ... (2)

خط AB ∥ خط CR ... [بیان (1) سے، متبادلہ زاویوں کی آزمائش]

قطعہ AP ≅ قطعہ CR ... [بیان (2) سے]

لیکن , قطعہ AP ≅ قطعہ PB ≅ قطعہ CR , اور قطعہ PB ∥ قطعہ CR

∴ □PBCR متوازی الاضلاع ہے۔

(کیوں کہ مقابل کے اضلاع مساوی لمبائی کے ہوتے ہیں) ... PR = BC اور قطعہ BC ∥ قطعہ PQ ∴

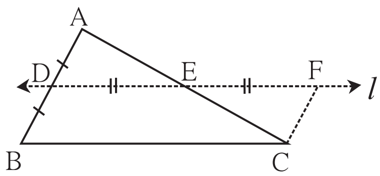
$$PQ = \frac{1}{2} PR \quad \text{... (عمل)}$$

$$\therefore\ PQ = \frac{1}{2} BC \qquad \because\ PR = BC$$

مثلث کے دوضلعوں کے وسطی نقاط کے مسئلہ کا عکس

مسئلہ : مثلث کے ایک ضلع کے وسطی نقطہ سے گزرنے والا اور دوسرے ضلع کے متوازی خط تیسرے ضلع کی تنصیف کرتا ہے۔

اس بیان کے لیے، شکل، دیا ہوا ہے، ثابت کرنا ہے، عمل دیے ہوئے ہیں۔اس بنا پر اس بیان کا ثبوت لکھنے کی کوشش کیجیے۔



شکل 5.35

دیا ہوا ہے : △ABC کے ضلع AB کا وسطی نقطہ D ہے۔
نقطہ D سے گزرنے والا ضلع BC کا متوازی خط l ہے،اور ضلع AC کو نقطہ E پر قطع کرتا ہے۔

ثابت کیجیے : AE = EC

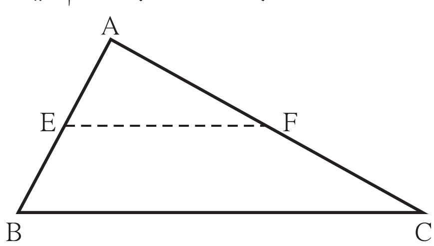
عمل : خط C سے خط AB کے متوازی خط کھینچیے۔یہ خط، خط l کو جس نقطے پر قطع کرتا ہے اس نقطے کو F نام دیجیے۔

ثبوت : (دیا ہوا ہے) ... خط BC ∥ خط l اور کیے ہوئے عمل کا استعمال کرکے دکھائیے کہ □BCFD متوازی الاضلاع ہے۔

△ADE ≅ △CFE ثابت کیجیے اور اس کی مدد سے ثابت کیجیے کا ثبوت دیجیے۔

حل کردہ مثالیں :

مثال (1) △ABC کے ضلع AB اور ضلع AC کے بالترتیب نقاط E اور F وسطی نقاط ہیں۔اگر E = 5.6 ہو تب BC کی لمبائی معلوم کیجیے۔



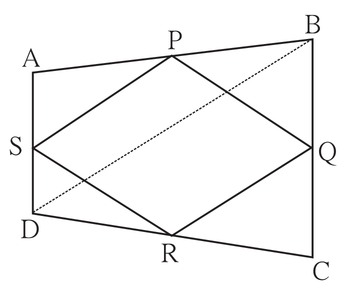
شکل 5.36

حل : △ABC میں نقطہ E اور نقطہ F بالترتیب ضلع AB اور ضلع AC کے وسطی نقاط ہیں۔

$$EF = \frac{1}{2} BC \quad \text{... (وسطی نقطہ کا مسئلہ)}$$

$$5.6 = \frac{1}{2} BC \qquad \therefore\ BC = 5.6 \times 2 = 11.2$$

مثال (2) ثابت کیجیے کہ کسی بھی ذو اربعۃ الاضلاع کے ضلعوں کے وسطی نقاط کو ترتیب سے جوڑنے سے بننے والا ذو اربعۃ الاضلاع متوازی الاضلاع ہوتا ہے۔



شکل 5.37

دیا ہوا ہے : □ABCD کے اضلاع AB، BC، CD اور AD کے وسطی نقاط بالترتیب P، Q، R اور S ہیں۔

ثابت کیجیے : □PQRS متوازی الاضلاع ہے۔

عمل : وتر BC کھینچیے ۔

ثبوت : $\triangle ABD$ میں نقطہ S قطعہ AD کا وسطی نقطہ ہے اور نقطہ P، قطعہ AB کا وسطی نقطہ ہے۔

(وسطی نقاط کے مسئلہ سے) ... $\therefore\ PS \parallel DB$ اور $PS = \frac{1}{2}BD$ ... (1)

اسی طرح $\triangle DBC$ میں Q اور R بالترتیب BC اور DC اضلاع کے وسطی نقاط ہیں۔

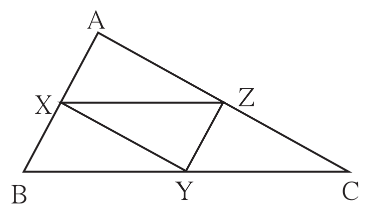
(وسطی نقاط کے مسئلہ سے) .... $\therefore\ QR \parallel BD$ اور $QR = \frac{1}{2}BD$ ... (2)

[بیان (1) اور (2) سے] ... $\therefore\ PS \parallel QR$ اور $PS = QR$

$\therefore$ $\square PQRS$ متوازی الاضلاع ہے۔

مشقی سیٹ 5.5

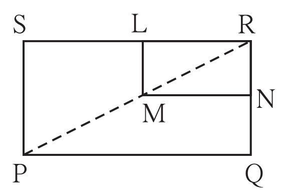
.1 شکل 5.38 میں $\triangle ABC$ کے ضلع AB، ضلع BC اور ضلع AC کے بالترتیب نقاط X، Y، Z وسطی نقاط ہیں۔ AB = 5 سم، AC = 9 سم، BC = 11 سم ہوتب XY، YZ اور ZX کی لمبائیاں معلوم کیجیے۔



شکل 5.38

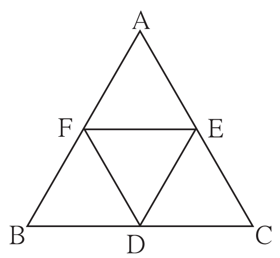
.2 شکل 5.39 میں $\square PQRS$ اور $\square MNRL$ مستطیل ہیں۔ نقطہ M، قطعہ PR کا وسطی نقطہ ہے۔

تب ثابت کیجیے (i) $SL = LR$ (ii) $LN = \frac{1}{2}SQ$



شکل 5.39

.3 شکل 5.40 میں $\triangle ABC$ متساوی الاضلاع مثلث میں نقاط F، D، E بالترتیب ضلع AB، ضلع BC، ضلع AC کے وسطی نقاط ہیں۔ تب ثابت کیجیے کہ $\triangle FED$ متساوی الاضلاع مثلث ہے۔

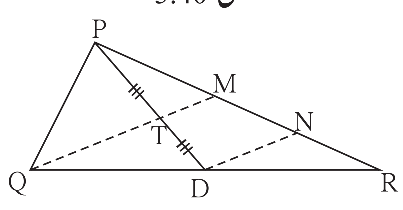


شکل 5.40

.4 شکل 5.41 میں قطعہ PD، $\triangle PQR$ کا وسطانیہ ہے۔ نقطہ T، ضلع PD کا وسطی نقطہ ہے، QT بڑھانے پر PR کو M نقطہ پر قطع کرتا ہے تو

دکھایئے کہ $\frac{PM}{PR} = \frac{1}{3}$

[ہدایت : $DN \parallel QM$ کھینچیے]



شکل 5.41

مجموعہ سوالات 5

.1 درج ذیل سوالوں کے متبادل جواب میں سے صحیح متبادل منتخب کیجیے۔

(i) جس ذو اربعۃ الاضلاع کے متواتر ضلعوں کی تمام جوڑیاں متماثل ہوتی ہیں تو اس ذو اربعۃ الاضلاع کا نام کون سا ہے؟

(A) مستطیل (B) متوازی الاضلاع (C) ذوزنقہ (D) معین

(ii) ایک مربع کے وتر کی لمبائی $12\sqrt{2}$ سم ہے تو اس کا احاطہ کتنا ہے؟

(A) 24 سم (B) $24\sqrt{2}$ سم (C) 48 سم (D) $48\sqrt{2}$ سم

(iii) ایک معین کے مقابل کے زاویوں کی پیمائش $(2x)°$ اور $(3x-40)°$ ہوں تب $x = ?$

(A) 100° (B) 80° (C) 160° (D) 40°

2. ایک قائمۃ الزاویہ ذواربعۃ الاضلاع کے متوازی اضلاع بالترتیب 7 سم اور 24 سم ہیں۔ تب اس ذواربعۃ الاضلاع کے وتر کی لمبائی معلوم کیجیے۔

3. مربع کے وتر کی لمبائی 13 سم ہے تو مربع کا ضلع معلوم کیجیے۔

4. متوازی الاضلاع کے دو متصلہ اضلاع کی نسبت 4 : 3 ہے۔ اگر اس کا احاطہ 112 سم ہو تب اس کے تمام اضلاع کی لمبائیاں معلوم کیجیے۔

5. معین کے وتر PR اور وتر QS کی لمبائیاں بالترتیب 20 سم اور 48 سم ہے۔ تب معین PQRS کے ضلع PQ کی لمبائی معلوم کیجیے۔

6. مستطیل PQRS کے وتر ایک دوسرے کو M نقطہ پر قطع کرتے ہیں۔ اگر $\angle QMR = 50°$ ہو تب $\angle MPS$ کی پیمائش معلوم کیجیے۔

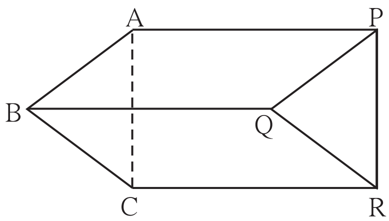
7. متصلہ شکل 5.42 میں،

قطعہ PQ $\parallel$ قطعہ AB، قطعہ PQ $\cong$ قطعہ AB،

قطعہ PR $\parallel$ قطعہ AC، قطعہ PR $\cong$ قطعہ AC

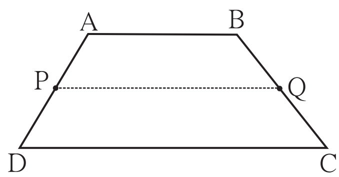
تو ثابت کیجیے کہ قطعہ QR $\parallel$ قطعہ BC اور

قطعہ QR $\cong$ قطعہ BC



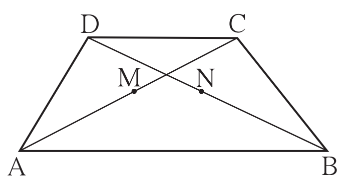
شکل 5.42

8. متصلہ شکل 5.43 میں ABCD□ ذوزنقہ ہے۔ AB $\parallel$ DC ہے۔ P اور Q بالترتیب قطعہ AD اور قطعہ BC کے وسطی نقاط ہیں۔ تو ثابت کیجیے کہ PQ $\parallel$ AB اور $PQ = \frac{1}{2}(AB + DC)$



شکل 5.43

9. متصلہ شکل 5.44 میں ABCD□ ذوزنقہ ہے۔ AB $\parallel$ DC ہے۔ M اور N بالترتیب وتر AC اور وتر DB کے وسطی نقاط ہیں تو ثابت کیجیے کہ MN $\parallel$ AB

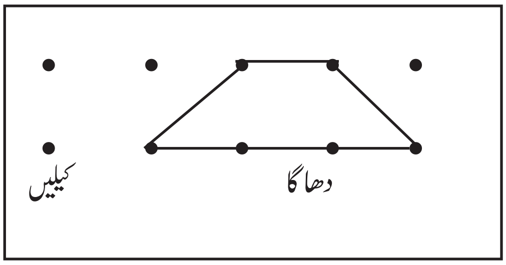


شکل 5.44

عملی کام :

ذواربعۃ الاضلاع کے مختلف مسئلوں کی تصدیق کرنا۔

وسائل : 10 سم × 15 سم کا پلائے ووڈ کا ایک ٹکڑا، 12 سے 15 کیلیں، موٹا دھاگا، پرانے دعوت نامے، قینچی

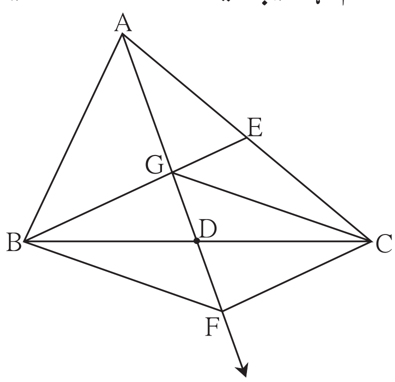


شکل 5.45

ہدایت : 10 سم × 15 سم کے پلائے ووڈ کے ٹکڑے پر مستقیم خط میں 2 سم کے فاصلے پر 5 کیلیں ٹھونکیے۔ اسی طرح نیچے کے خط مستقیم میں کیلیں ٹھونکیے۔ دو خطوط کے درمیان بھی 2 سم کا فاصلہ رکھیے۔ دھاگے سے مختلف ذواربعۃ الاضلاع (کیلیں کے سہارے) بنائیے۔ ضلع سے متعلق خصوصیات کی دھاگے کی مدد سے تصدیق کیجیے۔ اس کی مدد سے ذواربعۃ الاضلاع کے زاویوں سے متعلق خصوصیات کی تصدیق کیجیے۔

مزید معلومات کے لیے

مثلثوں کے ہندسی مرکز ہر وسطانیہ کو 1 : 2 کے تناسب میں تقسیم کرتے ہیں۔ یہ خصوصیت آپ کو معلوم ہے۔ نیچے دیے ہوئے ثبوت کا مطالعہ کیجیے۔



شکل 5.46

دیا ہوا ہے : $\triangle ABC$ کے قطعہ AD اور قطعہ BE وسطانیہ ہیں۔ جو نقطہ G پر قطع ہوتے ہیں۔

ثابت کرنا ہے : $AG : GD = 2 : 1$

عمل : شعاع AD پر نقطہ F اس طرح لیجیے کہ $F - D - G$ اور

$GD = GF$

ثبوت : $\square BGCF$ کے وتر ایک دوسرے کی تنصیف کرتے ہیں۔

... (دیا ہوا ہے اور عمل)

$\therefore$ $\square BGCF$ متوازی الاضلاع ہے۔

(متوازی الاضلاع کے مقابل کے اضلاع کو شامل کرنے والا خط) ... خط FC $\parallel$ قطعہ BE $\therefore$

اب $\triangle AFC$ کے ضلع AC کا E وسطی نقطہ ہے۔ ... (دیا ہوا ہے)

$\therefore$ خط FC $\parallel$ قطعہ EB

مثلث کے ایک ضلع کے وسطی نقطہ سے دوسرے ضلع کے متوازی خط، تیسرے ضلع کی تنصیف کرتا ہے۔

$\therefore$ قطعہ AF کا G وسطی نقطہ ہے۔

$\therefore AG = GF$

$AG = 2GD$ $\qquad$ ($\because GF = 2GD$, عمل)

$\therefore \frac{AG}{GD} = \frac{2}{1}$ $\qquad$ یعنی , $AG : GD = 2 : 1$