1. **જો A = {–1, 2, 3} અને B = {1, 3} હોય તો નીચેના ગણ મેળવો : (i) A × B (ii) B × A (iii) B × B (iv) A × A**

➥ A = {–1, 2, 3} અને B = {1, 3}

(i) A × B = {(–1, 1), (–1, 3), (2, 1), (2, 3), (3, 1), (3, 3)}

(ii) B × A = {(1, –1), (1, 2), (1, 3), (3, –1), (3, 2), (3, 3)}

(iii) B × B = {(1, 1), (1, 3), (3, 1), (3, 3)}

(iv) A × A = {(–1, –1), (–1, 2), (–1, 3), (2, –1),(2, 2), (2, 3), (3, –1), (3, 2), (3, 3)}

2. **જો $A = \{x : x \in W, x < 2\}$, $B = \{x : x \in N, 1 < x < 5\}$ અને C = {3, 5} હોય તો નીચેના ગણ મેળવો.**
(i) A × (B ∩ C) (ii) A × (B ∪ C)

➥ અહીં $A = \{x : x \in W, x < 2\} = \{0, 1\}$

અને $B = \{x : x \in N, 1 < x < 5\}$

$= \{2, 3, 4\}$ તેમજ $C = \{3, 5\}$

$\therefore B \cap C = \{3\}$

(i) $A \times (B \cap C) = \{0, 1\} \times \{3\} = \{(0, 3), (1, 3)\}$

તથા $(B \cup C) = \{2, 3, 4, 5\}$

(ii) $A \times (B \cup C) = \{0, 1\} \times \{2, 3, 4, 5\}$

$= \{(0, 2), (0, 3), (0, 4), (0, 5), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 5)\}$

3. **નીચે આપેલ ક્રમયુક્ત જોડમાંથી a તથા b મેળવો.**

(i) $(2a + b, a - b) = (8, 3)$ (ii) $\left(\frac{a}{4}, a - 2b\right) = (0, 6 + b)$

➥ (i) અહીં $(2a + b, a - b) = (8, 3)$

$\therefore 2a + b = 8$ અને $a - b = 3$

બે ક્રમયુક્ત જોડ સમાન હોય તો તેમના અનુરૂપ ઘટકો પણ સમાન હોય.

$b = a - 3$ નું મૂલ્ય $2a + b = 8$ માં મૂકો.

$\therefore 2a + a - 3 = 8 \Rightarrow 3a - 3 = 8$

$3a = 11 \Rightarrow a = \frac{11}{3}$

હવે $a = \frac{11}{3}$ નું મૂલ્ય $b = a - 3$ માં મૂકો.

$\therefore b = \frac{11}{3} - 3 = \frac{11 - 9}{3} = \frac{2}{3}$

$a = \frac{11}{3}$ અને $b = \frac{2}{3}$

(ii) અહીં $\left(\frac{a}{4}, a - 2b\right) = (0, 6 + b)$

$\therefore \frac{a}{4} = 0 \Rightarrow a = 0$ અને $a - 2b = 6 + b$

$\therefore 0 - 2b = 6 + b$

$\therefore -3b = 6$

$\therefore b = -2$

$\therefore a = 0, b = -2$

4. **$A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $S = \{(x, y) : x \in A, y \in A\}$ હોય તો નીચેની શરતોનું સમાધાન કરતી ક્રમયુક્ત જોડ મેળવો.**

(i) $x + y = 5$ (ii) $x + y < 5$ (iii) $x + y > 8$

➡ અહીં $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ અને $S = \{(x, y) : x \in A, y \in A\}$

(i) $x + y = 5$ નું સમાધાન કરતી ક્રમયુક્ત જોડ $= \{(1, 4), (2, 3), (3, 2), (4, 1)\}$

(ii) $x + y < 5$ નું સમાધાન કરતી ક્રમયુક્ત જોડ $= \{(1, 1), (1, 2), (1, 3), (2, 1), (2, 2), (3, 1)\}$

(iii) $x + y > 8$ નું સમાધાન કરતી ક્રમયુક્ત જોડ $= \{(4, 5), (5, 4), (5, 5)\}$

5. **જો $R = \{(x, y) : x, y \in W, x^2 + y^2 = 25\}$ હોય તો સંબંધ R નો પ્રદેશ અને વિસ્તાર મેળવો.**

➡ અહીં $R = \{(x, y) : x, y \in W, x^2 + y^2 = 25\}$

$= \{(0, 5), (3, 4), (4, 3), (5, 0)\}$

R નો પ્રદેશ = સંબંધ R ની ક્રમયુક્ત જોડનો પ્રથમ ઘટક

$= \{0, 3, 4, 5\}$

R નો વિસ્તાર = સંબંધ R ના ક્રમયુક્ત જોડનો બીજો ઘટક

$= \{5, 4, 3, 0\}$

6. **સંબંધ $R_1 = \{(x, y) / y = 2x + 7$ જ્યાં $x \in R$ અને $-5 \le x \le 5\}$ હોય, તો R_1 નો પ્રદેશ અને વિસ્તાર મેળવો.**

➡ અહીં $R_1 = \{(x, y) / y = 2x + 7, x \in R$ અને $-5 \le x \le 5\}$

$\therefore$ R_1 નો પ્રદેશ $= \{-5 \le x \le 5, x \in R\}$

$= [-5, 5]$

હવે $y = 2x + 7$ માં $x = -5$ લેતાં,

$y = 2(-5) + 7 = -10 + 7 = -3$

અને $x = 5$ લેતાં $y = 2(5) + 17$

$= 10 + 17$

$\therefore y = 17$

R_1 નો વિસ્તાર $= \{-3 \le y \le 17, y \in R\}$

$= [-3, 17]$

7. **જો સંબંધ $R_2 = \{(x, y) / x$ અને y પૂર્ણાંક સંખ્યાઓ હોય અને $x^2 + y^2 = 64\}$ માટે R_2 ને યાદીની રીતે દર્શાવો.**

➡ અહીં $R_2 = \{(x, y) / x$ અને y પૂર્ણાંક સંખ્યાઓ છે અને $x^2 + y^2 = 64\}$

અહીં 64 એ 0 અને ± 8 સંખ્યાઓના વર્ગોના સરવાળાથી મળે.

અહીં $x^2 + y^2 = 64$

$\therefore y^2 = 64 - x^2$

અહીં $x = 8$ તો $y^2 = 64 - 8^2 = 64 - 64 = 0$ અને

$x = -8$ તો $y^2 = 64 - (-8)^2 = 64 - 64 = 0$

$\therefore R_2 = \{(0, 8), (0, -8), (8, 0), (-8, 0)\}$

8. **સંબંધ $R_3 = \{(x, |x|)\ x$ એ વાસ્તવિક સંખ્યા$\}$ હોય, તો R_3 નો પ્રદેશ ગણ અને સહપ્રદેશ ગણ મેળવો.**

➡ અહીં $R_3 = \{(x, |x|) / x$ એ વાસ્તવિક સંખ્યા છે.$\}$

$\therefore$ સ્પષ્ટ છે કે R_3 નો પ્રદેશ ગણ = R

અહીં સંબંધ R_3 ના કોઈપણ ઘટકનું પૂર્વ પ્રતિબિંબ ધન વાસ્તવિક સંખ્યા અથવા શૂન્ય છે.

$\therefore$ વિસ્તાર ગણ $R_3 = R^+ \cup \{0\}$

અથવા

$= (0, \infty)$

9. **નીચે આપેલ સંબંધ વિધેય છે ? તમારા જવાબનું કારણ આપો.**

(i) $h = \{(4, 6), (3, 9), (-11, 6), (3, 11)\}$

(ii) $f = \{(x, x) / x$ **એ વાસ્તવિક સંખ્યા છે.**$\}$

(iii) $g = \left\{\left(x, \frac{1}{x}\right) / x \text{ એ ધન પૂર્ણાંક છે.}\right\}$

(iv) $s = \{(x, x^2) / x$ **એ ધન પૂર્ણાંક છે.**$\}$

(v) $t = \{(x, 3)$ / x એ વાસ્તવિક સંખ્યા છે.$\}$

➥ (i) $h = \{(4, 6), (3, 9), (-11, 6), (3, 11)\}$ આપેલ છે.
અહીં 3 ના બે પ્રતિબિંબ 9 અને 11 મળે છે.
$\therefore$ તે વિધેય નથી.

(ii) $f = \{(x, x)$ / x એ વાસ્તવિક સંખ્યા છે.$\}$
અહીં જોઈ શકાય છે કે પ્રદેશના પ્રત્યેક ઘટકને એક અને માત્ર એક પ્રતિબિંબ મળે છે.
$\therefore$ તે વિધેય છે.

(iii) $g = \left\{\left(x, \frac{1}{x}\right) / x \text{ એ ધન પૂર્ણાંક છે.}\right\}$

પ્રત્યેક x ધન પૂર્ણાંક માટે $\frac{1}{x}$ પણ ધન પૂર્ણાંક અને એક જ હોય.
$\therefore$ પ્રદેશના પ્રત્યેક ઘટકને સંગત એક અને માત્ર એક ઘટક સહપ્રદેશમાં મળે છે.
$\therefore$ તે વિધેય છે.

(iv) અહીં $s = \{(x, x^2)$ / x એ ધન પૂર્ણાંક છે.$\}$
કોઈપણ વાસ્તવિક સંખ્યાનો વર્ગ હંમેશાં ધન હોય.
આમ, પ્રદેશના કોઈપણ સભ્યનું પ્રતિબિંબ સહપ્રદેશ ગણમાં અનન્ય મળે.
$\therefore$ તે વિધેય છે.

(v) અહીં $t = \{(x, 3)$ / x એ વાસ્તવિક સંખ્યા છે.$\}$
અહીં પ્રદેશના બધા જ ઘટકોનું પ્રતિબિંબ સહપ્રદેશમાં 3 છે.
$\therefore$ તે અચળ વિધેય છે.

10. f અને g એવા વાસ્તવિક વિધેયો છે કે જેથી $f(x) = x^2 + 7$ અને $g(x) = 3x + 5$ માટે નીચેની કિંમત મેળવો.

(i) $f(3) + g(-5)$ (ii) $f\left(\frac{1}{2}\right) \times g(14)$ (iii) $f(-2) + g(-1)$ (iv) $f(t) - f(-2)$

(v) $\frac{f(t) - f(5)}{t - 5}$, જ્યાં $t \neq 5$

➥ f અને g એ $f(x) = x^2 + 7$ અને $g(x) = 3x + 5$ વડે વ્યાખ્યાયિત વાસ્તવિક વિધેય છે.

(i) $f(3) = (3)^2 + 7 = 9 + 7 = 16$ અને $g(-5) = 3(-5) + 5 = -15 + 5 = -10$
$\therefore f(3) + g(-5) = 16 - 10 = 6$

(ii) $f\left(\frac{1}{2}\right) = \left(\frac{1}{2}\right)^2 + 7 = \frac{1}{4} + 7 = \frac{29}{4}$ અને $g(14) = 3(14) + 5 = 42 + 5 = 47$

$\therefore f\left(\frac{1}{2}\right) \times g(14) = \frac{29}{4} \times 47 = \frac{1363}{4}$

(iii) $f(-2) = (-2)^2 + 7 = 4 + 7 = 11$ અને $g(-1) = 3(-1) + 5 = -3 + 5 = 2$
$\therefore f(-2) + g(-1) = 11 + 2 = 13$

(iv) $f(t) = t^2 + 7$ અને $f(-2) = (-2)^2 + 7 = 4 + 7 = 11$
$\therefore f(t) - f(-2) = t^2 + 7 - 11 = t^2 - 4$

(v) $f(t) = t^2 + 7$ અને $f(5) = 5^2 + 7 = 25 + 7 = 32$

$\therefore \frac{f(t) - f(5)}{t - 5}$ જ્યાં $t \neq 5$

$= \frac{t^2 + 7 - 32}{t - 5}$

$= \frac{t^2 - 25}{t - 5} = \frac{(t - 5)(t + 5)}{(t - 5)}$

$= t + 5 \quad [\because t \neq 5]$

11. **f અને g એવા વાસ્તવિક વિધેયો છે કે જેથી $f(x) = 2x + 1$ અને $g(x) = 4x - 7$ હોય તો,**

(i) x ના કયા મૂલ્ય માટે $f(x) = g(x)$ થાય. **(ii) x ના કયા મૂલ્ય માટે $f(x) < g(x)$ થાય.**

➡ અહીં $f(x) = 2x + 1$ અને $g(x) = 4x - 7$

(i) $f(x) = g(x)$

$\therefore 2x + 1 = 4x - 7 \Rightarrow 2x = 8$

$\therefore x = 4$

(ii) હવે $f(x) < g(x)$

$\therefore 2x + 1 < 4x - 7$

$\therefore 2x - 4x + 1 < 4x - 7 - 4x$

$\therefore -2x + 1 < -7$

$\therefore -2x < -7 - 1$

$\therefore -2x < -8$

$\therefore \frac{-2x}{-2} > \frac{-8}{-2}$

$\therefore x > 4$

12. **f અને g એવા વાસ્તવિક વિધેયો છે કે જેથી $f(x) = 2x + 1$ અને $g(x) = x^2 + 1$ હોય તો નીચેના મૂલ્યો મેળવો.**

(i) $f + g$ (ii) $f - g$ (iii) fg (iv) $\frac{f}{g}$

➡ અહીં $f(x) = 2x + 1$ અને $g(x) = x^2 + 1$ આપેલ છે.

(i) $(f + g)(x) = f(x) + g(x)$

$= 2x + 1 + x^2 + 1 = x^2 + 2x + 2$

(ii) $(f - g)(x) = f(x) - g(x) = (2x + 1) - (x^2 + 1)$

$= 2x + 1 - x^2 - 1 = 2x - x^2 = x(2 - x)$

(iii) $(fg)(x) = f(x) \cdot g(x) = (2x + 1)(x^2 + 1)$

$= 2x^3 + 2x + x^2 + 1 = 2x^3 + x^2 + 2x + 1$

(iv) $\frac{f}{g}(x) = \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{2x+1}{x^2+1}$

13. **જો $P = \{x : x < 3, x \in N\}$, $Q = \{x : x \le 2, x \in W\}$ હોય તો $(P \cup Q) \times (P \cap Q)$ મેળવો. જ્યાં W એ પૂર્ણ સંખ્યાઓનો ગણ છે.**

➡ અહીં $P = \{x : x < 3, x \in N\} = \{1, 2\}$

અને $Q = \{x : x \le 2, x \in W\} = \{0, 1, 2\}$

$P \cup Q = \{0, 1, 2\}$ અને $P \cap Q = \{1, 2\}$

$\therefore (P \cup Q) \times (P \cap Q) = \{0, 1, 2\} \times \{1, 2\}$

$= \{(0, 1), (0, 2), (1, 1), (1, 2), (2, 1), (2, 2)\}$

14. **નીચે આપેલા વિધેયને ક્રમયુક્ત જોડના ગણ તરીકે દર્શાવો. તેમનો વિસ્તાર મેળવો.**

$f : x \to R$, $f(x) = x^3 + 1$, જ્યાં $x = \{-1, 0, 3, 9, 7\}$

➡ અહીં $f : x \to R$, $f(x) = x^3 + 1$

જ્યાં $x = \{-1, 0, 3, 9, 7\}$

હવે $x = -1$ તો $f(-1) = (-1)^3 + 1 = -1 + 1 = 0$

$x = 0$ તો $f(0) = (0)^3 + 1 = 0 + 1 = 1$

$x = 3$ તો $f(3) = (3)^3 + 1 = 27 + 1 = 28$

$x = 9$ તો $f(9) = (9)^3 + 1 = 729 + 1 = 730$

$x = 7$ તો $f(7) = (7)^3 + 1 = 343 + 1 = 344$

$f = \{(-1, 0), (0, 1), (3, 28), (9, 730), (7, 344)\}$

વિધેય f નો વિસ્તાર $= \{0, 1, 28, 730, 344\}$

15. વિધેય $f(x) = 3x^2 - 1$ અને $g(x) = x + 3$ સમાન હોય તો x મેળવો.

➥ $f(x) = g(x)$

$\therefore\ 3x^2 - 1 = 3 + x$

$\therefore\ 3x^2 - x - 4 = 0$

$\therefore\ 3x^2 - 4x + 3x - 4 = 0$

$\therefore\ x(3x - 4) + 1(3x - 4) = 0$

$\therefore\ (3x - 4)(x + 1) = 0$

$\therefore\ x = -1, \frac{4}{3}$