बीजीय व्यंजक

In Text Exercise

पृष्ठ 103: करो और सीखो

प्रश्न: आप 5 संख्यात्मक तथा 5 बीजीय व्यंजक और लिखिए तथा उनमें से एकपदी, द्विपदी एवं त्रिपदी छाँटिए।

हल: 5 संख्यात्मक व्यंजक निम्न हैं
4, 100, – 17, 0, $\frac{2}{3}$
5 बीजीय व्यंजक निम्न हैं|
$2y^2$, $3x^2 – 5$, $13 – y + y^2$,
$4p^2q – 3pq^2 + 5$, $xy + 4$
इनमें से एकपदी है – $2y^2$
इनमें से द्विपदी हैं – $3x^2$ -5, xy +4
इनमें से त्रिपदी हैं – $13 – y + y^2$, $4p^2q$- $3pq^2$ +5

पृष्ठ 104 : करो और सीखो।

प्रश्न: बताइए कि सजातीय होने के लिए क्या-क्या आवश्यक है?
(i) समान चिह्न
(ii) समान गुणांक
(iii) समान घात
(iv) चरों की समान संख्या।

हल: सजातीय होने के लिए समान घात तथा चरों की समान संख्या आवश्यक है।

पृष्ठ 104 : करो और सीखो

प्रश्न 1: निम्न में से सजातीय पदों को छाँटिए
ax^2y, 2n, $5y^2$, $-7x^2 – 3n$, 7xy, $25y^2$

हल: $5y^2$ और $25y^2$ सजातीय पद हैं।

प्रश्न 2: $7xy^2$ के 3 सजातीय पद लिखिए।

हल: $7xy^2$ के लिए 3 सजातीय पद अग्र हैं
$-7xy^2$, $3xy^2$, $-4xy^2$

पृष्ठ 105 : करो और सीखो

प्रश्न: निम्न सजातीय पदों का योग कर रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए
$4n + (-3n) =$ ..... | $-5x^2y + (-3x^2y) =$ .....
$5p4 + 12pq =$ ..... | $2ab^2 + 11ab^2 =$ .....

हल:
$4n + (-3n) = n$
$5pq + 12pg = 17pg$
$-5x^2y + (-3x^2y) = -8x^2y$
$2ab^2 + 11ab^2 = 13ab^2$

पृष्ठ 105: किरो और सीखो

प्रश्न 1: शीला कहती है 2pg और 4pg का योग $8p^2q^2$ है। क्या वह सही है?

हल: $2pg + 4pq = 6pq \neq 8p^2q^2$
अतः वह सही नहीं है।

प्रश्न 2: रईस ने 40 और 7q का योग किया और 11pq परिणाम मिला। क्या तुम रईस से सहमत हो?

हल: नहीं।

पृष्ठ 106: करो और सीखो

प्रश्न: यदि $A = 2y^2+3x -x^2$ तथा $B = 3x^2-y^2$ हो तो A + B तथा A – B ज्ञात कीजिए।

हल:
$A + B = 2y^2 + 3x - x^2 + (3x^2 - y^2)$
$= 2y^2 + 3x - x^2 + 3x^2 - y^2$
$= 2y^2 - y^2 - x^2 + 3x^2 + 3x$
$= y^2 + 2x^2 + 3x$

$A - B = 2y^2 + 3x - x^2 - (3x^2 - 2y^2)$
$= 2y^2 + 3x - x^2 - 3x^2 + y^2$
$= 2y^2 + y^2 - x^2 - 3x^2 + 3x$
$= 3y^2 - 4x^2 + 3x$

पृष्ठ 112

करो और सीखो। प्रश्न-सर्वसमिका (i) में 6 के स्थान पर – b रखिए। क्या आपको सर्वसमिका (ii) प्राप्त होती है?

हल: सर्वसमिका (i) है।
$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
इसमें b के स्थान पर – b रखने पर
$\{a + (- b)\}^2 = a^2 + 2a (-b) + (- b)^2$
$= (a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
जो सर्वसमिका (ii) है।
हाँ सर्वसमिका (ii) प्राप्त होती है।

Exercise 9.1

प्रश्न 1: नीचे दिए गए बीजीय व्यंजकों का गुणा करके गुणनफल लिखिए

(i) $3 \times 5x$

(ii) $-5p, -2q$

(iii) $7l^2, -3n^2$

(iv) $6m, 3n$

(v) $-5x^2, -2x^2$

हल:

(i) $3 \times 5x$

$= 3 \times 5 \times x$

$= 15x$

(ii) $-5p, -2q$

$(-5p) \times (-2q)$

$= (-5) \times p \times (-2) \times q$

$= (-5) \times (-2) \times p \times q$

$= 10pq$

(iii) $7l^2, -3n$

$7l^2 \times (-3n^2)$

$= 7 \times l^2 \times (-3) \times n^2$

$= 7 \times (-3) \times l^2 \times n^2$

$= -21l^2$

(iv) $6m, 3n$

$6m \times 3n$

$= 6 \times n \times 3 \times n$

$= 6 \times 3 \times n \times n$

$= 18min$

(v) $-5x^2, -2x$

$(-5x^2) \times (-2x)$

$= (-5) \times x^2 \times (-2) \times x$

$= (-5) \times (-2) \times x^2 \times x$

$= 10x^3$

प्रश्न 2: नीचे दी गई गुणन सारणी को गुणा करके पूरा कीजिए

X	7	x	y	$2z$	a	$-5b$	c
7	49						
x							
$2y$							
$-3a$			$-3ay$				
b							
y							
$2x^3$							
a^4					a^5		
z^2							

हल:

X	7	x	y	$2z$	a	$-5b$	c
7	49	$7x$	$7y$	$14z$	$7a$	$-35b$	$7c$
x	$7x$	x^2	xy	$2zx$	ax	$-5bx$	cx
$2y$	$14y$	$2xy$	$2y^2$	$4yz$	$2ay$	$-10by$	$2cy$
$-3a$	$-21a$	$-3ax$	$-3ay$	$-6az$	$-3a^2$	$15ab$	$-3ac$
b	$7b$	bx	by	$2bz$	ab	$-5b^2$	bc
y	$7y$	xy	y^2	$2yz$	ay	$-5by$	cy
$2x^3$	$14x^3$	$2x^4$	$2x^3y$	$4x^3z$	$2x^3a$	$-10x^3b$	$2x^3c$
a^4	$7a^4$	a^4x	a^4y	$2a^4z$	a^5	$-5a^4b$	a^4c
z^2	$7z^2$	xz^2	yz^2	$2z^3$	az^2	$-5bz^2$	cz^2

प्रश्न 3: निम्न एकपदीय व्यंजकों को गुणनफल ज्ञात कीजिए

(i) xy, x^2y, xy, x

(ii) m, n, mn, m^3n, mn^3

(iii) kl, lm, km, klm

हल: (i) xy, x^2y, xy, x

xy x x^2y × xy × x

= x × y × x × x × x × x × y × x

= x × x × x × x × x × x × y × y × y

= x^5 × y^3

= x^5y^3

(ii) m, n, mn, m^3n, mn^3
$m \times n \times mn \times m^3n \times mn^3$
$= m \times n \times m \times n \times m \times m \times m \times n \times m \times n \times n \times n$
$= m \times m \times m \times m \times m \times m \times n \times n \times n \times n \times n \times n$
$= m^6 \times n^6$
$= m^6\, n^6$

(iii) kl, lm, km, klm
$kl \times lm \times km \times klm = k \times l \times l \times m \times k \times m \times k \times l \times m$
$= k \times k \times k \times l \times l \times l \times m \times m \times m$
$= k^3 \times l^3 \times m^3$
$= k^3l^3 \times m^3$
$= k^3l^3m^3$

प्रश्न 4: यदि मूलधन (P) = $4x^2$, समय (T) = 5x और दर (R) = 5y हो तो ब्याज $\frac{PTR}{100}$ में क्या होगा?

हल:

$$\text{ब्याज} = \frac{PTR}{100}$$
$$= \frac{4x^2 \times 5x \times 5y}{100}$$
$$= \frac{4 \times x \times x \times 5 \times x \times 5 \times y}{100}$$
$$= \frac{4 \times 5 \times 5 \times x \times x \times x \times y}{100}$$
$$= \frac{100 \times x^3 \times y}{100}$$
$$= \frac{100x^3 \times y}{100}$$
$$= \frac{100x^3 y}{100}$$
$$= x^3 y$$

Exercise 9.2

प्रश्न 1: नीचे दिए गए द्विपदों का गुणा कीजिए

(i) (2x + 5) और (3x – 7)
(ii) (x – 8) और (3y + 5)
(iii) (1.5p – 0.5q) और (1.5p + 0.5q)
(iv) (a + 3b) और (x + 5)
(v) ($2lm + 3m^2$) और ($3lm – 5m^2$)
(vi) ($\frac{3}{4}$ + $3b^2$) और ($4a^2 – \frac{5}{3} b^2$)

हल:

(i) (2x + 5) और (3x – 7)
(2x + 5) (3x -7)
= 2 x (3x – 7) + 5(3x – 7)
= 2x x 3x – 2x x 7 + 5 x 3x – 5 x 7
= 2 x x x 3 x x – 2 x x x 7 + 5 x 3 x x – 35
= 2 x 3 x x x x -2 x 7 x x + 15 x x – 35
= 6 x x^2 – 14 x x + 15x – 35
= $6x^2$ – 14x + 15x – 35
= $6x^2$ + x – 35

(ii) (x – 8) और (3y + 5)
(x – 8) (3y + 5) = x(3y + 5) – 8(3y + 5)
= x x 3y + x x 5 – 8 x 3y – 8 x 5
= x x 3 x y + 5x – 8 x 3 x y – 40
= 3 x x x y + 5x – 24 x y – 40
= 3x x y + 5x – 24y – 40
= 3xy + 5x – 24y – 40

(iii) (1.5p – 0.5q) और (1.5p + 0.5q)
(1.5p – 0.5q) (1.5p + 0.5q) = 1.5p (1.5p + 0.57q). – 0.5q (1.5p + 0.57)
= 1.5p x 1.5p + 1.5p x 0.5q – 0.5q x 1.5p – 0.5q x 0.5q
= 1.5 x P x 1.5 x p + 1.5 x P x 0.5 x q – 0.5 x q x 1.5 x P – 0.5 x q x 0.5 x q
= 1.5 x 1.5 x p x p + 1.5 x 0.5 x P x q – 0.5 x 1.5 x q x p – 0.5 x 0.5 x q x q
= 2.25 x p^2 + 0.75 x pq – 0.75 x qp – 0.25 x q^2
= $2.25p^2$ + 0.75pq – 0.75pq – $0.25q^2$
= $2.25p^2$ – $0.25q^2$

(iv) (a + 3b) और (x + 5)
(a + 3b) (x + 5) = a (x + 5) + 3b (x + 5)
= a x x + a x 5 + 3b x x + 3b x 5
= ax + 5a + 3bx + 3 x 5 x b
= ax + 5a + 3bx + 15b

(v) $(2lm + 3m^2)$ और $(3lm - 5m^2)$
$(2lm + 3m$और $)(3lm - 5m$और $) = 2lm(3lm - 5m^2) + 3m^2(3lm - 5m^2)$
$= 2lm \times 3lm - 2lm \times 5m^2 + 3m^2 \times 3lm - 3m^2 \times 5m^2$
$= (2 \times 3)\, l^2m^2 - (2 \times 5)\, lm^3 + (3 \times 3)\, lm^3 - (3 \times 5)\, m^4$
$= 6l^2m^2 - 10lm^2 + 9lm^3 - 15m^4$
$= 6l^2\, m^2 - lm^3 - 15m^4$

(vi) $(\frac{3}{4} + 3b^2)$ और $(4a^2 - \frac{5}{3} b^2)$

$$(\frac{3}{4}a^2 + 3b^2)\ (4a^2 - \frac{5}{3}b^2)$$

$$= \frac{3}{4}a^2\left(4a^2 - \frac{5}{3}b^2\right) + 3b^2\left(4a^2 - \frac{5}{3}b^2\right)$$

$$= \frac{3}{4}a^2 \times 4a^2 - \frac{3}{4}a^2 \times \frac{5}{3}b^2 + 3b^2 \times 4a^2 - 3b^2 \times \frac{5}{3}b^2$$

$$= \frac{3}{4} \times a^2 \times 4 \times a^2 - \frac{3}{4} \times a^2 \times \frac{5}{3} \times b^2 + 3 \times b^2 \times 4 \times a^2 - 3 \times b^2 \times \frac{5}{3} \times b^2$$

$$= \frac{3}{4} \times 4 \times a^2 \times a^2 - \frac{3}{4} \times \frac{5}{3} \times a^2 \times b^2 + 3 \times 4 \times b^2 \times a^2 - 3 \times \frac{5}{3} \times b^2 \times b^2$$

$$= 3 \times a^4 - \frac{5}{4} \times a^2b^2 + 12 \times b^2a^2 - 5 \times b^4$$

$$= 3a^4 - \frac{5}{4}a^2b^2 + 12a^2b^2 - 5b^4$$

$$= 3a^4 + \left(12 - \frac{5}{4}\right)a^2b^2 - 5b^4$$

$$= 3a^4 + \frac{43}{4}a^2b^2 - 5b^4$$

प्रश्न 2: गुणनफल ज्ञात कीजिए

(i) $(3x + 8)(5 – 2x)$

(ii) $(x + 3y)(3x - y)$

(iii) $(a^2 + b)(a + b^2)$

(iv) $(p^2 - q^2)(2p + q)$

हल:

(i) $(3x + 8)(5 – 2x)$

$(3x + 8)(5 – 2x) = 3x(5 – 2x) + 8(5 – 2x)$

$= 3x \times 5 – 3x \times 2x + 8 \times 5 – 8 \times 2x$

$= 15x – 6x^2 + 40 – 16x$

$= – 6x^2 + 15x – 16x + 40$

$= – 6x^2 – x + 40$

(ii) $(x + 3y)(3x – y)$

$(x + 3y)(3x – y) = x(3x – y) + 3y(3x – y)$

$= x \times 3x – x \times y + 3y \times 3x – 3y \times y$

$= 3x^2 – xy + 9yx – 3y^2$

$= 3x^2 – xy + 9xy – 3y^2$

$= 3x^2 + 8xy – 3y^2$.

(iii) $(a^2 + b)(a + b^2)$

$(a^2 + b)(a + b^2) = a^2(a + b^2) + b(a + b^2)$

$= a^2 \times a + a^2 \times b^2 + b \times a + b \times b^2$

$= a^3 + a^2b^2 + ba + b^3$

$= a^3 + a^2b^2 + ab + b^3$.

(iv) $(p^2 – q^2)(2p+q)$

$(p^2 – q^2)(2p + q) = p^2(2p + q) – q^2(2p + q)$

$= p^2 \times 2p + p^2 \times q – q^2 \times 2p – q^2 \times q$

$= 2p^3 + p^2q – 2q^2p – q^3$

प्रश्न 3: सरल कीजिए

(i) $(x + 5)(x – 7) + 35$

(ii) $(a^2 – 3)(b^2 + 3) + 5$

(iii) $(t + s^2)(t^2 – s)$

(iv) $(a + b)(c – d) + (a – b)(c + d) + 2(ac + bd)$

(v) $(a + b)(a^2 – ab + b^2)$

(vi) $(a + b + c)(a + b – c)$
(vii) $(a + b) (a – b) – a^2 + b^2$

हल:
(i) $(x + 5) (x – 7) + 35$
$(x + 5) (x – 7) + 35 = x (x – 7) + 5 (x – 7) + 35$
$= x^2 – 7x + 5x – 35 + 35$
$= x^2 – 2x$

(ii) $(a^2 – 3) (b^2 + 3) + 5$
$(a^2 – 3) (b^2 + 3) + 5 = a^2 (b^2 + 3) – 3 (b^2 + 3) + 5$
$= a^2b^2 + 3a^2 – 3b^2 – 9 + 5$
$= a^2b^2 + 3a^2 – 3b^2 – 4$

(iii) $(t + s^2) (t^2 – s)$
$(t + s^2) (t^2 – s) = t (t^2 – s) + s^2 (t^2 – s)$
$= t^3 – ts + s^2t^2 – s^2$
$= t^3 – s^3 + s^2t^2 – ts$

(iv) $(a + b)(c – d) + (a – b) (c + d) + 2(ac + bd)$
$(a + b) (c – d) + (a – b)(c + d) + 2(ac + bd) = a (c – d) + b (c – d) + a (c + d) – b(c + d) + 2 (ac + bd)$
$= ac – ad + bc – bd + ac + ad – bc – bd + 2ac + 2bd$
$= ac + ac + 2ac – ad + ad + bc – bc – bd – bd – 2bd$
$= 4ac$

(v) $(a + b) (a^2 – ab + b^2)$
$= a (a^2 – ab + b^2) + b (a^2 – ab + b^2)$
$= a^3 – a^2b + ab^2 + ba^2 – ab^2 + b^3$
$= a^3 + b^3 – a^2b + a^2b + ab^2 – ab^2$
$= a^3 + b^3$

(vi) $(a + b + c)(a + b – c) = a(a + b – c) + b (a + b – c) + c (a + b – c)$
$= a^2 + ab – ac + ab + b^2 – bc + ac + bc – c^2$
$= a^2 + b^2 – c^2 + 2ab$

(vii) $(a + b) (a – b) – a^2 + b^2$
$(a + b) (a – b) – a^2 + b^2 = a (a – b) + b (a – b) – a^2 + b^2$
$= a^2 – ab + ab – b^2 – a^2 + b^2$

$= a^2 – a^2 – b^2 + b^2 – ab + ab$
$= 0 + 0 + 0$
$= 0$

Exercise 9.3

प्रश्न 1: उचित सर्वसमिका का उपयोग करते हुए निम्न गुणनफल ज्ञात कीजिए

(i) (x + 5) (x + 5)
(ii) (3x + 2) (3x + 2)
(iii) (5a – 7) (5a – 7)
(iv) $(3p – \frac{1}{2})$ $(3p – \frac{1}{2})$
(v) (1,2m – 0.3) (1.2m – 0.3)
(vi) $(x^2 + y^2)$ $(x^2 - y^2)$
(vii) (6y + 7) (- 6y + 7)
(viii) (7a + 9b) (7a – 9b)

हल:

(i) $(x + 5) (x + 5) = (x + 5)^2$
$= (x)^2 + 2 (x) (5) + (5)^2$ सर्वसमिका I से
$= x + 10x + 25$

(ii) (3x + 2) (3x + 2)
$= (3x + 2)^2$
$= (3x)^2 + 2 (3x) (2) + (2)^2$ सर्वसमिका I से
$= 9x^2 + 12x + 4$

(iii) (5a – 7) (5a – 7)
$= (5a – 7)^2$
$= (5a)^2 – 2 (3x) (2) + (2)^2$ सर्वसमिका II से
$= 25a^2 – 70a + 49$

(iv) $(3p – \frac{1}{2})$ $(3p – \frac{1}{2})$
$= (3p – \frac{1}{2})^2$
$= (3p)^2 - 2 (3p) \times (\frac{1}{2}) - (\frac{1}{2})^2$ सर्वसमिका II से
$= 9p^2 – 3p + \frac{1}{4}$

(v) (1.2m – 0.3) (1,2m – 0.3)
$= (1.2m – 0.3)^2$

$= (1.2\ m)^2 - 2\ (1.2\ m)\ (0.3) + (0.3)^2$ सर्वसमिका II से
$= 1.44\ m^2 - 0.72\ m + 0.09$

(vi) $(x^2 + y^2)\ (x^2 - y^2)$
$= (x^2)^2 - (y^2)^2$ सर्वसमिका II से
$= x^4 - y^4$

(vii) $(6y + 7)\ (-6y + 7)$
$= (7 + 6y)\ (7 - 6y)$
$= (7)^2 - (6y)^2$ सर्वसमिका II से
$= 49 - 36y^2$

(viii) $(7a + 9b)\ (7a - 9b)$
$(7a + 9b)\ (7a - 9b) = (7a)^2 - (9b)^2$ सर्वसमिका III से
$= 49a^2 - 81b^2$

प्रश्न 2: निम्न व्यंजकों का गुणा सर्वसमिका $(x + a)\ (x + b) = x^2 + (a + b)\ x + ab$ का उपयोग करते हुए कीजिए
(i) $(x + 1)\ (x + 2)$
(ii) $(3x + 5)\ (3 + 1)$
(iii) $(4r - 5)\ (4 - 1)$
(iv) $(30 + 5)\ (30 - 8)$
(v) $(xyz - 1)\ (xyz - 2)$

हल:
(i) $(x + 1)\ (x + 2)$
$(x + 1)\ (x + 2) = x^2 + (1 + 2)\ x + 1\ x\ 2$ प्रदत्त सर्वसमिका से
$= x^2 + 3x + 2$

(ii) $(3x + 5)\ (3x + 1)$
$(3x + 5)\ (3x + 1) = (3x)^2 + (5 + 1)\ 3x + 5\ x\ 1$ प्रदत्त सर्वसमिका से
$= 9x^2 + 18 + 5$

(iii) $(4x - 5)\ (4x - 1)$
$(4x - 5)\ (4x - 1) = \{4x + (-5)\}\ \{4x + (-1)\}$
$= (4x)^2 + \{(-5) + (-1)\}\ 4x + (-5)\ (-1)$ प्रदत्त सर्वसमिका से
$= 16x^2 + (-6)\ 4x + (5)$
$= 16x^2 - 24x + 5$

(iv) (3a + 5) (3a – 8)
(3a + 5) (34 – 8)
= (3a + 5) {3a + (- 8)} = $(3a)^2$ + {5 + (- 8)} 34 + (5) (- 8) प्रदत्त सर्वसमिका से
= $9a^2$ + (- 3) 3a – 40
= $9a^2$ – 9a – 40

(v) (xyz – 1) (xyz – 2)
(xyz – 1) (zyz – 2) = {xyz + (- 1)} {xyz + (-2)}
= $(xyz)^2$ + {(- 1) + (-2)} xyz + (-1) (-2)
= $x^2y^2z^2$ – 3xyz + 2

प्रश्न 3: सर्वसमिका का उपयोग करते हुए निम्नलिखित वर्गों को ज्ञात कीजिए
(i) $(b – 7)^2$
(i) $(xy + 3z)^2$
(ii) $(6m^2 – 5n)^2$
(iv) $(\frac{3}{2}x + \frac{2}{3}y)^2$

हल: (i) $(b – 7)^2 = (b)^2 – 2 (b) (7) + (7)^2$ सर्वसमिका II से
= b^2 – 14b + 49

(ii) $(xy + 3z)^2 = (xy)^2 + 2 (xy) (3z) + (3z)^2$ सर्वसमिका I से
= x^2y^2 + 6xyz + $9z^2$

(iii) $(6m^2 – 5n)^2$
= $(6m^2)^2 – 2(6m)^2 (5n) (5n)^2$ सर्वसमिका II से
= $36m^4 – 60m^2n + 25n^2$

$$= \left(\frac{3}{2}x\right)^2 + 2\left(\frac{3}{2}x\right)\left(\frac{2}{3}y\right) + \left(\frac{2}{3}y\right)^2 \text{ | सर्वसमिका I से}$$

$$= \frac{9}{4}x^2 + 2xy + \frac{4}{9}y^2$$

प्रश्न 4: सरल कीजिए
(i) $(a^2 – b^2)$
(ii) $(2n + 5)^2 – (2n – 5)^2$
(iii) $(7m – 8n)^2 + (7m + 8n)^2$
(iv) $(m^2 – n^2m)^2$ + 2m

हल:

(i) $(a^2 – b^2)^2$

$= (a^2)^2 – 2(a^2)(b^2) + (b^2)^2$ सर्वसमिका II से

$= a^4 – 2a^2b^2 + b^4$

(ii) $(2n + 5)^2 – (2n – 5)^2$

$(2n + 5)^2 – (2n – 5)^2 = \{(2n)^2 + 2(2n)(5) + (5)^2\} – \{(2n)^2 – 2(2n)(5) + (5)^2\}$ सर्वसमिका I व सर्वसमिका II से

$= (4n^2 + 20n + 25) – (4n^2 – 20n + 25)$

$= 4n^2 + 20n + 25 – 4n^2 + 20n – 25$

$= 4n^2 – 4n^2 + 20n + 20n + 25 – 25$

$= 0 + 40n + 0$

$= 40n$

वैकल्पिक विधि

$(2n + 5)^2 – (2n – 5)^2 = \{(2n + 5) + (2n - 5)\}\{(2n + 5) – (2n – 5)\}$ सर्वसमिका II से

$= (4n)(10)$

$= 40n$

(iii) $(7m – 8n)^2 + (7m + 8n)^2 = \{(7m)^2 – 2(7m)(8n) + (8n)^2\} + \{(7m)^2 + 2(7m)(8n) + (8n)^2\}$ सर्वसमिका II और सर्वसमिका I से

$= (49m^2 – 112mn + 64n^2) + (49m^2 + 112mn + 64n^2)$

$= 49m^2 – 112mn + 64n^2 + 49m^2 + 112mn + 64n^2$

$= 49m^2 + 49m^2 – 112mn + 112mn + 64m^2 + 64n^2$

$= 98m^2 + 128n^2$

(iv) $(m^2 - n^2m^2) + 2m^2n^2 = [(m^2)^2 – 2(m^2)(n^2m) + (n^2m^2)] + 2m^2n^2$ सर्वसमिका II से

$= m^4 – 2m^3n^2 + n^4m^2 + 2m^3n^2$

$= m^4 – 2m^3n^2 + 2m^3n^2 + n^4m^2$

$= m^4 + n^4m^2$

प्रश्न 5: दर्शाइए कि

(i) $(2a + 3b)^2 – (2a – 3b)^2 = 24ab$

(ii) $(4x + 5)^2 – 80x = (4x – 5)^2$

(iii) $(3x – 2y)^2 + 24xy = (3x + 2y)^2$

(iv) $(a – b)(a + b) + (b – c)(b + c) + (c – a)(c + a) = 0$

हल:

(i) LHS

$= (2a + 3b)^2 – (2a – 3b)^2$

= $[(2a)^2 + 2(2a)(3a) + (3b)^2] - [(2a)^2 - 2(2a)(3a) + (3b)^2]$ सर्वसमिका I व सर्वसमिका II से
= $(4a^2 + 12ab + 9b^2) - (4a^2 - 12ab + 9b^2)$
= $4a^2 + 12ab + 9b^2 - 4a^2 + 12ab - 9b^2$
= $(4a^2 - 4a^2) + (12ab + 12ab) + (9b^2 - 9b^2)$
= $0 + 24ab + 0$
= $24ab$ = RHS

(ii) LHS
$(4x + 5)^2 - 80x$
= $[(4x)^2 + 2(47)(5) + (5)^2] - 80x$ सर्वसमिका II से
= $(16x^2 + 40x + 25) - 80x$
= $16x^2 + 40x - 80x + 25$
= $16x^2 - 40x + 25$
= $(4x)^2 - 2(4x)(5) + (5)^2$
= $(4x - 5)^2$ सर्वसमिका II से
= RHS

(iii) LHS
$(3x - 2y)^2 + 24xy$
= $[(3x)^2 - 2(3x)(2y) + (2y)^2] + 24xy$ सर्वसमिका II से
= $(9x^2 - 12xy + 4y^2) + 24xy$
= $9x^2 - 12xy + 24xy + 4y^2$
= $9x^2 + 12xy + 4y^2$
= $(3x)^2 + 2(3x)(2y) + (2y)^2$
= $(3x + 2y)^2$ सर्वसमिका I से
= RHS

(iv) LHS
$(a - b)(a + b) + (b - c)(b + c) + (c - a)(c + a)$
= $(a^2 - b^2) + (b^2 - c^2) + (c^2 - a^2)$
= $a^2 - b^2 + b^2 - c^2 + c^2 - a^2$
= $(a^2 - a^2) + (b^2 - b^2) + (c^2 - c^2)$
= $0 + 0 + 0 + 0$
= RHS

प्रश्न 6: उपयुक्त सर्वसमिका का उपयोग करते हुए निम्नलिखित का मान ज्ञात कीजिए
(i) 99^2
(ii) 103^2

(iii) 297 x 303
(iv) 78 x 82

हल:
(i) 99^2
$99^2 = (100 – 1)^2$
$= (100)^2 – 2\ (100)\ (1) + (1)^2$ सर्वसमिका II से
$= 10000 – 200 + 1$
$= 10000 + 1 – 200$
$= 10001 – 200$
$= 9801$

(ii) 103^2
$103^2 = (10) + 3)^2 = (100)^2 + 2\ (100)\ (3) + (3)^2$ सर्वसमिका I से
$= 10000 + 600 + 9$
$= 10609$

(iii) 297 x 303
$297 \times 303 = (300 – 3) \times (300 + 3)$
$= (300)^2 – (3)^2$ सर्वसमिका III से
$= 90000 – 9$
$= 89991$

(iv) 78 x 82
$78 \times 82 = (80 – 2) \times (80 + 2)$
$= (80)^2 – (2)^2$ सर्वसमिका III से
$= 6400 – 4$
$= 6396$

प्रश्न 7: $a^2 – b^2 = (a + b)\ (a-b)$ का उपयोग करते हुए निम्नलिखित का मान ज्ञात कीजिए
(i) $101^2 – 99^2$
(ii) $(10.3)^2 – (9.7)^2$
(iii) $153^2 – 147^2$

हल:
(i) $101^2 – 992^2$
$101^2 – 99^2 = (101 + 99)\ (101 – 99)$ प्रदत्त सर्वसमिका से
$= (200)\ (2)$
$= 400$

(ii) $(10.3)^2 – (9.7)^2$
$(10.3)^2 – (9.7)^2$ = (10.3 + 9.7) (10.3 – 9.7) प्रदत्त सर्वसमिका से
= (20) (0.6)
= 12

(iii) $153^2 – 147^2$
$153^2 – 147^2$ = (153 + 147) (153 – 147) प्रदत्त सर्वसमिका से
= (300) (6)
= 1800

प्रश्न 8: $(x + a) (x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$ का उपयोग करते हुए निम्नलिखित का मान ज्ञात कीजिए
(i) 103 x 102
(ii) 7.1 x 7.3
(ii) 102 x 99
(iv) 9.8 x 9.6

हल:
(i) 103 x 102
103 x 102 = (100 + 3) x (10) + 2)
= $(100)^2$ + (3 + 2) 100 + 3 x 2 प्रदत्त सर्वसमिका से
= 10000 + 500 + 6
= 10506

(ii) 7.1 x 7.3
7.1 x 7.3 = (7 + 0.1) x (7 + 0.3)
= $(7)^2$+ (0.1 + 0.3) 7 + (0.1) x (0.3) प्रदत्त सर्वसमिका से
= 49 + 2.8 + 0.03 = 51.83

(iii) 102 x 99
102 x 99 = (100 + 2) x (100 – 1)
= (100 + 2) X {100 + (- 1)}
= $(100)^2$ + {2 + (- 1)} 100 + (2) (-1) प्रदत्त सर्वसमिका से
= 10000 + 100 – 2
= 10098

(iv) 9.8 x 9.6
9.8 x 9.6 = (10 – 0.2) x (10 – (0.4)
= {10 + (- 0.2)} x {10 + (-0.4)}

= $(10)^2$ + {(- 0.2) + (-0.4)} 10 + (-0.2) (- 0.4) प्रदत्त सर्वसमिका से
= 100 – 6 + 0.08
= 94,08

Additional Questions

I. बहुविकल्पात्मक प्रश्न

प्रश्न 1: xy, yz और zx का गुणनफल होगा
(a) 2xyz
(b) $x^2y^2z^2$
(c) xy + yz + zx
(d) $x^3y^3z^3$

प्रश्न 2: $\frac{8}{5}x^5$ में x^5 का गुणांक है
(a) $\frac{8}{5}$
(b) 5
(c) 8
(d) $\frac{5}{8}$

प्रश्न 3: $\frac{15}{16}xyz$ में yz का गुणांक है

(a) $\frac{15}{16}z$ (b) $\frac{15}{16}x$

(c) $\frac{15}{16}y$ (d) $\frac{15}{16}$

प्रश्न 4: व्यंजक $8x^2 + 2xy + 3x^2 + 2y^2 + 2x^2$ में पदों की संख्या है
(a) 3
(b) 2
(c) 5
(d) 4

प्रश्न 5: पदों 4xy, 3.5xy, – 2xy, $2x^5$ का योग होगा
(a) 2.5xy + 5.2xz
(b) 5.5xy + 2xz
(c) 2.5xy + 5xz
(d) 5.5xy + 2xy

प्रश्न 6: 3 (x + y) का गुणनफल होगा
(a) $3x^2 + 3xy$
(b) $3x^2 + y$
(c) $x^2 + 3xy$
(d) 3x + 3y

प्रश्न 7: 5a + 2b में से 2a + 3b घटाने पर प्राप्त होगा
(a) 3a + 2b
(b) 2a + 3b
(c) 3a – b
(d) 5a – 3b

प्रश्न 8: pq + qr + 2p और 0 का गुणनफल होगा
(a) 0
(b) 1
(c) pqr
(d) pq + qr + rp

प्रश्न 9: व्यंजक $7x^2$ y का संजातीय पद है
(a) 7xy
(b) – 10
(c) 7
(d) $7x^2$

उत्तरमाला: 1. (b) 2. (a) 3. (b) 4. (a) 5. (b) 6. (a) 7. (c) 8. (a) 9. (b)

II. रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए

1. $\frac{1}{4}$ x^4 में x^4 का गुणांक ..... है।
2. 8xyz – 5xyz का हल ..... है।
3. $8x^2 + 2x$ व 4x + 2 का योग ..... है।
4. 2x, 4x व $\frac{2}{3}$x का गुणनफल ..... होगा।
5. $x^2 + (a + b) x + ab = (x + a)$ .....

उत्तरमाला:
1. $\frac{2}{8}$
2. 3xyz
3. $8x^2 + 6x + 2$

4. $\frac{16x^3}{3}$
5. (x + b)

III. सत्य/असत्य

1. 4y – 7z एक त्रिपद है।
2. $x + \frac{1}{x}$ एक बहुपद है।
3. $(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$ एके सर्वसमिका है।
4. 1 और 100 सजातीय पद हैं।

उत्तरमाला: 1, असत्य 2. असत्य 3. सत्य 4. सत्य।

IV. मिलान/सुमेलन वाले प्रश्न

खण्ड (1)	खण्ड (2)
1. $4x \times 5y \times 7z =$	(a) $140xyz$
2. $1 + x + x^2$ में x का गुणांक	(b) 0
3. $ab - bc, bc - ca, ca - ab$ का योग	(c) $a^2 - b^2$
4. $(a + b)(a - b) =$	(d) 1

उत्तरमाला: 1. ↔ (a) 2. ↔ (d) 3. ↔ (b) 4. ↔ (c)

V. अतिलघूत्तरात्मक प्रश्न

प्रश्न 1: $-\frac{3}{7}x^2y^2$ में x^2 का गुणांक ज्ञात कीजिए।

हल: $-\frac{3}{7}x^2y^2$ में x^2 का गुणांक = $-\frac{3}{7}x^2y^2$

प्रश्न 2: $5xy + 2xz + 3xy + x^2 + y^2$ में पदों की संख्या बताइए।

हल:
$5xy + 2xz + 3xy + x^2 + y^2$
$= 5xy + 3xy + 2xz + x^2 + yz$
$= 8xy + 2xz + x^2 + y^2$
जो चारपदीय व्यंजक है।
∴ पदों की संख्या = 4

प्रश्न 3: $\frac{5}{6}x + \frac{7}{6}x + \frac{1}{6}x$ का योगफल ज्ञात कीजिए।

हल:

$$\frac{5}{6}x + \frac{7}{6}x + \frac{1}{6}x$$

$$= \frac{5x + 7x + x}{6} = \frac{13x}{6}$$

प्रश्न 4: (2x + 7), (4x – 2) व (6x+4) का योगफल ज्ञात कीजिए।

हल:

$$\begin{array}{r} 2x + 7 \\ 4x - 2 \\ 6x + 4 \\ \hline 12x + 9 \end{array}$$

प्रश्न 5: ($x^2 + 2x$) को (2x + 3) से गुणा कीजिए।

हल:

$(x^2 + 2x)(2x + 3)$

$= x^2(2x + 3) + 2x(2x + 3)$

$= 2x^3 + 3x^2 + 4x^2 + 6x$

$= 2x^3 + 7x^2 + 6x$

प्रश्न 6: यदि x = 5, y = 2 हो तो ($3x^2 + 4xy + 2y^2$) का मान ज्ञात कीजिए।

हल:

$3x^2 + 4xy + 2y^2$

$= 3(5)^2 + 4(5)(2) + 2(2)^2$

$= 75 + 40 + 8$

$= 123$

प्रश्न 7: गुणनफल ज्ञात कीजिए

(3x + 5) (5x – 3)

हल:

(3x + 5) (5X – 3) = 3x(5x – 3) + 5(5x – 3)

= (3x) (5x) + (3x) (-3) + (5) (5x) + (5)(-3)
= $15x^2 - 9x + 25x - 15$
= $15x^2 + 16 - 15$

प्रश्न 8: यदि x = $\frac{1}{2}$,y = $\frac{1}{2}$ व z = $\frac{1}{3}$ हो तो $\frac{1}{8}$xyz का मान ज्ञात कीजिए।

हल:

$$\frac{1}{8}xyz$$
$$=\frac{1}{8}\times\frac{1}{2}\times\frac{2}{3}\times\frac{1}{3}$$
$$=\frac{1}{8\times3\times3}=\frac{1}{72}$$

VI. लघूत्तरात्मक प्रश्न

प्रश्न 1:

$\left(x-\frac{1}{x}\right)\left(x+\frac{1}{x}\right)\left(x^2+\frac{1}{x^2}\right)$ **को सरल कीजिए।**

हल:

$$\left(x-\frac{1}{x}\right)\left(x+\frac{1}{x}\right)\left(x^2+\frac{1}{x^2}\right)$$
$$=\left\{\left(x-\frac{1}{x}\right)\left(x+\frac{1}{x}\right)\right\}\left(x^2+\frac{1}{x^2}\right)$$
$$=\left(x^2-\frac{1}{x^2}\right)\left(x^2+\frac{1}{x^2}\right) \quad | \text{ सर्वसमिका III से}$$
$$=(x^2)^2-\left(\frac{1}{x^2}\right)^2 \quad | \text{ सर्वसमिका III से}$$
$$=x^4-\frac{1}{x^4}$$

प्रश्न 2: यदि $x^2+\frac{1}{x}$ = 7, तो $x^2+\frac{1}{x^2}$ का मान ज्ञात कीजिए।

हल:

$$x+\frac{1}{x}=7$$

दोनों पक्षों का वर्ग करने पर

$$x^2+2(x)\left(\frac{1}{x}\right)+\frac{1}{x^2}=49 \quad \text{सर्वसमिका I से}$$

$$\Rightarrow \quad x^2+2+\frac{1}{x^2}=49$$

$$\Rightarrow \quad x^2+\frac{1}{x^2}=49-2=47$$

प्रश्न 3: यदि $2(a^2 + b^2) = (a + b)^2$, तो सिद्ध कीजिए कि $a = b$

हल:

$2 (a^2 + b^2) = (a + b)^2$

$\Rightarrow 2a^2 + 2b^2 = a^2 + 2ab + b^2$ सर्वसमिका I से

$\Rightarrow a^2 – 2ab + b^2 = 0$

$\Rightarrow (a – b)^2 = 0$ सर्वसमिका II से

$\Rightarrow a – b = 0$

$\Rightarrow a = b$

प्रश्न 4: a का क्या मान होना चाहिए यदि $2x^2 + x – a$, 5 के बराबर है. जबकि $x = 0$

हल: प्रश्नानुसार

$2(0)^2 + (0) – a = 5$

$\Rightarrow – a = 5$,

$\Rightarrow a = -5$

प्रश्न 5: व्यंजक $2(a^2 + ab) + 3 – ab$ को सरल कीजिए और इसका मान ज्ञात कीजिए जब $a = 5$ और $b = – 3$

हल:

$2(a^2 + ab) + 3 – ab$

$= 2a^2 + 2ab + 3 – ab$

$= 2a^2 + ab + 3$

$= 2(5)^2 + (5) (- 3) + 3$ जब 4 = 5 और b = – 3

= 50 – 15 +3
= 38

प्रश्न 6: उचित सर्वसमिका का उपयोग करते हुए $(1.2)^2 – (0.8)^2$ का मान ज्ञात कीजिए।

हल:
$(1.2)^2 – (0.8)^2$ = (1.2 + 0.8) (1.2 – 0.8) सर्वसमिका III से
= (2) (0.4) = 0.8

प्रश्न 7: सर्वसमिका $(x + a) (x + b) = x^2 + (a + b) x + ab$ का उपयोग करते हुए निम्नांकित का मान ज्ञात कीजिए
201 x 202

हल:
201 x 202
= (200 + 1) x (200 + 2)
= (200) + (1 + 2) (200) + 1 x 2 प्रदत्त सर्वसमिका से
= 40000 + 600 + 2
= 40602

प्रश्न 8: $3x^2 – 4y^2 + 5xy + 20$ में क्या घटायें कि $-x^2 – y^2 +6xy + 20$ प्राप्त हो?

हल: अभीष्ट व्यंजक
= $(3x^2 – 4y^2 + 5xy + 20) – (-x^2– y^2 + 6xy + 20)$
= $3x^2 – 4y^2 + 5xy + 20 + x^2 + y^2 – 6xy – 20$
= $4x^2 – 3y^2 – xy$

प्रश्न 9: सरल कीजिए
$(a + b) (a – b) – (a^2 + b^2)$

हल:
$(a + b) (a – b) – (a^2 + b^2)$
= $a (a – b) + b (a – b) – a^2 – b^2$
= $a^2 – ab + ba – b^2 – a^2 – b^2$
= $a^2 – ab + ab – b^2 – a^2 – b^2$
= $a^2 – a^2 – ab + ab – b^2 – b^2$
= $0 + 0 – 2b^2$
= $– 2b^2$

प्रश्न 10: सर्वसमिका $a^2 – b^2 = (a + b) (a – b)$ का उपयोग करते हुए गुणनफल ज्ञात कीजिए
(i) (2a + 7) (2a – 7)
(ii) $(p^2 + q^2) (p^2 - q^2)$

हल:
(i) $(2a + 7) (2a – 7) = (2a)^2 – (7)^2$
$= 2^2a^2 – 7^2 = 4a^2 – 49$

(ii) $(p^2 + q^2) (p^2 – q^2) = (p^2)^2 – (q^2)^2$
$= p^4 – q^4$

प्रश्न 11: उचित सर्वसमिका का उपयोग करते हुए गुणनफल ज्ञात कीजिए
(i) (5x – 3) (5x + 3)
(ii) 103 x 99

हल:
(i) (5x- 3) (5x + 3)
$= (5x)^2 – (3)^2$ सर्वसमिका 3 से
$= 25x^2 – 9$

(ii) 103 x 99
(100 + 3) x (100 – 1)
(100 + 3) X {100 + (- 1)} = (100) + {3 + (-1)} 100 + (3) (-1) प्रदत्त सर्वसमिका से
= 1000 + 200 – 3
= 10197

प्रश्न 12: सरल कीजिए-$(x – 5)^2 + 10x$

हल:
$(x – 5)^2 + 10x = x^2 – 2 x x x 5 + (5)^2 + 10x$
[सूत्र – $(a – b)^2 = a^2 – 2ab + b^2$)
$= x^2 – 10 + 25 + 10x$
$= x^2 + 25$

प्रश्न 13: उपयुक्त सर्वसमिका का उपयोग करते हुए 72 x 68 का मान ज्ञात कीजिए।

हल:
72 X 68 = (70 + 2) (70 – 2)

$= (70)^2 - (2)^2$

सर्वसमिका का प्रयोग करने पर

[सर्वसमिका $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$]

$= 4900 - 4$

$= 4896$