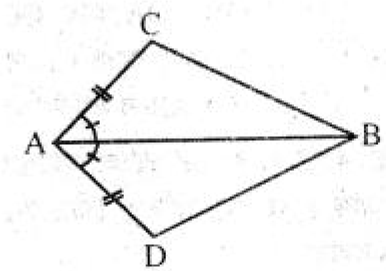
সপ্তম অধ্যায়
ত্ৰিভুজ
(TRIANGLES)

অনুশীলনী- 7.1

প্ৰশ্নঃ 1. চতুৰ্ভুজৰ ABCD ত AC=AD আৰু AB-যে $\angle A$ ক সমদ্বিখণ্ডত কৰিছে । দেখুওৱা যে,

$\Delta ABC \cong \Delta ABD$ । BC আৰু BD সম্পৰ্কে তুমি কি ক'বা ?

সমাধানঃ ABCD এটা চতুৰ্ভুজ ।



$AC = AD$ আৰু AB, $\angle A$-ৰ সমদ্বিখণ্ডক ।

প্ৰমাণ কৰিব লাগে যে $\Delta ABC \cong \Delta ABD$

প্ৰমাণঃ ΔABC আৰু ΔABD-ত

$AC = AD$ (প্ৰদত্ত)

$\angle BAC = \angle BAD$ [$\therefore AB, \angle A$-ক সমদ্বিখণ্ডত কৰে]

$AB = AB$ [সাধাৰণ বাহু]

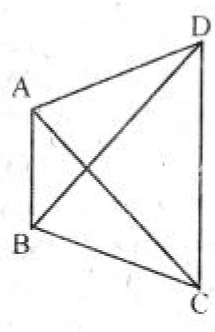
$\therefore \Delta ABC \cong \Delta ABD$ [SAS স্বীকাৰ্য্য]

এতিয়া $AC = AD$ আৰু AB সাধাৰণ বাহু

$\therefore BC = BD$ হ'ব ।

প্ৰশ্নঃ 2. ABCD এটা চতুৰ্ভুজ য'ত AD=BC আৰু $\angle DAB = \angle CBA$ । প্ৰমাণ কৰা যে-

সমাধানঃ ΔABD আৰু ΔABC –ত



AD=BC [প্ৰদত্ত]

$\angle DAB = \angle CBA$ [প্ৰদত্ত]

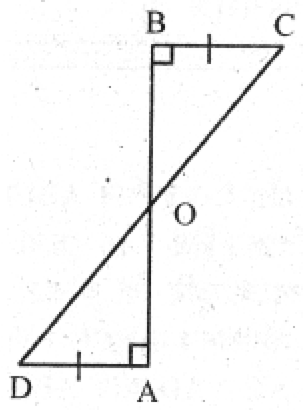
আৰু AB=AB [সাধাৰণ বাহু]

∴ΔABD ≅ ΔBAC [SAS স্বীকাৰ্য্য]

∴ BD=AC আৰু $\angle ABD = \angle BAC$.

প্রশ্নঃ 3. এডাল ৰেখাখণ্ড AB লৈ টনা AD আৰু BC দুটাল সমান লম্ব । দেখুওৱা যে, CD যে AB-ক সমদ্বিখণ্ডিত কৰে ।

সমাধানঃ ΔBOC আৰু ΔAOD-ত



$\angle OBC = \angle OAD$ [সমকোণ (প্রদত্ত)]

$\angle BOC = \angle AOD$ [**বিপ্রতীপ** কোণ]

আৰু $BC = DA$ (প্রদত্ত)

∴ΔBOC ≅ ΔAOD [AAS স্বীকাৰ্য্য]

∴OB=OA আৰু OC=OD

∴ O, AB আৰু CD-ৰ মধ্যবিন্দু ।

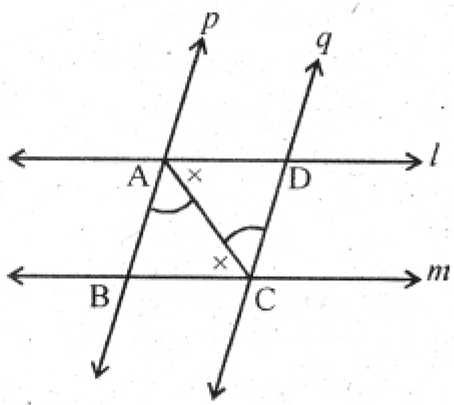
∴ CD,AB-ৰ **সমদ্বিখণ্ডক** । (প্রমাণিত)

প্রশ্নঃ 4. l আৰু m দুডাল **সমান্তৰাল** ৰেখাক আন এযোৰ সমান্তৰাল ৰেখা p আৰু q য়ে ছেদ কৰিছে । দেখুওৱা যে, ΔABC ≅ ΔCDA.

সমাধানঃ

∴ $l \parallel m$ (প্রদত্ত), AC ছেদক ।

∴ $\angle DAC = \angle ACB$ [**একান্তৰ** কোণ]



আকৌ, $p \parallel q$, AC ছেদক ।

∴ $\angle BAC = \angle ACD$ [**একান্তৰ** কোণ]

এতিয়া, ΔABC আৰু ΔADC-ত

$\angle ACB = \angle DAC$

$\angle BAC = \angle ACD$

আৰু AC=AC [সাধাৰণ বাহু]

∴ ΔABC ≅ ΔCDA. [A.A.S. স্বীকাৰ্য্য] (প্রমাণিত)

প্ৰশ্নঃ 5. l ৰেখাডাল, $\angle A$-ৰ **সমদ্বিখণ্ডক** আৰু B, l-ৰ ওপৰত যিকোনো বিন্দু । Bৰ পৰা $\angle A$ৰ বাহু দুটালৈ BP আৰু BQ দুডাল লম্ব । দেখুওৱা যে-

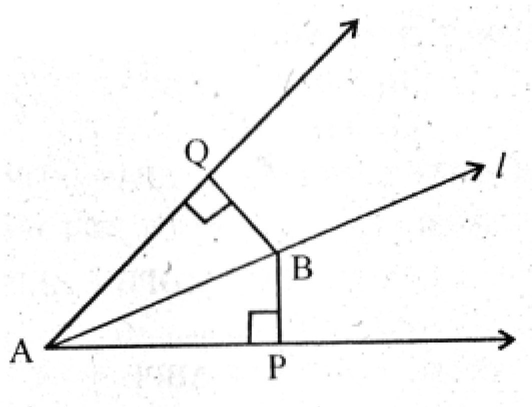
(i) $\Delta APB \cong \Delta AQB$

(ii) $BP = BQ$ অথবা B, $\angle A$ -ৰ দুই বাহুৰ পৰা সমদূৰত্বত অৱস্থিত ।

সমাধানঃ

$\therefore$ l ৰেখাডাল, $\angle A$-ৰ **সমদ্বিখণ্ডক** কৰিছে ।

$\therefore \angle ABP = \angle BAQ$



এতিয়া, ΔABP আৰু ΔANQ ত

$\angle BAP = \angle BAQ$ [প্ৰদত্ত]

$\angle BPA = \angle BQA$ [সমকোণ (প্ৰদত্ত)]

AB=AB (সাধাৰণ বাহু)

$\therefore \Delta APB \cong \Delta AQB$ [AAS স্বীকাৰ্য্য]

$\therefore BP = BQ$ অৰ্থাৎ B বিন্দু, $\angle A$-ক বাহু দুটাৰ পৰা সমদূৰবৰ্তী ।

প্ৰশ্নঃ 6. চিত্ৰ 7.21-ত $AC = \boldsymbol{AE}, AB = AD$ আৰু $\angle BAD = \angle EAC$ । দেখুওৱা যে- $BC = DE$ ।

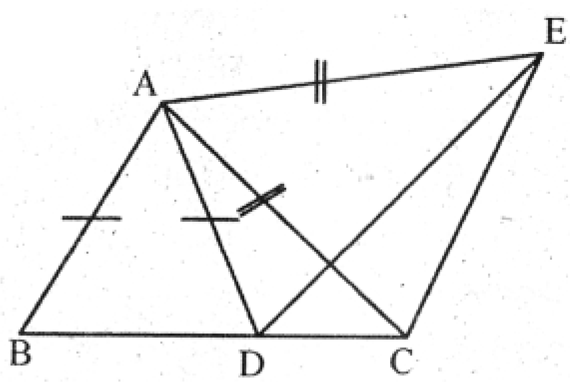
সমাধানঃ

$\angle BAD = \angle EAC$

উভয়পক্ষে $\angle DAC$ যোগ কৰি পাওঁ-

$\angle BAD + \angle DAC = \angle EAC + \angle DAC$

$\Rightarrow \angle BAC = \angle EAD \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (i)$



এতিয়া, ΔABC আৰু ΔAED-ৰ পৰা –

AB=AD (প্ৰদত্ত)

AC=AE (প্ৰদত্ত)

$\angle BAC = \angle DAE$ [(i)-ৰ পৰা]

$\therefore \Delta ABC \cong \Delta ADE$ [AAS স্বীকাৰ্য্য]

$\Rightarrow BC = DE$ [প্ৰমাণিত]

প্ৰশ্নঃ 7. AB এডাল ৰেখাখণ্ড আৰু P ইয়াৰ মধ্যবিন্দু । AB ৰ একেফালে থকা D আৰু E দুটা এনে বিন্দু যাতে $\angle BAD = \angle ABE$ আৰু $\angle EPA = \angle DPB$ । দেখুওৱা যে-

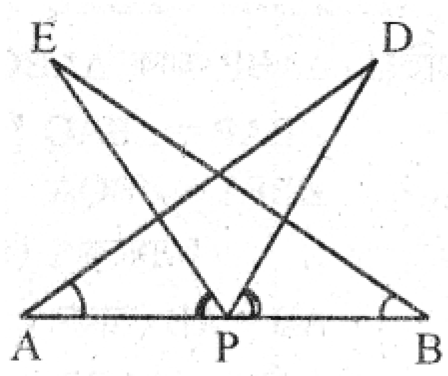
(i) $\Delta DAP \cong \Delta EBP$

(ii) AD=BE

সমাধানঃ দিয়া আছে, $\angle EPA = \angle DPB$ দুয়োফালে $\angle EPD$ যোগ কৰিলে আমি পাওঁ-

$\angle EPA + \angle EPD = \angle DPB + \angle EPD$

$\Rightarrow \angle APD = \angle BPE \ldots\ldots\ldots\ldots (i)$



এতিয়া, ΔAPD আৰু ΔBPE-ৰ পৰা

$\angle PAD = \angle PBE$ [$\therefore \angle BAD = \angle ABE$ (প্ৰদত্ত)]

$\angle APD = \angle BPE$ [(i) – ৰ পৰা]

আৰু $AP = PB$ [$\therefore P, AB$ – ৰ **মধ্যবিন্দু** (প্ৰদত্ত)]

$\therefore \Delta DAP \cong \Delta ECP$ [AAS স্বীকাৰ্য্য]

$\therefore AD = BE$ (প্ৰমাণিত)

প্ৰশ্নঃ 8. C বিন্দুত সমকোণ সহ ABC এটা সমকোণী ত্ৰিভুজ আৰু M, কৰ্ণ ABৰ **মধ্যবিন্দু** । C-ক M-ৰ সৈতে ৰেখাৰে সংলগ্ন কৰা হ'ল আৰু D বিন্দুলৈ এনেভাৱে বঢ়াই দিয়া হ'ল যাতে DM=CM । D বিন্দুক Bৰ সৈতে **ৰেখাৰ** সংলগ্ন কৰা হ'ল । দেখুওৱা যে-

(i) ΔAMC ≅ ΔBMD

(ii) $\angle DBC$ এটা সমকোণ ।

(iii) ΔDBC ≅ ΔACB.

(iv) $CM = \frac{1}{2}BA$

সমাধানঃ (i) ΔAMC আৰু ΔBMD-ৰ পৰা –

$AM = BM$ [∴M, AB অতিভূজৰ মধ্যবিন্দু]

$\angle AMC = \angle BMD$ [বিপ্ৰতীপ কোণ]

আকৌ, $CM = DM$

$\therefore \Delta AMC \cong \angle BMD$ [SAS স্বাকাৰ্য্য]

$\therefore \angle ACM = \angle BDM \ldots\ldots\ldots\ldots (a)$

$\angle CAM = \angle DBM$ আৰু $AC = BD$

(ii) $\therefore AC \parallel BD, DC$ ছেদক ।

$\therefore \angle ACD = \angle BDC$ [একান্তৰ কোণ]

[$\therefore \angle ACM = \angle BDM \ldots\ldots\ldots\ldots (a)$ ব্যৱহাৰ কৰি]

$\therefore \angle ACD = \angle BDC$

$\therefore AC \parallel DB$

এতিয়া, $AC \parallel BD, DC$ ছেদক ।

$\therefore \angle DBC = \angle ACB$ [একান্তৰ কোণ] $\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$ (b)

কিন্তু ΔABC এটা সমকোণী ত্ৰিভূজ, য'ত $\angle C = 90^0$

$\therefore \angle ACB = 90^0 \ldots\ldots\ldots (c)$

$\therefore \angle DBC = 90^0$ [(b) আৰু © ব্যৱহাৰ কৰি]

(iii) এতিয়া, ΔDBC আৰু ΔABC-ত

$DB = AC$

$\angle DBC = \angle ACB = 90^0$

আৰু $BC = BC$ [সাধাৰণ বাহু]

$\therefore \Delta DBC \cong \Delta ACB$ [SAS স্বীকাৰ্য্য মতে]

(iv) $\therefore \Delta DBC \cong \Delta ACB$

$\therefore DC = AB$

$\Rightarrow DM + CM = AB$

$\Rightarrow CM + CM = AB$ [$\therefore DM = CM$ (প্ৰদত্ত)]

$\Rightarrow 2CM = AB$

$\Rightarrow CM = \frac{1}{2}AB$ （প্ৰমাণিত） ।

অনুশীলনী- 7.2

প্ৰশ্নঃ 1. এটা সমদ্বিবাহু ত্ৰিভুজ ABC ত $AB = AC$ আৰু $\angle B$ আৰু $\angle C$ৰ **সমদ্বিখণ্ডক** দুডালে O বিন্দুত পৰস্পৰ কটাকটি কৰে । Aক Oৰ সৈতে ৰেখাৰে সংলগ্ন কৰা । দেখুওৱা যে- (i) $OB = OC$ (ii) AO য়ে ∠A ক **সমদ্বিখণ্ডিত** কৰে ।

সমাধানঃ

(i) ΔABC-ৰ AB=AC

$\therefore \angle C = \angle B$

$\Rightarrow \angle OCA + \angle OCB = \angle OBA + \angle OBC$

$\Rightarrow \angle OCB + \angle OCB = \angle OBC + \angle OBC$

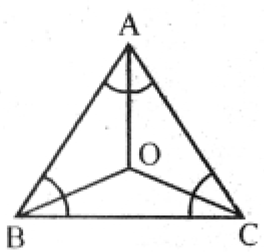
[∴OB, $\angle B$-ৰ **সমদ্বিখণ্ডক** আৰু OC, $\angle C$-ৰ সমদ্বিখণ্ডক]

$\Rightarrow 2\angle OCB = 2\angle OBC$

$\Rightarrow \angle OCB = \angle OBC$

এতিয়া, ΔOBC-ত

$\angle OCB = \angle OBC$ [*প্ৰমাণিত হৈছে*]



(ii) এতিয়া, ΔAOB আৰু ΔAOC-ৰ

AB=AC [প্ৰদত্ত]

$\therefore \angle OBA = \angle OCA \Rightarrow \angle B = \angle C$

$\therefore BO, \angle B$ আৰু CO$\angle C$-ৰ সমদ্বিখণ্ডকদ্বয় ।

$\therefore \frac{1}{2}\angle B = \frac{1}{2}\angle C$

$\Rightarrow \angle OBA = \angle OCA$

AO=AO [সাধাৰণ বাহু]

$\therefore \Delta AOB \cong \Delta AOC$ [SAS স্বীকাৰ্য্য মতে]

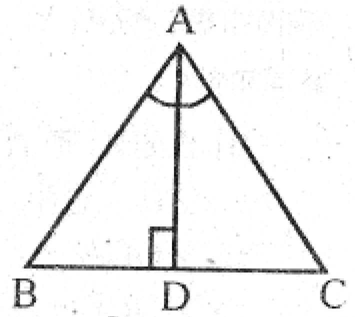
$\Rightarrow \angle OAB = \angle OAC$

$\therefore AO, \angle A$-ৰ সমদ্বিখণ্ডক । (প্ৰমাণিত) ।

প্ৰশ্নঃ 2. ত্ৰিভুজ ABC ত AD, BC ৰ লম্ব সমদ্বিখণ্ডক । দেখুওৱা যে ΔABC টো সমদ্বিবাহু ত্ৰিবুজ, য'ত $AB = AC$ ।

সামাধানঃ দিয়া আছে -ΔABC-ৰ AD, BC বাহুৰ সদ্বিখণ্ডক ।

দেখুৱা লাগে যে- $AB = AC$



চিত্ৰ-7·30

প্ৰমাণঃ ΔABD আৰু ΔACD-ৰ

BD=CD

[∴AD, BC **বাহুৰ** লম্ব সমদ্বিখণ্ডক]

$\angle ADB = \angle ADC = 90^0$ [$\therefore AD \perp BC$ (প্ৰদত্ত)

আৰু AD=AD [সাধাৰণ **বাহু**]

$\therefore \Delta ABD \cong \Delta ACD$ [SAS স্বীকাৰ্য্য মতে]

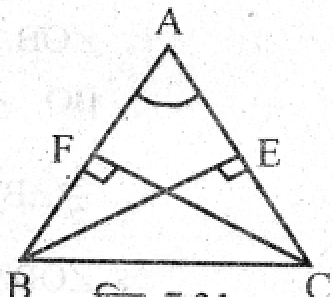
$\Rightarrow AB = AC$

$\therefore \Delta ABC$ এটা **সমদ্বিবাহু** ত্ৰিভুজ ।

প্ৰশ্নঃ 3. ABC এটা সমদ্বিবাহু **ত্ৰিভুজ** আৰু ইয়াৰ সমান বাহু AC আৰু AB লৈ ক্ৰমে BE আৰু CF উন্নতি অঁকা হৈছে (চিত্ৰ 7.31) । দেখুওৱা যে এই উন্নতি দুডাল পৰস্পৰ সমান ।

সমাধানঃ **বিশেষ সূত্ৰঃ** ABC **সমদ্বিবাহু** ত্ৰিভুজৰ সমান বাহুদ্বয়ৰ (AB আৰু AC) ওপৰত যথাক্ৰমে BE আৰু CF দুটা উন্নতি **কোণ** অংকন কৰা হৈছে ।

দেখুৱাব লাগে যে $-BE = CF$.



চিত্ৰ-7·31

প্ৰমাণঃ ΔABE আৰু ΔACF-ৰ

$\angle A = \angle A$ [সাধাৰণ কোণ]

$\angle ABE = \angle AFC = 90^0$ [প্ৰদত্ত]

AB=AC [প্ৰদত্ত]

$\therefore \Delta ABE \cong \Delta ACF$ [AAS স্বীকাৰ্য্য মতে]

$\Rightarrow BE = CF$ [প্ৰমাণিত]

প্ৰশ্নঃ 4. ABC ত্ৰিভুজৰ AC আৰু AB বাহুলৈ টনা উন্নতি ক্ৰমে BE আৰু CF পৰস্পৰ সমান (চিত্ৰ 7.32)। দেখুওৱা যে-

(i) $\Delta ABE \cong \Delta ACF$

(ii) $AB = AC$, অৰ্থাৎ ABC এটা সমদ্বিবাহু ত্ৰিভুজ।

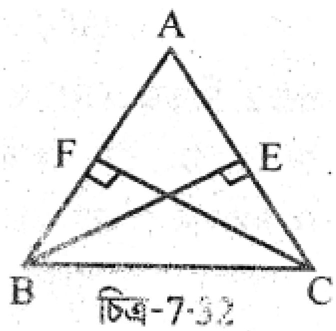
সমাধানঃ ΔABE আৰু ΔACF-ৰ

$\angle A = \angle A$ [সধাৰণ কোণ]

$\angle AEB = \angle AFC = 90^0$ [প্ৰদত্ত]

[∴BE ⊥ AC আৰু CF ⊥ AB]

BE=CF [প্ৰদত্ত]



চিত্ৰ-7·32

(i) $\therefore \Delta ABE \cong \Delta ACF$ [AAS স্বীকাৰ্য্য মতে]

(ii) $\therefore AB = AC$

$\therefore \Delta ABC$ এটা **সমদ্বিবাহু** ত্ৰিভুজ।

প্ৰশ্নঃ 5. একেডাল ভূমি BC ৰ ওপৰত ABC আৰু DBC দুটা সমদ্বিবাহু ত্ৰিভুজ অঁকা হৈছে। (চিত্ৰ 7.33 চোৱা)। দেখুওৱা যে- $\angle ABD = \angle ACD$

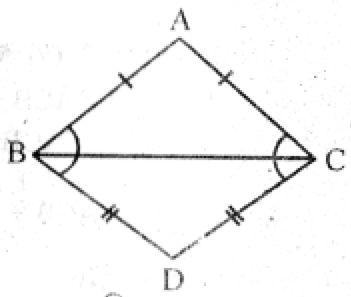
সমাধানঃ ΔABC-ত AB=AC [**সমদ্বিবাহু** ত্ৰিভুজ]

$\therefore \angle ABC = \angle ACB$ [$\therefore AB = AC$]

আকৌ, ΔBDC-ত BD=CD [∴ **সমদ্বিবাহু** ত্ৰিভুজ]

$\therefore \angle DBC = \angle DCB$

[∴BD=CD]



চিত্ৰ-7·33

ΔABC আৰু ΔBDC-ৰ BC সাধাৰণ বাহু

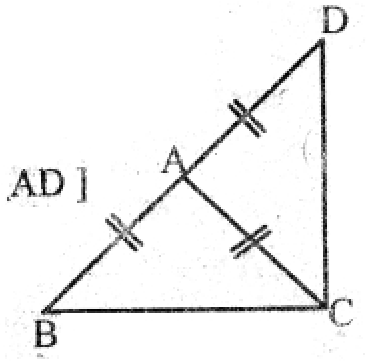
$\therefore \angle DCB + \angle ACB = \angle DBC + \angle ABC$

$\therefore \angle ABD = \angle ACD$ [প্ৰমাণিত]

প্ৰশ্নঃ 6. ΔABC এটা সমদ্বিবাহু ত্ৰিভুজ, য'ত AB=AC । বাহু BA-ক D বিন্দুলৈ এনেভাৱে বৰ্দ্ধিত কৰা হৈছে যাতে AD=AB (চিত্ৰ 7.34 চোৱা) । দেখুওৱা যে, ∠BCD সমকোণ ।

সমাধানঃ ΔABC-ত

∠ABC=∠ACB...........(i)



এতিয়া ΔADC-ত

AD=AC [∴AB=AC আৰু AB=AD]

⇒∠ADC=∠ACD..............(ii)

চিত্ৰৰ পৰা আমি পাওঁ..........

$\angle BAC+\angle CAD=180^0$ [সৰলৰৈখিক যুগ্ম কোণ].............(iii)

আমি জানো যে, এটা ত্ৰিভুজৰ বহিঃকোণ, বিপৰীত অন্তঃস্থ কোণদ্বয়ৰ সমষ্টিৰ সমান ।

∴ABC-ত

∠CAD =∠ABC+∠ACB

=∠ACB+∠ACB [(i) ব্যৱহাৰ কৰি]

⇒∠CAD=2∠ACB............(iv)

অনিৰূপভাৱে, ΔADC-ৰ পৰা –

∠BAC =∠ACD+∠ADC

=∠ACD+∠ACD [(ii) ব্যৱহাৰ কৰি]

⇒∠BAC=2∠ACD..............(v)

∴(iii), (iv) আৰু (v)-ৰ পৰা আমি পাওঁ-

$2\angle ACB+2\angle ACD=180^0$

$\Rightarrow 2(\angle ACB+\angle ACD)= 180^0$

$\Rightarrow \angle ACB+\angle ACD=\frac{180}{2} = 90^0$

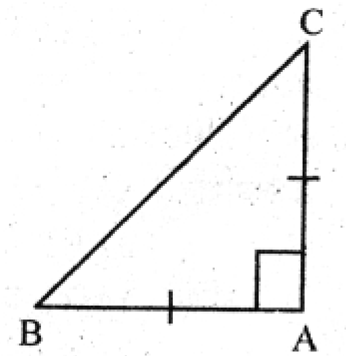
$\Rightarrow\angle BCD=90^0$ [প্ৰমাণিত]

প্ৰশ্নঃ 7. ABC এটা সমকোণী ত্ৰিভুজ, য'ত $\angle A=90^0$ আৰু AB=AC । $\angle B$ আৰু $\angle C$ নিৰ্ণয় কৰা ।

সমাধানঃ ABC সমকোণী ত্ৰিভুজত,

$\angle A=90^0$

আৰু AB=AC



$\Rightarrow\angle C=\angle B$............(i)

এতিয়া, ΔABC–ত

$\angle A+\angle B+\angle C=180^0$

[$\therefore\angle A=90^0$ (প্ৰদত্ত) আৰু $\angle B=\angle C$ [(i)-ৰ পৰা]

$\Rightarrow 2\angle B=180^0-90^0$

$\Rightarrow 2\angle B=90^0$

$\Rightarrow\angle B=\frac{90^0}{2}=45^0$

আকৌ, $\angle C=\angle B$

$\Rightarrow\angle C=45^0$

$\therefore\angle B=45^0$ (উত্তৰ)

$\angle C=45^0$ (উত্তৰ)

প্ৰশ্নঃ 8. দেখুওৱা যে সমবাহু ত্ৰিভুজ এটাৰ প্ৰতিটো কোণেই 60^0ৰ সমান ।

সমাধানঃ ধৰা হ'ল ABC এটা **সমবাহু** ত্ৰিভুজ

$\therefore AB=BC=AC$

$\Rightarrow AB=BC$

$\Rightarrow\angle C=\angle A\ldots\ldots\ldots\ldots(i)$

অনুৰূপভাবে, AB=AC

$\Rightarrow\angle C=\angle B\ldots\ldots\ldots(ii)$

(i) আৰু (ii)–ৰ পৰা –

$\angle A = \angle B = \angle C \ldots \ldots .(iii)$

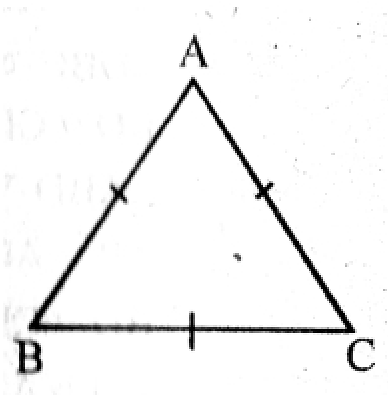
এতিয়া, ΔABC-ৰ পৰা –

$\angle A + \angle B + \angle C = 180^0 \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots (iv)$

$\Rightarrow \angle A + \angle A + \angle A = 180^0$

$\Rightarrow 3\angle A = 180^0$

$\Rightarrow \angle A = \frac{180^0}{3} = 60^0$



∴(iii)-ৰ পৰা আমি পাওঁ-

$\angle A = \angle B = \angle C$

$\Rightarrow \angle A = \angle B = \angle C = 60^0$

∴ সমবাহু ত্ৰিভুজৰ প্ৰতিটো **কোণৰ** পৰিমাণ $= 60^0$ [প্ৰমাণিত]

অনুশীলনী- 7.3

প্ৰশ্নঃ 1. একে ভূমি BC ৰ ওপৰত ΔABC আৰু ΔDBC দুটা সমদ্বিবাহু ত্ৰিভুজ এনেকৈ অঁকা হৈছে যাতে শাৰ্ষবিন্দু A আৰু D BCৰ একেফালে থাকে (চিত্ৰ 7.39 চোৱা)। যদি AD ক বৰ্দ্ধিত কৰিলে BC-ক P বিন্দুত কাটে তেন্তে দেখুওৱা যে,

(i) ΔABD≅ΔADC

(ii) ΔABP≅ΔACP

(iii) AP যে ∠A আৰু ∠D উভয়কে সমদ্বিখণ্ডিত কৰে ।

(iv) AP, BC-ৰ লম্ব **সমদ্বিখণ্ডক** ।

সমাধানঃ

(i) ΔABC এটা **সমদ্বিবাহু** ত্ৰিভুজ ।

∴ AB=AC

আকৌ, ΔDBC আৰু ΔACD-ৰ পৰা-

AB=AC (প্ৰদত্ত)

BD=CD (প্ৰদত্ত)

AD=AD (সাধাৰণ বাহু)

$\therefore \Delta ABD \cong \Delta ACD$ [S-S-S স্বীকাৰ্য্য মতে]

(ii) $\therefore \Delta ABD \cong \Delta ACD$

$\therefore \angle BAD = \angle CAD$........(a)

এতিয়া, ΔABP আৰু ΔACP-ত

AB=AC (প্ৰদত্ত)

$\angle BAD = \angle CAD$ [(a) ব্যৱহাৰ কৰি]

$AP = AP$ [সাধাৰণ বাহু]

$\therefore \Delta ABP \cong \Delta ACP$ [SAS স্বীকাৰ্য্য মতে]

(iii) $\therefore \Delta ABP \cong \Delta ACP$

$\therefore \angle BAP = \angle CAP$

$\therefore AP, \angle A$-ক **সমদ্বিখণ্ডিত** কৰে]

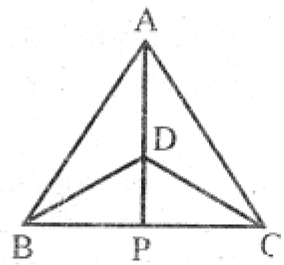
আকৌ, $\therefore \Delta ADB \cong \Delta ACD$

$\therefore \angle ADB = \angle ADC$.............(b)

$\therefore \angle ADB + \angle BDP = 180^0$ [সৰলৰৈখিক যুগ্মকোণ]........(c)

আৰু $\angle ADC + \angle CDP = 180^0$ [সৰলৰৈখিক যুগ্মকোণ]........(d)

এতিয়া (c) আৰু (d) –ৰ পৰা পাওঁ-



$\angle ADB + \angle BDP = \angle ADC + \angle CDP$

$\Rightarrow \angle ADB + \angle BDP = \angle ADB + \angle CDP$ [(b) ব্যৱহাৰ কৰি]

$\Rightarrow \angle BDP = \angle CDP$

$\therefore DP, \angle D$-ক সমদ্বিখণ্ডিত কৰে । অৰ্থাৎ, AP, $\angle D$-ৰ সমদ্বিখণ্ডক ।

(iv) $\therefore \Delta ABP \cong \Delta ACP$

$\therefore BP = PC \dots\dots\dots(e)$

আৰু $\angle APB = \angle APC \dots\dots\dots\dots(f)$

এতিয়া, $\angle APB + \angle APC = 180^0$ [সৰলৰৈখিক যুগ্ম কোণ]

$\Rightarrow \angle APB + \angle APB = 180^0$ [(f) ব্যৱহাৰ কৰি]

$\Rightarrow 2\angle APB = 180^0$

$\Rightarrow \angle APB = \frac{180^0}{2}$

$\Rightarrow \angle APB = 90^0$

$\Rightarrow AP \perp BC \dots\dots\dots\dots(g)$

∴(e)-ৰ পৰা BP=PC আৰু (g)-ৰ পৰা AP⊥BC পাইছোঁ। অৰ্থাৎ AP, BC-ৰ লম্ব সমদ্বিখণ্ডক।

প্ৰশ্নঃ 2. ABC সমদ্বিবাহু ত্ৰিভুজটোৰ AD এডাল উন্নতি য'ত AB=AC। দেখুওৱা যে-

(i) AD যে BC ক সমদ্বিখণ্ডিত কৰে।

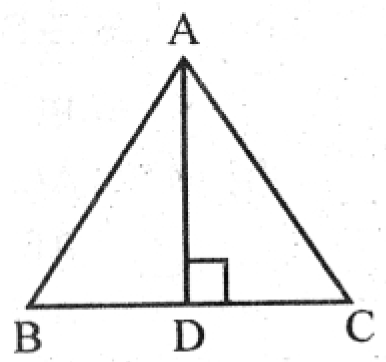
(ii) AD যে ∠A ক সমদ্বিখণ্ডিত কৰে।

সমাধানঃ ΔABD আৰু ΔACD-ৰ পৰা পাওঁ-

AB=AC (প্ৰদত্ত)

$\angle ADB = \angle ADC = 90^0$ [$\therefore AD \perp BC$]

আৰু AD=AD [সাধাৰণ বাহু]



$\therefore \Delta ABD \cong \Delta ACD$ [SAS স্বীকাৰ্য্য মতে]

$\therefore BD = DC$

$\therefore AD, BC$-ক সমদ্বিখণ্ডিত কৰে।

আকৌ, $\angle BAD = \angle CAD$

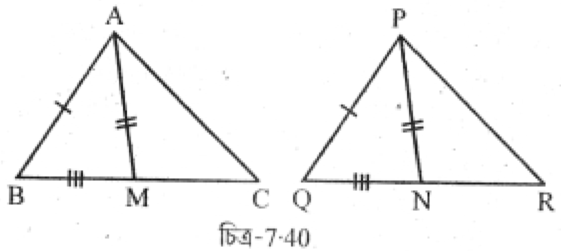
∴AD-য়ে ∠A-ক সমদ্বিখণ্ডিত কৰে।

প্ৰশ্নঃ 3. এটা ত্ৰিভুজ ABC ৰ দুই বাহু AB আৰু BC আৰু মধ্যমা AM যথাক্ৰমে আন এটা ত্ৰিভুজ

PQRৰ দুটা বাহু PQ আৰু QR আৰু মধ্যমা PN ৰ সমান (চিত্ৰ 7.40 চোৱা) । দেখুওৱা যে-

(i) $\Delta ABM \cong \Delta PQN$

(ii) $\Delta ABC \cong \Delta PQR$



চিত্ৰ-7·40

সমাধানঃ ∴AM, ΔABC-ৰ মধ্যমা ।

∴ BM=MC=$\frac{1}{2}BC \ldots\ldots(a)$

আকৌ, PN, ΔPQR-ৰ মধ্যমা ।

∴QN=NR=$\frac{1}{2}QR \ldots\ldots(b)$

এতিয়া, BC=QR (প্ৰদত্ত)

$\Rightarrow \frac{1}{2}BC = \frac{1}{2}QR$

⇒ BM=QN [(a) আৰু (b) ব্যৱহাৰ কৰি].........(c)

(i) এতিয়া ΔABM আৰু ΔPQN-ৰ পৰা পাওঁ-

AB=PQ [প্ৰদত্ত]

AM=PN [প্ৰদত্ত]

BM=QN [(c)-ৰ পৰা]

∴ΔABM ≅ ΔPQN [SSS স্বীকাৰ্য্য মতে]

∴∠B=∠Q.......(b)

(ii) ΔABC আৰু ΔPQR-ৰ

AB=PQ [প্ৰদত্ত]

∠B=∠Q [(d)-ৰ পৰা]

BC=QR [প্ৰদত্ত]

∴ΔABC ≅ ΔPQR [SAS স্বীকাৰ্য্য মতে] (প্ৰমাণিত)

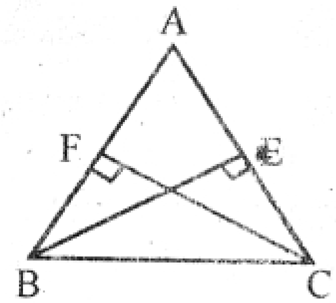
প্ৰশ্নঃ 4. BE আৰু CF এটা ত্ৰিভুজ ΔABC-ৰ দুডাল সমান উন্নতি। **সৰ্বসমতাৰ** স-ক-বা বিধি ব্যৱহাৰ কৰি প্ৰমাণ কৰা যে, ABC ত্ৰিভুজটো সমদ্বিবাহু।

সমাধানঃ ΔBEC আৰু ΔCFB-ৰ

∠BEC=∠CFB [প্ৰতিটো **কোণ** =90^0

∴BE⊥AC আৰু CF⊥AB

$BC = BC$ [সাধাৰণ **বাহু**]



$BE = CF$ [প্ৰদত্ত]

$\therefore \Delta BEC \cong \Delta CFB$ [ASS স্বীকাৰ্য্য]

$\therefore\ EC = FB \ldots\ldots\ldots..(i)$

এতিয়া, ΔAEB আৰু ΔAFC-ৰ

$\angle A = \angle A$ [সাধাৰণ **কোণ**]

$\angle AEB = \angle AFC$ [প্ৰদত্ত]

আৰু $EB = FC$ [প্ৰদত্ত]

$\therefore \Delta AEB \cong \Delta AFC.$ [AAS স্বীকাৰ্য্য মতে]

$\therefore\ AE = AF$...............(ii)

এতিয়া, $(i) + (ii) \Rightarrow EC + AE = FB + AF$

$\Rightarrow AC = AB$

এতিয়া, ΔABC-ৰ পৰা পাওঁ-

$AB = AC$

∴ΔABC এটা সমদ্বিবাহু ত্ৰিভুজ [প্ৰমাণিত]

প্ৰশ্নঃ 5. ABC এটা সমদ্বিবাহু ত্ৰিভুজ য'ত $AB = AC$ । $AP \perp BC$ আঁকি দেখুওৱা যে $\angle B = \angle C$ ।

সমাধানঃ ABC সমদ্বিবাহু ত্ৰিভুজৰ AB=AC

প্ৰমাণ কৰিব লাগেঃ $\angle B = \angle C$

অংকনঃ AP⊥BC অংকন কৰা হ'ল ।

প্ৰমাণঃ ΔABP আৰু ΔACP-ৰ পৰা পাওঁ-

$\therefore APB = \angle APC = 90^0$

$AB = AC$ প্ৰদত্ত ।

আৰু $AP = AP$[সাধাৰণ বাহু]

$\therefore \Delta ABP \cong \Delta ACP$ [RHS স্বীকাৰ্য্য মতে]

$\therefore \angle B = \angle C$ [প্ৰমাণিত]

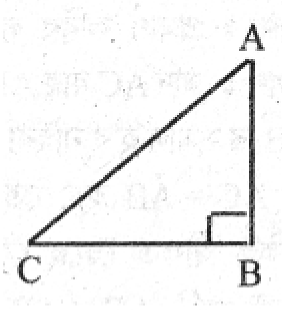
অনুশীলনী- 7.4

প্ৰশ্নঃ 1. জেখুওৱা যে সমকোণী ত্ৰিভুজৰ ক্ষেত্ৰত কৰ্ণই হ'ল দীৰ্ঘতম বাহু ।

সমাধানঃ ধৰা হ'ল ABC এটা সমকোণী ত্ৰিভুজ । ইয়াৰ কোণ B সমকোণ ।

প্ৰমাণ কৰিব লাগে যে, AC কৰ্ণ বা অতিভুজই দীৰ্ঘতম বাহু ।

প্ৰমাণঃ ABC সমকোণী ত্ৰিভুজ,



$\angle A + \angle B + \angle C = 180^0$

$\Rightarrow \angle A + 90^0 + \angle C = 180^0$

$\Rightarrow \angle A + \angle C = 180^0 - 90^0$

$\Rightarrow \angle A + \angle C = 90^0$ আৰু $\angle B = 90^0$

$\therefore \angle B > \angle C$ আৰু $\angle B > \angle A.$

আমি জানো যে বৃহত্তম কোণৰ বিপৰীত বাহু দীৰ্ঘতম হয় । ইয়াত ∠B বৃহত্তম কোণ আৰু ইয়াৰ

বিপৰীত বাহু হ'ল AC । অৰ্থাৎ অতিভুজই সমকোণী ত্ৰিভুজৰ দীৰ্ঘতম বাহু ।

প্ৰশ্নঃ 2. চিত্ৰ 7.48ত ΔABC-ৰ AB আৰু AC বাহুক ক্ৰমে P আৰু Q বিন্দুলৈ বঢ়াই দিয়া হৈছে ।

তদুপৰি, ∠PBC<∠QCB । দেখুওৱা যে, AC>AB.

সমাধানঃ ∠ABC+∠PBC=180⁰ (সৰল ৰৈখিক যুগ্ম কোণ)............(i)

আৰু ∠ACB+∠QCB=180⁰ (সৰল ৰৈখিক যুগ্ম কোণ)............(ii)

এতিয়া (i) আৰু (ii) পৰা আমি পাঁও-

∠ABC+∠PBC=∠ACB+∠QCB...............(iii)

কিন্তু ∠PBC<∠QCB (প্ৰদত্ত)

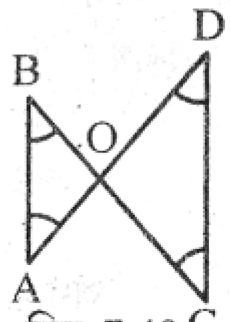
∴ (iv) আৰু (iii) ব্যৱহাৰ কৰি-

∠ABC>∠ACB

এতিয়া, ΔABC-ত

∠ABC>∠ACB

∴ AC>AB [প্ৰমাণিত]



চিত্ৰ-7·49

প্ৰশ্নঃ 3. চিত্ৰ 7.49-ত ∠B<∠A আৰু ∠C<∠D দেখুওৱা যে, AD∠BC.

সমাধানঃ ΔAOB-ত

∠B<∠A (প্ৰদত্ত)

⇒ ∠A>∠A

∴ OB>OA

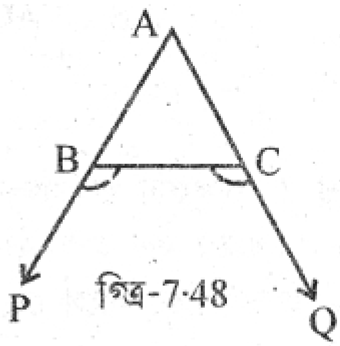
[বৃহত্তৰ কোণৰ বিপৰীত বাহু বৃহত্তৰ].............(i)

ΔCOD-ত ∠C<∠D (প্ৰদত্ত) ।

⇒ $\angle D > \angle C$

∴OC>OD [বৃহত্তৰ কোণৰ বিপৰীত বাহু বৃহত্তৰ]............(ii)

∴ (i)+(ii) ⇒



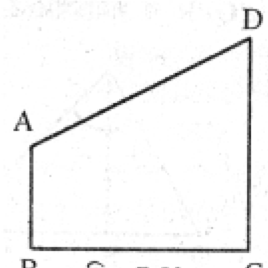
গিত্ৰ-7·48

$OB + OC > OA + OD$

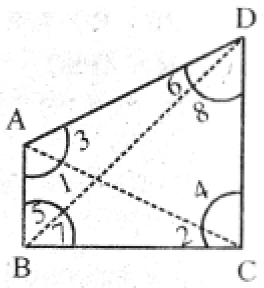
$\Rightarrow BC > AD$

$\Rightarrow AD < BC$ [প্ৰমাণিত]

প্ৰশ্নঃ 4. ABCD চতুৰ্ভুজৰ AB আৰু CD যথাক্ৰমে হ্ৰস্বতম আৰু দীৰ্ঘতম বাহু (চিত্ৰ 7.50)। দেখুওৱা যে, $\angle A > \angle C$ আৰু $\angle B > \angle D$ ।



চিত্ৰ-7·50



সমাধানঃ বিশেষ সূত্ৰঃ ABCD এটা চতুৰ্ভুজ । ইয়াৰ AB ক্ষুদ্ৰতৰ বাহু আৰু DC বৃহত্তৰ বাহু ।

প্ৰমাণ কৰিব লাগে যে, $\angle A > \angle C$ আৰু $\angle B > \angle D$ ।

অংকনঃ A, C আৰু D, B সংযোগ কৰা হ'ল ।

প্ৰমাণঃ ΔABC–ত AB বাহু ক্ষুদ্ৰতৰ >

$\therefore \angle 1 > \angle 2$............(i)

ΔADC-ত CD বাহু বৃহত্তৰ ।

$\therefore CD > AD$

$\Rightarrow \angle 3 > \angle 4$..........(ii)

$\therefore$ (i) +(ii) কৰি পাওঁ–

$\angle 1 + \angle 3 > \angle 2 + \angle 4$

$\Rightarrow \angle A > \angle C$

আকৌ. ΔADB–ত AB বাহু ক্ষুদ্ৰতৰ

$\therefore AD > AB$

$\Rightarrow \angle 5 > \angle 6$...........(iii)

আৰু ΔACD–ত CD বাহু বৃহত্তৰ ।

$\therefore CD > BC$

$\Rightarrow \angle 7 > \angle 8 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots.(iv)$

এতিয়া, (iii) + (iv) কৰি পাওঁ-

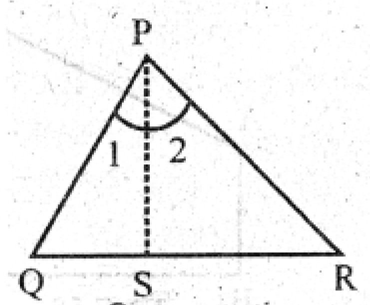
$\angle 5 + \angle 7 > \angle 6 + \angle 8$

$\Rightarrow \angle B > \angle D.$

$\therefore \angle A > \angle C$ আৰু $\angle B > \angle D$ [প্ৰমাণিত]

প্ৰশ্নঃ 5. চিত্ৰ 7.51 ত PR>PQ আৰু PS য়ে $\angle QPR$ ক সমদ্বিখণ্ডিত কৰে । **প্ৰমাণ** কৰা যে,

$\angle PSR > PSQ$ ।



চিত্ৰ-7·51

সমাধানঃ ΔPQR-ত PR>PQ [প্ৰদত্ত]

$\therefore \angle PQR > \angle PRQ$

[∴বৃহত্তৰ Q বাহুৰ বিপৰীত **কোণ** বৃহত্তৰ]...........(i)

আকৌ, $\angle 1 = \angle 2$

[$\therefore PS, \angle P$-ৰ সমদ্বিখণ্ডক].........(ii)

$\therefore \angle PQR + \angle 1 > \angle PRQ + \angle 2$..........(iii)

কিন্তু, $\angle PQS + \angle 1 + \angle PSQ = \angle PRS + \angle 2 + \angle PSR = 180^0$ [∴ত্ৰিভুজৰ তিনিটা কোণৰ **সমষ্টি** 180^0]

$\Rightarrow \angle PQR + \angle 1 + \angle PSQ = \angle PRQ + \angle 2 + \angle PSR$.........(iv)

[$\therefore \angle PRS = \angle PRQ$ আৰু $\angle PQS = \angle PQR$]

এতিয়া, (iii) আৰু (iv)-ৰ আমি পাওঁ-

$\angle PSQ < \angle PSR$

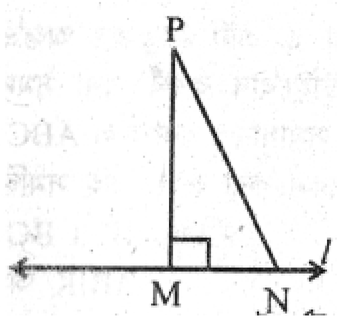
$\Rightarrow \angle PSR > \angle PSQ$ [প্ৰমাণিত]

প্ৰশ্নঃ 6. দেখুওৱা যে এডাল **ৰেখাত** নথকা কোনো বিন্দুৰ পৰা ৰেখাখণ্ডলৈ টনা আটাইবোৰ ৰেখাখণ্ডৰ ভিতৰত লম্ব **ৰেখাখণ্ডডালেই** হ'ল হ্ৰস্বতম ।

সমাধানঃ বিশেষ সূত্ৰঃ l এটা **ৰেখা** আৰু P এটা বিন্দু যি এই ৰেখাৰ ওপৰত **অৱস্থিত** হয় । $PM \perp l$.

M ছাড়া N, l-ৰ ওপৰত থকা আন এটা বিন্দু । প্ৰমাণ কৰিব লাগে যে, $PM < PN$.

প্ৰমাণঃ ΔPMN-ত ∠M সমকোণ ।



সুতৰাং N এটা সূক্ষ্মকোণ ।

∴ ∠M>∠N

⇒∠PN>∠PM

[বৃহত্তৰ কোণৰ বিপৰীত বাহু বৃহত্তৰ]

⇒PM<PN.

∴ যি কোন বহিঃস্থ বিন্দুৰ পৰা অংকিত ৰেখাখণ্ড সমূহৰ মাজত লম্বৰ দৈৰ্ঘ্যই আটাইতকৈ সৰু ।

অনুশীলনী- 7.5

প্ৰশ্নঃ 1 ABC এটা ত্ৰিভুজ । Δ ABC-ৰ অন্তৰ্ভাগত এটা বিন্দু নিৰ্ণয় কৰা যাতে ই ত্ৰিভুজটোৰ সকলো শীৰ্ষবিন্দুৰ পৰা সমদূৰত্বত অৱস্থান কৰে ।

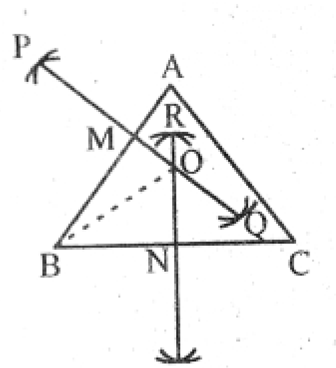
সমাধানঃ ABC এটা ত্ৰিভুজ । এটা ত্ৰিভুজৰ দুটা বাহু AB আৰু BC-ৰ দুটা লম্ব সমদ্বিখণ্ডক PQ আৰু RS অংকন কৰা হ'ল । ধৰা হ'ল PQ, AB ক M বিন্দুত আৰু RS, BC-ক, N বিন্দুত সমদ্বিখণ্ডিত কৰিছে । লম্ব সমদ্বিখণ্ডক দুটা O বিন্দুত ছেদ কৰিছে ।

এতিয়া, OA, OB আৰু OC সংযোগ কৰা হ'ল ।

∴ ΔAOM আৰু ΔBOM-ৰ পৰা

AM=MB (অংকন মতে)

$\angle AMO=\angle BMO=90^0$



আৰু MO=MO [সাধাৰণ বাহু]

∴ ΔAOM≅ΔBOM

[SAS স্বীকাৰ্য্য মতে]

∴ OA=OB............(i)

অনুৰূপ ভাৱে, ΔBON≅ΔCON

OB=OC...........(ii)

∴ (i) আৰু (ii)-ৰ পৰা পাওঁ –

$OA = OB = OC.$

∴ ত্ৰিভুজৰ যিকোন দুটা বাহুৰ লম্ব সমদ্বিখণ্ডকৰ ছেদ বিন্দুটো হ'ল **শীৰ্ষবিন্দুবোৰৰ** পৰা সমদূৰৱৰ্তী বিন্দু । চিত্ৰত বিন্দুটো হ' 'O'।

প্ৰশ্নঃ 2. এটা ত্ৰিভুজৰ অন্তৰ্ভাগত এটা বিন্দু নিৰ্ণয় কৰা যাতে ই ত্ৰিভুজটোৰ আটাইবোৰ বাহুৰ পৰা সমদূৰত্বত থাকে ।

সমাধানঃ ধৰা হ'ল ABC এটা ত্ৰিভুজ । ∠B আৰু ∠C-ৰ দুটা সমদ্বিখণ্ডক BL অংকন কৰা হ'ল । এই সমদ্বিখণ্ডক দুটা পৰস্পৰ । বিন্দুত ছেদ কৰিছে ।

এতিয়া, $IK \perp BC, IJ \perp AB$ আৰু $IL \perp AC$ টনা হ'ল ।

∴ ΔBIK আৰু ΔBIJ – ৰ

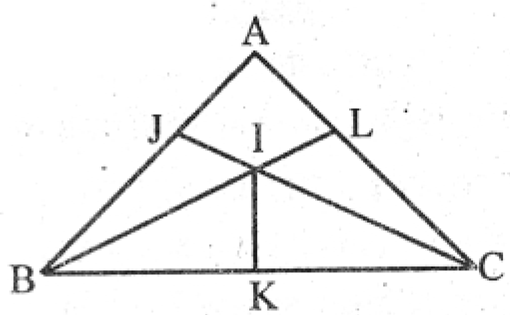
$\angle IKB = \angle IJB = 90^0$

$\angle IBK = \angle IBJ$ [∴ BI, ∠B-ৰ সমদ্বিখণ্ডক]

আৰু $BI = BI$ [সাধাৰণ বাহু]

∴ $\Delta BIK \cong \Delta BIJ$ [AAS স্বীকাৰ্য্য মতে]

∴ $IK = IJ$..........(i)



অনুৰূপভাবেঃ $\Delta CIK \cong \Delta CIL$

∴ $IK = IL$ ....(ii)

∴(i) আৰু (ii)-ৰ পৰা-

$IJ = IK = IL$

∴ I বিন্দু, ΔABC-ৰ যিকোন দুটা কোণৰ সমদ্বিখণ্ডকৰ ছেদ বিন্দু ।

প্ৰশ্নঃ 3. এখন বিশাল প্ৰমোদ কাননত প্ৰৱেশ কৰা লোকসকল তিনিটা স্থানত থূপ খাই থাকে (চিত্ৰ 7.52) ।

A. য'ত শিশুসকলৰ বাবে ভিন্ন প্ৰবেশ তৰহৰ চোঁচৰা খেলনা (Slide) আৰু দোলনা আছে ।

B. যি স্থানৰ কাষত এটা কৃত্ৰিম হ্ৰাস অৱস্থিত ।

C. যি স্থান এটা বৃহৎ গাড়ীত খোৱা স্থান (Parking) আৰু প্ৰস্থান পথৰ (Exit) ওচৰত অৱস্থিত ।

থূপ খাই থকা লোকৰ বৃহত্তৰ সংখ্যকৰ ওচৰতে হোৱাকৈ এখন আইচক্ৰীমৰ বিপণী কেনে স্থানত বহুৱাব লাগিব?

সমাধানঃ আইচক্ৰীমৰ দোকানটো A,B আৰু C –ৰ পৰা সমান দূৰত্বত থাকিব লাগিব । ইয়াৰ বাবে প্ৰথমতে B আৰু C সংযোগকাৰী ৰেখাৰ লম্বসমদ্বিখণ্ডক l, A আৰু C সংযোকাৰী ৰেখাৰ লম্বসমদ্বিখণ্ডক m অংকন কৰিব লাগিব । ধৰা l আৰু m পৰস্পৰ O বিন্দুত ছেদ কৰিলে ।

O বিন্দুটো A, B আৰু C বিন্দুত্ৰয়ৰ পৰা সমান দূৰত্বত আছে ।

OA, OB আৰু OC সংযোগ কৰা হ'ল ।

প্ৰমাণঃ ΔBOP আৰু ΔCOP–ৰ পৰা

OP=OP (সাধাৰণ বাহু)

$\angle OPB=\angle OPC=90^0$

আৰু $BP=PC$[∴P, BC-ৰ মধ্যবিন্দু]

$\therefore \Delta BOP \cong \Delta COP$ [SAS স্বীকাৰ্য্য মতে

∴ OB=OC..........(i)

অনুৰূপভাবে, $\Delta AOQ \cong \Delta COQ$

∴OA=OC...............(iii)

∴(i) আৰু (ii) –ৰ পৰা

OA=OB=OC

∴ আইচক্ৰীমৰ দোকানটো O বিন্দুত স্থাপন কৰিব লাগিব ।

প্ৰশ্নঃ 4. ষড়ভুজ আৰু তৰা আকৃতিৰ ৰংগোলি দুটা [চিত্ৰ 74.53 (i) আৰু (ii)] যিমান সম্ভৱ সিমান 1 ছে.মি. জোখৰ বাহু **বিশিষ্ট** সমবাহু ত্ৰিভুজেৰে সম্পূৰ্ণ কৰা । উভয় **ক্ষেত্ৰতে** ত্ৰিভুজৰ সংখ্যা নিৰণয় কৰা । ত্ৰিভুজৰ সংখ্যা ক'ত অধিক?

সমাধানঃ ষড়ভুজ ক্ষেত্ৰাকাৰ ৰংগোলিত সমবাহু ত্ৰিভুজৰ সংখ্যা =6 আৰু প্ৰতিটো **বাহুৰ** দৈৰ্ঘ্য =5চে.মি.।

∴ 5 চে.মি. বাহু বিশিষ্ট সমবাহু ত্ৰিভুজৰ ক্ষেত্ৰফল

$= \frac{\sqrt{3}}{4}$ (বাহু)$^2 = \frac{\sqrt{3}}{4}(5)^2 = \frac{\sqrt{3}}{4} \times 25$

∴ ষড়ভুজাকাৰ ৰংগোলিৰ ক্ষেত্ৰফল =6 × এটা সমবাহু ত্ৰিভুজৰ ক্ষেত্ৰফল

ক্ষেত্ৰফল $= 6 \times \frac{\sqrt{3}}{4} \times 25 = 150 \times \frac{\sqrt{3}}{4}$ চে.মি.^{2}......(i)

∴ 1 চে.মি. বাহু বিশিষ্ট সমবাহু ত্ৰিভুজৰ ক্ষেত্ৰফল

$= \frac{\sqrt{3}}{4}(1)^2 = \frac{3}{4}$ চে.মি.^{2} ....(ii)

∴ ষড়ভুজকাৰ ৰংগোলিত 1 চে.মি. বাহু বিশিষ্ট সমবাহু ত্ৰিভুজৰ সংখ্যা

$= 150\frac{\sqrt{3}}{4} \div \frac{\sqrt{3}}{4}$

$= 150\frac{\sqrt{3}}{4} \times \frac{4}{\sqrt{3}} = 150 \ldots\ldots\ldots\ldots..(iii)$

এতিয়া তৰা ৰংগোলিৰ 5 চে.মি. বাহু বিশিষ্ট সমবাহু ত্ৰিভুজৰ সংখ্যা =12

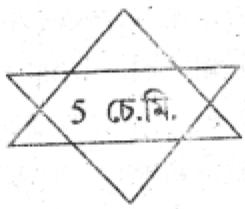
∴ তৰা ৰংগোলিত **ক্ষেত্ৰফল** =12×5 চে.মি. বাহু বিশিষ্ট এঠা ত্ৰিভুজৰ **ক্ষেত্ৰফল**

$= 12 \times \frac{\sqrt{3}}{4} \times (5)^2$

$= 12 \times \frac{\sqrt{3}}{4} \times 25$

$= 300\frac{\sqrt{3}}{4}$ চে.মি.^{2} ....(iv)

∴ তৰা ৰংগোলিত 1 চে.মি. বাহুবিশিষ্ট সমবাহু ত্ৰিভুজৰ সংখ্যা



$= 300\frac{\sqrt{3}}{4} \div \frac{\sqrt{3}}{4}$[(iv) + (iii)কৰি]

$= 300\frac{\sqrt{3}}{4} \times \frac{4}{\sqrt{3}} = 300 \ldots\ldots\ldots\ldots.(iv)$

∴ (iii) আৰু (v)-ৰ পৰা দেখা যায় যে তৰা ৰংগোলিত সমবাহু **ত্ৰিভুজৰ** সংখ্যা অধিক ।