1. **નાભિના યામ, પરવલયના અક્ષનું સમીકરણ, નિયામિકાનું સમીકરણ અને નાભિલંબની લંબાઈ શોધો : $y^2 = 12x$**

➥ આપેલ સમીકરણમાં y^2 વાળું પદ હોવાથી પરવલય X- અક્ષ પ્રત્યે સંમિત થશે. વળી xનો સહગુણક ધન હોવાથી પરવલય X- અક્ષની જમણી તરફ ખૂલશે.

આપેલ સમીકરણને $y^2 = 4ax$ સાથે સરખાવતાં,

$4a = 12 \Rightarrow a = 3$

નાભિનાં યામ : $F(a, 0) = F(3, 0)$

નિયામિકાનું સમીકરણ : $x = -a$

$\therefore x = -3$

પરવલયનો અક્ષ X- અક્ષ થશે. તેથી તેનું સમીકરણ $y = 0$ થશે.

નાભિલંબની લંબાઈ $= 4|a| = 4|3|$

$= 4(3)$

$= 12$

2. **શરતો પ્રમાણે પરવલયનું સમીકરણ મેળવો : શિરોબિંદુ (0, 0), (2, 3) માંથી પસાર થતા અને X- અક્ષ જેનો અક્ષ હોય.**

➥ પરવલયનો અક્ષ X- અક્ષ છે. તથા તેનું શિરોબિંદુ (0, 0) છે.

$\therefore$ પરવલયનું સમીકરણ $y^2 = 4ax$ અથવા $y^2 = -4ax$ થાય.

પરવલય (2, 3) બિંદુમાંથી પસાર થાય છે.

(2, 3) બિંદુ પ્રથમ ચરણમાં આવેલું છે.

$\therefore$ પરવલય જમણી તરફ ખૂલશે.

$\therefore$ પરવલયનું સમીકરણ $y^2 = 4ax$ હોય.

પરવલય (2, 3) માંથી પસાર થતો હોવાથી,

$(3)^2 = 4(2)a \Rightarrow a = \frac{9}{8}$

$\therefore$ માંગેલ પરવલયનું સમીકરણ : $y^2 = 4ax$

$\therefore y^2 = 4\left(\frac{9}{8}\right)x$

$\therefore 2y^2 = 9x$

3. **પરવલયનું સમીકરણ મેળવો : નાભિ (–1, 2) તથા નિયામિકાનું સમીકરણ $x - y + 1 = 0$.**

જવાબ $x^2 + y^2 + 2xy + 2x - 6y + 9 = 0$

4. **પરવલય $y^2 = 4ax$ ની કોઈ નાભિજીવાનું એક અંત્યબિંદુ $(at_1^2, 2at_1)$ હોય તો તેનું બીજું અંત્યબિંદુ શોધો. આ પરથી બતાવો કે નાભિજીવાની લંબાઈ $\left(t_1 + \frac{1}{t_1}\right)^2$ છે.**

જવાબ $\left(\frac{a}{t_1^2}, \frac{-2a}{t_1}\right)$

5. **ઉગમબિંદુનું સ્થાનાંતર (–1, –2) આગળ કરીને પરવલય $(x + 1)^2 = 4(y + 2)$ ના નાભિલંબની લંબાઈ તથા નિયામિકાનું સમીકરણ મેળવો.**

જવાબ **નાભિલંબની લંબાઈ = 4 એકમ**

નિયામિકાનું સમીકરણ = $y + 3 = 0$

6. **પરવલય $y^2 = 12x$ પરનાં કોઈ બિંદુ P નું નાભિ S થી અંતર SP = 6 એકમ હોય તો P નાં યામ મેળવો.**

જવાબ (3, ±6)

7. શરતો પ્રમાણે પરવલયનું સમીકરણ મેળવો : શિરોબિંદુ (0, 0), (5, 2) માંથી પસાર થતાં અને Y- અક્ષ પ્રત્યે સંમિત

➥ પરવલય Y- અક્ષ પ્રત્યે સંમિત છે.
તેથી તેનો અક્ષ Y- અક્ષ છે.
$\therefore$ પરવલયનું સમીકરણ $x^2 = 4ay$ અથવા $x^2 = -4ay$ થશે.
પરંતુ પરવલય (5, 2) માંથી પસાર થાય છે. (5, 2) બિંદુ પ્રથમ ચરણમાં આવેલું છે.
$\therefore$ પરવલય Y- અક્ષની ઉપરની તરફ ખૂલતો વક્ર છે.
$\therefore$ તેનું સમીકરણ $x^2 = 4ay$ થાય.
પરવલય (5, 2) માંથી પસાર થાય છે.

$\therefore (5)^2 = 4(2)a \Rightarrow a = \frac{25}{8}$

$\therefore$ પરવલયનું સમીકરણ : $x^2 = 4ay$

$$\therefore x^2 = 4\left(\frac{25}{8}\right)y$$

$$\therefore 2x^2 = 25y$$

8. પરવલયનું સમીકરણ મેળવો : શિરોબિંદુ (0, 0) અક્ષ X- અક્ષ તથા (1, –4) માંથી પસાર થાય.

જવાબ $y^2 = 16x$

9. પરવલયનું સમીકરણ મેળવો : નાભિ (4, 0) અને નિયામિકા $x + 4 = 0$.

જવાબ $y^2 = 16x$

10. પરવલયનું સમીકરણ મેળવો : નાભિ (1, –1) અને શિરોબિંદુ (2, 1).

જવાબ $4x^2 + y^2 - 4xy + 8x + 46y - 71 = 0$

11. પરવલયનું સમીકરણ મેળવો : શિરોબિંદુ (6, –3) અને નિયામિકાનું સમીકરણ $3x - 5y + 1 = 0$.

જવાબ $25x^2 + 9y^2 - 618x + 554y + 30xy + 4929 = 0$

12. શરતો પ્રમાણે પરવલયનું સમીકરણ મેળવો : શિરોબિંદુ (0, 0); નાભિ (–2, 0)

➥ પરવલયની નાભિ (–2, 0) છે. જે X- અક્ષ ઉપર આવેલી છે. તેથી પરવલયનો અક્ષ X- અક્ષ થશે.
$\therefore$ પરવલયનું પ્રમાણિત સમીકરણ $y^2 = 4ax$ અથવા $y^2 = -4ax$ થાય. પરંતુ નાભિ (–2, 0) હોવાથી પરવલયનું સમીકરણ $y^2 = -4ax$ થશે.
નાભિ $(-2, 0) = (-a, 0) \Rightarrow a = 2$
$a = 2$ લેતાં, $y^2 = -4(2)x = -8x$
$\therefore$ માંગેલ પરવલયનું સમીકરણ : $y^2 = -8x$ છે.

13. નાભિના યામ, પરવલયના અક્ષનું સમીકરણ, નિયામિકાનું સમીકરણ અને નાભિલંબની લંબાઈ શોધો : $x^2 = -9y$

➥ આપેલ સમીકરણમાં x^2 વાળું પદ હોવાથી પરવલય Y- અક્ષ પ્રત્યે સંમિત છે. વળી y નો સહગુણક ઋણ હોવાથી પરવલય Y- અક્ષની નીચેની તરફ ખૂલશે.
પરવલયનો અક્ષ Y- અક્ષ થશે. તેથી તેનું સમીકરણ $x = 0$ થશે.
આપેલ સમીકરણને $x^2 = -4ay$ સાથે સરખાવતાં,

$4a = 9 \Rightarrow a = \frac{9}{4}$

નાભિનાં યામ $F(0, -a) = F\left(0, -\frac{9}{4}\right)$

નિયામિકાનું સમીકરણ : $y = a$

$$\therefore y = \frac{9}{4}$$

$$\therefore 4y - 9 = 0$$

નાભિલંબની લંબાઈ $= 4|a| = 4\left|\frac{9}{4}\right|$

$$= 4\left(\frac{9}{4}\right)$$

$$= 9$$

14. નાભિના યામ, પરવલયના અક્ષનું સમીકરણ, નિયામિકાનું સમીકરણ અને નાભિલંબની લંબાઈ શોધો : $y^2 = 10x$

➥ આપેલ સમીકરણમાં y^2 વાળું પદ હોવાથી પરવલય X- અક્ષ પ્રત્યે સંમિત છે. વળી x નો સહગુણક ધન હોવાથી પરવલય X- અક્ષની જમણી બાજુ ખૂલશે.

પરવલયનો અક્ષ X- અક્ષ થશે. તેથી તેનું સમીકરણ $y = 0$ થાય.

આપેલ સમીકરણને $y^2 = 4ax$ સાથે સરખાવતાં,

$4a = 10 \therefore a = \frac{5}{2}$

નાભિનાં યામ $F(a, 0) = F\left(\frac{5}{2}, 0\right)$

નિયામિકાનું સમીકરણ : $x = -a$

$\therefore x = -\frac{5}{2}$

$\therefore 2x + 5 = 0$

નાભિલંબની લંબાઈ $= 4|a|$

$= 4\left(\frac{5}{2}\right)$

$= 10$

15. શરતો પ્રમાણે પરવલયનું સમીકરણ મેળવો : શિરોબિંદુ (0, 0); નાભિ (3, 0)

➥ પરવલયની નાભિ (3, 0) છે. જે X- અક્ષ પર આવેલી છે. તેથી પરવલયનો અક્ષ X- અક્ષ થશે.

પરવલયનું પ્રમાણિત સમીકરણ $y^2 = 4ax$ અથવા $y^2 = -4ax$ થાય. પરંતુ નાભિ (3, 0) હોવાથી પરવલયનું સમીકરણ $y^2 = 4ax$ થશે.

નાભિ $(3, 0) = (a, 0) \Rightarrow a = 3$

$a = 3$ લેતાં, $y^2 = 4(3)x = 12x$

$\therefore$ માંગેલ પરવલયનું સમીકરણ : $y^2 = 12x$ છે.

16. નાભિના યામ, પરવલયના અક્ષનું સમીકરણ, નિયામિકાનું સમીકરણ અને નાભિલંબની લંબાઈ શોધો : $x^2 = -16y$

➥ આપેલ સમીકરણમાં x^2 વાળું પદ હોવાથી પરવલય Y- અક્ષ પ્રત્યે સંમિત છે. વળી y નો સહગુણક ઋણ હોવાથી પરવલય Y- અક્ષની નીચેની તરફ ખૂલશે.

પરવલયનો અક્ષ Y- અક્ષ થશે. તેથી તેનું સમીકરણ $x = 0$ થશે.

આપેલ સમીકરણને $x^2 = 4ay$ સાથે સરખાવતાં,

$4a = -16 \Rightarrow a = -4$

નાભિનાં યામ $F(0, -a) = (0, -4)$

નિયામિકાનું સમીકરણ : $y = a$

$\therefore y = 4$

નાભિલંબની લંબાઈ $= 4|a| = 4|-4|$

$= 4(4) = 16$

17. શરતો પ્રમાણે પરવલયનું સમીકરણ મેળવો : નાભિ (0, –3); નિયામિકા $y = 3$

➥ નાભિ (0, –3) છે. જે Y- અક્ષ પર આવેલી છે. તેથી પરવલયનો અક્ષ Y- અક્ષ થશે.

$\therefore$ નાભિ $(0, -3) = (0, -a) \Rightarrow a = 3$

પરવલયનું પ્રમાણિત સમીકરણ $x^2 = 4ay$ અથવા $x^2 = -4ay$ થાય. પરંતુ નાભિ (0, –3) અને નિયામિકા $y = 3$ છે.

$\therefore$ પરવલયનું સમીકરણ $x^2 = -4ay$

હવે $a = 3$ લેતાં, $x^2 = -12y$

$\therefore$ માંગેલ પરવલયનું સમીકરણ : $x^2 = -12y$

18. નાભિના યામ, પરવલયના અક્ષનું સમીકરણ, નિયામિકાનું સમીકરણ અને નાભિલંબની લંબાઈ શોધો : $y^2 = -8x$

➥ આપેલ સમીકરણમાં y^2 વાળું પદ હોવાથી પરવલય X- અક્ષ પ્રત્યે સંમિત થશે. વળી x નો સહગુણક ઋણ હોવાથી પરવલય X- અક્ષની ડાબી તરફ ખૂલશે.

પરવલયનો અક્ષ X- અક્ષ થશે. તેથી તેનું સમીકરણ $y = 0$ થાય. આપેલ સમીકરણને $y^2 = 4ax$ સાથે સરખાવતાં,

$4a = -8 \Rightarrow a = -2$

નાભિનાં યામ : $F(-a, 0) = F(-2, 0)$

નિયામિકાનું સમીકરણ : $x = a$

$\therefore x = -2$

નાભિલંબની લંબાઈ = $4|a| = 4|2|$
$= 4(2)$
$= 8$

19. શરતો પ્રમાણે પરવલયનું સમીકરણ મેળવો : નાભિ (6, 0); નિયામિકા $x = -6$

➥ નાભિ (6, 0) છે. જે X- અક્ષ પર આવેલી છે. તેથી પરવલયનો અક્ષ X- અક્ષ થશે.
$\therefore$ નાભિ $(6, 0) = (a, 0) \Rightarrow a = 6$
પરવલયનું પ્રમાણિત સમીકરણ $y^2 = 4ax$ અથવા $y^2 = -4ax$ થાય. પરંતુ નાભિ (6, 0) તથા નિયામિકા $x = -6$ હોવાથી પરવલયનું સમીકરણ $y^2 = 4ax$ છે. હવે $a = 6$ લેતાં, $y^2 = 24x$.
$\therefore$ માંગેલ પરવલયનું સમીકરણ : $y^2 = 24x$

20. નાભિના યામ, પરવલયના અક્ષનું સમીકરણ, નિયામિકાનું સમીકરણ અને નાભિલંબની લંબાઈ શોધો : $x^2 = 6y$

➥ આપેલ સમીકરણમાં x^2 વાળું પદ હોવાથી પરવલય Y- અક્ષ પ્રત્યે સંમિત થશે. વળી y નો સહગુણક ધન હોવાથી પરવલય Y- અક્ષની ઉપરની બાજુ ખૂલશે.
પરવલયનો અક્ષ Y- અક્ષ થશે. તેથી તેનું સમીકરણ $x = 0$ થાય.
આપેલ સમીકરણને $x^2 = 4ay$ સાથે સરખાવતાં,

$$4a = 6 \text{ આમ } a = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$$

નાભિનાં યામ : $F(0, a) = F\left(0, \frac{3}{2}\right)$
નિયામિકાનું સમીકરણ : $y = -a$

$$\therefore \ y = -\frac{3}{2}$$

નાભિલંબની લંબાઈ = $4|a| = 4\left|\frac{3}{2}\right|$
$= 4\left(\frac{3}{2}\right)$
$= 6$

21. નીચેનાં સમીકરણમાં નાભિનાં યામ, પરવલયનાં અક્ષનું સમીકરણ, નિયામિકાનું સમીકરણ અને નાભિલંબની લંબાઈ મેળવો :
(1) $x^2 = -8y$ (2) $y^2 = 8x$ (3) $x^2 = 3y$ (4) $y^2 = -10x$ (5) $4x^2 = -y$

જવાબ

ક્રમ	નાભિનાં યામ	અક્ષનું સમીકરણ	નિયામિકાનું સમીકરણ	નાભિલંબની લંબાઈ
(1)	$(0, -2)$	$y = 0$	$y = 2$	8
(2)	$(2, 0)$	$x = 0$	$x = -2$	8
(3)	$\left(0, \frac{3}{4}\right)$	$y = 0$	$4y + 3 = 0$	3
(4)	$\left(-\frac{5}{2}, 0\right)$	$x = 0$	$2x - 5 = 0$	10
(5)	$\left(0, -\frac{1}{16}\right)$	$y = 0$	$16y - 1 = 0$	$\frac{1}{4}$

22. નીચેનાં પરવલય માટે નાભિલંબનાં અંત્યબિંદુઓ મેળવો :
(1) $y^2 = 8x$ (2) $x^2 = -8y$

જવાબ **(1) $(2, \pm 4)$**
(2) $(\pm 4, -2)$