1. **વ્યવહારમાં Z = 2, 8, 20, 28, 50, 52 જેટલી પ્રોટૉન્સની જાદુઈ સંખ્યા તથા N = 2, 8, 20, 28, 50, 82, 126 જેટલી ન્યૂટ્રૉન્સની જાદુઈ સંખ્યા ધરાવતા ન્યુક્લિયસો ખૂબજ સ્થાયી માલૂમ પડે છે. તો (a) આ બાબતની ચકાસણી ^{120}Sn (સ્ટેનસ અથવા ટીન અથવા કલાઈ, પરમાણુક્રમાંક Z = 50) તથા ^{121}Sb (ઍન્ટિમની Z = 51) ન્યુક્લિયસોના કિસ્સામાં પ્રોટૉન વિયોજન ઊર્જાની ગણતરી દ્વારા કરો. ન્યુક્લાઇડમાંથી સૌથી નબળું બંધન ધરાવતા પ્રોટૉનને છૂટો પાડવા માટે આપવી પડતી લઘુતમ ઊર્જાને "પ્રોટૉન વિયોજન ઊર્જા" કહે છે. તેનું સૂત્ર $S_P = (M_{Z-1,\ N} + M_H - M_{Z,\ N})c^2$ છે. અત્રે ^{119}In (ઇન્ડિયમ), ^{120}Sn, ^{121}Sb તથા ^1H ન્યુક્લિયસોના દળ અનુક્રમે 118.9058 *u*, 119.902199 *u*, 120.903824 *u*, 1.0078252 *u* છે. (b) આવી જાદુઈ સંખ્યાનું અસ્તિત્વ શું દર્શાવે છે ?**

➠ (a) **(i) ^{120}Sn માટે :**

$$S_P = \left\{m\left(^{119}_{49}\text{In}\right) + m\left(^1_1\text{H}\right) - m\left(^{120}_{50}\text{Sn}\right)\right\}c^2$$

$\therefore\ S_P = (118.9058 + 1.0078252 - 119.902199)C^2$

$\therefore\ S_P = (0.0114262)c^2$ MeV ... (1)

(ii) ^{121}Sb માટે :

$$S_P = \left\{m\left(^{120}_{50}\text{Sn}\right) + m\left(_1\text{H}^1\right) - m\left(^{121}_{51}Sb\right)\right\}c^2$$

$\therefore\ S_P = (119.902199 + 1.0078252 - 120.903824)c^2$

$\therefore\ S_P = (0.0062002)c^2$ MeV ... (2)

➠ **તારણ :** પરિણામો (1) અને (2) પરથી, $(S_P)_{Sn} > (S_P)_{Sb}$

➠ આમ, $^{120}_{50}Sn$ એ વધારે સ્થાયી ન્યુક્લિયસ છે કારણ કે તેની પાસેની પ્રોટૉન્સની સંખ્યા Z = 50 એ જાદુઈ સંખ્યા (Magic no.) છે.

(b) જાદુઈ સંખ્યાઓનું અસ્તિત્વ દર્શાવે છે કે જેમ પરમાણુમાં ઇલેક્ટ્રૉન કોષ બંધારણ (Shell structure) ધરાવે છે તેમ ન્યુક્લિયસમાં ન્યુક્લિયોન પણ કોષ બંધારણ ધરાવે છે. વળી, આ જાદુઈ સંખ્યાઓ, એક ન્યુક્લિયોન દીઠ બંધનઊર્જા $\left(\frac{B}{A}\right) \rightarrow$ પરમાણુદળાંક (A) ના વક્રમાં જોવા મળતી અણીદાર ટોચના સ્થાનોને પણ સમજાવે છે.

2. **H-પરમાણુની લાઇમન શ્રેણીની પ્રથમ ચાર વર્ણપટ રેખાઓને અનુરૂપ તરંગલંબાઈઓ λ = 1218 Å, 1028 Å, 974.3 Å તથા 951.4 Å છે. હવે, હાઇડ્રોજનને બદલે ડ્યુટેરિયમ પરમાણુ લેતાં અનુરૂપ નવી તરંગલંબાઈઓ શોધી બધી જ તરંગલંબાઈઓનું સરેરાશ સ્થાનાંતર નક્કી કરો.**

➠ રીડબર્ગના અચળાંકનું સૂત્ર $R = \dfrac{me^4}{8\epsilon_0^2 h^3 c}$ છે.

➠ ઉપરોક્ત સૂત્રની તારવણીમાં ન્યુક્લિયસને સૈદ્ધાંતિક રીતે લગભગ અનંત દળવાળું ધાર્યું હતું પરંતુ વ્યવહારમાં તો ન્યુક્લિયસના દળ પરિમિત હોય છે. તેથી રીડબર્ગનો અચળાંક, અચળાંક ન રહેતા જુદા-જુદા પરમાણુઓ માટે સહેજ સહેજ જુદો-જુદો મળે છે. આ સંજોગોમાં રીડબર્ગનો અચળાંક નીચે મુજબ વ્યાખ્યાયિત કરવામાં આવે છે.

$$R = \frac{\mu e^4}{8\epsilon_0^2 h^3 c} \quad \ldots (1)$$

જ્યાં μ = ઇલેક્ટ્રૉનનું સમાનિત દળ (Reduced Mass)

$$\mu = \frac{Mm_e}{M + m_e}$$ ... (2) (જ્યાં m_e = ઇલેક્ટ્રૉનનું દળ M = આપેલા પરમાણુમાંના ન્યુક્લિયસનું દળ)

➠ **નોંધ :** અત્રે ન્યુક્લિયસ અને ઇલેક્ટ્રૉન સંયુક્તપણે તેમના સામાન્ય દ્રવ્યમાન કેન્દ્રને અનુલક્ષીને પરિભ્રમણ કરતું એક બાયનરી તંત્ર બને છે. આવા તંત્રને બે કણોને બદલે ન્યુક્લિયસથી ઇલેક્ટ્રૉન જેટલા અંતરે આવેલો હોય તેટલા અંતરે $\frac{Mm_e}{M + m_e}$ દળવાળા એક જ કણ તરીકે લઈ શકાય છે આવા દળને ઇલેક્ટ્રૉનનું સમાનિત દળ કહે છે, અંગ્રેજીમાં તેને "Reduced Mass" કહે છે. તેની સંજ્ઞા μ છે (તેનો SI એકમ kg છે.)

➠ હવે સૂત્ર $\frac{1}{\lambda} = R\left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2}\right)$ માં લાઇમન શ્રેણી માટે
શ્રેણી પદ $m = 1$ તથા તેની પ્રથમ ચાર વર્ણપટ રેખાઓ માટે અનુક્રમે રેખા પદ $n = 2, 3, 4, 5$ લેતાં આપેલી શ્રેણીની આપેલી રેખા માટે $\left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2}\right)$ પદ અચળ બનશે.

તેથી $\frac{1}{\lambda} \propto R$

અથવા $R \propto \frac{1}{\lambda}$

પરંતુ $R \propto \mu$ (સમીકરણ (1) પરથી)

$\therefore \mu \propto \frac{1}{\lambda}$

$\therefore \frac{\mu_h}{\mu_d} = \frac{\lambda_d}{\lambda_h}$ (જ્યાં h for hydrogen, d for deuterium)

$$\therefore \lambda_d = \left(\frac{\mu_h}{\mu_d}\right)\lambda_h \quad \text{... (3)}$$

➠ રીડબર્ગના અચળાંકનું સૂત્ર $R = \frac{me^4}{8\epsilon_0^2 h^3 c}$ છે.

➠ ઉપરોક્ત સૂત્રની તારવણીમાં ન્યુક્લિયસને સૈદ્ધાંતિક રીતે લગભગ અનંત દળવાળું ધાર્યું હતું પરંતુ વ્યવહારમાં તો ન્યુક્લિયસના દળ પરિમિત હોય છે. તેથી રીડબર્ગનો અચળાંક, અચળાંક ન રહેતા જુદા-જુદા પરમાણુઓ માટે સહેજ સહેજ જુદો-જુદો મળે છે. આ સંજોગોમાં રીડબર્ગનો અચળાંક નીચે મુજબ વ્યાખ્યાયિત કરવામાં આવે છે.

$$R = \frac{\mu e^4}{8\epsilon_0^2 h^3 c} \quad \text{... (1)}$$

જ્યાં μ = ઇલેક્ટ્રૉનનું સમાનિત દળ (Reduced Mass)

$$\mu = \frac{Mm_e}{M + m_e}$$ ... (2) (જ્યાં m_e = ઇલેક્ટ્રૉનનું દળ M = આપેલા પરમાણુમાંના ન્યુક્લિયસનું દળ)

➠ **નોંધ :** અત્રે ન્યુક્લિયસ અને ઇલેક્ટ્રૉન સંયુક્તપણે તેમના સામાન્ય દ્રવ્યમાન કેન્દ્રને અનુલક્ષીને પરિભ્રમણ કરતું એક બાયનરી તંત્ર બને છે. આવા તંત્રને બે કણોને બદલે ન્યુક્લિયસથી ઇલેક્ટ્રૉન જેટલા અંતરે આવેલો હોય તેટલા અંતરે $\frac{Mm_e}{M + m_e}$ દળવાળા એક જ કણ તરીકે લઈ શકાય છે આવા દળને ઇલેક્ટ્રૉનનું સમાનિત દળ કહે છે, અંગ્રેજીમાં તેને "Reduced Mass" કહે છે. તેની સંજ્ઞા μ છે (તેનો SI એકમ kg છે.)

➠ હવે સૂત્ર $\frac{1}{\lambda} = R\left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2}\right)$ માં લાઇમન શ્રેણી માટે
શ્રેણી પદ $m = 1$ તથા તેની પ્રથમ ચાર વર્ણપટ રેખાઓ માટે અનુક્રમે રેખા પદ $n = 2, 3, 4, 5$ લેતાં આપેલી શ્રેણીની આપેલી રેખા માટે $\left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2}\right)$ પદ અચળ બનશે.

તેથી $\frac{1}{\lambda} \propto R$

અથવા $R \propto \frac{1}{\lambda}$

પરંતુ $R \propto \mu$ (સમીકરણ (1) પરથી)

$\therefore \mu \propto \frac{1}{\lambda}$

$\therefore \frac{\mu_h}{\mu_d} = \frac{\lambda_d}{\lambda_h}$ $\left(\begin{array}{l}\text{જ્યાં } h \text{ for hydrogen} \\ \quad d \text{ for deuterium}\end{array}\right)$

$\therefore \lambda_d = \left(\frac{\mu_h}{\mu_d}\right)\lambda_h$ ... (3)

- રીડબર્ગના અચળાંકનું સૂત્ર $R = \frac{me^4}{8\epsilon_0^2 h^3 c}$ છે.
- ઉપરોક્ત સૂત્રની તારવણીમાં ન્યુક્લિયસને સૈદ્ધાંતિક રીતે લગભગ અનંત દળવાળું ધાર્યું હતું પરંતુ વ્યવહારમાં તો ન્યુક્લિયસના દળ પરિમિત હોય છે. તેથી રીડબર્ગનો અચળાંક, અચળાંક ન રહેતા જુદા-જુદા પરમાણુઓ માટે સહેજ સહેજ જુદો-જુદો મળે છે. આ સંજોગોમાં રીડબર્ગનો અચળાંક નીચે મુજબ વ્યાખ્યાયિત કરવામાં આવે છે.

$R = \frac{\mu e^4}{8\epsilon_0^2 h^3 c}$ ... (1)

જ્યાં μ = ઈલેક્ટ્રોનનું સમાનિત દળ (Reduced Mass)

$\mu = \frac{Mm_e}{M + m_e}$ ... (2) (જ્યાં m_e = ઈલેક્ટ્રોનનું દળ M = આપેલા પરમાણુમાંના ન્યુક્લિયસનું દળ)

- **નોંધ :** અત્રે ન્યુક્લિયસ અને ઈલેક્ટ્રૉન સંયુક્તપણે તેમના સામાન્ય દ્રવ્યમાન કેન્દ્રને અનુલક્ષીને પરિભ્રમણ કરતું એક બાયનરી તંત્ર બને છે. આવા તંત્રને બે કણોને બદલે ન્યુક્લિયસથી ઈલેક્ટ્રૉન જેટલા અંતરે આવેલો હોય તેટલા અંતરે $\frac{Mm_e}{M + m_e}$ દળવાળા એક જ કણ તરીકે લઈ શકાય છે આવા દળને ઈલેક્ટ્રૉનનું સમાનિત દળ કહે છે, અંગ્રેજીમાં તેને "Reduced Mass" કહે છે. તેની સંજ્ઞા μ છે (તેનો SI એકમ kg છે.)
- હવે સૂત્ર $\frac{1}{\lambda} = R\left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2}\right)$ માં લાઈમન શ્રેણી માટે
શ્રેણી પદ $m = 1$ તથા તેની પ્રથમ ચાર વર્ણપટ રેખાઓ માટે અનુક્રમે રેખા પદ $n = 2, 3, 4, 5$ લેતાં આપેલી શ્રેણીની આપેલી રેખા માટે $\left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2}\right)$ પદ અચળ બનશે.

તેથી $\frac{1}{\lambda} \propto R$

અથવા $R \propto \frac{1}{\lambda}$

પરંતુ $R \propto \mu$ (સમીકરણ (1) પરથી)

$\therefore \mu \propto \frac{1}{\lambda}$

$\therefore \frac{\mu_h}{\mu_d} = \frac{\lambda_d}{\lambda_h}$ $\left(\begin{array}{l}\text{જ્યાં } h \text{ for hydrogen} \\ \quad d \text{ for deuterium}\end{array}\right)$

$\therefore \lambda_d = \left(\frac{\mu_h}{\mu_d}\right)\lambda_h$ ... (3)

3. **ઉપરોક્ત દાખલામાં હાઇડ્રોજન પરમાણુનું દળ 1.6725×10^{-27} kg, ડ્યુટેરિયમ પરમાણુનું દળ 3.3374×10^{-27} kg, ઇલેક્ટ્રોનનું દળ 9.109×10^{-31} kg લઈ લાઇમન શ્રેણીની પ્રથમ વર્ણપટ રેખાની તરંગલંબાઈમાં હાઇડ્રોજન પરમાણુની**

સાપેક્ષે ડ્યુટેરિયમ પરમાણુમાં થતો પ્રતિશત ફેરફાર શોધો.

➠ સૂત્રાનુસાર હાઇડ્રોજન અને ડ્યુટેરિયમ પરમાણુઓ માટે, (ઉપરોક્ત દાખલાના સમીકરણ (6) અનુસાર)

$$\lambda_d = \left(1 - \frac{m_e}{M}\right)\left(1 + \frac{m_e}{2M}\right)\lambda_h$$

$$\therefore \ \lambda_d = \left(1 - \frac{9.109 \times 10^{-31}}{1.6725 \times 10^{-27}}\right)\left(1 + \frac{9.109 \times 10^{-31}}{3.3374 \times 10^{-27}}\right)(1218)$$

$\therefore \ \lambda_d = (1 - 5.446 \times 10^{-4})\ (1 + 2.7294 \times 10^{-4})(1218)$

$\therefore \ \lambda_d = (1 - 0.0005446)\ (1 + 0.0002729)(1218)$

$\therefore \ \lambda_d = (0.9994554)\ (1.0002729)(1218)$

$\therefore \ \lambda_d = 1217.6688\ \text{Å}$

➠ ડ્યુટેરિયમ પરમાણુ માટે લાઇમન શ્રેણીની પ્રથમ વર્ણપટ રેખા માટે તેની તરંગલંબાઈમાં (હાઇડ્રોજન પરમાણુ માટેની અનુરૂપ તરંગલંબાઈની સાપેક્ષે) થતો પ્રતિશત ઘટાડો,

$$= \frac{\Delta\lambda}{\lambda_h} \times 100\ \%$$

$$= \frac{\lambda_h - \lambda_d}{\lambda_h} \times 100\ \%$$

$$= \left(\frac{1218 - 1217.6688}{1218}\right) \times 100\ \%$$

$$= \frac{0.3312}{1218} \times 100\ \%$$

$= \ 2.719 \times 10^{-2}\ \%$

$= 0.02719\ \%$

4. **પ્રોટોનની ત્રિજ્યા (i) R = 0.1 Å અને (ii) R = 10 Å ધારીને બોહ્ર થિયરીની મદદથી H-પરમાણુ માટે ધરાસ્થિતિમાં તેની ઊર્જા ગણો. પ્રોટોનના પૂરા કદમાં વિદ્યુતભારનું વિતરણ નિયમિત ધારો.**

➠ H-પરમાણુની ધરાસ્થિતિમાં ઇલેક્ટ્રોનની કક્ષીય ત્રિજ્યા = બોહ્ર ત્રિજ્યા $a_0 = r_1 = 0.53\text{Å} = \frac{\epsilon_0 h^2}{\pi m e^2}$

$(\because \ n = 1)$ ... (1)

➠ ઉપરોક્ત કિસ્સામાં ઇલેક્ટ્રોનની કુલ ઊર્જા

$E_1 = -13.6\ \text{eV}$ ... (2)

$\Rightarrow K_1 = -E_1 = 13.6\ \text{eV}$ ... (3)

તથા $U_1 = 2E_1 = 2(-13.6) = -27.2\ \text{eV}$ ... (4)

(પરમાણુમાં ન્યુક્લિયસની આસપાસ કક્ષીય ગતિ કરતા ઇલેક્ટ્રોન માટે $E = -K = \frac{U}{2}$ હોય છે.)

➠ અત્રે રકમ પ્રમાણે પ્રથમ કિસ્સામાં R = 0.1 Å

$\Rightarrow R < a_0$ ($\because$ સમીકરણ (1) પરથી $a_0 = 0.53\ \text{Å}$)

$\Rightarrow$ પ્રોટોનને બિંદુવત વિદ્યુતભાર તરીકે લઈ શકાય. તેથી આ કિસ્સામાં H-પરમાણુની કુલ ઊર્જા સમીકરણ (2) પ્રમાણે $-13.6\ \text{eV}$ થશે.

➠ અત્રે, રકમ પ્રમાણે બીજા કિસ્સામાં R = 10 Å ... (5)

$\Rightarrow R >> a_0$

$\Rightarrow$ ઇલેક્ટ્રોન, પ્રોટોનની અંદર કક્ષીય ગતિ કરશે. આ કિસ્સામાં નવી બોહ્ર ત્રિજ્યા ધારો કે b_0 જેટલી છે.

➠ હવે, પ્રોટોનના $\frac{4}{3}\pi R^3$ જેટલા કદમાં e જેટલો વિદ્યુતભાર નિયમિત રીતે આવેલો હોવાથી, $\frac{4}{3}\pi b_0^3$ જેટલા કદમાં જો e' જેટલો વિદ્યુતભાર આવેલો હોય તો, વિદ્યુતભારની કદ ઘનતા અચળ હોવાથી

$e \qquad e'$

$$\frac{}{\frac{4}{3}\pi R^3} = \frac{}{\frac{4}{3}\pi b_0^3}$$

$\therefore\ e' = \left(\frac{b_0^3}{R^3}\right)e$ ... (6)

➠ H-પરમાણુની ધરાસ્થિતિમાં ઇલેક્ટ્રૉનની કક્ષીય ત્રિજ્યા = બોહ્ર ત્રિજ્યા $a_0 = r_1 = 0.53 Å = \frac{\epsilon_0 h^2}{\pi m e^2}$

($\because\ n = 1$) ... (1)

➠ ઉપરોક્ત કિસ્સામાં ઇલેક્ટ્રૉનની કુલ ઊર્જા

$E_1 = -13.6$ eV ... (2)

$\Rightarrow K_1 = -E_1 = 13.6$ eV ... (3)

તથા $U_1 = 2E_1 = 2(-13.6) = -27.2$ eV ... (4)

(પરમાણુમાં ન્યુક્લિયસની આસપાસ કક્ષીય ગતિ કરતા ઇલેક્ટ્રૉન માટે $E = -K = \frac{U}{2}$ હોય છે.)

➠ અત્રે રકમ પ્રમાણે પ્રથમ કિસ્સામાં R = 0.1 Å

$\Rightarrow R < a_0$ ($\because$ સમીકરણ (1) પરથી $a_0 = 0.53$ Å)

$\Rightarrow$ પ્રોટૉનને બિંદુવત વિદ્યુતભાર તરીકે લઈ શકાય. તેથી આ કિસ્સામાં H-પરમાણુની કુલ ઊર્જા સમીકરણ (2) પ્રમાણે -13.6 eV થશે.

➠ અત્રે, રકમ પ્રમાણે બીજા કિસ્સામાં R = 10 Å ... (5)

$\Rightarrow R >> a_0$

$\Rightarrow$ ઇલેક્ટ્રૉન, પ્રોટૉનની અંદર કક્ષીય ગતિ કરશે. આ કિસ્સામાં નવી બોહ્ર ત્રિજ્યા ધારો કે b_0 જેટલી છે.

➠ હવે, પ્રોટૉનના $\frac{4}{3}\pi R^3$ જેટલા કદમાં e જેટલો વિદ્યુતભાર નિયમિત રીતે આવેલો હોવાથી, $\frac{4}{3}\pi b_0^3$ જેટલા કદમાં જો e' જેટલો વિદ્યુતભાર આવેલો હોય તો, વિદ્યુતભારની કદ ઘનતા અચળ હોવાથી

$$\frac{e}{\frac{4}{3}\pi R^3} = \frac{e'}{\frac{4}{3}\pi b_0^3}$$

$\therefore\ e' = \left(\frac{b_0^3}{R^3}\right)e$ ... (6)

➠ H-પરમાણુની ધરાસ્થિતિમાં ઇલેક્ટ્રૉનની કક્ષીય ત્રિજ્યા = બોહ્ર ત્રિજ્યા $a_0 = r_1 = 0.53 Å = \frac{\epsilon_0 h^2}{\pi m e^2}$

($\because\ n = 1$) ... (1)

➠ ઉપરોક્ત કિસ્સામાં ઇલેક્ટ્રૉનની કુલ ઊર્જા

$E_1 = -13.6$ eV ... (2)

$\Rightarrow K_1 = -E_1 = 13.6$ eV ... (3)

તથા $U_1 = 2E_1 = 2(-13.6) = -27.2$ eV ... (4)

(પરમાણુમાં ન્યુક્લિયસની આસપાસ કક્ષીય ગતિ કરતા ઇલેક્ટ્રૉન માટે $E = -K = \frac{U}{2}$ હોય છે.)

➠ અત્રે રકમ પ્રમાણે પ્રથમ કિસ્સામાં R = 0.1 Å

$\Rightarrow R < a_0$ ($\because$ સમીકરણ (1) પરથી $a_0 = 0.53$ Å)

$\Rightarrow$ પ્રોટૉનને બિંદુવત વિદ્યુતભાર તરીકે લઈ શકાય. તેથી આ કિસ્સામાં H-પરમાણુની કુલ ઊર્જા સમીકરણ (2) પ્રમાણે -13.6 eV થશે.

➠ અત્રે, રકમ પ્રમાણે બીજા કિસ્સામાં R = 10 Å ... (5)

$\Rightarrow R >> a_0$

$\Rightarrow$ ઇલેક્ટ્રૉન, પ્રોટૉનની અંદર કક્ષીય ગતિ કરશે. આ કિસ્સામાં નવી બોહ્ર ત્રિજ્યા ધારો કે b_0 જેટલી છે.

➠ હવે, પ્રોટૉનના $\frac{4}{3}\pi R^3$ જેટલા કદમાં e જેટલો વિદ્યુતભાર નિયમિત રીતે આવેલો હોવાથી, $\frac{4}{3}\pi b_0^3$ જેટલા કદમાં જો e' જેટલો વિદ્યુતભાર આવેલો હોય તો, વિદ્યુતભારની કદ ઘનતા અચળ હોવાથી

e e'

$$\frac{}{\frac{4}{3}\pi R^3} = \frac{}{\frac{4}{3}\pi b_0^3}$$

$\therefore\ e' = \left(\frac{b_0^3}{R^3}\right)e$ ... (6)

➠ H-પરમાણુની ધરાસ્થિતિમાં ઇલેક્ટ્રૉનની કક્ષીય ત્રિજ્યા = બોહ્‌ર ત્રિજ્યા $a_0 = r_1 = 0.53 \text{Å} = \frac{\epsilon_0 h^2}{\pi m e^2}$

($\because\ n = 1$) ... (1)

➠ ઉપરોક્ત કિસ્સામાં ઇલેક્ટ્રૉનની કુલ ઊર્જા

$E_1 = -13.6$ eV ... (2)

$\Rightarrow K_1 = -E_1 = 13.6$ eV ... (3)

તથા $U_1 = 2E_1 = 2(-13.6) = -27.2$ eV ... (4)

(પરમાણુમાં ન્યુક્લિયસની આસપાસ કક્ષીય ગતિ કરતા ઇલેક્ટ્રૉન માટે $E = -K = \frac{U}{2}$ હોય છે.)

➠ અત્રે રકમ પ્રમાણે પ્રથમ કિસ્સામાં $R = 0.1$ Å

$\Rightarrow R < a_0$ ($\because$ સમીકરણ (1) પરથી $a_0 = 0.53$ Å)

$\Rightarrow$ પ્રોટૉનને બિંદુવત વિદ્યુતભાર તરીકે લઈ શકાય. તેથી આ કિસ્સામાં H-પરમાણુની કુલ ઊર્જા સમીકરણ (2) પ્રમાણે -13.6 eV થશે.

➠ અત્રે, રકમ પ્રમાણે બીજા કિસ્સામાં $R = 10$ Å ... (5)

$\Rightarrow R >> a_0$

$\Rightarrow$ ઇલેક્ટ્રૉન, પ્રોટૉનની અંદર કક્ષીય ગતિ કરશે. આ કિસ્સામાં નવી બોહ્‌ર ત્રિજ્યા ધારો કે b_0 જેટલી છે.

➠ હવે, પ્રોટૉનના $\frac{4}{3}\pi R^3$ જેટલા કદમાં e જેટલો વિદ્યુતભાર નિયમિત રીતે આવેલો હોવાથી, $\frac{4}{3}\pi b_0^3$ જેટલા કદમાં જો e' જેટલો વિદ્યુતભાર આવેલો હોય તો, વિદ્યુતભારની કદ ઘનતા અચળ હોવાથી

$$\frac{e}{\frac{4}{3}\pi R^3} = \frac{e'}{\frac{4}{3}\pi b_0^3}$$

$\therefore\ e' = \left(\frac{b_0^3}{R^3}\right)e$ ... (6)

5. "ઑગર" પદ્ધતિ (સારડીની મદદથી છિદ્ર પાડવાની ક્રિયા)માં પરમાણુ, ફોટોનનું ઉત્સર્જન કર્યા વગર સંક્રાંતિ કરીને નીચા સ્તરમાં જતો હોય છે. અત્રે આ વધારાની ઊર્જા બહારના કોઈ ઇલેક્ટ્રૉનને મળતી હોય છે જે પરમાણુમાંથી બહાર ધકેલાઈ જાય છે. આ રીતે બહાર આવતો ઇલેક્ટ્રૉન, "ઑગર ઇલેક્ટ્રૉન" તરીકે ઓળખાય છે. ક્રોમિયમ પરમાણુ $n = 2$ માંથી સંક્રાંતિ કરીને $n = 1$ માં જાય ત્યારે આ વધારાની ઊર્જા ગ્રહણ કરીને જો $n = 4$ સ્થિતિમાંનો ઇલેક્ટ્રૉન, ઑગર ઇલેક્ટ્રૉન તરીકે ઉત્સર્જન પામે તો તેની ગતિઊર્જા કેટલી બનશે ?

➠ સૂત્રાનુસાર,

$$E_n = -13.6\frac{Z^2}{n^2}$$

$\therefore\ E_2 = -13.6 \times \frac{(24)^2}{(2)^2}$ ($\because$ ક્રોમિયમ પરમાણુ માટે $Z = 24$ તથા અત્રે $n = 2$)

$\therefore\ E_2 = -1958.4$ eV

➠ હવે, $E_1 = -13.6 \times \frac{(24)^2}{(1)^2}$

$\therefore\ E_1 = -7833.6$ eV

$\Rightarrow\ E_2 > E_1$

$\Rightarrow$ મળતી ઊર્જા,

$\Delta E = E_2 - E_1$

$\therefore\ \Delta E = -1958.4 - (-7833.6)$

$= 7833.6 - 1958.4$

$\therefore\ \Delta E = 5875.2$ eV ... (1)

➠ હવે, ક્રોમિયમ પરમાણુમાં $n = 4$ સ્થિતિમાં ઇલેક્ટ્રૉનની કુલ ઊર્જા,

$$E_4 = -13.6 \times \frac{(24)^2}{(4)^2}$$

$\therefore$ $E_4 = -489.6$ eV

$\Rightarrow$ ઉપરોક્ત ઇલેક્ટ્રૉનને $\Delta E = 5875.2$ eV ઊર્જા આપવામાં આવે ત્યારે તે આ ઊર્જામાંથી 489.6 eV ઊર્જા પોતાના ઉત્સર્જન માટે વાપરશે અને બાકીની ઊર્જા ગતિઊર્જા સ્વરૂપે ધારણ કરશે. તેનું મૂલ્ય,

$$K = 5875.2 - 489.6$$

$$\therefore K = 5385.6 \text{ eV}$$

➠ **નોંધ :** અત્રે ઉપરોક્ત ઇલેક્ટ્રૉન -489.6 eV જેટલી કુલ ઊર્જા ધરાવે છે તેથી તેને પરમાણુના બંધનમાંથી મુક્ત કરવા માટે આપવી પડતી લઘુતમ ઊર્જા, 489.6 eV થાય. આટલી ઊર્જા મળવાથી તે ઇલેક્ટ્રૉનની કુલ ઊર્જા $-489.6 + 489.6 = 0$ થતાં તે પરમાણુના બંધનમાંથી મુક્ત થાય છે અને આ રીતે આપણને ક્રોમિયમ પરમાણુમાંથી આપણને "$n = 4$ ઑગર ઇલેક્ટ્રૉન" મળે છે જે ઉપરોક્ત ગતિઊર્જા સાથે ઉત્સર્જન પામે છે.

6. સ્થિત વિદ્યુતશાસ્ત્રમાં ઇલેક્ટ્રૉન અને પ્રોટૉન વચ્ચેના વિદ્યુતીય બળ માટેનો કુલંબના નિયમ $|\vec{F}| = \frac{e^2}{4\pi \epsilon_0 r^2}$ માં $|\vec{F}|$ નો $\frac{1}{r}$ પરનો આધાર, ક્વૉન્ટમ થિયરીમાં "પ્રકાશનો કણ એટલે કે ફોટોન, દળ રહિત છે તેવા તથ્યના આધારે સમજી શકાય છે. હવે જો ફોટોનનું દળ m_p જેટલું લઈએ તો $|\vec{F}|$ નું સ્વરૂપ નીચે મુજબ છે.

$$|\vec{F}| = \frac{e^2}{4\pi \epsilon_0}\left(\frac{1}{r^2} + \frac{\lambda}{r}\right)\left(e^{-\lambda r}\right) \text{ જ્યાં } \lambda = \frac{m_p c}{\hbar} \left(\text{જ્યાં } \hbar = \frac{h}{2\pi}\right)$$

હવે $m_p = 10^{-6} m_e$ લઈને H-પરમાણુની ધરાસ્થિતિમાં ઊર્જામાં થતા ફેરફારનો અંદાજ મેળવો.

➠ $$\lambda = \frac{m_p c}{\hbar} = \frac{2\pi m_p c}{h} = \frac{2\pi(10^{-6} m_e)c}{h}$$

$$\therefore \lambda = \frac{2 \times 3.14 \times 10^{-6} \times 9.1 \times 10^{-31} \times 3 \times 10^8}{6.625 \times 10^{-34}}$$

$$\therefore \lambda = 2.588 \times 10^6 \text{ m}^{-1} \quad \dots (1)$$

નોંધ : અત્રે $\lambda = \frac{m_p c}{\hbar}$ એ માત્ર અચળાંક છે, તે કોઈ તરંગલંબાઈ નથી (કારણ કે તેનો એકમ m^{-1} મળે છે.)

➠ હવે બોહ્ર ત્રિજ્યા $r_B = 0.53$ Å $= 5.3 \times 10^{-11}$ m

$$\therefore \lambda >> r_B \quad \dots (2)$$

➠ રકમ પ્રમાણે $$|\vec{F}| = \frac{e^2}{4\pi \epsilon_0}\left(\frac{1}{r^2} + \frac{\lambda}{r}\right)e^{-\lambda r} \quad \dots (3)$$

➠ અત્રે $\vec{F}$ એ સંરક્ષી બળ હોવાથી,

$$|\vec{F}| = \frac{dU}{dr}$$

$$\therefore dU = |\vec{F}| dr$$

$$\therefore U = \int |\vec{F}| dr = \int \frac{e^2}{4\pi \epsilon_0}\left(\frac{1}{r^2} + \frac{\lambda}{r}\right)e^{-\lambda r} dr$$

$$\therefore U = \frac{e^2}{4\pi \epsilon_0} \int \left(\frac{1}{r^2} + \frac{\lambda}{r}\right) e^{-\lambda r} dr \quad \dots (4)$$

➠ $$\lambda = \frac{m_p c}{\hbar} = \frac{2\pi m_p c}{h} = \frac{2\pi(10^{-6} m_e)c}{h}$$

$$\therefore\ \lambda = \frac{2 \times 3.14 \times 10^{-6} \times 9.1 \times 10^{-31} \times 3 \times 10^{8}}{6.625 \times 10^{-34}}$$

$\therefore\ \lambda = 2.588 \times 10^{6}\ m^{-1}$ ... (1)

નોંધ : અત્રે $\lambda = \frac{m_p c}{\hbar}$ એ માત્ર અચળાંક છે, તે કોઈ તરંગલંબાઈ નથી (કારણ કે તેનો એકમ m^{-1} મળે છે.)

➠ હવે બોહ્ર ત્રિજ્યા $r_B = 0.53\ Å = 5.3 \times 10^{-11}$ m

$\therefore\ \lambda >> r_B$ ... (2)

➠ રકમ પ્રમાણે $|\vec{F}| = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0}\left(\frac{1}{r^2} + \frac{\lambda}{r}\right)e^{-\lambda r}$ ... (3)

➠ અત્રે $\vec{F}$ એ સંરક્ષી બળ હોવાથી,

$$|\vec{F}| = \frac{dU}{dr}$$

$$\therefore\ dU = |\vec{F}|dr$$

$$\therefore\ U = \int|\vec{F}|dr = \int\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0}\left(\frac{1}{r^2} + \frac{\lambda}{r}\right)e^{-\lambda r}dr$$

$$\therefore\ U = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0}\int\left(\frac{1}{r^2} + \frac{\lambda}{r}\right)e^{-\lambda r}dr \quad ... (4)$$

➠ $$\lambda = \frac{m_p c}{\hbar} = \frac{2\pi m_p c}{h} = \frac{2\pi(10^{-6} m_e)c}{h}$$

$$\therefore\ \lambda = \frac{2 \times 3.14 \times 10^{-6} \times 9.1 \times 10^{-31} \times 3 \times 10^{8}}{6.625 \times 10^{-34}}$$

$\therefore\ \lambda = 2.588 \times 10^{6}\ m^{-1}$ ... (1)

નોંધ : અત્રે $\lambda = \frac{m_p c}{\hbar}$ એ માત્ર અચળાંક છે, તે કોઈ તરંગલંબાઈ નથી (કારણ કે તેનો એકમ m^{-1} મળે છે.)

➠ હવે બોહ્ર ત્રિજ્યા $r_B = 0.53\ Å = 5.3 \times 10^{-11}$ m

$\therefore\ \lambda >> r_B$ ... (2)

➠ રકમ પ્રમાણે $|\vec{F}| = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0}\left(\frac{1}{r^2} + \frac{\lambda}{r}\right)e^{-\lambda r}$ ... (3)

➠ અત્રે $\vec{F}$ એ સંરક્ષી બળ હોવાથી,

$$|\vec{F}| = \frac{dU}{dr}$$

$$\therefore\ dU = |\vec{F}|dr$$

$$\therefore\ U = \int|\vec{F}|dr = \int\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0}\left(\frac{1}{r^2} + \frac{\lambda}{r}\right)e^{-\lambda r}dr$$

$$\therefore\ U = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0}\int\left(\frac{1}{r^2} + \frac{\lambda}{r}\right)e^{-\lambda r}dr \quad ... (4)$$

➠ $$\lambda = \frac{m_p c}{\hbar} = \frac{2\pi m_p c}{h} = \frac{2\pi(10^{-6} m_e)c}{h}$$

$$\therefore\ \lambda = \frac{2 \times 3.14 \times 10^{-6} \times 9.1 \times 10^{-31} \times 3 \times 10^{8}}{6.625 \times 10^{-34}}$$

$\therefore\ \lambda = 2.588 \times 10^6\ m^{-1}$ ... (1)

નોંધ : અત્રે $\lambda = \dfrac{m_p c}{\hbar}$ એ માત્ર અચળાંક છે, તે કોઈ તરંગલંબાઈ નથી (કારણ કે તેનો એકમ m^{-1} મળે છે.)

➠ હવે બોહ્ર ત્રિજ્યા $r_B = 0.53\ Å = 5.3 \times 10^{-11}$ m

$\therefore\ \lambda >> r_B$ ... (2)

➠ રકમ પ્રમાણે $|\vec{F}| = \dfrac{e^2}{4\pi\epsilon_0}\left(\dfrac{1}{r^2} + \dfrac{\lambda}{r}\right)e^{-\lambda r}$ ... (3)

➠ અત્રે $\vec{F}$ એ સંરક્ષી બળ હોવાથી,

$$|\vec{F}| = \frac{dU}{dr}$$

$$\therefore\ dU = |\vec{F}|dr$$

$$\therefore\ U = \int|\vec{F}|dr = \int\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0}\left(\frac{1}{r^2} + \frac{\lambda}{r}\right)e^{-\lambda r}dr$$

$$\therefore\ U = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0}\int\left(\frac{1}{r^2} + \frac{\lambda}{r}\right)e^{-\lambda r}dr \quad \text{... (4)}$$

➠ $\lambda = \dfrac{m_p c}{\hbar} = \dfrac{2\pi m_p c}{h} = \dfrac{2\pi(10^{-6}m_e)c}{h}$

$$\therefore\ \lambda = \frac{2 \times 3.14 \times 10^{-6} \times 9.1 \times 10^{-31} \times 3 \times 10^8}{6.625 \times 10^{-34}}$$

$\therefore\ \lambda = 2.588 \times 10^6\ m^{-1}$ ... (1)

નોંધ : અત્રે $\lambda = \dfrac{m_p c}{\hbar}$ એ માત્ર અચળાંક છે, તે કોઈ તરંગલંબાઈ નથી (કારણ કે તેનો એકમ m^{-1} મળે છે.)

➠ હવે બોહ્ર ત્રિજ્યા $r_B = 0.53\ Å = 5.3 \times 10^{-11}$ m

$\therefore\ \lambda >> r_B$ ... (2)

➠ રકમ પ્રમાણે $|\vec{F}| = \dfrac{e^2}{4\pi\epsilon_0}\left(\dfrac{1}{r^2} + \dfrac{\lambda}{r}\right)e^{-\lambda r}$ ... (3)

➠ અત્રે $\vec{F}$ એ સંરક્ષી બળ હોવાથી,

$$|\vec{F}| = \frac{dU}{dr}$$

$$\therefore\ dU = |\vec{F}|dr$$

$$\therefore\ U = \int|\vec{F}|dr = \int\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0}\left(\frac{1}{r^2} + \frac{\lambda}{r}\right)e^{-\lambda r}dr$$

$$\therefore\ U = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0}\int\left(\frac{1}{r^2} + \frac{\lambda}{r}\right)e^{-\lambda r}dr \quad \text{... (4)}$$

7. H-પરમાણુ માટેનું બોહ્ર મોડલ, સ્થિત વિદ્યુતશાસ્ત્રમાંના કુલંબના નિયમ પર અવલંબે છે. ઍન્ગસ્ટ્રોમના ક્રમના સૂક્ષ્મ અંતરો માટે કુલંબના નિયમની ચકાસણી થઈ શકી નથી.

જો કુલંબના નિયમ $|\vec{F}| = \dfrac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0}\left(\dfrac{1}{r^2}\right)$ (જ્યાં $r \geq R_0$) માં નીચે મુજબનું પરિવર્તન કરવામાં આવે તો

$|\vec{F}| = \dfrac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 R_0^2}\left(\dfrac{R_0}{r}\right)^{\epsilon}$ (જ્યાં $r \leq R_0$) તો $\epsilon = 0.1$ તથા $R_0 = 1\ Å$ માટે H-પરમાણુની ધરાસ્થિતિમાં ઊર્જા ગણો.

➠ અત્રે $r \leq R_0$ (જ્યાં $R_0 = 1\ Å$) જેવા સૂક્ષ્મ અંતરો માટે રકમમાં આપેલા કુલંબના નિયમના પરિવર્તિત સ્વરૂપમાં

$\in = 2 + \delta$ લેતાં,

$$F = \frac{q_1 q_2}{4\pi \in_0 R_0^2}\left(\frac{R_0}{r}\right)^{2+\delta} \quad \text{... (1)}$$

$$= \frac{ke^2}{R_0^2} \times R_0^2 \times \frac{R_0^\delta}{r^{2+\delta}} \quad \left(\because k = \frac{1}{4\pi \in_0} \text{ તથા } q_1 = q_2 = e\right)$$

$$\therefore F = ke^2 \times \frac{R_0^\delta}{r^{2+\delta}} \quad \text{... (2)}$$

$$= 9 \times 10^9 \times (1.6 \times 10^{-19})^2 \times \frac{R_0^\delta}{r^{2+\delta}}$$

$$\therefore F = (2.304 \times 10^{-28}) \times \frac{R_0^\delta}{r^{2+\delta}} \quad \text{... (3)}$$

➠ સરળતા ખાતર, $2.304 \times 10^{-28}\ Nm^2 = f$ ... (4)
ધારતાં,

$$F = f \times \frac{R_0^\delta}{r^{2+\delta}} \quad \text{... (5)}$$

$$\therefore \frac{mv^2}{r} = f \times \frac{R_0^\delta}{r^{2+\delta}} \quad (\because \text{ F એ કેન્દ્રગામી બળ છે})$$

$$\therefore v^2 = \frac{f}{m} \times \frac{R_0^\delta}{r^{\delta+1}}$$

$$\therefore v = \left(\frac{fR_0^\delta}{m}\right)^{1/2} \times \frac{1}{r^{\left(\frac{\delta+1}{2}\right)}} \quad \text{... (6)}$$

➠ અત્રે $r \le R_0$ (જ્યાં $R_0 = 1$ Å) જેવા સૂક્ષ્મ અંતરો માટે રકમમાં આપેલા કુલંબના નિયમના પરિવર્તિત સ્વરૂપમાં

$\in = 2 + \delta$ લેતાં,

$$F = \frac{q_1 q_2}{4\pi \in_0 R_0^2}\left(\frac{R_0}{r}\right)^{2+\delta} \quad \text{... (1)}$$

$$= \frac{ke^2}{R_0^2} \times R_0^2 \times \frac{R_0^\delta}{r^{2+\delta}} \quad \left(\because k = \frac{1}{4\pi \in_0} \text{ તથા } q_1 = q_2 = e\right)$$

$$\therefore F = ke^2 \times \frac{R_0^\delta}{r^{2+\delta}} \quad \text{... (2)}$$

$$= 9 \times 10^9 \times (1.6 \times 10^{-19})^2 \times \frac{R_0^\delta}{r^{2+\delta}}$$

$$\therefore F = (2.304 \times 10^{-28}) \times \frac{R_0^\delta}{r^{2+\delta}} \quad \text{... (3)}$$

➠ સરળતા ખાતર, $2.304 \times 10^{-28}\ Nm^2 = f$ ... (4)
ધારતાં,

$$F = f \times \frac{R_0^\delta}{r^{2+\delta}} \quad \text{... (5)}$$

$$\therefore \quad \frac{mv^2}{r} = f \times \frac{R_0^{\delta}}{r^{2+\delta}} \quad (\because \text{ F એ કેન્દ્રગામી બળ છે})$$

$$\therefore \quad v^2 = \frac{f}{m} \times \frac{R_0^{\delta}}{r^{\delta+1}}$$

$$\therefore \quad v = \left(\frac{fR_0^{\delta}}{m}\right)^{\frac{1}{2}} \times \frac{1}{r^{\left(\frac{\delta+1}{2}\right)}} \qquad \text{... (6)}$$

➠ અત્રે $r \le R_0$ (જ્યાં $R_0 = 1\,Å$) જેવા સૂક્ષ્મ અંતરો માટે રકમમાં આપેલા કુલંબના નિયમના પરિવર્તિત સ્વરૂપમાં $\in = 2 + \delta$ લેતાં,

$$F = \frac{q_1 q_2}{4\pi \in_0 R_0^2}\left(\frac{R_0}{r}\right)^{2+\delta} \qquad \text{... (1)}$$

$$= \frac{ke^2}{R_0^2} \times R_0^2 \times \frac{R_0^{\delta}}{r^{2+\delta}} \qquad \left(\because k = \frac{1}{4\pi \in_0} \text{ તથા } q_1 = q_2 = e\right)$$

$$\therefore \quad F = ke^2 \times \frac{R_0^{\delta}}{r^{2+\delta}} \qquad \text{... (2)}$$

$$= 9 \times 10^9 \times (1.6 \times 10^{-19})^2 \times \frac{R_0^{\delta}}{r^{2+\delta}}$$

$$\therefore \quad F = (2.304 \times 10^{-28}) \times \frac{R_0^{\delta}}{r^{2+\delta}} \qquad \text{... (3)}$$

➠ સરળતા ખાતર, $2.304 \times 10^{-28}\, Nm^2 = f$ ... (4)

ધારતાં,

$$F = f \times \frac{R_0^{\delta}}{r^{2+\delta}} \qquad \text{... (5)}$$

$$\therefore \quad \frac{mv^2}{r} = f \times \frac{R_0^{\delta}}{r^{2+\delta}} \quad (\because \text{ F એ કેન્દ્રગામી બળ છે})$$

$$\therefore \quad v^2 = \frac{f}{m} \times \frac{R_0^{\delta}}{r^{\delta+1}}$$

$$\therefore \quad v = \left(\frac{fR_0^{\delta}}{m}\right)^{\frac{1}{2}} \times \frac{1}{r^{\left(\frac{\delta+1}{2}\right)}} \qquad \text{... (6)}$$

➠ અત્રે $r \le R_0$ (જ્યાં $R_0 = 1\,Å$) જેવા સૂક્ષ્મ અંતરો માટે રકમમાં આપેલા કુલંબના નિયમના પરિવર્તિત સ્વરૂપમાં $\in = 2 + \delta$ લેતાં,

$$F = \frac{q_1 q_2}{4\pi \in_0 R_0^2}\left(\frac{R_0}{r}\right)^{2+\delta} \qquad \text{... (1)}$$

$$= \frac{ke^2}{R_0^2} \times R_0^2 \times \frac{R_0^{\delta}}{r^{2+\delta}} \qquad \left(\because k = \frac{1}{4\pi \in_0} \text{ તથા } q_1 = q_2 = e\right)$$

$$\therefore \quad F = ke^2 \times \frac{R_0^{\delta}}{r^{2+\delta}} \qquad \text{... (2)}$$

$$= 9 \times 10^9 \times (1.6 \times 10^{-19})^2 \times \frac{R_0^\delta}{r^{2+\delta}}$$

$$\therefore \; F = (2.304 \times 10^{-28}) \times \frac{R_0^\delta}{r^{2+\delta}} \quad \dots (3)$$

➠ સરળતા ખાતર, $2.304 \times 10^{-28} \, Nm^2 = f$ ... (4)

ધારતાં,

$$F = f \times \frac{R_0^\delta}{r^{2+\delta}} \quad \dots (5)$$

$$\therefore \; \frac{mv^2}{r} = f \times \frac{R_0^\delta}{r^{2+\delta}}$$ ($\because$ F એ કેન્દ્રગામી બળ છે)

$$\therefore \; v^2 = \frac{f}{m} \times \frac{R_0^\delta}{r^{\delta+1}}$$

$$\therefore \; v = \left(\frac{fR_0^\delta}{m}\right)^{1/2} \times \frac{1}{r^{\left(\frac{\delta+1}{2}\right)}} \quad \dots (6)$$

➠ અત્રે $r \le R_0$ (જ્યાં $R_0 = 1$ Å) જેવા સૂક્ષ્મ અંતરો માટે રકમમાં આપેલા કુલંબના નિયમના પરિવર્તિત સ્વરૂપમાં $\epsilon = 2 + \delta$ લેતાં,

$$F = \frac{q_1 q_2}{4\pi \epsilon_0 R_0^2} \left(\frac{R_0}{r}\right)^{2+\delta} \quad \dots (1)$$

$$= \frac{ke^2}{R_0^2} \times R_0^2 \times \frac{R_0^\delta}{r^{2+\delta}} \quad \left(\because k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \text{ તથા } q_1 = q_2 = e\right)$$

$$\therefore \; F = ke^2 \times \frac{R_0^\delta}{r^{2+\delta}} \quad \dots (2)$$

$$= 9 \times 10^9 \times (1.6 \times 10^{-19})^2 \times \frac{R_0^\delta}{r^{2+\delta}}$$

$$\therefore \; F = (2.304 \times 10^{-28}) \times \frac{R_0^\delta}{r^{2+\delta}} \quad \dots (3)$$

➠ સરળતા ખાતર, $2.304 \times 10^{-28} \, Nm^2 = f$ ... (4)

ધારતાં,

$$F = f \times \frac{R_0^\delta}{r^{2+\delta}} \quad \dots (5)$$

$$\therefore \; \frac{mv^2}{r} = f \times \frac{R_0^\delta}{r^{2+\delta}}$$ ($\because$ F એ કેન્દ્રગામી બળ છે)

$$\therefore \; v^2 = \frac{f}{m} \times \frac{R_0^\delta}{r^{\delta+1}}$$

$$\therefore \; v = \left(\frac{fR_0^\delta}{m}\right)^{1/2} \times \frac{1}{r^{\left(\frac{\delta+1}{2}\right)}} \quad \dots (6)$$

➠ અત્રે $r \le R_0$ (જ્યાં $R_0 = 1\,Å$) જેવા સૂક્ષ્મ અંતરો માટે રકમમાં આપેલા કુલંબના નિયમના પરિવર્તિત સ્વરૂપમાં $\epsilon = 2 + \delta$ લેતાં,

$$F = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 R_0^2}\left(\frac{R_0}{r}\right)^{2+\delta} \quad \text{... (1)}$$

$$= \frac{ke^2}{R_0^2} \times R_0^2 \times \frac{R_0^\delta}{r^{2+\delta}} \quad \left(\because k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \text{ તથા } q_1 = q_2 = e\right)$$

$$\therefore F = ke^2 \times \frac{R_0^\delta}{r^{2+\delta}} \quad \text{... (2)}$$

$$= 9 \times 10^9 \times (1.6 \times 10^{-19})^2 \times \frac{R_0^\delta}{r^{2+\delta}}$$

$$\therefore F = (2.304 \times 10^{-28}) \times \frac{R_0^\delta}{r^{2+\delta}} \quad \text{... (3)}$$

➠ સરળતા ખાતર, $2.304 \times 10^{-28}\,Nm^2 = f$ ... (4)

ધારતાં,

$$F = f \times \frac{R_0^\delta}{r^{2+\delta}} \quad \text{... (5)}$$

$$\therefore \frac{mv^2}{r} = f \times \frac{R_0^\delta}{r^{2+\delta}} \quad (\because F \text{ એ કેન્દ્રગામી બળ છે})$$

$$\therefore v^2 = \frac{f}{m} \times \frac{R_0^\delta}{r^{\delta+1}}$$

$$\therefore v = \left(\frac{fR_0^\delta}{m}\right)^{1/2} \times \frac{1}{r^{\left(\frac{\delta+1}{2}\right)}} \quad \text{... (6)}$$

8. અમુકવાર, રેડિયો ઍક્ટિવ ન્યુક્લિયસ ક્ષય પામીને એવા ન્યુક્લિયસમાં ફેરવાય છે જે પોતે પણ રેડિયો ઍક્ટિવ હોય છે. દા.ત.

$$\underset{(\text{સલ્ફર})}{^{38}S} \xrightarrow[\approx\, 2.48\,h]{\text{અર્ધઆયુ}} \underset{(\text{ક્લોરાઇડ})}{^{38}Cl} \xrightarrow[\approx\, 0.62\,h]{\text{અર્ધઆયુ}} \underset{(\text{આર્ગન})}{^{38}Ar} \ (\text{સ્થાયી})$$

ધારો કે 1000 જેટલા ^{38}S ન્યુક્લિયસો, $t = 0$ સમયે ક્ષય પામવાની શરૂઆત કરે છે ત્યારે ^{38}Cl ન્યુક્લિયસોની સંખ્યા શૂન્ય છે (અને ∞ સમયને અંતે આ સંખ્યા ફરી પાછી શૂન્ય બનશે) તો સમય t ના કયા મૂલ્ય માટે ^{38}Cl ન્યુક્લિયસોની સંખ્યા મહત્તમ બનશે ?

➠ સલ્ફરને પહેલાં તત્ત્વ તરીકે લેતાં,

$$\lambda_1 = \frac{0.693}{\left(\tau_{1/2}\right)_1}$$

$$\therefore \lambda_1 = \frac{0.693}{2.48} = 0.2794\,h^{-1} \quad \text{... (1)}$$

➠ Cl ને બીજા તત્ત્વ તરીકે લેતાં,

$$\lambda_2 = \frac{0.693}{\left(\tau_{1/2}\right)_2}$$

$\therefore \lambda_2 = \frac{0.693}{0.62} = 1.118\, h^{-1}$ ... (2)

- અત્રે પહેલાં તત્ત્વ માટે ક્ષય દર (માનાંકમાં)

$\frac{dN_1}{dt} = \lambda_1 N_1$ ... (3)

- બીજા તત્ત્વ માટે ક્ષય દર = $-\lambda_2 N_2$
- અત્રે પહેલું તત્ત્વ, બીજા તત્ત્વમાં રૂપાંતર પામતું હોવાથી બીજા તત્ત્વના નિર્માણનો ચોખ્ખો દર $\frac{dN_2}{dt}$ હોય તો,

$\frac{dN_2}{dt} = \lambda_1 N_1 - \lambda_2 N_2$ ... (4)

- ધારો કે t_e સમયને અંતે બીજા તત્ત્વ માટે રેડિયો ઍક્ટિવ સંતુલન સ્થપાય છે એટલે કે આટલા સમયને અંતે બીજું તત્ત્વ જેટલા દરથી નિર્માણ પામે છે તેટલા જ દરથી ક્ષય પામે છે. આમ થાય તો બીજા તત્ત્વના નમૂનામાં તેના ન્યુક્લિયસોની સંખ્યા તે સમયે N_2 જેટલી મહત્તમ અને અચળ બને અને તેથી $\frac{dN_2}{dt} = 0$ બનશે.

$\therefore \lambda_1 N_1 - \lambda_2 N_2 = 0$

$\therefore \lambda_1 N_1 = \lambda_2 N_2$ ... (5)

- સલ્ફરને પહેલાં તત્ત્વ તરીકે લેતાં,

$$\lambda_1 = \frac{0.693}{\left(\tau_{1/2}\right)_1}$$

$\therefore \lambda_1 = \frac{0.693}{2.48} = 0.2794\, h^{-1}$ ... (1)

- Cl ને બીજા તત્ત્વ તરીકે લેતાં,

$$\lambda_2 = \frac{0.693}{\left(\tau_{1/2}\right)_2}$$

$\therefore \lambda_2 = \frac{0.693}{0.62} = 1.118\, h^{-1}$ ... (2)

- અત્રે પહેલાં તત્ત્વ માટે ક્ષય દર (માનાંકમાં)

$\frac{dN_1}{dt} = \lambda_1 N_1$ ... (3)

- બીજા તત્ત્વ માટે ક્ષય દર = $-\lambda_2 N_2$
- અત્રે પહેલું તત્ત્વ, બીજા તત્ત્વમાં રૂપાંતર પામતું હોવાથી બીજા તત્ત્વના નિર્માણનો ચોખ્ખો દર $\frac{dN_2}{dt}$ હોય તો,

$\frac{dN_2}{dt} = \lambda_1 N_1 - \lambda_2 N_2$ ... (4)

- ધારો કે t_e સમયને અંતે બીજા તત્ત્વ માટે રેડિયો ઍક્ટિવ સંતુલન સ્થપાય છે એટલે કે આટલા સમયને અંતે બીજું તત્ત્વ જેટલા દરથી નિર્માણ પામે છે તેટલા જ દરથી ક્ષય પામે છે. આમ થાય તો બીજા તત્ત્વના નમૂનામાં તેના ન્યુક્લિયસોની સંખ્યા તે સમયે N_2 જેટલી મહત્તમ અને અચળ બને અને તેથી $\frac{dN_2}{dt} = 0$ બનશે.

$\therefore \lambda_1 N_1 - \lambda_2 N_2 = 0$

$\therefore \lambda_1 N_1 = \lambda_2 N_2$ ... (5)

- સલ્ફરને પહેલાં તત્ત્વ તરીકે લેતાં,

$$\lambda_1 = \frac{0.693}{\left(\tau_{1/2}\right)_1}$$

$$\therefore \ \lambda_1 = \frac{0.693}{2.48} = 0.2794 \, h^{-1} \qquad \dots (1)$$

- Cl ને બીજા તત્ત્વ તરીકે લેતાં,

$$\lambda_2 = \frac{0.693}{\left(\tau_{1/2}\right)_2}$$

$$\therefore \ \lambda_2 = \frac{0.693}{0.62} = 1.118 \, h^{-1} \qquad \dots (2)$$

- અત્રે પહેલાં તત્ત્વ માટે ક્ષય દર (માનાંકમાં)

$$\frac{dN_1}{dt} = \lambda_1 N_1 \qquad \dots (3)$$

- બીજા તત્ત્વ માટે ક્ષય દર $= -\lambda_2 N_2$

- અત્રે પહેલું તત્ત્વ, બીજા તત્ત્વમાં રૂપાંતર પામતું હોવાથી બીજા તત્ત્વના નિર્માણનો ચોખ્ખો દર $\frac{dN_2}{dt}$ હોય તો,

$$\frac{dN_2}{dt} = \lambda_1 N_1 - \lambda_2 N_2 \qquad \dots (4)$$

- ધારો કે t_e સમયને અંતે બીજા તત્ત્વ માટે રેડિયો ઍક્ટિવ સંતુલન સ્થપાય છે એટલે કે આટલા સમયને અંતે બીજું તત્ત્વ જેટલા દરથી નિર્માણ પામે છે તેટલા જ દરથી ક્ષય પામે છે. આમ થાય તો બીજા તત્ત્વના નમૂનામાં તેના ન્યુક્લિયસોની સંખ્યા તે સમયે N_2 જેટલી મહત્તમ અને અચળ બને અને તેથી $\frac{dN_2}{dt} = 0$ બનશે.

$$\therefore \ \lambda_1 N_1 - \lambda_2 N_2 = 0$$

$$\therefore \ \lambda_1 N_1 = \lambda_2 N_2 \qquad \dots (5)$$

- સલ્ફરને પહેલાં તત્ત્વ તરીકે લેતાં,

$$\lambda_1 = \frac{0.693}{\left(\tau_{1/2}\right)_1}$$

$$\therefore \ \lambda_1 = \frac{0.693}{2.48} = 0.2794 \, h^{-1} \qquad \dots (1)$$

- Cl ને બીજા તત્ત્વ તરીકે લેતાં,

$$\lambda_2 = \frac{0.693}{\left(\tau_{1/2}\right)_2}$$

$$\therefore \ \lambda_2 = \frac{0.693}{0.62} = 1.118 \, h^{-1} \qquad \dots (2)$$

- અત્રે પહેલાં તત્ત્વ માટે ક્ષય દર (માનાંકમાં)

$$\frac{dN_1}{dt} = \lambda_1 N_1 \qquad \dots (3)$$

- બીજા તત્ત્વ માટે ક્ષય દર $= -\lambda_2 N_2$

➠ અત્રે પહેલું તત્ત્વ, બીજા તત્ત્વમાં રૂપાંતર પામતું હોવાથી બીજા તત્ત્વના નિર્માણનો ચોખ્ખો દર $\frac{dN_2}{dt}$ હોય તો,

$$\frac{dN_2}{dt} = \lambda_1 N_1 - \lambda_2 N_2 \quad \dots (4)$$

➠ ધારો કે t_e સમયને અંતે બીજા તત્ત્વ માટે રેડિયો ઍક્ટિવ સંતુલન સ્થપાય છે એટલે કે આટલા સમયને અંતે બીજું તત્ત્વ જેટલા દરથી નિર્માણ પામે છે તેટલા જ દરથી ક્ષય પામે છે. આમ થાય તો બીજા તત્ત્વના નમૂનામાં તેના ન્યુક્લિયસોની સંખ્યા તે સમયે N_2 જેટલી મહત્તમ અને અચળ બને અને તેથી $\frac{dN_2}{dt} = 0$ બનશે.

$$\therefore \lambda_1 N_1 - \lambda_2 N_2 = 0$$

$$\therefore \lambda_1 N_1 = \lambda_2 N_2 \quad \dots (5)$$

9. ડ્યુટેરોન એ પ્રોટોન અને ન્યૂટ્રોનની બંધિત અવસ્થા છે જેની બંધનઊર્જા B = 2.2 MeV છે. હવે E ઊર્જાવાળો γ-ફોટોન તેના પર એવી રીતે આપાત કરવામાં આવે છે જેથી p અને n બંધિત અવસ્થામાંથી મુક્ત થઈને γ-કિરણની દિશામાં ગતિ કરે. જો E = B હોય તો દર્શાવો કે આ શક્ય નથી. આ શક્ય બને તે માટે E નું મૂલ્ય, B કરતાં ઓછામાં ઓછું કેટલું વધારે રાખવું પડશે, તેની ગણતરી કરો.

➠ અત્રે ડ્યુટેરોન ન્યુક્લિયસને B જેટલી જ ઊર્જા E આપવાથી પ્રોટૉન (કણ-1) અને ન્યૂટ્રૉન (કણ-2) એકબીજાથી મુક્ત થશે, પરંતુ આ માટે અપાયેલી બધી જ ઊર્જા વપરાઈ જતી હોવાથી તેમની પાસે કોઈ ગતિઊર્જા બાકી રહેતી નથી અને તેથી તેઓ ઉત્સર્જન પામી શકાતા નથી. આ બાબત નીચે મુજબ સાબિત કરી શકાય.

➠ ધારો કે E માંથી B જેટલી ઊર્જા ખર્ચાયા બાદ મુક્ત થયેલા પ્રોટૉન અને ન્યૂટ્રૉન અનુક્રમે p_1 અને p_2 જેટલા વેગમાનથી ગતિ કરે છે અને અનુક્રમે K_1 અને K_2 જેટલી ગતિઊર્જાઓ ધારણ કરે છે. જો આમ થાય તો,

$$E - B = K_1 + K_2 \quad \dots (1)$$

$$\therefore E - B = \frac{p_1^2}{2m} + \frac{p_2^2}{2m} \quad \dots (2)$$

(જ્યાં $m_p \approx m_n \approx m$)

➠ હવે વેગમાન સંરક્ષણના નિયમાનુસાર,

$$p_1 + p_2 = p' \left(\text{રકમ પ્રમાણે } \vec{p'} \parallel \vec{p_1} \parallel \vec{p_2} \right)$$

➠ અત્રે ફોટોનનું વેગમાન,

$$p' = \frac{h}{\lambda} = \frac{h}{\left(c/f\right)} = \frac{hf}{c} = \frac{E}{c} \quad \dots (3)$$

હોવાથી ઉપરોક્ત સમીકરણ અનુસાર $p_1 + p_2 = \frac{E}{c} \dots (4)$

➠ જો E = B હોય તો સમીકરણ (1) પરથી,

$$\frac{p_1^2}{2m} + \frac{p_2^2}{2m} = 0$$

$$\therefore p_1^2 + p_2^2 = 0$$

$\Rightarrow p_1 = 0$ તથા $p_2 = 0$

$\Rightarrow$ ડ્યુટેરોન ન્યુક્લિયસમાંથી પ્રોટૉન અને ન્યૂટ્રૉન, મુક્ત થઈને ઉત્સર્જન પામી શકશે નહીં.

➠ હવે, ધારો કે $E = B + \Delta E$ (જ્યાં $\Delta E << E$)

$$\therefore E - B = \Delta E \quad \dots (5)$$

➠ અત્રે ડ્યુટેરોન ન્યુક્લિયસને B જેટલી જ ઊર્જા E આપવાથી પ્રોટૉન (કણ-1) અને ન્યૂટ્રૉન (કણ-2) એકબીજાથી મુક્ત થશે, પરંતુ આ માટે અપાયેલી બધી જ ઊર્જા વપરાઈ જતી હોવાથી તેમની પાસે કોઈ ગતિઊર્જા બાકી રહેતી નથી અને તેથી તેઓ ઉત્સર્જન પામી શકાતા નથી. આ બાબત નીચે મુજબ સાબિત કરી શકાય.

➠ ધારો કે E માંથી B જેટલી ઊર્જા ખર્ચાયા બાદ મુક્ત થયેલા પ્રોટૉન અને ન્યૂટ્રૉન અનુક્રમે p_1 અને p_2 જેટલા વેગમાનથી ગતિ કરે છે અને અનુક્રમે K_1 અને K_2 જેટલી ગતિઊર્જાઓ ધારણ કરે છે. જો આમ થાય તો,

$$E - B = K_1 + K_2 \quad \dots (1)$$

$\therefore\ E - B = \dfrac{p_1^2}{2m} + \dfrac{p_2^2}{2m}$ ... (2)

(જ્યાં $m_p \approx m_n \approx m$)

➠ હવે વેગમાન સંરક્ષણના નિયમાનુસાર,

$p_1 + p_2 = p'$ $\left(\text{રકમ પ્રમાણે } \vec{p'} \parallel \vec{p_1} \parallel \vec{p_2}\right)$

➠ અત્રે ફોટોનનું વેગમાન,

$p' = \dfrac{h}{\lambda} = \dfrac{h}{\left(c/f\right)} = \dfrac{hf}{c} = \dfrac{E}{c}$ ... (3)

હોવાથી ઉપરોક્ત સમીકરણ અનુસાર $p_1 + p_2 = \dfrac{E}{c}$ ... (4)

➠ જો E = B હોય તો સમીકરણ (1) પરથી,

$\dfrac{p_1^2}{2m} + \dfrac{p_2^2}{2m} = 0$

$\therefore\ p_1^2 + p_2^2 = 0$

$\Rightarrow p_1 = 0$ તથા $p_2 = 0$

⇒ ડ્યુટેરોન ન્યુક્લિયસમાંથી પ્રોટૉન અને ન્યૂટ્રૉન, મુક્ત થઈને ઉત્સર્જન પામી શકશે નહીં.

➠ હવે, ધારો કે $E = B + \Delta E$ (જ્યાં $\Delta E << E$)

$\therefore\ E - B = \Delta E$ ... (5)

➠ અત્રે ડ્યુટેરોન ન્યુક્લિયસને B જેટલી જ ઊર્જા E આપવાથી પ્રોટૉન (કણ-1) અને ન્યૂટ્રૉન (કણ-2) એકબીજાથી મુક્ત થશે, પરંતુ આ માટે અપાયેલી બધી જ ઊર્જા વપરાઈ જતી હોવાથી તેમની પાસે કોઈ ગતિઊર્જા બાકી રહેતી નથી અને તેથી તેઓ ઉત્સર્જન પામી શકાતા નથી. આ બાબત નીચે મુજબ સાબિત કરી શકાય.

➠ ધારો કે E માંથી B જેટલી ઊર્જા ખર્ચાયા બાદ મુક્ત થયેલા પ્રોટૉન અને ન્યૂટ્રૉન અનુક્રમે p_1 અને p_2 જેટલા વેગમાનથી ગતિ કરે છે અને અનુક્રમે K_1 અને K_2 જેટલી ગતિઊર્જાઓ ધારણ કરે છે. જો આમ થાય તો,

$E - B = K_1 + K_2$ ... (1)

$\therefore\ E - B = \dfrac{p_1^2}{2m} + \dfrac{p_2^2}{2m}$ ... (2)

(જ્યાં $m_p \approx m_n \approx m$)

➠ હવે વેગમાન સંરક્ષણના નિયમાનુસાર,

$p_1 + p_2 = p'$ $\left(\text{રકમ પ્રમાણે } \vec{p'} \parallel \vec{p_1} \parallel \vec{p_2}\right)$

➠ અત્રે ફોટોનનું વેગમાન,

$p' = \dfrac{h}{\lambda} = \dfrac{h}{\left(c/f\right)} = \dfrac{hf}{c} = \dfrac{E}{c}$ ... (3)

હોવાથી ઉપરોક્ત સમીકરણ અનુસાર $p_1 + p_2 = \dfrac{E}{c}$ ... (4)

➠ જો E = B હોય તો સમીકરણ (1) પરથી,

$\dfrac{p_1^2}{2m} + \dfrac{p_2^2}{2m} = 0$

$\therefore\ p_1^2 + p_2^2 = 0$

$\Rightarrow p_1 = 0$ તથા $p_2 = 0$

⇒ ડ્યુટેરોન ન્યુક્લિયસમાંથી પ્રોટૉન અને ન્યૂટ્રૉન, મુક્ત થઈને ઉત્સર્જન પામી શકશે નહીં.

➠ હવે, ધારો કે $E = B + \Delta E$ (જ્યાં $\Delta E << E$)

$\therefore\ E - B = \Delta E$ ... (5)

10. જેમ H-પરમાણુમાં પ્રોટૉન અને ઇલેક્ટ્રૉન સ્થિતવિદ્યુતીય બળો વડે બંધાયેલા હોય છે તેમ ડ્યુટેરોન ન્યુક્લિયસમાં પ્રોટૉન (p) અને ન્યૂટ્રૉન (n), ન્યુક્લિયર બળથી બંધાયેલા છે. જો આ ન્યુક્લિયર બળ $F = \dfrac{1}{4\pi \epsilon_0} \dfrac{e'^2}{r}$ જેવાં કુલંબ

સ્થિતિમાનના સ્વરૂપનું હોય (જ્યાં e' = અસરકારક વિદ્યુતભાર) તો $\frac{e'}{e}$ ના મૂલ્યનો અંદાજ મેળવો (ડ્યુટેરોનની બંધનઊર્જા 2.2 MeV છે.)

➠ H-પરમાણુની બંધનઊર્જા, સૂત્રાનુસાર

$$E = \frac{m_e e^4}{8 \epsilon_0^2 h^2} = 13.6 \text{ eV} \qquad \dots (1)$$

➠ હવે ડ્યુટેરોન ન્યુક્લિયસને બાઇનરી તંત્ર તરીકે લેતાં ઉપરોક્ત સૂત્રમાં m ને બદલે m' તથા e ને બદલે e' લેતાં ડ્યુટેરોનની બંધનઊર્જા,

$$E' = \frac{m' e'^4}{8 \epsilon_0^2 h^2} = 2.2 \times 10^6 \text{ eV} \quad \dots (2)$$

➠ સમીકરણો (2) અને (1) નો ગુણોત્તર લેતાં,

$$\frac{m'}{m_e} \times \left(\frac{e'}{e}\right)^4 = \frac{2.2 \times 10^6}{13.6} \qquad \dots (3)$$

➠ અત્રે ડ્યુટેરોન ન્યુક્લિયસ જેવાં બાઇનરી તંત્ર માટે સમાનિત દળ,

$$m' = \frac{m_p \times m_n}{m_p + m_n}$$

$$m' = \frac{m \times m}{m + m} = \frac{m}{2} = \frac{1836\, m_e}{2}$$

$$\therefore\ m' = 918\, m_e \Rightarrow \frac{m'}{m_e} = 918 \qquad \dots (4)(\because\ m_p \approx m_n \approx m = 1836\, m_e)$$

➠ H-પરમાણુની બંધનઊર્જા, સૂત્રાનુસાર

$$E = \frac{m_e e^4}{8 \epsilon_0^2 h^2} = 13.6 \text{ eV} \qquad \dots (1)$$

➠ હવે ડ્યુટેરોન ન્યુક્લિયસને બાઇનરી તંત્ર તરીકે લેતાં ઉપરોક્ત સૂત્રમાં m ને બદલે m' તથા e ને બદલે e' લેતાં ડ્યુટેરોનની બંધનઊર્જા,

$$E' = \frac{m' e'^4}{8 \epsilon_0^2 h^2} = 2.2 \times 10^6 \text{ eV} \quad \dots (2)$$

➠ સમીકરણો (2) અને (1) નો ગુણોત્તર લેતાં,

$$\frac{m'}{m_e} \times \left(\frac{e'}{e}\right)^4 = \frac{2.2 \times 10^6}{13.6} \qquad \dots (3)$$

➠ અત્રે ડ્યુટેરોન ન્યુક્લિયસ જેવાં બાઇનરી તંત્ર માટે સમાનિત દળ,

$$m' = \frac{m_p \times m_n}{m_p + m_n}$$

$$m' = \frac{m \times m}{m + m} = \frac{m}{2} = \frac{1836\, m_e}{2}$$

$$\therefore\ m' = 918\, m_e \Rightarrow \frac{m'}{m_e} = 918 \qquad \dots (4)(\because\ m_p \approx m_n \approx m = 1836\, m_e)$$

11. ન્યૂટ્રિનો પરિકલ્પના પહેલાં β-ક્ષયની પ્રક્રિયા નીચે મુજબ થતી હોવાનું માનવામાં આવતું હતું. $n \rightarrow p + \overline{e}$
જો ઉપરોક્ત માન્યતા સાચી હોય તો દર્શાવો કે β-ક્ષય પહેલાં જો ન્યૂટ્રૉન સ્થિર હોય તો પ્રોટૉન અને ઇલેક્ટ્રૉન

નિશ્ચિત મૂલ્યની ઊર્જાઓ ધારણ કરીને બહિર્ગમન પામશે. આ નિશ્ચિત મૂલ્યો ગણતરી કરીને શોધો. (હકીકતમાં પ્રાયોગિક રીતે ઇલેક્ટ્રૉનની ઊર્જા, ઘણા મોટા વિસ્તાર પર બદલાતી માલૂમ પડે છે.)
(m_nc^2 = 938 MeV, m_pc^2 = 936 MeV, m_ec^2 = 0.51 MeV)

➠ આઈનસ્ટાઈનના વિશિષ્ટ સાપેક્ષવાદ અનુસાર, કણની ઊર્જા

$$E = \sqrt{p^2c^2 + m_0^2c^4} \quad \ldots (1)$$

જ્યાં p = કણનું વેગમાન

c = પ્રકાશની શૂન્યવકાશમાં ઝડપ

m_0 = કણનું સ્થિર દળ

➠ વેગમાન સંરક્ષણના નિયમાનુસાર આપેલ પ્રક્રિયા $n \rightarrow p + \bar{e}$ માટે,

$$\vec{p}_n = \vec{p}_p + \vec{p}_e$$

$$\therefore \vec{0} = \vec{p}_p + \vec{p}_e \quad (\because \text{ ન્યૂટ્રૉન સ્થિર છે})$$

$$\therefore \vec{p}_p = -\vec{p}_e$$

➠ બંને બાજુએ માનાંક લેતાં, $p_p = p_e = p$ (ધારો કે) ... (2)

➠ સમીકરણ (1) પરથી ન્યૂટ્રૉનની ઊર્જા,

$$E_n = \sqrt{p_n^2c^2 + m_n^2c^4}$$

$$\therefore E_n = m_nc^2 \quad (\because p_n = 0) \quad \ldots (3)$$

➠ સમીકરણ (1) પરથી પ્રોટૉનની ઊર્જા,

$$E_p = \sqrt{p_p^2c^2 + m_p^2c^4}$$

$$\therefore E_p = \left(p^2c^2 + m_p^2c^4\right)^{1/2} \quad (\because p_p = p) \quad \ldots (4)$$

➠ સમીકરણ (1) પરથી ઇલેક્ટ્રૉનની ઊર્જા,

$$E_e = \sqrt{p_e^2c^2 + m_e^2c^4}$$

$$\therefore E_e = \left(p^2c^2 + m_e^2c^4\right)^{1/2} \quad (\because p_e = p) \quad \ldots (5)$$

➠ આઈનસ્ટાઈનના વિશિષ્ટ સાપેક્ષવાદ અનુસાર, કણની ઊર્જા

$$E = \sqrt{p^2c^2 + m_0^2c^4} \quad \ldots (1)$$

જ્યાં p = કણનું વેગમાન

c = પ્રકાશની શૂન્યવકાશમાં ઝડપ

m_0 = કણનું સ્થિર દળ

➠ વેગમાન સંરક્ષણના નિયમાનુસાર આપેલ પ્રક્રિયા $n \rightarrow p + \bar{e}$ માટે,

$$\vec{p}_n = \vec{p}_p + \vec{p}_e$$

$$\therefore \vec{0} = \vec{p}_p + \vec{p}_e \quad (\because \text{ ન્યૂટ્રૉન સ્થિર છે})$$

$$\therefore \vec{p}_p = -\vec{p}_e$$

➠ બંને બાજુએ માનાંક લેતાં, $p_p = p_e = p$ (ધારો કે) ... (2)

➠ સમીકરણ (1) પરથી ન્યૂટ્રૉનની ઊર્જા,

$$E_n = \sqrt{p_n^2 c^2 + m_n^2 c^4}$$

$\therefore E_n = m_n c^2 \; (\because p_n = 0)$ ... (3)

➠ સમીકરણ (1) પરથી પ્રોટૉનની ઊર્જા,

$$E_p = \sqrt{p_p^2 c^2 + m_p^2 c^4}$$

$\therefore E_p = \left(p^2 c^2 + m_p^2 c^4\right)^{1/2} \; (\because p_p = p)$ ... (4)

➠ સમીકરણ (1) પરથી ઇલેક્ટ્રૉનની ઊર્જા,

$$E_e = \sqrt{p_e^2 c^2 + m_e^2 c^4}$$

$\therefore E_e = \left(p^2 c^2 + m_e^2 c^4\right)^{1/2} \; (\because p_e = p)$ ... (5)

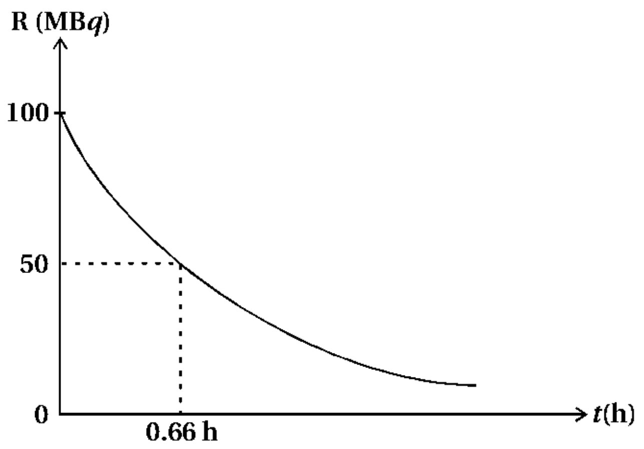
12. એક રેડિયો ઍક્ટિવ તત્વ માટે સમયના એક-એક કલાકના ગાળા બાદ તેની ઍક્ટિવિટી R (મેગા બેકવેરલ MBq) માં નીચે મુજબ મળે છે.

$t(h)$	0	1	2	3	4
R(MBq)	100	35.36	12.51	4.42	1.56

(i) $R \rightarrow t$ નો આલેખ દોરો તથા આ આલેખ પરથી અર્ધઆયુ $\left(\tau_{1/2}\right)$ શોધો.

(ii) $ln\left(\frac{R}{R_0}\right) \rightarrow t$ નો આલેખ દોરો તથા આ આલેખ પરથી અર્ધઆયુ શોધો.

➠ (i) પ્રસ્તુત કિસ્સામાં $R \rightarrow t$ નો આલેખ નીચે પ્રમાણેનો અતિવલય મળે છે.



➠ અત્રે $t = 0$ સમયે $R_0 = 100$ MBq

તથા $t = 0.66$ h સમયે $R = 50\,\text{MB}q = \frac{R_0}{2}$

$\Rightarrow t = 0.66\text{ h} = \tau_{1/2}$

$\Rightarrow$ અર્ધઆયુ $\tau_{1/2} = 0.66$ h

$= 0.66 \times 60$ min

$\therefore \tau_{1/2} = 39.6\text{ min} \approx 40\text{ min}$

(ii) ચરઘાતાંકીય નિયમાનુસાર,

$R = R_0 e^{-\lambda t}$

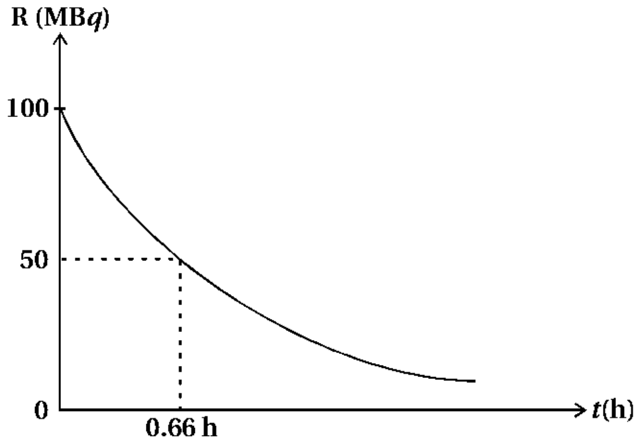
$\therefore \ ln R = ln R_0 + ln(e^{-\lambda t})$

$\therefore \ ln R = ln R_0 - \lambda t \ ln \, e$

$\therefore \ ln R - ln R_0 = (-\lambda) t$

$\therefore \ ln\left(\frac{R}{R_0}\right) = (-\lambda)t + 0$ ... (1)

➠ (i) પ્રસ્તુત કિસ્સામાં $R \rightarrow t$ નો આલેખ નીચે પ્રમાણેનો અતિવલય મળે છે.



➠ અત્રે $t = 0$ સમયે $R_0 = 100 \text{ MB}q$

તથા $t = 0.66 \text{ h}$ સમયે $R = 50 \text{ MB}q = \frac{R_0}{2}$

$\Rightarrow t = 0.66 \text{ h} = \tau_{1/2}$

$\Rightarrow$ અર્ધઆયુ $\tau_{1/2} = 0.66 \text{ h}$

$= 0.66 \times 60 \text{ min}$

$\therefore \ \tau_{1/2} = 39.6 \text{ min} \approx 40 \text{ min}$

(ii) ચરઘાતાંકીય નિયમાનુસાર,

$R = R_0 e^{-\lambda t}$

$\therefore \ ln R = ln R_0 + ln(e^{-\lambda t})$

$\therefore \ ln R = ln R_0 - \lambda t \ ln \, e$

$\therefore \ ln R - ln R_0 = (-\lambda) t$

$\therefore \ ln\left(\frac{R}{R_0}\right) = (-\lambda)t + 0$ ... (1)