

3 डी और 2डी आकृतियों को पहचानना (2D AND 3D SHAPES - UNDERSTANDING)

14

14.0 परिचय

कक्षा 6 में हमने विभिन्न त्रिविमीय आकृतियों का परिचय दिया। उनके फलक (तल) का शीर्ष तथा किनारों की जानकारी दी। सर्व प्रथम कक्षा में प्राप्त पूर्वज्ञान की पुनरावृत्ति करेंगे।



अभ्यास - 1

- नीचे कुछ वस्तुओं के चित्र दिए गये हैं उन्हें विभिन्न श्रेणियों में विभक्त करके उनकी आकृति के अनुसार उनके नाम तालिका में भरिये।

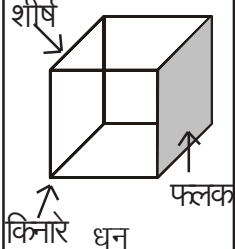
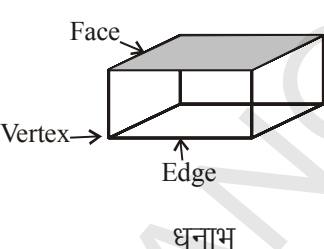
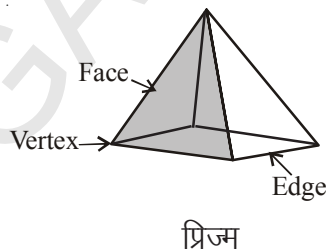


गोला	बेलन	प्रिज्म	घनाभ	शंकु	घन

2. दैनिक जीवन में प्रयोग की जाने वाली कम से कम दो वस्तुओं के नाम लिखो, जो नीचे दिए गए मौलिक 3 डी आकृतियों जैसी हों।

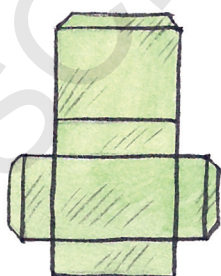
- (i) शंकु -----
- (ii) घन -----
- (iii) घनाभ -----
- (iv) गोला -----
- (v) बेलन -----

3. नीचे दी गयी आकृतियों को पहचानो और उनके फलकों (तल) शीर्षों और किनारों की संख्या लिखो।

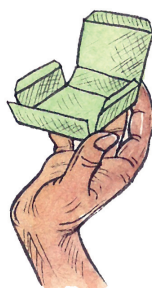
			
फलक			
शीर्ष			
किनारे			

14.1 3 डी आकृतियों की रूपरेखा

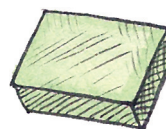
हम अब 3डी आकृति की कल्पना 2डी धरातल पर कर सकते हैं। उन्हें सादे पृष्ठ पर उतार कर। विभिन्न 3डी आकृतियों की रूपरेखा को चित्रित करना संभव है। एक अट्ठे का डिब्बा (टूथ, पेस्ट या जूते का डिब्बा...आदि) लेंगे। डिब्बे को सीधा करके उसके किनारे काटेगे। अब आप के पास डिब्बा बनाने के लिए ढाँचा तैयार है रूपरेखा व ढाँचा एक प्रकार से 2डी (चित्र-1) का रेखा स्वरूप है। जिसे जब मोड़ा जाता है। (चित्र-2) तो परिणाम: 3डी आकृति (चित्र-3) तैयार होती है।



चित्र 1



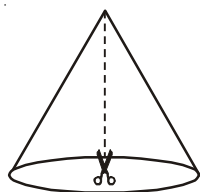
चित्र 2



चित्र 3

यहाँ एक डिब्बे की रूपरेखा तैयार है।

इसे काट कर एक मोटे कागज पर चिपकाएँ और उचित स्थान पर मोड़ कर तथा गोंद द्वारा चिपका कर डिब्बे बनाने की कोशिश करें।

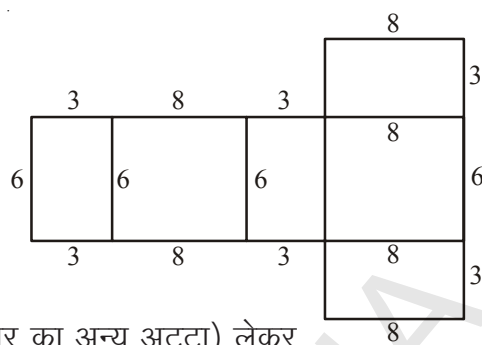


चित्र 1



चित्र 2

उसी तरह से एक आइसक्रीम कोन का आवरण (या उसी आकार का अन्य अट्टा) लेकर उसे तिरछे धरातल से काटिये जैसे चित्र-1 में दर्शाया गया है। आप शंकु बनाने के लिए ढाँचा पायेंगे (चित्र-2)



प्रयत्न करो

इसे करने का प्रयास करें- अध्यापक या साथियों की सहायता से विभिन्न आकृतियों (बेलन, घन, घनाभ और शंकु) की वस्तुएँ लेकर उन्हें काट कर उनकी रूपरेखा तैयार करो।

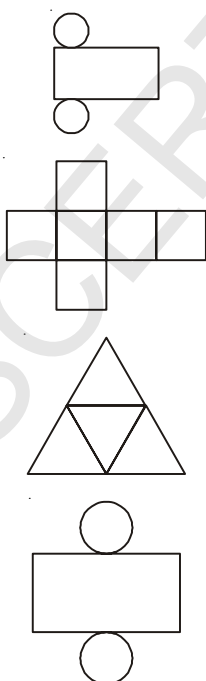
उपरोक्त क्रियाओं द्वारा आप को ज्ञात होगा कि आप के पास विभिन्न आकृतियों के अलग अलग ढाँचे तैयार हैं। प्रत्येक आकृति के लिए एक या हमारे काटने के अनुसार एक से अधिक रूप-रेखाएँ प्राप्त कर सकते हैं।



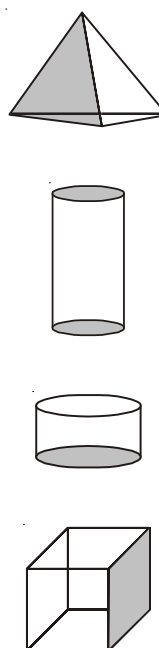
अभ्यास -2

- नीचे कुछ रूपरेखाएँ दी गयी हैं। उन्हें उतार कर काट कर मोटे कागज पर उचित आकार में मोड़ कर चिपकाएँ। 3 डी आकृति से रूपरेखा की जोड़ियाँ बनायें।

Nets (रूपरेखाएँ)

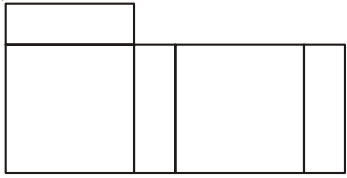
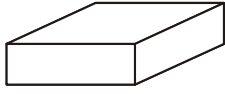


3D shapes

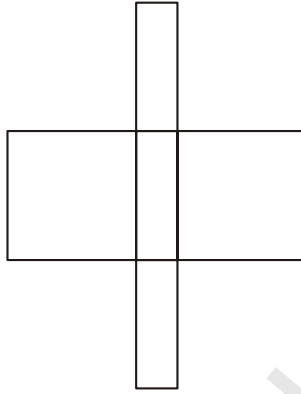


2. यहाँ प्रत्येक आकृति के लिए तीन नेट्स (रूपरेखाएँ) दी गई हैं। नेट्स को 3डी आकृति के साथ जोड़ो।

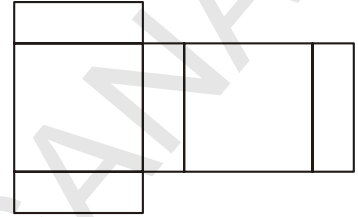
(i)



(a)

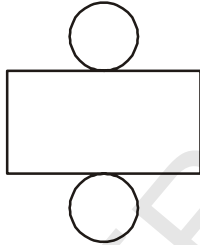


(b)



(c)

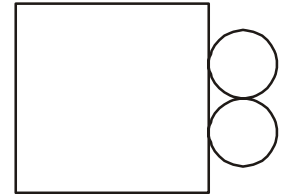
(ii)



(a)

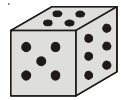


(b)

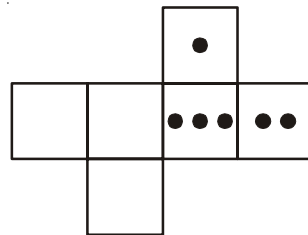
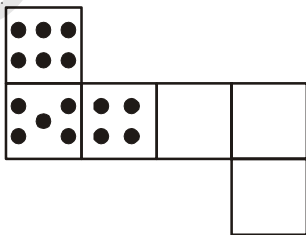


(c)

3. पासा (डाइस) एक घन है जिससे प्रत्येक दल पर बिन्दु होते हैं। पासा के दो विरोधी तलों के बिन्दुओं का योगफल हमेशा सात होता है।



यहाँ पासा (डाइस) बनाने की दो रूपरेखाएँ हैं इसके रिक्त स्थानों में उचित बिन्दु भरो।



इसे खेलो

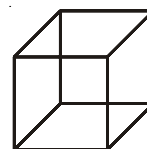
आप और आपका साथी एक-दूसरे के पीछे बैठे हैं। आप दोनों में से कोई एक 3डी आकृति बनाने की रूपरेखा पढ़ता है, जबकि दूसरा साथी उसे अनुसरण करके रूपरेखा (ढाँचा) बना कर वर्णित वस्तुएँ बनाता है।

14.2 समतल धरातल पर ठोस आकृति चित्रित करना

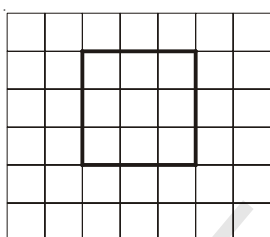
हमारा समतल धरातल एक कागज (पृष्ठ) है। जब आप ठोस आकृति बनाएँ तो प्रतिबिंब कुछ ठीक नहीं बनेगा। ये दृष्टि भ्रम है। यहाँ 3 डी आकृति को समतल धरातल पर बनाने के लिए दो तकनीके सहायक होगी।

14.2.1 तिरछा नक्शा (Sland Design)

यहाँ एक घन का चित्र है। जैसा इसे सामने से देखने पर यह घन जैसा दिखता है, उसका अंदाजा हो जाता है। वास्तविकता में हम इसके सभी तल नहीं देख सकते हैं। असल में घन में सभी लंबाईयों समान नहीं होती। फिर भी आप उसे घन है, पहचान लेते हैं। इस प्रकार के ठोस नक्शे को हम तिरछा नक्शा कहते हैं।

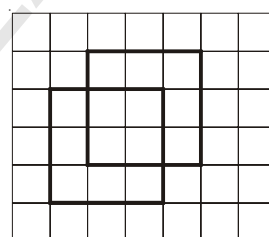


ऐसा नक्शा आप कैसे बना सकते हैं? चलो यह बनाने की तकनीक सीखें। आप को जरूरत पड़ेगी, एक वर्गों वाली लकीरें या बिन्दुएँ कागज की प्रारंभ में शीट ले कर अभ्यास करें। बाद में सादे कागज पर (बिना लकीरें या बिन्दुओं वाला) उतारो। चलो उतारे (चित्रित करें) एक $3 \times 3 \times 3$ घन (प्रत्येक किनारा उइकाई हो) का तिरछा चित्र।



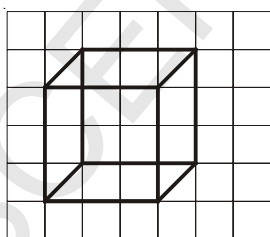
चरण-1

सम्मुख तल का चित्रण



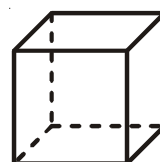
चरण-2

विरुद्ध तलों का चित्रण। तल समान हो लेकिन चरण से कुछ हट के हो।



चरण 3

उपयुक्त किनारों को जोड़ो.



चरण 4

पुनः छिपे हुए शीर्षों को बिन्दु वाली रेखाओं से बनाओ (ये एक परम्परा है अब चित्र तैयार है।

उपरोक्त तिरछी आकृतियों में क्या आपने निम्न टिप्पणियों पर ध्यान दिया।

(i) सम्मुख भुजा और विपरीत भुजा का माप समान है।

(ii) घन में सभी किनारे समान हैं ऐसा दिखाई देता है जबकि वास्तव में किनारे समान नहीं लिये गये।

अब आप घनाभ का तिरछा चित्र बनाने का प्रयत्न करें (याद रखो घनाभ के तल आयताकार होंगे)

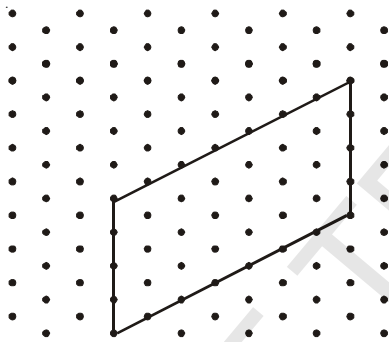
दिये गये ठोस आकृतियों के माप दिये जाने पर आप उसके चित्र (नक्शे) बना सकते हैं। उसके लिए हमें एक आइसोमेट्रिक शीट की आवश्यकता होती है।

चले एक घनाभ बनाएँ जिसके लिए आइसोमेट्रिक शीट पर लें लंबाई 7 से.मी., चौड़ाई 3 से.मी. और ऊँचाई 4 से.मी. परिमाण में लेंगे।

14.2.2 आइसोमेट्रिक रेखाचित्र

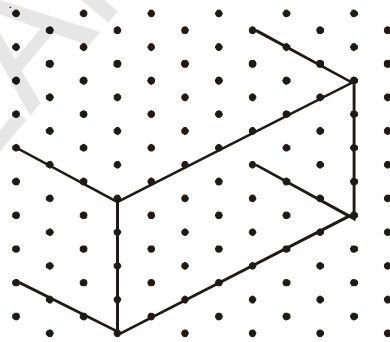
दी गई ठोस आकृतियों के माप यदि ज्ञात हो तो उसे चित्रित करने के लिए आइसोमेट्रिक शीट का प्रयोग कर सकते हैं। इस शीट में कागज को बिन्दुओं या रेखाओं द्वारा छोटे-2 समकोण त्रिभुजों में विभक्त किया जाता है।

चलो हम $7 \times 3 \times 4$ (अर्थात किनारों की लंबाई, चौड़ाई और ऊँचाई क्रमशः 7, 3, 4 इकाई)



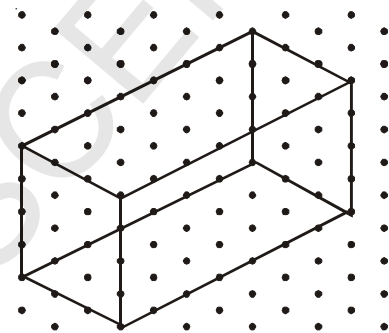
चरण-1

– सम्मुख तल दर्शाता हुआ आयत उतारेंगे



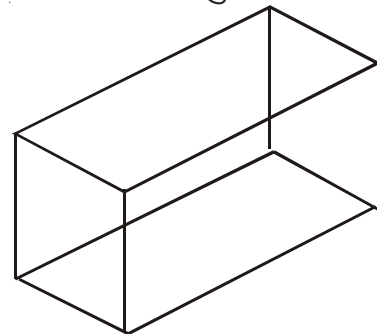
चरण-2

समानान्तर रेखा खण्ड उतारेंगे जो आयत के चार किनारों से शुरू होंगे।



चरण-3

उचित रेखाखण्डों से किनारों को जोड़ो

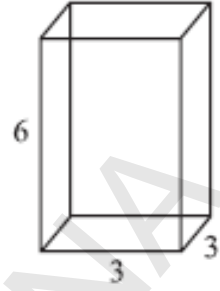


चरण-4

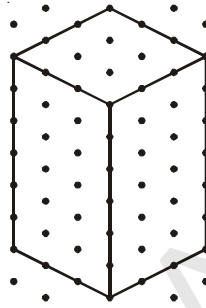
यह एक आइसोमेट्रिक घनाभ मिलाते हुए जोड़ेंगे।

ध्यान रखे कि आइसोमेट्रिक रेखाचित्र में ठोस के माप सही होने चाहिए। तिरछे रेखाचित्र जैसे नहीं।

उदा 1 : यहाँ घनाभ का तिरछा रेखा चित्र है इसके जैसा आइसोमेट्रिक रेखाचित्र बनाओ।



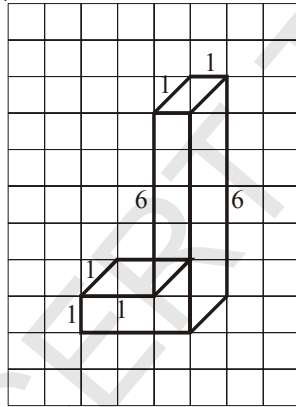
हल : लंबाई, चौड़ाई और ऊँचाई क्रमशः 3, 3 और 6 इकाई है।



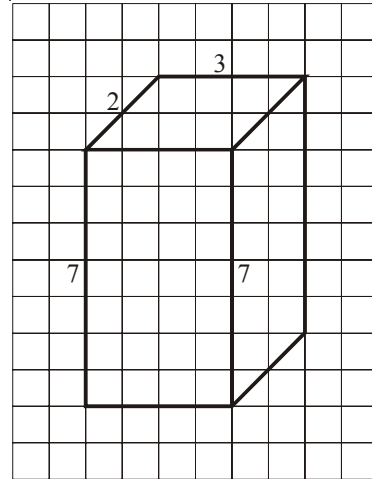
अभ्यास-3

1. एक आइसोमेट्रिक बिन्दु लेकर नीचे दी गई प्रत्येक आकृति बनाओ।

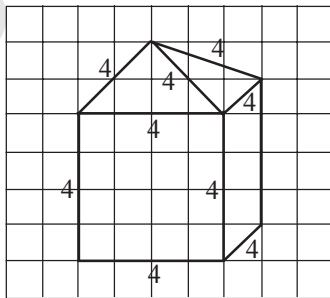
(i)



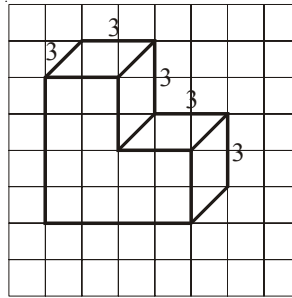
(ii)



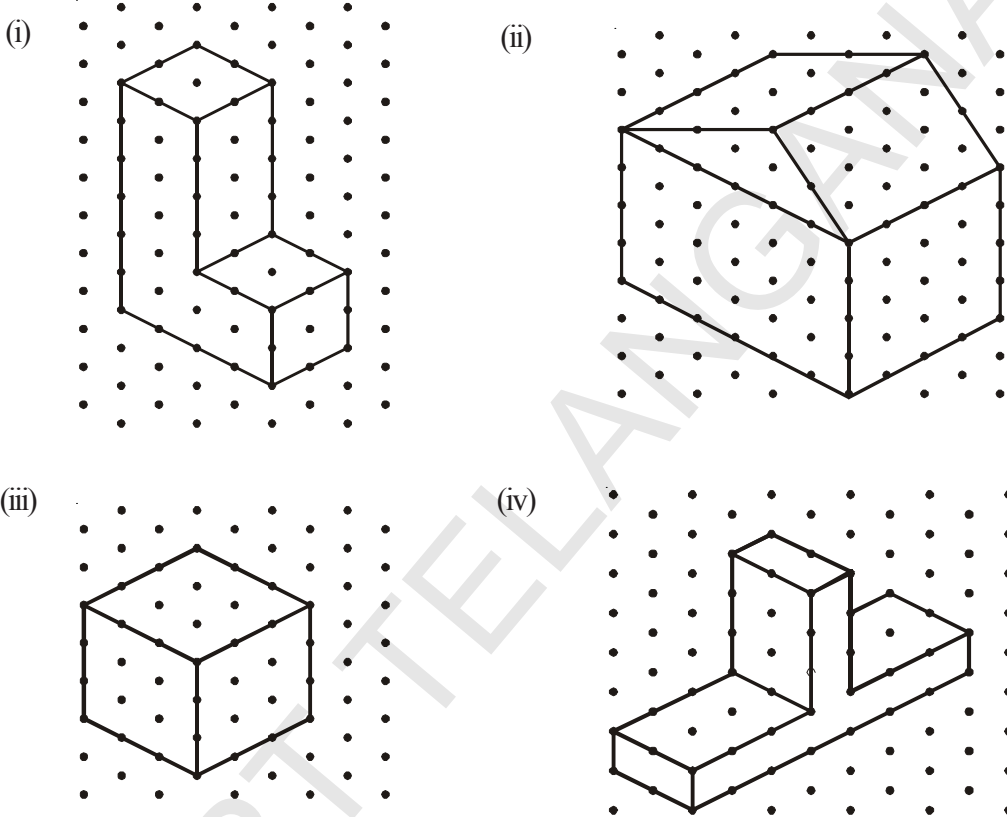
(iii)



(iv)



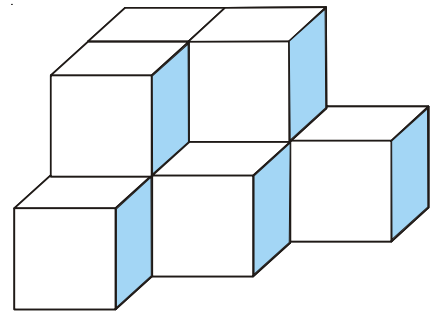
2. एक घनाभ के परिमाण और 5 cm , 3 cm and 2 cm . है। इस घनाभ के तीन भिन्न (अलग-अलग) आइसोमेट्रिक रेखाचित्र बनाओ।
3. तीन घन जिनमें प्रत्येक की भुजा 2 cm है, उन्हें एक के बाजू एक रख कर घनाभ बनाया गया। इस घनाभ के लिए तिरछा या आइसोमेट्रिक रेखाचित्र बनाइए।
4. दिए गए आइसोमेट्रिक आकृतियों के तिरछे रेखाचित्र बनाइए।



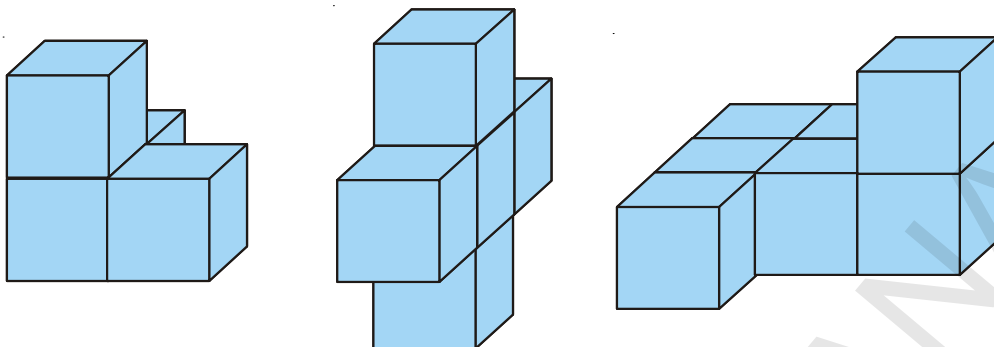
5. निम्न का (i) तिरछा रेखा चित्र और (ii) आइसोमेट्रिक रेखाचित्र बनाओ।
 - (a) एक घनाभ जिसके परिणाम 5 cm , 3 cm और 2 cm . है, (क्या आपका रेखाचित्र तिरछा है?)
 - (b) एक घन जिसकी भुजा 4 cm लंबी है।

14.3 ठोस वस्तुओं को देखना

कभी-कभी जब आप किसी मिली-जुली आकृतियों को देखते हैं तो उनमें से कुछ अंश आपकी दृष्टि से ओझल हो जाते हैं या दिखाई नहीं देते।



यहाँ कुछ क्रियाकलाप दिये गए हैं, जो आप को उन ठोस वस्तुओं को देखने में सहायता करेंगे और आप जान पाओगे कि वे कैसे दिखते हैं। कुछ घन लो और नीचे दर्शाए अनुसार व्यवस्थित करो।

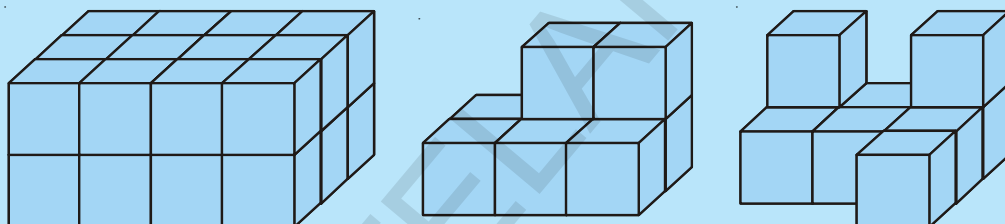


अब आप अपने मित्रों से पूछिए कि नीचे व्यवस्थित घनों की अनुमानित संख्या क्या है।



प्रयास करो

नीचे दिए गए व्यवस्थित घनों की संख्या मालूम करो।

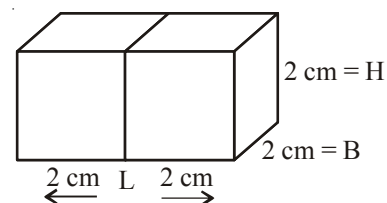


इस प्रकार के दृश्य समझने में बहुत सहायक होते हैं।

माना आप घनों को मिला कर एक घनाभ बनाते हैं। आपको जानकारी होगी की घनाभ की लंबाई, चौड़ाई और ऊँचाई क्या होगी।

उदा 2 : यदि दो घन जिनका परिणाम 2 सें.मी., 2 सें.मी., 2 सें.मी. है। उन्हें भुजाओं से मिला कर रखने पर बनाने वाली घनाभ की लंबाई, चौड़ाई और ऊँचाई क्या होगी ?

हल : चित्र में दर्शाए अनुसार यदि उन्हें भुजाओं से जोड़कर रखा गया तो परिमाण में केवल लंबाई बढ़ेगी, जो $2 + 2 = 4$ सें.मी. होगी।

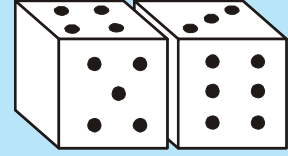


चौड़ाई = 2 सें. मी और ऊँचाई = 2 सें. मी .



प्रयास कीजिए

- चित्र में दर्शाए अनुसार दो पासों को एक के बाजू एक रखा गया, क्या आप कह सकते हो कि उसके विपरीत तलों का योग क्या होगा?



(i) $5 + 6$

(ii) $4 + 3$

(याद रखो कि दो विपरीत तलों का योग 7 होता है)

- तीन घन जिनकी भुजा 2 सें.मी. है एक के बाजू एक व्यवस्थित करके एक घनाभ बनाया गया. इसका एक तिरछा रेखाचित्र बनाकर बताओ की उसकी लम्बाई, चौड़ाई और ऊँचाई क्या होगी?

14.3.1 ठोस के विभिन्न खण्डों का अवलोकन

आइए देखते हैं कि वस्तु 3-डी विभिन्न दृष्टिकोण से कैसे दिखती है।

14.3.1a) वस्तु को काटकर या पतले टुकड़े (स्लाइस) करके उसका अवलोकन करना

स्लाइसिंग का खेल

यहाँ एक डबलरोटी है, यह घनाभ है, जिसके तल वर्गाकार हैं। इसे चाकू द्वारा स्लाइस करेंगे।



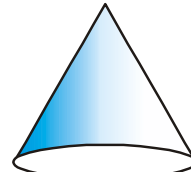
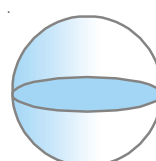
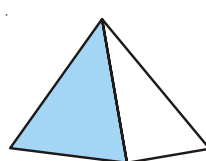
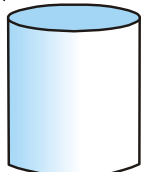
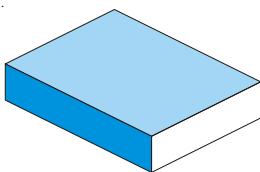
जब उसे ऊर्ध्वाकार काटेंगे तो आपको कई टुकड़े मिलेंगे, जैसे कि चित्र में दर्शाया गया है। प्रत्येक टुकड़ा वर्गाकार होगा। हम इसे पूरी डबलरोटी के तल की अनुप्रस्थ काट खण्ड कहेंगे, इसका अनुप्रस्थ खण्ड एक वर्ग है।

सावधान यदि आप का कहा गया खण्ड लंबवत होगा तो आप को अलग अनुप्रस्थ खण्ड प्राप्त हो सकते हैं। इसके बारे में विचार करें। अनुप्रस्थ खण्ड की सीमा समतल तिरछी प्राप्त होगी। क्या आपने इस पर ध्यान दिया।

रसोईघर का खेल- क्या आपने पकाने के लिए काटी गई कुछ सब्जियों के अनुप्रस्थ खण्डों को ध्यान से देखा, विभिन्न टुकड़ों को ध्यान से देखो और उनके अनुप्रस्थ खण्डों के आकार जानो।

इसे करो।

- नीचे दी गयी आकृतियों के मिट्टी के ठोस प्रतिरूप बनाइए। उनके लंबाई, चौड़ाई और ऊँचाई पहचानिए। रफ कागज पर इनकी आकृति बनाइए।

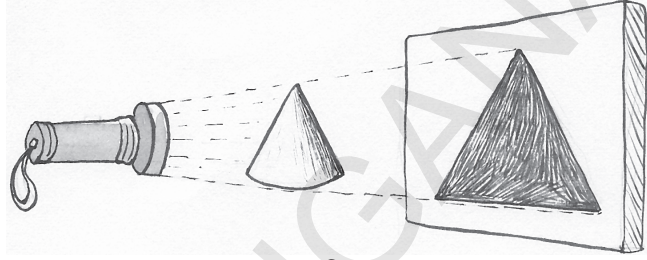


14.3.1b) परछाई का दूसरा खेल

परछाई का खेल

त्रिविमीय वस्तुएँ द्विमापी में कैसे दिखाई देती हैं। इसे परछाई द्वारा मालूम करना सबसे अच्छा रास्ता है। क्या आपने परछाई का खेल देखा है। यह एक प्रकार का मनोरंजन है। जहाँ ठोस वस्तुओं की आकृति को प्रकाशित वस्तु (जैसा टॉर्च) एक भ्रम होता है, वे गणित का असाक्ष्य प्रयोग हैं। इस कार्यकलाप के लिए आपको एक प्रकाश स्रोत और कुछ ठोस आकृतियों की आवश्यकता होगी। यदि आप के पास एक प्रोजेक्टर है तो ठोस को लैम्प के नीचे रखो और यह ज्ञात करो।

शंकु के सामने एक टॉर्च लाईट रखो। परदे पर कैसे प्रतिबिम्ब दिखाई देता है। ठोस त्रिविमीय है तो परछाई कैसी होगी, यदि शंकु के स्थान पर घन रखोगे तो कैसी परछाई प्राप्त होगी? प्रकाश के स्रोत को

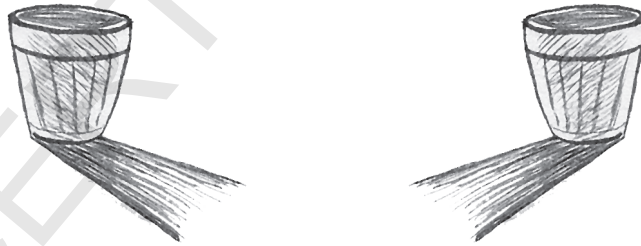


चित्र 1

विभिन्न स्थितियों में रख कर और ठोस वस्तु की स्थिति बदल कर प्रयोग करो। प्राप्त परछाई की आकृति और आकार पर इसके प्रभाव का अध्ययन करो।

यहाँ एक अन्य विनोदी प्रयोग जिसे आप शायद प्रयोग कर चुके होंगे। एक वृत्ताकार पात्र को खुले में बाहर रखो दोपहर के समय सूर्य इसके ठीक ऊपर होना चाहिए जैसा कि नीचे चित्र में दर्शाया गया है। आप को कैसी परछाई प्राप्त होगी?

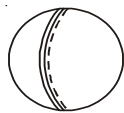
क्या वह समान होगी? दो पहर के समय, शाम के समय,



सूर्य की स्थिति और निरीक्षण समय के अनुसार परछाई का अध्ययन करो।

अभ्यास -4

- बिजली के गोले (बल्ब) के नीचे ठोस वस्तुएँ हैं। इनकी परछाइयों के नाम विविध स्थितियों में लिखो। इस परछाई का एक चित्र बनाओ। (तुम प्रयोग करने के पश्चात इन प्रयोग का उत्तर दो।)



गोद



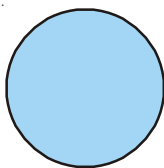
एक बेलनाकार नली



एक पुस्तक

- यहाँ कुछ 3-डी वस्तुओं की परछाइयाँ हैं। इन्हें प्रोजेक्टर के लेम्प के नीचे रखा गया। प्रत्येक परछाई की ठोस आकृति पहचानो। (इनके कई उत्तर हो सकते हैं।)

गोला



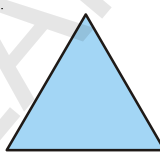
(i)

वृत्त



(ii)

त्रिभुज



(iii)

आयता



(iv)



पृष्ठावलोकन

3D आकृतियों को 2D समतल पर देखा जा सकता है। उसकी रूपरेखा कागज पर बनाओ। तिरछी रेखाचित्र और आइसोमेट्रिक रेखाचित्र 3D आकृतियों को समतल धरा पर देखने में मदद करते हैं।

घन का खेल

सात इकाई घनों को साथ रखकर एक बड़े इकाई घन का निर्माण कीजिए, जिसका फलक दो इकाई हो, जैसा कि चित्र में दिखाया गया है।

तीन इकाईयों के घन को बनाने के लिए एक इकाई के कितने घनों की आवश्यकता होगी?

