

गुणनखण्ड

In Text Exercise

पृष्ठ 119 : करो और सीखो

प्रश्न: दो पूर्णांक a तथा b ऐसे ज्ञात कीजिए कि

$a + b$	ab	a	b
8	15	5	3
13	12		
-1	-20	-5	4
-5	4		
10	21		
-1	-12		
-11	10		
-7	10		

हल: $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

तब $(a + b)^2 - (a - b)^2 = 4ab$

$\Rightarrow (a - b)^2 = (a + b)^2 - 4ab$

$a - b = \sqrt{(a + b)^2 - 4ab}$

अब (i) जब $a + b = 13$ तथा $ab = 12$ तब

$a - b = \sqrt{(13)^2 - 4 \times 12}$
 $= \sqrt{169 - 48} = \sqrt{121} = 11$

तब $a + b + a - b = 13 + 11 = 24$

$\Rightarrow 2a = 24 \Rightarrow \boxed{a = 12}$

एवं $b = 13 - a = 13 - 12 = 1$

$\Rightarrow \boxed{b = 1}$

(ii) जब $a + b = -5$ तथा $ab = 4$ तब

$a - b = \sqrt{(-5)^2 - 4 \times 4}$
 $= \sqrt{25 - 16} = \sqrt{9} = 3$

तब $a + b + a - b = -5 + 3 = -2$

$\Rightarrow 2a = -2 \Rightarrow \boxed{a = -1}$

एवं $b = -5 - a = -5 - (-1)$

$$= -5 + 1$$

$$\Rightarrow \boxed{b = -4}$$

(iii) जब $a + b = 10$ तथा $ab = 21$ तब

$$\begin{aligned} a - b &= \sqrt{(10)^2 - 4 \times 21} \\ &= \sqrt{100 - 84} = \sqrt{16} = 4 \\ a + b &= 10 \text{ व } a - b = 4 \end{aligned}$$

$$\text{तब } a + b + a - b = 10 + 4$$

$$\Rightarrow 2a = 14 \Rightarrow \boxed{a = 7}$$

$$\text{तथा } b = 10 - a = 10 - 7 = 3$$

$$\Rightarrow \boxed{b = 3}$$

(iv) जब $a + b = -1$ तथा $ab = -12$

$$\begin{aligned} \text{तब } a - b &= \sqrt{(-1)^2 - 4 \times (-12)} \\ &= \sqrt{1 + 48} = \sqrt{49} = 7 \\ a + b &= -1 \text{ व } a - b = 7 \end{aligned}$$

जोड़ने पर,

$$a + b + a - b = -1 + 7 = 6$$

$$\Rightarrow 2a = 6$$

$$\Rightarrow \boxed{a = 3}$$

$$b = -1 - a = -1 - 3 = -4$$

$$\Rightarrow b = -4$$

(v) $a + b = -11$ व $ab = 10$ तब

$$\begin{aligned} a - b &= \sqrt{(-11)^2 - 4 \times 10} \\ &= \sqrt{121 - 40} = \sqrt{81} = 9 \end{aligned}$$

$$\text{तब } a + b + a - b = -11 + 9 = -2$$

$$\Rightarrow 2a = -2$$

$$\Rightarrow \boxed{a = -1}$$

$$\begin{aligned} b &= -11 - a = -11 - (-1) \\ &= -11 + 1 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \boxed{b = -10}$$

(vi) $a + b = -7$ तथा $ab = 10$ तब

$$\begin{aligned} a - b &= \sqrt{(-7)^2 - 4 \times 10} \\ &= \sqrt{49 - 40} = \sqrt{9} = 3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & a + b = -7 \text{ व } a - b = 3 \\
 & a + b + a - b = -7 + 3 \\
 \Rightarrow & 2a = -4 \\
 \Rightarrow & \boxed{a = -2} \\
 & b = -7 - a \\
 & \quad = -7 - (-2) \\
 & \quad b = -7 + 2 = -5 \\
 \Rightarrow & \boxed{b = -5}
 \end{aligned}$$

उपरोक्त मान तालिका में भरने पर

a + b	ab	a	b
8	15	5	3
13	12	12	1
-1	-20	-5	4
-5	4	-4	-1
10	21	7	3
-1	-12	-4	3
-11	10	-10	-1
-7	10	-5	-2

पृष्ठ 123: करो और सीखो

त्रुटियों को पहचानो

प्रश्न 1: $3x + x + 4 = 56$

$$7x = 56$$

$$x = \frac{56}{7}$$

$$= 8$$

किसी पद के गुणांक 1 को प्रायः दर्शाया नहीं जाता है परन्तु समान पदों को जोड़ते समय इसे योग में सम्मिलित करते हैं।

त्रुटि कहाँ है? सही उत्तर ज्ञात कीजिए।

प्रश्न 2: $5x$ का मान -2 पर ज्ञात कीजिए।

$$= 5 - 2 = 3$$

त्रुटि कहाँ है? सही मान ज्ञात कीजिए।

प्रश्न 3: व्यंजकों के हल कॉलम A तथा कॉलम B में दिए गए हैं। जाँच करके बताएँ कौनसा हल सही है?

व्यंजक	A	B
$3(x - 4)$	$3x - 4$	$3x - 12$
$(2x)^2$	$2x^2$	$4x^2$
$(x + 4)^2$	$x^2 + 16$	$x^2 + 8x + 16$
$(x - 3)^2$	$x^2 - 9$	$x^2 - 6x + 9$
$\frac{y+5}{5}$	$y + 1$	$\frac{y}{5} + 1$

हल:

$$\begin{aligned} (1) \quad & 3x + x + 4 = 56 \\ & = 3x + 1 + 4x = 56 \\ & = (3 + 1 + 4)x = 56 \\ & \Rightarrow 8x = 56 \\ & \Rightarrow x = \frac{56}{8} = 7 \text{ (सही मान)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) \quad & x = -2 \text{ पर } 5x \text{ का मान} \\ & = 5 \times (-2) \quad 5x = 5 \times x \\ & = -10 \text{ (सही मान)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (3) \quad (i) \quad & 3(x - 4) \\ & = 3 \times x - 3 \times 4 \\ & = 3x - 12 \\ \text{अतः B सही है।} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (ii) \quad & (2x)^2 \\ & = (2x) \times (2x) \\ & = (2 \times x) \times (2 \times x) \\ & = 2 \times 2 \times x \times x \end{aligned}$$

$$= 4 \times x^2$$

$$= 4x^2$$

अतः B सही है।

$$(iii) (x + 4)^2 = x^2 + 2(x)(4) + (4)^2$$

$$= x^2 + 8x + 16$$

अतः B सही है।

$$(iv)(x - 3)^2 = x^2 - 2(x)(3) + (3)^2$$

$$= x^2 - 6x + 9$$

अतः B सही है।

$$(v) \frac{y+5}{5} = \frac{y}{5} + \frac{5}{5}$$

$$= \frac{y}{5} + 1$$

अतः B सही है।

Exercise 10.1

प्रश्न 1: दिए हुए पदों में सार्व गुणनखण्ड ज्ञात कीजिए

(i) $12x, 36$

(ii) $14pq, 28p^2q^2$

(iii) $6abc, 24ab^2, 12a^2b$

(iv) $16x^3, -4x^2, 32x$

(v) $10pq, 20qr, 30rp$

(vi) $3x^2y^3, 10x^2y^2, 6x^2y^2z$

हल:

(i) $12x, 36$

$$12x = 2 \times 2 \times 3 \times x$$

$$36 = 2 \times 2 \times 3 \times 3$$

$$\therefore \text{सार्व गुणनखण्ड} = 2 \times 2 \times 3 = 12$$

(ii) $14pq, 28p^2q^2$

$$14pq = 2 \times 7 \times p \times q$$

$$28p^2q^2 = 2 \times 2 \times 7 \times p \times p \times q \times q$$

$$\therefore \text{सार्व गुणनखण्ड} = 2 \times 7 \times p \times q = 14pq$$

(iii) $6abc, 24ab^2, 12a^2b$

$$6abc = 2 \times 3 \times a \times b \times c$$

$$24ab^2 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times a \times b \times b$$

$$12a^2b = 2 \times 2 \times 3 \times a \times a \times b$$

$$\therefore \text{सार्व गुणनखण्ड} = 2 \times 3 \times a \times b = 6ab$$

$$(iv) 16x^3, -4x^2, 32x$$

$$16x^3 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times x \times x \times x$$

$$-4x^2 = (-1) \times 2 \times 2 \times x \times x$$

$$32x = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times x$$

$$\therefore \text{सार्व गुणनखण्ड} = 2 \times 2 \times x = 4x$$

$$(v) 10pq, 20qr, 30rp$$

$$10pq = 2 \times 5 \times p \times q$$

$$20qr = 2 \times 2 \times 5 \times q \times r$$

$$30rp = 2 \times 3 \times 5 \times r \times p$$

$$\therefore \text{सार्व गुणनखण्ड} = 2 \times 5 = 10$$

$$(vi) 3x^2y^3, 10x^2y^2, 6x^2y^2z$$

$$3x^2y^3 = 3 \times x \times x \times y \times y \times y$$

$$10x^2y^2 = 2 \times 5 \times x \times x \times y \times y$$

$$6x^2y^2z = 2 \times 3 \times x \times x \times y \times y \times z$$

$$\therefore \text{सार्व गुणनखण्ड} = x \times x \times y \times y = x^2y^2$$

प्रश्न 2: निम्नलिखित व्यंजकों के गुणनखण्ड कीजिए (सार्व गुणनखण्ड द्वारा)

$$(i) 6p - 12$$

$$(ii) 7a^2 + 14a$$

$$(iii) 10a^2 - 15b^2 + 20c^2$$

$$(iv) ax^2y + bxy^2 + cxyz.$$

$$(v) x^2yz + xy^2z + xyz^2$$

$$(vi) -16z + 20z^2$$

हल:

$$(i) 6p - 12q$$

$$6p - 12q = 6(p - 2q)$$

$$(ii) 7a^2 + 14a$$

$$7a^2 + 14a = 7a(a + 2)$$

$$\begin{aligned} \text{(iii)} & 10a^2 - 15b^2 + 20c^2 \\ & 10a^2 - 15b^2 + 20c^2 \\ & = 5(2a^2 - 3b^2 + 4c^2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(iv)} & ax^2y + bxy^2 + cxyz \\ & ax^2y + bxy^2 + cxyz \\ & = xy(ax + by + cz) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(v)} & x^2yz + xy^2z + xyz^2 \\ & x^2yz + xy^2z + xyz^2 \\ & = xyz(x + y + z) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(vi)} & -16z + 20z^3 \\ & -16z + 20z^3 \\ & = 4z(-4 + 5z^2) \end{aligned}$$

प्रश्न 3: गुणनखण्ड कीजिए (समूहन द्वारा)

- (i) $2xy + 3 + 2y + 3x$
- (ii) $z - 7 - 7xy + xyz$
- (iii) $6ry - 4y + 6 - 9x$
- (iv) $15pq + 15 + 99 + 25p$

हल:

$$\begin{aligned} \text{(i)} & 2xy + 3 + 2y + 3x \\ & \underline{2xy + 3} + \underline{2y + 3x} \\ & = 2xy + 2y + 3 + 3x \\ & = 2y(x + 1) + 3(1 + x) \\ & = 2y(x + 1) + 3(x + 1) \\ & = (x + 1)(2y + 3) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(ii)} & z - 7 - 7xy + xyz \\ & \underline{z - 7} - \underline{7xy + xyz} \\ & = z - 7 - xy(7 - z) \\ & = 1(z - 7) + xy(z - 7) \\ & = (1 + xy)(z - 7) \\ & = (xy + 1)(z - 7) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(iii)} & 6xy - 4y + 6 - 9x \\ & \underline{6xy - 4y} + \underline{6 - 9x} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= 2y (3x - 2) + 3(2 - 3x) \\
 &= 2y (3x - 2) - 3(3x - 2) \\
 &= (3x - 2) (2y - 3)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &(\text{iv}) 15pq + 15 + 9q + 25p \\
 &15pq + 15 + 9q + 25p \\
 &= \underline{15pq + 9q} + \underline{15 + 25p} \\
 &= 3q (5p + 3) + 5(3 + 5p) \\
 &= 3q (5p + 3) + 5 (5p + 3) \\
 &= (5p + 3) (3q + 5)
 \end{aligned}$$

Exercise 10.2

प्रश्न 1: निम्नलिखित के गुणनखण्ड कीजिए

- (i) $a^2 - 4$
- (ii) $a^2 - 49b^2$
- (iii) $p^3 - 121p$
- (iv) $(a - b)^2 - c^2$
- (v) $a^4 - b^4$
- (vi) $5x^3 - 125x$
- (vii) $63a^2 - 112b^2$
- (viii) $9x^2y^2 - 16$
- (ix) $(l + m) - (l - m)^2$

हल: (i) $a^2 - 4$
 $a^2 - 4 = (a)^2 - (2)^2$
 $= (a - 2) (a + 2)$

(ii) $a^2 - 49b^2$
 $a^2 - 49b^2 = (a)^2 - (7b)^2$
 $= (a - 7b) (a + 7b)$

(iii) $p^3 - 121p$
 $p^3 - 121p = p (p^2 - 121)$
 $= p \{(p^2 - (11)^2)\}$
 $= p (p - 11) (p + 11)$

$$\begin{aligned}
 & \text{(iv) } (a - b)^2 - c^2 \\
 & (a - b)^2 - c^2 \\
 & = (a - b - c) (a - b + c)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \text{(v) } a^4 - b^4 \\
 & a^4 - b^4 \\
 & = (a^2)^2 - (b^2)^2 \\
 & = (a^2 - b^2) (a^2 + b^2) \\
 & = (a - b) (a + b) (a^2 + b^2)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \text{(vi) } 5x^3 - 125x \\
 & 5x^3 - 125x \\
 & = 5 (x^2 - 25) \\
 & = 5x (x^2 - 5^2) \\
 & = 5x (x - 5) (x + 5)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \text{(vii) } 63a^2 - 112b^2 \\
 & 63a^2 - 112b^2 \\
 & = 7 (9a^2 - 16b^2) \\
 & = 7 \{(3a)^2 - (4b)^2\} \\
 & = 7(3a - 4b) (3a + 4b)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \text{(viii) } 9x^2y^2 - 16 \\
 & 9x^2y^2 - 16 = (3xy)^2 - (4)^2 \\
 & = (3xy - 4) (3xy + 4)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \text{(ix) } (l + m)^2 - (l - m)^2 \\
 & (l + m)^2 - (l - m)^2 \\
 & = \{(l + m) + (l - m)\} \{(l + m) - (l - m)\} \\
 & = (l + m + l - m) (l + m - l + m) \\
 & = (2m) (2l) \\
 & = 4lm
 \end{aligned}$$

प्रश्न 2: निम्नलिखित के गुणनखण्ड कीजिए

$$\text{(i) } lx^2 + mx$$

$$\text{(ii) } 2x^3 + 2xy^2 + 2xz^2$$

$$\text{(iii) } a(a + b) + 4(a + b)$$

$$\text{(iv) } (xy + y) + x + 1$$

$$(v) 5a^2 - 15a - 6c + 2ac$$

$$(vi) am^2 + bm^2 + bn^2 + an^2$$

हल:

$$(i) lx^2 + mx$$

$$lx^2 + mx$$

$$= x (lx + m)$$

$$(ii) 2x^3 + 2xy^2 + 2xz^2$$

$$2x^3 + 2xy^2 + 2xz^2$$

$$= 2x (x^2 + y^2 + z^2)$$

$$(iii) a(a + b) + 4(a + b)$$

$$a(a + b) + 4(a + b)$$

$$= (a + b)(a + 4)$$

$$(iv) (xy + y) + x + 1$$

$$(xy + y) + (x + 1)$$

$$= y(x + 1) + 1(x + 1)$$

$$= (x + 1)(y + 1)$$

$$(v) 5a^2 - 15a - 6c + 2ac$$

$$5a^2 - 15a - 6c + 2ac$$

$$= 5a^2 - 15a + 2ac - 6c$$

$$= 5a(a - 3) + 2c(a - 3)$$

$$= (a - 3)(5a + 2c)$$

$$(vi) am^2 + bm^2 + bn^2 + an^2$$

$$am^2 + bm^2 + bn^2 + an^2$$

$$= am^2 + bm^2 + an^2 + bn^2$$

$$= m^2(a + b) + n^2(a + b)$$

$$= (a + b)(m^2 + n^2)$$

प्रश्न 3: निम्नलिखित व्यंजकों के गुणनखण्ड कीजिए

$$(i) x^2 + 5x + 6$$

$$(ii) q^2 + 11q + 24$$

$$(iii) m^2 - 10m + 21$$

$$(iv) x^2 + 6x - 16$$

$$(v) x^2 - 7x - 18$$

$$(vi) k^2 - 11k - 102$$

$$(vii) y^2 + 2y - 48.$$

$$(viii) d^2 - 4d - 45$$

$$(ix) m^2 + 16m + 63$$

$$(x) n^2 - 19n - 92$$

$$(xi) p^2 - 10p + 16$$

$$(xii) x^2 + 4x - 45$$

हल:

$$(i) x^2 + 5x + 6$$

$$x^2 + 5x + 6$$

$$= x^2 + 2x + 3x + 6$$

$$= x(x + 2) + 3(x + 2)$$

$$= (x + 2)(x + 3)$$

$$(ii) q^2 + 11q + 24$$

$$q^2 + 11q + 24$$

$$= q^2 + 3q + 8q + 24$$

$$= q(q + 3) + 8(q + 3)$$

$$= (q + 3)(q + 8)$$

$$(iii) m^2 - 10m + 21$$

$$m^2 - 10m + 21$$

$$= m^2 - 3m - 7m + 21$$

$$= m(m - 3) - 7(m - 3)$$

$$= (m - 3)(m - 7)$$

$$(iv) x^2 + 6x - 16$$

$$x^2 + 6x - 16$$

$$= x^2 + 8x - 2x - 16$$

$$= x(x + 8) - 2(x + 8)$$

$$= (x + 8)(x - 2)$$

$$(v) x^2 - 7x - 18$$

$$x^2 - 7x - 18$$

$$= x^2 - 9x + 2x - 18$$

$$= x(x - 9) + 2(x - 9)$$

$$= (x - 9)(x + 2)$$

$$\begin{aligned}
 & \text{(vi) } k^2 - 11k - 102 \\
 & k^2 - 11k - 102 \\
 & = k^2 - 17k + 6k - 102 \\
 & = k(k - 17) + 6(k - 17) \\
 & = (k - 17)(k + 6)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \text{(vii) } y^2 + 2y - 48 \\
 & y^2 + 2y - 48 \\
 & = y^2 + 8y - 6y - 48 \\
 & = y(y + 8) - 6(y + 8) \\
 & = (y + 8)(y - 6)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \text{(viii) } d^2 - 4d - 45 \\
 & = d^2 - 4d - 45 \\
 & = d^2 - 9d + 5d - 45 \\
 & = d(d - 9) + 5(d - 9) \\
 & = (d - 9)(d + 5)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \text{(ix) } m^2 + 16m + 63 \\
 & m^2 + 16m + 63 \\
 & = m^2 + 9m + 7m + 63 \\
 & = m(m + 9) + 7(m + 9) \\
 & = (m + 9)(m + 7)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \text{(x) } n^2 - 19n - 92 \\
 & n^2 - 19n - 92 \\
 & = n^2 - 23n + 4n - 92 \\
 & = n(n - 23) + 4(n - 23) \\
 & = (n - 23)(n + 4)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \text{(xi) } p^2 - 10p + 16 \\
 & p^2 - 10p + 16 \\
 & = p^2 - 8p - 2p + 16 \\
 & = p(p - 8) - 2(p - 8) \\
 & = (p - 8)(p - 2)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \text{(xii) } x^2 + 4x - 45 \\
 & x^2 + 4x - 45 \\
 & = x^2 + 9x - 5x - 45
 \end{aligned}$$

$$= x(x + 9) - 5(x + 9)$$

$$= (x + 9)(x - 5)$$

Exercise 10.3

प्रश्न 1: निम्नलिखित विभाजन कीजिए

(i) $28x^4 \div 56x$

(ii) $-36y^3 \div 9y^2$

(iii) $34x^3y^3z^3 \div 51xy^3z^3$

(iv) $12a^8b^8 \div (-6a^6b^4)$

हल: (i) $28x^4 \div 56x$

$$= \frac{28x^4}{56x}$$

$$= \frac{2 \times 2 \times 7 \times x \times x \times x \times x}{2 \times 2 \times 2 \times 7 \times x}$$

$$= \frac{x \times x \times x}{2}$$

$$= \frac{x^3}{2}$$

$$= \frac{1}{2}x^3$$

(ii) $-36y^3 \div 9y^2$

$$= \frac{-36y^3}{9y^2}$$

$$= -\frac{2 \times 2 \times 3 \times 3 \times y \times y \times y}{3 \times 3 \times y \times y}$$

$$= -\frac{2 \times 2 \times y}{1}$$

$$= -\frac{4y}{1}$$

$$= -4y$$

$$(iii) 34x^3y^3z^3 \div 51xy^2z^3$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{34x^3y^3z^3}{51xy^2z^3} \\
 &= \frac{2 \times 17 \times x \times x \times x \times y \times y \times y \times z \times z \times z}{3 \times 17 \times x \times y \times y \times z \times z \times z} \\
 &= \frac{2 \times x \times x \times y}{3} \\
 &= \frac{2x^2y}{3} \\
 &= \frac{2}{3}x^2y
 \end{aligned}$$

$$(iv) 12a^8b^8 \div (-6a^6b^4)$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{12a^8b^8}{-6a^6b^4} \\
 &= -\frac{2 \times 2 \times 3 \times a \times a \times a \times a \times a \times a \times a \times a \times b \times b \times b \times b \times b \times b \times b \times b}{2 \times 3 \times a \times a \times a \times a \times a \times a \times a \times a \times b \times b \times b \times b} \\
 &= -\frac{2 \times a \times a \times b \times b \times b \times b}{1} \\
 &= -\frac{2a^2b^4}{1} \\
 &= -2a^2b^4
 \end{aligned}$$

प्रश्न 2: दिए हुए बहुपद को दिए हुए एक पदी से भाग दीजिए

$$(i) (5x^2 - 6x) \div 3x$$

$$(ii) (x^3 + 2x^2 + 3x) \div 2x$$

$$(iii) (p^3q^6 - p^6q^3) \div p^3q^3$$

$$(iv) (3x^8 - 4x^6 + 5x^4) \div x^4$$

हल:

$$(i) (5x^2 - 6x) \div 3x$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{5x^2 - 6x}{3x} \\
 &= \frac{x(5x - 6)}{3x} \\
 &= \frac{5x - 6}{3} \\
 &= \frac{5x}{3} - \frac{6}{3} \\
 &= \frac{5}{3}x - 2
 \end{aligned}$$

(ii) $(x^3 + 2x^2 + 3x) \div 2x$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{x^3 + 2x^2 + 3x}{2x} \\
 &= \frac{x(x^2 + 2x + 3)}{2x} \\
 &= \frac{x^2 + 2x + 3}{2} \\
 &= \frac{x^2}{2} + \frac{2x}{2} + \frac{3}{2} \\
 &= \frac{1}{2}x^2 + x + \frac{3}{2}
 \end{aligned}$$

(iii) $(p^3q^6 - p^6q^3) \div p^3q^3$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{p^3q^6 - p^6q^3}{p^3q^3} \\
 &= \frac{p^3q^3(q^3 - p^3)}{p^3q^3} \\
 &= \frac{q^3 - p^3}{1} \\
 &= q^3 - p^3
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{(iv)} \quad & (3x^8 - 4x^6 + 5x^4) \div x^4 \\
 &= \frac{3x^8 - 4x^6 + 5x^4}{x^4} \\
 &= \frac{x^4(3x^4 - 4x^2 + 5)}{x^4} \\
 &= \frac{3x^4 - 4x^2 + 5}{1} \\
 &= 3x^4 - 4x^2 + 5
 \end{aligned}$$

प्रश्न 3: निम्नलिखित विभाजन कीजिए

- (i) $10y(6y + 21) \div 5(2y + 7)$
- (ii) $9x^2y^2(3z - 24) \div 27xy(z - 8)$
- (iii) $(10y + 14) \div 2$
- (iv) $(6x - 15) \div (2x - 5)$

हल: (i) $10y(6y + 21) \div 5(2y + 7)$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{10y(6y + 21)}{5(2y + 7)} \\
 &= \frac{10y \cdot 3 \cdot (2y + 7)}{5 \cdot (2y + 7)} \\
 &= \frac{2 \cdot 3 \cdot y}{1} \\
 &= \frac{6y}{1} = 6y
 \end{aligned}$$

(ii) $9x^2y^2(3z - 24) \div 27xy(z - 8)$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{9x^2y^2(3z - 24)}{27xy(z - 8)} \\
 &= \frac{9x^2y^2 \cdot 3 \cdot (z - 8)}{27xy(z - 8)} \\
 &= \frac{xy}{1} = xy
 \end{aligned}$$

(iii) $(10y + 14) \div 2$

$$(10y + 14) \div 2$$

$$= \frac{10y+14}{2}$$

$$= \frac{10y}{2} + \frac{14}{2}$$

$$= 5y + 7$$

(iv) $(6x - 15) \div (2x - 5)$

$$(6x - 15) \div (2x - 5)$$

$$= \frac{6x-15}{2x-5}$$

$$= \frac{3(2x-5)}{2x-5}$$

$$= 3$$

प्रश्न 4: व्यंजक के गुणनखण्ड कीजिए और भाग दीजिए

(i) $(y^2 + 7y + 10) \div (y + 5)$

(ii) $(5x^2 - 25x + 20) \div (x - 1)$

iii) $12xy(9x^2 - 16y^2) \div 4xy(3x + 4y)$

(iv) $4yz(z^2 + 6z - 16) \div 2y(z + 8)$

हल:

(i) $(y^2 + 7y + 10) \div (y + 5)$

$$y^2 + 7y + 10$$

$$= y^2 + 2y + 5y + 10$$

$$= y(y + 2) + 5(y + 2)$$

$$= (y + 2)(y + 5)$$

$$\therefore (y^2 + 7y + 10) \div (y + 5)$$

$$= \frac{y^2+7y+10}{y+5}$$

$$= \frac{(y+2)(y+5)}{y+5}$$

$$= \frac{y+2}{1}$$

$$= y + 2$$

$$\begin{aligned}
 \text{(ii) } & (5x^2 - 25x + 20) \div (x - 1) \\
 & (5x^2 - 25x + 20) \\
 & = 5 (x^2 - 5x + 4) \\
 & = 5 (x^2 - x - 4x + 4) \\
 & = 5 \{x (x - 1) - 4 (x - 1)\} \\
 & = 5 (x - 1) (x - 4) \\
 \therefore & (5x^2 - 25x + 20) \div (x - 1) \\
 & = \frac{5x^2 - 25x + 20}{x - 1} \\
 & = \frac{5(x - 1)(x - 4)}{x - 1} = \frac{5(x - 4)}{1} \\
 & = 5 (x - 4)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{iii) } & 12xy(9x^2 - 16y^2) \div 4xy(3x + 4y) \\
 & 12xy(9x^2 - 16y^2) \div 4xy(3x + 4y) \\
 & = \frac{12xy(9x^2 - 16y^2)}{4xy(3x + 4y)} \\
 & = \frac{12xy\{(3x)^2 - (4y)^2\}}{4xy(3x + 4y)} \\
 & = \frac{12xy(3x - 4y)(3x + 4y)}{4xy(3x + 4y)} \\
 & = \frac{3(3x - 4y)}{1} \\
 & = 3 (3x - 4y)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{(iv) } & 4yz (z^2 + 6z - 16) \div 2y (z + 8) \\
 & 4yz (z^2 + 6z - 16) \div 2y (z + 8) \\
 & = \frac{4yz(z^2 + 6z - 16)}{2y(z + 8)} \\
 & = \frac{4yz(z^2 + 8z - 2z - 16)}{2y(z + 8)} \\
 & = \frac{4yz\{z(z + 8) - 2(z + 8)\}}{2y(z + 8)} \\
 & = \frac{4yz(z + 8)(z - 2)}{2y(z + 8)} \\
 & = \frac{2z(z - 2)}{1} = 2z(z - 2)
 \end{aligned}$$

Additional Questions

I. बहुविकल्पात्मक प्रश्न

प्रश्न 1: व्यंजक $x^2 + (a + b)x + ab$ के गुणनखण्ड

- (a) $(x + a)(x - b)$
- (b) $(x - a)(x + b)$
- (c) $(x + a)(x + b)$
- (d) $(x - a)(x - b)$

प्रश्न 2: $(2x + 3)$ का वर्ग होगा

- (a) $4x^2 + 6 + 9$
- (b) $4x^2 + 2x + 9$
- (c) $4x^2 + 12x + 9$
- (d) $4x^2 + 9$

प्रश्न 3: $(6x + 1)$ का वर्ग है।

- (a) $36x^2 + 1$
- (b) $36x^2 + 6x + 1$
- (c) $36x^2 + 6$
- (d) $36x^2 + 12x + 1$

प्रश्न 4: व्यंजक $(2a - 3)(2a + 3)$ का गुणनफल है

- (a) $4a^2 + 2a + 9$
- (b) $4a^2 - 9$
- (c) $4a^2 - 6$
- (d) $4a^2 - 4a + 9$

प्रश्न 5: $6x + 18xy$ का सार्वगुणनखण्ड है

- (a) y
- (b) $6y$
- (c) $6x$
- (d) xy

प्रश्न 6: $2x^3 + x^2 + 2x + 1$ का गुणनखण्ड है

- (a) $(2x + 1)(x^2 + 1)$
- (b) $(x + 2)(x + 1)$

- (c) $(x + 2)(x^2 + 1)$
 (d) $(x + 1)(x + 1)$

प्रश्न 7: $4x^2 + 8y + 4y^2$ की गुणनखण्ड है

- (a) $(2x + 2y)^2$
 (b) $(2x - 2y)^2$
 (c) $(2x + y)^2$
 (d) $(x + 2y)^2$

प्रश्न 8: व्यंजक $a^2 + 2ab + b^2$ के गुणनखण्ड हैं

- (a) $(a + b)(a - b)$
 (b) $(a + b)^2$
 (c) $(a - b)^2$
 (d) $(a^2 + b^2)^2$

प्रश्न 9: बीजीय व्यंजक $a^2 - b^2$ के गुणनखण्ड हैं

- (a) $(a^2 - b^2)$
 (b) $(a^2 - b^2)(a + b)$
 (c) $(a + b)(a + b)$
 (d) $(a - b)(a + b)$

उत्तरमाला: 1. (c) 2. (c) 3. (d) 4. (b) 5. (c) 6. (a) 7. (a) 8. (b) 9. (d)

II. रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए

- वह समीकरण जो चर राशियों के सभी मानों के लिए सत्य हो कहलाती है।
- $(x + a)(x + b) = X^2 + (\dots) x + (ab)$
- $a^2 - b^2 = (\dots) \times (a - b)$
- $(x - 1)(x + 1)$ बराबर है के।
- $3.5 \times 3.5 - 2.5 \times 2.5$ का मान है।

उत्तरमाला: 1. सर्वसमिका 2. $(a + b)$ 3. $(a + b)$ 4. $x^2 - 1$ 5. 6

III. सत्य/असत्य

- $a^2 - b + ab - a$ के गुणनखण्ड $(a - 1)(a + b)$ हैं।
- $(x + \frac{1}{x})^2$ का विस्तार $x^2 + \frac{1}{x^2} + 2$ है।

3. $x^2 - 7x + 12$ के गुणनखण्ड $(x + 3)(x + 4)$ हैं।
 4. यदि $x = 2$ तथा $y = -1$ हो तो $x^2 + 4xy + 4y^2$ का मान 0 है।

उत्तरमाला:

1. सत्य 2. सत्य 3. असत्य 4. सत्य

v. मिलान/सुमेलन वाले प्रश्न

खण्ड (1) में दिए गए भागों को खण्ड (2) में दिए गए भागों से मिलान कीजिए

खण्ड (1)

1. 103×107

2. $22y - 33z$

3. $2y, 22xy$ का सार्व गुणनखण्ड

4. $-36y^3 \div 9y^2$

खण्ड (2)

(a) 11021

(b) $2y$

(c) $-4y$

(d) $11(2y - 3z)$

उत्तरमाला: 1. $\boxed{\leftrightarrow}$ (a) 2. $\boxed{\leftrightarrow}$ (d) 3. $\boxed{\leftrightarrow}$ (b) 4. $\boxed{\leftrightarrow}$ (c)

v. अतिलघूत्तरात्मक प्रश्न

प्रश्न 1: $3x^3 + 3x^2 + x + 1$ के गुणनखण्ड कीजिए।

हल: $3x^3 + 3x^2 + x + 1$
 $= 3x^2(x + 1) + 1(x + 1)$
 $= (x + 1)(3x^2 + 1)$

प्रश्न 2: $2(x + y) + 3(x + y) + 5(x + y)$ का सार्व गुणनखण्ड बताइए।

हल: $2(x + y) + 3(x + y) + 5(x + y)$ में तीन पद हैं। प्रत्येक पद का $(x + y)$ एक गुणनखण्ड है।
 $\therefore$ व्यंजक का सार्व गुणनखण्ड $= (x + y)$

प्रश्न 3: $2x(2x^2 + 2x - 9)$ को सरल कीजिए।

हल: $2x(2x^2 + 2x - 9)$
 $= 2x \times 2x^2 + 2x \times 2x - 2x \times 9$
 $= 4x^3 + 4x^2 - 18x$

प्रश्न 4: $(x + 2)(x + 3)$ को सरल कीजिए।

हल: $(x + 2)(x + 3)$
 $= x^2 + (2 + 3)x + 2 \times 3$
 $= x^2 + 5x + 6$

प्रश्न 5: $(2x + a)$ तथा $(2x - a)$ का गुणनखण्ड ज्ञात कीजिए।

हल:
 $(2x + a)(2x - a)$
 $= (2x)^2 - (a)^2$
 $= 4x^2 - a^2$

प्रश्न 6: यदि $x + y = 20$, $xy = 34$ तो $x^2 + y^2$ का मान ज्ञात कीजिए।

हल:
 $(x + y)^2 = x^2 + y^2 + 2xy$
 $\Rightarrow (20)^2 = x^2 + y^2 + 2(34)$
 $\Rightarrow 400 = x^2 + y^2 + 68$
 $\Rightarrow x^2 + y^2 = 400 - 68$
 $\Rightarrow x^2 + y^2 = 332$

प्रश्न 7: यदि $x^2 + \frac{1}{x^2} = 62$ तो $(x + \frac{1}{x})$ का मान ज्ञात कीजिए।

हल:
 $\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = x^2 + \frac{1}{x^2} + 2$
 $\Rightarrow \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = 62 + 2$
 $\Rightarrow \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = 64$
 $\Rightarrow x + \frac{1}{x} = 8$

प्रश्न 8: यदि $x^2 - x - 42 = (x + k)(x + 6)$ हो तो k का मान ज्ञात कीजिए।

हल:
 $x^2 - x - 42 = (x + k)(x + 6)$
 $\Rightarrow x^2 - 7x + 6x - 42 = (x + k)(x + 6)$

$$\Rightarrow x(x-7) + 6(x-7) = (x+k)(x+6)$$

$$\Rightarrow (x-7)(x+6) = (x+k)(x+6)$$

तुलना करने पर

$$k = -7$$

VI. लघूत्तरात्मक प्रश्न

प्रश्न 1: निम्नलिखित व्यंजक का गुणनखण्ड कीजिए $x^2 + 8x + 16$

$$\begin{aligned}\text{हल: } x^2 + 8x + 16 &= (x)^2 + 2 \times x \times 4 + (4)^2 \\ &= (x+4)^2\end{aligned}$$

प्रश्न 2: $39y^3 (50y^2 - 98)$ में $26y^2 (5y + 7)$ से भाग दीजिए।

$$\text{हल: } 39y^3 (50y^2 - 98) \div 26y^2 (5y + 7)$$

$$\begin{aligned}&= \frac{39y^3(50y^2 - 98)}{26y^2(5y + 7)} \\ &= \frac{39y^3 \cdot 2 \cdot (25y^2 - 49)}{26y^2 \cdot (5y + 7)} \\ &= \frac{39y^3 \cdot 2 \cdot \{(5y^2) - (7)^2\}}{26y^2 (5y + 7)} \\ &= \frac{39y^3 \cdot 2 \cdot (5y - 7)(5y + 7)}{26y^2 (5y + 7)} \\ &= \frac{3y(5y - 7)}{1} \\ &= 3y (5y - 7)\end{aligned}$$

प्रश्न 3: $8(x^3y^2z^2 + x^2y^3z^2 + x^2y^2z^3)$ में $4x^2y^2z^2$ से भाग दीजिए।

हल: $8(x^3y^2z^2 + x^2y^3z^2 + x^2y^2z^3) \div 4x^2y^2z^2$

$$= \frac{8(x^3y^2z^2 + x^2y^3z^2 + x^2y^2z^3)}{4x^2y^2z^2}$$

$$= \frac{8x^3y^2z^2 + 8x^2y^3z^2 + 8x^2y^2z^3}{4x^2y^2z^2}$$

$$= \frac{8x^3y^2z^2}{4x^2y^2z^2} + \frac{8x^2y^3z^2}{4x^2y^2z^2} + \frac{8x^2y^2z^3}{4x^2y^2z^2}$$

$$= 2x + 2y + 2z$$

$$= 2(x + y + z)$$

प्रश्न 4: $x^4 - (x - z)^4$ के गुणनखण्ड कीजिए।

हल:

$$x^4 - (x - z)^2$$

$$= (x^2)^2 - \{(x - z)^2\}^2$$

$$= \{x^2 - (x - z)^2\} \{x^2 + (x - z)^2\}$$

$$= \{x - (x - z)\} \{x + (x - z)\} \{x^2 + x^2 + -2xz + z^2\}$$

$$= z(2x - z)(2x^2 - 2xz + z^2)$$

प्रश्न 5: $8x^2y^3(a + b)^2 + 24x^3y^2(a + b)^2 - 16x^3y^3(a + b)^2$ के गुणनखण्ड कीजिए।

हल: $8x^2y^3(a + b)^2 + 24x^3y^2(a + b)^2 - 16x^3y^3(a + b)^2$

$$= 8x^2y^2(a + b)^2 [y + 3x - 2xy]$$

प्रश्न 6: गुणनखण्ड कीजिए

$$(2 + 3y)^2 - 5(2x + 3y) - 14$$

हल: माना $2x + 3y = a$, तब

$$(2x + 3y)^2 - 5(2x + 3y) - 14 = a^2 - 5a - 14$$

$$= a^2 - 7a + 2a - 14$$

$$= a(a - 7) + 2(a - 7)$$

$$= (a - 7)(a + 2)$$

$$= (2x + 3 - 7)(2x + 3 + 2)$$

प्रश्न 7: (i) सार्वगुणनखण्ड द्वारा गुणनखण्ड कीजिए

$$p^2qr + pq^2r + pqr^2$$

(ii) बहुपद $18m^3 + 6m^2 + 12m$ में $3m$ से भाग दीजिए।

हल:

$$(i) p^2qr + pq^2r + pqr^2 \\ = pqr (p + q + r)$$

$$(ii) 18m^3 + 6m^2 + 12m \\ = 6m (3m^2 + m + 2)$$

प्रश्न 8: व्यंजक के गुणनखण्ड करके भाग दीजिए

$$(z^2 - 4z - 12) \div (z + 2)$$

हल:

$$z^2 - 4z - 12$$

$$= z^2 - 6z + 2z - 12$$

$$= z(z - 6) + 2(z - 6)$$

$$= (z - 6)(z + 2)$$

$$\therefore (z^2 - 4z - 12) \div (z + 2)$$

$$= \frac{z^2 + 4z - 12}{z + 2}$$

$$= \frac{(z - 6)(z + 2)}{z + 2}$$

$$= \frac{z - 6}{1} = z - 6$$

प्रश्न 9: निम्नलिखित व्यंजकों के गुणनखण्ड कीजिए। (कोई दो भाग हल कीजिए)

$$(i) 5pq + 5p + 3q^2 + 3q$$

$$(ii) a^2 - 5a + 6$$

$$(iii) p^4 - 81$$

हल:

$$(i) 5pq + 5p + 3q^2 + 3q$$

$$= (5pq + 3q^2) + (5p + 3q)$$

$$= q(5p + 3q) + 1(5p + 3q)$$

$$= (5p + 3q)(q + 1)$$

$$(ii) a^2 - 5a + 6$$

$$= a^2 - 3a - 2a + 6$$

$$= a(a - 3) - 2(a - 3)$$

$$= (a - 3) (a - 2)$$

$$(iii) p^4 - 81$$

$$= (p^2)^2 - (9)^2$$

सर्वसमिका $a^2 - b^2 = (a + b) (a - b)$

$$= (p^2 + 9) (p^2 - 9)$$

$$= (p^2 + 9) [(p)^2 - (3)^2]$$

$$= (p^2 + 9) (p + 3) (p - 3)$$