Mensuration

Ex. 6.1

1. **वर्तुळाचा व्यास 10 सेमी आहे. संगत केंद्रीय कोनांची मापे पुढीलप्रमाणे असल्यास त्या वर्तुळकंसांची लांबी काढा. ($\pi = 3.14$)**

[प्रत्येकी 2 गुण]

i. 144° **ii.** 45° **[ऑक्टोबर 12]**

iii. 270° **iv.** 180° **[मार्च 13]**

दिलेले : व्यास = 10 सेमी

$\therefore$ त्रिज्या $= \frac{\text{व्यास}}{2} = \frac{10}{2} = 5$ सेमी

$\therefore$ त्रिज्या (r) = 5 सेमी

शोधा: वर्तुळकंसाची लांबी (l)

उकल:

i. केंद्रीय कोन (θ) = 144°

वर्तुळकंसाची लांबी (l) $= \frac{\theta}{360} \times 2\pi r$

$= \frac{144}{360} \times 2 \times 3.14 \times 5$

$= \frac{2}{5} \times 2 \times 3.14 \times 5$

$= 12.56$ सेमी

$\therefore$ **वर्तुळकंसाची लांबी 12.56 सेमी आहे.**

ii. केंद्रीय कोन $(\theta) = 45°$

वर्तुळकंसाची लांबी $(l) = \frac{\theta}{360} \times 2\pi r$

$= \frac{45}{360} \times 2 \times 3.14 \times 5$

$= \frac{1}{8} \times 2 \times 3.14 \times 5$

$= 3.925 \approx 3.93$ सेमी

$\therefore$ **वर्तुळकंसाची लांबी 3.93 सेमी आहे.**

iii. केंद्रीय कोन $(\theta) = 270°$

वर्तुळकंसाची लांबी $(l) = \frac{\theta}{360} \times 2\pi r$

$= \frac{270}{360} \times 2 \times 3.14 \times 5$

$= \frac{3}{4} \times 2 \times 3.14 \times 5$

$= 23.55$ सेमी

$\therefore$ **वर्तुळकंसाची लांबी 23.55 सेमी आहे.**

iv. केंद्रीय कोन $(\theta) = 180°$

वर्तुळकंसाची लांबी $(l) = \frac{\theta}{360} \times 2\pi r$

$= \frac{180}{360} \times 2 \times 3.14 \times 5$

$= \frac{1}{2} \times 2 \times 3.14 \times 5 = 15.7$ सेमी

$\therefore$ **वर्तुळकंसाची लांबी 15.7 सेमी आहे.**

2. खाली दिलेल्या माहितीच्या आधारे केंद्रीय कोनांची मापे काढा.

i. वर्तुळाची त्रिज्या = 5.5 मीटर,

वर्तुळकंसाची लांबी = 6.05 मीटर $\left(\pi = \frac{22}{7}\right)$

ii. वर्तुळाची त्रिज्या = 20 सेमी,

वर्तुळकंसाची लांबी = 78.50 सेमी ($\pi = 3.14$)

[प्रत्येकी 2 गुण]

दिलेले: त्रिज्या (r) = 5.5 मीटर

कंसाची लांबी (l) = 6.05 मीटर

शोधा: केंद्रीय कोनाचे माप (θ)

उकल:

i. वर्तुळकंसाची लांबी (l) $= \frac{\theta}{360} \times 2\pi r$

$\therefore \quad 6.05 = \frac{\theta}{360} \times 2 \times \frac{22}{7} \times 5.5$

$\therefore \quad \frac{6.05 \times 360 \times 7}{2 \times 22 \times 5.5} = \theta$

$\therefore \quad \frac{605}{100} \times \frac{360 \times 7}{2 \times 22} \times \frac{10}{55} = \theta$

$\therefore \quad \frac{11 \times 36 \times 7}{2 \times 22} = \theta$

$\therefore \quad \theta = 63^\circ$

$\therefore$ **वर्तुळकंसाने केलेल्या केंद्रीय कोनाचे माप 63° आहे.**

दिलेले: त्रिज्या (r) = 20 सेमी

कंसाची लांबी (l) = 78.50 सेमी

शोधा: केंद्रीय कोनाचे माप (θ)

उकल:

ii. वर्तुळकंसाची लांबी (l) $= \frac{\theta}{360} \times 2\pi r$

∴ $78.5 = \frac{\theta}{360} \times 2 \times 3.14 \times 20$

∴ $78.5 = \frac{\theta}{18} \times 2 \times 3.14$

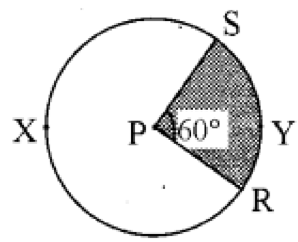
∴ $\frac{78.5 \times 18}{2 \times 3.14} = \theta$

∴ $25 \times 9 = \theta$

∴ $\theta = 225°$

∴ **वर्तुळकंसाने केलेल्या केंद्रीय कोनाचे माप 225° आहे.**

3. वर्तुळाची त्रिज्या 7 सेमी व m (कंस RYS) = 60° आहे. यावरून पुढील प्रश्नांची उत्तरे काढा.



i. छायांकित भागाचे नाव लिहा.

ii. वर्तुळाचे क्षेत्रफळ काढा.

iii. A(P-RYS) काढा.

iv. A(P-RXS) काढा. **[3 गुण]**

दिलेले: त्रिज्या (r) = 7 सेमी

m (कंस RYS) = 60°

उकल:

i. **छायांकित भाग हा वर्तुळपाकळी P–RYS आहे.**

---

ii. वर्तुळाचे क्षेत्रफळ $= \pi r^2$

$= \frac{22}{7} \times 7 \times 7 = 154$ सेमी^{2}

∴ **वर्तुळाचे क्षेत्रफळ 154 सेमी^{2} आहे.**

ii. वर्तुळाचे क्षेत्रफळ = πr^2

$$= \frac{22}{7} \times 7 \times 7 = 154 \text{ सेमी}^2$$

∴ **वर्तुळाचे क्षेत्रफळ 154 सेमी^{2} आहे.**

iii. $\angle SPR$ = m(कंस RYS)

---- [लघुवर्तुळकंसाची व्याख्या]

∴ $\angle SPR = 60°$

∴ केंद्रीय कोनाचे माप $(\theta) = 60°$

वर्तुळपाकळीचे क्षेत्रफळ $= \frac{\theta}{360} \times \pi r^2$

∴ A(P–RYS) $= \frac{60}{360} \times \frac{22}{7} \times 7 \times 7$

$= \frac{1}{6} \times 154 = 25.666$

≈ 25.67 सेमी^{2}

∴ **A(P–RYS) = 25.67 सेमी^{2}.**

iv. विशालवर्तुळपाकळीचे क्षेत्रफळ

= वर्तुळाचे क्षेत्रफळ – लघुवर्तुळपाकळीचे क्षेत्रफळ

∴ A(P–RXS) = वर्तुळाचे क्षेत्रफळ – A(P–RYS)

∴ A(P–RXS) = 154 – 25.67 = 128.33 सेमी^{2}

∴ **A(P–RXS) = 128.33 सेमी^{2}**

4. वर्तुळाची त्रिज्या 7 सेमी आहे. जर वर्तुळपाकळीच्या कोनांची मापे पुढीलप्रमाणे असल्यास त्या वर्तुळपाकळ्यांची क्षेत्रफळे काढा.

i. 30° **ii. 210°**

iii. 3 काटकोन **[प्रत्येकी 2 गुण]**

दिलेले: त्रिज्या (r) = 7 सेमी

शोधा: वर्तुळपाकळीचे क्षेत्रफळ

उकल:

i. केंद्रीय कोन $(\theta) = 30°$

वर्तुळपाकळीचे क्षेत्रफळ $= \frac{\theta}{360} \times \pi r^2$

$= \frac{30}{360} \times \frac{22}{7} \times 7 \times 7$

$= \frac{1}{12} \times 22 \times 7$

$= \frac{77}{6} = 12.83$ सेमी^{2}

$\therefore$ **वर्तुळपाकळीचे क्षेत्रफळ 12.83 सेमी^{2} आहे.**

ii. केंद्रीय कोन $(\theta) = 210°$

वर्तुळपाकळीचे क्षेत्रफळ $= \frac{\theta}{360} \times \pi r^2$

$= \frac{210}{360} \times \frac{22}{7} \times 7 \times 7$

$= \frac{7}{12} \times 22 \times 7$

$= 89.83$ सेमी^{2}

$\therefore$ **वर्तुळपाकळीचे क्षेत्रफळ 89.83 सेमी^{2} आहे.**

iii. केंद्रीय कोन $(\theta) = 3 \times$ काटकोन

म्हणजेच, $(\theta) = 3 \times 90° = 270°$

$\therefore$ वर्तुळपाकळीचे क्षेत्रफळ $= \frac{\theta}{360} \times \pi r^2$

$= \frac{270}{360} \times \frac{22}{7} \times 7 \times 7$

$= \frac{3}{4} \times 22 \times 7$

$= 115.50$ सेमी^{2}

$\therefore$ **वर्तुळपाकळीचे क्षेत्रफळ 115.50 सेमी^{2} आहे.**

5. जर 36° मापाच्या वर्तुळकंसाची लांबी 176 मीटर आहे, तर त्या वर्तुळाचा परीघ काढा. [2 गुण]

दिलेले: कंसाचे माप $(\theta) = 36^\circ$

वर्तुळकंसाची लांबी $(l) = 176$ मीटर

शोधा: वर्तुळाचा परीघ

उकल:

$$\text{वर्तुळकंसाची लांबी } (l) = \frac{\theta}{360} \times 2\pi r$$

$\therefore \quad 176 = \frac{36}{360} \times$ वर्तुळाचा परीघ

$\therefore \quad 176 = \frac{1}{10} \times$ वर्तुळाचा परीघ

$\therefore \quad$ वर्तुळाचा परीघ $= 176 \times 10 = 1760$ मीटर

$\therefore \quad$ **वर्तुळाचा परीघ 1760 मीटर आहे.**

6. जर 4π सेमी लांबी असलेला वर्तुळकंस केंद्राशी 40° चा कोन आंतरित करतो, तर त्या वर्तुळकंसाची त्रिज्या व वर्तुळपाकळीचे क्षेत्रफळ काढा. [3 गुण]

दिलेले: वर्तुळकंसाची लांबी $(l) = 4\pi$ सेमी

केंद्रीय कोन $(\theta) = 40^\circ$

शोधा: वर्तुळकंसाची त्रिज्या (r) व वर्तुळपाकळीचे क्षेत्रफळ

उकल:

$$\text{वर्तुळकंसाची लांबी } (l) = \frac{\theta}{360} \times 2\pi r$$

$\therefore \quad 4\pi = \frac{40}{360} \times 2 \times \pi \times r$

$\therefore \quad \frac{4\pi \times 360}{40 \times 2 \times \pi} = r$

$\therefore \quad \frac{36}{2} = r$

$\therefore \quad r = 18$ सेमी

वर्तुळपाकळीचे क्षेत्रफळ $= \frac{r}{2} \times l = \frac{18}{2} \times 4\pi = 36\pi$ सेमी^{2}

$\therefore \quad$ **वर्तुळाची त्रिज्या 18 सेमी व वर्तुळपाकळीचे क्षेत्रफळ 36π सेमी^{2} आहे.**

7. एका लघुवर्तुळपाकळीचे क्षेत्रफळ 392.5 सेमी^{2} व संगत केंद्रीय कोन 72°असेल, तर त्या वर्तुळाची त्रिज्या काढा. ($\pi = 3.14$) [2 गुण]

दिलेले: लघुवर्तुळपाकळीचे क्षेत्रफळ = 392.5 सेमी^{2}

केंद्रीय कोन (θ) = 72°

शोधा: त्रिज्या (r)

उकल:

$$\text{लघुवर्तुळपाकळीचे क्षेत्रफळ} = \frac{\theta}{360} \times \pi r^2$$

$\therefore \quad 392.5 = \frac{72}{360} \times 3.14 \times r^2$

$\therefore \quad 392.5 = \frac{1}{5} \times 3.14 \times r^2$

$\therefore \quad \frac{392.5 \times 5}{3.14} = r^2$

$\therefore \quad 125 \times 5 = r^2$

$\therefore \quad r^2 = 625$

$\therefore \quad r = 25$ सेमी ---- [दोन्ही बाजूंचे वर्गमूळ घेऊन]

$\therefore$ **वर्तुळाची त्रिज्या 25 सेमी आहे.**

8. एका वर्तुळकंसाची लांबी व त्रिज्या अनुक्रमे 10 सेमी आणि 5 सेमी असतील, तर त्या वर्तुळपाकळीचे क्षेत्रफळ काढा. [मार्च 13, 15] [2 गुण]

दिलेले: कंसाची लांबी (l) = 10 सेमी,

त्रिज्या (r) = 5 सेमी

शोधा: वर्तुळपाकळीचे क्षेत्रफळ

उकल:

वर्तुळपाकळीचे क्षेत्रफळ $= \frac{r}{2} \times l = \frac{5}{2} \times 10 = 25$ सेमी^{2}

$\therefore$ **वर्तुळपाकळीचे क्षेत्रफळ 25 सेमी^{2} आहे.**

9. 11.2 सेमी त्रिज्या असलेल्या वर्तुळाच्या लघुवर्तुळपाकळीचे क्षेत्रफळ 49.28 चौसेमी असेल तर त्या पाकळीच्या संगत वर्तुळकंसाचे माप काढा. $\left(\pi = \frac{22}{7}\right)$ **[2 गुण]**

दिलेले: लघुवर्तुळपाकळीचे क्षेत्रफळ = 49.28 सेमी^{2}

त्रिज्या (r) = 11.2 सेमी

शोधा: वर्तुळकंसाचे माप (θ) म्हणजेच केंद्रीय कोन

उकल:

लघुवर्तुळकंसाचे क्षेत्रफळ $= \frac{\theta}{360} \times \pi r^2$

$\therefore \quad 49.28 = \frac{\theta}{360} \times \frac{22}{7} \times 11.2 \times 11.2$

$\therefore \quad 49.28 = \frac{\theta}{180} \times 11 \times 1.6 \times 11.2$

$\therefore \quad \frac{49.28 \times 180}{11 \times 1.6 \times 11.2} = \theta$

$\therefore \quad \frac{4928 \times 180}{11 \times 16 \times 112} = \theta$

$\therefore \quad \frac{44 \times 180}{11 \times 16} = \theta$

$\therefore \quad \theta = 45^\circ$

$\therefore$ **वर्तुळकंसाचे माप 45°आहे.**

10. 0.7 मीटर त्रिज्या व 0.49 मीटर^2 क्षेत्रफळ असलेल्या वर्तुळपाकळीच्या संगत वर्तुळकंसाची लांबी काढा.

[2 गुण]

दिलेले: त्रिज्या (r) = 0.7 मीटर

वर्तुळपाकळीचे क्षेत्रफळ = 0.49 मीटर^2

शोधा: वर्तुळकंसाची लांबी (l)

उकल:

वर्तुळपाकळीचे क्षेत्रफळ $= \frac{r}{2} \times l$

$\therefore \quad 0.49 = \frac{0.7}{2} \times l$

$\therefore \quad \frac{0.49 \times 2}{0.7} = l$

$\therefore \quad l = 0.7 \times 2 = 1.4$ मीटर

$\therefore$ **वर्तुळकंसाची लांबी 1.4 मीटर आहे.**

11. एकाच वर्तुळाच्या दोन कंसांच्या लांबीचे गुणोत्तर 4:5 असेल, तर त्यांच्याशी संगत वर्तुळपाकळ्यांच्या क्षेत्रफळांचे गुणोत्तर काढा. [3 गुण]

दिलेले: $l_1 : l_2 = 4:5$

शोधा: $A_1 : A_2$

उकल:

समजा, l_1 आणि l_2 या दोन वर्तुळकंसाच्या लांबी आहेत आणि A_1 व A_2 ही वर्तुळपाकळीची संगत क्षेत्रफळे आहेत.

$l_1 : l_2 = 4 : 5$ ---- [दिलेले]

$\therefore \quad \frac{l_1}{l_2} = \frac{4}{5}$ ---- (i)

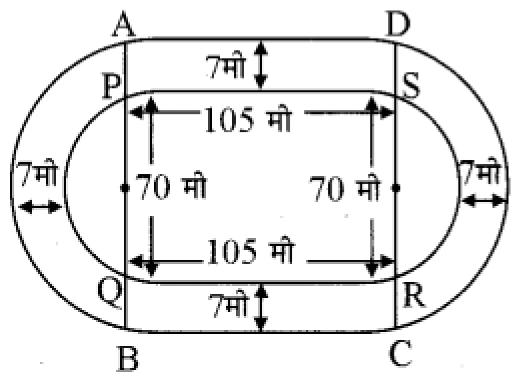
आता, वर्तुळपाकळीचे क्षेत्रफळ $= \frac{r}{2} \times l$

$\therefore \quad \frac{A_1}{A_2} = \frac{\frac{r}{2} \times l_1}{\frac{r}{2} \times l_2}$ $\qquad \therefore \quad \frac{A_1}{A_2} = \frac{l_1}{l_2}$

$\therefore \quad \frac{A_1}{A_2} = \frac{4}{5}$ ---- [विधान (i)वरून]

$\therefore$ **संगत वर्तुळपाकळ्यांच्या क्षेत्रफळांचे गुणोत्तर 4:5 हे आहे.**

12. **सोबतची आकृती धावण्याच्या शर्यतीचा मार्ग दर्शविते. त्याच्या डाव्या व उजव्या बाजूंचा भाग अर्धवर्तुळाकार आहे. दोन समांतर रेषाखंडांतील अंतर 70 मीटर व त्याची लांबी प्रत्येकी 105 मीटर आहे. जर धावण्याच्या मार्गाची रुंदी 7 मीटर असेल, तर त्या मार्गाच्या बाहेरील व आतील कडांच्या लांबींतील फरक काढा.** **[4 गुण]**



उकल :

धावण्याच्या शर्यतीच्या मार्गाच्या आतील कडांसाठी:

PQ व SR हे अनुक्रमे कंस PQ आणि कंस SR सोबत अर्धवर्तुळाचा व्यास बनवतात.

∴ व्यास = 70 मीटर

$$\text{त्रिज्या} = \frac{\text{व्यास}}{2} = \frac{70}{2} = 35 \text{ मीटर}$$

$$\text{कंस PQ ची लांबी} = \pi r = \frac{22}{7} \times 35 = 110 \text{ मीटर}$$

$$\text{कंस SR ची लांबी} = \pi r = \frac{22}{7} \times 35 = 110 \text{ मीटर}$$

आतील कड्याची लांबी

$= l$(कंस PQ) $+ l$(कंस SR) $+ PS + QR$

$= 110 + 110 + 105 + 105 = 430$ मीटर

धावण्याच्या मार्गाच्या बाह्य कडांसाठी:

AB व DC हे अनुक्रमे कंस AB व कंस DC सोबत अर्धवर्तुळाचा व्यास बनवतात.

$\therefore$ व्यास $= 70 + 7 + 7 = 84$ मीटर

---- [$\because$ धावण्याच्या मार्गाची रुंदी 7 मीटर आहे.]

त्रिज्या $= \dfrac{\text{व्यास}}{2} = \dfrac{84}{2} = 42$ मीटर

कंस AB ची लांबी $= \pi r = \dfrac{22}{7} \times 42 = 132$ मीटर

कंस DC ची लांबी $= \pi r = \dfrac{22}{7} \times 42 = 132$ मीटर

बाह्य कड्याची लांबी $= l$(कंस AB) $+ l$(कंस DC) $+ AD + BC$

$= 132 + 132 + 105 + 105$

$= 474$ मीटर

आतील व बाहेरील मार्गांच्या कडांच्या लांबीतील फरक

बाह्य कड्याची लांबी – आतील कड्याची लांबी

$= 474 - 430 = 44$ मीटर.

$\therefore$ **आतील व बाहेरील मार्गांच्या कडांच्या लांबीतील फरक 44 मीटर आहे.**

13. **30 मी $\times$ 30 मी चौरसाकृती चराऊ रानाच्या एका कोपऱ्यात एक घोडा 10 मीटर लांबीच्या दोराने बांधलेला आहे. ($\pi = 3.14$) [प्रत्येकी 3 गुण]**

i. **तो घोडा चौरसाकृती जागेच्या किती भागातील गवत खाऊ शकेल. [आकृती (a) विचारात घ्या.]**

ii. **जर चौरसाच्या बाजूच्या बरोबर मध्यावरील खांबास घोडा बांधल्यास तो किती जागेतील गवत खाऊ शकेल ? [आकृती (b) विचारात घ्या.]**

उकल:

i. □ABCD हा 30 मीटर $\times$ 30 मीटरचे चौरसाकृती चराऊ रान आहे.

A–PQR वर्तुळपाकळी ही घोडा गवत खाऊ शकत असलेला भाग दर्शविते.

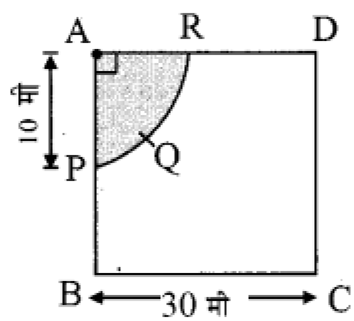
वर्तुळपाकळी A–PQR:

केंद्रीय कोन (θ) $= \angle A$

$= 90^\circ$

---- [चौरसाचा कोन]

त्रिज्या (r) = AP = दोऱ्याची लांबी = 10 मीटर



(a)

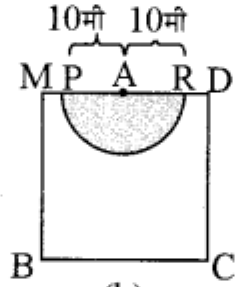
वर्तुळपाकळीचे क्षेत्रफळ $= \frac{\theta}{360} \times \pi r^2$

$\therefore$ $A(A\text{–}PQR) = \frac{90}{360} \times 3.14 \times 10 \times 10$

$= \frac{314}{4} = 78.5$ मीटर^2

$\therefore$ **घोडा चराऊ रानातील 78.5 मीटर^2 भागातील गवत खाऊ शकेल.**

ii. $\square$MBCD हा 30 मी $\times$ 30 मीटरचे चौरसाकृती चराऊ रान आहे. (व्यास) रेख PR वरील अर्धवर्तुळ घोडा गवत खाऊ शकत असलेला भाग दर्शविते.



(b)

अर्धवर्तुळासाठी, त्रिज्या (r) = AP = 10 मी

अर्धवर्तुळाचे क्षेत्रफळ $= \frac{1}{2}\pi r^2 = \frac{3.14 \times 10 \times 10}{2}$

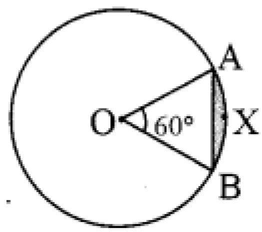
$= \frac{314}{2} = 157$ मीटर^2

$\therefore$ **घोडा चराऊ रानातील 157 मी^{2} भागातील गवत खाऊ शकेल.**

Ex. 6.2

1. **सोबतच्या आकृतीमध्ये, जर $\angle AOB = 60°$ आणि त्रिज्या 12 सेमी आहे, तर वर्तुळखंड AXB चे क्षेत्रफळ काढा.** **[3 गुण]**

(π= 3.14, $\sqrt{3}$ =1.73)



दिलेले: त्रिज्या (r) = 12 सेमी केंद्रीय कोन (θ)= 60°

शोधा: वर्तुळखंड AXB चे क्षेत्रफळ

उकल:

$$A(\text{वर्तुळखंड AXB}) = r^2\left[\frac{\pi\theta}{360} - \frac{\sin\theta}{2}\right]$$

$$= (12)^2\left[\frac{3.14\times 60}{360} - \frac{\sin 60°}{2}\right]$$

$$= 144\left[\frac{3.14}{6} - \frac{(\sqrt{3}/2)}{2}\right]$$

---- $\left[\because \sin 60° = \frac{\sqrt{3}}{2}\right]$

$$= 144\left[0.5233 - \frac{1.73}{4}\right]$$

$= 144\ [0.5233 - 0.4325]$

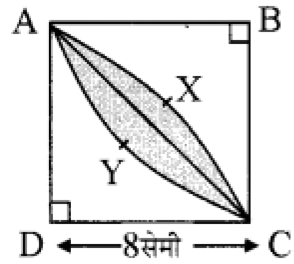
$= 144\ (0.0908)$

$= 13.0752$

$= 13.08$ सेमी^{2}

$\therefore$ **वर्तुळखंड AXB चे क्षेत्रफळ 13.08 सेमी^{2} आहे.**

2. **आकृतीमध्ये, □ABCD हा 8 सेमी बाजू असलेला चौरस आहे, तर रेखांकित भागाचे क्षेत्रफळ काढा.**
($\pi = 3.14$) **[4 गुण]**



दिलेले: □ABCD हा चौरस आहे, बाजू = 8 सेमी

शोधा: रेखांकित भागाचे क्षेत्रफळ

उकल:

कर्ण AC काढा.

रेखांकित भागाचे क्षेत्रफळ = A(वर्तुळखंड AXC) + A(वर्तुळखंड AYC)

तसेच, केंद्रीय कोन (θ) = 90° आणि

त्रिज्या = चौरसाची बाजू = 8 सेमी

∴ A(वर्तुळखंड AXC) = A(वर्तुळखंड AYC)

A(वर्तुळखंड AXC) $= r^2\left[\frac{\pi\theta}{360} - \frac{\sin\theta}{2}\right]$

$= (8)^2\left[\frac{3.14 \times 90}{360} - \frac{\sin 90°}{2}\right]$

---- [∵ $\sin 90° = 1$]

$= 64\left[\frac{3.14}{4} - \frac{1}{2}\right]$

$= 64[0.785 - 0.5]$

$= 64 \times 0.285$

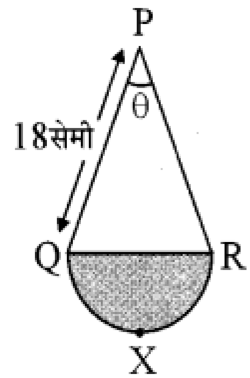
$= 18.24$ सेमी^{2}

रेखांकित भागाचे क्षेत्रफळ $= 2 \times$ A(वर्तुळखंड AXC)

$= 2 \times 18.24 = 36.48$ सेमी^{2}

∴ **रेखांकित भागाचे क्षेत्रफळ 36.48 सेमी^{2} आहे.**

3. सोबतच्या आकृतीमध्ये, दाखविल्याप्रमाणे P हे 18 सेमी त्रिज्या असलेल्या वर्तुळाचे केंद्र आहे. जर ΔPQR चे क्षेत्रफळ 100 सेमी² व वर्तुळखंड QXR चे क्षेत्रफळ 13.04 सेमी² आहे, तर केंद्रीय कोन QPR चे माप काढा. (π = 3.14) [3 गुण]



दिलेले: त्रिज्या (r) = 18 सेमी,

A(Δ PQR) = 100 सेमी²

A(वर्तुळखंड QXR) = 13.04 सेमी²

शोधा: केंद्रीय कोनाचे माप (θ) म्हणजेच ∠QPR

उकल:

A(वर्तुळखंड QXR)

= A(वर्तुळपाकळी P–QXR) – A(ΔPQR)

$\therefore \quad 13.04 = \frac{\theta}{360} \times \pi r^2 - 100$

$\therefore \quad 13.04 + 100 = \frac{\theta}{360} \times 3.14 \times 18 \times 18$

$\therefore \quad 113.04 = \frac{\theta}{360} \times 18 \times 18 \times 3.14$

$\therefore \quad \frac{113.04}{3.14} \times \frac{360}{18 \times 18} = \theta$

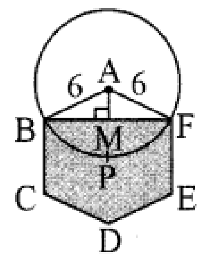
$\therefore \quad \frac{36 \times 10}{9} = \theta$

$\therefore \quad \theta = 40^\circ$

∴ **केंद्रीय कोनाचे म्हणजेच (∠QPR) चे माप 40° आहे.**

4. **सोबतच्या आकृतीमध्ये, 'A' हे वर्तुळाचे केंद्र आहे व ABCDEF हा सुसम षट्कोन आहे. सुसम षट्कोनाची बाजू 6 सेमी असल्यास खालील किमती काढा.**

($\sqrt{3} = 1.73, \pi = 3.14$)



i. **वर्तुळखंड BPF चे क्षेत्रफळ काढा.**

ii. **आकृतीमध्ये दाखविलेल्या रेखांकित भागाचे क्षेत्रफळ काढा.** **[5 गुण]**

दिलेले: सुसम षट्कोनाची बाजू = 6 सेमी

उकल:

i. रेख AM $\perp$ जीवा BF काढा.

बहुभुजाकृतीच्या कोनांच्या मापांची बेरीज

= 180 × (बाजूंची संख्या – 2)

∴ षट्कोनाच्या सर्व कोनांच्या मापांची बेरीज

$= 180 \times (6 - 2) = 180 \times 4 = 720°$

∴ षट्कोनाच्या प्रत्येक कोनाचे माप $= \frac{720}{6} = 120°$

∴ केंद्रीय कोन $(\theta) = \angle A = 120°$

आता, वर्तुळाची त्रिज्या = सुसम षट्कोनाची बाजू

∴ त्रिज्या (r) = 6 सेमी

वर्तुळपाकळीचे क्षेत्रफळ $= \frac{\theta}{360} \times \pi r^2$

∴ A(वर्तुळपाकळी A–BPF)

$= \frac{120}{360} \times 3.14 \times 6 \times 6 = 12 \times 3.14$

A(वर्तुळपाकळी A–BPF) = 37.68 सेमी^{2}

ΔABF मध्ये,

AB = AF ---- [एकाच वर्तुळाच्या त्रिज्या]

∴ ΔABF हा समद्विभुज त्रिकोण आहे.

$\therefore$ $\angle BAM = \frac{1}{2}\angle BAF$ ---- [समद्विभुज त्रिकोणामध्ये उभ्या कोनाला उंची दुभागते.]

$\therefore$ $\angle BAM = \frac{1}{2}(120°) = 60°$ ---- (i)

ΔAMB मध्ये,

$\angle AMB = 90°$ ---- [रचना]

$\therefore$ $\angle BAM = 60°$ ---- [विधान (i) वरून]

$\therefore$ $\angle ABM = 30°$ ---- [त्रिकोणाचा उर्वरित कोन]

$\therefore$ ΔAMB हा $30° - 60° - 90°$ त्रिकोण आहे.

$\therefore$ $AM = \frac{1}{2}(AB)$ ---- [30° च्या विरुद्ध बाजू]

$\therefore$ $AM = \frac{1}{2}(6) = 3$ सेमी ---- (ii)

$BM = \frac{\sqrt{3}}{2}(AB)$ ---- [60° च्या विरुद्ध बाजू]

$\therefore$ $BM = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 6 = 3\sqrt{3}$ सेमी ---- (iii)

तसेच, $BF = 2BM$

---- [वर्तुळ केंद्रापासून त्याच्या जीवेवर काढलेला लंब जीवेस दुभागतो.]

$\therefore$ $BF = 2 \times 3\sqrt{3}$ ---- [विधान (iii) वरून]

$= 6\sqrt{3}$ सेमी ---- (iv)

$A(\Delta ABF) = \frac{1}{2} \times$ पाया $\times$ उंची $= \frac{1}{2} \times BF \times AM$

$= \frac{1}{2} \times 6\sqrt{3} \times 3$

---- [विधान (ii) व (iv) वरून]

$= 9 \times 1.73$

$A(\Delta ABF) = 15.57$ सेमी^{2}

A(वर्तुळखंड BPF)

= A(वर्तुळपाकळी A–BPF) – $A(\Delta ABF)$

$= 37.68 - 15.57 = 22.11$ सेमी^{2}

$\therefore$ **वर्तुळखंड BPF चे क्षेत्रफळ 22.11 सेमी^{2} आहे.**

ii. षट्कोनाचे क्षेत्रफळ $= \frac{3\sqrt{3}}{2} \times (\text{बाजू})^2$

$= \frac{3\sqrt{3}}{2} \times 6 \times 6 = 54\sqrt{3}$

$= 54 \times 1.73$

$\therefore$ षट्कोनाचे क्षेत्रफळ = 93.42 सेमी^{2}

रेखांकित भागाचे क्षेत्रफळ

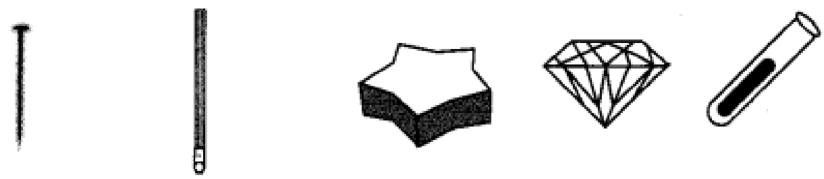
= षट्कोनाचे क्षेत्रफळ − ΔABF चे क्षेत्रफळ

= 93.42 − 15.57 = 77.85 सेमी^{2}

$\therefore$ **रेखांकित भागाचे क्षेत्रफळ 77.85 सेमी^{2} आहे.**

Ex. 6.3

1. पुढीलपैकी कोणत्या आकृत्या बहुपृष्ठ घनाकृती आहेत ? **[प्रत्येकी 1 गुण]**



खिळा	टोक न काढलेली पेन्सिल	फरशी	हिरा	परीक्षानळी
i	ii	iii	iv	v

उकल:

i. खिळा : ही बहुपृष्ठ घनाकृती नाही.

ii. टोक न काढलेली पेन्सिल : ही बहुपृष्ठ घनाकृती आहे.

iii. फरशी : ही बहुपृष्ठ घनाकृती आहे.

iv. हिरा : ही बहुपृष्ठ घनाकृती आहे.

v. परीक्षानळी : ही बहुपृष्ठ घनाकृती नाही.

2. जर E = 30, F = 12 तर ऑयलरचे सूत्र वापरून V काढा. **[जुलै 16]**
तसेच जर दिलेली आकृती 'चिती' असेल, तर त्याच्या पायाच्या बहुभुजाकृतीला किती बाजू असतील ? **[2 गुण]**

दिलेले: E = 30, F = 12

शोधा: V आणि पायाच्या बहुभुजाकृतीच्या बाजूंची संख्या

उकल:

तसेच ही त्रिकोणाकृती घन (बहुपृष्ठ घनाकृती) आहे.

ऑयलरच्या सूत्रानुसार, $F + V = E + 2$

$F + V - E = 2$

$\therefore \quad 12 + V - 30 = 2$

$\therefore \quad -18 + V = 2$

$\therefore \quad V = 2 + 18$

$\therefore \quad V = 20$

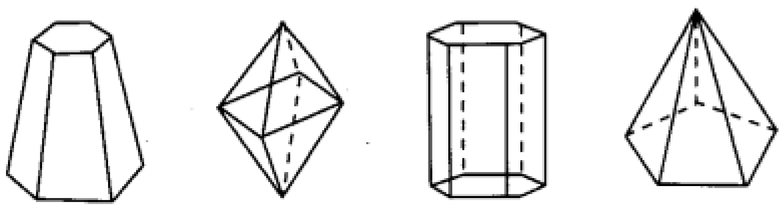
दिलेली त्रिकोणाकृती ही बहुभुजाकृती त्रिकोणाकृती आहे.

∴ व्यास पायाशी 10 शिरोबिंदू व टोकाशी 10 शिरोबिंदू आहेत. पायाशी 10 शिरोबिंदू असण्याकरिता पायास 10 बाजू असणे आवश्यक आहे.

∴ **V = 20 आणि बहुभुजाकृतीच्या पायास 10 बाजू आहेत.**

3. पुढील घनाकृतींसाठी ऑयलरचे सूत्र तपासा.

[प्रत्येकी 2 गुण]



i ii iii iv

उकल:

i. पृष्ठभागांची संख्या (F) = 8

शिरोबिंदूंची संख्या (V) = 12

टोकांची संख्या (E) = 18

ऑयलरचे सूत्र F + V = E + 2

F + V = 8 + 12 = 20 आणि

E + 2 = 18 + 2 = 20

∴ **F + V = E + 2** **[सिद्ध झाले.]**

ii. पृष्ठभागांची संख्या (F) = 8

शिरोबिंदूंची संख्या (V) = 6

टोकांची संख्या (E) = 12

ऑयलरचे सूत्र F + V = E + 2

F + V = 8 + 6 = 14 आणि

E + 2 = 12 + 2 = 14

∴ **F + V = E + 2** **[सिद्ध झाले.]**

iii. पृष्ठभागांची संख्या (F) = 8

शिरोबिंदूंची संख्या (V) = 12

टोकांची संख्या (E) = 18

ऑयलरचे सूत्र $F + V = E + 2$

$F + V = 8 + 12 = 20$ आणि

$E + 2 = 18 + 2 = 20$

$\therefore$ $\mathbf{F + V = E + 2}$ **[सिद्ध झाले.]**

iv. पृष्ठभागांची संख्या (F) = 6

शिरोबिंदूंची संख्या (V) = 6

टोकांची संख्या (E) = 10

ऑयलरचे सूत्र $F + V = E + 2$

$F + V = 6 + 6 = 12$ आणि

$E + 2 = 10 + 2 = 12$

$\therefore$ $\mathbf{F + V = E + 2}$ **[सिद्ध झाले.]**

4. एका घनाकृतीच्या F = 14, V = 24 तर E काढा.

[1 गुण]

दिलेले: F = 14, V = 24

शोधा: E

उकल:

ऑयलरचे सूत्र वापरून,

$F + V = E + 2$

$\therefore$ $14 + 24 = E + 2$ $\therefore$ $38 - 2 = E$

$\therefore$ $\mathbf{E = 36}$

5. एका घनाकृतीच्या V = 10, E = 18 तर F काढा.

[1 गुण]

दिलेले: V = 10, E = 18

शोधा: F

उकल:

ऑयलरचे सूत्र वापरून

$F + V = E + 2$

$\therefore$ $F + 10 = 18 + 2$ $\therefore$ $F = 20 - 10$

$\therefore$ $\mathbf{F = 10}$

Ex. 6.4

1. $16 \times 14 \times 20$ सेमी मापे असलेल्या इष्टिकाचितीचे एकूण पृष्ठफळ काढा. [2 गुण]

दिलेले: इष्टिकाचितीसाठी, लांबी $(l) = 16$ सेमी,

रुंदी $(b) = 14$ सेमी, उंची $(h) = 20$ सेमी

शोधा: इष्टिकाचितीचे एकूण पृष्ठफळ

उकल:

इष्टिकाचितीचे एकूण पृष्ठफळ

$= 2(lb + bh + hl)$

$= 2(16 \times 14 + 14 \times 20 + 20 \times 16)$

$= 2(224 + 280 + 320)$

$= 2(824) = 1648$ सेमी^{2}

$\therefore$ **इष्टिकाचितीचे एकूण पृष्ठफळ 1648 सेमी^{2} आहे.**

2. जर घनाची बाजू 60 सेमी असेल, तर त्या घनाचे एकूण पृष्ठफळ काढा. [1 गुण]

दिलेले: घनासाठी,

घनाच्या टोकांची लांबी (l) = बाजू $= 60$ सेमी

शोधा: घनाचे एकूण पृष्ठफळ

उकल:

घनाचे एकूण पृष्ठफळ $= 6l^2 = 6 \times 60 \times 60$

$= 21600$ सेमी^{2}

$\therefore$ **घनाचे एकूण पृष्ठफळ 21600 सेमी^{2} आहे.**

3. घनाच्या एका पृष्ठाची परिमिती 24 सेमी आहे, तर

i. त्याच्या 6 पृष्ठांचे एकूण पृष्ठफळ काढा.

ii. घनाचे घनफळ काढा.

[3 गुण]

दिलेले: एका पृष्ठाची परिमिती = 24 सेमी

शोधा: i. 6 पृष्ठांचे एकूण पृष्ठफळ

ii. घनाचे घनफळ

उकल:

i. घनाचा प्रत्येक पृष्ठ चौरस असतो.

$\therefore$ घनाच्या प्रत्येक पृष्ठाची परिमिती = चौरसाची परिमिती

$\therefore$ चौरसाची परिमिती = 24 सेमी

परंतु, चौरसाची परिमिती = 4 $\times$ बाजू

$\therefore$ 4 $\times$ बाजू = 24

$\therefore$ बाजू $= \frac{24}{4} = 6$ सेमी

$\therefore$ टोकाची लांबी (l) = बाजू = 6 सेमी

घनाचे एकूण पृष्ठफळ $= 6l^2 = 6 \times 6 \times 6$

= 216 सेमी^{2}

$\therefore$ **6 पृष्ठांचे एकूण पृष्ठफळ 216 सेमी^{2} आहे.**

ii. घनाचे घनफळ $= l^3$

$= 6 \times 6 \times 6 = 216$ सेमी^{3}

$\therefore$ **घनाचे घनफळ 216 सेमी^{3} आहे.**

4. लंबइष्टिकाचिती आकाराच्या पाण्याच्या टाकीची लांबी 2 मी, रुंदी 1.6 मीटर आणि उंची 1.8 मीटर आहे. त्या पाण्याच्या टाकीची धारकता 'लीटर' मध्ये काढा. **[3 गुण]**

दिलेले: लंब इष्टिकाचिती आकाराच्या पाण्याच्या टाकीसाठी,

लांबी (l) = 2 मीटर, रुंदी (b) = 1.6 मीटर,

उंची (h) = 1.8 मीटर

शोधा: पाण्याच्या टाकीची धारकता (लीटरमध्ये)

उकल:

इष्टिकाचितीचे घनफळ $= l \times b \times h$

$= 2 \times 1.6 \times 1.8$

$= 5.76$ मी^{3}

इष्टिकाचितीची क्षमता $= 5.76 \times 1000$

---- [$\because$ 1 मी^{3} = 1000 लीटर]

= 5760 लीटर

$\therefore$ **पाण्याच्या टाकीची धारकता 5760 लीटर आहे.**

5. **1000 घसेंमी घनफळ असलेल्या घनाचे एकूण पृष्ठफळ काढा.** **[2 गुण]**

दिलेले: घनासाठी, घनफळ = 1000 सेमी^{3}

शोधा: घनाचे एकूण पृष्ठफळ

उकल:

घनाचे घनफळ $= l^3$

परंतु, घनाचे घनफळ = 1000 सेमी^{3} ---- [दिलेले]

$\therefore$ $l^3 = 1000$

$\therefore$ $l = 10$ सेमी ---- [दोन्ही बाजूंचे घनमूळ घेऊन]

घनाचे एकूण पृष्ठफळ $= 6l^2$

$= 6 \times 10 \times 10 = 600$ सेमी^{2}

$\therefore$ **घनाचे एकूण पृष्ठफळ 600 सेमी^{2} आहे.**

प्रत्येक उभ्या पृष्ठाचे क्षेत्रफळ $= b \times h = 40 \times 30$

= 1200 सेमी^{2}

दोन्ही उभ्या पृष्ठाच्या बाजूचे क्षेत्रफळ $= 1200 \times 2$

= 2400 सेमी^{2} ---- (iii)

लागणाऱ्या कागदाचे क्षेत्रफळ

= पायाचे क्षेत्रफळ + पाठीमागील पृष्ठाचे क्षेत्रफळ

+ दोन्ही उभ्या पृष्ठांचे क्षेत्रफळ

$= 3200 + 2400 + 2400$

= 8000 सेमी^{2} ---- [विधान (i), (ii) व (iii) वरून]

$\therefore$ **पृष्ठाला रंगीत कागद चिकटवण्यासाठी लागणाऱ्या कागदाचे क्षेत्रफळ 8000 सेमी^{2} आहे.**

7. **इष्टिकाचितीच्या आकाराच्या खोलीची आतील लांबी 10 मी, रुंदी 4 मी आणि उंची 4 मी असतील, तर त्या खोलीच्या चार भिंतींना प्रति चौमीटर ₹ 15 दराने पांढरा रंग देण्यासाठी किती खर्च येईल? [3 गुण]**

दिलेले: खोलीसाठी (इष्टिकाचिती),

पांढऱ्या रंगाची किंमत = ₹15/ मी^{2}

लांबी (l) = 10 मीटर, रुंदी (b) = 4 मीटर,

उंची (h) = 4 मीटर

शोधा: चार भिंतींना पांढरा रंग देण्यासाठी येणारा खर्च

उकल:

चार भिंतींचे क्षेत्रफळ

= इष्टिकाचितीच्या उभ्या पृष्ठभागाचे क्षेत्रफळ

∴ इष्टिकाचितीच्या उभ्या पृष्ठभागाचे क्षेत्रफळ

$= 2(l + b) \times h = 2(10 + 4) \times 4 = 2(14) \times 4$

इष्टिकाचितीच्या उभ्या पृष्ठभागाचे क्षेत्रफळ = 112 मीटर^2

∴ पांढरा रंग देण्याच्या भिंतीचे क्षेत्रफळ = 112 मीटर^2

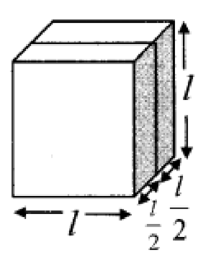
पांढरा रंग देण्याची किंमत = ₹15/ मीटर^2

पांढरा रंग देण्यासाठी येणारी एकूण किंमत

$= 112 \times 15 =$ ₹ 1680

∴ **चार भिंतींना पांढरा रंग देण्यासाठी ₹ 1680 खर्च येईल.**

8. **एका घनाचे, आकृतीमध्ये दाखविल्याप्रमाणे मधोमध, दोन भाग केले. तयार झालेल्या चितीच्या एकूण पृष्ठफळाचे मूळ घनाच्या पृष्ठफळाशी गुणोत्तर काढा. [4 गुण]**



उकल:

घनाच्या, टोकांची लांबी = l

घनाचे एकूण पृष्ठफळ = $6l^2$ चौएकक ---- (i)

इष्टिकाचितीसाठी: लांबी = घनाची लांबी = l

उंची = घनाची लांबी = l

रुंदी = $\frac{\text{घनाची लांबी}}{2} = \frac{l}{2}$

प्रत्येक इष्टिकाचितीचे एकूण पृष्ठफळ

$= 2(lb + bh + hl)$

$= 2\left[l \times \frac{l}{2} + \frac{l}{2} \times l + l \times l\right]$

$= 2\left[\frac{l^2}{2} + \frac{l^2}{2} + l^2\right]$

$= 2\left[\frac{2l^2}{2} + l^2\right]$

$= 2[l^2 + l^2] = 2(2l^2)$

इष्टिकाचितीचे एकूण पृष्ठफळ = $4l^2$ चौएकक ---- (ii)

$\therefore$ $\frac{\text{घनाचे एकूण पृष्ठफळ}}{\text{इष्टिकाचितीचे एकूण पृष्ठफळ}} = \frac{6l^2}{4l^2}$

---- [विधान (i) व (ii) वरून]

$= \frac{3}{2}$

$\therefore$ **चितीच्या एकूण पृष्ठफळाचे मूळ घनाच्या पृष्ठफळाशी गुणोत्तर 3:2 आहे.**

9. **लांबी 4 मी, रुंदी 50 सेमी व खोली 20 सेमी ही मापे असलेला लाकडी खांब आहे. त्या लाकडाचे वजन प्रति घनमीटर 25 किलो असल्यास, त्या खांबाचे एकूण वजन किती असेल? [3 गुण]**

दिलेले: लाकडी खांबासाठी (इष्टिकाचिती),

लांबी (l) = 4 मी, रुंदी (b) = 50 सेमी,

$= \frac{50}{100} = 0.5$ मीटर,

उंची (h) = 20 सेमी = $\frac{20}{100} = 0.2$ मीटर

लाकडाचे वजन = 25 किग्रॅ/मीटर^3

शोधा: खांबाचे एकूण वजन

उकल:

(इष्टिकाचिती) खांबाचे घनफळ $= l \times b \times h$

$= 4 \times 0.5 \times 0.2$

$= 0.4$ मीटर^3

तसेच, 1 मीटर^3 लाकडाचे वजन = 25 किग्रॅ

0.4 मीटर^3 इष्टिकाचिती खांबाचे वजन $= 25 \times 0.4$

= 10 किग्रॅ

∴ **खांबाचे एकूण वजन 10 किग्रॅ आहे.**

Ex. 6.5

1. **वृत्तचितीच्या तळाची त्रिज्या 3 सेमी आणि उंची 7 सेमी आहे, तर पुढील किमती काढा.**

i. **वक्रपृष्ठफळ** [जुलै 15]

ii. **एकूण पृष्ठफळ**

iii. **वृत्तचितीचे घनफळ** $\left(\pi = \frac{22}{7}\right)$ [मार्च 13]

[3 गुण]

दिलेले: वृत्तचितीसाठी, त्रिज्या (r) = 3 सेमी,
उंची (h) = 7 सेमी

उकल:

i. वृत्तचितीचे वक्रपृष्ठफळ $= 2\pi rh = 2 \times \frac{22}{7} \times 3 \times 7$
$= 132$ सेमी^{2}

∴ **वृत्तचितीचे वक्रपृष्ठफळ 132 सेमी^{2} आहे.**

ii. वृत्तचितीचे एकूण पृष्ठफळ $= 2\pi r(r + h)$
$= 2 \times \frac{22}{7} \times 3(3 + 7)$
$= \frac{132 \times 10}{7}$
$= 188.57$ सेमी^{2}

∴ **वृत्तचितीचे एकूण पृष्ठफळ 188.57 सेमी^{2} आहे.**

iii. वृत्तचितीचे घनफळ $= \pi r^2 h = \frac{22}{7} \times 3 \times 3 \times 7$
$= 198$ सेमी^{3}

∴ **वृत्तचितीचे घनफळ 198 सेमी^{3} आहे.**

2. वृत्तचितीचे घनफळ 504 π सेमी^{3} आहे व उंची 14 सेमी आहे. त्या वृत्तचितीचे वक्रपृष्ठफळ व एकूण पृष्ठफळ काढा. तुमचे उत्तर π च्या रूपात लिहा. **[3 गुण]**

दिलेले: वृत्तचितीसाठी, घनफळ = 504 π सेमी^{3}

उंची (h) = 14 सेमी

शोधा: वक्रपृष्ठफळ

एकूण पृष्ठफळ

उकल:

वृत्तचितीचे घनफळ = $\pi r^2 h$

परंतु, वृत्तचितीचे घनफळ = 504π सेमी^{3} ---- [दिलेले]

$\therefore \quad \pi r^2 h = 504\pi$

$\therefore \quad \pi \times r^2 \times 14 = 504\pi$

$\therefore \quad r^2 = \frac{504\pi}{14\pi}$

$\therefore \quad r^2 = 36$

$\therefore \quad r = 6$ ---- [दोन्ही बाजूंचे वर्गमूळ घेऊन]

वृत्तचितीचे वक्रपृष्ठफळ = $2\pi rh = 2 \times \pi \times 6 \times 14$

$= 168\pi$ सेमी^{2}

वृत्तचितीचे एकूण पृष्ठफळ $= 2\pi r(r + h)$

$= 2 \times \pi \times 6(6 + 14)$

$= 12\pi \times 20$

$= 240\pi$ सेमी^{2}

$\therefore$ **वृत्तचितीचे वक्रपृष्ठफळ 168 π सेमी^{2} असून वृत्तचितीचे एकूण पृष्ठफळ 240π सेमी^{2} आहे.**

3. 1584 घनसेमी घनफळ असलेल्या वृत्तचितीची त्रिज्या व उंची यांचे गुणोत्तर 3:7 आहे, तर त्या वृत्तचितीची त्रिज्या काढा. [3 गुण]

दिलेले: वृत्तचितीसाठी, त्रिज्या: उंची = 3:7

घनफळ = 1584 सेमी^{3}

शोधा: वृत्तचितीची त्रिज्या

उकल:

समजा, x हा सामाईक गुणक आहे.

$\therefore$ त्रिज्या = $3x$ सेमी व उंची = $7x$ सेमी

वृत्तचितीचे घनफळ = $\pi r^2 h$

परंतु, वृत्तचितीचे घनफळ = 1584 सेमी^{3} ---- [दिलेले]

$\therefore \quad \pi r^2 h = 1584$

$\therefore \quad \frac{22}{7} \times (3x)^2 \times 7x = 1584$

$\therefore \quad \frac{22}{7} \times 9x^2 \times 7x = 1584$

$\therefore \quad 22 \times 9x^2 \times x = 1584$

$\therefore \quad x^3 = \frac{1584}{22 \times 9}$

$\therefore \quad x^3 = 8$

$\therefore \quad x = 2$ ---- [दोन्ही बाजूंचे घनमूळ घेऊन]

$\therefore$ त्रिज्या = $3 \times x = 3 \times 2 = 6$ सेमी

$\therefore$ **वृत्तचितीची त्रिज्या 6 सेमी आहे.**

4. **दिलेल्या वृत्तचिती एवढीच उंची, पण दुप्पट घनफळ असलेल्या वृत्तचितीची त्रिज्या मूळ वृत्तचितीच्या त्रिज्येच्या किती पट करावी लागेल ?** **[3 गुण]**

उकल:

मूळ वृत्तचितीसाठी: उंची $(h_1) = h$, त्रिज्या $= r_1$

मूळ वृत्तचितीचे घनफळ $= \pi r_1^2 h$ घन एकक

तयार होणाऱ्या वृत्तचितीसाठी:

उंची $(h_2) = h$ ---- $[\because \ h_1 = h_2]$

त्रिज्या $= r_2$

तयार होणाऱ्या वृत्तचितीचे घनफळ $= \pi r_2^2 h$ घन एकक

$\therefore$ आता, तयार होणाऱ्या वृत्तचितीचे घनफळ

= 2 × मूळ वृत्तचितीचे घनफळ

$\therefore \quad \pi r_2^2 h = 2 \times \pi r_1^2 h$

$\therefore \quad r_2^2 = 2 \times r_1^2$

$\therefore \quad r_2 = \sqrt{2} \, . \, r_1$ ---- [दोन्ही बाजूंचे वर्गमूळ घेऊन]

$\therefore$ **दिलेल्या वृत्तचितीची त्रिज्या $\sqrt{2}$ पट करावी लागेल.**

Ex. 6.6

1. **एका शंकूचे वक्रपृष्ठफळ 4070 सेमी^{2} व व्यास 70 सेमी आहे. त्या शंकूची तिरकस उंची काढा.**

[2 गुण]

दिलेले: शंकूसाठी: वक्रपृष्ठफळ = 4070 सेमी^{2},

व्यास = 70 सेमी

शोधा: तिरकस उंची (l)

उकल:

त्रिज्या (r) = $\frac{\text{व्यास}}{2} = \frac{70}{2}$ = 35 सेमी

शंकूचे वक्रपृष्ठफळ = $\pi r l$

परंतु, शंकूचे वक्रपृष्ठफळ = 4070 सेमी^{2} ---- [दिलेले]

$\therefore \quad \pi r l = 4070$

$\therefore \quad \frac{22}{7} \times 35 \times l = 4070$

$\therefore \quad 22 \times 5 \times l = 4070$

$\therefore \quad l = \frac{4070}{22 \times 5} = 37$ सेमी

$\therefore$ **शंकूची तिरकस उंची 37 सेमी आहे.**

2. **समान उंचीच्या दोन शंकूंच्या पायांच्या त्रिज्यांचे गुणोत्तर 2:3 आहे. त्यांच्या घनफळांचे गुणोत्तर काढा.** [3 गुण]

दिलेले: शंकूंच्या पायांच्या त्रिज्यांचे गुणोत्तर 2:3

शोधा: शंकूंच्या घनफळांचे गुणोत्तर

उकल:

समजा, r_1 आणि r_2 या त्रिज्या व v_1 आणि v_2 हे अनुक्रमे दोन शंकूंची घनफळे आहेत.

शंकूंची उंची समान आहे.(h)

$r_1 : r_2 = 2:3$

∴ $\frac{r_1}{r_2} = \frac{2}{3}$ ---- (i)

आता, शंकूचे घनफळ = $\frac{1}{3}\pi r^2 h$

समजा, $\frac{v_1}{v_2} = \frac{\frac{1}{3}\pi r_1^2 h}{\frac{1}{3}\pi r_2^2 h}$

∴ $\frac{v_1}{v_2} = \frac{r_1^2}{r_2^2} = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2$

∴ $\frac{v_1}{v_2} = \left(\frac{2}{3}\right)^2$ ---- [विधान(i) वरून]

$= \frac{4}{9}$

∴ **शंकूंच्या घनफळांचे गुणोत्तर 4:9 हे आहे.**

3. 24 सेमी उंची असलेल्या शंकूच्या पायाचे क्षेत्रफळ 154 सेमी² असेल, तर त्या शंकूचे घनफळ काढा.

[2 गुण]

दिलेले: शंकूसाठी: उंची (h) = 24 सेमी,

पायाचे क्षेत्रफळ = 154 सेमी²

शोधा: शंकूचे घनफळ

उकल:

शंकूचा पाया वक्र आहे.

∴ पायाचे क्षेत्रफळ = πr^2 = 154 सेमी² ---- (i)

शंकूचे घनफळ $= \frac{1}{3}\pi r^2 h$

$= \frac{1}{3} \times 154 \times 24$

---- [विधान(i) वरून]

= 1232 सेमी³

∴ **शंकूचे घनफळ 1232 सेमी³ आहे.**

4. पायाची त्रिज्या 40 सेमी असलेल्या शंकूचे वक्रपृष्ठफळ 1640 π सेमी^{2} असेल, तर शंकूची उंची काढा. **[3 गुण]**

दिलेले:शंकूसाठी: वक्रपृष्ठफळ = 1640 π सेमी^{2},

त्रिज्या = 40 सेमी

शोधा: शंकूची उंची

उकल:

शंकूचे वक्रपृष्ठफळ = $\pi r l$

परंतु, शंकूचे वक्रपृष्ठफळ = 1640 π सेमी^{2}

---- [दिलेले]

$\therefore \quad \pi r l = 1640\,\pi$

$\therefore \quad l = \dfrac{1640\pi}{\pi r}$

$l = \dfrac{1640 \times \pi}{\pi \times 40}$

$l = 41$ सेमी

आता, $l^2 = r^2 + h^2$

$\therefore \quad (41)^2 = (40)^2 + h^2$

$\therefore \quad 1681 = 1600 + h^2$

$\therefore \quad h^2 = 1681 - 1600$

$\therefore \quad h^2 = 81$

$\therefore \quad h = 9$ सेमी ---- [दोन्ही बाजूंचे वर्गमूळ घेऊन]

$\therefore$ **शंकूची उंची 9 सेमी आहे.**

5. 180 चौसेमी वक्रपृष्ठफळ असलेल्या शंकूछेदाच्या वर्तुळाकार तळांचे परीघ अनुक्रमे 18 सेमी व 6 सेमी आहेत. त्या शंकूछेदाची तिरकस उंची किती असेल?

[3 गुण]

दिलेले: शंकूछेदासाठी, वक्रपृष्ठफळ = 180 चौसेमी

अनुक्रमे पायाचा परीघ = 18 सेमी व 6 सेमी

शोधा: शंकूछेदाची (l) तिरकस उंची

उकल:

समजा, शंकूछेदाच्या खालील व वरील वर्तुळाकार तळांच्या त्रिज्या अनुक्रमे r_1 आणि r_2 आहेत.

शंकूछेदाचा पाया गोलाकार असतो.

∴ पायाचा परीघ = $2\pi r$

∴ $2\pi r_1 = 18$

∴ $r_1 = \frac{18}{2\pi} = \frac{9}{\pi}$ ---- (i)

तसेच, $2\pi r_2 = 6$

∴ $r_2 = \frac{6}{2\pi} = \frac{3}{\pi}$ ---- (ii)

शंकूछेदाचे वक्रपृष्ठफळ = $\pi (r_1 + r_2) \times l$

परंतु, शंकूछेदाचे वक्रपृष्ठफळ = 180 चौसेमी ---- [दिलेले]

∴ $\pi(r_1 + r_2) \times l = 180$

∴ $\pi \left(\frac{9}{\pi} + \frac{3}{\pi}\right) \times l = 180$ ---- [विधान (i) व (ii) वरून]

∴ $\pi \left(\frac{12}{\pi}\right) \times l = 180$

∴ $12\, l = 180$

∴ $l = \frac{180}{12} = 15$ सेमी

∴ **शंकूछेदाची तिरकस उंची 15 सेमी आहे.**

Ex. 6.7

1. 4.2 सेमी त्रिज्या असलेल्या गोलाचे घनफळ व पृष्ठफळ काढा. $\left(\pi = \frac{22}{7}\right)$ **[मार्च 15] [3 गुण]**

दिलेले: गोलासाठी, त्रिज्या (r) = 4.2 सेमी

शोधा: घनफळ , एकूण पृष्ठफळ

उकल:

गोलाचे घनफळ $= \frac{4}{3}\pi r^3$

$= \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times 4.2 \times 4.2 \times 4.2$

$= 4 \times 22 \times 1.4 \times 0.6 \times 4.2$

= 310.46 सेमी^{3}

गोलाचे एकूण पृष्ठफळ $= 4\pi r^2$

$= 4 \times \frac{22}{7} \times 4.2 \times 4.2$

$= 4 \times 22 \times 0.6 \times 4.2$

= 221.76 सेमी^{2}

∴ **गोलाचे घनफळ 310.46 सेमी^{3} असून गोलाचे एकूण पृष्ठफळ 221.76 सेमी^{2} आहे.**

2. दोन गोलांच्या घनफळांचे गुणोत्तर 27:64 आहे. जर त्यांच्या त्रिज्यांची बेरीज 28 सेमी असेल, तर त्यांच्या त्रिज्या काढा. **[4 गुण]**

दिलेले: दोन गोलांच्या घनफळांचे गुणोत्तर = 27:64

त्रिज्यांची बेरीज = 28 सेमी

शोधा: गोलांच्या त्रिज्या

उकल:

समजा, दोन गोलांची घनफळे V_1 व V_2 व त्यांच्या त्रिज्या अनुक्रमे r_1 व r_2 आहेत.

$\therefore \quad \frac{V_1}{V_2} = \frac{27}{64}$ ---- (i)

गोलाचे घनफळ $= \frac{4}{3}\pi r^3$

$\therefore \quad \frac{V_1}{V_2} = \frac{\frac{4}{3}\pi r_1^3}{\frac{4}{3}\pi r_2^3}$

$\therefore \quad \frac{V_1}{V_2} = \frac{r_1^3}{r_2^3}$

$\therefore \quad \frac{r_1^3}{r_2^3} = \frac{27}{64}$ ---- [विधान (i) वरून]

$\therefore \quad \frac{r_1}{r_2} = \frac{3}{4}$ ---- [दोन्ही बाजूंचे घनमूळ घेऊन]

$\therefore \quad r_1 = \frac{3}{4} r_2$ ---- (ii)

तसेच, $r_1 + r_2 = 28$ ---- [दिलेले]

$\therefore \quad \frac{3}{4} r_2 + r_2 = 28$ ---- [समी. (ii) च्या किमती ठेवून]

$\therefore \quad \frac{3r_2 + 4r_2}{4} = 28$

$\therefore \quad 7r_2 = 28 \times 4$

$\therefore \quad r_2 = \frac{28 \times 4}{7} = 4 \times 4$

$\therefore \quad r_2 = 16$ सेमी

$r_2 = 16$ समी. (ii) मध्ये ठेवून,

$r_1 = \frac{3}{4} \times 16$

$\therefore \quad r_1 = 3 \times 4$

$= 12$ सेमी

$\therefore$ **दोन गोलांच्या त्रिज्या अनुक्रमे 12 सेमी व 16 सेमी आहेत.**

3. 616 चौसेमी पृष्ठफळ असलेल्या गोलाचे घनफळ काढा. $\left(\pi = \frac{22}{7}\right)$ **[3 गुण]**

दिलेले: गोलासाठी, एकूण पृष्ठफळ = 616 सेमी^{2}

शोधा: घनफळ

उकल:

गोलाचे एकूण पृष्ठफळ $= 4\pi r^2$

परंतु, गोलाचे एकूण पृष्ठफळ = 616 सेमी^{2} ---- [दिलेले]

$\therefore \quad 4\pi r^2 = 616$

$\therefore \quad 4 \times \frac{22}{7} \times r^2 = 616$

$\therefore \quad r^2 = \frac{616 \times 7}{4 \times 22}$

$\therefore \quad r^2 = 49$

$\therefore \quad r = 7$ सेमी ---- [दोन्ही बाजूंचे वर्गमूळ घेऊन]

गोलाचे घनफळ $= \frac{4}{3}\pi r^3$

$= \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times 7 \times 7 \times 7$

$= \frac{4312}{3} = 1437.33$ सेमी^{3}

$\therefore$ **गोलाचे घनफळ 1437.33 सेमी^{3} आहे.**

4. एका गोलाची त्रिज्या दुप्पट केली असता, तयार झालेल्या नवीन गोलाच्या पृष्ठफळाचे व घनफळाचे मूळच्या गोलाच्या पृष्ठफळ व घनफळाशी असणारे गुणोत्तर काढा. **[4 गुण]**

दिलेले: दुसऱ्या गोलाची त्रिज्या = 2 × मूळ गोलाची त्रिज्या

शोधा: दोन गोलांच्या पृष्ठफळ आणि घनमुळांचे गुणोत्तर

उकल:

समजा, r_1 व r_2 या अनुक्रमे दोन गोलांच्या त्रिज्या आहेत.

$r_2 = 2r_1$ ---- (i)

समजा, S_1, S_2 आणि V_1, V_2 हे अनुक्रमे दोन वर्तुळांचे एकूण पृष्ठफळ व घनफळ आहेत.

गोलाचे एकूण पृष्ठफळ $= 4\pi r^2$

$\therefore \quad \frac{S_2}{S_1} = \frac{4\pi r_2^2}{4\pi r_1^2} = \frac{r_2^2}{r_1^2}$

$\therefore \quad \frac{S_2}{S_1} = \frac{(2r_1)^2}{r_1^2}$ ---- [समीकरण (i) ची किंमत ठेवून]

$\therefore \quad \frac{S_2}{S_1} = \frac{4r_1^2}{r_1^2} = \frac{4}{1}$

$\therefore \quad S_2 : S_1 = 4 : 1$

गोलाचे घनफळ $= \frac{4}{3}\pi r^3$

$\therefore \quad \frac{V_2}{V_1} = \frac{\frac{4}{3}\pi r_2^3}{\frac{4}{3}\pi r_1^3} = \frac{r_2^3}{r_1^3}$

$\therefore \quad \frac{V_2}{V_1} = \frac{(2r_1)^3}{r_1^3}$ ---- [समीकरण (i) ची किंमत ठेवून]

∴ $\frac{V_2}{V_1} = \frac{8r_1^3}{r_1^3} = \frac{8}{1}$

∴ $V_2 : V_1 = 8 : 1$

∴ **पृष्ठफळांचे गुणोत्तर 4 : 1 असून घनफळाचे गुणोत्तर 8 : 1 आहे.**

5. एका अर्धगोलाचे वक्रपृष्ठफळ $905\frac{1}{7}$ चौसेमी आहे. त्या अर्धगोलाचे घनफळ काढा. [3 गुण]

दिलेले: अर्धगोलासाठी, वक्रपृष्ठफळ $= 905\frac{1}{7}$

$= \frac{6336}{7}$ सेमी^{2}

शोधा: अर्धगोलाचे घनफळ

उकल:

अर्धगोलाचे वक्रपृष्ठफळ $= 2\pi r^2$

परंतु, अर्धगोलाचे वक्रपृष्ठफळ $= \frac{6336}{7}$ सेमी^{2}

---- [दिलेले]

∴ $2\pi r^2 = \frac{6336}{7}$

∴ $2 \times \frac{22}{7} \times r^2 = \frac{6336}{7}$

∴ $r^2 = \frac{6336 \times 7}{2 \times 22 \times 7}$

∴ $r^2 = 144$

∴ $r = 12$ सेमी ---- [दोन्ही बाजूंचे वर्गमूळ घेऊन]

अर्धगोलाचे घनफळ $= \frac{2}{3}\pi r^3$

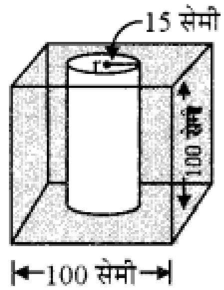
$= \frac{2}{3} \times \frac{22}{7} \times 12 \times 12 \times 12$

$= \frac{25344}{7} = 3620.57$ सेमी^{3}

∴ **अर्धगोलाचे घनफळ 3620.57 सेमी^{3} आहे.**

Ex. 6.8

1. आकृतीमध्ये दाखविल्याप्रमाणे, 1 मी बाजू असलेल्या लाकडी घनामध्ये 30 सेमी व्यासाचे वृत्तचिती आकाराचे छिद्र पाडले. तयार झालेल्या आकृतीचे घनफळ काढा.



($\pi = 3.14$) [4 गुण]

दिलेले:इष्टिकाचितीच्या लाकडी घनासाठी:

टोकांची लांबी (l) = 1 मीटर = 100 सेमी

वृत्तचिती आकाराच्या छिद्रासाठी:

व्यास = 30 सेमी, त्रिज्या (r) $= \frac{\text{व्यास}}{2}$

$= \frac{30}{2} =$15 सेमी

उंची (h) = इष्टिकाचितीची बाजू = 100 सेमी

शोधा: तयार झालेल्या आकृतीचे घनफळ

उकल:

इष्टिकाचितीच्या लाकडी घनाचे घनफळ = $l^3 = (100)^3$

इष्टिकाचितीच्या लाकडी घनाचे घनफळ = 1000000 सेमी^{3}

वृत्तचिती आकाराच्या छिद्राचे घनफळ = $\pi r^2 h$

$= 3.14 \times 15 \times 15 \times 100$

= 70650 सेमी^{3}

तयार झालेल्या आकृतीचे घनफळ

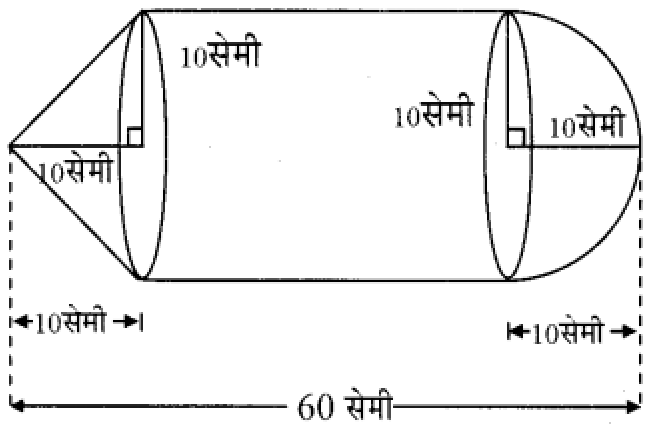
= इष्टिकाचितीच्या लाकडी घनाचे घनफळ

– वृत्तचिती आकाराच्या छिद्राचे घनफळ

= 1000000 – 70650 = 929350 सेमी^{3}

$\therefore$ **तयार झालेल्या आकृतीचे घनफळ 9,29,350 सेमी^{3} आहे.**

2. **आकृतीमध्ये दाखविल्याप्रमाणे, वृत्तचिती, अर्धगोल व शंकू आकारांच्या साहाय्याने तयार झालेल्या एका खेळण्याची त्रिज्या 10 सेमी आहे. शंकूच्या आकाराची उंची 10 सेमी व खेळण्याची एकूण उंची 60 सेमी असेल, तर त्या खेळण्याचे एकूण पृष्ठफळ काढा. ($\pi = 3.14$, $\sqrt{2} = 1.41$)** **[4 गुण]**



दिलेले:शंकूच्या भागासाठी:

त्रिज्या (r_1) = 10 सेमी

उंची (h_1) = 10 सेमी

अर्धगोलाच्या भागासाठी:

त्रिज्या (r_2) = 10 सेमी

वृत्तचितीच्या भागासाठी:

त्रिज्या (r_3) = 10 सेमी

उंची (h_3) = 60 – 10 – 10 = 40 सेमी

शोधा: खेळण्याचे एकूण पृष्ठफळ

उकल:

शंकूच्या भागासाठी,

$l^2 = r_1^2 + h_1^2$

$\therefore \quad l^2 = (10)^2 + (10)^2$

$\therefore \quad l^2 = 100 + 100$

$\therefore \quad l^2 = 200$

$\therefore \quad l = \sqrt{200}$ ---- [दोन्ही बाजूंचे वर्गमूळ घेऊन]

$\therefore \quad l = \sqrt{100 \times 2} = 10\sqrt{2}$

खेळण्याचे एकूण पृष्ठफळ

= शंकूच्या भागाचे वक्रपृष्ठफळ

+ अर्धवर्तुळाच्या भागाचे वक्रपृष्ठफळ

+ वृत्तचिती आकाराच्या भागाचे वक्रपृष्ठफळ

$= \pi r_1 l + 2\pi r_2^2 + 2\pi r_3 h_3$

$= (\pi \times 10 \times 10\sqrt{2}) + (2 \times \pi \times 10 \times 10) + (2 \times \pi \times 10 \times 40)$

$= \pi(100\sqrt{2} + 200 + 800)$

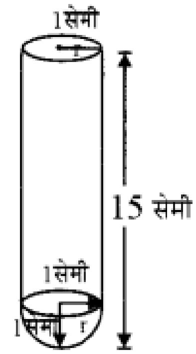
$= 3.14(100 \times 1.41 + 1000)$

$= 3.14(141 + 1000)$

$= 3.14 \times 1141 = 3582.74$ सेमी^{2}

$\therefore$ **खेळण्याचे एकूण पृष्ठफळ 3582.74 सेमी^{2} आहे.**

3. एका परीक्षानळीचा व्यास 20 मिमी आणि उंची 15 सेमी आहे. परीक्षानळीचा खालचा भाग अर्धगोलाकृती आहे, तर या परीक्षानळीची धारकता काढा. ($\pi = 3.14$) [मार्च 15] [4 गुण]



दिलेले:वृत्तचितीच्या आकाराच्या भागासाठी:

$$\text{व्यास} = 20 \text{ मिमी} = \frac{20}{10} = 2 \text{ सेमी}$$

$$\text{त्रिज्या } (r_1) = \frac{\text{व्यास}}{2} = \frac{2}{2} = 1 \text{ सेमी},$$

उंची (h_1) = परीक्षानळीची उंची

– अर्धगोलाकृती भागाची उंची

∴ $h_1 = 15 - 1 = 14$ सेमी

अर्धगोलाकृती भागासाठी:

त्रिज्या (r_2) = 1 सेमी

शोधा: परीक्षानळीची क्षमता (घनफळ)

उकल:

परीक्षानळीची क्षमता

= वृत्तचितीच्या आकाराच्या भागाचे घनफळ

+ अर्धगोलाकृती भागाचे घनफळ

$$= \left(\pi r_1^2 h_1\right) + \left(\frac{2}{3}\pi r_2^3\right)$$

$$= (\pi \times 1 \times 1 \times 14) + (\frac{2}{3} \times \pi \times 1 \times 1 \times 1)$$

$$= \pi\left(14 + \frac{2}{3}\right) = 3.14(14 + 0.666)$$

$$= 3.14 \times 14.666 = 46.05 \text{ सेमी}^3$$

∴ **परीक्षानळीची धारकता 46.05 सेमी^{3} आहे.**

4. **वृत्तचिती आकाराचा शाईचा डबा शाईने 91% पर्यंत भरला आहे. ही शाई 12 सेमी लांबी असलेल्या व आतील व्यास 2 मिमी असणाऱ्या रिफीलमध्ये 84% पर्यंत भरली. जर डब्याची उंची व त्रिज्या अनुक्रमे 14 सेमी व 6 सेमी असेल, तर अशा किती रिफील शाईने भरता येतील ते ठरवा.** **[5 गुण]**

दिलेले: **वृत्तचिती आकाराच्या शाईच्या डब्यासाठी:**

त्रिज्या $(r_1) = 6$ सेमी

उंची $(h_1) = 14$ सेमी

वृत्तचिती आकाराच्या बॉल पेन रिफीलसाठी:

आतील व्यास = 2 मिमी $= \frac{2}{10}$ सेमी

त्रिज्या $(r_2) = \frac{\text{व्यास}}{2} = \frac{2}{2 \times 10} = \frac{1}{10}$ सेमी

उंची (h_2) रिफिलीची लांबी = 12 सेमी

शोधा: रिफील शाईने भरता येणाऱ्या रिफीलची संख्या

उकल:

वृत्तचितीचे घनफळ $= \pi r^2 h$

आता, शाईने भरलेल्या वृत्तचिती आकाराच्या डब्याचे घनफळ = 91% वृत्तचिती आकाराच्या शाईच्या डब्याचे घनफळ

$= \pi r_1^2 h_1$ चे 91%

$= \dfrac{91}{100} \times \pi \times 6 \times 6 \times 14$

$= \dfrac{91 \times 36 \times 14 \times \pi}{100}$ सेमी^{3} ---- (i)

तसेच, शाईने भरलेल्या रिफीलचे घनफळ

= 84 % वृत्तचिती आकाराच्या रिफीलचे घनफळ

$= \pi r_2^2 h_2$ चे 84%

$= \dfrac{84}{100} \times \pi \times \dfrac{1}{10} \times \dfrac{1}{10} \times 12$

$= \dfrac{84 \times 12 \times \pi}{10000}$ सेमी^{3} ---- (ii)

शाईने भरता येणाऱ्या रिफीलची संख्या

$= \dfrac{\text{शाईने भरलेल्या वृत्तचिती आकाराच्या डब्याचे घनफळ}}{\text{शाईने भरलेल्या रिफीलचे घनफळ}}$

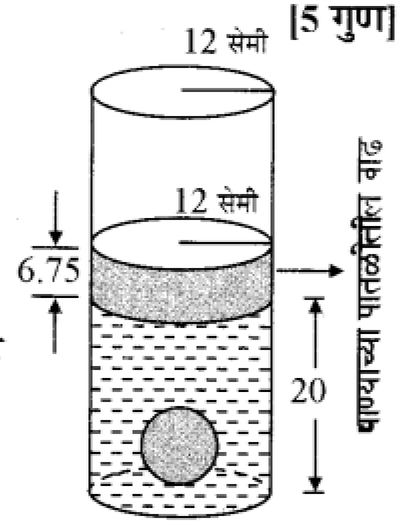
$= \dfrac{\dfrac{91 \times 36 \times 14 \times \pi}{100}}{\dfrac{84 \times 12 \times \pi}{10000}}$ ---- [विधान (i) व (ii) वरून]

$= \dfrac{91 \times 36 \times 14 \times \pi}{100} \times \dfrac{10000}{84 \times 12 \times \pi} = 91 \times 50$

$= 4550$

∴ **शाईने भरता येणाऱ्या रिफीलची संख्या 4550 आहे.**

5. **एका 12 सेमी त्रिज्येच्या वृत्तचितीमध्ये 20 सेमी उंचीपर्यंत पाणी भरले आहे. जेव्हा एक धातूचा गोळा त्या वृत्तचितीमध्ये सोडला तेव्हा पाण्याची पातळी 6.75 सेमीने वाढली, तर त्या गोळ्याची त्रिज्या किती असेल ?** **[5 गुण]**



दिलेले: वृत्तचितीसाठी:

त्रिज्या = 12 सेमी,

उंची (पाण्याची पातळी) = 20 सेमी,

पाण्याच्या पातळीतील वाढ = 6.75 सेमी

शोधा: गोळ्याची त्रिज्या (r_2)

उकल:

(वृत्तचितीसोबत) दाखविलेल्या पाण्यासाठी,

त्रिज्या (r_1) = 12 सेमी ---- [वृत्तचितीएवढे]

उंची (h_1) = 6.75 सेमी ---- [पाण्याच्या पातळीतील वाढ]

$\therefore$ दाखविलेल्या पाण्याचे घनफळ (वृत्तचितीतील) = $\pi r_1^2 h_1$

= ($\pi \times 12 \times 12 \times 6.75$) सेमी^{3}

धातूच्या गोळ्यासाठी:

समजा, गोळ्याची त्रिज्या r_2 आहे.

गोळ्याचे घनफळ = $\frac{4}{3}\pi r_2^3$

आता, गोळ्याचे घनफळ = दाखविलेल्या पाण्याचे घनफळ

$\therefore \quad \frac{4}{3} \pi r_2^3 = \pi \times 12 \times 12 \times 6.75$

$\therefore \quad r_2^3 = \frac{\pi \times 12 \times 12 \times 6.75 \times 3}{\pi \times 4}$

$\therefore \quad r_2^3 = 3 \times 81 \times 3$

$r_2^3 = 9 \times 9 \times 9$

$\therefore \quad r_2^3 = (9)^3$

$\therefore \quad r_2 = 9$ सेमी ---- [दोन्ही बाजूंचे घनमूळ घेऊन]

$\therefore$ **गोळ्याची त्रिज्या 9 सेमी आहे.**