



बीजीय व्यंजक

(ALGEBRAIC EXPRESSIONS)

10

10.0 परिचय-

छठवीं कक्षा में आप पढ़ चुके हैं कि चर राशि के विभिन्न मूल्य और अचर राशियों के मूल्य समान रहते हैं। आप यह भी पढ़ चुके हैं कि चर राशि और अचर राशि x, y, z, a, b, p, m आदि द्वारा दर्शाते हैं। साधारण बीजीय व्यंजक $2x - 3$ के बारे में आप जान चुके हैं। आप यह भी जान चुके हैं कि किस प्रकार बीजीय व्यंजकों का उपयोग सूत्र स्थापित करने और मूल्य ज्ञात करने के लिए होता है।

इस अध्याय में हम बीजीय व्यंजक और किसी चर राशि के बहुपदों को जोड़ने, घटाने के बारे में पढ़ेंगे। इसी प्रकार हम पद, सजातीय पद, विजातीय पद और बहुपदी के बारे में मालूम करेंगे।

सबसे पहले हम छठवीं कक्षा में क्या पढ़े हैं, इसे दोहराएँगे।

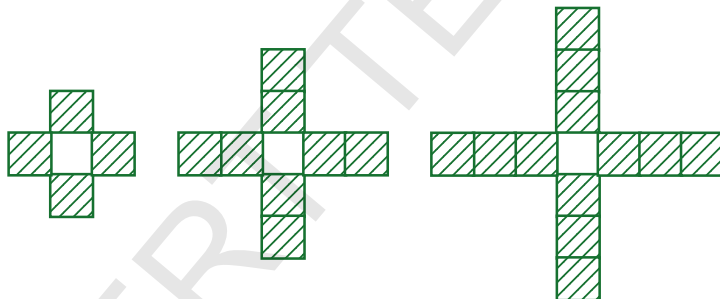


अभ्यास - 1

1) निम्न आकार बनाने के लिए कितनी दियासलाई की तीलियाँ चाहिए।

1) H आकार 2) V आकार

2) नीचे रंगीन टाइल्स और सफेद टाइल्स के नमूने दिए गए हैं।



चित्र 1

चित्र 2

चित्र 3

ऊपर बताये गये चित्र के अनुसार और दो चित्र उतारो।

नीचे दी गई तालिका बीजीय व्यंजकों द्वारा पूर्ण करो -

चित्र संख्या	1	2	3	4	5
कुल टाइल्स की संख्या					



3) दिए गए पदों को चर राशि, अचर राशि और अंकगणित क्रियाओं (arithmetic operation) में व्यक्त करो -

- i) 6 ज्यादा है p से
- ii) 4 में से x घटाने पर
- iii) y में से 8 घटाने पर
- iv) - 5 से q गुणा करने पर
- v) y को 4 से भाग करने पर
- vi) p और q के गुणनफल का एक चौथाई भाग
- vii) 5 को z के तीन गुणा से जोड़ने पर
- viii) x को 5 से गुणा कर उसमें 10 जोड़ने पर
- x) 5 को y के दोगुणा से घटाने पर
- xi) 10 को y से गुणा करके 13 जोड़ने पर

4) निम्नलिखित व्यंजक कथन के रूप में लिखो।

- | | | |
|--------------------|---------------|---------------|
| (i) $x + 3$ | (ii) $y - 7$ | (iii) $10L$ |
| (iv) $\frac{x}{5}$ | (v) $3m + 11$ | (vi) $2y - 5$ |

5) नीचे कुछ घटनाएँ दी गई हैं, इनमें से चर या अचर कौनसी हैं- -

उदाहरण - अपनी आयु या मूल्य बदलते रहता है। यह चर राशि का उदाहरण है।

- 1) जनवरी माह में दिनों की संख्या
- 2) दिन का तापक्रम
- 3) तुम्हारे कक्षा की लंबाई
- 4) बढ़ने वाले पौधों की ऊँचाई।

10.1 बीजीय पद, अंकीय (numeric) पद

व्यंजक $2x + 9$ पर ध्यान दो

यहाँ x को दो से गुणा करके उसमें 9 जोड़ा गया है। $2x$ और 9 दोनों पद बीजीय पद हैं। $2x+9$ में $2x$ बीजीय व्यंजक और 9 अंकीय पद कहलाता है।

दूसरा व्यंजक - $3x^2 - 11y$ पर ध्यान दो ।

3 को x और x से गुणा करने पर $3x^2$ प्राप्त हुआ।

11 और y का गु.फ 11 y है। $3x^2$ से 11 y को घटाने पर $3x^2 - 11y$ प्राप्त होता है।

$3x^2 - 11y$ व्यंजक में $3x^2$ एक पद है और 11 y दूसरा पद है।

जब हम x को x से गुणा करते हैं तो उसे x^2 लिखते हैं।

इसी प्रकार 4 गुणा 4 को 4^2 लिखते हैं, उसी प्रकार x को तीन बार गुणा करने पर x^3 लिखते हैं। इसी प्रकार $6 \times 6 \times 6$ को 6^3 लिखते हैं।

यह करो -

इन व्यंजकों में पदों को पहचानो -

- | | | |
|---------------------|----------------------|------------------|
| (i) $5x^2 + 3y + 7$ | (ii) $5x^2y + 3$ | (iii) $3x^2y$ |
| (iv) $5x - 7$ | (v) $5x + 8 - 2(-y)$ | (vi) $7x^2 - 2x$ |



10.1.1 सजातीय और विजातीय पद (Like and Unlike Terms)

निम्न पर ध्यान दो

- | | |
|----------------------|-------------------------|
| (i) $5x$ और $8x$ | (ii) $7a^2$ और $14a^2$ |
| (iii) $3xy$ और $4xy$ | (iv) $3xy^2$ और $4x^2y$ |



पहले उदाहरण में, दोनों पद के समान चर राशि हैं। उदा- के लिए x और चर राशि का घातांक समान है। जबकि दूसरे उदाहरण में दोनों पद समान चर राशि है, a और चर राशि का घातांक 2 समान है

तीसरे उदाहरण में दोनों पद समान चर राशि वाले हैं। जैसे x और y और उनके घातांक की चर राशि, x की 1 और y चर राशि का घातांक 1 है।

चौथे उदाहरण में दोनों पद के समान चर राशि x और y को उनके घातांक समान नहीं हैं, पहले पद में उनका घातांक 1 है और दूसरे का 2 है। उसी प्रकार पहले पद y का घातांक 2 है और दूसरे पद में y का घातांक 1 है।

प्रथम तीन पदों की जोड़ी सजातीय पद हैं और चौथी जोड़ी विजातीय पद हैं।

समान पद वह पद है जिसमें समान चर राशि और समान घातांक रहते हैं।

यह करो -

सजातीय पदों को एकत्रित करो।

$$12x, 12, 25x, -25, 25y, 1, x, 12y, y, 25xy, 5x^2y, 7xy^2, 2xy, 3xy^2, 4x^2y$$

2. सत्य या असत्य- बताओ, उनके कारण बताओ।

- (i) $7x^2$ और $2x$ विजातीय पद है।
- (ii) pq^2 और $-4pq^2$ सजातीय पद है।
- (iii) xy , $-12x^2y$ और $5xy^2$ सजातीय पद है।



10.2 गुणक (Co-efficient)

$9xy$ में;
'9' गुणक है 'xy' का अतः $9(xy) = 9xy$
'x' गुणक है '9y' का अतः $x(9y) = 9xy$
'y' गुणक है '9x' का अतः $y(9x) = 9xy$
'9x' गुणक है 'y' का अतः $9x(y) = 9xy$
 $9y$ गुणक है 'x' का अतः $9y(x) = 9xy$
 xy गुणक है '9' का अतः $xy(9) = 9xy$

क्योंकि 9 एक अंकीय संख्या है इसलिए यह अंकीय गुणक कहलाता है.

इसी प्रकार x, y संख्याओं के अक्षर मान हैं x, y ये चर राशि हैं।

उसी प्रकार ' $-5x$ ', में ' -5 ' अंकीय गुणक एवं x अक्षर गुणक है।



यह कीजिये

- (i) 'x' का अंकीय गुणक क्या है?
- (ii) '-y' का अंकीय गुणक क्या है?
- (iii) ' $-3z$ ' में अक्षर गुणक क्या है?
- (iv) क्या अंकीय गुणक अचर रहता है?
- (v) क्या अक्षर गुणक कभी भी चर राशि ही रहता है?

10.3 व्यंजक (Expressions)

व्यंजक, एक पद या दो पद जिसमें धन (+) या ऋण (-) रहते हैं।

उदाहरण: $6x + 3y, 3x^2 + 2x + y, 10y^3 + 7y + 3, 9a + 5, 5a + 7b, 9xy, 5 + 7 - 2x, 9 + 3 - 2$

सूचना : गुणा 'x' और भाग '÷' दो अलग पद नहीं है उदा : $2x \times 3y$ and $\frac{2x}{3y}$ एक ही पद है।

करो -

1. इस व्यंजक में कितने पद हैं?

(i) $x + y$

(ii) $11x - 3y - 5$

(iii) $6x^2 + 5x - 4$

(iv) $x^2z + 3$

(v) $5x^2y$

(vi) $x + 3 + y$

(vii) $x - \frac{11}{3}$

(viii) $\frac{3x}{7y}$

(ix) $2z - y$

(x) $3x + 5$



10.3.1 अंकीय एवं बीजीय व्यंजक (Numerical and algebraic expressions)

निम्न उदाहरण को देखो।

(i) $1 + 2 - 9$

(ii) $-3 - 5$

(iii) $x - \frac{11}{3}$

(iv) $4y$

(v) $9 + (6 - 5)$

(vi) $3x + 5$

(vii) $(17 - 5) + 4$

(viii) $2x - y$

उदाहरण - i, ii, v, vii में क्या कोई बीजीय पद है?

यदि व्यंजक का प्रत्येक पद अक्षर पद है तो उसे सांख्यिक व्यंजक कहते हैं। वह व्यंजन जिसमें कम से कम एक बीजीय पद हो बीजीय व्यंजक कहलाता है।

ऊपर के उदाहरण में कौन से बीजीय व्यंजक हैं?



प्रयास करो .

तीन पदों के साथ तीन बीजीय व्यंजक लिखो।

आर्यभट्ट (भारत)

सन् 475-550ई.

इन्होंने 499 ईसवी में आर्यभाटिया नामक ज्योतिषशास्त्र लिखा।
बीजीय व्यंजकों का प्रयोग करनेवाले ये प्रथम भारतीय थे। इन्हीं के नाम पर
भारत के प्रथम उपग्रह का नाम आर्यभट्ट रखा गया।



10.3.2 बीजीय व्यंजकों के प्रकार (Types of Algebraic expressions)

किसी व्यंजक में पदों की संख्या के आधार पर बीजीय व्यंजक रहता है।

पदों की संख्या	व्यंजक का नाम	उदाहरण
एक पद	एक पदीय	(a) x (b) $7xyz$ (c) $3x^2y$ (d) qz^2
दो विजातीय पद	द्विपदी	(a) $a + 4x$ (b) $x^2 + 2y$ (c) $3x^2 - y^2$
तीन विजातीय पद	त्रिपदी	(a) $ax^2 + 4x + 2$ (b) $7x^2 + 9y^2 + 10z^3$
एक से अधिक विजातीय पद	बहुपदी	(a) $4x^2 + 2xy + cx + d$ (b) $9p^2 - 11q + 19r + t$

नोट - द्विपद, त्रिपदी भी बहुपदीय बीजीय व्यंजक हैं।

इसे कीजिए।

- प्रत्येक प्रकार के दो बीजीय व्यंजक के उदाहरण दो।
- नीचे दिए गए व्यंजन में एक पदी, द्विपदी, त्रिपदी, बहुपदी पहचानो -
 - $5x^2 + y + 6$
 - $3xy$
 - $5x^2y + 6x$
 - $a + 4x - xy + xyz$



10.4 बीजीय व्यंजकों का वर्गीकरण (Degree of algebraic expressions)

बीजीय व्यंजकों के वर्गीकरण के बारे में जानने से पहले यह मालूम करना है कि एक पदी क्या है ?

10.4.1 एक पदी का घातांक (Degree of Monomial)

$9x^2y^2$ में

- 'x' का घातांक क्या है ?
- 'y' का घातांक क्या है ?
- दोनों घातांक का योग कितना है ?

चर राशियों के घातांकों का योगफल एक पदी में विद्यमान हो तो उसे पद का घातांक या एक पदी का घातांक कहते हैं।

इस तालिका को देखे -

क्र सं	एक पदी	घातांक			एक पदी का घातांक
x	y	z			
1	x	1	-	-	1
2	$7x^2$	2	-	-	2
3	$-3xyz$	1	1	1	$1 + 1 + 1 = 3$
4	$8y^2z^2$	-	2	2	$2 + 2 = 4$

10.4.2 अचर राशि का घातांक (Degree of Constant terms)

मान लो अचर पद 5 के बारे में देखेंगे।

$x^0 = 1$, इस प्रकार भी लिख सकते हैं- 5 को $5x^0$ भी लिख सकते हैं। अचर पद शून्य रहता है।



10.4.3 बीजीय व्यंजक का घातांक

इस तालिका को देखे -

क्र. सं	बीजीय व्यंजक	प्रत्येक पद के घातांक				व्यंजक का घातांक
1.	$7xy^2$	3	-	-	-	3
2	$3y - x^2y^2$	1	4	-	-	4
3	$4x^2 + 3xyz + y$	2	3	1	-	3
4	$pq - 6p^2q^2 - p^2q + 9$	2	4	3	0	4

दूसरे उदाहरण में सबसे अधिकतम घातांक 4 है, इसलिए व्यंजक का घातांक 4 है। उसी प्रकार तीसरे व्यंजक का घातांक 3 है। चौथे व्यंजक का घातांक 4 है।

व्यंजक के पदों के घातांको में सबसे बड़े घातांक को व्यंजक का घातांक कहते हैं।



अभ्यास - 2

- सजातीय पद पहचान कर लिखो -
 - $a^2, b^2, -2a^2, c^2, 4a$
 - $3a, 4xy, -yz, 2zy$
 - $-2xy^2, x^2y, 5y^2x, x^2z$
 - $7p, 8pq, -5pq, -2p, 3p$
- बताओ कि निम्न व्यंजन अंकीय व्यंजन है या बीजीय।
 - $x + 1$
 - $3m^2$
 - $-30 + 16$
 - $4p^2 - 5q^2$
 - 96
 - $x^2 - 5yz$
 - $215x^2yz$
 - $95 \div 5 \times 2$
 - $2 + m + n$
 - $310 + 15 + 62$
 - $11a^2 + 6b^2 - 5$
- बताओं कि निम्न व्यंजन एक पदी, द्विपदी, त्रिपदी या बहुपदी है।
 - y^2
 - $4y - 7z$
 - $1 + x + x^2$
 - $7mn$
 - $a^2 + b^2$
 - 100
 - $ax + 9$
 - $p^2 - 3pq + r$
 - $3y^2 - x^2y^2 + 4x$
 - $7x^2 - 2xy + 9y^2 - 11$
- प्रत्येक एक पदी का घातांक लिखो।
 - $7y$
 - $-xy^2$
 - xy^2z^2
 - $-11y^2z^2$
 - $3mn$
 - $-5pq^2$
- प्रत्येक बीजीय व्यंजकों का घातांक ज्ञात करो।
 - $3x - 15$
 - $xy + yz$
 - $2y^2z + 9yz - 7z - 11x^2y^2$
 - $2y^2z + 10yz$
 - $pq + p^2q - p^2q^2$
 - $ax^2 + bx + c$
- कोई दो बीजीय व्यंजक समान घातांक वाले लिखो -

10.5 सजातीय पदों का जोड़ और घटान

निम्न प्रश्न पर ध्यान दो

- विनय के पास जितनी पेंसिलें हैं उसकी चारगुणा पेंसिलें सिद्धू के पास हैं। तो दोनों के पास कुल कितनी पेंसिलें हैं?
- टॉनी और बाशा एक दुकान को जाते हैं, टॉनी 7 पुस्तक और बाशा 2 पुस्तक खरीदते हैं, सभी पुस्तकों के दाम एक ही हैं, तो टॉनी ने बाशा से कितने ज्यादा पैसे खर्च किए?



इस प्रकार के प्रश्न हल करने के लिए यह मालूम होना चाहिए कि सजातीय पदों को कैसे जोड़ा या घटाया जाये। आइए इसे सीखें-

1. सिद्धू के पास कितनी पेंसिलें हैं, प्रश्न में नहीं दिया गया है। अतः मान लो कि x पेंसिल है, विनय के पास सिद्धू से 4 गुणा अधिक पेंसिलें हैं- $4 \times x = 4x$

कुल पेंसिलों का योग मालूम करने के लिए x और $4x$ को जोड़ना होगा।

इसलिए कुल पेंसिल $= x + 4x = (1 + 4)x = 5x$ (बंटन नियम द्वारा)

2. प्रत्येक पुस्तक का मूल्य नहीं दिया गया, मान लो इसे y लेंगे, इसलिए टॉनी $7 \times y = ₹.7y$ खर्च किए।

बाशा ने $2 \times y = ₹.2y$ खर्च किए

टॉनी ने कितने रुपये ज्यादा खर्च किए यह मालूम करने के लिए $2y$ को $7y$ में से घटाना होगा।

इसलिए खर्च किए गए अधिक रुपये $= 7y - 2y = (7-2)y = ₹.5y$ (बंटन नियम द्वारा)

इससे यह मालूम होता है कि दो या दो से अधिक सजातीय पदों का योग उनके अंक गुणकों के योग के समान रहता है।

“दो या दो से अधिक सजातीय पदों का अंतर उनके अंकीय गुणकों गुणकों के अंतर के समान होता है।”

यह करो

1. सजातीय पद जोड़ो-

(i) $5x, 7x$

(ii) $7x^2y, -6x^2y$

(iii) $2m, 11m$

(iv) $18ab, 5ab, 12ab$

(v) $3x^2, -7x^2, 8x^2$

(vi) $4m^2, 3m^2, -6m^2, m^2$

(vii) $18pq, -15pq, 3pq$

2. प्रथम पद को दूसरे पद में से घटाओ -

(i) $2xy, 7xy$

(ii) $5a^2, 10a^2$

(iii) $12y, 3y$

(iv) $6x^2y, 4x^2y$

(v) $6xy, -12xy$



10.5.1 विजातीय पदों का जोड़ और घटान

$3x$ और $4y$ विजातीय पद है उनका योग $3x + 4y$ इस प्रकार लिख सकते हैं।

जबकि x और y विभिन्न चर राशियाँ हैं। इसके लिए बंटन नियम लागू नहीं किया जा सकता।

न ही इसे जोड़ सकते हैं।

10.6 बीजीय व्यंजकों को सरल करो (Simplification)

इस व्यंजक में $9x^2 - 4xy + 5y^2 + 2xy - y^2 - 3x^2 - 6xy$

इस व्यंजक में कुछ सजातीय पद हैं, वे $9x^2$ और $-3x^2$; $5y^2$ और y^2 और $2xy$ और $-6xy$.

सजातीय पदों को जोड़ने पर बीजीय व्यंजक प्राप्त होता है।

अब यह देखेंगे कि यह व्यंजक किस प्रकार सरल हुआ-

क्र.सं.	चरण	हल करने की विधि
1.	व्यंजक लिखो	$9x^2 - 4xy + 5y^2 + 2xy - y^2 - 3x^2 + 6xy$
2.	सजातीय पदों की जोड़ी बनाओ	$(9x^2 - 3x^2) + (2xy - 4xy + 6xy) + (5y^2 - y^2)$
3.	सजातीय पद जोड़ो	$(9-3)x^2 + (2-4+6)xy + (5-1)y^2 = 6x^2 + 4xy + 4y^2$

नोट - यदि व्यंजक में दो पद असमान हो तो उसका सरल रूप

दूसरे उदाहरण में $5x^2y + 2x^2y + 4 + 5xy^2 - 4x^2y - xy^2 - 9$

चरण 1 : $5x^2y + 2x^2y + 4 + 5xy^2 - 4x^2y - xy^2 - 9$

चरण 2: $(5x^2y + 2x^2y - 4x^2y) + (5xy^2 - xy^2) + (4 - 9)$ सजातीय पदों को एकत्रित करो

चरण 3 : $3x^2y + 4xy^2 - 5$

इसे करो -

1. हल करो -

(i) $3m + 12m - 5m$

(ii) $25yz - 8yz - 6yz$

(iii) $10m^2 - 9m + 7m - 3m^2 - 5m - 8$

(iv) $9x^2 - 6 + 4x + 11 - 6x^2 - 2x + 3x^2 - 2$

(v) $3a^2 - 4a^2b + 7a^2 - b^2 - ab$

(vi) $5x^2 + 10 + 6x + 4 + 5x + 3x^2 + 8$



10.7 व्यंजक का मानक रूप (Standard form of an expression)

$3x + 5x^2 - 9$. इस व्यंजक में प्रथम, द्वितीय, तृतीय, पदों के घातांक 1, 2 और 0 है, तो पदों के घातांक अवरोहण में नहीं हैं।

तो इन पदों को इस प्रकार व्यवस्थित करो कि उनके घातांक अवरोहण क्रम में है अब हमें व्यंजक $5x^2 + 3x - 9$ प्राप्त हुआ।

अब $3c + 6a - 2b$ में सभी घातांक समान है, तो दिया हुआ व्यंजक मानक रूप में है, इसे हम $6a - 2b + 3c$ के रूप में लिख सकते हैं।

इन व्यंजनों में पदों को व्यवस्थित रूप में लिखने पर अर्थात् घातांक अवरोहण क्रम रखने पर यह सुंदर दिखेगा। यह व्यंजकों का मानक रूप भी है।

मानक रूप में व्यंजकों का उदाहरण

(i) $7x^2 + 2x + 11$ (ii) $5y^2 - 6y - 9$

यह कीजिये

1. निम्न व्यंजक मानक रूप में लिखो

(i) $3x + 18 + 4x^2$

(ii) $8 - 3x^2 + 4x$

(iii) $-2m + 6 - 3m^2$

(iv) $y^3 + 1 + y + 3y^2$

2. निम्न में कौनसे मानक रूप में है,

(i) $9x^2 + 6x + 8$

(ii) $9x^2 + 15 + 7x$

(iii) $9x^2 + 7$

(iv) $9x^3 + 15x + 3$

(v) $15x^2 + x^3 + 3x$

(vi) $x^2y + xy + 3$

(vii) $x^3 + x^2y^2 + 6xy$

3. किन्हीं पाँच व्यंजकों को मानक रूप में लिखिए।

10.8 व्यंजक का मूल्य ज्ञात करना।

उदाहरण 1: $3x^2$ का मूल्य ज्ञात करो, यदि $x = -1$

हल : चरण 1: $3x^2$ (व्यंजक लिखो)

चरण 2: $3(-1)^2$ (व्यंजक का मूल्य रखो)

चरण 3: $3(1) = 3$

उदाहरण 2: $x^2 - y + 2$ का मूल्य ज्ञात करो जबकि यदि $x = 0$ और $y = -1$

हल : चरण 1: $x^2 - y + 2$ (व्यंजक लिखो)

चरण 2: $0^2 - (-1) + 2$ (चर राशि में मूल्य रखो)

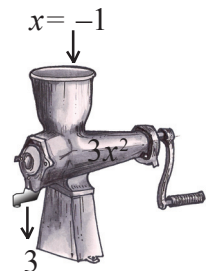
चरण 3: $1 + 2 = 3$

उदाहरण 3: एक त्रिभुज का क्षेत्रफल $A = \frac{1}{2}bh$ दिया गया है। यदि $b = 12$ से.मी. और $h = 7$ से.मी. तो त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात करो

हल : चरण 1: $A = \frac{1}{2}bh$

चरण 2: $A = \frac{1}{2} \times 12 \times 7$

चरण 3: $A = 42$ वर्ग से.मी.





प्रयास कीजिए

1. व्यंजक ' $-9x$ ' का मूल्य ज्ञात करो जब $x = -3$.
2. व्यंजक को ज्ञात करो जबकि उसका मूल्य समान है -9 , जब $x = -3$.

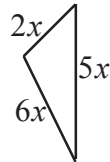


अभ्यास - 3

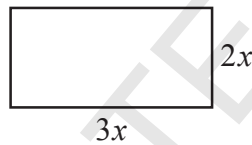
1. PR रेखा की लंबाई ज्ञात करो, निम्न चित्र से 'a' के पदों में.



2. (i) त्रिभुज की परिमिति मालूम करो



- (ii) आयत की परिमिति मालूम करो



3. दूसरा पद प्रथम पद से घटाओ।
(i) $8x, 5x$ (ii) $5p, 11p$ (iii) $13m^2, 2m^2$
4. निम्न एक पदों का मूल्य ज्ञात करो जबकि $x = 1$.
(i) $-x$ (ii) $4x$ (iii) $-2x^2$
5. सरल करो और मूल्य ज्ञात करो जबकि $4x + x - 2x^2 + x - 1, x = -1$.
6. व्यंजक $5x^2 - 4 - 3x^2 + 6x + 8 + 5x - 13$ को सरल करो और मूल्य ज्ञात करो जबकि $x = -2$
7. यदि $x = 1 ; y = 2$ तो निम्न के मूल्य ज्ञात करो ।
(i) $4x - 3y + 5$ (ii) $x^2 + y^2$ (iii) $xy + 3y - 9$
8. आयत का क्षेत्रफल $A = l \times b$ दिया गया, यदि $l = 9\text{cm}, b = 6\text{cm}$, हो तो क्षेत्रफल ज्ञात करो
9. साधारण व्याज का सूत्र $I = \frac{PTR}{100}$ दिया गया है। यदि $P = \text{रु. } 900, T = 2$ वर्ष और $R = 5\%$ तो साधारण व्याज मालूम करो।

10. वेग (s), दूरी (d) और समय (t) के बीच का संबंध $s = \frac{d}{t}$ द्वारा दिया गया है। s, का मूल्य ज्ञात करो यदि $d = 135$ मी. और $t = 10$ सेकंड.

10.9 बीजीय व्यंजक - संकलन या जोड़

1. समीरा के पास कुछ आम हैं, पद्मा के पास समीरा से 9 ज्यादा है, मेरी कहती है कि उसके पास समीरा और पद्मा के पास जितने आम हैं, उनके योग से 4 आम ज्यादा है, तो मेरी के पास कुल कितने आम है?

हम यह नहीं जानते हैं कि समीरा के पास कितने आम हैं? उसके पास x आम हैं, मान लेंगे। पद्मा के पास समीरा से 9 आम ज्यादा है। इसलिए पद्मा के पास $= x + 9$ आम मेरी के पास समीरा और पद्मा से 4 आम ज्यादा है।

इसलिए मेरी के पास कुल आम $= x + (x + 9) + 4$ आम

$$= 2x + 13 \text{ आम}$$

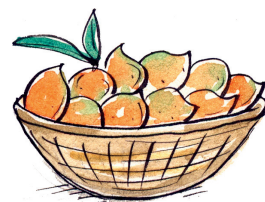
2. गणित की परीक्षा में राजू को इमरान से 11 अंक ज्यादा मिले। राहुल को राजू और इमरान को जितने अंक मिले। उससे 4 अंक कम मिले तो राहुल को कितने अंक मिले?
मान लो इमरान को x अंक मिले।

सूचना : इमरान के अंक को हम x क्यों मान रहे है?

राजू को इमरान से 11 अंक ज्यादा मिले $= x + 11$ अंक राहुल को, इमरान और राजू से 4 अंक कम मिले $= x + x + 11 - 4$ अंक

$$= 2x + 7 \text{ अंक}$$

उपरोक्त परिस्थितियों में व्यंजक जोड़ने और घटाने होंगे। इसी प्रकार वास्तविक जीवन में इस प्रकार की घटना-घटती है, उसे भी इस प्रकार हल किया जा सकता है। आइए अब हम बीजीय व्यंजकों का जोड़ और घटाना सीखेंगे ।



10.9.1 बीजीय व्यंजकों का जोड़

बीजीय व्यंजकों का जोड़ या योग सजातीय पदों को जोड़ने या सरल करने से प्राप्त होता है। इसकी दो विधियाँ हैं।

- (i) स्तंभ या ऊर्ध्वाधर विधि
- (ii) पंक्ति या क्षितिजीय विधि

(i) स्तंभ या ऊर्ध्वाधर विधि (Vertical or Column Method)

उदा 4 : $3x^2 + 5x - 4$ और $6 + 6x^2$ जोड़ो।

क्र.सं.	हल करने की विधियाँ	चरण
1	व्यंजक को व्यवस्थित रूप में लिखो, यदि आवश्यक हो तो	(i) $3x^2 + 5x - 4 = 3x^2 + 5x - 4$ (ii) $6 + 6x^2 = 6x^2 + 6$
2	सभी व्यंजकों को एक दूसरे के नीचे इस प्रकार लिखना चाहिए कि सजातीय पद एक ही स्तंभ में हो।	$3x^2 + 5x - 4$ $6x^2 \quad + 6$
3.	एक ही खाने में आनेवाले सजातीय पद जोड़ो और उसी खाने के नीचे योग को लिखें .	$3x^2 + 5x - 4$ $6x^2 \quad + 6$ $9x^2 + 5x + 2$

उदा 5 : $5x^2 + 9x + 6$, $4x + 3x^2 - 8$ और $5 - 6x$ को जोड़ो।

चरण 1 :

$$5x^2 + 9x + 6 = 5x^2 + 9x + 6$$

$$4x + 3x^2 - 8 = 3x^2 + 4x - 8$$

$$5 - 6x = -6x + 5$$

चरण 2 :

$$5x^2 + 9x + 6$$

$$3x^2 + 4x - 8$$

$$-6x + 5$$

चरण 3 :

$$8x^2 + 7x + 3$$



(ii) पंक्ति या क्षितिजीय विधि

उदा 6 : $3x^2 + 5x - 4$ और $6 + 6x^2$ जोड़ो।

क्र.सं	चरण	हल करने के विधि
1	व्यंजकों के बीच योग का संकेत लगाकर लिखना चाहिए	$3x^2 + 5x - 4 + 6 + 6x^2$
2	सजातीय पदों को एक साथ लिखो	$(3x^2 + 6x^2) + (5x) + (-4 + 6)$
3	सजातीय पदों के गुणक लिखो	$(3+6)x^2 + 5x + 2$
4	सरल किये गये गुणकों से परिणामी व्यंजक लिखिए	$9x^2 + 5x + 2$

इसे करो -

1. निम्न व्यंजक जोड़ो।

(i) $x - 2y$, $3x + 4y$

(ii) $4m^2 - 7n^2 + 5mn$, $3m^2 + 5m^2 - 2mn$

(iii) $3a - 4b$, $5c - 7a + 2b$



10.9.2 बीजीय व्यंजक - घटाना

10.9.2(a) बीजीय व्यंजको का योग विलोम

यदि एक धन संख्या 9 में -9 को जोड़ा जाए तो $9 + (-9) = 0$ -9 योग विलोम है, 9 का और 9 योग विलोम है -9 का यदि दो संख्याओं का योग शून्य होता है तो उन दो संख्याओं को एक दूसरे के योग विलोम कहते हैं।

क्या यह बीजीय व्यंजक के लिए सही है?

क्या सभी बीजीय व्यंजकों में योग विलोम रहता है ?

यदि है तो ' $3x$ ' का योग विलोम क्या है ?

' $3x$ ' योग विलोम ' $-3x$ ', $3x + (-3x) = 0$

इसलिए ' $-3x$ ' का योग विलोम $3x$ और ' $3x$ ' का योग विलोम ' $-3x$ '.

इसी प्रकार प्रत्येक बहुपदी से संबंधित एक और बहुपदी रहता है, जिसका योग शून्य बहुपदी होता है ये दोनों बहुपदी एक दूसरे के योग विलोम कहलाते हैं।

उदा 6 : इस व्यंजक का योग विलोम ज्ञात करो ($6x^2 - 4x + 5$).

हल : योग विलोम $6x^2 - 4x + 5$ का योग विलोम $= -(6x^2 - 4x + 5) = -6x^2 + 4x - 5$

10.9.2(b) घटाना -

यदि A और B व्यंजक हैं तो $A - B = A + (-B)$

अतः A बहुपदी में से B बहुपद को घटाने के लिए हम B का जोड़ विलोम A में जोड़ देते हैं।

आइए अब हम बीजीय व्यंजकों को घटाने के लिए पंक्ति और स्तंभ दोनों विधियों का प्रयोग करेंगे।

(i) स्तंभ या ऊर्ध्वाधर विधि -

उदा 7 : $3a + 4b - 2c$ को $3c + 6a - 2b$ में से घटाओ।

क्र.सं	चरण	हल करने के विधि
1	व्यंजकों को व्यवस्थित रूप में लिखो। यदि आवश्यक हो तो	$3c + 6a - 2b = 6a - 2b + 3c$ $3a + 4b - 2c = 3a + 4b - 2c$
2	व्यंजक इस प्रकार लिखने चाहिए कि घटाये जाने वाले व्यंजक सजातीय पद के नीचे आये।	$6a - 2b + 3c$ $3a + 4b - 2c$
3	निचली पंक्ति के सभी व्यंजकों के चिह्न बदलिए। इससे उनका योग विलोम प्राप्त होगा। सजातीय पदों को पंक्ति के अनुसार जोड़ कर प्राप्त परिणाम को उसी पंक्ति के नीचे ही लिखना चाहिए	$6a - 2b + 3c$ $3a + 4b - 2c$ $(-) \quad (-) \quad (+)$
4	स्तंभानुसार सजातीय पदों को जोड़िये और परिणाम को नीचे दर्शाये अनुसार स्तंभ में लिखिये।	$6a - 2b + 3c$ $3a + 4b - 2c$ $(-) \quad (-) \quad (+)$ $3a - 6b + 5c$

उदा 8 : $4 + 3m^2$ को $4m^2 + 7m - 3$ में से घटाओ

चरण 1: $4m^2 + 7m - 3 = 4m^2 + 7m - 3$

$$4 + 3m^2 = 3m^2 + 4$$

चरण 2: $4m^2 + 7m - 3$

$$3m^2 + 4$$

$$\begin{array}{r} \text{चरण 3: } 4m^2 + 7m - 3 \\ 3m^2 \quad + 4 \\ - \quad - \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{चरण 4: } 4m^2 + 7m - 3 \\ 3m^2 \quad + 4 \\ - \quad - \\ \hline m^2 + 7m - 7 \end{array}$$

(ii) पंक्ति या क्षितिजीय विधि -

उदा 9 : $3a + 4b - 2c$ को $3c + 6a - 2b$ में से घटाओ।

क्र.सं	चरण	हल करने के विधि
1	व्यंजक जिसको दूसरे से घटाना है उसे कोष्ठक में लिखकर उसके सामने (-) लगाइए।	$3c + 6a - 2b - (3a + 4b - 2c)$
2	दूसरे व्यंजक के योग विलोम को प्रथम में जोड़ना हैं।	$3c + 6a - 2b - 3a - 4b + 2c$
3	सजातीय पदों को जोड़ी बना कर जोड़ो या घटाओ (परिस्थिति को देखकर)	$(3c + 2c) + (6a - 3a) + (-2b - 4b)$ $= 5c + 3a - 6b$
4	परिणाम लिखिए	$3a - 6b + 5c$

उदा 10 : $3m^3 + 4$ को $6m^3 + 4m^2 + 7m - 3$ में से घटाओ।

$$\text{चरण 1: } 6m^3 + 4m^2 + 7m - 3 - (3m^3 + 4)$$

$$\text{चरण 2: } 6m^3 + 4m^2 + 7m - 3 - 3m^3 - 4$$

$$\text{चरण 3: } (6m^3 - 3m^3) + 4m^2 + 7m - 3 - 4$$

$$= 3m^3 + 4m^2 + 7m - 7$$

$$\text{चरण 4: } 3m^3 + 4m^2 + 7m - 7$$





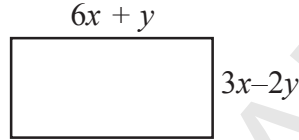
अभ्यास - 4

1. निम्नलिखित बीजीय व्यंजकों की दोनों विधियाँ क्षितिजीय और ऊर्ध्वाधर विधि से ज्ञात करो और बताओ कि दोनों विधियों के उत्तर समान है या नहीं?

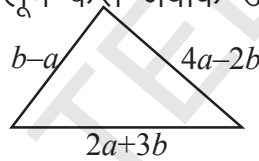
- (i) $x^2 - 2xy + 3y^2$; $5y^2 + 3xy - 6x^2$
 (ii) $4a^2 + 5b^2 + 6ab$; $3ab$; $6a^2 - 2b^2$; $4b^2 - 5ab$
 (iii) $2x + 9y - 7z$; $3y + z + 3x$; $2x - 4y - z$
 (iv) $2x^2 - 6x + 3$; $-3x^2 - x - 4$; $1 + 2x - 3x^2$

2. हल करो : $2x^2 + 5x - 1 + 8x + x^2 + 7 - 6x + 3 - 3x^2$

3. आयत की परिमिति ज्ञात करो



4. त्रिभुज की परिमिति मालूम करो जबकि उसकी भुजाएँ $2a + 3b$, $b - a$, $4a - 2b$.



5. द्वितीय व्यंजक को प्रथम व्यंजक में से घटाओ

- (i) $2a + b$, $a - b$
 (ii) $x + 2y + z$, $-x - y - 3z$
 (iii) $3a^2 - 8ab - 2b^2$, $3a^2 - 4ab + 6b^2$
 (iv) $4pq - 6p^2 - 2q^2$, $9p^2$
 (v) $7 - 2x - 3x^2$, $2x^2 - 5x - 3$
 (vi) $5x^2 - 3xy - 7y^2$, $3x^2 - xy - 2y^2$
 (vii) $6m^3 + 4m^2 + 7m - 3$, $3m^3 + 4$

6. $x^2 - 5xy + 2y^2$ और $y^2 - 2xy - 3x^2$ के योग को $6x^2 - 8xy - y^2$ और $2xy - 2y^2 - x^2$ के योग में से घटाओ।

7. $1 + 2x - 3x^2$ में क्या जोड़ने पर $x^2 - x - 1$ आयेगा?

8. $3x^2 - 4y^2 + 5xy + 20$ में से क्या घटाने पर $-x^2 - y^2 + 6xy + 20$ आएगा?
9. तीन व्यंजकों का योग $8 + 13a + 7a^2$ है उनमें से दो पद $2a^2 + 3a + 2$ और $3a^2 - 4a + 1$ है तो तीसरा व्यंजक ज्ञात करो।
10. यदि $A = 4x^2 + y^2 - 6xy$;
 $B = 3y^2 + 12x^2 + 8xy$;
 $C = 6x^2 + 8y^2 + 6xy$
 ज्ञात करो (i) $A + B + C$ (ii) $(A - B) - C$ (iii) $2A + B$ (iv) $A - 3B$



पृष्ठावलोकन

- एक बीजीय व्यंजक एक पद या अनेक पदों का संयोजन है जिसमें चिह्न $+$ धन या $-$ घटा रहा है।
- प्रत्येक बीजीय व्यंजक में एक पद अचर रहता है। तब यह व्यंजक अंकीय गुणक कहलाता है। यदि एक व्यंजक में कम से कम एक व्यंजक पद रहता है उसे बीजीय व्यंजक कहते हैं।
- बीजीय व्यंजक में एक पद को एक पदी कहते हैं। एक बीजीय व्यंजक में दो विजातीय पद हो तो उसे द्विपदी कहते हैं। यदि एक व्यंजक में तीन विजातीय पद हो तो उसे त्रिपदी कहते हैं। एक बीजीय व्यंजक में तीन से ज्यादा पद विजातीय हो तो उसे बहुपदी कहते हैं।
- एक पद अक्षरों के घातांकों के योग को पद का घातांक कहते हैं।
- किसी में अचर राशि का घातांक शून्य रहता है।
- व्यंजकों के पदों के घातांकों में सबसे अधिक घातांक को व्यंजक का घातांक कहते हैं।
- यदि किसी बहुपदी के दो पद सजातीय न हो तो उस बहुपदी को सरलीकृत रूप अथवा मानक (Standard) रूप में माना जाएगा।