গণিতপ্রভা

অষ্টম শ্রেণি

পশ্চিমবঙ্গ মধ্যশিক্ষা পর্ষদ

প্রথম সংস্করণ: ডিসেম্বর, ২০১৩
দ্বিতীয় সংস্করণ: ডিসেম্বর, ২০১৪
তৃতীয় সংস্করণ: ডিসেম্বর, ২০১৫
চতুর্থ সংস্করণ: ডিসেম্বর, ২০১৬
পঞ্চম সংস্করণ: ডিসেম্বর, ২০১৭

গ্রন্থস্বত্ব : পশ্চিমবঙ্গ মধ্যশিক্ষা পর্ষদ

প্রকাশক :
অধ্যাপিকা নবনীতা চ্যাটার্জি
সচিব, পশ্চিমবঙ্গ মধ্যশিক্ষা পর্ষদ
৭৭/২, পার্ক স্ট্রিট, কলকাতা-৭০০ ০১৬

মুদ্রক :
ওয়েস্ট বেঙ্গল টেক্সট বুক কর্পোরেশন লিমিটেড
(পশ্চিমবঙ্গ সরকারের উদ্যোগ)
কলকাতা-৭০০ ০৫৬

ভারতের সংবিধান

প্রস্তাবনা

আমরা, ভারতের জনগণ, ভারতকে একটি **সার্বভৌম সমাজতান্ত্রিক ধর্মনিরপেক্ষ গণতান্ত্রিক সাধারণতন্ত্র** রূপে গড়ে তুলতে সত্যনিষ্ঠার সঙ্গে শপথ গ্রহণ করছি এবং তার সকল নাগরিক যাতে: সামাজিক, অর্থনৈতিক ও রাজনৈতিক **ন্যায়বিচার**; চিন্তা, মতপ্রকাশ, বিশ্বাস, ধর্ম এবং উপাসনার **স্বাধীনতা**; সামাজিক প্রতিষ্ঠা অর্জন ও সুযোগের **সমতা** প্রতিষ্ঠা করতে পারে এবং তাদের সকলের মধ্যে ব্যক্তি-সম্ভ্রম ও জাতীয় ঐক্য এবং সংহতি সুনিশ্চিত করে **সৌভ্রাতৃত্ব** গড়ে তুলতে; **আমাদের গণপরিষদে**, আজ, 1949 সালের 26 নভেম্বর, **এতদ্বারা এই সংবিধান গ্রহণ করছি, বিধিবদ্ধ করছি** এবং **নিজেদের অর্পণ করছি**।

THE CONSTITUTION OF INDIA

PREAMBLE

WE, THE PEOPLE OF INDIA, having solemnly resolved to constitute India into a SOVEREIGN SOCIALIST SECULAR DEMOCRATIC REPUBLIC and to secure to all its citizens : JUSTICE, social, economic and political; LIBERTY of thought, expression, belief, faith and worship; EQUALITY of status and of opportunity and to promote among them all – FRATERNITY assuring the dignity of the individual and the unity and integrity of the Nation; IN OUR CONSTITUENT ASSEMBLY this twenty-sixth day of November 1949, do HEREBY ADOPT, ENACT AND GIVE TO OURSELVES THIS CONSTITUTION.

ভূমিকা

জাতীয় পাঠক্রমের রূপরেখা ২০০৫ এবং শিক্ষা অধিকার আইন ২০০৯ দলিল দুটিকে গুরুত্ব দিয়ে ২০১১ সালে পশ্চিমবঙ্গ সরকার কর্তৃক গঠিত 'বিশেষজ্ঞ কমিটি'কে বিদ্যালয়স্তরের পাঠক্রম, পাঠ্যসূচি এবং পাঠ্যপুস্তকগুলির সমীক্ষা ও পুনর্বিবেচনার দায়িত্ব দেওয়া হয়েছিল। এই কমিটির বিষয় বিশেষজ্ঞদের আন্তরিক চেষ্টা ও নিরলস পরিশ্রমের ফসল হলো এই বইটি।

এই গণিত বইটি অষ্টম শ্রেণির পাঠ্যসূচি অনুযায়ী প্রণয়ন করা হয়েছে ও নামকরণ করা হয়েছে 'গণিতপ্রভা'। এই বইটিতে গণিতকে ভাষা হিসাবে চর্চা করার প্রতিষ্ঠিত ধারা অনুসৃত হয়েছে যাতে করে গণিতের ভাষায় ভাষান্তরিত সমস্যাটি দেখে শিক্ষার্থীরা বুঝতে পারে সংশ্লিষ্ট সমস্যায় কোন গাণিতিক প্রক্রিয়া, সূত্র বা পদ্ধতি প্রয়োগের প্রয়োজন।

পাটীগণিত, বীজগণিত ও জ্যামিতি বিষয়গুলিকে সুন্দর ও সহজভাষায় এমনভাবে বর্ণনা করা হয়েছে যাতে করে সমস্ত শিক্ষার্থী ভালোভাবে বিষয়টি আয়ত্ত করতে পারে। গণিতকে শিক্ষার্থীর ব্যক্তি জীবন, পরিবার ও সমাজের নানা সমস্যা সমাধানের সফল হাতিয়ার হিসাবে প্রতিষ্ঠিত করার চেষ্টাকে অধিকতর ভালোভাবে প্রসারিত করা হয়েছে।

প্রথিতযশা শিক্ষক, শিক্ষাপ্রেমী শিক্ষাবিদ, বিষয় বিশেষজ্ঞ ও অলংকরণের জন্য বিখ্যাত শিল্পীবৃন্দ — যাঁদের ঐকান্তিক চেষ্টায় ও নিরলস পরিশ্রমের ফলে এই সর্বাঙ্গসুন্দর গুরুত্বপূর্ণ বইটির প্রকাশ সম্ভব হয়েছে তাঁদের সকলকে পর্ষদের পক্ষ থেকে আন্তরিক ধন্যবাদ ও কৃতজ্ঞতা জানাই।

পশ্চিমবঙ্গ সর্বশিক্ষা মিশনের সহায়তায় বইটি ছাত্রছাত্রীদের মধ্যে বিনামূল্যে বিতরণ করা হয়। এই প্রকল্পকে কার্যকরী করার জন্য মাননীয় শিক্ষামন্ত্রী ড. পার্থ চ্যাটার্জী, পশ্চিমবঙ্গ সরকার, পশ্চিমবঙ্গ সরকারের বিদ্যালয় শিক্ষাদপ্তর, পশ্চিমবঙ্গ বিদ্যালয় শিক্ষা অধিকার এবং পশ্চিমবঙ্গ সর্বশিক্ষা মিশন সাহায্য করে পর্ষদকে কৃতজ্ঞতাপাশে আবদ্ধ করেছেন।

আশা করি পর্ষদ প্রকাশিত এই 'গণিতপ্রভা' বইটি শিক্ষার্থীদের কাছে বিজ্ঞানের বিষয়গুলি আকর্ষণীয় করে তুলতে গুরুত্বপূর্ণ ভূমিকা পালন করবে এবং মাধ্যমিকস্তরে গণিতচর্চার মান উন্নততর করতে সহায়ক হবে। ছাত্রছাত্রীরা ও উদ্বুদ্ধ হবে। এইভাবে সার্থক হবে পর্ষদের সামাজিক দায়বদ্ধতা।

সমস্ত শিক্ষাপ্রেমী, শিক্ষক শিক্ষিকা ও সংশ্লিষ্ট সকলের কাছে আমার সনির্বন্ধ অনুরোধ তাঁরা যেন বিনা দ্বিধায় বইটির ত্রুটি-বিচ্যুতি পর্ষদের নজরে আনেন যাতে করে পরবর্তী সংস্করণে সংশোধনের সুযোগ পাওয়া যায়। এতে বইটির মান উন্নত হবে এবং ছাত্রসমাজ উপকৃত হবে। ইংরেজিতে একটি আপ্তবাক্য আছে যে, 'even the best can be bettered'। বইটির উৎকর্ষ বৃদ্ধির জন্য শিক্ষক সমাজের ও বিদ্যোৎসাহী ব্যক্তিদের গঠনমূলক মতামত ও সুপরামর্শ সাদরে গৃহীত হবে।

ডিসেম্বর, ২০১৭
৭৭/২ পার্ক স্ট্রিট
কলকাতা-৭০০ ০১৬

কল্যাণময় গঙ্গোপাধ্যায়
প্রশাসক
পশ্চিমবঙ্গ মধ্যশিক্ষা পর্ষদ

প্রাক্‌কথন

পশ্চিমবঙ্গের মাননীয়া মুখ্যমন্ত্রী শ্রীমতী মমতা বন্দ্যোপাধ্যায় ২০১১ সালে বিদ্যালয় শিক্ষার ক্ষেত্রে একটি 'বিশেষজ্ঞ কমিটি' গঠন করেন। এই বিশেষজ্ঞ কমিটির ওপর দায়িত্ব ছিল বিদ্যালয় স্তরের সমস্ত পাঠক্রম, প্যাঠ্যসূচি এবং পাঠ্যপুস্তক-এর পর্যালোচনা, পুনর্বিবেচনা এবং পুনর্বিন্যাসের প্রক্রিয়া পরিচালনা করা। সেই কমিটির সুপারিশ অনুযায়ী নতুন পাঠক্রম, পাঠ্যসূচি এবং পাঠ্যপুস্তক নির্মিত হলো। পুরো প্রক্রিয়ার ক্ষেত্রেই জাতীয় পাঠক্রমের রূপরেখা ২০০৫ এবং শিক্ষার অধিকার আইন ২০০৯ (RTE Act, 2009) নথিদুটিকে আমরা অনুসরণ করেছি। পাশাপাশি সমগ্র পরিকল্পনার ভিত্তি হিসেবে আমরা গ্রহণ করেছি রবীন্দ্রনাথ ঠাকুরের শিক্ষাদর্শের রূপরেখাকে।

উচ্চ-প্রাথমিক স্তরের গণিত বইয়ের নাম 'গণিতপ্রভা'। বইটিতে ধাপে ধাপে গাণিতিক সমস্যাবলি সমাধানের পদ্ধতি শেখানো হয়েছে। শিক্ষার্থীর সুবিধার জন্য প্রতিটি ক্ষেত্রেই সযত্নে মৌল ধারণাগুলিকে প্রাঞ্জল ভাষায় এবং হাতেকলমে পদ্ধতিতে উপস্থাপন করা হয়েছে। 'গণিত' বিষয়টিকে বৈচিত্র্যময় এবং আকর্ষণীয় করে তোলার সযত্ন প্রয়াস বইটিতে সহজেই লক্ষ করা যাবে। শিক্ষার্থীর প্রায়োগিক সামর্থ্যবৃদ্ধির দিকেও আমরা তীক্ষ্ণ নজর রেখেছি। আশা করা যায় শিক্ষার্থীমহলে বইটি সমাদৃত হবে। এই 'গণিতপ্রভা' পুস্তকটি নতুন শিক্ষাবর্ষে (২০১৮) পশ্চিমবঙ্গ সর্বশিক্ষা মিশনের সহায়তায় রাজ্যের শিক্ষার্থীদের হাতে বিনামূল্যে বিতরণ করা হবে।

নির্বাচিত শিক্ষাবিদ, শিক্ষক-শিক্ষিকা এবং বিষয়-বিশেষজ্ঞবৃন্দ অল্প সময়ের মধ্যে বইটি প্রস্তুত করেছেন। পশ্চিমবঙ্গের মাধ্যমিক শিক্ষার সারস্বত নিয়ামক পশ্চিমবঙ্গ মধ্যশিক্ষা পর্ষদ পাঠ্যপুস্তকটিকে অনুমোদন করে আমাদের বাধিত করেছেন। বিভিন্ন সময়ে পশ্চিমবঙ্গ মধ্যশিক্ষা পর্ষদ, পশ্চিমবঙ্গ সরকারের শিক্ষা দপ্তর, পশ্চিমবঙ্গ সর্বশিক্ষা মিশন, পশ্চিমবঙ্গ শিক্ষা অধিকার প্রভৃত সহায়তা প্রদান করেছেন। তাঁদের ধন্যবাদ।

পশ্চিমবঙ্গের মাননীয় শিক্ষামন্ত্রী ড. পার্থ চ্যাটার্জী প্রয়োজনীয় মতামত এবং পরামর্শ দিয়ে আমাদের বাধিত করেছেন। তাঁকে আমাদের কৃতজ্ঞতা জানাই।

বইটির উৎকর্ষবৃদ্ধির জন্য শিক্ষাপ্রেমী মানুষের মতামত, পরামর্শ আমরা সাদরে গ্রহণ করব।

ডিসেম্বর, ২০১৭
নিবেদিতা ভবন, পঞ্চমতল
বিধাননগর, কলকাতা - ৭০০ ০৯১

অতীক মজুমদার

চেয়ারম্যান
'বিশেষজ্ঞ কমিটি'
বিদ্যালয় শিক্ষা দপ্তর, পশ্চিমবঙ্গ সরকার

বিশেষজ্ঞ কমিটি পরিচালিত পাঠ্যপুস্তক প্রণয়ন পর্ষদ

নির্মাণ ও বিন্যাস

অভীক মজুমদার (চেয়ারম্যান, বিশেষজ্ঞ কমিটি)

রথীন্দ্রনাথ দে (সদস্য সচিব, বিশেষজ্ঞ কমিটি)

শংকরনাথ ভট্টাচার্য

সুমনা সোম

তপসুন্দর বন্দ্যোপাধ্যায়

মলয় কৃষ্ণ মজুমদার

পার্থ দাস

প্রদ্যুৎ পাল

প্রচ্ছদ ও অলংকরণ

শংকর বসাক

রূপায়ণ

বিপ্লব মণ্ডল

সহায়তা

অনুপম দত্ত, পিনাকী দে

সূ চি প ত্র

অধ্যায়	বিষয়	পৃষ্ঠা
1	পূর্বপাঠের পুনরালোচনা	1
2	পাই চিত্র	21
3	মূলদ সংখ্যার ধারণা	31
4	বীজগাণিতিক সংখ্যামালার গুণ ও ভাগ	42
5	ঘনফল নির্ণয়	50
6	পূরক কোণ, সম্পূরক কোণ ও সন্নিহিত কোণ	65
7	বিপ্রতীপ কোণের ধারণা	72
8	সমান্তরাল সরলরেখা ও ছেদকের ধর্ম	79
9	ত্রিভুজের দুটি বাহু ও তাদের বিপরীত কোণের সম্পর্ক	91
10	ত্রৈরাশিক	98
11	শতকরা	105
12	মিশ্রণ	113
13	বীজগাণিতিক সংখ্যামালার উৎপাদকে বিশ্লেষণ	120
14	বীজগাণিতিক সংখ্যামালার গ.সা.গু. ও ল.সা.গু.	132
15	বীজগাণিতিক সংখ্যামালার সরলীকরণ	137
16	ত্রিভুজের কোণ ও বাহুর মধ্যে সম্পর্কের যাচাই	143
17	সময় ও কার্য	159
18	লেখচিত্র	172
19	সমীকরণ গঠন ও সমাধান	183
20	জ্যামিতিক প্রমাণ	193
21	ত্রিভুজ অঙ্কন	208
22	সমান্তরাল সরলরেখা অঙ্কন	214
23	প্রদত্ত সরলরেখাংশকে সমান তিনটি, পাঁচটি ভাগে বিভক্ত করা	220
24	মজার অঙ্ক	224
25	মিলিয়ে দেখি	229

1. পূর্বপাঠের পুনরালোচনা

আমাদের আসাদপুর গ্রামের স্কুল বাড়ি মেরামত করা হবে। এবছরে আমরা কিছু প্রাক্তন ছাত্র-ছাত্রীরা এই কাজের দায়িত্ব নিয়েছি। এই স্কুলবাড়িতে ছোটো-বড়ো দুটি ঘর আছে।
আমি ও তথাগত প্রথম শ্রেণির ঘর
মেরামত করতে কত খরচ পড়বে হিসাব করি।

1 মেপে দেখছি প্রথম শ্রেণির ঘরের দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও উচ্চতা যথাক্রমে 5 মিটার, 4 মিটার ও 3 মিটার। প্রতি বর্গমিটারে 55 টাকা হিসাবে ওই ঘরের মেঝে সিমেন্ট করতে কত টাকা খরচ পড়বে হিসাব করি।

প্রথম শ্রেণির ঘরের মেঝের ক্ষেত্রফল কত হবে দেখি।

ওই ঘরের মেঝের ক্ষেত্রফল (☐ × ☐) বর্গমিটার

= ☐ বর্গমিটার

∴ ওই ঘরের মেঝে সিমেন্ট করতে খরচ পড়বে (☐ × ☐) টাকা

= ☐ টাকা।

2 ওই প্রথম শ্রেণির ঘরে 2 মিটার × 1.4 মিটার মাপের একটি দরজা এবং 1.3 মিটার ×1.2 মিটার মাপের 2টি জানালা আছে। প্রতি বর্গমিটারে 42 টাকা হিসাবে ওই ঘরের 2 টি জানালা ও 1 টি দরজা রং করতে কত খরচ পড়বে দেখি।

প্রথমে ওই ঘরের 1টি দরজা ও 1টি জানালার ক্ষেত্রফল হিসাব করি।

ওই ঘরের দরজার ক্ষেত্রফল 2 মিটার × 1.4 মিটার = 2.8 বর্গমিটার।

ওই ঘরের একটি জানালার ক্ষেত্রফল = 1.3 মিটার × 1.2 মিটার = ☐ বর্গমিটার।

∴ দুটি জানালার ক্ষেত্রফল 2 × 1.56 বর্গমিটার = 3.12 বর্গমিটার।

∴ 1টি দরজা ও 2 টি জানালার মোট ক্ষেত্রফল = (2.8 + 3.12) বর্গমিটার = 5.92 বর্গমিটার।

∴ প্রতি বর্গমিটারে 42 টাকা হিসাবে দরজা ও জানালাগুলি রং করতে
মোট খরচ হবে = ☐ × ☐ টাকা = ☐ টাকা।

3 এবার যদি ঘরের চার দেয়াল ও ছাদ চুনকাম করি তবে প্রতি বর্গমিটারে 6 টাকা হিসাবে মোট কত খরচ পড়বে হিসাব করি।

দরজা ও জানালা সমেত চার দেয়াল এবং ছাদের ক্ষেত্রফল

$= 2 \times$ দৈর্ঘ্য $\times$ উচ্চতা $+ 2 \times$ প্রস্থ $\times$ উচ্চতা $+$ দৈর্ঘ্য $\times$ প্রস্থ

$= (2 \times 5 \times 3 + 2 \times 4 \times 3 + 5 \times 4)$ বর্গমিটার

$= (30 + 24 + 20)$ বর্গমিটার

$=$ ☐ বর্গমিটার

∴ দরজা ও জানালা বাদ দিয়ে চার দেয়াল ও ছাদের ক্ষেত্রফল = ☐ বর্গমি. – ☐ বর্গমি. = ☐ বর্গমি.

∴ চার দেয়াল ও ছাদ চুনকাম করতে মোট খরচ পড়বে = ☐ × ☐ টাকা = ☐ টাকা

মোট খরচ পড়ল = ☐ টাকা + ☐ টাকা + ☐ টাকা = ☐ টাকা

4 দ্বিতীয় শ্রেণির ঘরের দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও উচ্চতা যথাক্রমে 6 মিটার, 4 মিটার ও 3 মিটার। 2 মিটার × 1.3 মিটার মাপের 1টি দরজা ও 1.4 মিটার × 1.2 মিটার মাপের দুটি জানালা আছে। একই হিসাবে দ্বিতীয় শ্রেণির ঘরের মেঝে সিমেন্ট করতে, জানালা ও দরজা রং করতে এবং ছাদ ও দেয়াল চুনকাম করতে মোট কত টাকা খরচ পড়বে হিসাব করি। [নিজে করি]

5 আমাদের স্কুলের পিছনের দিকে আয়তক্ষেত্রাকার খেলার মাঠ আছে। এই খেলার মাঠের দৈর্ঘ্য 40 মিটার এবং প্রস্থ 20 মিটার। ওই খেলার মাঠের ভিতরের চারদিকে 3 মিটার চওড়া একটি রাস্তা আছে। প্রতি বর্গমিটারে 95 টাকা হিসাবে রাস্তা বাঁধাই করতে মোট কত খরচ পড়বে হিসাব করি।

রাস্তা সমেত আয়তক্ষেত্রাকার মাঠের ক্ষেত্রফল (40×20) বর্গমিটার

$=$ ☐ বর্গমিটার

রাস্তা বাদে আয়তক্ষেত্রাকার মাঠের দৈর্ঘ্য = 40 মিটার – 2×3 মিটার

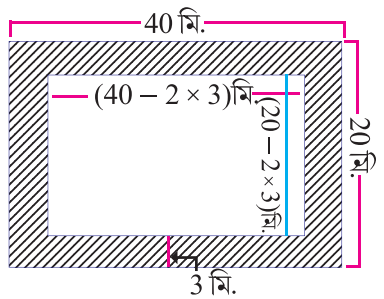
$= (40 - 6)$ মিটার

$= 34$ মিটার

রাস্তা বাদে আয়তক্ষেত্রাকার মাঠের প্রস্থ = 20 মিটার – 2×3 মিটার

$= (20 - 6)$ মিটার

$= 14$ মিটার



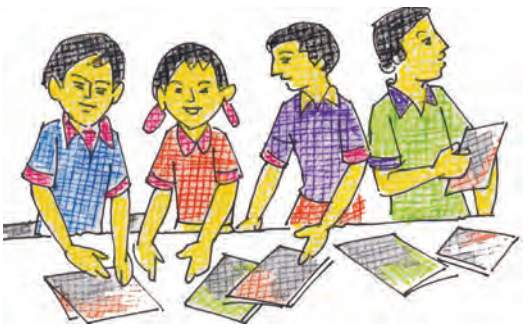
∴ রাস্তা বাদে আয়তক্ষেত্রাকার জমির ক্ষেত্রফল = 34 মিটার × 14 মিটার
= 476 বর্গমিটার।

∴ রাস্তার ক্ষেত্রফল = 800 বর্গমিটার – ☐ বর্গমিটার
= ☐ বর্গমিটার

∴ প্রতি বর্গমিটারে 95 টাকা হিসাবে এই রাস্তা তৈরি করতে খরচ পড়বে
= ☐ × ☐ টাকা = ☐ টাকা

6 যদি এই খেলার মাঠের বাইরের চারদিকে 3 মিটার চওড়া রাস্তা থাকত তখন ওই একই হিসাবে রাস্তা তৈরি করতে কত টাকা খরচ হবে হিসাব করি [নিজে করি]

রঙিন কাগজের মজার খেলা



আজ আমরা অনেকে মিলে ঠিক করেছি যে নানা আকারের ছোটো বড়ো আয়তক্ষেত্রাকার ও বর্গক্ষেত্রাকার রঙিন কাগজ কাটব ও তাতে কিছু কালো রঙের কাগজ কেটে সমান চওড়া রাস্তা তৈরি করে ওই রঙিন কাগজে আটকাব।

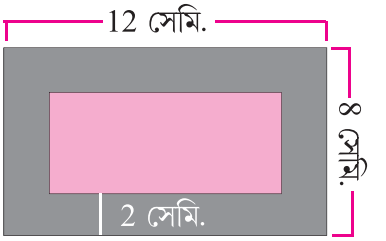
7 প্রতিটি রঙিন কাগজে কালো রং কতটা জায়গা জুড়ে আছে দেখি।

কালো রঙের রাস্তা সমেত কাগজের ক্ষেত্রফল ☐ × ☐ বর্গসেমি.
= ☐ বর্গসেমি.

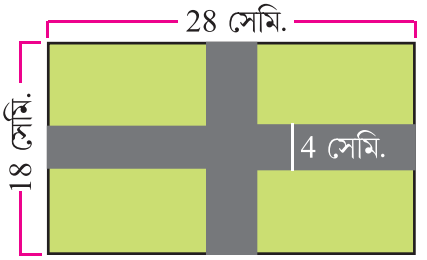
কালো রঙের রাস্তা বাদে কাগজের ক্ষেত্রফল = ☐ বর্গসেমি.

∴ কালো রঙের রাস্তার ক্ষেত্রফল = ☐ বর্গসেমি.

তীর্থঙ্কর আঁকল —



তিতলি আঁকল —



কালো রঙের রাস্তা দুটি সবুজ রঙের কাগজের একেবারে মাঝখান দিয়ে আটকেছি। তাই চারটি সবুজ রঙের সমান ক্ষেত্রফলবিশিষ্ট আয়তক্ষেত্র পেয়েছি।

∴ 1টি সবুজ রঙের আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য = $\frac{28-4}{2}$ সেমি.
= ☐ সেমি.

1টি সবুজ রঙের আয়তক্ষেত্রের প্রস্থ = $\frac{18-4}{2}$ সেমি.
= ☐ সেমি.

∴ 1টি সবুজ রঙের আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = ☐ × ☐ বর্গসেমি.

= ☐ বর্গসেমি.

∴ 4টি সবুজ রঙের আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = 4 × ☐ বর্গসেমি.

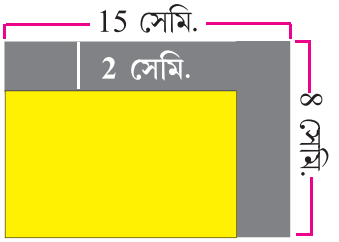
= ☐ বর্গসেমি.

কালো রঙের রাস্তা সমেত বড়ো আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = ☐ × ☐ বর্গসেমি.

= ☐ বর্গসেমি.

∴ তিতলির আঁকা কালো রঙের রাস্তার ক্ষেত্রফল = (☐ – ☐) বর্গসেমি.

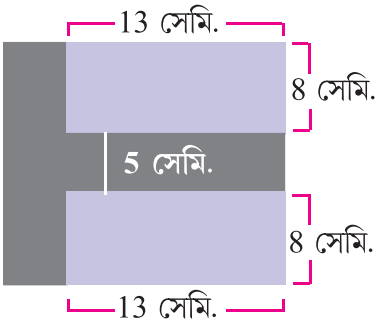
= ☐ বর্গসেমি.।



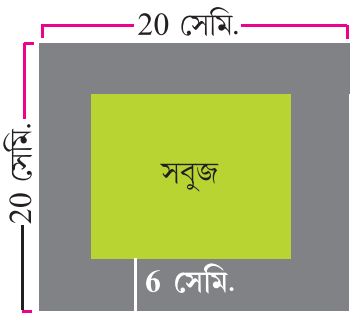
← সোফিয়া আঁকল

8 সোফিয়ার তৈরি ছবির কালো রঙের রাস্তার ক্ষেত্রফল ☐ বর্গসেমি.। [নিজে করি]

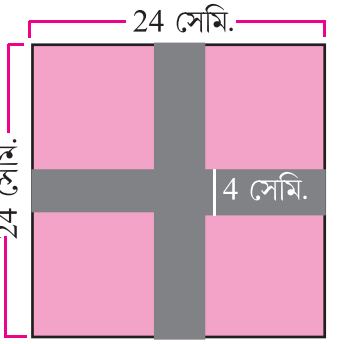
অন্য বন্ধুরা আঁকল —



ডেভিড আঁকল



ফারুক আঁকল



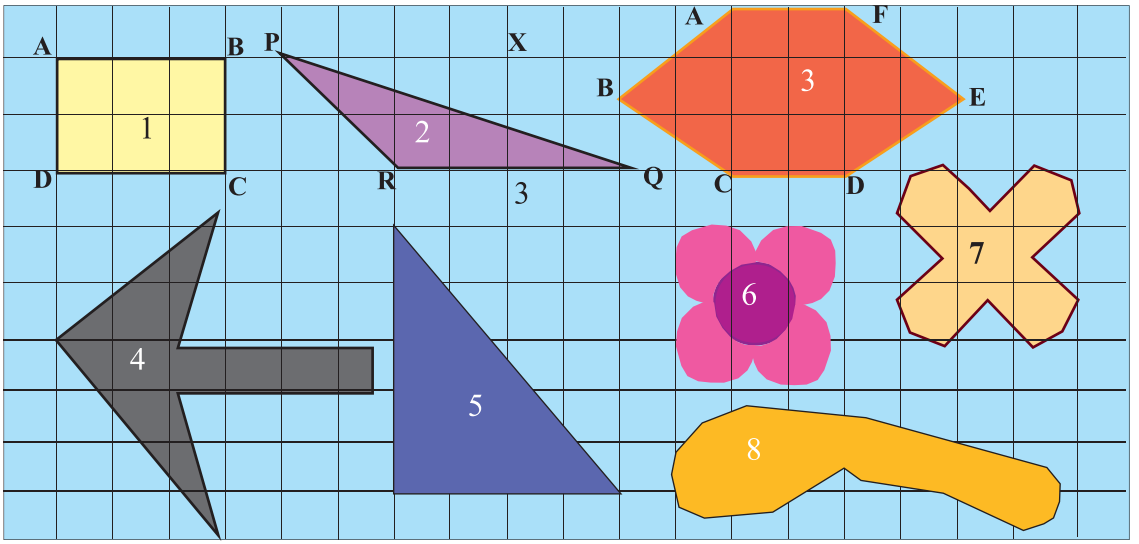
মিতালী আঁকল

দেখছি কালো রাস্তাটি বর্গক্ষেত্রকে 4 টি সমান ক্ষেত্রফলবিশিষ্ট বর্গক্ষেত্রে ভাগ করেছে।

9 ডেভিড , ফারুক ও মিতালীর আঁকা ছবি দেখি ও কালো রঙের রাস্তার ক্ষেত্রফল হিসাব করে লিখি। [নিজে করি]

কষে দেখি — 1.1

1. নীচের ছক কাগজে ছবি দেখি ও ছবিগুলি কতটা জায়গা জুড়ে আছে লিখি —



আকার	অধিকৃত সম্পূর্ণ ক্ষুদ্রতম বর্গক্ষেত্রাকার ঘরের সংখ্যা	অধিকৃত অর্ধেক ক্ষুদ্রতম বর্গক্ষেত্রাকার ঘরের সংখ্যা	অধিকৃত অর্ধেকের বেশি ক্ষুদ্রতম বর্গক্ষেত্রাকার ঘরের সংখ্যা	অধিকৃত অর্ধেকের কম ক্ষুদ্রতম বর্গক্ষেত্রাকার ঘরের সংখ্যা	মোট ক্ষেত্রফল (1টি ক্ষুদ্রতম বর্গক্ষেত্রাকার ঘরের ক্ষেত্রফল=1বর্গসেমি.)
1					
2					
3					
4					
5					
6					
7					
8					

2. আমিনাদের বাড়ির আয়তক্ষেত্রাকার উঠানের দৈর্ঘ্য 6 মিটার এবং প্রস্থ 4.2 মিটার। ওই উঠানের মাঝখানে 3.5 মিটার × 2.5 মিটার মাপের একটি আয়তক্ষেত্রাকার শতরঞ্জি পাতলাম। শতরঞ্জি বাদে বাকি উঠানের ক্ষেত্রফল হিসাব করে লিখি।

3. অজন্তা হাউসিং কমপ্লেক্সের বর্গক্ষেত্রাকার পার্কের বাইরের চারদিকে 3 মিটার চওড়া একটি রাস্তা আছে। রাস্তাসমেত পার্কের পরিসীমা 484 মিটার হলে রাস্তাটির ক্ষেত্রফল হিসাব করি।

4. মিহিরদের আয়তক্ষেত্রাকার বাগানের দৈর্ঘ্য 50 মিটার এবং প্রস্থ 30 মিটার। ওই বাগানের মাঝবরাবর দৈর্ঘ্যের সমান্তরাল 4 মিটার চওড়া একটি রাস্তা বাগানটিকে দুটি সমান ক্ষেত্রফল বিশিষ্ট আয়তক্ষেত্রাকার খণ্ডে ভাগ করেছে। রাস্তাটির ক্ষেত্রফল নিজে এঁকে হিসাব করে লিখি।

   a) যদি 4 মিটার চওড়া রাস্তাটি বাগানের মাঝবরাবর প্রস্থের সমান্তরালে হতো এবং বাগানটিকে দুটি সমান খণ্ডে ভাগ করত তবে রাস্তাটির ক্ষেত্রফল কী হতো তা নিজে এঁকে হিসাব করে লিখি।

   b) যদি মিহিরদের বাগানের মাঝবরাবর দৈর্ঘ্য ও প্রস্থের সমান্তরাল দুটি রাস্তা থাকত এবং মিহিরদের বাগানকে 4 টি সমান খণ্ডে ভাগ করত তখন রাস্তার ক্ষেত্রফল কী হতো নিজে এঁকে হিসাব করে লিখি।

5. আমাদের বাড়ির পাশে পাপিয়াদের আয়তক্ষেত্রাকার জমি আছে। এই আয়তক্ষেত্রাকার জমির দৈর্ঘ্য 48 মিটার এবং প্রস্থ 26 মিটার। পাপিয়ারা তাদের জমির চারদিকে 4 মিটার ছেড়ে বাড়ি তৈরি করবে। হিসাব করে দেখি পাপিয়ারা কত বর্গমিটারে তাদের বাড়ি তৈরি করবে।

6. আমার ভাই দীপু একটি আয়তক্ষেত্রাকার কাগজের পুরোটায় ছবি এঁকেছে যার দৈর্ঘ্য 15 সেমি. এবং প্রস্থ 8 সেমি.।

   a) যদি দীপু আয়তক্ষেত্রাকার কাগজের প্রস্থ একই রেখে দৈর্ঘ্য দ্বিগুণ করত তবে তার ছবির কাগজের ক্ষেত্রফলের কী পরিবর্তন হতো হিসাব করে লিখি।

   (b) যদি দীপু তার ছবির কাগজের দৈর্ঘ্য একই রেখে প্রস্থ দ্বিগুণ করত তখন তার ছবির কাগজের ক্ষেত্রফলের কী পরিবর্তন হতো হিসাব করি।

   (c) যদি দীপু তার ছবির কাগজের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ উভয়কেই দ্বিগুণ করত তখন তার ছবির কাগজের ক্ষেত্রফল (a) নং ছবির কাগজের ক্ষেত্রফলের কতগুণ হতে পারে হিসাব করি।

   (d) কিন্তু দীপু যদি তার ছবির কাগজের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ উভয়কেই অর্ধেক করত তখন তার ছবির কাগজের ক্ষেত্রফলের কী পরিবর্তন হতো হিসাব করে দেখি।

7. আমি তিনটি বর্গক্ষেত্রাকার কাগজ কাটি এবং ক্ষেত্রফলের কীরূপ পরিবর্তন হবে দেখি।

   যদি, (a) দৈর্ঘ্য দ্বিগুণ করা হয়,
   (b) দৈর্ঘ্য অর্ধেক করা হয়।

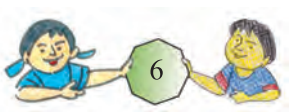
8. আমাদের পাড়ার ক্লাবঘরের দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও উচ্চতা যথাক্রমে 7.2 মিটার, 5.5 মিটার ও 4.2 মিটার। ঘরে 3 মিটার লম্বা ও 1.8 মিটার চওড়া 1 টি দরজা এবং 2.25 মিটার লম্বা ও 1.8 মিটার চওড়া মাপের 2টি জানালা আছে।

   (a) ক্লাবঘরের মেঝের ক্ষেত্রফল কত হিসাব করি। মেঝে সিমেন্ট করতে প্রতি বর্গমিটারে 62 টাকা হিসাবে কত খরচ পড়বে তা হিসাব করে দেখি।

   (b) দরজা ও জানালা বাদে ভিতরের চার দেয়ালের ক্ষেত্রফল হিসাব করে লিখি।

   (c) ঘরের ভিতরের ছাদের ক্ষেত্রফল হিসাব করে লিখি।

   (d) প্রতি বর্গমিটার 12 টাকা হিসাবে দরজা ও জানালা বাদে ঘরের ভিতরের দিকের চার দেয়াল ও ছাদ চুনকাম করতে কত খরচ পড়বে হিসাব করে লিখি।

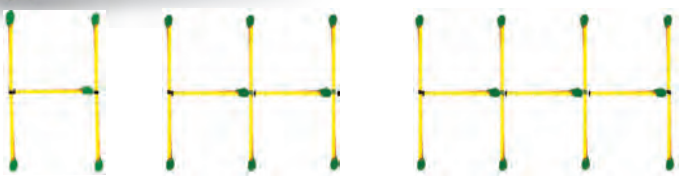


রঙিন কাঠি নানানভাবে সাজাই

আমি, সাত্যকী, অমিতা ও অয়ন অনেকগুলি রঙিন দেশলাই কাঠি একটি সাদা কাগজের উপর নানান সজ্জায় আঠা দিয়ে আটকাচ্ছি। এই রঙিন কাঠির সজ্জা আমরা আমাদের শ্রেণিকক্ষে টাঙিয়ে রাখব।

সাত্যকী ঠিক করল আমাদের প্রত্যেকের সজ্জায় কতগুলি কাঠি লাগছে সে গুনে লিখবে।

আমি সাজালাম →

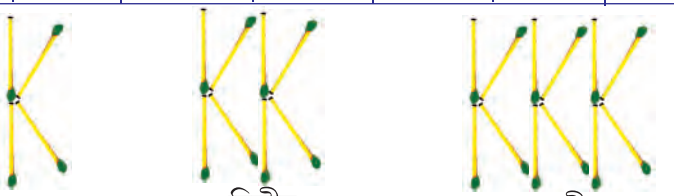


. . . . . .

সাত্যকী লিখল— প্রথম দ্বিতীয় তৃতীয়

সজ্জার স্থান	প্রথম	দ্বিতীয়	তৃতীয়	চতুর্থ	পঞ্চম	. . . . .	n-তম
দেশলাই কাঠির সংখ্যা	5	8	☐	☐	☐	. . . . .	☐

অয়ন সাজাল →



. . . . . .

সাত্যকী লিখল— প্রথম দ্বিতীয় তৃতীয়

সজ্জার স্থান	প্রথম	দ্বিতীয়	তৃতীয়	চতুর্থ	পঞ্চম	. . . . .	n-তম
দেশলাই কাঠির সংখ্যা	4	8	☐	☐	☐	. . . . .	☐

অমিতা সাজাল →

....

সাত্যকী লিখল— প্রথম দ্বিতীয় তৃতীয়

সজ্জার স্থান	প্রথম	দ্বিতীয়	তৃতীয়	চতুর্থ	পঞ্চম	. . . . .	n-তম
দেশলাই কাঠির সংখ্যা	3	5	☐	☐	☐	. . . . .	☐

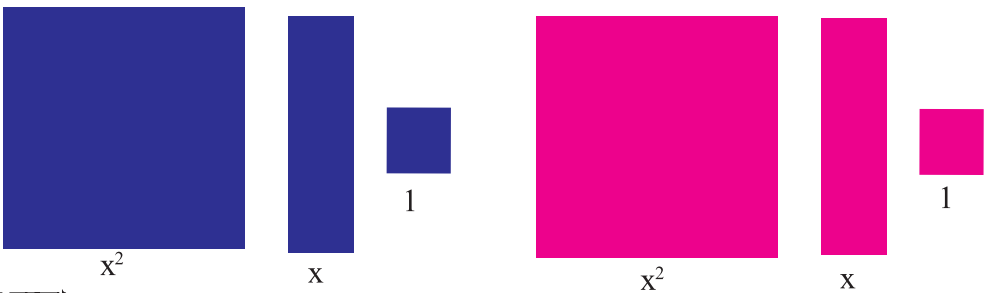
নিজে করি — 1.1

1) এই তিনরকম n-তম সজ্জায় মোট কতগুলি কাঠি লাগল হিসাব করি।

2) আমি নিজে একইরকম রঙিন কাঠি দিয়ে একটি সজ্জা তৈরি করি ও তার n-তম সজ্জার কাঠির সংখ্যা লিখি।

হাতেকলমে

অনেকগুলি আয়তক্ষেত্রাকার ও বর্গক্ষেত্রাকার কার্ড তৈরি করি যার এক দিক নীল ও অন্যদিক লাল রং।



উপরের মতো

ধরি, নীল (4 সেমি. × 4 সেমি.) বর্গক্ষেত্রাকার কাগজ → x^2

নীল (4 সেমি. × 1সেমি.) আয়তক্ষেত্রাকার কাগজ → x

নীল (1সেমি. × 1সেমি.) বর্গক্ষেত্রাকার কাগজ → 1

এবং লাল (4 সেমি. × 4 সেমি.) বর্গক্ষেত্রাকার কাগজ → $-x^2$

লাল (4 সেমি. × 1সেমি.) আয়তক্ষেত্রাকার কাগজ → $-x$

লাল (1সেমি. × 1সেমি.) বর্গক্ষেত্রাকার কাগজ → -1 নিলাম।

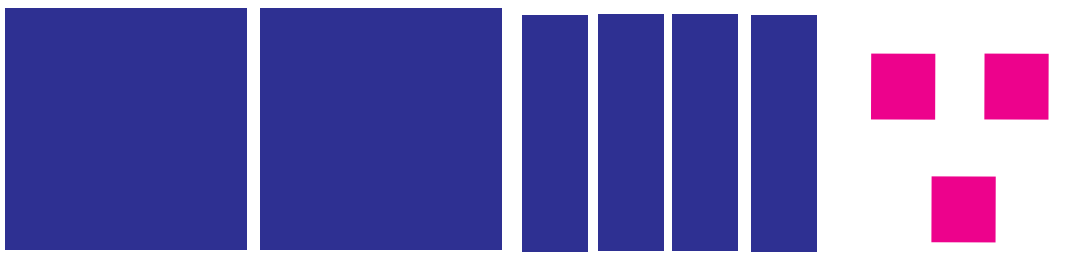
নীচের সংখ্যামালাগুলি নীল ও লাল রঙের কার্ডের সাহায্যে প্রকাশ করি :

(i) $2x^2 + 4x - 3$ **(ii)** $-2x^2 + 2x - 1$ **(iii)** $2x^2 - 3x + 5$ **(iv)** $-x^2 - 8x + 6$ **(v)** $4x^2 - 2x - 3$

(vi) $-4x^2 + 7x - 4$ **(vii)** $(x^2 + 2x + 5) + (2x^2 + 2x + 1)$ **(viii)** $(3x^2 - 5x + 6) + (2x^2 + 8x - 4)$

(ix) $(8x^2 - 2x - 4) - (3x^2 + 4x + 2)$ **(x)** $(-2x^2 + 5x + 3) - (-4x^2 + 2x - 2)$

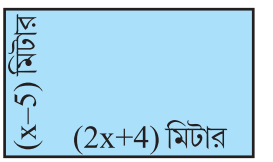
সংকেত: $2x^2 + 4x - 3$ →



মজার কার্ডের নতুন খেলা

আমি, উমা, সমীর ও সুবীর ঠিক করেছি অনেকগুলি নানা আকারের বর্গক্ষেত্রাকার ও আয়তক্ষেত্রাকার কার্ড তৈরি করে তার দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ কার্ডে লিখে উলটে রাখব। কিছু কার্ডে ক্ষেত্রফল ও দৈর্ঘ্য অথবা ক্ষেত্রফল ও প্রস্থ লিখে রাখব। আমরা একে একে কার্ড তুলে সেই কার্ডের ক্ষেত্রফল অথবা দৈর্ঘ্য অথবা প্রস্থ লিখব।

আমি যে কার্ড তুললাম তার দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ দেখছি—

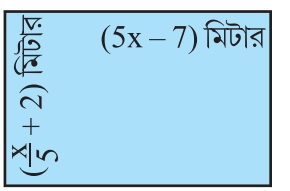


কার্ডটির ক্ষেত্রফল = (2x + 4)মিটার ×(x – 5) মিটার

= (2x + 4)(x – 5) বর্গমিটার

= $(2x^2+4x–10x–20)$ বর্গমিটার =$(2x^2– 6x – 20)$ বর্গমিটার

উমা যে কার্ড তুলল তার দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ দেখছি—



উমার তোলা কার্ডটির ক্ষেত্রফল = ☐ মিটার × ☐ মিটার

= ☐ বর্গমিটার

কিন্তু সমীর যে কার্ড তুলল তার ক্ষেত্রফল ($7a^2b – 35ab^2 + 14abc$) বর্গমিটার এবং প্রস্থ 7ab মিটার।

∴ সমীর যে কার্ড তুলল তার দৈর্ঘ্য = $(7a^2b – 35ab^2 + 14abc)$ বর্গমিটার ÷ 7ab মিটার

$$= \frac{7a^2b – 35ab^2 + 14abc}{7ab} \text{ মিটার}$$

$$= \left(\frac{\overset{a}{\cancel{7a^2b}}}{\cancel{7ab}} – \frac{\cancel{35ab^2}^{5b}}{\cancel{7ab}} + \frac{\overset{2c}{\cancel{14abc}}}{\cancel{7ab}}\right) \text{ মিটার}$$

= (a – 5b + 2c) মিটার

সুবীর যে কার্ড তুলল তার ক্ষেত্রফল ($6x^4y^2 – 12x^2y^2 + 30x^2y^4$) বর্গমিটার এবং দৈর্ঘ্য $6x^2y^2$ মিটার।

∴ কার্ডটির প্রস্থ = ☐ বর্গমিটার ÷ ☐ মিটার

= ☐ মিটার।

10 একটি আয়তক্ষেত্রাকার কার্ডের ক্ষেত্রফল $(9p^2 - 4q^2)$ বর্গমিটার এবং প্রস্থ $(3p - 2q)$ মিটার। তার দৈর্ঘ্য কত হবে দেখি।

এখানে, দৈর্ঘ্য = ক্ষেত্রফল ÷ প্রস্থ

$$= \frac{9p^2 - 4q^2}{3p - 2q}$$

$9p^2 - 4q^2$ -কে দুটি বীজগাণিতিক সংখ্যামালার গুণফল হিসাবে প্রকাশ করি অর্থাৎ উৎপাদকে বিশ্লেষণ করি।

$$9p^2 - 4q^2 = (3p)^2 - (2q)^2$$

$$= (3p + 2q)(3p - 2q)$$

$$\therefore \text{ দৈর্ঘ্য} = \frac{9p^2 - 4q^2}{3p - 2q} \text{ মিটার}$$

$$= \frac{(3p + 2q)(3p - 2q)}{(3p - 2q)} \text{ মিটার}$$

$$= (3p + 2q) \text{ মিটার}$$

নিজে করি —1.2

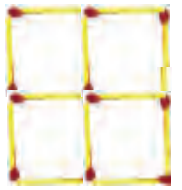
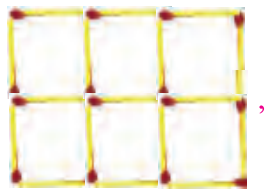
নীচের ছকটি পূরণ করি :

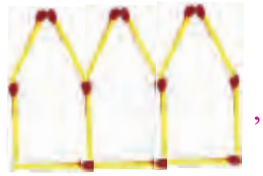
আয়তক্ষেত্রাকার কার্ডের দৈর্ঘ্য	আয়তক্ষেত্রাকার কার্ডের প্রস্থ	আয়তক্ষেত্রাকার কার্ডের ক্ষেত্রফল
$(9x^2 + 2)$ মি.	$(3 - x)$মি.	
$(8 - y^2)$মি.	$(5x + 2)$ মি.	
	$4x$ সেমি.	$(8x^3 - 4x^2 + 16x)$ বর্গসেমি.
$3x^2y^2$ মি.		$(9x^4y^4 - 27x^3y^2 + 18x^2y^3)$ বর্গমি.
$(2 + 5x)$ মি.	$(2 - 5x)$ মি.	
	$(4 + 10p)$ মি.	$(16 - 100p^2)$ বর্গমি.
$(11m - 13n)$ মি.		$(121m^2 - 169n^2)$ বর্গমি.
$(9x - y)$ সেমি.	$(9x + y)$ সেমি.	

কষে দেখি — 1.2

1. নীচের প্রত্যেকটির n-তম (n ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যা) সজ্জায় প্রয়োজনীয় কাঠির সংখ্যা লিখি :

(i) , ...

(ii) ,  ,  , ...

(iii) , ,  , ...

2. একটি সমবাহু ত্রিভুজের প্রতিটি বাহুর দৈর্ঘ্য (4y + 2) সেমি. হলে ত্রিভুজটির পরিসীমা লিখি।

3. একটি আয়তাকারক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য (8x + 3y) সেমি. এবং প্রস্থ (8x – 3y) সেমি.। ওই আয়তাকারক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল লিখি।

4. বর্গাকারক্ষেত্রের একটি বাহুর দৈর্ঘ্য (3m – 4) মিটার হলে ক্ষেত্রফল কত হবে m-এর মাধ্যমে লিখি। m-এর মান কত হলে এই বর্গাকারক্ষেত্রের পরিসীমা 8 মিটার হবে হিসাব করে লিখি।

5. নীচের ছক পূরণ করি :

বীজগাণিতিক সংখ্যামালা	যোগ করি	বিয়োগ করি
(a) (i) x^2+2y^2 (ii) $(-8y^2+6x^2+z^2)$	(i) + (ii) x^2+2y^2 $+(-8y^2+6x^2+z^2)$ $= x^2+2y^2-8y^2+6x^2+z^2$ $= 7x^2-6y^2+z^2$	(i)–(ii) $x^2+2y^2-(-8y^2$ $+6x^2+z^2)$ $= x^2+2y^2+8y^2-6x^2-z^2$ $= 10y^2-5x^2-z^2$
(b) (i) $6a^2+2$, (ii) $-3a^2+3a$, (iii) $-2a+3$	(i) + (ii) + (iii) _____	(ii) – (i) _____ (iii) – (i) _____
(c) (i) $9m^2-2mn+n^2$ (ii) m^2+n^2 (iii) $m^2-3mn-2n^2$	(i) + (ii) + (iii) _____	(i) – (ii) _____ (ii) – (iii) _____

6. নীচের ছক দেখি ও লিখি :

বীজগাণিতিক সংখ্যামালা	গুণ করি	ভাগ করি
(a) (i) $9a^3b^2 - 15a^2b^3$ (ii) $3ab$	(i) × (ii) $(9a^3b^2 - 15a^2b^3) \times 3ab$ $= 27a^{3+1}b^{2+1} - 45a^{2+1}b^{3+1}$ $= 27a^4b^3 - 45a^3b^4$	(i) ÷ (ii) $\frac{9a^3b^2 - 15a^2b^3}{3ab}$ $= \frac{9a^3b^2}{3ab} - \frac{15a^2b^3}{3ab}$ $= 3a^{3-1}b^{2-1} - 5a^{2-1}b^{3-1}$ $= 3a^2b - 5ab^2$
(b) (i) $x^4 - 4x^3 + 6x^2$ (ii) x^2	(i) × (ii)	(i) ÷ (ii)
(i) $3m^2n^3 + 40m^3n^4 - 5m^4n^5$ (ii) $10m^2n^2$	(i) × (ii)	(i) ÷ (ii)
(c) (i) $(49l^2 - 100m^2)$ (ii) $(7l + 10m)$	(i) × (ii)	(i) ÷ (ii) [$a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$ সূত্রের সাহায্যে]
(d) (i) $625a^4 - 81b^4$ (ii) $5a + 3b$	(i) × (ii)	(i) ÷ (ii) [$a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$ সূত্রের সাহায্যে]

7. সরল করি :

(i) $(a - b) + (b - c) + (c - a)$

(ii) $(a + b)(a - b) + (b + c)(b - c) + (c + a)(c - a)$

(iii) $x^2 \times \left(\frac{x}{y} - \frac{y}{x}\right) \times \left(\frac{y}{x} + \frac{x}{y}\right) \times y^2$

(iv) $a(b - c) + b(c - a) + c(a - b)$

(v) $x^2(y^2 - z^2) + y^2(z^2 - x^2) + z^2(x^2 - y^2)$

(vi) $(x^3 + y^3)(x^3 - y^3) + (y^3 + z^3)(y^3 - z^3) + (z^3 + x^3)(z^3 - x^3)$

8. $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ এবং $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
— এই অভেদগুলি ব্যবহার করে নীচের সংখ্যামালাগুলির বর্গ করি-

(i) $5x - 2y$ (ii) $7 + 2m$ (iii) $x + y + z$ (iv) $a + b - c - d$

9. $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ এবং $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
— এই অভেদগুলি ব্যবহার করে নীচের সংখ্যামালাগুলি পূর্ণবর্গাকারে প্রকাশ করি-

(i) $9x^2 + \frac{9}{25y^2} - \frac{18x}{5y}$ (ii) $25m^2 - 70mn + 49n^2$

(iii) $(2a - b)^2 + (4a - 2b)(a + b) + (a + b)^2$ (iv) $\frac{p^2}{q^2} + \frac{q^2}{p^2} - 2$

10. নীচের সংখ্যামালাকে দুটি বর্গের অন্তররূপে প্রকাশ করি :

(i) 391×409 (ii) $(4x+3y)(2x-3y)$ (iii) x

11. উৎপাদকে বিশ্লেষণ করি :

(i) $225m^2-100n^2$ (ii) $25x^2-\frac{1}{9}y^2z^2$ (iii) $7ax^2+14ax+7a$ (iv) $3x^4-6x^2a^2+3a^4$

(v) $4b^2c^2-(b^2+c^2-a^2)^2$ (vi) $64ax^2-49a(x-2y)^2$ (vii) $x^2-9-4xy+4y^2$

(viii) x^2-2x-y^2+2y (ix) $3+2a-a^2$ (x) x^4-1 (xi) $a^2-b^2-c^2+2bc$

(xii) $ac+bc+a+b$ (xiii) $x^4+x^2y^2+y^4$

12. সূত্রের সাহায্যে গুণ করি : (i) $(xy+pq)(xy-pq)$ (ii) 49×51

(iii) $(2x-y+3z)(2x+y+3z)$ (iv) 1511×1489

(v) $(a-2)(a+2)(a^2+4)$ (vi) $(a+b-c)(b+c-a)$

13. (a) $x+\frac{1}{x}=4$ হলে দেখাই যে $x^2+\frac{1}{x^2}=14$ ও $x^4+\frac{1}{x^4}=194$

(b) $m+\frac{1}{m}=-5$ হলে দেখাই যে $m^2+\frac{1}{m^2}=23$

(c) $p-\frac{1}{p}=m$ হলে দেখাই যে (i) $p^2+\frac{1}{p^2}=m^2+2$ এবং (ii) $(p+\frac{1}{p})^2=m^2+4$

(d) $a+b=5, a-b=1$ হলে সূত্রের সাহায্যে দেখাই যে $8ab(a^2+b^2)=624$

(e) $x-y=3, xy=28$ হলে (x^2+y^2)-এর মান হিসাব করে লিখি।

14. দুটি বর্গের সমষ্টিরূপে প্রকাশ করি :

(a) $2(a^2+b^2)$ (b) $50x^2+18y^2$ (c) $a^2+b^2+c^2+d^2+2(ac-bd)$

15. (i) t -এর কোন মানগুলির জন্য $x^2-tx+\frac{1}{4}$ একটি পূর্ণবর্গ সংখ্যামালা হবে তা লিখি।

(ii) a^2+4 -এর সঙ্গে কত যোগ করলে তা একটি পূর্ণবর্গ সংখ্যামালা হবে লিখি।

(iii) a ও b ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যা এবং $a^2-b^2=9\times11$ হলে a ও b-এর মান লিখি।

(iv) $(x+y)^2-(x-y)^2=4xy$ অভেদটি কি সমীকরণ? যুক্তিসহ লিখি।

(v) শূন্য ছাড়া x ও y এর যেকোনো ধনাত্মক বা ঋণাত্মক মানের জন্য (x^2+y^2) -এর মান সর্বদাই ☐ হবে [ধনাত্মক/ঋণাত্মক]

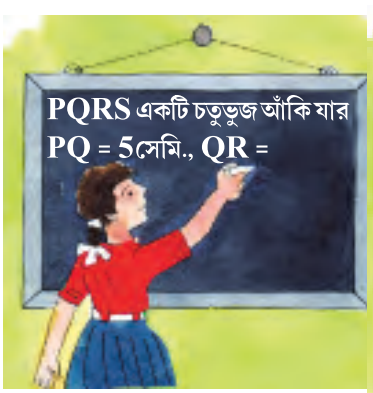
16. সমাধান করি :

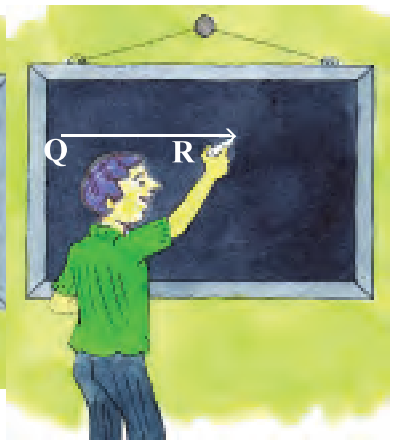
(i) $6x=72$ (ii) $9x+2=20$ (iii) $4x-2x+3=9-4x$

(iv) $\frac{x}{4}-\frac{x}{2}=3\frac{1}{2}-\frac{x}{3}$ (v) $2x-5\{7-(x-6)+3x\}-28=39$

(vi) $\frac{1}{3}(x-2)+\frac{1}{4}(x+3)=\frac{1}{5}(x+4)+15$

জ্যামিতিক চিত্র আঁকি

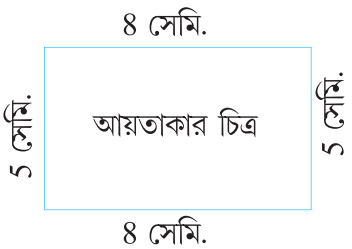


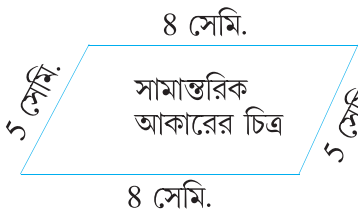


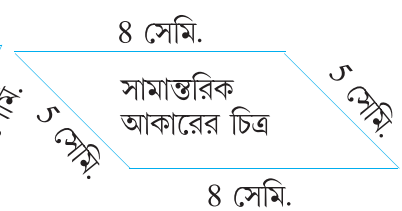
আজ আমরা একটি মজার খেলা খেলব। আমরা কিছু বন্ধুরা মিলে দুটি ব্ল্যাকবোর্ড জোগাড় করেছি। আমাদের মধ্যে কেউ একটি বোর্ডে নানান শর্ত লিখে দেবে। অন্যরা সেই শর্ত অনুযায়ী আঁকার চেষ্টা করবে।

শিউলি লিখল, 'এমন একটি চতুর্ভুজ আঁকি যার চারটি বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 5সেমি., 8সেমি., 5সেমি. ও 8সেমি. অর্থাৎ বিপরীত বাহুগুলির দৈর্ঘ্য সমান।'

আমি 5সেমি. দৈর্ঘ্যের দুটি ও 8সেমি. দৈর্ঘ্যের দুটি কাঠি নিয়ে দেখি কী কী ধরনের চতুর্ভুজ হয়।

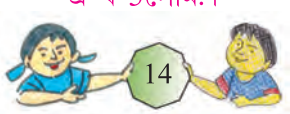




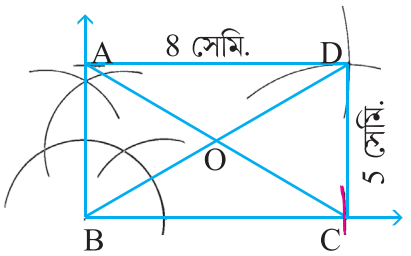


কাঠি বসিয়ে দেখছি কোনো নির্দিষ্ট চতুর্ভুজ পাচ্ছি না। তাই নির্দিষ্ট চতুর্ভুজ আঁকার জন্য আরও একটি শর্তের প্রয়োজন।

এবার শিউলি লিখল, 'এমন একটি নির্দিষ্ট চতুর্ভুজ আঁকি যার বিপরীত বাহুগুলির দৈর্ঘ্য সমান এবং একটি কোণ 90° অর্থাৎ ☐ (আয়তাকার/ বর্গাকার) চিত্র আঁকি যার দৈর্ঘ্য 8 সেমি. এবং প্রস্থ 5সেমি.।'



11 অনিতা অন্য ব্ল্যাকবোর্ডে ABCD একটি আয়তাকার চিত্র আঁকল যার দৈর্ঘ্য 8 সেমি. এবং প্রস্থ 5 সেমি.



ABCD আয়তাকার চিত্রের প্রতিটি কোণ ☐
এবং চারটি কোণের পরিমাপের সমষ্টি ☐।

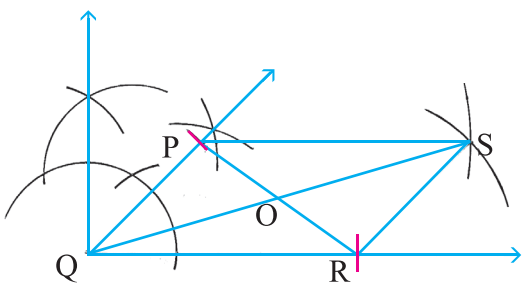
স্কেলের সাহায্যে মেপে দেখছি,

AC = ☐ সেমি. ও BD = ☐ সেমি., তাই AC ☐ BD [=/≠ বসাই]এবং AO ☐ OC [=/≠বসাই], BO ☐ OD [=/≠বসাই]। চাঁদার সাহায্যে মেপে দেখছি, ∠AOD ☐ 90° [=/≠বসাই]

∴ ABCD আয়তাকার চিত্রের কর্ণদ্বয় পরস্পরকে সমদ্বিখণ্ডিত করে কিন্তু সমকোণে সমদ্বিখণ্ডিত করে না।

12 শিউলি এবার লিখল, 'PQRS একটি চতুর্ভুজ আঁকি যার PQ = 5সেমি., QR = 8সেমি., RS = 5সেমি., PS = 8সেমি. এবং ∠PQR = 45°; অর্থাৎ PQRS একটি ☐ (সামান্তরিক/ আয়তাকার চিত্র)।'

তুহিন অন্য ব্ল্যাকবোর্ডে PQRS একটি সামান্তরিক আঁকল যার PQ = 5সেমি., QR = 8সেমি., RS = 5সেমি., PS = 8 সেমি. এবং ∠PQR = 45^0

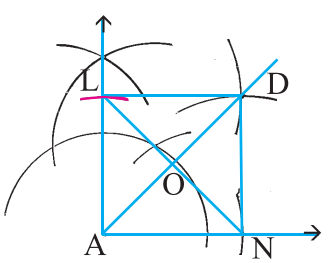


চাঁদার সাহায্যে মেপে দেখছি ∠PQR = ☐,
∠QRS = ☐, ∠RSP = ☐, ∠SPQ = ☐,
∴ চারটি কোণের পরিমাপের সমষ্টি = ☐
স্কেলের সাহায্যে মেপে দেখছি,

PR = ☐ সেমি., QS = ☐ সেমি., PO ☐ OR [=/≠বসাই], QO ☐ OS [=/≠বসাই]

∴ কর্ণদ্বয় পরস্পরকে সমদ্বিখণ্ডিত করে। [খাতায় আমিও ছবিটি আঁকি ও নিজে মাপ নিয়ে যাচাই করি]।

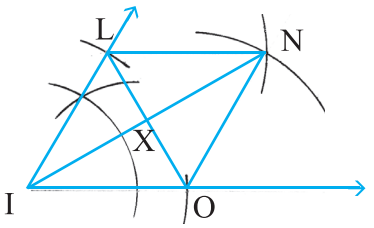
13 এবার তিথি একটি বর্গক্ষেত্র আঁকল যার প্রতিটি বাহুর দৈর্ঘ্য 4সেমি.



LAND বর্গাকার চিত্রের প্রতিটি বাহুর দৈর্ঘ্য ☐ সেমি.,
প্রতিটি কোণের পরিমাণ ☐ এবং LN ও AD কর্ণদ্বয় ☐ [সমান/অসমান]
LO ☐ ON [=/≠বসাই], AO ☐ OD [=/≠বসাই]
চাঁদার সাহায্যে মেপে দেখছি ∠LOD = ☐

বর্গক্ষেত্রের কর্ণদ্বয় পরস্পরকে সমকোণে সমদ্বিখণ্ডিত করে।

14 আসিফ ইকবাল একটি রম্বস LION আঁকল যাঁর প্রতিটি বাহুর দৈর্ঘ্য 5 সেমি., এবং $\angle LIO = 60^\circ$



চাঁদার সাহায্যে মেপে দেখছি,

$\angle LIO =$ ☐, $\angle ION =$ ☐,

$\angle ONL =$ ☐, $\angle NLI =$ ☐ এবং $\angle LXN =$ ☐

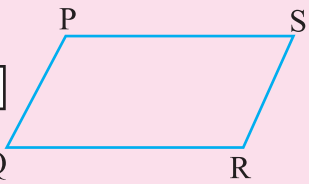
রম্বসের চারটি কোণের পরিমাপের সমষ্টি = ☐

স্কেলের সাহায্যে মেপে দেখছি, LX ☐ XO [=/≠] এবং IX ☐ XN [=/≠]

∴ রম্বসের কর্ণদ্বয় পরস্পরকে সমকোণে সমদ্বিখণ্ডিত করে।

কী কী পেলাম দেখি—

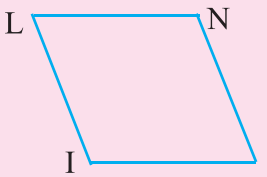
সামান্তরিক



যে চতুর্ভুজের বিপরীত বাহুগুলি পরস্পর সমান্তরাল

(1) বিপরীত বাহুগুলির দৈর্ঘ্য ☐।
(2) বিপরীত কোণগুলির পরিমাপ ☐।
(3) কর্ণদ্বয়ের দৈর্ঘ্য সাধারণত ☐।
(4) কর্ণদ্বয় পরস্পরকে ☐ করে।

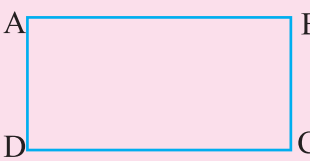
রম্বস



যে সামান্তরিকের একজোড়া সন্নিহিত বাহুর দৈর্ঘ্য সমান

(1) সকল বাহুর দৈর্ঘ্য ☐।
(2) বিপরীত কোণগুলির পরিমাপ ☐।
(3) কর্ণদ্বয়ের দৈর্ঘ্য সাধারণত ☐।
(4) কর্ণদ্বয় পরস্পরকে ☐ ☐ করে।

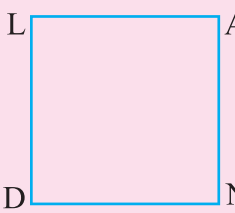
আয়তক্ষেত্র



যে সামান্তরিকের একটি কোণ সমকোণ

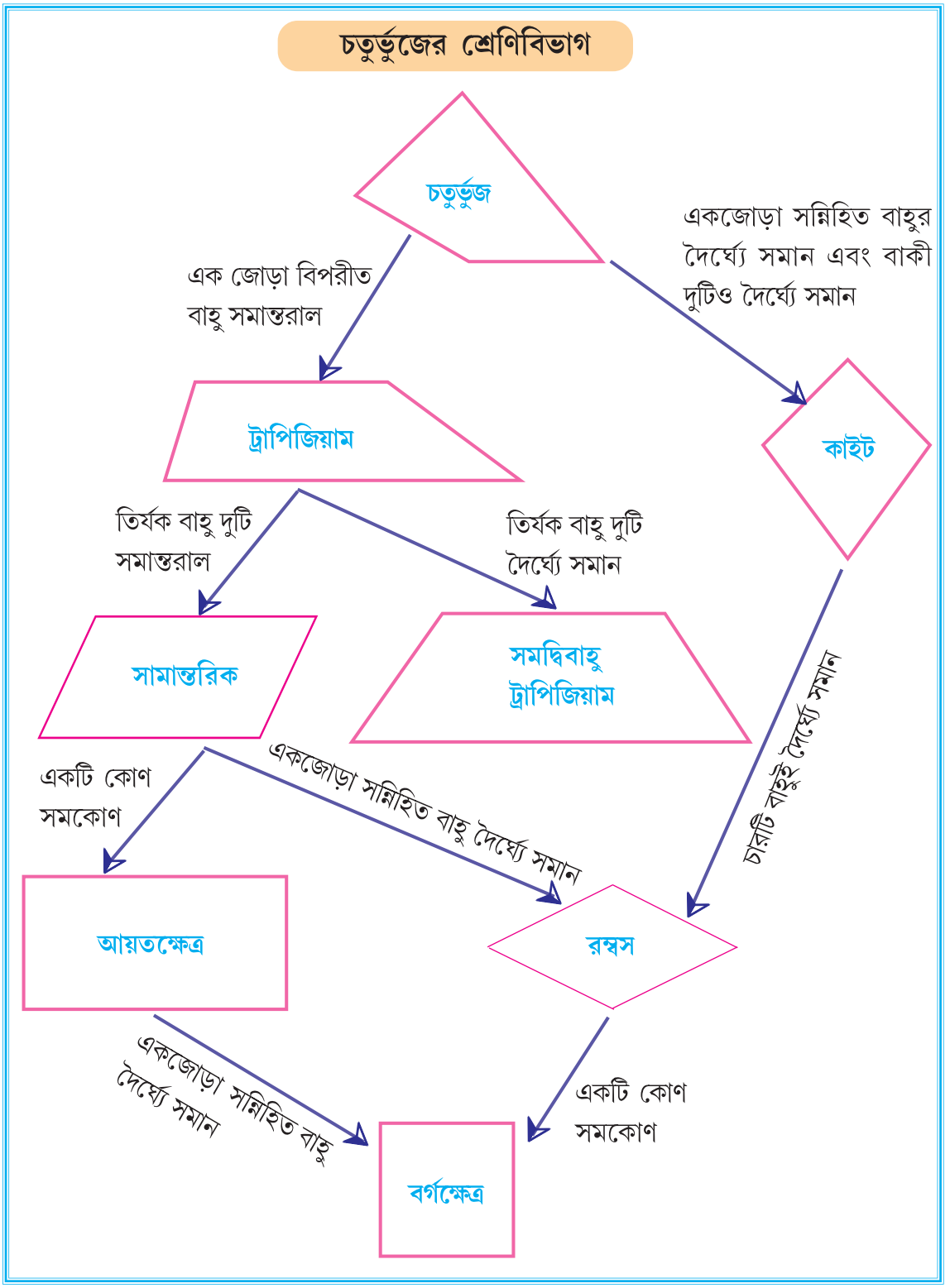
(1) বিপরীত বাহুগুলির দৈর্ঘ্য ☐।
(2) প্রতিটি কোণের পরিমাপ ☐।
(3) কর্ণদ্বয়ের দৈর্ঘ্য ☐।
(4) কর্ণদ্বয় পরস্পরকে ☐ করে।

বর্গক্ষেত্র



যে সামান্তরিকের একটি কোণ সমকোণ এবং একজোড়া সন্নিহিত বাহুর দৈর্ঘ্য সমান

(1) সকল বাহুর দৈর্ঘ্য ☐।
(2) প্রতিটি কোণের পরিমাপ ☐।
(3) কর্ণদ্বয়ের দৈর্ঘ্য ☐।
(4) কর্ণদ্বয় পরস্পরকে ☐ ☐ করে।


চতুর্ভুজের শ্রেণিবিভাগ
চতুর্ভুজ
এক জোড়া বিপরীত বাহু সমান্তরাল
একজোড়া সন্নিহিত বাহুর দৈর্ঘ্যে সমান এবং বাকী দুটিও দৈর্ঘ্যে সমান
ট্রাপিজিয়াম
কাইট
তির্যক বাহু দুটি সমান্তরাল
তির্যক বাহু দুটি দৈর্ঘ্যে সমান
সামান্তরিক
সমদ্বিবাহু ট্রাপিজিয়াম
চারটি বাহুই দৈর্ঘ্যে সমান
একটি কোণ সমকোণ
একজোড়া সন্নিহিত বাহু দৈর্ঘ্যে সমান
আয়তক্ষেত্র
রম্বস
একজোড়া সন্নিহিত বাহু দৈর্ঘ্যে সমান
একটি কোণ সমকোণ
বর্গক্ষেত্র

(1) আমি দুটি 45°–45°–90° সেটস্কোয়ার দিয়ে ☐ [আয়তাকার চিত্র / বর্গাকার চিত্র] পাব।

(2) আমি দুটি 30° – 60°–90° সেটস্কোয়ার দিয়ে ☐ [আয়তাকার চিত্র / বর্গাকার চিত্র] পাব।

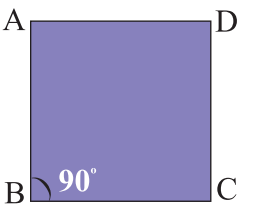
(3) আমি দুটি ☐ সেটস্কোয়ার দিয়ে সামান্তরিক পাব।

হাতেকলমে

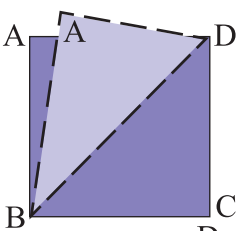
আমরা অনেকে নিজেদের খাতায় নানান মাপের ছোটো বড়ো বর্গাকার চিত্র আঁকলাম। এবার এই বর্গক্ষেত্রাকার কাগজগুলিতে নানান রং দিলাম ও কেটে নিলাম।

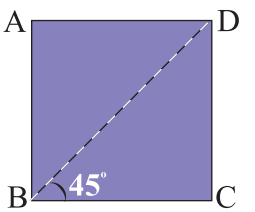
আমি আমার নীল রঙের বর্গক্ষেত্রাকার কাগজ ভাঁজ করে 90°, 45° ও $22\frac{1}{2}^\circ$ কোণ তৈরি করি।

প্রথমে একটি বর্গক্ষেত্রাকার কাগজ নিলাম⟶

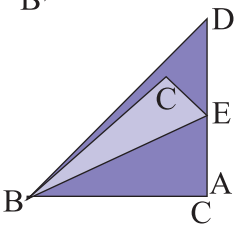


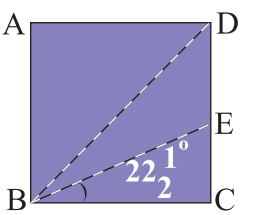
BD কর্ণ বরাবর ভাঁজ করে ভাঁজ খুলে পেলাম ⟶





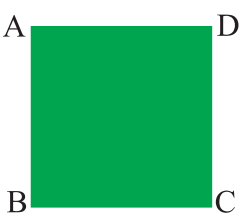
BD ও BC ধারদুটি একে অপরের সঙ্গে মিলিয়ে ভাঁজ করে ভাঁজ খুলে পেলাম ⟶





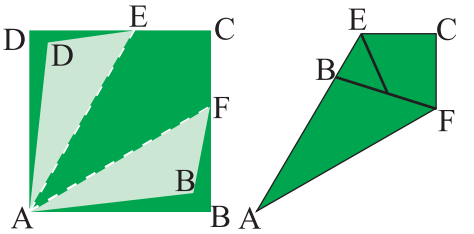
চাঁদার সাহায্যে মেপে দেখছি $\angle ABC =$ ☐,
$\angle DBC =$ ☐ ও $\angle EBC =$ ☐

আমি আমার সবুজ রঙের বর্গক্ষেত্রাকার কাগজ ভাঁজ করে 15°, 30° ও 60° কোণ তৈরি করার চেষ্টা করি।



প্রথমে আমি বর্গক্ষেত্রাকার সবুজ কাগজ নিলাম।

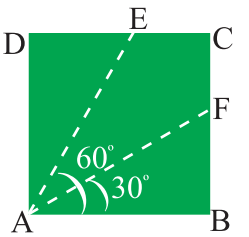
এবার এই বর্গক্ষেত্রাকার কাগজের ∠A কে কেন্দ্র করে AB ও AD প্রান্তদুটি পাশের ছবির মতো ভাঁজ করলাম যাতে ভাঁজ করা অংশদুটি একটি আরেকটির উপর সম্পূর্ণভাবে মিশে যায়।



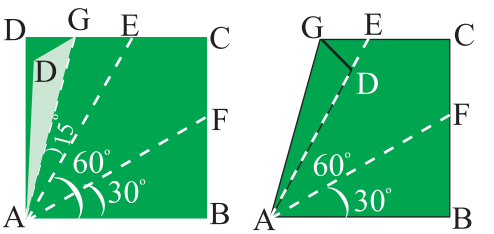
এবার ভাঁজ খুলে পাশের ছবির মতো পেলাম।

ভাঁজ খুলে পেলাম, ∠DAE = ∠EAF = ∠FAB = 30°

∠BAE = ∠DAF = 60°

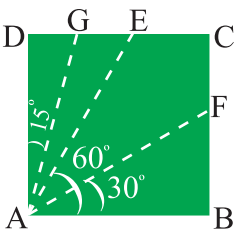


এবার ∠A কোণকে কেন্দ্র করে AD কে AE -এর সঙ্গে মিলিয়ে ভাঁজ করলাম।



ভাঁজ খুলে দিয়ে পেলাম,

∠DAG = ☐



কষে দেখি — 1.3

1. (i) হাতেকলমে বর্গাকার ক্ষেত্রবিশিষ্ট কাগজ ভাঁজ করে $22\frac{1}{2}^\circ$, 45°, 90° কোণ তৈরি করি।

   (i) আমি সামান্তরিক আঁকি ও কাগজ কেটে কোণগুলি ভাঁজ করে দেখি সামান্তরিকের কর্ণদ্বয় পরস্পরকে কীভাবে ছেদ করে।

   (iii) আমি বর্গাকার কাগজ ভাঁজ করে বর্গক্ষেত্র, আয়তক্ষেত্র ও রম্বসের কর্ণের ধর্ম যাচাই করি।

   (iv) 4 টি ☐ সেটস্কোয়ারের সাহায্যে রম্বস তৈরি করি।

(v) আমি সেটস্কোয়ারের সাহায্যে 30°, 45°, 60°, 90°, 105° ও 120° কোণ আঁকি।

2. স্কেল ও পেনসিল কম্পাসের সাহায্যে 90°, 45°, $22\frac{1}{2}^\circ$, 60°, 30°, 120°, 75°, 105°, 135°, 150° কোণ আঁকি।

3. PLAN চতুর্ভুজে বিপরীত বাহুগুলির দৈর্ঘ্য সমান অর্থাৎ PL = AN = 6সেমি. এবং PN = LA = 5 সেমি.। তিনরকম PLAN চতুর্ভুজ আঁকি এবং কখন PLAN চতুর্ভুজটি আয়তাকার চিত্র হবে দেখি।

4. একটি নির্দিষ্ট বর্গাকার চিত্র আঁকতে হলে কমপক্ষে কী কী তথ্য দরকার লিখি।

5. একটি নির্দিষ্ট সামান্তরিক আঁকতে হলে কমপক্ষে কী কী তথ্য দরকার লিখি।

6. একটি বর্গাকার চিত্র DEAR আঁকি যার DE = 5.6 সেমি.।

7. একটি আয়তাকার চিত্র BEST আঁকি যার BE = 6 সেমি. ও ES = 4.8 সেমি.।

8. একটি রম্বস HOME আঁকি যার $\angle HOM = 60^\circ$ এবং HO = 6 সেমি.।

9. একটি রম্বস ROAD আঁকি যার RA = 8 সেমি ও OD = 6 সেমি.।

10. একটি সামান্তরিক GOLD আঁকি যার GO = 7সেমি., OL = 5.8 সেমি. এবং GL = 5.8 সেমি.।

11. (i) ABCD একটি আয়তক্ষেত্র। AC = 5 সেমি. হলে, BD -এর দৈর্ঘ্য কত হবে লিখি।

(ii) PQRS একটি বর্গক্ষেত্রের PR ও QS কর্ণ দুটি O বিন্দুতে ছেদ করেছে। PR = 5 সেমি. হলে QO -এর দৈর্ঘ্য কত হবে লিখি।

(iii) ABCD সামান্তরিকের $\angle ABC = 60^\circ$ হলে $\angle ADC$ -এর মান কত হবে লিখি।

(iv) ABCD রম্বসের AC ও BD কর্ণদুটি পরস্পরকে O বিন্দুতে ছেদ করেছে। $\angle AOB$-এর মান কত লিখি।

(v) একটি বর্গক্ষেত্র সর্বদাই রম্বস কিন্তু রম্বস সর্বদাই ☐ নয়।

(vi) একটি বর্গক্ষেত্র সর্বদাই ☐ কিন্তু একটি আয়তক্ষেত্র সর্বদাই ☐ নয়।

2. পাই চিত্র

কৃষ্ণনগরের ফরিদপুর গ্রামে আমার বন্ধুর বাড়ি। শাহনাজের বাবা খুব সুন্দর মাটির পুতুল তৈরি করেন।

আজ আমরা অনেক বন্ধু মিলে শাহনাজের বাড়ি বেড়াতে গেছি। সেখানে আমরা মাটির পুতুল তৈরি করা দেখলাম ও অনেক কিছু জানলাম।

শাহনাজের বাবা নিয়ামতচাচা এই সপ্তাহের প্রথম 4দিনে কতগুলি মাটির পুতুল তৈরি করলেন তার চিত্রলেখ।

বার	তৈরি করা মাটির পুতুলের সংখ্যা	→ 20 টি মাটির পুতুল
সোমবার		
মঙ্গলবার		
বুধবার		
বৃহস্পতিবার		

চিত্রলেখ থেকে নীচের প্রশ্নের উত্তর খুঁজি—

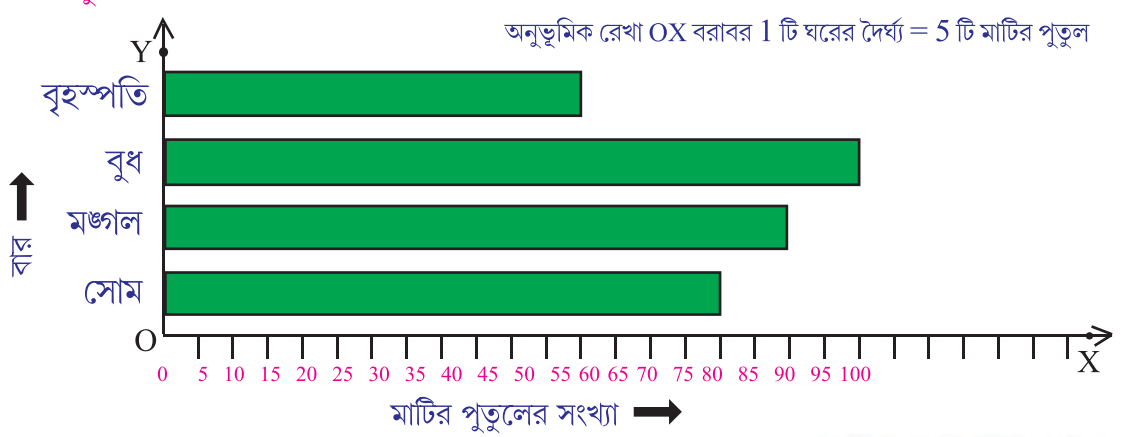
(i) নিয়ামতচাচা কবে সবচেয়ে বেশি মাটির পুতুল তৈরি করেছিলেন লিখি।

(ii) নিয়ামতচাচা মঙ্গলবার কতগুলি মাটির পুতুল তৈরি করেছিলেন লিখি।

(iii) তিনি কবে সবচেয়ে কম মাটির পুতুল তৈরি করেছিলেন লিখি।

(iv) তিনি সোমবার কতগুলি মাটির পুতুল তৈরি করেছিলেন লিখি।

আমার বন্ধু অমিয় আমার তৈরি তথ্যটি বোঝানোর জন্য স্তম্ভচিত্র তৈরি করল।



অমিয় যে স্তম্ভচিত্র তৈরি করল সেখান থেকে নীচের প্রশ্নর উত্তর খুঁজি —

(i) নিয়ামতচাচা সোমবার কতগুলি মাটির পুতুল তৈরি করেছিলেন লিখি।

(ii) তিনি কবে সবচেয়ে কম মাটির পুতুল তৈরি করেছিলেন লিখি।

(iii) তিনি সোমবার বৃহস্পতিবারের তুলনায় কতগুলি বেশি মাটির পুতুল তৈরি করেছিলেন লিখি।

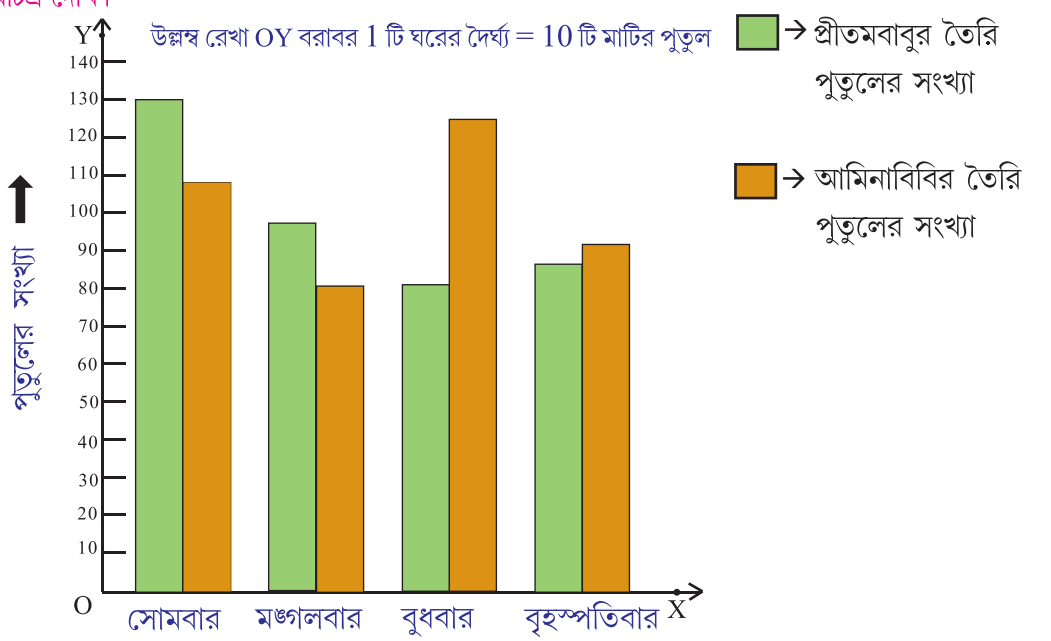
1 আমরাও নিয়ামতচাচার মতো মাটির পুতুল তৈরির চেষ্টা করলাম। আমরা 20 জন ছাত্রছাত্রী কতগুলি করে মাটির পুতুল তৈরি করলাম লিখি—

4, 1, 3, 2, 4, 4, 3, 3, 1, 2, 3, 3, 2, 4, 3, 2, 4, 3, 3, 4

দেখছি তথ্যটি কাঁচাতথ্য হিসাবে আছে। এগুলি ট্যালি মার্ক দিয়ে সাজিয়ে লিখি —

মাটির পুতুলের সংখ্যা	ট্যালি মার্ক	ছাত্রছাত্রীর সংখ্যা (জন)
1	॥	2
2	।।।।	4
3	𝍸 ।।।	8
4	𝍸 ।	6

2 ওই গ্রামের প্রীতমবাবু ও আমিনাবিবি গত সপ্তাহের প্রথম চারদিনে কতগুলি মাটির পুতুল তৈরি করেছেন তার স্তম্ভলেখচিত্র দেখি।



দ্বিস্তম্ভ লেখচিত্র দেখি ও নীচের প্রশ্নের উত্তর খুঁজি —

(i) প্রীতমবাবু ও আমিনাবিবির মধ্যে সোমবার কে বেশি মাটির পুতুল তৈরি করেছিলেন এবং কতগুলি বেশি মাটির পুতুল তৈরি করেছিলেন লিখি।

(ii) কোন কোন বারে আমিনাবিবি প্রীতমবাবুর থেকে বেশি মাটির পুতুল তৈরি করেছিলেন এবং কতগুলি বেশি মাটির পুতুল তৈরি করেছিলেন তা লিখি।

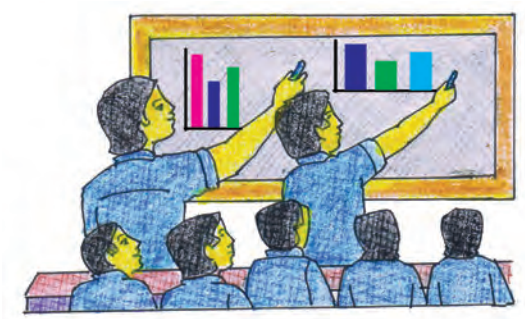
নিজে করি—2

এ বছরে আমাদের স্কুলের বিজ্ঞান-প্রদর্শনী অনুষ্ঠানে নানারকম বিজ্ঞানের মডেল তৈরি করে ব্যাখ্যার আয়োজন করেছি। প্রতিদিন অনেক স্কুলের ছেলে মেয়ে ও অভিভাবকেরা লাইন দিয়ে দেখতে আসছেন। আজ রবিবার সকাল 10 টা থেকে দুপুর 12 টা পর্যন্ত যারা প্রদর্শনীতে এসেছেন তাদের তালিকা তৈরি করি —

ধরি, | মহিলা | W | | পুরুষ | M | | বালক | B | | বালিকা | G |

[B, G, B, M, G, G, M, B, W, B, W, G, W, G, G, M, M, W, B, B, B, W, W, G, G, W, B, M, M, B, G, G, B, W, M, M, W, M, M, G, G, W, M]

উপরের কাঁচা তথ্যকে ট্যালি মার্ক দিয়ে পরিসংখ্যা বিভাজন তালিকা তৈরি করি এবং একটি স্তম্ভচিত্র তৈরি করি।



অন্যভাবে চিত্রের মাধ্যমে তথ্যগুলি লিখি

আজ আমাদের শ্রেণিতে 30 জন ছাত্রছাত্রী এসেছে। আমরা ঠিক করেছি প্রত্যেকের হবি [শখ অর্থাৎ অবসর সময়ে কী করতে ভালোলাগে] জানব ও সংগ্রহ করা তথ্য লেখচিত্রে প্রতিস্থাপন করব।

অয়ন আমাদের শ্রেণির 30 জন ছাত্রছাত্রীর হবির তালিকা তৈরি করল—

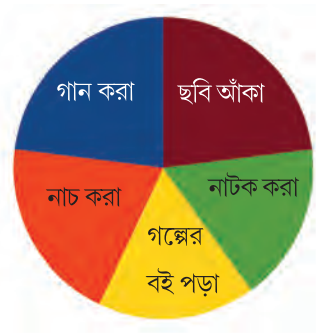
হবি	গান করা	নাচ করা	গল্পের বই পড়া	নাটক করা	ছবি আঁকা
ছাত্রছাত্রীর সংখ্যা	7	6	5	5	7

মেহের উপরের তথ্যের স্তম্ভচিত্র তৈরি করল। [নিজে করি]

এছাড়া অন্যভাবেও কি চিত্র এঁকে এই তথ্য প্রতিস্থাপন করা যায় যেখান থেকে খুব সহজেই এই তথ্যের ব্যাখ্যা পাওয়া যাবে?

বৃত্তক্ষেত্রাকার চিত্রের মাধ্যমে তথ্য প্রকাশ করা যায় যেখানে অনেকগুলি বৃত্তকলা থাকে। এক একটি বৃত্তকলা তথ্যের এক একটি অংশকে বোঝায় এবং বৃত্তকলার মাপ ওই তথ্যের অংশের পরিমাণের সমানুপাতী হয়।

পাশের বৃত্তক্ষেত্রাকার চিত্রের মাধ্যমে তথ্যগুলি প্রকাশ করা যায়—



দেখছি, গান করা ও ছবি আঁকার বৃত্তকলাগুলি সবচেয়ে বড়ো এবং একই মাপের।

আবার গল্পের বই পড়া ও নাটক করার বৃত্তকলাগুলি সবচেয়ে ছোটো এবং একই মাপের।

অর্থাৎ এক একটি বৃত্তকলা তথ্যের এক একটি অংশকে বোঝায় এবং এক একটি বৃত্তকলার মাপ তথ্যের এক একটি অংশের পরিমাণের সাথে ☐।

অবসর সময়ে গান করছে মোট ছাত্রছাত্রীর অংশ = $\frac{7 \text{ জন}}{30 \text{ জন}} = \frac{7}{30}$

অবসর সময়ে ছবি আঁকছে মোট ছাত্রছাত্রীর অংশ = $\frac{7}{30}$

কিন্তু অবসর সময়ে গল্পের বই পড়া মোট ছাত্রছাত্রীর অংশ = $\frac{5 \text{ জন}}{30 \text{ জন}} = \frac{1}{6}$

কিন্তু অবসর সময়ে নাটক করা মোট ছাত্রছাত্রীর অংশ = $\frac{1}{6}$

এবং অবসর সময়ে নাচ করা মোট ছাত্রছাত্রীর অংশ = $\frac{\square}{\square}$

তাই গান করা ও ছবি আঁকার বৃত্তকলা সমগ্র বৃত্তাকার ক্ষেত্রের $\frac{\square}{\square}$ অংশ জুড়ে আছে।

অবসর সময়ে নাচ করা বৃত্তকলা সমগ্র বৃত্তাকার ক্ষেত্রের $\frac{\square}{\square}$ অংশ জুড়ে আছে।

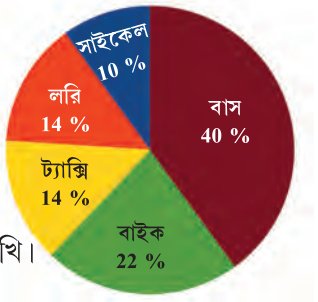
এইভাবে বৃত্তক্ষেত্রাকার চিত্রের মাধ্যমে তথ্যকে লেখার পদ্ধতিকে কী বলা হয়?

একে **বৃত্তক্ষেত্রাকার চিত্র** বা **পাই চিত্র** বলা হয়।

বিভিন্ন অংশের সমানুপাতে বৃত্তকলাগুলি তৈরির চেষ্টা করি

নীচের পাই চিত্র দেখি ও তথ্যটি বুঝি —

আজ সকাল 11টা থেকে 12টা পর্যন্ত রাস্তায় যানবাহন চলার পাই চিত্র।



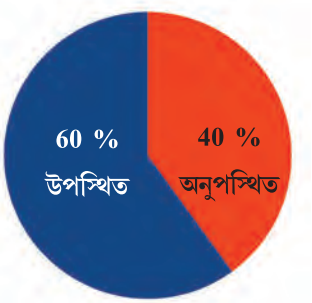
দেখছি — 1) সবচেয়ে বেশি চলেছে ☐।

2) সবচেয়ে কম চলেছে ☐।

3) কোন দুটি গাড়ি সমান সংখ্যায় চলেছে লিখি।

4) ট্যাক্সি যাওয়ার বৃত্তকলাটি সম্পূর্ণ বৃত্তাকারক্ষেত্রের কত অংশ লিখি।

আজ সকাল থেকে খুব বৃষ্টি হচ্ছে তাই অনেকে স্কুলে আসতে পারেনি। তথাগত তার শ্রেণির উপস্থিত ও অনুপস্থিতের সংখ্যার পাই চিত্র তৈরি করল।



দেখছি, তথাগতর শ্রেণিতে অর্ধেকের বেশি ছাত্রছাত্রী ☐।
[উপস্থিত / অনুপস্থিত]

অনুপস্থিত বৃত্তকলাটি সম্পূর্ণ বৃত্তকারক্ষেত্রের কত অংশ লিখি।

কিন্তু কীভাবে পাই চিত্র তৈরি করব দেখি

আমাদের ক্লাসের ছাত্রছাত্রীরা কোন কোন খেলা কতজন করে পছন্দ করে শতকরায় তার তালিকা তৈরি করলাম (একজন একটিই খেলা পছন্দ করতে পারবে)।

খেলা	খেলা পছন্দ করা ছাত্রছাত্রীর সংখ্যা (শতকরায়)
ক্রিকেট	50
ফুটবল	30
ব্যাডমিন্টন	20

আমি এই তালিকার তথ্যটির পাই চিত্র তৈরি করি

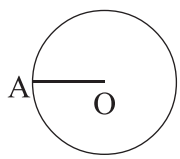
একটি বৃত্তের কেন্দ্রে সম্পূর্ণ কোণ = 360^0

তাই পাইচিত্রে যে বৃত্তকলাগুলি তথ্যটির অংশগুলিকে বোঝাবে মোট বৃত্তাকারক্ষেত্রে তাদের মাপ তথ্যটির অংশগুলির পরিমাপের সমানুপাতী হবে। অর্থাৎ বৃত্তকলাগুলির কেন্দ্রীয় কোণ (Central Angle) 360°-এর ভগ্নাংশ হবে।

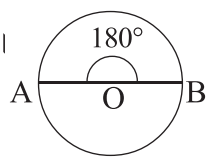
আমরা বৃত্তকলাগুলির কেন্দ্রীয় কোণ কী হবে হিসাব করে লিখি।

খেলা	খেলা পছন্দ করা (শতকরায়)	খেলা পছন্দ করা (ভগ্নাংশে)	কেন্দ্রীয় কোণ (360°-এর অংশ)
ক্রিকেট খেলা	50	$\frac{50}{100} = \frac{1}{2}$	$\frac{1}{2} \times 360^\circ = 180^\circ$
ফুটবল খেলা	30	$\frac{30}{100} = \frac{3}{10}$	$\frac{3}{10} \times 360^\circ = 108^\circ$
ব্যাডমিন্টন খেলা	20	$\frac{20}{100} = \frac{1}{5}$	$\frac{1}{5} \times 360^\circ = 72^\circ$

1) এবার প্রথমে যেকোনো দৈর্ঘ্যের ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্ত অঙ্কন করলাম।

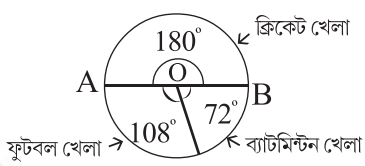


2) এবার ক্রিকেট খেলা পছন্দকারীদের বোঝায় যে বৃত্তকলা তার কেন্দ্রীয় কোণ 180°; তাই চাঁদা বসিয়ে $\angle AOB = 180^\circ$ অঙ্কন করলাম।



3) এবার উল্টোদিকে চাঁদা বসিয়ে দুটি বৃত্তকলা তৈরি করলাম যাদের কেন্দ্রীয় কোণ যথাক্রমে 108° ও 72°

আমি এইভাবে তালিকার তথ্যটির পাই চিত্র তৈরি করলাম।



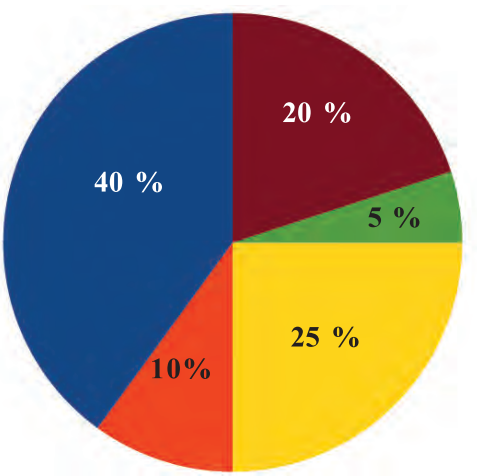
আমাদের পাড়ায় গ্রন্থাগারে নানা ধরনের পড়ার বই আছে। আমি তার তালিকা তৈরি করে লিখি।

বইয়ের প্রকারভেদ	ছোটো গল্প	উপন্যাস	ভ্রমণ	ছোটোদের কমিক্স	জীবনী
বই আছে (শতকরায়)	40	20	5	25	10

তালিকায় দেওয়া তথ্যটির পাই চিত্র তৈরি করি। প্রথমে শতকরাকে ভগ্নাংশে প্রকাশ করি।

বইয়ের প্রকারভেদ	ছোটো গল্প	উপন্যাস	ভ্রমণ	ছোটোদের কমিক্স	জীবনী
বই আছে (শতকরায়)	40	20	5	25	10
বহ আছে (ভগ্নাংশে)	$\frac{40}{100}=\frac{2}{5}$	$\frac{20}{100}=\frac{\square}{5}$	$\frac{\square}{\square}=\frac{\square}{\square}$	$\frac{25}{100}=\frac{1}{4}$	$\frac{\square}{\square}=\frac{\square}{\square}$
কেন্দ্রীয় কোণ (360° - এর অংশ)	$360^\circ \times \frac{2}{5}$ $=\square$	$360^\circ \times \frac{1}{5}$ $=\square$	$360^\circ \times \frac{\square}{\square}$ $=\square$	$360^\circ \times \frac{\square}{\square}$ $=\square$	360° $=\square$

এবার আমি একটি বৃত্তাকারক্ষেত্রকে কতকগুলি বৃত্তকলায় ভাগ করলাম যাদের কেন্দ্রীয় কোণ যথাক্রমে 144°, 72°, 18°, 90° ও 36°



কষে দেখি— 2

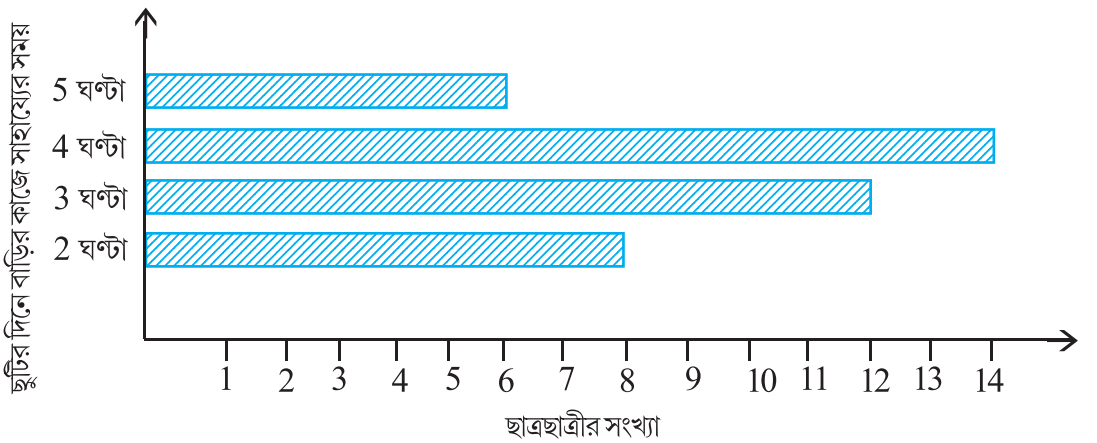
1. গতবছরের এপ্রিল মাসে রোহিতদের স্কুলে 23 দিনের পঠন-পাঠন হয়েছিল। রোহিত ওই 23 দিনে তাদের শ্রেণিতে ছাত্রছাত্রীদের উপস্থিতি সংখ্যা লিখে রেখেছে।

সেগুলি হলো —

		15	43	51	47	43	5
51	47	38	51	47	51	47	51
47	51	51	43	47	43	51	42

আমি এই কাঁচা তথ্যটি ট্যালি মার্ক দিয়ে সাজিয়ে পরিসংখ্যা বিভাজন তালিকা তৈরি করি ও সেই তালিকা থেকে স্তম্ভচিত্র তৈরি করি।

2. আমাদের শ্রেণির 40 জন ছাত্রছাত্রীর মধ্যে প্রতি ছুটির দিনে কতজন বাড়ির কাজে কতঘণ্টা সাহায্য করে তার স্তম্ভচিত্র তৈরি করলাম। এই স্তম্ভচিত্র দেখি ও নানা প্রশ্নের উত্তর খুঁজি।



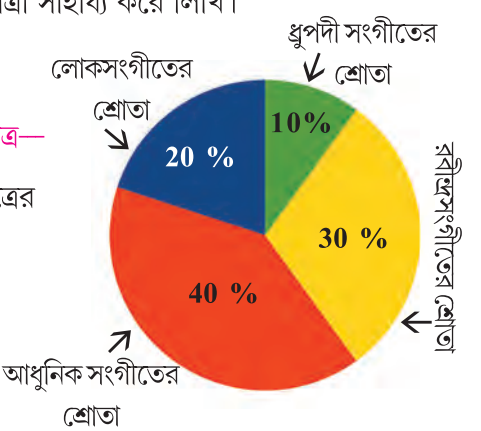
i) স্তম্ভচিত্র থেকে আমাদের শ্রেণির কতজন করে ছাত্রছাত্রী প্রতি ছুটির দিনে কতক্ষণ বাড়ির কাজ করে লিখি।

ii) কতজন ছাত্রছাত্রী ছুটির দিনে সবচেয়ে বেশি সময় বাড়ির কাজে সাহায্য করে লিখি।

iii) প্রতি ছুটির দিনে 2 ঘণ্টা করে বাড়ির কাজে কতজন ছাত্রছাত্রী সাহায্য করে লিখি।

3. নীচের পাই চিত্র দেখি ও প্রশ্নের উত্তর খুঁজি —

a) শ্রোতারা কোন কোন ধরনের গান পছন্দ করেন তার পাই চিত্র—

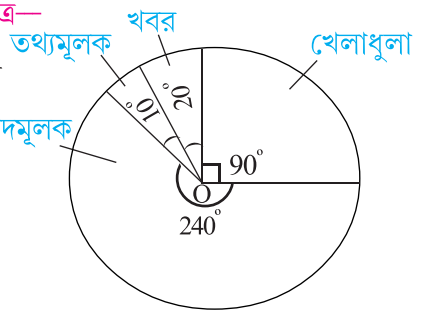


(i) লোকসংগীতের শ্রোতার বৃত্তকলাটি সম্পূর্ণ বৃত্তাকারক্ষেত্রের কত অংশ লিখি।

(ii) পাই চিত্র থেকে কোন ধরনের গানের শ্রোতা সবচেয়ে বেশি লিখি।

(iii) কোন ধরনের গানের শ্রোতা সবচেয়ে কম লিখি।

b) দর্শকরা টিভিতে কোন ধরনের অনুষ্ঠান পছন্দ করেন তার পাই চিত্র—



(i) পাই চিত্রে খবরের দর্শকের বৃত্তকলাটি সম্পূর্ণ বৃত্তাকারক্ষেত্রের কত অংশ লিখি।

(ii) কোন ধরনের অনুষ্ঠানের দর্শক সবচেয়ে বেশি লিখি।

(iii) কোন ধরনের অনুষ্ঠানের দর্শক সবচেয়ে কম লিখি।

(iv) মোট দর্শকের কত অংশ খেলাধুলার অনুষ্ঠান দেখেন লিখি।

4. পঞ্চম শ্রেণির বার্ষিক মূল্যায়নে শুভম বিভিন্ন বিষয়ে যে যে নম্বর পেয়েছে তার মোট নম্বরের উপর শতকরা হিসাব নীচের তালিকায় লিখলাম।

বিষয়	বাংলা	ইংরেজি	অঙ্ক	পরিবেশ	শারীর শিক্ষা ও হাতের কাজ
প্রাপ্ত নম্বর (শতকরায়)	15	20	30	15	20

এই তথ্যটির পাইচিত্র তৈরি করি ও প্রতিটি বৃত্তকলার কেন্দ্রীয় কোণ লিখি।

5. আমাদের পাড়ায় মধুবাবুর দোকান আছে। আমি মধুবাবুর দোকানের একদিনের বিভিন্ন ধরনের জিনিস বিক্রির তালিকা তৈরি করলাম।

জিনিস	সাধারণ পাঁউরুটি	স্লাইস পাঁউরুটি	কেক	বিস্কুট
মূল্য (₹)	320	100	160	140

আমি এই তথ্যটির পাই চিত্র তৈরির চেষ্টা করি।

সংকেত : প্রথমে ভগ্নাংশে নিয়ে যাই।

ওই দিনে মোট বিক্রি হয়েছে = ₹ (320 + 100 + 160 + 140) = ₹ ☐

∴ সাধারণ পাঁউরুটি বিক্রি হয়েছে = $\frac{320}{720}$ অংশ = $\frac{\square}{\square}$ অংশ

আমার পাই চিত্রে বৃত্তাকারক্ষেত্রে সাধারণ পাঁউরুটি বিক্রির বৃত্তকলার কেন্দ্রীয় কোণ $360^\circ \times \frac{4}{9} = 4 \times 40^\circ = 160^\circ$

একইভাবে স্লাইস পাঁউরুটি বিক্রির বৃত্তকলার কেন্দ্রীয় কোণ ☐

কেক বিক্রির বৃত্তকলার কেন্দ্রীয় কোণ ☐

বিস্কুট বিক্রির বৃত্তকলার কেন্দ্রীয় কোণ ☐

এবার নিজে পাই চিত্র আঁকি।

6. অষ্টম শ্রেণির দুটি বিভাগের ছাত্রছাত্রীরা অবসর সময়ে কী কী বিষয় পছন্দ করে তার একটি তালিকা তৈরি করেছি। (এক একজন একটিই বিষয় পছন্দ করবে)।

পছন্দের বিষয়	গান	কবিতা	নাচ	নাটক	ছবি আঁকা
ছাত্রছাত্রীর সংখ্যা (জন)	20	25	27	28	20

এই তথ্য থেকে মোট ছাত্রছাত্রীর কত অংশ কোন কোন বিষয় পছন্দ করে হিসাব করি । প্রতিটি বৃত্তকলার কেন্দ্রীয় কোণ খুঁজি ও সেই অনুযায়ী পাই চিত্র তৈরি করি।

7. আমি একটি মডেল তৈরি করেছি। উপকরণ কেনার খরচের একটি তালিকা তৈরি করলাম।

উপকরণ	আর্ট পেপার	স্কেচ পেন	কাঁচি	রঙিন ফিতে	পিচবোর্ড
খরচ ₹	9	12	25	6	8

তথ্যগুলির বৃত্তক্ষেত্রাকার চিত্র বা পাই চিত্র তৈরি করি।

8. একদিন একটি চিত্রপ্রদর্শনীতে আসা 450 জন দর্শকের পছন্দের চিত্রশিল্পীর তালিকা তৈরি করলাম।

চিত্রশিল্পীর নাম	যামিনী রায়	নন্দলাল বসু	চিন্তামণি কর	গণেশ পাইন
পছন্দের দর্শক সংখ্যা	150	120	80	100

এই তথ্য নিয়ে একটি পাই চিত্র তৈরি করি ও বৃত্তকলাগুলির কেন্দ্রীয় কোণ লিখি।

9. 180 জনের একটি দলকে পছন্দের ঋতু জিজ্ঞাসা করে প্রাপ্ত তথ্য দিয়ে নীচের পাই চিত্র বানানো হলো—

নীচের পাই চিত্র থেকে প্রশ্নগুলির উত্তর খোঁজার চেষ্টা করি —

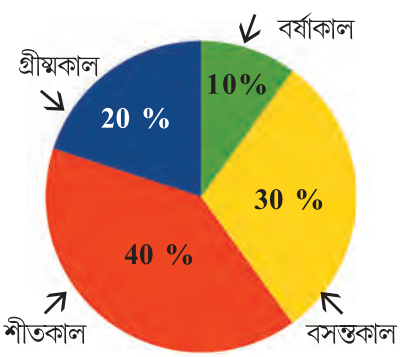
i) সবচেয়ে বেশি জন কোন ঋতু পছন্দ করে এবং কত জন লিখি।

ii) সবচেয়ে কম জন কোন ঋতু পছন্দ করে এবং কতজন লিখি।

iii) কতজন গ্রীষ্মকাল পছন্দ করে লিখি।

iv) সবচেয়ে ছোটো বৃত্তকলা দ্বারা কোন ঋতু বোঝানো হয়েছে।

v) নিজে পাই চিত্র দেখি ও আরও দুটি নতুন প্রশ্ন তৈরি করে উত্তর খুঁজি।



3. মূলদ সংখ্যার ধারণা

আজ রবিবার। আমাদের স্কুল ছুটি। আমরা বন্ধুরা মিলে মধুমিতার বাড়ি যাচ্ছি। মধুমিতার বাড়ি ব্যান্ডেলের কাছে। ঠিক করেছি সারাদিন ওখানে খুব আনন্দ করব ও ওখানকার চাষবাস, জনসংখ্যা ও বেশিরভাগ মানুষের জীবিকা সম্বন্ধে জানব।

সকাল 8 টায় বাস ছাড়ল। তখন আমরা বন্ধুরা 15 জন বাসে বসে আছি। কিন্তু কিছু পরে বাসটায় খুব ভিড় হয়ে গেল।

আমরা ঠিক করেছি সমীকরণ তৈরি করে কতজন লোক বাসে উঠছে ও নামছে হিসাব করব। তমাল সমীকরণের বীজগুলি একটি কার্ডে লেখার চেষ্টা করবে।

ধরি, আমরা ছাড়া বাসে আরও x জন যাত্রী উঠেছে। এখন যদি বাসে 32 জন যাত্রী থাকে ,

তাহলে পাই $x + 15 = 32$ ..... (i)

বা, $x = 32 - 15$

$\therefore x = 17$

সুতরাং, বাসে আরও 17 জন যাত্রী উঠেছে ।

তমাল একটি কাগজে লিখল, **(i) নং সমীকরণের বীজটি স্বাভাবিক সংখ্যা।**

কিন্তু যদি বাসে 15 জন যাত্রী থাকত,

অর্থাৎ $x + 15 = 15$ ..... (ii) হলে $x =$ ☐ পাই।

$\therefore$ সেক্ষেত্রে (ii) নং সমীকরণের বীজটি ☐ (স্বাভাবিক সংখ্যা/অখণ্ড সংখ্যা)

কিন্তু আয়েষা ভুল করে $x + 35 = 32$ লিখেছে,

$x + 35 = 32$ ..... (iii) সমাধান করে কী বীজ পাই দেখি।

$x + 35 = 32$

$x =$ ☐ [নিজে করি] (iii) নং সমীকরণের বীজ -3.

তমাল লিখল (iii) নং সমীকরণের বীজটি ☐ [পূর্ণসংখ্যা/অখণ্ড সংখ্যা]

নাসিরও ভুল করে লিখল $2x + 15 = 32$

উষাও ভুল করে লিখল $3x + 40 = 32$

1 আমি $2x + 15 = 32$ ..... (iv) সমীকরণটি সমাধান করি ও এর বীজ খুঁজি।

$2x + 15 = 32$

বা, $2x = 32 - 15$

বা, $2x = 17$

$\therefore x = \frac{17}{2}$

$\frac{17}{2}$, স্বাভাবিক সংখ্যাও নয়, অখণ্ড সংখ্যাও নয়, আবার পূর্ণসংখ্যাও নয়। তাহলে এই সংখ্যাকে কী বলব?

$\frac{17}{2}$ — একটি মূলদ সংখ্যা।

যে সংখ্যাকে $\frac{p}{q}$ আকারে প্রকাশ করা যায়, যেখানে p ও q পূর্ণসংখ্যা এবং $q \neq 0$, তাকে মূলদ সংখ্যা বলা হয়।

কিন্তু দেখছি, 17, 0, –3 -এদেরও $\frac{17}{1}$, $\frac{0}{q}$ $(q \neq 0)$ এবং $\frac{-3}{1}$ আকারে প্রকাশ করা যাচ্ছে। তাহলে এরাও কি মূলদ সংখ্যা?

স্বাভাবিক সংখ্যা, অখণ্ড সংখ্যা ও পূর্ণসংখ্যা মূলদ সংখ্যা।

2 $3x + 40 = 32$ -এর সমাধান করি।

বা, $3x = 32 - 40$

বা, $3x = -8$

$\therefore x = \frac{-8}{3}$

দেখছি সমীকরণের বীজটি হলো $\frac{-8}{3}$

$\frac{-8}{3}$ একটি ☐ সংখ্যা।

নিজে করি— 3.1

মধুমিতার বাড়ি পৌঁছোনোর পরে মধুমিতার ভাই রানা তার খাতায় অনেকগুলি সমীকরণ লিখল।

1. নীচের সমীকরণগুলি সমাধান করি :

(i) $5x = 30$ (ii) $2x + \frac{x-1}{2} = 5$ (iii) $\frac{x}{5} + \frac{2}{7} = \frac{x}{10}$ (iv) $\frac{x}{4} + \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$

দেখছি, প্রতিটি সমীকরণের বীজ ☐ সংখ্যা।

মূলদ সংখ্যার মধ্যে সম্পর্ক খুঁজি

মধুমিতার বাড়িতে গিয়ে আমরা খুব মজা করলাম। মেহের অনেকগুলি কার্ড তৈরি করল। প্রতি কার্ডে সে আলাদা আলাদা মূলদ সংখ্যা লিখল।
এবার টেবিলে সে এই কার্ডগুলি উল্টে রাখল।

আমরা ইচ্ছামতো যেকোনো কার্ড তুলে যোগ, বিয়োগ, গুণ অথবা ভাগ করে দেখব কী ধরনের সংখ্যা পাচ্ছি।

আমি তুললাম $\boxed{-\frac{2}{3}}$ ও $\boxed{\frac{3}{8}}$

কার্ডে লেখা সংখ্যা দুটি যোগ করে দেখি কী পাই $-\frac{2}{3}+\frac{3}{8}=\frac{-16+9}{24}=-\frac{7}{24}$

দেখছি দুটি মূলদ সংখ্যা যোগ করে মূলদ সংখ্যাই পেলাম।

3 কিন্তু আমি যদি মূলদ সংখ্যা দুটি বিয়োগ করি কী পাই দেখি।

$$(-\frac{2}{3})-(\frac{3}{8}) \quad =-\frac{2}{3}-\frac{3}{8}=\frac{-16-9}{24}=-\frac{25}{24}$$

দেখছি, দুটি মূলদ সংখ্যা বিয়োগ করে ☐ সংখ্যাই পেলাম।

4 ওই মূলদ সংখ্যা দুটি গুণ করে কী পাই দেখি।

$$(-\frac{2}{3})\times(\frac{3}{8})=-\frac{1}{4}$$

দেখছি দুটি মূলদ সংখ্যা গুণ করে ☐ সংখ্যা পেলাম।

5 এবার ওই মূলদ সংখ্যা দুটি ভাগ করি কী পাই দেখি।

$$(-\frac{2}{3})\div(\frac{3}{8})=-\frac{2}{3}\times\frac{8}{3}=-\frac{16}{9}$$

দেখছি, এই দুটি মূলদ সংখ্যার ভাগফল ☐ সংখ্যা পেলাম। কিন্তু যদি $(-\frac{2}{3})\div 0$ করি কী পাব দেখি।

$-\frac{2}{3}\div 0$ **অসংজ্ঞাত**

∴ শূন্য দিয়ে ভাগ না করলে দুটি মূলদ সংখ্যার ভাগফল সর্বদা মূলদ সংখ্যা।

সিরাজ তুলল $\boxed{-\frac{5}{4}}$ ও $\boxed{-\frac{2}{13}}$

সিরাজের কার্ডে লেখা মূলদ সংখ্যাগুলি যোগ, বিয়োগ, গুণ ও ভাগ করে মূলদ সংখ্যা পেল কিনা হিসাব করে দেখি। (নিজে করি)

সংখ্যাগুলি	যোগফল	বিয়োগফল	গুণফল	ভাগফল	সিদ্ধান্ত
দুটি অখন্ড সংখ্যা 5 ও 8	$5+8=\square$	সংখ্যা দুটি বিয়োগ করি $5-8=\square$ $8-5=\square$	সংখ্যা দুটি গুণ করি $5\times 8=\square$	সংখ্যা দুটি ভাগ করি $5\div 8=\frac{5}{8}$ $8\div 5=\frac{8}{5}$	অখন্ড সংখ্যার বিয়োগফল ও ভাগফল সর্বদা অখন্ড নয়। কিন্তু যোগফল এবং গুণফল সর্বদাই অখন্ড সংখ্যা হয়।
দুটি পূর্ণ সংখ্যা 7 ও -9	$7+(-9)=\square$	$7-(-9)=\square$ $(-9)-(7)=\square$	$7\times(-9)=\square$	$7\div(-9)=\square$ $(-9)\div(7)=\square$	পূর্ণ সংখ্যার যোগফল, বিয়োগফল এবং গুণফল $\square$ সংখ্যা হয়। কিন্তু পূর্ণ সংখ্যার ভাগফল সর্বদা $\square$ সংখ্যা নয়।
যেকোন দুটি মূলদ সংখ্যা নিই। $\square$ ও $\square$	$\square+\square=\square$	$\square-\square=\square$ $\square-\square=\square$	$\square\times\square=\square$	$\square\div\square=\square$ $\square\div\square=\square$	নিজে লিখি

∴ a ও b মূলদ সংখ্যা হলে (a + b) $\square$ সংখ্যা, (a - b) বা (b - a) $\square$ সংখ্যা। (a × b) $\square$ সংখ্যা। কিন্তু a ÷ b সর্বদা মূলদ সংখ্যা যখন $b \neq 0$

আমি যেকোনো মূলদ সংখ্যার সাথে 0-কে বামদিক থেকে এবং ডানদিক থেকে যোগ করে কী পাই দেখি।

$0+\frac{3}{7}=\frac{3}{7}$ এবং $\frac{3}{7}+0=\frac{3}{7}$

আবার আমি যেকোনো মূলদ সংখ্যাকে 1 দিয়ে গুণ করি ও কী পাই দেখি।

$1\times\frac{3}{7}=\frac{3}{7}$ এবং $\frac{3}{7}\times 1=\frac{3}{7}$

সীমা অন্য যেকোনো একটি মূলদ সংখ্যার সঙ্গে 0-কে ডানদিক থেকে এবং বামদিক থেকে যোগ করে এবং যেকোনো একটি মূলদ সংখ্যার সঙ্গে 1-কে ডানদিক থেকে এবং বামদিক থেকে গুণ করে পেল —

0 + যেকোনো মূলদ সংখ্যা = ওই মূলদ সংখ্যা + 0 = $\square$

1 × যেকোনো মূলদ সংখ্যা = ওই মূলদ সংখ্যা × 1 = $\square$

অর্থাৎ $0 + a = a + 0 = a$ এবং $1 \times a = a \times 1 = a$ [যেখানে a যেকোনো মূলদ সংখ্যা]

আমি যেকোনো মূলদ সংখ্যা ও 0 গুণ করে কী পাই দেখি।

$0\times\frac{14}{19}=\square$, $\frac{14}{19}\times 0=\square$

∴ দীপু অন্য যেকোনো একটি মূলদ সংখ্যাকে 0 দিয়ে গুণ করে পেল

$0 \times$ যেকোনো মূলদ সংখ্যা = যেকোনো মূলদ সংখ্যা $\times 0 =$ ☐

[যেকোনো মূলদ সংখ্যা নিই ও নিজে করি]

অর্থাৎ $0 \times a = a \times 0 = 0$ (যেখানে a যেকোনো মূলদ সংখ্যা)।

নীচের ছকে বুঝে লিখি ও কোথায় কোথায় বিনিময় নিয়ম মেনে চলছে দেখি।

মূলদ সংখ্যা	প্রক্রিয়া	সিদ্ধান্ত
$\frac{5}{7}$ ও $\frac{6}{11}$	ওই মূলদ সংখ্যা দুটি যোগ করি $\frac{5}{7}+\frac{6}{11}=$ ☐ $\frac{6}{11}+\frac{5}{7}=$ ☐ ∴ $\frac{5}{7}+\frac{6}{11}$ ☐ $\frac{6}{11}+\frac{5}{7}$ [= / ≠ বসাই] অন্য যেকোনো দুটি মূলদ সংখ্যা নিয়ে যাচাই করি। ∴ $a + b = b + a$ [যেখানে a ও b মূলদ সংখ্যা]	মূলদ সংখ্যার যোগ বিনিময় নিয়ম মেনে চলে
$\frac{7}{8}$ ও $\frac{2}{5}$	ওই মূলদ সংখ্যা দুটি বিয়োগ করি $\frac{7}{8}-\frac{2}{5}=$ ☐ এবং $\frac{2}{5}-\frac{7}{8}=$ ☐ $\frac{7}{8}-\frac{2}{5}$ ☐ $\frac{2}{5}-\frac{7}{8}$ [= / ≠ বসাই] অন্য যেকোনো দুটি মূলদ সংখ্যা নিয়ে যাচাই করি। সাধারণত $a - b \neq b - a$ [যেখানে a ও b মূলদ সংখ্যা]	মূলদ সংখ্যার বিয়োগ বিনিময় নিয়ম মেনে চলে না।
$\frac{5}{6}$ ও $\frac{3}{2}$	মূলদ সংখ্যা দুটি গুণ করি $\frac{5}{6}\times\frac{3}{2}=$ ☐ এবং $\frac{3}{2}\times\frac{5}{6}=$ ☐ $\frac{5}{6}\times\frac{3}{2}$ ☐ $\frac{3}{2}\times\frac{5}{6}$ [= / ≠ বসাই] অন্য যেকোনো দুটি মূলদ সংখ্যা নিয়ে যাচাই করি। ∴ $a \times b = b \times a$ [যেখানে a ও b মূলদ সংখ্যা]	☐
শূন্য ছাড়া যেকোনো মূলদ সংখ্যা নিই, যেমন ☐ ও ☐	ওই মূলদ সংখ্যা দুটি ভাগ করি ☐ ÷ ☐ = ☐ এবং ☐ ÷ ☐ = ☐ ☐ ☐ ☐ [= / ≠ বসাই] সাধারণত $a \div b \neq b \div a$ [যেখানে a ও b মূলদ সংখ্যা]	☐

6 আমি যেকোনো তিনটি মূলদ সংখ্যা নিই ও যোগ করি।

$-\frac{1}{5} + (\frac{2}{5} + \frac{5}{7}) = \square$ [নিজে করি]

এবং $(-\frac{1}{5} + \frac{2}{5}) + \frac{5}{7} = \square$ [নিজে করি]

$\therefore -\frac{1}{5} + (\frac{2}{5} + \frac{5}{7}) \square (-\frac{1}{5} + \frac{2}{5}) + \frac{5}{7}$ [= / ≠ বসাই]

$\therefore -\frac{1}{5}, \frac{2}{5}$ ও $\frac{5}{7}$ -এর যোগ সংযোগ নিয়ম মেনে চলে।

7 রোহিত অন্য যেকোনো তিনটি মূলদ সংখ্যা নিয়ে মূলদসংখ্যা তিনটির যোগ সংযোগ নিয়ম মেনে চলে কিনা যাচাই করল।

পেলাম, $a + (b + c) = (a + b) + c$ [যেখানে a, b ও c তিনটি মূলদ সংখ্যা]

8 যেকোনো তিনটি মূলদ সংখ্যা নিয়ে বিয়োগ করি ও কী পাই দেখি?

$\frac{3}{5} - (\frac{2}{7} - \frac{1}{4}) = \square$ [নিজে করি]

$(\frac{3}{5} - \frac{2}{7}) - \frac{1}{4} = \square$ [নিজে করি]

$\therefore \frac{3}{5} - (\frac{2}{7} - \frac{1}{4}) \square (\frac{3}{5} - \frac{2}{7}) - \frac{1}{4}$ [= / ≠ বসাই]

∴ মূলদ সংখ্যার বিয়োগ সংযোগ নিয়ম মেনে চলে না।

সাধারণত, $a - (b - c) \neq (a - b) - c$ [যেখানে a, b ও c তিনটি মূলদ সংখ্যা]

9 আমি যেকোনো তিনটি মূলদ সংখ্যা নিয়ে গুণ করি ও মূলদ সংখ্যার গুণ সংযোগ নিয়ম মেনে চলে কিনা দেখি।

$\frac{5}{8} \times (\frac{3}{5} \times \frac{7}{9}) = \square$ এবং $(\frac{5}{8} \times \frac{3}{5}) \times \frac{7}{9} = \square$

$\therefore \frac{5}{8} \times (\frac{3}{5} \times \frac{7}{9}) \square (\frac{5}{8} \times \frac{3}{5}) \times \frac{7}{9}$ [= / ≠ বসাই]

$\frac{5}{8}, \frac{3}{5}, \frac{7}{9}$ — এর গুণ সংযোগ নিয়ম মেনে চলে।

10 শুভম অন্য যেকোনো তিনটি মূলদ সংখ্যা নিয়ে মূলদ সংখ্যার গুণ সংযোগ নিয়ম মেনে চলে কিনা যাচাই করল। **[নিজে করি]**

পেলাম, $a \times (b \times c) = (a \times b) \times c$ [যেখানে a, b ও c মূলদ সংখ্যা]

11 আমি তিনটি মূলদ সংখ্যা নিয়ে ভাগ করে দেখি মূলদ সংখ্যার ভাগ সংযোগ নিয়ম মেনে চলে কিনা।

$$\frac{11}{13} \div \left(\frac{5}{6} \div \frac{3}{8}\right) = \frac{11}{13} \div \left(\frac{5}{6} \times \frac{8}{3}\right) = \frac{11}{13} \div \frac{20}{9} = \frac{11}{13} \times \frac{9}{20} = \frac{99}{260}$$

কিন্তু, $\left(\frac{11}{13} \div \frac{5}{6}\right) \div \frac{3}{8} = \left(\frac{11}{13} \times \frac{6}{5}\right) \div \frac{3}{8} = \frac{66}{65} \times \frac{8}{3} = \square$

$\therefore \frac{11}{13} \div \left(\frac{5}{6} \div \frac{3}{8}\right) \square \left(\frac{11}{13} \div \frac{5}{6}\right) \div \frac{3}{8}$ [= / ≠ বসাই]

মূলদ সংখ্যার ভাগ সংযোগ নিয়ম মেনে চলে না।

সাধারণত, $a \div (b \div c) \neq (a \div b) \div c$ [যেখানে, a, b ও c মূলদ সংখ্যা এবং $b \neq 0$ ও $c \neq 0$]

12 যোগের বিনিময় ও সংযোগ নিয়ম ব্যবহার করে মূলদ সংখ্যারযোগ করি।

(1) $\frac{5}{14} + \frac{6}{52} + \left(-\frac{3}{28}\right) + \frac{7}{13}$

$= \frac{5}{14} + \left\{\frac{6}{52} + \left(-\frac{3}{28}\right)\right\} + \frac{7}{13}$

$= \frac{5}{14} + \left\{\left(-\frac{3}{28}\right) + \frac{6}{52}\right\} + \frac{7}{13}$

$= \left\{\frac{5}{14} + \left(-\frac{3}{28}\right)\right\} + \left(\frac{6}{52} + \frac{7}{13}\right)$ [বিনিময় ও সংযোগ নিয়মের সাহায্যে পাই]

$= \frac{10-3}{28} + \frac{6+28}{52}$

$= \frac{1}{4}\cancel{\frac{7}{28}} + \cancel{\frac{34}{52}}\,{}^{17}_{26}$

$= \frac{1}{4} + \frac{17}{26}$

$= \frac{13+34}{52}$

$= \frac{47}{52}$

13 মূলদ সংখ্যার গুণের বিনিময় ও সংযোগ নিয়মের সাহায্যে গুণ করি।

$-\frac{3}{5} \times \frac{4}{7} \times \frac{15}{16} \times \frac{-14}{9}$

$= \left\{-\frac{3}{5} \times \left(\frac{4}{7} \times \frac{15}{16}\right)\right\} \times \frac{-14}{9}$

$= -\frac{3}{5} \times \left(\frac{15}{16} \times \frac{4}{7}\right) \times \frac{-14}{9}$

$= \left(-\frac{\cancel{3}}{\cancel{5}} \times \frac{\cancel{15}}{16}\right)^{3} \times \left(\frac{4}{7} \times \frac{-14}{9}\right)$ [বিনিময় ও সংযোগ নিয়মের সাহায্যে পাই]

$= \frac{-\cancel{9}}{2\cancel{16}} \times \frac{-\cancel{8}}{\cancel{9}}$

$= \frac{1}{2}$

আমাদের টেবিলে অনেকগুলি মূলদসংখ্যা লেখা কার্ড ছড়ানো আছে।

আমি একটি কার্ড তুললাম। আমি তুললাম $\boxed{\frac{3}{7}}$

আমি আমার কার্ডে লেখা মূলদ সংখ্যার সাথে কত যোগ করলে শূন্য পাব দেখি।

$\frac{3}{7} + \square = 0$ এবং $\square + \frac{3}{7} = 0$ [নিজে করি]

জোসেফ অন্য একটি কার্ড তুলল। জোসেফ তুলল $\boxed{-\frac{2}{9}}$

$-\frac{2}{9} + \{-(-\frac{2}{9})\} = \square$ [নিজে করি]

$-\frac{2}{9}$-এর সাথে $-(-\frac{2}{9})$ যোগ করলে $\square$ পাই।

$\square + (-\frac{2}{9}) = 0$

অর্থাৎ $a + (-a) = (-a) + a = 0$ (যেখানে, a একটি মূলদ সংখ্যা)।

আমি তুললাম → $\boxed{\frac{9}{13}}$

14 কোন মূলদ সংখ্যা দিয়ে $\frac{9}{13}$ -কে গুণ করলে 1 পাব দেখি।

$\frac{9}{13} \times \square = 1$ বা $\square \times \frac{9}{13} = 1$

অর্থাৎ $\frac{9}{13}$ কে $\frac{9}{13}$-এর অন্যোন্যক বা $\frac{13}{9}$ দিয়ে গুণ করলে $\square$ পাব।

অপু তুলল → $\boxed{-\frac{11}{7}}$, $(-\frac{11}{7})$ -এর সাথে কোন মূলদ সংখ্যা গুণ করলে 1 পাব লিখি।

$(-\frac{11}{7}) \times \square = 1$ বা $\square \times (-\frac{11}{7}) = 1$

$\therefore \quad a \times \frac{1}{a} = \square = \frac{1}{a} \times a$ [যেখানে a একটি মূলদ সংখ্যা এবং $a \neq 0$]

রানা কিন্তু তিনটি কার্ড তুলল → $\boxed{\frac{5}{2}}$, $\boxed{\frac{7}{8}}$ ও $\boxed{\frac{11}{12}}$

সে লিখল, $\frac{5}{2} \times (\frac{7}{8} + \frac{11}{12}) = \frac{5}{2} \times (\frac{21+22}{24})$

$= \frac{5}{2} \times \frac{43}{24} = \square$

কিন্তু, $\frac{5}{2}\times\frac{7}{8}+\frac{5}{2}\times\frac{11}{12}=\frac{35}{16}+\frac{55}{24}=$ ☐ [নিজে করি]

দেখছি $\frac{5}{2}\times\left(\frac{7}{8}+\frac{11}{12}\right)$ ☐ $\frac{5}{2}\times\frac{7}{8}+\frac{5}{2}\times\frac{11}{12}$ [= / ≠ বসাই]

আমি অন্য যে কোনো তিনটি মূলদ সংখ্যা নিয়ে মূলদ সংখ্যা বিচ্ছেদ নিয়ম মেনে চলে নাকি যাচাই করি।

পেলাম, $a\times(b+c)=a\times b+a\times c$[যেখানে a,b ও c মূলদ সংখ্যা]

নিজে করি—3.2

1) $\frac{2}{9}$-এর সাথে ☐ যোগ করলে 0 পাব।

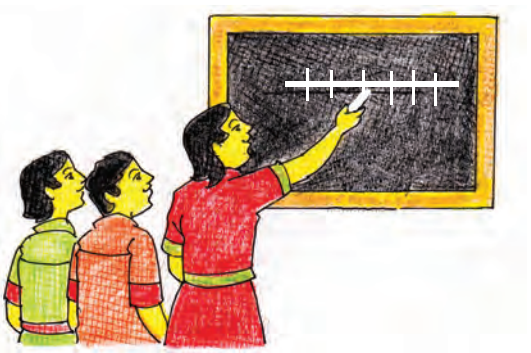
2) $-\frac{9}{8}$-এর সাথে ☐ যোগ করলে 0 পাব।

3) $-\left(-\frac{5}{2}\right)$-এর সাথে ☐ যোগ করলে শূন্য পাব।

4) $\frac{5}{8}$-এর সাথে ☐ গুণ করলে 1 পাব।

5) $-\frac{3}{9}$-এর সাথে ☐ গুণ করলে 1 পাব।

6) $\frac{7}{9}\times\left(-\frac{11}{25}\right)\times\left(-\frac{89}{41}\right)\times\left(\frac{5}{121}\right)$—বিনিময় ও সংযোগের নিয়মের সাহায্যে গুণ করি।



মজার খেলা

আজ কামাল ও রেহানা তাদের মূলদ সংখ্যা লেখা কার্ডগুলো নিয়ে অন্য খেলা খেলবে। তারা মূলদ সংখ্যার যোগ, বিয়োগ গুণ ও ভাগ করেছে।

আজ তারা এই মূলদ সংখ্যাগুলি সংখ্যারেখায় বসাতে পারে কিনা চেষ্টা করবে। তাই কামাল একটি করে কার্ড তুলবে এবং রেহানা সংখ্যারেখা এঁকে সেখানে এই মূলদ সংখ্যাটি বসানোর চেষ্টা করবে।

আমি প্রথমে স্বাভাবিক সংখ্যা, অখণ্ড সংখ্যা ও পূর্ণসংখ্যার সংখ্যারেখা আঁকি।

1 2 3 4 5 6 7 8.....

এই সংখ্যারেখার গোলচিহ্নিত সংখ্যাগুলি **স্বাভাবিক সংখ্যা**।

0 1 2 3 4 5 6 7 8.....

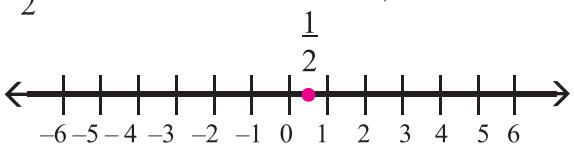
এই সংখ্যারেখার গোলচিহ্নিত সংখ্যাগুলি **অখণ্ড সংখ্যা**।

.....–5 –4 –3 –2 –1 0 1 2 3 4 5.....

এই সংখ্যারেখার গোলচিহ্নিত সংখ্যাগুলি **পূর্ণসংখ্যা**।

কামাল তুলল → $\boxed{\frac{1}{2}}$

পূর্ণসংখ্যার সংখ্যারেখায় $\frac{1}{2}$ বসাই। 0 থেকে 1-এর মধ্যের দূরত্বকে সমান 2 ভাগে ভাগ করে মধ্যবিন্দুতে $\frac{1}{2}$ বসাই।



কামাল তুলল → $\boxed{\frac{1}{5}}$ ও $\boxed{\frac{2}{5}}$

এবার আমি কীভাবে $\frac{1}{5}$ ও $\frac{2}{5}$ কে সংখ্যারেখায় বসাব দেখি?

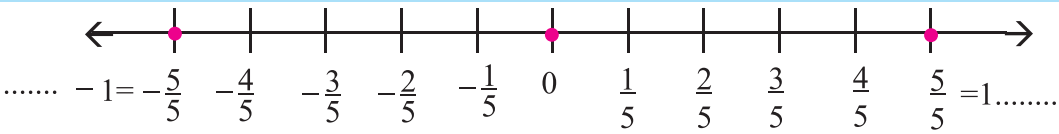
পূর্ণসংখ্যার সংখ্যারেখায় 0 থেকে 1-এর মধ্যের দূরত্বকে সমান 5 ভাগে ভাগ করে প্রথম ভাগের প্রান্তবিন্দুতে $\frac{1}{5}$ ও দ্বিতীয় ভাগের প্রান্তবিন্দুতে $\frac{2}{5}$ বসাব।

বুঝেছি, 0 থেকে 1-এর মধ্যের দূরত্বকে সমান 5 ভাগ করে একই দূরত্বে দাগ বসালে পাব→ $0, \frac{1}{5}, \frac{2}{5}, \frac{3}{5}, \frac{4}{5}, \frac{5}{5} = 1$

আবার 1 থেকে 2-এর মধ্যে দূরত্বকে সমান 5 ভাগ করে সংখ্যা বসালে পাব→ $\frac{6}{5}, \frac{7}{5}, \frac{8}{5}, \frac{9}{5}, \frac{10}{5} = 2$

–1 থেকে 0 -এর মধ্যের দূরত্বকে সমান 5 ভাগ করলে পাব $0, -\frac{1}{5}, -\frac{2}{5}, -\frac{3}{5}, -\frac{4}{5}, -\frac{5}{5} = -1$

আবার –2 থেকে –1 এর মধ্যের দূরত্বকে সমান 5 ভাগ করলে পাব $-\frac{6}{5}, -\frac{7}{5}, -\frac{8}{5}, -\frac{9}{5}, -\frac{10}{5} = -2$



তবে কি $\frac{2}{5}$ ও $\frac{4}{5}$ -এর মধ্যে একটি মূলদ সংখ্যা $\frac{3}{5}$ আছে কিনা দেখি? $\frac{2}{5} = \frac{4}{10}$ এবং $\frac{4}{5} = \frac{8}{10}$

দেখছি $\frac{4}{10}$ এবং $\frac{8}{10}$ -এর মধ্যে $\frac{5}{10}, \frac{6}{10}, \frac{7}{10}$ - মূলদ সংখ্যাগুলি লিখতে পারি,

আবার, $\frac{2}{5} = \frac{4}{10} = \frac{40}{100}$ এবং $\frac{4}{5} = \frac{8}{10} = \frac{80}{100}$

∴ $\frac{40}{100}$ ও $\frac{80}{100}$ - এর মধ্যে $\frac{41}{100}, \frac{42}{100}, \ldots\ldots, \frac{79}{100}$ মূলদ সংখ্যাগুলি লিখতে পারি।

∴ $\frac{2}{5}$ ও $\frac{4}{5}$ -এর মধ্যে মূলদ সংখ্যা আছে ☐ [নির্দিষ্ট / অসংখ্য]

পেলাম, দুটি আলাদা মূলদ সংখ্যার মধ্যে ☐ মূলদ সংখ্যা আছে। [নির্দিষ্ট /অসংখ্য]

কষে দেখি— 3

1. নীচের সমীকরণগুলি সমাধান করি ও বীজগুলি $\frac{p}{q}$ $[(q \neq 0)$ যেখানে p,q পূর্ণসংখ্যা] আকারে প্রকাশ করি

(a) $7x = 14$ (b) $4p + 32 = 0$ (c) $11x = 0$ (d) $5m - 3 = 0$ (e) $9y + 18 = 0$ (f) $t = 8 - 12t$ (g) $6y = 5 + y$

(h) $2x + \square = \square$ [নিজে মূলদ সংখ্যা বসাই]

2. $y = -\frac{5}{4}$ হলে, $-(-y) = y$ যাচাই করি।

3. $x = -\frac{3}{8}$ হলে, মান খুঁজি (a) $2x + 5$ (b) $x + \frac{3}{8}$ (c) $5 - (-x)$ (d) $\square - (-x)$

[নিজে মূলদ সংখ্যা বসাই]

4. নীচের ফাঁকা ঘরে বুঝে সংখ্যা লিখি :

(a) $\frac{9}{11} + \square = 0$ (b) $\square + \left(-\frac{21}{29}\right) = 0$ (c) $\frac{7}{19} \times \square = 1$ (d) $-5 \times \square = 1$

(e) $-\frac{15}{23} \times \square = 1$ (f) $\left(-\frac{8}{3}\right) \times \left(-\frac{21}{20}\right) = \square$

5. $\frac{7}{18}$ -কে $\left(-\frac{5}{6}\right)$ -এর অন্যোন্যক দিয়ে গুণ করে গুণফল লিখি।

6. বিনিময় ও সংযোগ নিয়মের সাহায্যে মান খুঁজি :

(i) $\frac{5}{8} + \left(-\frac{7}{15}\right) + \left(\frac{3}{32}\right) + \frac{11}{75}$ (ii) $\frac{8}{121} \times \frac{35}{169} \times \frac{55}{36} \times \frac{78}{49}$

7. সংখ্যারেখায় মূলদ সংখ্যাগুলি বসাই : $\frac{1}{4}, -\frac{3}{4}, -\frac{2}{3}, \frac{6}{5}, -\frac{8}{3}$

8. 4টি মূলদ সংখ্যা লিখি যারা 1-এর থেকে বড়ো কিন্তু 2 -এর থেকে ছোটো।

9. $-\frac{3}{5}$ ও $\frac{1}{2}$ -এর মধ্যে 10 টি মূলদ সংখ্যা খুঁজি :

[সংকেত: $-\frac{3}{5} = -\frac{6}{10}$, $\frac{1}{2} = \frac{5}{10}$]

10. নীচের মূলদ সংখ্যাদুটির মধ্যে পাঁচটি করে মূলদ সংখ্যা লিখি :

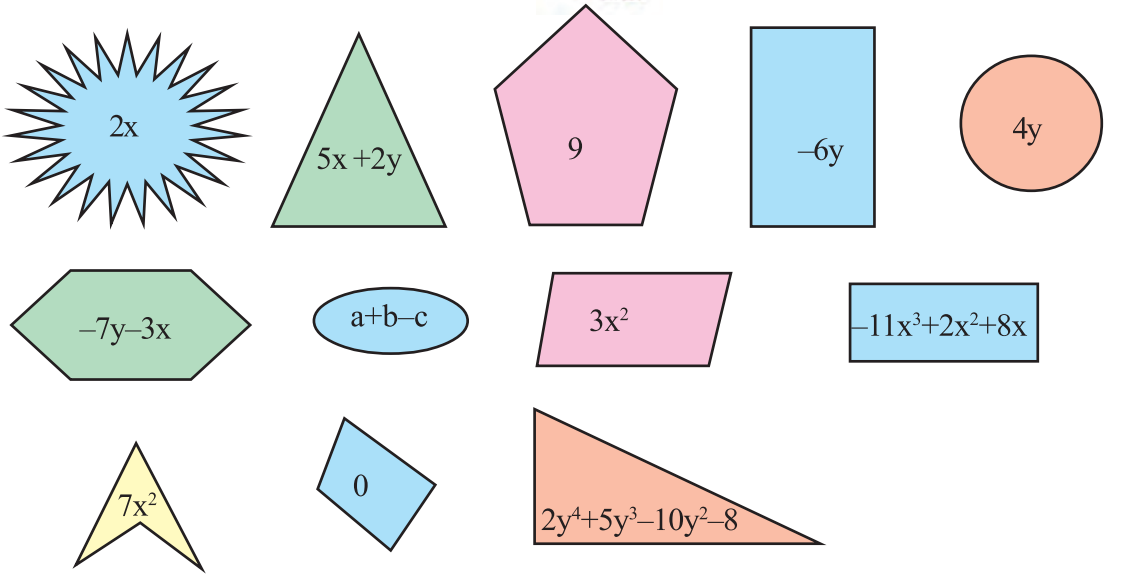
(a) $\frac{1}{3}$ ও $\frac{3}{5}$ (b) $\frac{1}{4}$ ও $\frac{1}{2}$ (c) $-\frac{4}{3}$ ও $\frac{3}{7}$

[সংকেত: হরগুলি সমান করে নিই, $\frac{1}{3} = \frac{5}{15} = \frac{10}{30}$, $\frac{3}{5} = \frac{9}{15} = \frac{18}{30}$]

4. বীজগাণিতিক সংখ্যামালার গুণ ও ভাগ

আজ আমরা ঠিক করেছি আমাদের শ্রেণিতে কিছু মজার জিনিস তৈরি করে রঙিন চার্টে আটকে ঝুলিয়ে রাখব। তাই আমরা রঙিন কাগজ কেটে নানান রঙের ও নানান আকারের কাগজ তৈরি করেছি। আমার বন্ধু তথাগত অনেকগুলি রঙিন কাগজের মাঝে বিভিন্ন সংখ্যা ও সংখ্যামালা লিখেছে ও রঙিন কাগজগুলি চার্টে আটকিয়েছে।

আমরা এই নানা আকারের রঙিন কার্ডগুলি দেখি।



উপরের ছবিগুলি দেখে প্রয়োজনমতো চিত্র আঁকি।

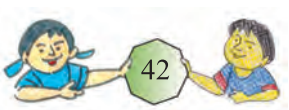
ধ্রুবক লেখা কার্ড আঁকি →

উপরের ছবির একপদী বীজগাণিতিক সংখ্যামালাগুলি লিখি ও সেই কার্ডগুলি আঁকি →

একপদী বীজগাণিতিক সংখ্যামালাগুলি যোগ করি ও যোগফল ফাঁকা ঘরে লিখি →

উপরের ছবির দ্বিপদী বীজগাণিতিক সংখ্যামালাগুলি লিখি ও সেই কার্ডগুলি আঁকি →

দ্বিপদী বীজগাণিতিক সংখ্যামালাগুলি যোগ করি ও যোগফল ফাঁকা ঘরে লিখি →



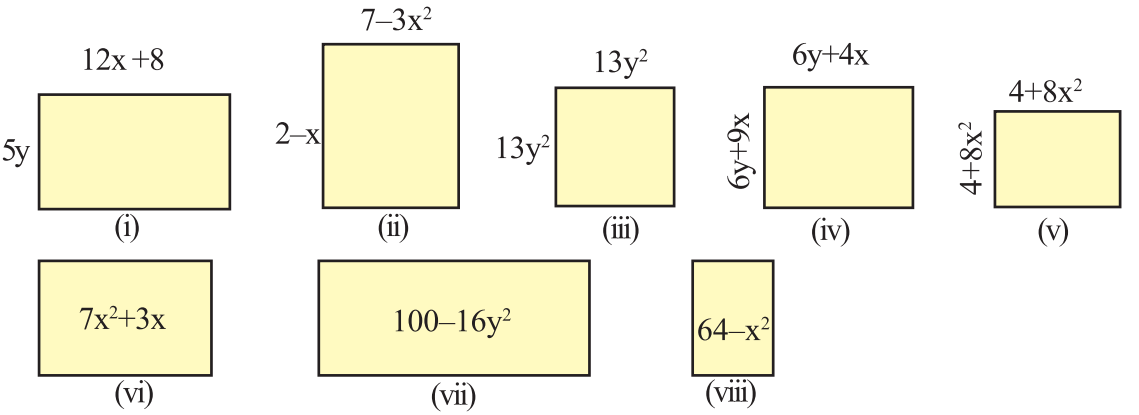
$(a+b-c)$ এর ☐ টি পদ। ∴ এটি ত্রিপদী সংখ্যামালা। কিন্তু $(2x^4+5y^3-10y^2-8)$-এই বীজগাণিতিক সংখ্যামালার পদ ☐ টি। এটি চারপদী সংখ্যামালা।

এরকম একটি বীজগাণিতিক সংখ্যামালার অনেকগুলি পদ থাকলে তাকে কী বলব?

এক বা একের বেশি পদবিশিষ্ট বীজগাণিতিক সংখ্যামালাকে বহুপদী বীজগাণিতিক সংখ্যামালা বলে।

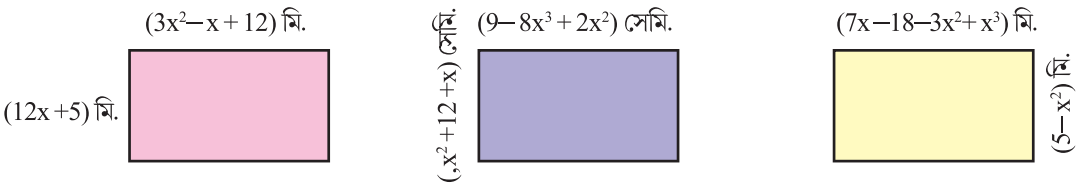
রূপা কিন্তু অন্যরকম মজার জিনিস তৈরি করল। সে সব আয়তক্ষেত্রাকার কার্ডগুলি আলাদা করে রেখেছে। সেগুলি সে একটি বড়ো পিচবোর্ডে আটকিয়ে দিল। শাকিল সেই আয়তক্ষেত্রাকার রঙিন কার্ডের দৈর্ঘ্য, প্রস্থ বা ক্ষেত্রফল লিখে দিল।

ছবিগুলি দেখি ও শাকিল যেগুলি লেখেনি সেগুলি লেখার চেষ্টা করি।



আয়তক্ষেত্র	দৈর্ঘ্য (একক)	প্রস্থ (একক)	ক্ষেত্রফল (বর্গ একক)
(i)	$12x + 8$	$5y$	
(ii)	$7-3x^2$	$2-x$	
(iii)			
(iv)			
(v)	$4 + 8x^2$	$4+8x^2$	
(vi)			$7x^2+3x$
(vii)			$100-16y^2$
(viii)			$64-x^2$
(ix)	নিজে একপদী বীজগাণিতিক সংখ্যামালা লিখি	নিজে অন্য দ্বিপদী বীজগাণিতিক সংখ্যামালা লিখি	

1.1 আমি আমার তৈরি আয়তক্ষেত্রাকার কার্ডের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থে বহুপদী বীজগাণিতিক রাশিমালা লিখলাম।



উপরের আয়তক্ষেত্রাকার কার্ডগুলির দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ x-এর ঘাতের নিম্নক্রমে সাজিয়ে কার্ডের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করি—

1.2 লাল রঙের আয়তক্ষেত্রাকার কার্ডের ক্ষেত্রফল

$= (3x^2 - x + 12) \times (12x+5)$ বর্গমিটার।

$= \{3x^2 \times (12x+5) - x\,(12x+5) + 12\,(12x+5)\}$ বর্গমিটার।

$= (36x^3 + 15x^2 - 12x^2 - 5x + 144x + 60)$ বর্গমিটার।

$= (36x^3 + 3x^2 + 139x + 60)$ বর্গমিটার।

1.3 নীল রঙের আয়তক্ষেত্রাকার কার্ডের ক্ষেত্রফল

$= (9 - 8x^3 + 2x^2) \times (x^2 - x + 12)$ বর্গমিটার।

$= (-8x^3 + 2x^2 + 9)\,(x^2 - x + 12)$ বর্গমিটার। [x-এর ঘাতের নিম্নক্রমে সাজাই]

$= \{-8x^3 \times (x^2 - x + 12) + 2x^2\,(x^2 - x + 12) + 9\,(x^2 - x + 12)\}$ বর্গসেমি.। [বিচ্ছেদ নিয়ম]

$= (-8x^{3+2} + 8x^{3+1} - 96x^3 + 2x^{2+2} - 2x^{2+1} + 24x^2 + 9x^2 - 9x + 108)$ বর্গসেমি.

$= (-8x^5 + 8x^4 - 96x^3 + 2x^4 - 2x^3 + 24x^2 + 9x^2 - 9x + 108)$ বর্গসেমি.

$= (-8x^5 + 10x^4 - 98x^3 + 33x^2 - 9x + 108)$ বর্গসেমি.

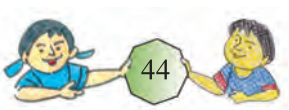
1.4 হলুদ রঙের আয়তক্ষেত্রাকার কার্ডের ক্ষেত্রফল

$= (7x - 18 - 3x^2 + x^3) \times (5 - x^2)$ বর্গমি.।

$=$ [ ] $\times$ [ ] বর্গমি. [x-এর ঘাতের নিম্নক্রমে সাজাই]

$= \{ (x^3 - 3x^2 + 7x - 18) \times (-x^2) + (x^3 - 3x^2 + 7x - 18) \times 5 \}$ বর্গমি.

$=$ [ ] বর্গমি. (নিজে করি)



কষে দেখি — 4.1

1.

প্রথম বীজগাণিতিক সংখ্যামালা	দ্বিতীয় বীজগাণিতিক সংখ্যামালা	গুণফল	গুণফলের মান
a) $x^2 - 3x + 5$	$5x + 9$	$5x^3 - 6x^2 - 2x + 45$	$x = 1$বসিয়ে পেলাম 42
b) $x^2 + 12 - 7y$	$2x - y$		$x = -2$ ও $y = 2$ বসিয়ে পেলাম ☐
c) $8p^3 - 3p - 2p^2$	$4p^2 - 5$		$p = -2$ বসিয়ে পেলাম ☐
d) $6a + 5b + 2$	$a - b + 6$		$a = 0$ ও $b = -1$বসিয়ে পেলাম ☐
e) $p^3 - p^2q^2 + q^3$	$p^2 + pq + q^2$		$p = 2$ ও $q = -2$ বসিয়ে পেলাম ☐
f) $x^2+y^2+z^2-xy-yz-zx$	$x+y+z$		$x=1,\ y=0,\ z=-1$ বসিয়ে পেলাম ☐
g) আমি নিজে একটি দ্বিপদী বীজগাণিতিক সংখ্যামালা লিখি	আমি নিজে অন্য একটি ত্রিপদী বীজগাণিতিক সংখ্যামালা লিখি		চলে বা চলগুলিতে যেকোনো অখণ্ড সংখ্যা বসিয়ে গুণফলের মান লিখি।

2. ধারাবাহিক গুণ করে গুণফল খুঁজি (পরপর গুণ করি)

(i) $(x^5 + 1), (3 - x^4), (4 + x^3 + x^6)$

(ii) $(2a^3 - 3b^5), (2a^3 + 3b^5), (2a^4 - 3a^2b^2 + b^4)$

(iii) $(ax + by), (ax - by), (a^4x^4 + a^2b^2x^2y^2 + b^4y^4)$

(iv) $(a+b+c), (a-b+c), (a+b-c)$

(v) $\left(\frac{2p^2}{q^2} + \frac{5q^2}{p^2}\right)\ \left(\frac{2p^2}{q^2} - \frac{5q^2}{p^2}\right)$

(vi) $\left(\frac{x^2}{y^2} + \frac{y^2}{z^2}\right), \left(\frac{y^2}{z^2} + \frac{z^2}{x^2}\right), \left(\frac{z^2}{x^2} + \frac{x^2}{y^2}\right)$

3. সরল করি

(i) $(x+y)(x^2 - xy + y^2) + (x-y)(x^2 + xy + y^2)$ (ii) $a^2(b^2 - c^2) + b^2(c^2 - a^2) + c^2(a^2 - b^2)$

4. (i) $a = x^2 + xy + y^2$, $b = y^2 + yz + z^2$, $c = z^2 + xz + x^2$ হলে $(x-y)a + (y-z)b + (z-x)c$ -এর মান নির্ণয় করি।

(ii) $a = \ell x + my + n$, $b = mx + ny + \ell$, $c = nx + \ell y + m$ হলে $a(m+n) + b(n+\ell) + c(\ell+m)$ -কী হয় দেখি।

মৃণাল ও শ্রাবণী অনেকগুলি রঙিন কার্ড তৈরি করেছে। সেই কার্ডে বিভিন্ন বীজগাণিতিক সংখ্যামালা লেখা আছে।

আমি তাদের কার্ডগুলির বীজগাণিতিক সংখ্যামালাগুলি গুণ করে গুণফল অন্য কার্ডে লিখছি। আমার বন্ধু নীলাদ্রি কার্ডে লেখা গুণফল থেকে গুণ্য বা গুণক খোঁজার চেষ্টা করছে।

$x^2 + x$ × $x-1$ = $x^3 - x$

$x^3 - x$ ÷ $x-1$ = ☐

গুণফল ÷ গুণক = গুণ্য

$x^3 - x$ ÷ x^2-1 = ☐

গুণফল ÷ গুণ্য = গুণক

$x - 6$ × $x - 3$ = ☐

$x^2-9x + 18$ ÷ $x - 3$ = ☐

$x^2-9x + 18$ ÷ $x - 6$ = ☐

$1 - 2c$ × $1-3c$ = ☐

$1-5c+ 6c^2$ ÷ $1-2c$ = ☐

$1-5c+ 6c^2$ ÷ $1-3c$ = ☐

দুটি সংখ্যার গুণফল ÷ ওদের একটি সংখ্যা = ☐

2 গুণ করে গুণফলকে গুণ্য বা গুণক দিয়ে ভাগ করে ভাগফল যাচাই করি

$(1+5x) \times (4 - 3x) =$ ☐

$(4 + 17x - 15x^2) \div (1 + 5x) =$ ☐

$-3x + 4$

অন্যভাবে ভাগ করি, $5x + 1$ | $-15x^2 + 17x + 4$ [x-এর ঘাতের অধঃক্রমে সাজিয়ে পাই]

$-15x^2 - 3x$ [বিয়োগ করি]

$+ \quad +$

$20x + 4$

$20x + 4$ [বিয়োগ করি]

$- \quad -$

0 ভাগফল $= -3x + 4$ এবং ভাগশেষ $= 0$

3 $(a^2 - 3a - 2) \times (2a - 1) =$ ☐

$(2a^3 - 7a^2 - a + 2) \div (a^2 - 3a - 2) =$ ☐

$2a - 1$

ভাগ করি , $a^2 - 3a - 2$ | $2a^3 - 7a^2 - a + 2$

$2a^3 - 6a^2 - 4a$ বিয়োগ করি

$- \quad + \quad +$

$-a^2 + 3a + 2$

$-a^2 + 3a + 2$ বিয়োগ করি

$+ \quad - \quad -$

0 ভাগফল = ☐ ও ভাগশেষ = ☐

4 ☐ $\times 3p - 1 = 81p^4 - 1$

$27p^3 + 9p^2 + 3p + 1$

ভাগ করে পাই, $3p - 1$ | $81p^4 - 1$

$81p^4 - 27p^3$

$- \quad +$

$27p^3 - 1$

$27p^3 - 9p^2$

$- \quad +$

$9p^2 - 1$

$9p^2 - 3p$

$- \quad +$

$3p - 1$

$3p - 1$

$- \quad +$

0 ভাগফল = ☐ ও ভাগশেষ = ☐

নিজে করি — 4.1

1) চলের ঘাতের নিম্নক্রমে সাজিয়ে ভাগ করি

a) $(x^2 - 13x + 22)$ কে $(x-11)$ দিয়ে। b) $(a^2 - 5a + 6)$ কে $(a - 2)$ দিয়ে।

c) $(2a^3 - 7a^2 - a + 2)$ কে $(a^2 - 3a - 2)$ দিয়ে। d) $(4a^2 - 9b^2)$ কে $(2a + 3b)$ দিয়ে।

2) নীচের রঙিন কার্ডের ভাজক বা ভাগফল এবং ভাগশেষ বের করি

রঙিন কার্ড	ভাজক	ভাগফল	ভাজ্য	ভাগশেষ
লাল		$2x + 3y$	$6x^3y - x^2y^2 - 7xy^3 + 12y^4$	
নীল	$4x^2 - x - 5$		$12x^4 + 5x^3 - 33x^2 - 3x + 16$	
সবুজ		$x^2 + px + q$	$x^3 + px^2 + qx + x$	

লাল কার্ডের ভাজক ও ভাগশেষ হিসেব করি।

ভাজ্য $= 6x^3y - x^2y^2 - 7xy^3 + 12y^4$

ভাগফল $= 2x + 3y$

$$
\begin{array}{r|l}
 & 3x^2y - 5xy^2 + 4y^3 \\
\hline
2x + 3y & 6x^3y - x^2y^2 - 7xy^3 + 12y^4 \\
 & 6x^3y + 9x^2y^2 \\
 & - \quad - \\
\hline
 & -10x^2y^2 - 7xy^3 \\
 & -10x^2y^2 - 15xy^3 \\
 & + \quad + \\
\hline
 & 8xy^3 + 12y^4 \\
 & 8xy^3 + 12y^4 \\
 & - \quad - \\
\hline
 & 0
\end{array}
$$

ভাজক = ☐ ও ভাগশেষ = ☐

নীল কার্ডের ভাগফল ও ভাগশেষ কী হবে দেখি।

এখানে ভাজ্য $= 12x^4 + 5x^3 - 33x^2 - 3x + 16$ এবং ভাজক $= 4x^2 - x - 5$

$$
\begin{array}{r|l}
 & 3x^2 + 2x - 4 \\
\hline
4x^2 - x - 5 & 12x^4 + 5x^3 - 33x^2 - 3x + 16 \\
 & 12x^4 - 3x^3 - 15x^2 \\
 & - \quad + \quad + \\
\hline
 & 8x^3 - 18x^2 - 3x \\
 & 8x^3 - 2x^2 - 10x \\
 & - \quad + \quad + \\
\hline
 & -16x^2 + 7x + 16 \\
 & -16x^2 + 4x + 20 \\
 & + \quad - \quad - \\
\hline
 & 3x - 4
\end{array}
$$

ভাগফল = ☐ এবং ভাগশেষ = ☐

সবুজ কার্ডের ভাজক ও ভাগশেষ নিজে বের করি।

কষে দেখি — 4.2

1. দুটি সংখ্যার গুণফল $3x^2 + 8x + 4$ এবং একটি সংখ্যা $3x + 2$ হলে, অপর সংখ্যাটি হিসাব করে লিখি।

2. একটি আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল $(24x^2 - 65xy + 21y^2)$ বর্গসেমি. এবং দৈর্ঘ্য $(8x - 3y)$ সেমি. হলে প্রস্থ কত হিসাব করে লিখি।

3. একটি ভাগ অঙ্কে ভাজ্য $x^4 + x^3y + xy^3 - y^4$ এবং ভাজক $x^2 + xy - y^2$; ভাগফল ও ভাগশেষ নির্ণয় করি।

4. ভাগ করি —

   a) $(m^2 + 4m - 21)$ কে $(m - 3)$ দিয়ে।

   b) $(6c^2 - 7c + 2)$ কে $(3c - 2)$ দিয়ে।

   c) $(2a^4 - a^3 - 2a^2 + 5a - 1)$ কে $(2a^2 + a - 3)$ দিয়ে।

   d) $(m^4 - 2m^3 - 7m^2 + 8m + 12)$ কে $(m^2 - m - 6)$ দিয়ে।

5. a) $(6x^2a^3 - 4x^3a^2 + 8x^4a^2) \div 2a^2x^2$

   b) $\frac{2y^9x^5}{5x^2} \times \frac{125\,xy^5}{16\,x^4y^{10}}$

   c) $\frac{7a^4y^2}{9a^2} \times \frac{729\,a^6}{42\,y^6}$

   d) $(p^2q^2r^5 - p^3q^5r^2 + p^5q^3r^2) \div p^2q^2r^2$

6. কোনো ভাগ অঙ্কে ভাজক $(x - 4)$, ভাগফল $(x^2 + 4x + 4)$ ও ভাগশেষ 3 হলে ভাজ্য কত হবে হিসাব করে লিখি। [ভাজ্য = ভাজক × $\square$ + ভাগশেষ]

7. কোনো ভাগ অঙ্কে ভাজক $(a^2 + 2a - 1)$, ভাগফল $5a - 14$ এবং ভাগশেষ $35a - 17$ হলে ভাজ্য কত হবে হিসাব করে লিখি।

8. ভাগ করে ভাগফল ও ভাগশেষ লিখি।

   i) $(x^2 + 11x + 27) \div (x + 6)$

   ii) $(81x^4 + 2) \div (3x - 1)$

   iii) $(63x^2 - 19x - 20) \div (9x^2 + 5)$

   iv) $(x^3 - x^2 - 8x - 13) \div (x^2 + 3x + 3)$

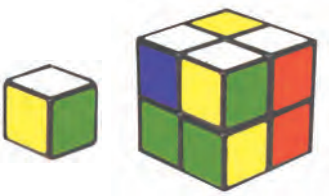
5. ঘনফল নির্ণয়

আজ সুহানা ও ফিরোজ পিচবোর্ডের ছোটো ছোটো অনেক রঙিন বাক্স তৈরি করছে।

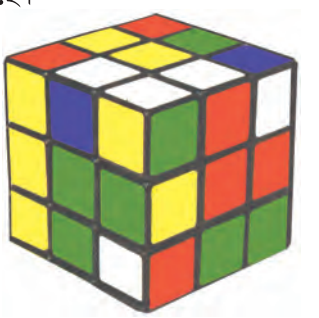
মেপে দেখছি, এই পিচবোর্ডের বাক্সের দৈর্ঘ্য 1 সেমি., প্রস্থ 1 সেমি. ও উচ্চতা 1 সেমি.। অর্থাৎ এই এক একটি বাক্স ঘনকাকার।

এই ঘনকাকার বাক্সটির প্রতিটি বাহুর দৈর্ঘ্য ☐ সেমি.।

আমি যদি এগুলি দিয়ে 2 সেমি. দৈর্ঘ্যের বাহু বিশিষ্ট ঘনকাকার বাক্স তৈরির চেষ্টা করি তবে কতগুলি বাক্স লাগবে দেখি।



দেখছি, 8 টি বাক্স লাগছে।



3 সেমি. দৈর্ঘ্যের বাহুবিশিষ্ট ঘনকাকার বাক্স তৈরি করতে লাগবে ☐ টি বাক্স।

এই 1, 8, 27, ... এই সংখ্যাগুলিকে কী বলব?

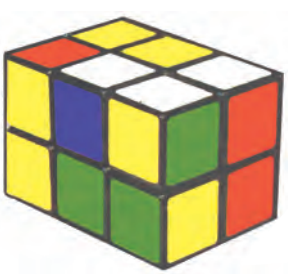
1, 8, 27, ... এই সংখ্যাগুলিকে পূর্ণঘনসংখ্যা বলা হয়। কারণ $1 = (1)^3$, $8 = (2)^3$, $27 = \square^3$,

$8 = \boxed{2}^3$, $64 = \square^3$, $125 = \square^3$, ...

অর্থাৎ, 1, 2, 3, 4, 5, ... এদের ঘন হলো যথাক্রমে 1, 8, 27, 64, 125, ...

হাতেকলমে

আমি নিজে অনেকগুলি ঘনক তৈরি করি যাদের একটি বাহুর দৈর্ঘ্য 1 সেমি.। 8টি ও 27 টি এই একই মাপের ঘনক জুড়ে বড়ো ঘনক তৈরি করে ঘনসংখ্যা $8=2^3$ ও $27=3^3$ যাচাই করি।



ফিরোজ কিন্তু তার তৈরি 1 সেমি. দৈর্ঘ্যের বাহুবিশিষ্ট 12 টি ঘনকাকার বাক্স দিয়ে একটি আয়তঘন তৈরি করল যার দৈর্ঘ্য 3 সেমি., প্রস্থ 2 সেমি. ও উচ্চতা 2 সেমি.। অর্থাৎ প্রতিটি বাহুর দৈর্ঘ্য সমান নয়। ∴ 12 পূর্ণঘনসংখ্যা নয়।

অন্যভাবে দেখি, $12 = 2\times2\times3$

$\therefore$ 12 কে কোনো একটি সংখ্যার ঘন হিসাবে প্রকাশ করতে পারব না।

সুতরাং $12 \neq$ (কোনো পূর্ণসংখ্যা)^3

$\therefore$ 12 একটি পূর্ণঘনসংখ্যা নয়।

আমি 32 টি একই মাপের ছোটো ঘনক নিয়ে বড়ো একটি ঘনক তৈরির চেষ্টা করি :

$32 = 2\times2\times2\times2\times2$

$= (2\times2)\times(2\times2)\times2$

$= 4\times4\times2$ অর্থাৎ $32 \neq$ (কোনো পূর্ণসংখ্যা)^3

দেখছি, 32 টি ছোটো ঘনক নিয়ে বড়ো একটি ঘনক তৈরি করতে পারব না।

কিন্তু $32\times2 = 64$ টি ছোটো ঘনক নিয়ে বড়ো ঘনক তৈরি করতে পারব।

যেহেতু, 64 একটি পূর্ণঘনসংখ্যা।

অর্থাৎ, 32 একটি পূর্ণঘনসংখ্যা নয় কিন্তু 32 -কে ক্ষুদ্রতম ধনাত্মক সংখ্যা 2 দিয়ে গুণ করলে একটি পূর্ণঘনসংখ্যা পাব। কারণ $64 = \square^3$

তাতাই 54 টি ওই একই মাপের ঘনক নিয়ে বড়ো একটি ঘনক তৈরি করতে পারবে নাকি হিসাব করে লিখি।

$54 = 2\times3\times3\times3$

দেখছি, 54 একটি ☐ (পূর্ণঘনসংখ্যা/পূর্ণঘনসংখ্যা নয়)

$\therefore$ 54 কে ক্ষুদ্রতম ধনাত্মক সংখ্যা ☐ দিয়ে ভাগ করলে পূর্ণঘনসংখ্যা পাব। তাই, $54 \div 2 = 27$ একটি ☐ সংখ্যা। কারণ $27 = \square^3$

নিজে করি - 5.1

1) নীচের সংখ্যাগুলির মধ্যে কোন কোন সংখ্যা পূর্ণঘনসংখ্যা খুঁজে লিখি।

125, 500, 64, 7^3, 729, 968

আমি 1 থেকে 20 পর্যন্ত সংখ্যার ঘন করে নীচের ছকে পূর্ণঘন সংখ্যাগুলি লিখি।

সংখ্যা	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	.....
পূর্ণঘনসংখ্যা	1	8	☐	64	☐				729	1000		1728				.....

উপরের ছক থেকে দেখছি, $9 = 1^3 + 2^3$, ☐ $= 4^3 + 6^3$, ☐ = ☐^{3} + ☐^{3} (নিজে 2টি তৈরি করি)

1729 কে দুটি সংখ্যার ঘনের সমষ্টি আকার প্রকাশ করা যায়। কিন্তু 1729 কে একটি বিশেষ সংখ্যা বলা হয় কেন দেখি ও এই সংখ্যার কিছু কথা জানি।

1729 এই সংখ্যাটিকে হার্ডি-রামানুজন সংখ্যা বলা হয়।

কোনো এক সময়ে বিখ্যাত গণিতবিদ জি. এইচ. হার্ডি ভারতের বিখ্যাত গণিতজ্ঞ রামানুজনের সাথে দেখা করতে গিয়েছিলেন। তিনি যে ট্যাক্সি চেপে গিয়েছিলেন তার নম্বর ছিল 1729; গণিতজ্ঞ হার্ডির কাছে 1729 একটি সাধারণ সংখ্যা ছিল।

কিন্তু, রামানুজন শুনেই তৎক্ষণাৎ বলেছিলেন যে 1729 একটি বিশেষ সংখ্যা।
কারণ এটি সবচেয়ে ছোটো সংখ্যা যেটি দুইরকম করে দুটি ঘনের সমষ্টির আকারে প্রকাশ করা যাবে।

$$1729 = 12^3 + 1^3$$
$$1729 = 10^3 + 9^3$$

পরে অনেক সংখ্যা আছে যাদের দুইরকমভাবে দুটি ঘনের সমষ্টি আকারে প্রকাশ করা যায়। কিন্তু 1729 ছিল সবচেয়ে ছোটো সংখ্যা যা দুইরকমভাবে দুটি ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যার ঘনের সমষ্টি।

এই ছোটো ছোটো ঘনক জুড়ে ফিরোজ অনেকগুলি বড়ো ঘনক তৈরি করল।
আমি ও সুহানা এই বড়ো ঘনকের প্রতিটি ধারের দৈর্ঘ্য মাপছি।

এই বড়ো ঘনকটিতে 27 টি ছোটো ঘন আছে।
দেখছি পাশের ছবির বড়ো ঘনকের প্রতিটি বাহুর দৈর্ঘ্য ☐ সেমি.।

আমি অন্যভাবে পাই, $27 = \square^3$
এখানে 3 -কে 27 এর কী বলা হয়?

3 কে **ঘন** করে 27 পাই। আবার 27 -এর **ঘনমূল** হলো 3

লেখা হয় $\sqrt[3]{27}$ বা $27^{\frac{1}{3}}$

$\therefore 3^3 = 27$ এবং $\sqrt[3]{27} = 27^{\frac{1}{3}} = 3$

1 আমি 8, 64, 125, 729 -এর ঘনমূল খুঁজি।

1) $8 = 2\times2\times2 = 2^3$
$\therefore \sqrt[3]{8} = 2$

2) $64 = 2\times2\times2\times2\times2\times2$
$= 2^3 \times 2^3$
$\therefore \sqrt[3]{64} = 2 \times 2 = 4$

3) $125 = \square \times \square \times \square = \square^3$
$\therefore \sqrt[3]{125} = \square$

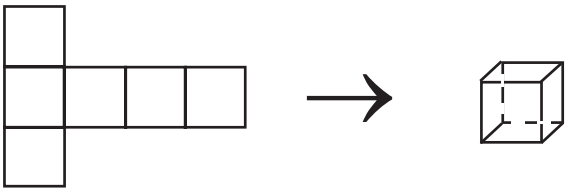
4) 729 ☐ (নিজে মৌলিক সংখ্যার উৎপাদকে বিশ্লেষণ করি)

$= \square^3 \times \square^3$

$\therefore \sqrt[3]{729} = \square \times \square = \square$

কষে দেখি — 5.1

1. দুটি ঘনক তৈরি করি যার একটি বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 5 সেমি. ও 1 সেমি.।



কতগুলি 1 সেমি. দৈর্ঘ্যের বাহুবিশিষ্ট ঘনক জুড়ে এই বড়ো ঘনক পাব হিসাব করে লিখি।

2. সুমন্ত অনেকগুলি 1 সেমি. দৈর্ঘ্যের বাহুবিশিষ্ট ঘনক তৈরি করেছে। মনামী সেই ঘনকগুলি জোড়া লাগিয়ে বড়ো ঘনক তৈরির চেষ্টা করছে। হিসাব করে দেখি নীচের কোন সংখ্যক ঘনকের ক্ষেত্রে মনামী বড়ো ঘনক তৈরি করতে পারবে।

   (i) 100 (ii) 1000 (iii) 1331 (iv) 1210 (v) 3375 (vi) 2700

3. নীচের সংখ্যাগুলির মধ্যে কোনটি পূর্ণঘন সংখ্যা নয় লিখি।

   (i) 216 (ii) 343 (iii) 1024 (iv) 324 (v) 1744 (vi) 1372

4. দেবনাথ একটি আয়তঘন তৈরি করেছে যার দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও উচ্চতা যথাক্রমে 4 সেমি., 3 সেমি., ও 3 সেমি.। হিসাব করে দেখি এইরকম কতগুলি **আয়তঘন** জুড়ে দেবনাথ ঘনক তৈরি করতে পারবে।

5. নীচের সংখ্যাগুলিকে ক্ষুদ্রতম কোন ধনাত্মক সংখ্যা দিয়ে গুণ করলে গুণফল পূর্ণঘন সংখ্যা হবে হিসাব করে লিখি।

   (i) 675 (ii) 200 (iii) 108 (iv) 121 (v) 1225

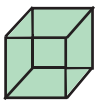
6. নীচের সংখ্যাগুলিকে ক্ষুদ্রতম কোন ধনাত্মক সংখ্যা দিয়ে ভাগ করলে ভাগফল পূর্ণঘন সংখ্যা হবে হিসাব করে লিখি।

   (i) 7000 (ii) 2662 (iii) 4394 (iv) 6750 (v) 675

7. নীচের পূর্ণঘনসংখ্যাগুলি মৌলিক উৎপাদকে বিশ্লেষণ করি ও ঘনমূল লিখি।

   (i) 512 (ii) 1728 (iii) 5832 (iv) 15625 (v) 10648

আজ তিতলি ও সৈকত অনেকগুলি রঙিন ছোটো ও বড়ো পিচবোর্ডের ঘনক তৈরি করল। আমি এই ঘনকের একটি বাহুর দৈর্ঘ্য লিখব। রাবেয়া ঘনকগুলি কতটা জায়গা জুড়ে আছে হিসাব করে লিখবে অর্থাৎ ঘনকগুলির আয়তন হিসাব করে লিখবে।



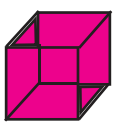
সবুজ রঙের এই ঘনকাকার বাক্সের একটি বাহুর দৈর্ঘ্য 4 সেমি.। ∴ আয়তন = (4 সেমি.)^3
= 4^3 ঘনসেমি. = 64 ঘনসেমি.।

মেপে দেখছি এই ঘনকাকার বাক্সের একটি বাহুর দৈর্ঘ্য 12 সেমি.।
∴ আয়তন = ☐^{3} ঘনসেমি. = ☐ ঘনসেমি.।

যদি ঘনকাকার বাক্সের একটি বাহুর দৈর্ঘ্য x সেমি. হতো,
তাহলে আয়তন হতো = (x সেমি.)^3 = x^3 ঘনসেমি.।
ঘনকাকার বাক্সের একটি বাহুর দৈর্ঘ্য (x + 2) সেমি. হলে,
বাক্সটির আয়তন হতো = $(x + 2)^3$ ঘনসেমি.।

$(x + 2)^3$ কে বিস্তৃত করে কী পাই দেখি।

$(x + 2)^3 = (x + 2) \times (x + 2)^2$
$= (x + 2)\{x^2 + 4x + 4\}$ [$(a+b)^2 = a^2+2ab+b^2$ অভেদের সাহায্যে পেলাম]
$= (x + 2)\,x^2 + (x + 2)\,4x + (x + 2)\,4$ [বিচ্ছেদ নিয়মের সাহায্যে পাই]
$= x^3 + 2x^2 + 4x^2 + 8x + 4x + 8$ [☐ নিয়মের সাহায্যে পাই]
$= x^3 + 6x^2 + 12x + 8$



এই ঘনকাকারের একটি বাহুর দৈর্ঘ্য তিতলি লিখল (a + b) সেমি.।
∴ এই ঘনকাকারের আয়তন $(a + b)^3$ ঘনসেমি.।

$(a + b)^3 = (a + b)\,(a + b)^2$
$= (a + b) \times$ ☐
$= (a + b) \times a^2 + (a + b)\,2ab + (a + b)\,b^2$ [বিচ্ছেদ নিয়ম]
$= a^3 + ba^2 + 2a^2b + 2ab^2 + ab^2 + b^3$ [বিচ্ছেদ নিয়ম]
$= a^3 + a^2b + 2a^2b + 2ab^2 + ab^2 + b^3$ [$ba^2 = a^2b$ গুণের বিনিময় নিয়ম]
$= a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$

পেলাম $(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$ (I)

$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$
$= a^3 + 3ab\,(a + b) + b^3$

বিনিময় ও বিচ্ছেদ নিয়মের সাহায্যে পেলাম $(a + b)^3 = a^3 + b^3 + 3ab\,(a + b)$ (II)

আমি $(a + b) \times (a + b) \times (a + b)$ —কে উপরে নীচে লিখে পরপর গুণ করে কী পাই দেখি (নিজে চেষ্টা করি)

সৈকত একটি ঘনকাকার বাক্সের একটি বাহুর দৈর্ঘ্য লিখল $(2x + 7)$ সেমি.।

ওই ঘনকাকার বাক্সের আয়তন = $(2x + 7)^3$ ঘনসেমি.।

আমি গুণ না করে I নং অভেদের সাহায্যে $(2x + 7)^3$ -এর বিস্তার করি।

$(2x + 7)^3 = (2x)^3 + 3\,(2x)^2 \times 7 + 3 \times 2x \times (7)^2 + (7)^3$ (এখানে $a = 2x$ ও $b = 7$ বসালাম)

$= 8x^3 + 3 \times 4x^2 \times 7 + 3 \times 2x \times 49 + 343$

$= 8x^3 + 84x^2 + 294x + 343$

2 আমি I নং অভেদের সাহায্যে নীচের বীজগাণিতিক সংখ্যামালার ঘন নির্ণয় করি :

i) $3x + 2$ ii) $2y + 3$ iii) $x^2 + 2$ iv) $x + y + z$

I নং অভেদের সাহায্যে

i) $(3x + 2)^3$-এর বিস্তার করি

$(3x + 2)^3 = (3x)^3 + 3 \times (3x)^2 \times 2 + 3 \times (3x) \times (2)^2 + (2)^3$ (এখানে $a = 3x$, $b = 2$ ধরে পাই)

$= 27x^3 + 54x^2 + 36x + 8$

I নং অভেদের সাহায্যে

ii) $(2y + 3)^3$-এর বিস্তার করি

$(2y + 3)^3 =$ ☐ এখানে $a =$ ☐, $b =$ ☐ (নিজে করি)

iii) I নং অভেদের সাহায্যে একইভাবে $(x^2 + 2)^3$-এর বিস্তার করি (নিজে করি)

iv) I নং অভেদের সাহায্যে $(x + y + z)^3$ -এর বিস্তার করি

$(x + y + z)^3 = \{x + (y + z)\}^3$

$= x^3 + 3x^2\,(y + z) + 3x\,(y + z)^2 + (y + z)^3$ [$a = x$, $b = y + z$ বসাই]

$= x^3 + 3x^2y + 3x^2z + 3x\,(y^2 + z^2 + 2yz) + (y^3 + 3y^2z + 3yz^2 + z^3)$

$= x^3 + 3x^2y + 3x^2z + 3xy^2 + 3xz^2 + 6xyz + y^3 + 3y^2z + 3yz^2 + z^3$

$= x^3 + y^3 + z^3 + 3x^2y + 3xy^2 + 3xz^2 + 3x^2z + 3y^2z + 3yz^2 + 6xyz$

3 আমি I নং অভেদের সাহায্যে

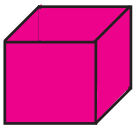
i) $(11)^3$ ii) $(15)^3$ iii) $(101)^3$ iv) $(210)^3$-এর মান খুঁজি

i) $(11)^3$
$= (10 + 1)^3$
$= (10)^3 + 3 \times (10)^2 \times 1 + 3 \times 10 \times (1)^2 + (1)^3$
$= 1000 + 300 + 30 + 1$
$= 1331$

ii) $(15)^3$
$= (\square + 5)^3$
$=$ ☐
[নিজে করি]

iii) $(101)^3$
$= (\square + 1)^3$
$=$ ☐
[নিজে করি]

iv) $(210)^3$
$= (200 + \square)^3$
$=$ ☐
[নিজে করি]



নাসিম এই ঘনকাকারের একটি বাহুর দৈর্ঘ্য লিখল $(x-3)$ সেমি.
এই ঘনক আকারের আয়তন $(x-3)^3$ ঘনসেমি.

$(x-3)^3 = [x+(-3)]^3$
$= x^3 + 3(x)^2(-3) + 3x(-3)^2 + (-3)^3$ [1 নং অভেদে a = x ও b = – 3 বসিয়ে পাই]
$= x^3 - 9x^2 + 27x - 27$

ঘনকাকারের একটি বাহুর দৈর্ঘ্য = (a–b) সেমি. হলে, ঘনকটির আয়তন = $(a-b)^3$ ঘনসেমি. হবে।

$(a-b)^3$ কে বিস্তার করে কী পাই দেখি—

$(a-b)^3 = \{a+(-b)\}^3$

$= a^3 + 3(a^2)(-b) + 3a(-b)^2 + (-b)^3$

$\boxed{(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3 \text{ — III}}$

পেলাম, $(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$
$= a^3 - 3ab(a-b) - b^3$
$= a^3 - b^3 - 3ab(a+b)$

$\boxed{(a-b)^3 = a^3 - b^3 - 3ab(a-b) \text{ — IV}}$

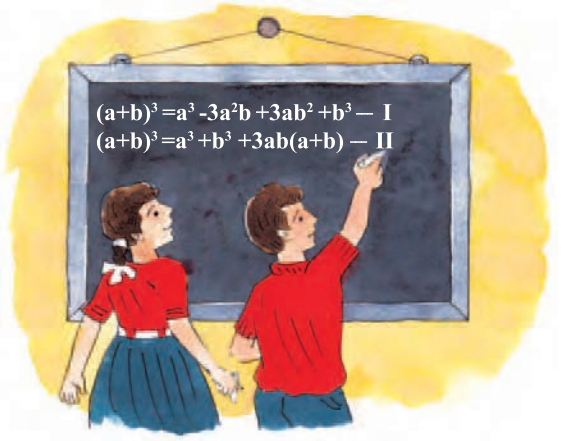
আমি III নং অভেদের সাহায্যে i) $(2-x)^3$ ii) $(2x-\frac{1}{3y})^3$ iii) $(a-b-c)^3$ এর বিস্তার করি এবং iv) $(99)^3$ -এর মান কত দেখি।

i) $(2-x)^3$
$= (2)^3 - 3(2)^2 x + 3\times 2x^2 - x^3$
$= 8 - 12x + 6x^2 - x^3$

ii) $(2x-\frac{1}{3y})^3$
$= (2x)^3 - 3(2x)^2(\frac{1}{3y}) + 3\times 2x(\frac{1}{3y})^2 - (\frac{1}{3y})^3$
$= 8x^3 - \frac{4x^2}{y} + \frac{2x}{3y^2} - \frac{1}{27y^3}$

iii) $(a-b-c)^3$
$= [a-(b+c)]^3$
$= a^3 - 3a^2(b+c) + 3a(b+c)^2 - (b+c)^3$
$= a^3 - 3a^2b - 3a^2c + 3a(b^2+2bc+c^2) - (b^3+3b^2c+3bc^2+c^3)$
$= a^3 - 3a^2b - 3a^2c + 3ab^2 + 6abc + 3ac^2 - b^3 - 3b^2c - 3bc^2 - c^3$
$= a^3 - b^3 - c^3 - 3a^2b + 3ab^2 - 3b^2c - 3bc^2 - 3a^2c + 3ac^2 + 6abc$

iv) $(99)^3$
$= (100-1)^3$
$= (100)^3 - 3(100)^2\times 1 + 3\times 100\times(1)^2 - (1)^3$
$=$ ☐ (নিজে করি)



আজ সিমরন ও সজল ঠিক করেছে তাদের জানা অভেদগুলি বোর্ডে লিখে এইগুলির সাহায্যে সহজে কিছু মান খোঁজার চেষ্টা করবে।

$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$ (I)
$(a+b)^3 = a^3 + b^3 + 3ab\,(a+b)$ (II)
$(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$ (III)
$(a-b)^3 = a^3 - b^3 - 3ab\,(a-b)$ (IV)

4 আমরা উপরের অভেদের সাহায্যে নীচের সংখ্যামালাগুলির মান খুঁজি।

$5.73\times5.73\times 5.73-3\times 5.73\times5.73\times3.73+3\times5.73\times3.73\times3.73-3.73\times3.73\times3.73$

$= (5.73)^3 - 3\times(5.73)^2\times 3.73 + 3\times 5.73\times(3.73)^2 - (3.73)^3$

$= (5.73-3.73)^3$ [III নং অভেদ থেকে পাই]

$= 2^3 = 8$

5 সরল করি : $(a-2b+c)^3 - (a-2b)^3 - 3c\,(a-2b+c)\,(a-2b)$

$= (a-2b+c)^3 - (a-2b)^3 - 3c\,(a-2b+c)\,(a-2b)$

$= x^3 - y^3 - 3xy\,(x-y)$

$= (x-y)^3$

$= c^3$ [$\because x-y=c$]

ধরি, $x = a-2b+c$ ও $y=a-2b$

$x-y = (a-2ab+c) - (a-2b)$

$= a - 2b + c - a + 2b$

$= c$

6 $3x + \frac{3}{x} = 2$ হলে $x^3 + \frac{1}{x^3} + 2$ -এর মান লিখি।

$3x + \frac{3}{x} = 2$

বা, $3\left(x + \frac{1}{x}\right) = 2$ (বিচ্ছেদ নিয়ম)

বা, $x + \frac{1}{x} = \frac{2}{3}$

বা, $\left(x + \frac{1}{x}\right)^3 = \left(\frac{2}{3}\right)^3$ (উভয়পক্ষে ঘন করে পাই)

বা, $x^3 + \frac{1}{x^3} + 3\times\cancel{x}\times\frac{1}{\cancel{x}}\left(x + \frac{1}{x}\right) = \frac{8}{27}$ ($\square$ নং অভেদ থেকে পাই)

বা, $x^3 + \frac{1}{x^3} + \cancel{3}\times\frac{2}{\cancel{3}} = \frac{8}{27}$

$\therefore\ x^3 + \frac{1}{x^3} + 2 = \frac{8}{27}$

7 $(2p - 3q) = 10$ এবং $(8p^3 - 27q^3) = 100$ হলে pq -এর মান কী হবে হিসাব করে লিখি।

$(2p - 3q) = 10$

বা, $(2p - 3q)^3 = (10)^3$

বা, $(2p)^3 - (3q)^3 - 3 \times 2p \times 3q\,(2p - 3q) = 1000$

বা, $8p^3 - 27q^3 - 18pq \times 10 = 1000$

বা, $-180\,pq = 1000 - 100$

বা, $-180\,pq = 900$

বা, $pq = -\frac{900}{180}$

$\therefore$ $pq = -5$

8 $x - \frac{1}{9x} = 1$ হলে $27x^3 - \frac{1}{27x^3}$ -এর মান কী হবে হিসাব করে লিখি।

$x - \frac{1}{9x} = 1$

বা, $3(x - \frac{1}{9x}) = 1 \times 3$ [উভয়দিকে 3 দিয়ে গুণ করে পাই]

বা, $3x - \frac{1}{3x} = 3$

বা, $(3x - \frac{1}{3x})^3 = 3$ [উভয়দিকে ঘন করে পাই]

বা, $27x^3 - \frac{1}{27x^3} - 3 \times 3x \times \frac{1}{3x}\,(3x - \frac{1}{3x}) = 27$

বা, $27x^3 - \frac{1}{27x^3} - 3 \times 3 = 27$

$\therefore$ $27x^3 - \frac{1}{27x^3} = \square$

কষে দেখি — 5.2

1.

	ঘনকের বাহুর দৈর্ঘ্য (একক)	ঘনকের আয়তন (ঘন একক)
(i)	$p^2 + q^2$	
(ii)	$\frac{x}{3} + \frac{4}{y}$	
(iii)	$x^2y - z^2$	
(iv)	$1 + b - 2c$	
(v)		$(2.89)^3 + (2.11)^3 + 15 \times 2.89 \times 2.11$
(vi)		$(2m+3n)^3 + (2m - 3n)^3 + 12m\,(4m^2 - 9n^2)$
(vii)		$(a+b)^3 - (a - b)^3 - 6b\,(a^2 - b^2)$
(viii)	$2x - 3y - 4z$	
(ix)		$x^6 - 15x^4 + 75x^2 - 125$
(x)		$1000 + 30x\,(10+x) + x^3$

2. I থেকে IV নং অভেদের সাহায্যে নীচের প্রশ্নগুলি সমাধান করি।

(a) $x - y = 2$ হলে $x^3 - y^3 - 6xy$ -এর মান হিসাব করে লিখি।

(b) $a + b = -\frac{1}{3}$ হলে প্রমাণ করার চেষ্টা করি $a^3 + b^3 - ab = -\frac{1}{27}$

(c) $x+y = 2$ এবং $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 2$ হলে $x^3 + y^3$ -এর মান হিসাব করে লিখি।

(d) $\frac{x^2 - 1}{x} = 2$ হলে $\frac{x^6 - 1}{x^3}$ -এর মান হিসাব করে লেখার চেষ্টা করি।

(e) $x + \frac{1}{x} = 5$ হলে $x^3 + \frac{1}{x^3}$ -এর মান হিসাব করে লিখি।

(f) $x = y + z$ হলে $x^3 - y^3 - z^3 - 3xyz$ এর মান হিসাব করে লিখি।

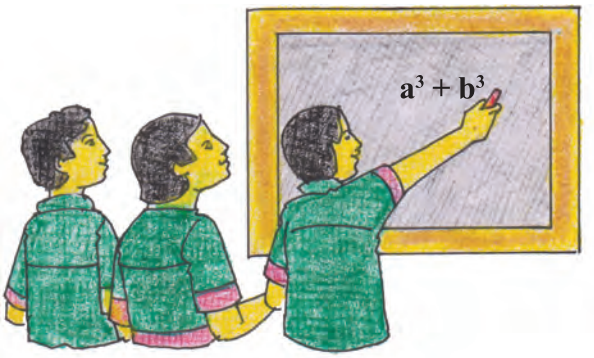
(g) $xy\,(x + y) = m$ হলে $x^3 + y^3 + 3m = \frac{m^3}{x^3y^3}$ প্রমাণ করার চেষ্টা করি

(h) $2x + \frac{1}{3x} = 4$ হলে প্রমাণ করার চেষ্টা করি $27x^3 + \frac{1}{8x^3} = 189$

(i) $2a - \frac{2}{a} + 1 = 0$ হলে, $a^3 - \frac{1}{a^3} + 2$ -এর মান হিসাব করে লিখি।

(j) $a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$ হলে $(a + b + c)$ -এর মান হিসাব করে লিখি $(a \neq b \neq c)$।

(k) যদি $m+n = 5$ এবং $mn = 6$ হয় তবে $(m^2 + n^2)\,(m^3 + n^3)$ -এর মান হিসাব করে লিখি।



দেবকুমার আজ এক মজার কাজ করেছে। সে টিফিনের সময়ে আমাদের শ্রেণির ব্ল্যাকবোর্ডে দুটি ঘর এঁকেছে। মাম্পি ঠিক করেছে সেই দুটি ঘরে বীজগাণিতিক সংখ্যামালা লিখবে।

মাম্পি লিখল ⟶ $a^3 + b^3$ $a^3 - b^3$

এই বাদামি রঙের ঘরে লেখা আছে $a^3 + b^3$ ।

বীজগাণিতিক সংখ্যামালা $(a^3 + b^3)$ কে দুটি সংখ্যার গুণফল আকারে প্রকাশ করার চেষ্টা করি। অর্থাৎ $(a^3 + b^3)$ কে উৎপাদকে বিশ্লেষণের চেষ্টা করি।

$(a+b)^3 = a^3 + b^3 + 3ab\,(a+b)$

বা, $a^3+b^3+ 3ab\,(a+b) = (a+b)^3$

বা, $a^3+b^3 = (a+b)^3 - 3ab\,(a+b)$

বা, $a^3+b^3 = (a+b)\,\{(a+b)^2 - 3ab\}$

বা, $a^3+b^3 = (a+b)\,\{a^2+2ab+b^2 - 3ab\}$

∴ $a^3+b^3 = (a+b)\,(a^2 - ab + b^2)$

পেলাম, $a^3 + b^3 = (a+b)\,(a^2 - ab + b^2)$

বুঝেছি, $a^3 + b^3$ -কে উৎপাদকে বিশ্লেষণ করলে একটি উৎপাদক $(a+b)$ এবং অপর বীজগাণিতিক উৎপাদক $a^2 - ab + b^2$ পাব।

$a^3 + b^3 = (a+b)\,(a^2 - ab + b^2)$

$(a + b)\,(a^2 - ab + b^2) = a^3 + b^3$ ——— (V)

9 V নং অভেদের সাহায্যে উৎপাদকে বিশ্লেষণ করি :

$8x^3 + 729\,y^3 = (2x)^3 + (9y)^3$

$= (2x + 9y)\,\{(2x)^2 - 2x \times 9y + (9y)^2\}$ (V নং অভেদের সাহায্যে পাই)

$= (2x + 9y)\,(4x^2 - 18xy + 81y^2)$

10 V নং অভেদের সাহায্যে গুণফল নির্ণয় করি :

(i) $(7+3x)\,(49 - 21x + 9x^2)$

$= (7+3x)\,\{(7)^2 - 7\times 3x + (3x)^2\}$

$= (7)^3 + (3x)^3 = \square + 27\,x^3$

(ii) $(x^2+y^2)\,(x^4 - x^2y^2 + y^4)$

$= (x^2+y^2)\,\{\square^2 - x^2y^2 + \square^2\}$

$= (x^2)^3 + (y^2)^3$ [(V) নং অভেদের সাহায্যে পাই]

$= x^6 + y^6$

(iii) $(2a + 3)\{(a + 2)^2 - (a + 2)(a + 1) + (a + 1)^2\}$

$= \{(a + 2) + (a + 1)\}\{(a + 2)^2 - (a + 2)(a + 1) + (a + 1)^2\}$

$= (a + 2)^3 + (a + 1)^3$ [(v) নং অভেদের সাহায্যে পাই]

$= a^3 + 3 \times a^2 \times 2 + 3a \times 2^2 + (2)^3 + a^3 + 3a^2 \times 1 + 3a + 1$

$= a^3 + 6a^2 + 12a + 8 + a^3 + 3a^2 + 3a + 1$

$= 2a^3 + 9a^2 + 15a + 9$

11 আমি (v) নং অভেদের সাহায্যে নীচের বীজগাণিতিক সংখ্যামালাগুলিকে উৎপাদকে বিশ্লেষণের চেষ্টা করি।

(i) $x^3 + 125$ (ii) $p^3q^3 + 1$ (iii) $(a-b)^3x^3 + 216$

(iv) $8y^3 + 125z^3$ [নিজে করি] (v) $a^3b^3 + c^3d^3$ [নিজে করি]

(i) $x^3 + 125$

$= (x)^3 + (5)^3$

$= (x+5)(x^2-5x+25)$

[(v) নং অভেদের সাহায্যেপাই]

(i) $p^3q^3 + 1$

$= (pq)^3 + (1)^3$

$= \square \times \square$

[(v) নং অভেদের সাহায্যে পাই]

(iii) $(a-b)^3x^3 + 216$

$= \{(a-b)x\}^3 + (6)^3$

$= \{(a-b)x + 6\}[\{(a-b)x\}^2 - (a-b)x \times 6 + (6)^2]$ [(v) নং অভেদের সাহায্যে পাই]

$= (ax - bx + 6)[(a-b)^2x^2 - 6x(a-b) + 36]$

$= (ax - by + 6)[a^2x^2 - 2abx^2 + b^2x^2 - 6ax + 6bx + 36]$

আমাদের শ্রেণির ব্ল্যাকবোর্ডে দেবকুমারের লেখা আকাশি রঙের ঘরে লেখা বীজগাণিতিক সংখ্যামালা $a^3 - b^3$ কে দুটি বীজগাণিতিক সংখ্যামালার গুণফল হিসাবে প্রকাশ করার চেষ্টা করি।

$(a - b)^3 = a^3 - b^3 - 3ab(a - b)$

বা, $a^3 - b^3 - 3ab(a - b) = (a - b)^3$

বা, $a^3 - b^3 = (a - b)^3 + 3ab(a-b)$

বা, $a^3 - b^3 = (a - b)\{(a-b)^2 + 3ab\}$

বা, $a^3 - b^3 = (a - b)\{a^2 - 2ab + b^2 + 3ab\}$

$\therefore \quad a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$

পেলাম, $a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$ ___ (VI)

12 $(27a^3 - 64)$ -কে (VI) নং অভেদের সাহায্যে উৎপাদকে বিশ্লেষণ করি :

$(27a^3 - 64) = (3a)^3 - (4)^3$

$= (3a - 4)\{(3a)^2 + 3a \times 4 + (4)^2\}$ [(VI) নং অভেদের সাহায্যে পাই]

$= (3a - 4)(9a^2 + 12a + 16)$

13 আমি (VI) নং অভেদের সাহায্যে বীজগাণিতিক সংখ্যামালাগুলির গুণফল নির্ণয় করি।

(i) $(p - 2q)(p^2 + 2pq + 4q^2)$
$= (p - 2q)\{p^2 + p \times 2q + (2q)^2\}$
$= (p)^3 - (2q)^3$ [(VI) নং অভেদের সাহায্যে পাই]
$= (p)^3 - 8q^3$

(ii) $(x^2 - 1)(x^4 + x^2 + 1)$
$= (x^2 - 1)\{(x^2)^2 + x^2 \times 1 + 1^2\}$
$= \square^3 - (1)^3$ [(VI) নং অভেদের সাহায্যে পাই]
$= x\square - 1$

(iii) $2x\{(4x - 3)^2 + (4x - 3)(2x - 3) + (2x - 3)^2\}$
$= \{(4x - 3) - (2x - 3)\}\{(4x - 3)^2 + (4x - 3)(2x - 3) + (2x - 3)^2\}$
[যেহেতু, $(4x - 3) - (2x - 3) = 4x - 3 - 2x + 3 = \square$]
ধরি, $4x - 3 = a$ এবং $2x - 3 = b$
$= (a - b)\{a^2 + ab + b^2\}$
$= a^3 - b^3$ [(VI) নং অভেদের সাহায্যে পাই]
$= (4x - 3)^3 - (2x - 3)^3$ [$a = 4x - 3$ এবং $b = 2x - 3$ বসিয়ে পাই]
$= \{(4x)^3 - 3.(4x)^2 \times 3 + 3.4x.3^2 - (3)^3\} - \{(2x)^3 - 3(2x)^2\ 3 + 3 \times 2x \times 3^2 - 3^3\}$
$= 64x^3 - 144x^2 + 108x - 27 - \{8x^3 - 36x^2 + 54x - 27\}$
$= 56x^3 - 108x^2 + 54x$

14 আমি (VI) নং অভেদের সাহায্যে নীচের বীজগাণিতিক সংখ্যামালাগুলিকে উৎপাদকে বিশ্লেষণ করি।

(i) $\frac{a^3}{p^3} - c^3$
$= (\frac{a}{p})^3 - c^3$
$= (\frac{a}{p} - c)\{(\frac{a}{p})^2 + \frac{a}{p} \times c + c^2\}$
$= (\frac{a}{p} - c)\{\frac{a^2}{p^2} + \frac{ac}{p} + c^2\}$

(ii) $64\ell^3 - 343$
$= \square^3 - \square^3$
$= \square \times \square$

(iii) $(x + 2)^3 - (x - 2)^3$
$= \{(x + 2) - (x - 2)\}\{(x + 2)^2 + (x + 2)(x - 2) + (x - 2)^2\}$
$= (x + 2 - x + 2)\{x^2 + 4x + 4 + x^2 - 4 + x^2 - 4x + 4\}$
$= 4 \times \square$

15 আমি (VI) নং অভেদের সাহায্যে নীচের বীজগাণিতিক সংখ্যামালাগুলির উৎপাদকে বিশ্লেষণ করি:

(i) $8m^3 + 12m^2n + 6mn^2 + 2n^3$
$= (2m)^3 + 3(2m)^2 n + 3.2mn^2 + n^3 + n^3$
$= (2m + n)^3 + n^3$
$= \square \times \square$

(ii) $a^3 - 9b^3 + (a + b)^3$
$= a^3 - b^3 - 8b^3 + (a + b)^3$
$= a^3 - b^3 + (a+b)^3 - (2b)^3$
$= (a-b)(a^2 + ab + b^2) + (a + b - 2b) \times \{(a+b)^2 + 2b(a+b) + 4b^2\}$
$= (a-b)\{a^2 + ab + b^2 + a^2 + 2ab + b^2 + 2ab + 2b^2 + 4b^2\}$
$= (a - b) \times \square$

কষে দেখি — 5.3

1. ফাঁকা ঘরে বুঝে লিখি :

প্রথম বীজগাণিতিক সংখ্যামালা	দ্বিতীয় বীজগাণিতিক সংখ্যামালা	$a^3+b^3=\square\times\square$ $a^3-b^3=\square\times\square$ অভেদের সাহায্যে প্রথম ও দ্বিতীয়ের গুণফল
(i) $x+9$	$x^2-9x+81$	
(ii) $2a-1$		$8a^3-1$ $=(2a)^3-(1)$ $=(2a-1)\{(2a)^2+2a\times1+(1)^2\}$ $=(2a-1)(4a^2+2a+1)$
(iii) $3-5c$		$27-125c^3$
(iv) $(a+b+c)$	$(a+b)^2-(a+b)c+c^2$	
(v) $3x$	$(2x-1)^2-(2x-1)(x+1)+(x+1)^2$	
(vi) $\frac{x}{y}+1$	$\frac{x^2}{y^2}-\frac{x}{y}+1$	
(vii) $4a-5b$	$16a^2+20ab+25b^2$	
(viii)	$a^2b^2+abcd+c^2d^2$	$a^3b^3-c^3d^3$
(ix) $1-4y$		$1-64y^3$
(x) $(2p+1)$		$8(p-3)^3+343$
(xi) $(m-p)$	$(m+n)^2+(m+n)(n+p)+(n+p)^2$	
(xii) $(3a-2b)^2+(3a-2b)\times(2a-3b)+(2a-3b)^2$	$(a+b)$	

2. সরল করি [সূত্রের সাহায্যে]

(i) $(a+b)(a-b)(a^2+ab+b^2)(a^2-ab+b^2)$

(ii) $(a-2b)(a^2+2ab+4b^2)(a^3+8b^3)$

(iii) $(4a^2-9)(4a^2-6a+9)(4a^2+6a+9)$

(iv) $(x-y)(x^2+xy+y^2)+(y-z)(y^2+yz+z^2)+(z-x)(z^2+zx+x^2)$

(v) $(x+1)(x^2-x+1)+(2x-1)(4x^2+2x+1)-(x-1)(x^2+x+1)$

3. $x + \frac{1}{x} = -1$ হলে $(x^3 - 1)$ -এর মান কী হবে হিসাব করে লিখি,

$x + \frac{1}{x} = -1$

বা, $(x + \frac{1}{x})x = -1\ (x)$

বা, $x^2 + 1 = -x$

বা, $x^2 + x + 1 = 0$ [পক্ষান্তরে পাই]

$x^3 - 1$

$= (x - 1) \times \square$ [সূত্রের সাহায্যে]

$= (x - 1) \times 0 = 0$

4. $a + \frac{9}{a} = 3$ হলে (a^3+27) -এর মান কী হবে হিসাব করে লিখি।

5. $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} = 1$ হলে (a^3+b^3) -এর মান কী হবে হিসাব করে লিখি।

6. নীচের বীজগাণিতিক সংখ্যামালাগুলিকে উৎপাদকে বিশ্লেষণ করি।

(i) $1000a^3+27b^6$

(ii) $1-216z^3$

(iii) m^4-m

(iv) $192a^3+3$

(v) $16a^4x^3+54ay^3$

(vi) $729a^3b^3c^3-125$

(vii) $\frac{27}{a^3} - \frac{1}{27b^3}$

(viii) $\frac{x^3}{64} - \frac{64}{x^3}$

(ix) $x^3 + 3x^2y+3xy^2+2y^3$

(x) $1+9x+27x^2+28x^3$

(xi) $x^3 - 9y^3 - 3xy\ (x - y)$

(xii) $8 - a^3 + 3a^2b - 3ab^2 + b^3$

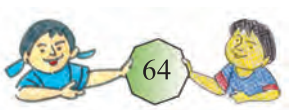
(xiii) $x^6 + 3x^4b^2 + 3x^2b^4 + b^6 + a^3b^3$

(xiv) $x^6 + 27$

(xv) $x^6 - y^6$

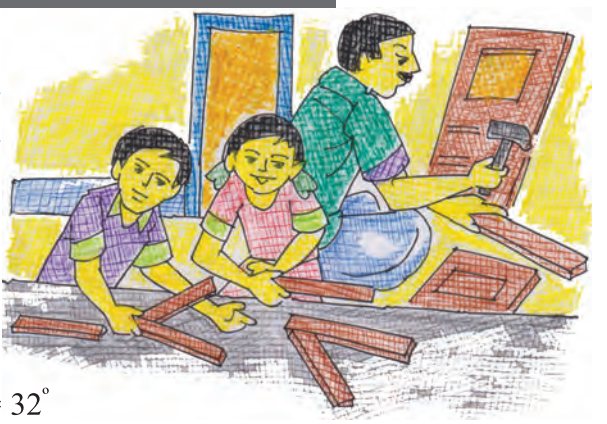
(xvi) $x^{12} - y^{12}$

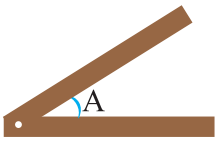
(xvii) $m^3 - n^3 - m\ (m^2 - n^2) + n(m - n)^2$



6. পূরক কোণ, সম্পূরক কোণ ও সন্নিহিত কোণ

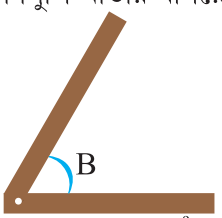
আজ বাড়িতে রমেনকাকু এসে কাঠের কাজ করছেন। আমি ও দাদা কিছু পাতলা কাঠ নিয়ে একই মাপের কাঠি তৈরি করলাম। দাদা কাঠির একপ্রান্ত পেরেক দিয়ে আটকে দিয়ে পেল —



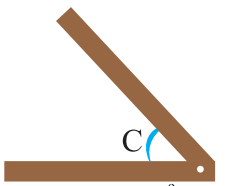


খাতায় বসিয়ে এঁকে চাঁদা দিয়ে মেপে দেখছি $\angle A = 32^\circ$

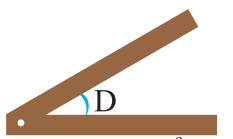
আমি, আমার বন্ধু শিউলি ও তপেন দুটি করে কাঠি আটকে দাদার মতো অনেকগুলি কোণ তৈরি করলাম ও কোণগুলি খাতায় বসিয়ে চাঁদা দিয়ে মেপে লিখলাম।



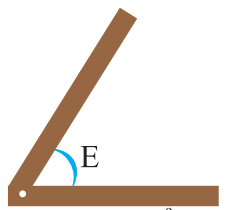
$\angle B = 60^\circ$



$\angle C = 47^\circ$



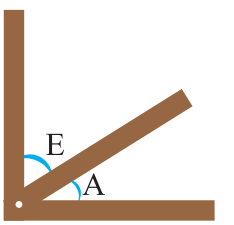
$\angle D = 30^\circ$



$\angle E = 58^\circ$

পাশের ছবির মতো শিউলি এক মজার কাজ করল।

সে $\angle A$ ও $\angle E$ পাশের ছবির মতো বসিয়ে নতুন কোণ তৈরি করল।

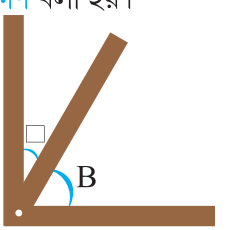


দেখছি $\angle A$ ও $\angle E$ মিলিয়ে 90° বা সমকোণ পাচ্ছি। এইরকম দুটি কোণকে কী বলব?

দুটি কোণের সমষ্টি 90° বা সমকোণ হলে একটিকে অপরটির পূরক কোণ বলা হয়।

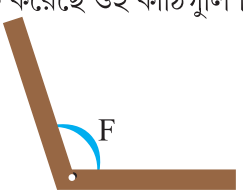
এখানে $\angle A$-এর পূরক কোণ $\angle E$ এবং $\angle E$-এর পূরক কোণ $\angle A$

আমি $\angle B$ কোণের পূরক কোণ ☐ [$\angle C/\angle D$] পেলাম।



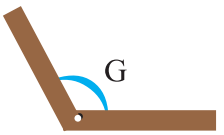
আমি নিজে $\angle C$-এর পূরক কোণের মান লিখি ও চাঁদার সাহায্যে আঁকি। **(নিজে করি)**

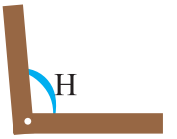
দাদা ঠিক করেছে ওই কাঠিগুলি দিয়ে স্থূলকোণ তৈরি করবে। দাদা করল—



কোণটি খাতায় এঁকে ও চাঁদা দিয়ে মেপে দেখছি, $\angle F = 108^\circ$

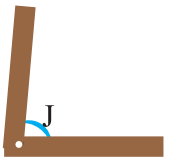
আমরাও অনেকগুলি স্থূলকোণ তৈরি করলাম—

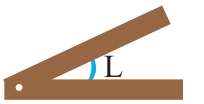




চাঁদা দিয়ে মেপে দেখছি, $\angle G = 118^\circ$, $\angle H = 95^\circ$ ও $\angle I = 155^\circ$

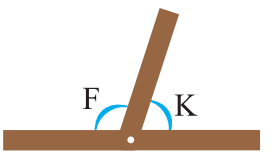
আমার বোন অনেকগুলি সূক্ষ্মকোণ তৈরি করল।

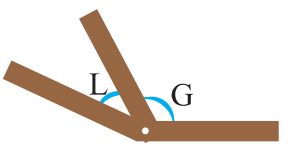




চাঁদা দিয়ে মেপে দেখল, $\angle J = 85^\circ$, $\angle K = 72^\circ$ ও $\angle L = 25^\circ$

শিউলি আবার $\angle F$ এর সাথে $\angle K$, $\angle G$ ও $\angle L$ নীচের ছবির মতো বসিয়ে কী পেল দেখি।





দেখছি $\angle F$ ও $\angle K$ যোগ করে 180° বা 2 সমকোণ পাচ্ছি। কিন্তু $\angle G$ ও $\angle L$ যোগ করে 180° বা 2 সমকোণ হচ্ছে না। এইরকম দুটি কোণ যাদের যোগফল 180° বা 2 সমকোণ তাদের কী বলা হয়?

দুটি কোণের সমষ্টি 180° হলে একটি কোণকে অপর কোণের সম্পূরক কোণ বলা হয়।
এখানে $\angle F$ এর সম্পূরক কোণ $\angle K$ এবং $\angle K$ এর সম্পূরক কোণ $\angle F$।

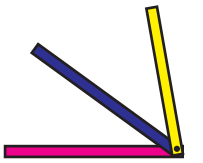
$\angle H$, $\angle I$, $\angle J$ ও $\angle L$-এর মধ্যে কোনজোড়া কোণগুলি পরস্পর সম্পূরক লিখি। (নিজে করি)
আমি $\angle G$-এর সম্পূরক কোণের মান লিখি ও চাঁদার সাহায্যে আঁকি (নিজে করি)।

নিজে করি — 6.1

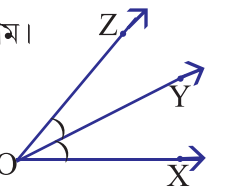
1) নীচের জোড়া কোণগুলির কোন জোড়াগুলি পূরক বা সম্পূরক খুঁজি ও আঁকি।

$10^\circ, 170^\circ$; $38^\circ, 52^\circ$; $35^\circ, 65^\circ$; $90^\circ, 90^\circ$; $25^\circ, 165^\circ$; $45^\circ, 45^\circ$

তিতলি তীর্থঙ্করের সামনে বসে গল্পের বইয়ের পাতা উল্টাচ্ছিল। তিতলি একই বইয়ে পাতা সরিয়ে ছবির মতো একের বেশি কোণ তৈরি করছে। সেই দেখে তীর্থঙ্করও তিনটি রঙিন পিচবোর্ডের একপ্রান্ত পেরেক দিয়ে আটকে পাশের ছবির মতো করল—



আমি এই তিনটি রঙিন পিচবোর্ড দিয়ে যে কোণগুলি তৈরি হয়েছে তা খাতায় আঁকলাম। দেখছি, দুটি বিশেষ ধরনের কোণ ∠XOY ও ∠YOZ তৈরি হয়েছে



যাদের — (i) O শীর্ষবিন্দু

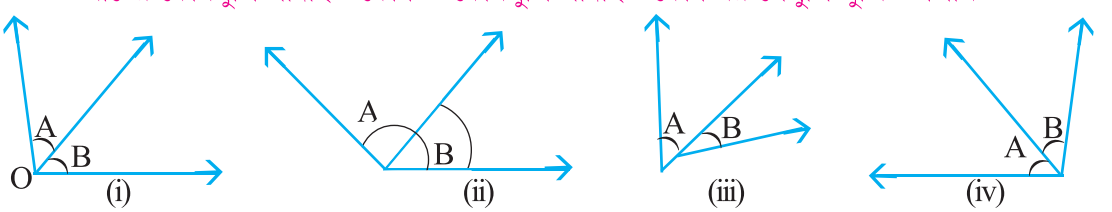
(ii) OY একটি সাধারণ বাহু

(iii) কোণদুটির সাধারণ বাহু ছাড়া অপর বাহুদুটির সাধারণ বাহু OY-এর বিপরীত পার্শ্বে অবস্থিত।

এইরকম ∠XOY ও ∠YOZ কোণদুটিকে কী বলব?

এই ∠XOY ও ∠YOZ কোণদুটিকে একটি অপরটির সন্নিহিত কোণ বলা হয়। অর্থাৎ একই শীর্ষবিন্দু ও একই সাধারণ বাহুর দুপাশে অবস্থিত কোণদুটিকে একটি অপরটির সন্নিহিত কোণ বলা হয়।

নীচের কোনগুলি সন্নিহিত কোণ ও কোনগুলি সন্নিহিত কোণ নয় সেগুলি খুঁজি ও লিখি—

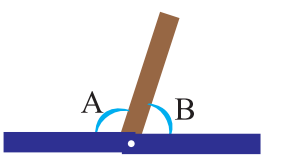


(i) ও (iv) নং ছবিতে ∠A ও ∠B-এর একই শীর্ষবিন্দু এবং কোণদুটি একই সাধারণ বাহুর দু-পাশে অবস্থিত।

(ii) ও (iii) নং ছবিতে ∠A ও ∠B সন্নিহিত কোণ নয় (কারণ দেখাই)।

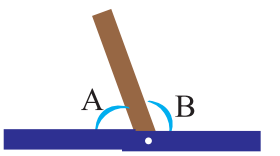
আমি নিজে যুক্তি দিয়ে (ii), (iii) ও (iv) নং ছবির ∠A ও ∠B সন্নিহিত কিনা বুঝি ও লিখি। **(নিজে করি)**

আজ স্নেহা ও তথাগত ঠিক করেছে 2 টি কাঠি দিয়ে সন্নিহিত কোণ তৈরি করবে। তাই ওরা দুজনে একটি লম্বা লাঠির সাথে ছোটো একটি লাঠি আটকে পাশের ছবির মতো তৈরি করল।



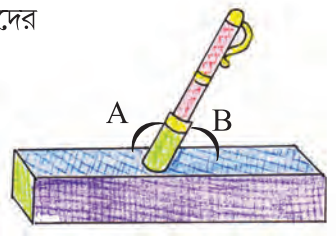
এখানে দুটি সন্নিহিত কোণ ☐ ও ☐ তৈরি হয়েছে। মাপ নিয়ে দেখছি, ∠A= 65°, ∠B = 115°; আবার ∠A + ∠B = ☐ ডিগ্রি।

তথাগত আবার বাদামি কাঠি সরিয়ে করল—



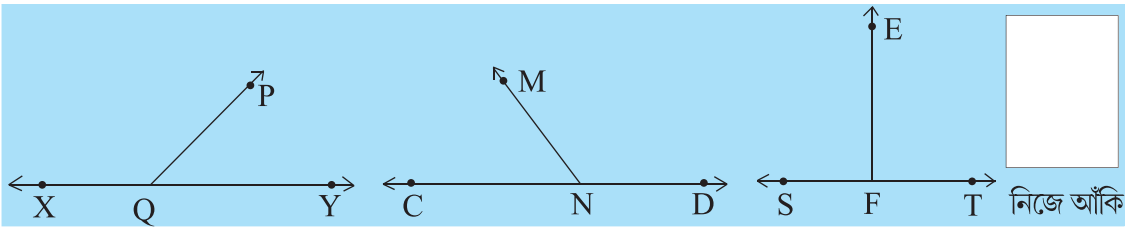
এখনও দেখছি দুটি ☐ কোণ ∠A ও ∠B তৈরি হয়েছে, ∠A= ☐ ডিগ্রি, ∠B = ☐ ডিগ্রি এবং ∠A + ∠B = ☐ ডিগ্রি।

আমার ভাই তার পেনস্ট্যান্ডটিতে একটি পেন রেখে আমাদের সামনে পাশের ছবির মতো পেন রাখল—



দেখছি, এখানেও দুটি [ ] কোণ ∠A ও ∠ B তৈরি হয়েছে যেখানে মেপে পাই ∠A + ∠ B = [ ] ডিগ্রি

এবার আমরা দুটি কাঠি দিয়ে অনেকগুলি সন্নিহিত কোণ তৈরি করলাম। কতকগুলি খাতায় আঁকলাম ও পেলাম—



সন্নিহিত কোণগুলি মেপে দেখছি, ∠PQY = [ ]°, ∠PQX = [ ]° এবং ∠PQY+∠PQX = [ ]°

আবার ∠MND = [ ]°, ∠MNC = [ ]° এবং ∠MND + ∠MNC = [ ]°

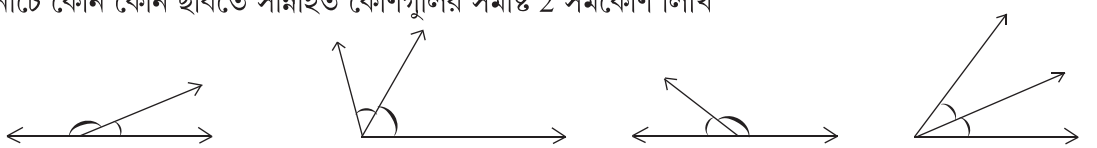
অন্য সন্নিহিত কোণগুলি নিজে মেপে দেখি।

একটি সরলরেখার উপরে অন্য একটি রশ্মি দাঁড়িয়ে যে দুটি সন্নিহিত কোণ তৈরি করে তাদের সমষ্টি [ ] সমকোণ বা [ ] ডিগ্রি।

AB সরলরেখা, AB রশ্মি, AB সরলরেখাংশ ও AB সরলরেখাংশের দৈর্ঘ্য বোঝাতে আমরা AB লিখি। কোণ ABC এর পরিমাপ বোঝাতে ∠ABC লিখি।

নিজে করি — 6.2

নীচে কোন কোন ছবিতে সন্নিহিত কোণগুলির সমষ্টি 2 সমকোণ লিখি



2) আমি নিজে একটি সরলরেখা AB নিলাম। এই AB সরলরেখার উপর একটি বিন্দু P নিলাম। এবার AB সরলরেখার উপর P বিন্দু থেকে একটি রশ্মি আঁকলাম এবং এর জন্য যে দুটি সন্নিহিত কোণ তৈরি হয় তাদের মাপ লিখি ও সন্নিহিত কোণ দুটির মান যোগ করে দেখি যোগফল 180° বা 2 সমকোণ হয় কিনা।

এবার আমরা তিনটি রঙিন কাঠি দিয়ে নতুন এক মজার খেলা খেলব। আমরা এই তিনটি রঙিন কাঠির একপ্রান্ত আটকে দেবো ও এমন দুটি সন্নিহিত কোণ তৈরি করব যাদের সমষ্টি 180° বা 2 সমকোণ।

আমি করলাম →

কাঠি দিয়ে $\angle A$ ও $\angle B$ করলাম,

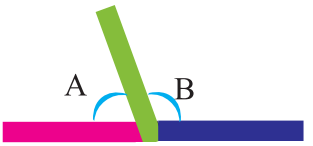
$\angle A = 113^\circ$ ও $\angle B = 67^\circ$ ∴ $\angle A + \angle B =$ ☐ ডিগ্রি।

$\angle A$ ও $\angle B$ দুটি সন্নিহিত কোণের সাধারণ বাহু ☐ রঙের কাঠি।

খাতায় এঁকে দেখছি, $\angle A$ ও $\angle B$ দুটি সন্নিহিত কোণের অর্থাৎ লাল ও নীল রঙের কাঠিগুলি একই সরলরেখায় আছে।

জাকির করল →

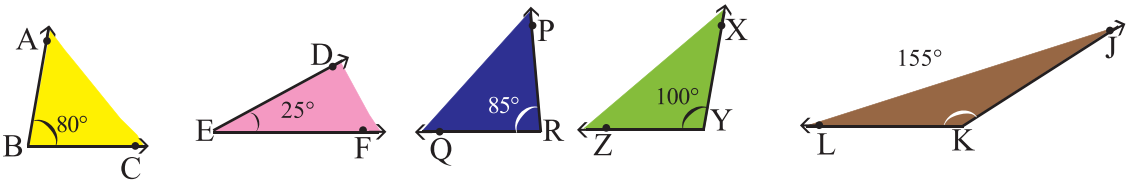
এবার জাকির কাঠি দিয়ে $\angle A = 70^\circ$, $\angle B = 110^\circ$ তৈরি করল।



এখানে $\angle A$ ও $\angle B$ দুটি সন্নিহিত কোণের সাধারণ বাহু ☐ রঙের কাঠি। খাতায় এঁকে দেখছি, $\angle A$ ও $\angle B$ দুটি সন্নিহিত কোণের যে বাহুগুলি সাধারণ নয় (বহিঃস্থ বাহু দুটি) অর্থাৎ লাল ও নীল রঙের কাঠিগুলি একই সরলরেখায় আছে।

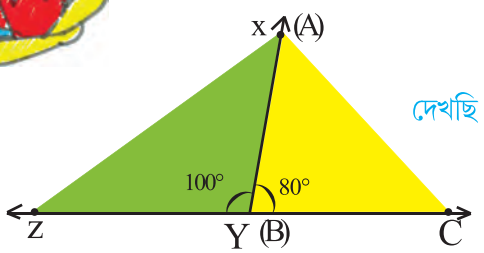
হাতেকলমে

জুলেফা তার খাতায় অনেকগুলি কোণ আঁকল ও চাঁদা দিয়ে মাপল ও কোণগুলি কেটে নিল।



সিরাজ, জুলেফার আঁকা কোণগুলির মধ্যে থেকে দুটি এমন কোণ নেবে যাদের সমষ্টি 180° বা দুই সমকোণ। তারপর সে দুটি সন্নিহিত কোণ তৈরি করবে ও দেখবে সন্নিহিত কোণদুটির বহিঃস্থ বাহুগুলি একই সরলরেখায় আছে কিনা।

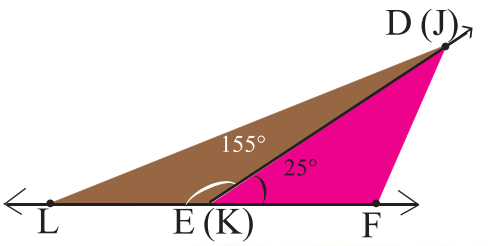
আমি প্রথমে $\angle ABC = 80^\circ$ নিলাম। এবার 80°-এর সম্পূরক কোণ ☐ ডিগ্রি বা $\angle XYZ$ নিলাম। $\angle ABC$ এর AB বাহু ও $\angle XYZ$ এর XY বাহু মিলিয়ে বসালাম।



দেখছি YZ ও BC সরলরেখাংশ দুটি একই সরলরেখায় আছে।

আমি 25° কোণের সম্পূরক কোণ ☐ ডিগ্রি কোণ নিয়ে একইভাবে মিলিয়ে বসালাম।

দেখছি, KL ও EF সরলরেখাংশ দুটি একই সরলরেখায় আছে।



$\angle PQR$ এর সম্পূরক কোণ আঁকি। কোণ দুটি দিয়ে সন্নিহিত কোণ এঁকে বহিঃস্থ বাহুগুলি একই সরলরেখায় আছে কিনা দেখি (নিজে করি)।

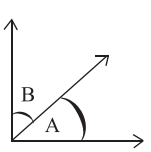
পেলাম, দুটি সন্নিহিত কোণের সমষ্টি 180° বা 2 সমকোণ হলে বহিঃস্থ বাহুদুটি একই সরলরেখায় থাকে।

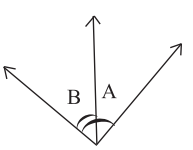
আমি নীচের দেওয়া কোণগুলি দিয়ে সন্নিহিত কোণগুলি আঁকি ও দেখি কোন কোন ক্ষেত্রে সন্নিহিত কোণদ্বয়ের বহিঃস্থ বাহুগুলি একই সরলরেখায় আছে।

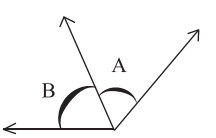
i) $37^\circ, 113^\circ$ ii) $41^\circ, 139^\circ$ iii) $94^\circ, 86^\circ$ iv) $90^\circ, 90^\circ$

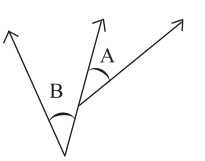
কষে দেখি- 6

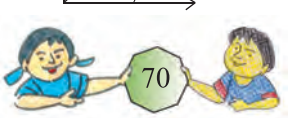
1. মনে মনে ভাবি ও লিখি :
   (a) দুটি সূক্ষ্মকোণ পরস্পর পূরক হতে পারে কিনা লিখি।
   (b) দুটি সূক্ষ্মকোণ পরস্পর সম্পূরক হতে পারে কিনা লিখি।
   (c) একটি সূক্ষ্মকোণ ও একটি স্থূলকোণ পরস্পর পূরক হতে পারে কিনা লিখি। দুটি সমকোণ পরস্পর পূরক হতে পারে কিনা লিখি।
   (d) দুটি স্থূলকোণ পরস্পর সম্পূরক হতে পারে কিনা লিখি।
   (e) দুটি সমকোণ পরস্পর সম্পূরক হতে পারে কিনা লিখি।
   (f) একটি সূক্ষ্মকোণ ও একটি স্থূলকোণ পরস্পর সম্পূরক হতে পারে কিনা লিখি।
   (g) দুটি সন্নিহিত কোণ পরস্পর পূরক কোণ হতে পারে কিনা লিখি।
   (h) দুটি সন্নিহিত কোণ পরস্পর সম্পূরক কোণ হতে পারে কিনা লিখি।
2. নীচের সন্নিহিত কোণগুলি আঁকি ও কোন কোণগুলি পরস্পর পূরক অথবা সম্পূরক লিখি :
   $45^\circ, 45^\circ$; $120^\circ, 30^\circ$; $70^\circ, 110^\circ$; $42^\circ, 48^\circ$; $37^\circ, 43^\circ$; $85^\circ, 95^\circ$;
3. নীচের কোণগুলি দেখি ও কোন কোন কোণদুটি পরস্পর পূরক কোণ লিখি :
   $31^\circ, 47^\circ, 64^\circ, 29^\circ, 43^\circ, 59^\circ, 17^\circ, 26^\circ$
4. নীচের কোণগুলি দেখি ও কোন কোন কোণগুলি পরস্পর সম্পূরক কোণ লিখি :
   47°, 58°, 69°, 75°, 133° 105°, 122°, 125°
5. সন্নিহিত কোণ কাকে বলে লিখি ও নীচের কোন কোণগুলি সন্নিহিত কোণ বুঝে লিখি :









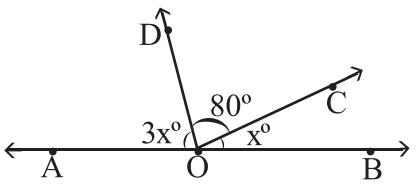


6. নিজে চাঁদার সাহায্যে সন্নিহিত কোণ আঁকি যার কোণদুটির মান হলো—

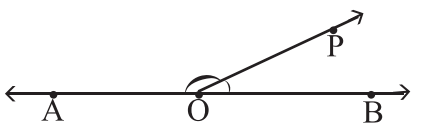
$35^\circ, 45^\circ$; $18^\circ, 42^\circ$; $32^\circ, 90^\circ$; $73^\circ, 63^\circ$

7. সায়ন্তনী একটি সরলরেখা AB আঁকল। আমি সেই সরলরেখার উপর কোনো বিন্দু P-তে অপর একটি রশ্মি PQ আঁকলাম। এর ফলে দুটি সন্নিহিত কোণ $\angle BPQ$ ও $\angle APQ$ তৈরি হলো। চাঁদার সাহায্যে মেপে $\angle BPQ$ ও $\angle APQ$-এর পরিমাপ লিখি ও $\angle PQB + \angle PQA =$ কত লিখি।

8. শাকিল দুটি সন্নিহিত কোণ $\angle ABC$ ও $\angle ABD$ আঁকল যাদের সমষ্টি 180°; আমিও শাকিলের মতো $\angle ABC$ ও $\angle ABD$ এঁকে দেখি D, B ও C বিন্দু তিনটি একই সরলরেখায় আছে কিনা।

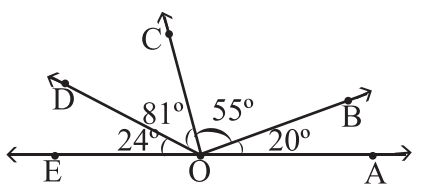
9. 

পাশের ছবি থেকে x -এর মান নির্ণয় করি।

10. 

পাশের ছবিতে $\angle AOP$, $\angle BOP$ -এর চেয়ে 140^0 বেশি। $\angle AOP$ ও $\angle BOP$ -এর মান নির্ণয় করি।

11. দুটি সন্নিহিত কোণের মান 35° ও 145°; সন্নিহিত কোণের বহিঃস্থ বাহু দুটি কীভাবে অবস্থিত লিখি।

12. 

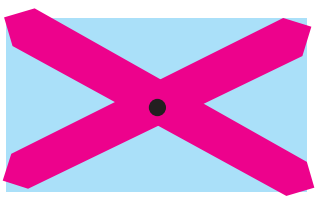
পাশের ছবিতে OA ও OE কীভাবে অবস্থিত লিখি।

7. বিপ্রতীপ কোণের ধারণা

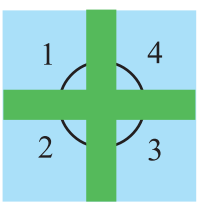
আজ আমরা কার্ড তৈরি করব। তাই আমরা আয়তক্ষেত্রাকারে অনেকগুলি কার্ড কেটেছি। কার্ডগুলির উপরে ফিতে কেটে নানাভাবে লাগিয়ে সাজাব এবং ফাঁকা জায়গায় আঁকব।

মতিউর করল →

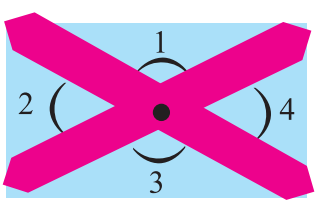
অন্বেষা করল →



দেখছি মতিউরের কার্ডের দু-টুকরো ফিতে একরকমভাবে আছে আবার অন্বেষার কার্ডের দু-টুকরো ফিতে অন্যরকমভাবে আছে। কিন্তু দুইরকম কার্ডেই এই দু-টুকরো ফিতে পরস্পরকে ছেদ করেছে ও কয়েকটি কোণ তৈরি করেছে। এই কোণগুলির মধ্যে সম্পর্ক খুঁজি।



প্রথম কার্ড



দ্বিতীয় কার্ড

চাঁদা দিয়ে মেপে দেখছি প্রথম কার্ডের $\angle 1 =$ ☐ ডিগ্রি, $\angle 2 =$ ☐ ডিগ্রি, $\angle 3 =$ ☐ ডিগ্রি, $\angle 4 =$ ☐ ডিগ্রি

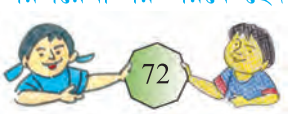
$\angle 1 = \angle 2 = \angle 3 = \angle 4 =$ ☐ ডিগ্রি

চাঁদা দিয়ে মেপে দেখছি, দ্বিতীয় কার্ডের $\angle 1 =$ ☐ ডিগ্রি, $\angle 2 =$ ☐ ডিগ্রি, $\angle 3 =$ ☐ ডিগ্রি, $\angle 4 =$ ☐ ডিগ্রি

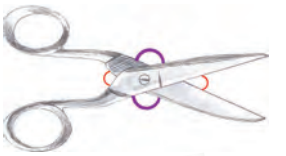
চাঁদা দিয়ে মাপার পর দেখছি $\angle 1 = \angle 3 =$ ☐ ডিগ্রি এবং $\angle 2 = \angle 4 =$ ☐ ডিগ্রি

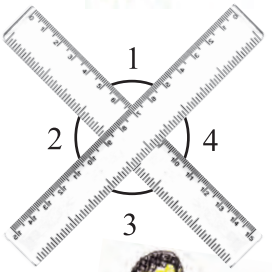
দেখছি, $\angle 1$ ও $\angle 2$ সন্নিহিত কোণ করেছে কিন্তু $\angle 1$ ও $\angle 3$ বা $\angle 2$ ও $\angle 4$ কোণগুলি বিপরীত দিকে আছে। এদের কী বলা হয়?

$\angle 1$ ও $\angle 3$ বা $\angle 2$ ও $\angle 4$ — এই বিপরীত দিকের কোণদুটিকে বিপ্রতীপ কোণ বলা হয় অর্থাৎ দুটি সরলরেখা পরস্পরকে ছেদ করলে বিপরীত দিকে যে 2 জোড়া কোণ তৈরি হয় তাদের বিপ্রতীপ কোণ বলে।



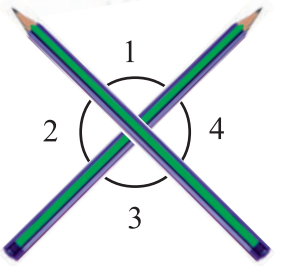
আমার বন্ধু সাথির হাতের কাঁচিটি দু-জোড়া বিপ্রতীপ কোণ তৈরি করেছে।





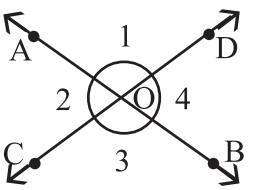
আমার ভাই তার দুটি স্কেলের মাঝখানটা সুতো দিয়ে আটকে পেল।

মিতা একইভাবে তার দুটি পেনসিল মাঝখানে আটকে পেল।



মুখখোলা কাঁচি, দুটি স্কেলের মাঝখানটা সুতো দিয়ে জুড়ে, দুটি পেনসিল মাঝখানে জুড়ে দু-জোড়া বিপ্রতীপ কোণ পেলাম। চাঁদা দিয়ে মেপে কী পেলাম দেখি। [নিজে করি]

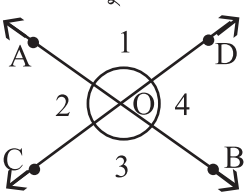
হাতে কলমে

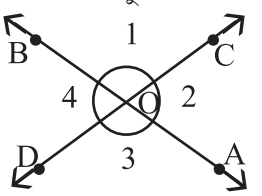


(1) আমি মোটা খাতায় দুটি পরস্পরছেদী সরলরেখা AB ও CD আঁকলাম যারা পরস্পরকে O বিন্দুতে ছেদ করল। চারটি কোণের পাশে $\angle 1$, $\angle 2$, $\angle 3$ ও $\angle 4$ লিখলাম।

(2) খাতার পাতার উপরে ট্রেসিং কাগজ রেখে ট্রেসিং কাগজে কোণটি আবার আঁকলাম। আঁকা খাতার পাতা ও ট্রেসিং পেপার একটি বোর্ডে রেখে O বিন্দুতে আলপিন আটকে দিলাম।

(3) এবার ট্রেসিং পেপার O বিন্দুতে আলপিনের সাপেক্ষে 180^0 কোণে ঘুরিয়ে পেলাম—





দেখছি, ট্রেসিং পেপারের (1) নং কোণ খাতার পাতার (3) নং কোণের সাথে মিশে গেছে, আবার ট্রেসিং পেপারের (3) নং কোণ খাতার পাতার (1) নং কোণের সাথে মিশে গেছে। একইভাবে (2) নং কোণ (4) নং কোণের সাথে মিশে গেছে। অর্থাৎ $\angle 1 = \angle 3$ এবং $\angle 2 = \angle 4$ পেলাম।

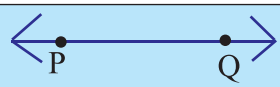
পেলাম দুটি সরলরেখা পরস্পরকে ছেদ করলে যে দুই জোড়া বিপ্রতীপ কোণ তৈরি হয় তাদের প্রতি জোড়া পরস্পর সমান।

এবার আমি ও মক্তা দুটি পরস্পরছেদী সরলরেখা আঁকব ও যুক্তি দিয়ে ধাপে ধাপে প্রমাণ করব যে দু-জোড়া বিপ্রতীপ কোণ উৎপন্ন হয় তাদের প্রতিজোড়া পরস্পর সমান।

ইউক্লিড (প্রায় 325 খ্রিঃপূর্ব -প্রায় 265 খ্রিঃপূর্ব) গ্রিসের একজন গণিতজ্ঞ। এঁকে জ্যামিতির জনক বলা হয়। প্রায় 280 খ্রিঃপূর্বে তিনি 13 টি খণ্ডে বই লেখেন, যার নাম *ELEMENTS*. ইউক্লিড সামতলিক ও ঘন জ্যামিতির 467 টি উপপাদ্য সংগ্রহ করেন কয়েকটি ধরে নেওয়া সত্য ধারণার উপর নির্ভর করে। এই ধারণাগুলি প্রমাণের প্রয়োজন নেই। এগুলিকে বলা হয় ***স্বীকার্য*** *(Postulate)* এবং ***স্বতঃসিদ্ধ*** *(Axiom)*. ইউক্লিডের সমান্তরাল স্বীকার্যে বলা হয়েছে একটি সরলরেখার বহিঃস্থ একটি বিন্দু দিয়ে ওই সরলরেখার সমান্তরাল একটিই সরলরেখা অঙ্কন করা যায়। যা পরবর্তী ক্ষেত্রে সর্বত্র প্রযোজ্য হয় না। এর ফলে ***অ-ইউক্লিডীয়*** জ্যামিতির প্রয়োজন হয়।

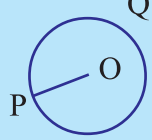
যুক্তি দিয়ে প্রমাণের আগে আমরা কতগুলি জ্যামিতিক সত্য বিবৃতি লিখব যেগুলি আমাদের প্রমাণের যুক্তি তৈরি করতে ও অঙ্কন করতে কাজে লাগবে। এই বিবৃতিগুলির সত্যতা আমরা আগে নানাভাবে যাচাই করেছি। এই বিবৃতিগুলিকে আমরা স্বীকার্য বলছি।

স্বীকার্য 1 দুটি বিন্দু দিয়ে একটিই মাত্র সরলরেখা আঁকা যায়।



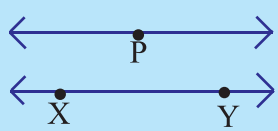
স্বীকার্য 2 একটি সরলরেখাংশকে উভয়দিকে যত ইচ্ছে বাড়ানো যায়।

স্বীকার্য 3 যেকোনো বিন্দুকে কেন্দ্র করে এবং যেকোনো দৈর্ঘ্যের ব্যাসার্ধ নিয়ে একই সমতলে একটি মাত্র বৃত্ত অঙ্কন করা যায়।



স্বীকার্য 4 যেকোনো দুটি সমকোণের পরিমাপ সমান।

স্বীকার্য 5 একটি সরলরেখার বাইরের কোনো বিন্দু দিয়ে ওই সরলরেখার সমান্তরাল একটিই মাত্র সরলরেখা আঁকা যায়। (প্লেফেয়ারের বিবৃতি।)



কিছু জ্যামিতিক সত্য বিবৃতি আমরা যুক্তিসহকারে ধাপে ধাপে প্রমাণ করব। সেগুলিকে উপপাদ্য বলব। এই উপপাদ্য প্রমাণ করতে গিয়ে কিছু জ্যামিতিক সত্য বিবৃতির সাহায্য নেব (যাদের এখন প্রমাণ করব না)। এই জ্যামিতিক সত্য বিবৃতিগুলিকে স্বতঃসিদ্ধ বলব।

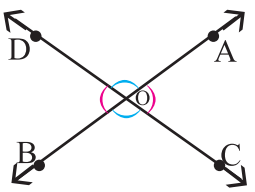
স্বতঃসিদ্ধ : 1 একটি সরলরেখার উপর একটি রশ্মি দণ্ডায়মান হলে যে দুটি সন্নিহিত কোণ উৎপন্ন হয় তাদের পরিমাপের সমষ্টি দুই সমকোণ।

স্বতঃসিদ্ধ : 2 দুটি সন্নিহিত কোণের পরিমাপের সমষ্টি দুই সমকোণ হলে তাদের বহিঃস্থ বাহুদুটি একই সরলরেখায় থাকবে।

এবার আমি ও মুক্তা উপরের স্বতঃসিদ্ধগুলির সাহায্য নিয়ে ধাপে ধাপে প্রমাণ করব যে,

উপপাদ্য 1 দুটি সরলরেখা পরস্পরকে ছেদ করলে যে দু-জোড়া বিপ্রতীপ কোণ উৎপন্ন হয় তাদের প্রতিজোড়া কোণের পরিমাপ পরস্পর সমান।

প্রদত্ত (দেওয়া আছে) : AB ও CD দুটি সরলরেখা পরস্পরকে O বিন্দুতে ছেদ করেছে। এর ফলে দু-জোড়া বিপ্রতীপ কোণ $\angle AOD$, $\angle BOC$ ও $\angle AOC$, $\angle BOD$ তৈরি হয়েছে,



প্রামাণ্য (কী প্রমাণ করব) : প্রমাণ করতে হবে যে, প্রতিজোড়া বিপ্রতীপ কোণগুলির পরিমাপ সমান অর্থাৎ $\angle AOD = \angle BOC$ এবং $\angle AOC = \angle BOD$

প্রমাণ (যুক্তি দিয়ে প্রমাণ করি) :

$\angle AOD + \angle AOC = 180^\circ$ [কারণ CD সরলরেখার উপরে OA রশ্মি দণ্ডায়মান হওয়ায় সন্নিহিত কোণদ্বয়ের সমষ্টি দুই সমকোণ — স্বতঃসিদ্ধ - 1]

$\angle AOC + \angle BOC = 180^\circ$ [কারণ AB সরলরেখার উপরে OC রশ্মি দণ্ডায়মান হওয়ায় সন্নিহিত কোণদ্বয়ের সমষ্টি ☐ — স্বতঃসিদ্ধ - 1]

$\angle AOD + \angle AOC = \angle AOC + \angle BOC$

সুতরাং $\angle AOD = \angle BOC$ (উভয়দিক থেকে $\angle AOC$ বিয়োগ করে পাই)

আবার একইভাবে লিখতে পারি—

$\angle BOC + \angle BOD = 180^\circ$ কারণ CD সরলরেখার উপরে OB রশ্মি দণ্ডায়মান হওয়ায় সন্নিহিত কোণদ্বয়ের সমষ্টি 2 সমকোণ

$\angle BOC + \angle AOC = 180^\circ$ কারণ AB সরলরেখার উপরে OC রশ্মি দণ্ডায়মান হওয়ায় সন্নিহিত কোণদ্বয়ের সমষ্টি ☐।

$\angle BOC + \angle BOD = \angle BOC + \angle AOC$

সুতরাং $\angle AOC = \angle BOD$ (উভয়দিক থেকে $\angle BOC$ বিয়োগ করে পাই)

পেলাম AB ও CD দুটি সরলরেখা পরস্পরকে O বিন্দুতে ছেদ করায় বিপ্রতীপ কোণগুলি সমান অর্থাৎ

$\angle AOD = \angle BOC$

এবং $\angle AOC = \angle BOD$ (প্রমাণিত)