

Reg. No. : .....

Code No. 9018

Name : .....

**Second Year – March 2018**

Time : 2½ Hours  
Cool-off time : 15 Minutes

Part – III

### **MATHEMATICS (SCIENCE)**

Maximum : 80 Scores

#### ***General Instructions to Candidates :***

- There is a ‘Cool-off time’ of 15 minutes in addition to the writing time.
- Use the ‘Cool-off time’ to get familiar with questions and to plan your answers.
- Read questions carefully before answering.
- Read the instructions carefully.
- Calculations, figures and graphs should be shown in the answer sheet itself.
- Malayalam version of the questions is also provided.
- Give equations wherever necessary.
- Electronic devices except non-programmable calculators are not allowed in the Examination Hall.

#### ***വിദ്യാർത്ഥികൾക്കുള്ള പൊതുനിർദ്ദേശങ്ങൾ :***

- നിർദ്ദിഷ്ട സമയത്തിന് പുറമെ 15 മിനിറ്റ് ‘കൂർ ഓഫ് ടൈ’ ഉണ്ടായിരിക്കും.
- ‘കൂർ ഓഫ് ടൈ’ ചോദ്യങ്ങൾ പരിചയപ്പെടാനും ഉത്തരങ്ങൾ ആസൃതമാം ചെയ്യാനും ഉപയോഗിക്കുക.
- ഉത്തരങ്ങൾ എഴുതുന്നതിന് മുമ്പ് ചോദ്യങ്ങൾ ശ്രദ്ധാപൂർവ്വം വായിക്കണം.
- നിർദ്ദേശങ്ങൾ മുഴുവനും ശ്രദ്ധാപൂർവ്വം വായിക്കണം.
- കണക്ക് കൂടലുകൾ, ചിത്രങ്ങൾ, ശാഹുകൾ, എനിവ ഉത്തരപേപ്പിൽ തന്നെ ഉണ്ടായിരിക്കണം.
- ചോദ്യങ്ങൾ മലയാളത്തിലും നല്ലിയിട്ടുണ്ട്.
- ആവശ്യമുള്ള സഹാത്ത് സമവാക്യങ്ങൾ കൊടുക്കണം.
- ഫ്രാശാമുകൾ ചെയ്യാനാകാത്ത കാൽക്കുലേറ്ററുകൾ ഒഴികെയ്യുള്ള ഒരു ഇലക്ട്രോണിക് ഉപകരണവും പരീക്ഷാഹാളിൽ ഉപയോഗിക്കുവാൻ പാടില്ല.

**Questions 1 to 7 carry 3 scores each. Answer any Six questions.**

**(Scores :  $6 \times 3 = 18$ )**

1. If  $f(x) = \frac{x}{x-1}$ ,  $x \neq 1$ 
  - (a) Find  $f \circ f(x)$  **(Scores : 2)**
  - (b) Find the inverse of  $f$ . **(Score : 1)**
2. Using elementary row operations, find the inverse of the matrix  $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$ . **(Scores : 3)**
3. (a)  $f(x)$  is a strictly increasing function, if  $f'(x)$  is \_\_\_\_\_
  - (i) positive
  - (ii) negative
  - (iii) 0
  - (iv) None of these **(Score : 1)**  
(b) Show that the function  $f$  given by  $f(x) = x^3 - 3x^2 + 4x$ ,  $x \in \mathbb{R}$  is strictly increasing. **(Scores : 2)**
4. (a)  $\int_0^a f(a-x) dx = \text{_____}$ . **(Score : 1)**  
$$\left[ \begin{array}{l} \text{(i)} \int_0^{2a} f(x) dx, \quad \text{(ii)} \int_{-a}^a f(x) dx, \quad \text{(iii)} \int_0^a f(x) dx, \quad \text{(iv)} \int_a^0 f(x) dx \end{array} \right]$$
  
(b) Find the value of  $\int_0^{\pi/2} \frac{\sin^4 x}{\sin^4 x + \cos^4 x} dx$ . **(Scores : 2)**
5. Find the area of the region bounded by the Curve  $y^2 = x$ ,  $x$ -axis and the lines  $x = 1$  and  $x = 4$ . **(Scores : 3)**
6. Find the general solution of the differential equation  $x \frac{dy}{dx} + 2y = x^2 \log x$ . **(Scores : 3)**
7. A manufacturer produces nuts and bolts. It takes 1 hour of work on Machine A and 3 hours on Machine B to produce a package of nuts. It takes 3 hours on Machine A and 1 hour on Machine B to produce a package of bolts. He earns a profit of ₹ 17.50 per package on nuts and ₹ 7.00 per package on bolts. Formulate the above L.P.P., if the machines operates for at most 12 hours a day. **(Scores : 3)**

**1 മുതൽ 7 വരെയുള്ള പ്രോഡ്യൂസർക്ക് 3 സ്കോർ വിതമാണ്. എത്തെങ്കിലും 6 എണ്ണത്തിന് ഉത്തരമെഴുതുക.** (സ്കോർസ് :  $6 \times 3 = 18$ )

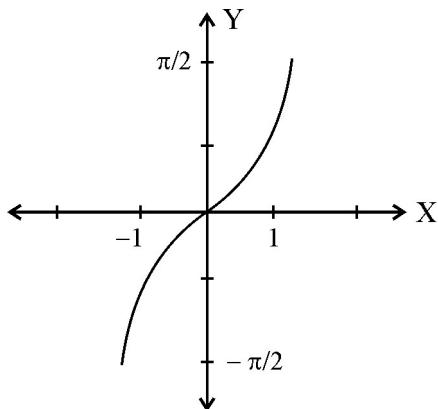
1.  $f(x) = \frac{x}{x-1}$ ,  $x \neq 1$  ആയാൽ  
 (a)  $f \circ f(x)$  കണ്ടുപിടിക്കുക. (സ്കോർസ് : 2)  
 (b)  $f$  റെറ്റ് ഇൻവോഴ്സ് എഴുതുക. (സ്കോർ : 1)
2. എലെമെന്റ് റോ ട്രാൻസ്‌ഫർമേഷൻ ഉപയോഗിച്ച്  $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$  എന്ന മെട്ടിക്സിന്റെ ഇൻവോഴ്സ് എഴുതുക. (സ്കോർസ് : 3)
3. (a)  $f(x)$  സ്ഥിക്കിലി ഇൻഫീസിംഗ് ആയാൽ  $f'(x)$  റെറ്റ് വില \_\_\_\_\_  
 (i) പോസിറ്റീവ്  
 (ii) സൈറ്റീവ്  
 (iii) 0  
 (iv) ഇതൊന്നുമല്ല (സ്കോർ : 1)  
 (b)  $f(x) = x^3 - 3x^2 + 4x$ ,  $x \in \mathbb{R}$  സ്ഥിക്കിലി ഇൻഫീസിംഗ് ആശാനന്തരങ്ങൾ തെളിയിക്കുക. (സ്കോർസ് : 2)
4. (a)  $\int_0^a f(a-x) dx = _____$ . (സ്കോർ : 1)  

$$\left[ \int_0^{2a} f(x) dx, \int_{-a}^a f(x) dx, \int_0^a f(x) dx, \int_a^0 f(x) dx \right]$$
  
 (b)  $\int_0^{\pi/2} \frac{\sin^4 x}{\sin^4 x + \cos^4 x} dx$  റെറ്റ് വില കണ്ടുപിടിക്കുക. (സ്കോർസ് : 2)
5.  $y^2 = x$  എന്ന വകുവും,  $x$ -ആക്സിസിനും  $x = 1$  ഉം  $x = 4$  ഉം എന്നിവയ്ക്കും ഇടയിലുള്ള ഓഗത്തിന്റെ പരപ്പളവ് കണ്ടുപിടിക്കുക. (സ്കോർസ് : 3)
6.  $x \frac{dy}{dx} + 2y = x^2 \log x$  എന്ന ഡിഫറൻഷ്യൽ ഇക്കോഷ്ടേറ്റ് നിർദ്ദാരണ മൂല്യം കണ്ടുപിടിക്കുക. (സ്കോർസ് : 3)
7. നട്ടു ബോർട്ടും ഉല്പാദിപ്പിക്കുന്ന ഒരു ഫാക്ടറിയൽ റബ്ബെ മെഷിനുകൾ ഉണ്ട്. അവയാക്രമം A യും B യും ആണ്. ഇവ റബ്ബെ മൊത്തം പ്രവൃത്തി സമയം 12 മണിക്കൂറിൽ കവിയരുത്. ഒരു കവർ നട്ടുണ്ടാക്കാൻ മെഷിൻ A യിൽ 1 മണിക്കൂറും മെഷിൻ B യിൽ 3 മണിക്കൂറും വേണം. എന്നാൽ ഒരു കവർ ബോർട്ട് ഉണ്ടാക്കാൻ മെഷിൻ A യിൽ 3 മണിക്കൂറും മെഷിൻ B യിൽ 1 മണിക്കൂറും വേണം. ആകെയുള്ള ലാംഗ് ഒരു കവർ നട്ടിന് 17.50 രൂപയും ഒരു കവർ ബോർട്ടിന് 7.00 രൂപയും ആണ്. എങ്കിൽ ഈ പ്രസ്തുത ഒരു LPP ആയി എഴുതുക. (സ്കോർസ് : 3)

**Questions 8 to 17 carry 4 Scores each. Answer any eight. (Scores :  $8 \times 4 = 32$ )**

8. Let  $A = N \times N$  and '\*' be a binary operation on  $A$  defined by  $(a, b) * (c, d) = (a + c, b + d)$
- Find  $(1, 2) * (2, 3)$  (Score : 1)
  - Prove that '\*' is commutative (Score : 1)
  - Prove that '\*' is associative. (Scores : 2)

9.



- Identify the function from the above graph.
  - $\tan^{-1}x$
  - $\sin^{-1}x$
  - $\cos^{-1}x$
  - $\operatorname{cosec}^{-1}x$(Score : 1)
- Find the domain and range of the function represented in above graph. (Score : 1)
- Prove that  $\tan^{-1}\frac{1}{2} + \tan^{-1}\frac{2}{11} = \tan^{-1}\frac{3}{4}$ . (Scores : 2)

10. (a)  $\frac{d(a^x)}{dx} = \underline{\hspace{2cm}}$

- $a^x$
  - $\log(a^x)$
  - $a^x \log a$
  - $xa^{x-1}$
- (Score : 1)

- (b) Find  $\frac{dy}{dx}$  if  $x^y = y^x$ . (Scores : 3)

**8 മുതൽ 17 വരെയുള്ള പ്രോഭ്യങ്ങൾക്ക് 4 സ്കോർ വിതമാണ്. എത്തെങ്കിലും**

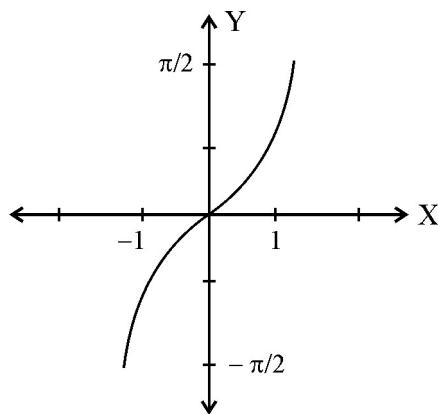
**8 എണ്ണത്തിന് ഉത്തരമെഴുതുക.** (സ്കോർസ് :  $8 \times 4 = 32$ )

8.  $A = N \times N$  ലെ ‘\*’ എന്ന ബൈനറി ഓപ്പറേഷൻ താഴെ നൽകിയിരിക്കുന്ന രീതിയിലാണ് നിർവ്വചിച്ചിട്ടുള്ളത്.

$$(a, b) * (c, d) = (a + c, b + d)$$

- (a)  $(1, 2) * (2, 3)$  കാണുക. (സ്കോർ : 1)
- (b) ‘\*’ കമ്മ്യൂട്ടീവ് ആണെന്ന് തെളിയിക്കുക. (സ്കോർ : 1)
- (c) ‘\*’ അസോസിയേറ്റീവ് ആണെന്ന് തെളിയിക്കുക. (സ്കോർസ് : 2)

9.



- (a) മുകളിൽ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന ശാഫിൽ നിന്നും ധാരം ധാരം തെരഞ്ഞെടുത്തശുത്രുക.
- (i)  $\tan^{-1}x$
  - (ii)  $\sin^{-1}x$
  - (iii)  $\cos^{-1}x$
  - (iv)  $\operatorname{cosec}^{-1}x$
- (b) ആ ശാഫിന്റെ മണ്ഡലവും രംഗവും എഴുതുക. (സ്കോർ : 1)
- (c)  $\tan^{-1}\frac{1}{2} + \tan^{-1}\frac{2}{11} = \tan^{-1}\frac{3}{4}$  എന്ന് തെളിയിക്കുക. (സ്കോർസ് : 2)

10. (a)  $\frac{d(a^x)}{dx} = \underline{\hspace{2cm}}$

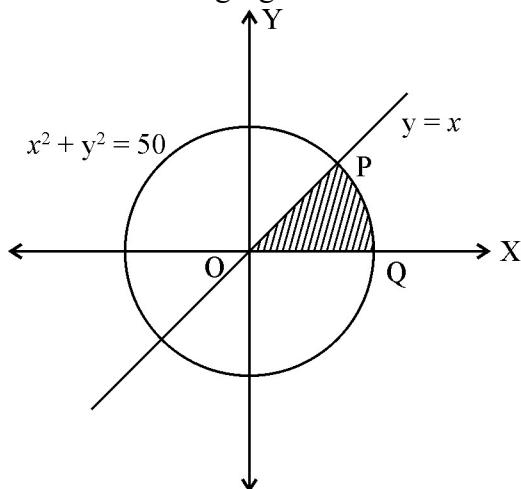
- (i)  $a^x$
  - (ii)  $\log(a^x)$
  - (iii)  $a^x \log a$
  - (iv)  $xa^{x-1}$
- (സ്കോർ : 1)

- (b)  $x^y = y^x$  ആയാൽ  $\frac{dy}{dx}$  കാണുക. (സ്കോർസ് : 3)

11. (a) Find the slope of the tangent to the curve  $y = (x - 2)^2$  at  $x = 1$ . **(Score : 1)**  
 (b) Find a point at which the tangent to the curve  $y = (x - 2)^2$  is parallel to the chord joining the points A(2, 0) and B(4, 4). **(Scores : 2)**  
 (c) Find the equation of the tangent to the above curve and parallel to the line AB. **(Score : 1)**

12.  $\int_0^2 (x^2 + 1) dx$  as the limit of a sum. **(Scores : 4)**

13. Consider the following figure :

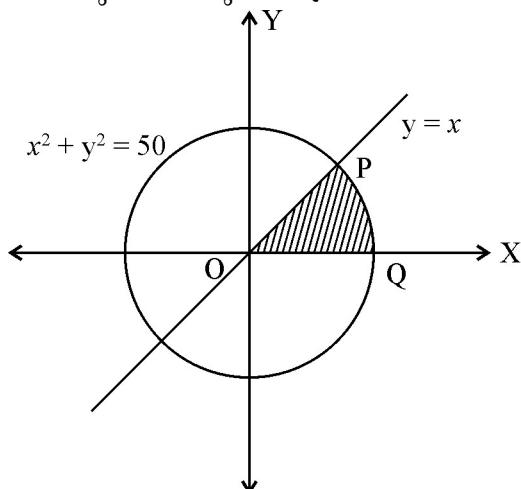


- (a) Find the point of intersection 'P' of the circle  $x^2 + y^2 = 50$  and the line  $y = x$ . **(Score : 1)**  
 (b) Find the area of the shaded region. **(Scores : 3)**
14. (a) The degree of the differential equation  $xy \left( \frac{d^2y}{dx^2} \right)^2 + x^4 \left( \frac{dy}{dx} \right)^3 - y \frac{dy}{dx} = 0$  is \_\_\_\_\_.  
 (i) 4  
 (ii) 3  
 (iii) 2  
 (iv) 1 **(Score : 1)**  
 (b) Find the general solution of the differential equation  $\sec^2 x \tan y dx + \sec^2 y \tan x dy = 0$  **(Scores : 3)**
15. (a) Prove that for any vectors  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ ,  $[\vec{a} + \vec{b}, \vec{b} + \vec{c}, \vec{c} + \vec{a}] = 2 [\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}]$ . **(Scores : 3)**  
 (b) Show that if  $\vec{a} + \vec{b}, \vec{b} + \vec{c}, \vec{c} + \vec{a}$  are coplanar then  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  are also coplanar. **(Score : 1)**

11. (a)  $y = (x - 2)^2$  എന്ന വക്രതിന്റെ  $x = 1$  ലെ തൊടുവരയുടെ സ്ഥാപ്പ് കണ്ണൂപിടിക്കുക. (സ്ക്രാർ : 1)
- (b)  $y = (x - 2)^2$  എന്ന വക്രതിന്റെ തൊടുവര  $A(2, 0), B(4, 4)$  എന്ന ബിന്ദുകൾ തമിൽ വരയ്ക്കുന്ന രേഖാവണ്യത്തിന് സമാനതരമാകുന്നോള്ളു വക്രതിൽ മുട്ടുന്ന ബിന്ദു കണ്ണൂപിടിക്കുക. (സ്ക്രാർഡ് : 2)
- (c) മുകളിലെ വക്രതിന്റെ തൊടുവര  $AB$  ഫീം സമാനതരമാകുന്ന രീതിയിലുള്ള സമവാക്യം കണ്ണേതുക. (സ്ക്രാർ : 1)

12.  $\int_0^2 (x^2 + 1) dx$  എന്നത് ഒരു തുകയുടെ ലിമിറ്റ് ആയി കണ്ണേതുക. (സ്ക്രാർഡ് : 4)

13. താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന ചിത്രം പരിഗണിക്കുക :



- (a)  $x^2 + y^2 = 50$  എന്ന വ്യത്തവും  $y = x$  എന്ന വരയും സംഗമിക്കുന്ന  $P$  എന്ന ബിന്ദു കണ്ണൂപിടിക്കുക. (സ്ക്രാർ : 1)
- (b) ശ്രദ്ധിച്ച ഷേഖർച്ചയും ഭാഗത്തിന്റെ പരപ്പളവ് കണ്ണൂപിടിക്കുക. (സ്ക്രാർഡ് : 3)
14. (a)  $xy \left( \frac{d^2y}{dx^2} \right)^2 + x^4 \left( \frac{dy}{dx} \right)^3 - y \frac{dy}{dx} = 0$  എന്ന ഡിഫറൻഷ്യൽ സമവാക്യത്തിന്റെ ഡിഗ്രി \_\_\_\_\_ ആണ്.
- |         |        |
|---------|--------|
| (i) 4   | (ii) 3 |
| (iii) 2 | (iv) 1 |
- (സ്ക്രാർ : 1)
- (b)  $\sec^2 x \tan y dx + \sec^2 y \tan x dy = 0$  എന്ന ഡിഫറൻഷ്യൽ സമവാക്യത്തിന്റെ ജനറൽ സൊല്യൂഷൻ കണ്ണൂപിടിക്കുക. (സ്ക്രാർഡ് : 3)
15. (a)  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  മൂന്ന് വെക്ടറുകളായാൽ  $[\vec{a} + \vec{b}, \vec{b} + \vec{c}, \vec{c} + \vec{a}] = 2 [\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}]$  എന്ന് തെളിയിക്കുക. (സ്ക്രാർഡ് : 3)
- (b)  $\vec{a} + \vec{b}, \vec{b} + \vec{c}, \vec{c} + \vec{a}$  എന്നീ വെക്ടറുകൾ ഒരേ തലത്തിലാണെങ്കിൽ,  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  ഒരേ തലത്തിലാണെന്ന് തെളിയിക്കുക. (സ്ക്രാർ : 1)

16. (a) Find the equation of a plane which makes  $x, y, z$  intercepts respectively as 1, 2, 3. (Scores : 2)  
 (b) Find the equation of a plane passing through the point (1, 2, 3) which is parallel to the above plane. (Scores : 2)

17. Solve the L.P.P. given below graphically :

$$\text{Minimise } Z = -3x + 4y$$

Subject to  $x + 2y \leq 8$ ,

$$3x + 2y \leq 12,$$

$$x \geq 0, y \geq 0$$
(Scores : 4)

**Questions from 18 to 24 carry 6 scores each. Answer any five.**

(Scores :  $5 \times 6 = 30$ )

18. (a) Find  $x$  and  $y$  if
- $$x \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix} + y \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 \\ 5 \end{bmatrix}$$
- (Scores : 2)
- (b) Express the matrix  $\begin{bmatrix} 2 & -2 & -4 \\ -1 & 3 & 4 \\ 1 & -2 & -3 \end{bmatrix}$  as the sum of a symmetric and a skew-symmetric matrices. (Scores : 4)
19. (a) Prove that  $\begin{vmatrix} a & b & c \\ a+2x & b+2y & c+2z \\ x & y & z \end{vmatrix} = 0$ . (Scores : 2)
- (b) If  $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 0 & 2 & -3 \\ 3 & -2 & 4 \end{bmatrix}$ ,  $B = \begin{bmatrix} -2 & 0 & 1 \\ 9 & 2 & -3 \\ 6 & 1 & -2 \end{bmatrix}$ .
- (i) Prove that  $B = A^{-1}$ .  
 (ii) Using  $A^{-1}$  solve the system linear equations given below.  
 $x - y + 2z = 1$   
 $2y - 3z = 1$   
 $3x - 2y + 4z = 2$  (Scores : 4)

20. (a) Prove that the function defined by  $f(x) = \cos(x^2)$  is a continuous function. (Scores : 2)  
 (b) (i) If  $y = e^{a\cos^{-1}x}$ ,  $-1 \leq x \leq 1$ , show that  $\frac{dy}{dx} = \frac{-ae^{a\cos^{-1}x}}{\sqrt{1-x^2}}$ . (Score : 1)  
 (ii) Hence, prove that  $(1-x^2) \frac{d^2y}{dx^2} - x \frac{dy}{dx} - a^2y = 0$ . (Scores : 3)

16. (a) 1, 2, 3 എന്നിവ യഥാക്രമം  $x, y, z$  ഇൻഡീസ്‌പർഡുകളാകുന്ന ഒരു തലത്തിന്റെ സമവാക്യം എഴുതുക. (സ്കോർസ് : 2)
- (b) (1, 2, 3) കൂടി കടന്നു പോകുകയും മുകളിലെ തലത്തിന് സമാന്തരമാകുന്നതുമായ തലത്തിന്റെ സമവാക്യം എഴുതുക. (സ്കോർസ് : 2)
17. ചുവവെട കൊടുത്തിരിക്കുന്ന L.P.P. ടെ ശാഫ്റ്റ്‌പ്രൈംഗിച്ച് നിർബന്ധാരണം ചെയ്യുക :
- Minimise  $Z = -3x + 4y$   
 Subject to  $x + 2y \leq 8,$   
 $3x + 2y \leq 12,$   
 $x \geq 0, y \geq 0$  (സ്കോർസ് : 4)
- 18 മുതൽ 24 വരെയുള്ള പ്രോദ്യുണ്ടർക്ക് ഏതെങ്കിലും 5 എണ്ണത്തിന് ഉത്തരവേണ്ടുക.** (സ്കോർസ് : 5 × 6 = 30)
18. (a)  $x \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix} + y \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 \\ 5 \end{bmatrix}$  ആയാൽ  
 $x, y$  യുടെ വില കണ്ടുപിടിക്കുക.
- (b)  $\begin{bmatrix} 2 & -2 & -4 \\ -1 & 3 & 4 \\ 1 & -2 & -3 \end{bmatrix}$  എന്ന മാട്രിക്സ് ഒരു സിമിട്ടിക് മാട്രിക്സിന്റെയും ഒരു സൂഖ്യ-സിമിട്ടിക് മാട്രിക്സിന്റെയും തുകയായി എഴുതുക. (സ്കോർസ് : 4)
19. (a)  $\begin{vmatrix} a & b & c \\ a+2x & b+2y & c+2z \\ x & y & z \end{vmatrix} = 0$  എന്ന് തെളിയിക്കുക. (സ്കോർസ് : 2)
- (b)  $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 0 & 2 & -3 \\ 3 & -2 & 4 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} -2 & 0 & 1 \\ 9 & 2 & -3 \\ 6 & 1 & -2 \end{bmatrix}$  ആയാൽ
- (i)  $B = A^{-1}$  എന്ന് തെളിയിക്കുക.
- (ii)  $A^{-1}$  ഉപയോഗിച്ച് താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന രേഖിയ സമവാക്യങ്ങളുടെ പതിഹാരം കണ്ടുപിടിക്കുക.
- $$x - y + 2z = 1$$
- $$2y - 3z = 1$$
- $$3x - 2y + 4z = 2$$
- (സ്കോർസ് : 4)
20. (a)  $f(x) = \cos(x^2)$  എന്നത് ഒരു കണ്ണിന്യൂസ് ഫംഗ്ഷൻ എന്ന് തെളിയിക്കുക. (സ്കോർസ് : 2)
- (b) (i)  $y = e^{a\cos^{-1}x}, -1 \leq x \leq 1$  ആയാൽ  $\frac{dy}{dx} = \frac{-ae^{a\cos^{-1}x}}{\sqrt{1-x^2}}$  എന്ന് തെളിയിക്കുക. (സ്കോർസ് : 1)
- (ii)  $(1-x^2) \frac{d^2y}{dx^2} - x \frac{dy}{dx} - a^2y = 0$  എന്ന് തെളിയിക്കുക. (സ്കോർസ് : 3)

21. Evaluate the following :

(a)  $\int \sin mx dx.$  (Score : 1)

(b)  $\int \frac{1 dx}{\sqrt{x^2 + 2x + 2}}$  (Scores : 3)

(c)  $\int \frac{x dx}{(x+1)(x+2)}$  (Scores : 2)

22. (a) If  $\vec{a} = 3\hat{i} + 2\hat{j} + 2\hat{k}$ ,  $\vec{b} = \hat{i} + 2\hat{j} - 2\hat{k}$

(i) Find  $\vec{a} + \vec{b}$  and  $\vec{a} - \vec{b}$ . (Scores : 2)

(ii) Find a unit vector perpendicular to both  $\vec{a} + \vec{b}$  and  $\vec{a} - \vec{b}$ . (Scores : 2)

(b) Consider the points A(1, 2, 7), B (2, 6, 3), C(3, 10, -1).

(i) Find  $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}$  (Score : 1)

(ii) Prove that A, B, C are collinear points. (Score : 1)

23. (a) Find the angle between the lines

$$\frac{x-2}{2} = \frac{y-1}{5} = \frac{z+3}{-3} \text{ and } \frac{x+2}{-1} = \frac{y-4}{8} = \frac{z-5}{4} \quad (\text{Scores : 2})$$

(b) Find the shortest distance between the pair of lines

$$\vec{r} = (\hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}) + \lambda (\hat{i} - 3\hat{j} + 2\hat{k})$$

$$\vec{r} = (4\hat{i} + 5\hat{j} + 6\hat{k}) + \mu (2\hat{i} + 3\hat{j} + \hat{k}) \quad (\text{Scores : 4})$$

24. (a) The probability distribution of a random variable is given by  $P(x)$ . What is  $\Sigma P(x)$  ?

(Score : 1)

(b) The following is a probability distribution function of a random variable.

$x$	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
$P(x)$	k	2k	3k	4k	5k	7k	8k	9k	10k	11k	12k

(i) Find k (Scores : 2)

(ii) Find  $P(x > 3)$  (Score : 1)

(iii) Find  $P(-3 < x < 4)$  (Score : 1)

(iv) Find  $P(x < -3)$  (Score : 1)

21. ചുവടെ കൊടുത്തിരിക്കുന്നവ കണ്ണൂപിടിക്കുക :

(a)  $\int \sin mx dx.$  (സ്പോർ : 1)

(b)  $\int \frac{1 dx}{\sqrt{x^2 + 2x + 2}}$  (സ്പോർ : 3)

(c)  $\int \frac{x dx}{(x+1)(x+2)}$  (സ്പോർ : 2)

22. (a)  $\vec{a} = 3\hat{i} + 2\hat{j} + 2\hat{k}$ ,  $\vec{b} = \hat{i} + 2\hat{j} - 2\hat{k}$  അയാൽ

(i)  $\vec{a} + \vec{b}$ ;  $\vec{a} - \vec{b}$  ഇവയുടെ വില കാണുക. (സ്പോർ : 2)

(ii)  $\vec{a} + \vec{b}$  യും  $\vec{a} - \vec{b}$  യും ലംബമായി വരുന്ന യൂണിറ്റ് വെക്ടർ കണ്ണൂപിടിക്കുക. (സ്പോർ : 2)

(b) A(1, 2, 7), B(2, 6, 3), C(3, 10, -1) എന്നീ ബിന്ദുകൾ പരിഗണിക്കുക.

(i)  $\overrightarrow{AB}$ ,  $\overrightarrow{BC}$  ഇവ കാണുക. (സ്പോർ : 1)

(ii) A, B, C എന്നീ ബിന്ദുകൾ ഒരേ വരയിലുള്ളതാണെന്ന് തെളിയിക്കുക. (സ്പോർ : 1)

23. (a)  $\frac{x-2}{2} = \frac{y-1}{5} = \frac{z+3}{-3}$ ,  $\frac{x+2}{-1} = \frac{y-4}{8} = \frac{z-5}{4}$  എന്നീ വരകൾ തമിലുള്ള കോൺ അളവ് കാണുക. (സ്പോർ : 2)

(b)  $\vec{r} = (\hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}) + \lambda (\hat{i} - 3\hat{j} + 2\hat{k})$

$\vec{r} = (4\hat{i} + 5\hat{j} + 6\hat{k}) + \mu (2\hat{i} + 3\hat{j} + \hat{k})$

എന്നീ വരകൾ തമിലുള്ള ഏറ്റവും കുറെത്ത അകലം കണ്ടെത്തുക. (സ്പോർ : 4)

24. (a)  $P(x)$  എന്നത് ഒരു റാൻഡം വേരിയബിളിങ്സ് പ്രോബബിലിറ്റി ഡിസ്ട്രിബ്യൂഷൻ ആണെങ്കിൽ  $\Sigma P(x)$  എന്നാണ് ? (സ്പോർ : 1)

(b) താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന പട്ടിക ഒരു റാൻഡം വേരിയബിളിങ്സ് പ്രോബബിലിറ്റി ഡിസ്ട്രിബ്യൂഷൻ ആണെങ്കിൽ

x	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
P(x)	k	2k	3k	4k	5k	7k	8k	9k	10k	11k	12k

(i) k യുടെ വില എന്ത്? (സ്പോർ : 2)

(ii)  $P(x > 3)$  വില കണ്ണൂപിടിക്കുക. (സ്പോർ : 1)

(iii)  $P(-3 < x < 4)$  വില കാണുക. (സ്പോർ : 1)

(iv)  $P(x < -3)$  കാണുക. (സ്പോർ : 1)

## SECOND YEAR HIGHER SECONDARY EXAMINATION MARCH 2018

SUBJECT: MATHEMATICS (SCIENCE)

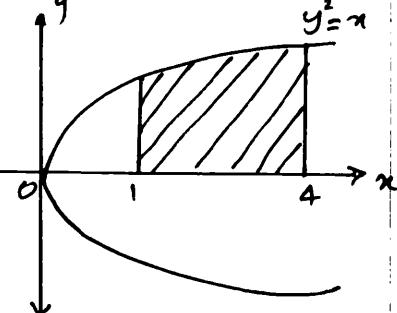
CODE. NO: 9018

Qn No	Sub Qns	Answer Key/Value Points	Score	Total
1.	(a)	$\begin{aligned} f \circ f(x) &= f(f(x)) \\ &= f\left(\frac{x}{x-1}\right) \\ &= \frac{\frac{x}{x-1}}{\frac{x}{x-1}-1} \\ &= \frac{x}{x-(x-1)} = x \end{aligned}$	$\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$	2
	(b)	$f$	1	1
		<u>Remark:</u> $y = \frac{x}{x-1}$ $xy - y = x$ $xy - x = y$ $x(y-1) = y$ $x = \frac{y}{y-1}$ $\therefore f^{-1}(y) = \frac{y}{y-1}$ or $f^{-1}(x) = \frac{x}{x-1}$		
2.		$A = IA$ $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} A$ $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -2 & 1 \end{bmatrix} A$ $R_2 \rightarrow R_2 - 2R_1$ $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1}{5} & \frac{-1}{5} \end{bmatrix} A$ $R_2 \rightarrow \frac{-1}{5}R_2$ $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{5} & \frac{2}{5} \\ \frac{2}{5} & \frac{-1}{5} \end{bmatrix} A$ $R_1 \rightarrow R_1 - 2R_2$	$\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ 1 $\frac{1}{2}$	3

Remark: Using matrix method

$$A^{-1} = \frac{\text{Adj } A}{|A|} = \frac{1}{5} \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} \text{ give(1)}$$

Qn No	Sub Qns	Answer Key/Value Points	Score	Total
3.	(a) (i) positive (b) $f'(x) = 3x^2 - 6x + 4$ $= 3(x^2 - 2x + 1) + 1 > 0$ $\therefore f(x)$ is strictly increasing in $\mathbb{R}$		1 1 $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$	1
	<u>Remark:</u> if for $f'(x) = 3x^2 - 6x + 4 > 0$ $f(x)$ is increasing (1'')			2.
4.	(a) $\int_0^a f(a-x) dx = \int_0^a f(x) dx$ (iii) (b) $I = \int_0^{\pi/2} \frac{\sin^4 x dx}{\sin^4 x + \cos^4 x}$ $= \int_0^{\pi/2} \frac{\sin^4(\pi/2 - x) dx}{\sin^4(\pi/2 - x) + \cos^4(\pi/2 - x)}$ $I = \int_0^{\pi/2} \frac{\cos^4(x) dx}{\sin^4 x + \cos^4 x}$ $2I = \int_0^{\pi/2} \frac{\sin^4 x + \cos^4 x}{\sin^4 x + \cos^4 x} dx$ $= \int_0^{\pi/2} dx = [x]_0^{\pi/2}$ $= \pi/2$		1 1 $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$	1
	$\therefore I = \pi/4$			2
5	Area = $\int_a^b f(x) dx$ $= \int_0^4 \sqrt{x} dx$ $= \left[ \frac{x^{3/2}}{3/2} \right]_0^4$ $= \frac{14}{3}$ sq. units		1 1 $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$	3

Qn No	Sub Qns	Answer Key/Value Points	Score	Total												
	<u>Remark</u> : For this figure only give (1) score															
6.	$\frac{dy}{dx} + \frac{2}{x}y = x \log x$ $P = \frac{2}{x}$ $Q = x \log x$ . $I.F = e^{\int P dx}$ $= e^{\int \frac{2}{x} dx} = e^{2 \log x}$ $= x^2$ Solutions are $y(I.F) = \int Q(I.F) dx$ $y x^2 = \int x^2 \cdot x \log x dx$ $= \int \log x \cdot x^3 dx$ $= \log x \cdot \frac{x^4}{4} - \int \frac{x^4}{x \cdot 4} dx$ $= \frac{x^4}{4} \log x - \frac{x^4}{16} + C$	$\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$	3													
7.	Let $x$ packets of nuts and $y$ packets of bolts maximise $Z = 17.5x + 7y$ Subject to $x + 3y \leq 12$ $3x + y \leq 12$ $x, y \geq 0$	$1\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$	3													
	<u>Remark</u> :	<table border="1" data-bbox="476 1989 1063 2167"> <tr> <th></th><th>Nut</th><th>Bolts</th><th></th></tr> <tr> <td>A</td><td>1</td><td>3</td><td>12</td></tr> <tr> <td>B</td><td>3</td><td>1</td><td>12</td></tr> </table>		Nut	Bolts		A	1	3	12	B	3	1	12	For this table only give (1) score	
	Nut	Bolts														
A	1	3	12													
B	3	1	12													

Qn No	Sub Qns	Answer Key/Value Points	Score	Total
8	(a)	$(1, 2) \star (2, 3) = (1+2, 2+3)$ $= \underline{(3, 5)}$	$\frac{1}{2}$	1
	(b)	$(c, d) \star (a, b) = (c+a, d+b)$ $= (a+c, b+d)$ $= (a, b) \star (c, d)$	$\frac{1}{2}$	1
	(c)	$(a, b) \star [(c, d) \star (e, f)] = (a, b) \star (c+e, d+f)$ $= (a+c+e, b+d+f)$	$\frac{1}{2}$	
		$[(a, b) \star (c, d)] \star (e, f) = (a+c, b+d) \star (e, f)$ $= (a+c+e, b+d+f)$	$\frac{1}{2}$	2.
		$\therefore (a, b) \star [(c, d) \star (e, f)] = [(a, b) \star (c, d)] \star (e, f)$		
	<u>Remarks:</u>			
	(i)	$a \star b = b \star a$ then $\star$ is commutative give $(\frac{1}{2})$ score	$\frac{1}{2}$	
	(ii)	$a \star (b \star c) = (a \star b) \star c$ then $\star$ is associative give $(\frac{1}{2})$ score.	$\frac{1}{2}$	
	(iii)	Proving 'b' and 'c' using numbers give $(3)$ score		
9	(a) (ii)	$\sin^{-1} x$	1	1
	(b)	Domain $[-1, 1]$	$\frac{1}{2}$	1
		Range $[-\pi/2, \pi/2]$	$\frac{1}{2}$	
	(c)	$\tan^{-1} x + \tan^{-1} y = \tan^{-1} \left( \frac{x+y}{1-xy} \right)$ $\tan^{-1} \frac{1}{2} + \tan^{-1} \frac{2}{11} = \tan^{-1} \left( \frac{\frac{1}{2} + \frac{2}{11}}{1 - \frac{1}{2} \times \frac{2}{11}} \right)$ $= \tan^{-1} \left( \frac{15}{20} \right)$ $= \tan^{-1} \left( \frac{3}{4} \right)$	$\frac{1}{2}$	2

Qn No	Sub Qns	Answer Key/Value Points	Score	Total
10	(a) (iii) $a^x \log a$		1	1
	(b)	$\log x^y = \log y^x$	$\frac{1}{2}$	
		$y \log x = x \log y$	$\frac{1}{2}$	
		$y \cdot \frac{1}{x} + \log x \cdot \frac{dy}{dx} = x \cdot \frac{1}{y} \frac{dy}{dx} + \log y$	1	
		$\left(\log x - \frac{x}{y}\right) \frac{dy}{dx} = \log y - \frac{y}{x}$	$\frac{1}{2}$	
		$\therefore \frac{dy}{dx} = \frac{\log y - \frac{y}{x}}{\log x - \frac{x}{y}}$	$\frac{1}{2}$	3
11	(a)	$\frac{dy}{dx} = 2(x-2)$	$\frac{1}{2}$	1
		Slope = -2	$\frac{1}{2}$	
	(b)	$\text{Slope of } AB = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$	$\frac{1}{2}$	
		$= \frac{4 - 0}{4 - 2} = 2$	$\frac{1}{2}$	
	Here			
		$2(x-2) = 2$	$\frac{1}{2}$	
		$x = 3 \quad y = 1$	$\frac{1}{2}$	2
		Point (3, 1)		
	(c)	Equation of tangent is	$\frac{1}{2}$	
		$y - y_0 = m(x - x_0)$	$\frac{1}{2}$	
		$y - 1 = 2(x - 3)$	$\frac{1}{2}$	
		$2x - y - 5 = 0$	$\frac{1}{2}$	1
12.		$\int_a^b f(x) dx = \lim_{h \rightarrow 0} h [f(a) + f(a+h) + \dots + f(a+(n-1)h)]$	1	
		$a=0 \quad b=2 \quad f(x)=x^2+1$	$\frac{1}{2}$	
		$h = \frac{2}{n} = \frac{b-a}{n}$	$\frac{1}{2}$	

Qn. No	Sub Qns	Answer Key/Value Points	Score	Total
		$\int_0^2 x^2 + 1 \, dx = \lim_{h \rightarrow 0} h \left[ 1 + (h^2 + 1) + ((2h)^2 + 1) + \dots + [(n-1)h]^2 + 1 \right]$ $= \lim_{h \rightarrow 0} h \left[ n + h^2 (1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + (n-1)^2) \right]$ $= \lim_{h \rightarrow 0} \left[ nh + \frac{h^3 n(n-1)(2n-1)}{6} \right]$ $= 2 + \frac{2(2-0)(4-0)}{6}$ $= 2 + \frac{8}{3} = \underline{\underline{\frac{14}{3}}}$	$\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$	4
		<p><u>Remark:</u></p> <p>i For Direct method <math>\int_0^2 (x^2 + 1) \, dx</math></p> $= \left( \frac{x^3}{3} + x \right)_0^2 = \underline{\underline{\frac{14}{3}}}$ <p>give (1) score</p> <p>ii <math>\int_a^b f(x) \, dx = (b-a) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \left[ f(a) + \dots + f(a+(n-1)b) \right]</math></p> <p>and <math>\int_0^2 x^2 + 1 \, dx = \frac{14}{3}</math> give (4) score</p>		
13	(a)	<p>point of intersection</p> $x^2 + y^2 = 50 \quad x^2 = 25$ $x = \pm 5 \quad y = \pm 5$ <p><math>\therefore</math> Point <math>\underline{\underline{P(5,5)}}</math></p>	1	

Qn. No	Sub Qns	Answer Key/Value Points	Score	Total
13.	b	<p>Required Area = <math>\int_0^5 x dx + \int_0^5 \sqrt{50-x^2} dx</math></p> $= \left( \frac{x^2}{2} \right)_0^5 + \left[ \frac{x}{2} \sqrt{50-x^2} + \frac{50}{2} \sin^{-1} \frac{x}{\sqrt{50}} \right]_0^5$ $= \frac{25}{2} + 25\pi - \frac{25}{2} - 25 \cdot \frac{\pi}{4}$ $= \frac{25\pi}{4}$	1 1 $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$	3
		<u>Remark.</u>		
		<p>(i) Area = <math>\frac{\pi r^2}{8} = \frac{\pi \times 50}{8} = \frac{25\pi}{4}</math></p> <p>(ii) Area = <math>\frac{1}{2} \int_0^{\sqrt{50}} \sqrt{50-x^2} dx</math>.</p> $= \frac{25\pi}{4}$ <p>(iii) Area = <math>\int_a^b f(x) dx</math></p>		
14.	(a)	(iii) 2	1	1
	(b)	$\frac{\sec^2 x}{\tan x} dx = -\frac{\sec^2 y}{\tan y} dy$ $\int \frac{\sec^2 x}{\tan x} dx = - \int \frac{\sec^2 y}{\tan y} dy$ $\log \tan x = -\log  \tan y  + C$ $\log \tan x + \log  \tan y  = C$	1 2	3

Qn. No	Sub Qns	Answer Key/Value Points	Score	Total
15.	a.	$\begin{aligned} [\bar{a}+\bar{b}, \bar{b}+\bar{c}, \bar{c}+\bar{a}] &= (\bar{a}+\bar{b}) \cdot [(\bar{b}+\bar{c}) \times (\bar{c}+\bar{a})] \\ &= (\bar{a}+\bar{b}) \cdot [ \bar{b} \times \bar{c} + \bar{b} \times \bar{a} + \bar{c} \times \bar{c} + \bar{c} \times \bar{a} ] \\ &= (\bar{a}+\bar{b}) \cdot [ \bar{b} \times \bar{c} + \bar{b} \times \bar{a} + \bar{c} \times \bar{a} ] \\ &= \bar{a} \cdot \bar{b} \times \bar{c} + \bar{a} \cdot \bar{b} \times \bar{a} + \bar{a} \cdot \bar{c} \times \bar{a} \\ &\quad + \bar{b} \cdot \bar{b} \times \bar{c} + \bar{b} \cdot \bar{b} \times \bar{a} + \bar{b} \cdot \bar{c} \times \bar{a} \\ &= 2[\bar{a} \bar{b} \bar{c}] \end{aligned}$	1/2 1/2 1/2 1 1/2	3
	b.	$[\bar{a} \bar{b} \bar{c}] = 0$ <p>Hence <math>\bar{a}, \bar{b}, \bar{c}</math> are coplanar</p>	1	1
16.	a.	$\frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 1$ $6x + 3y + 2z = 6$	2	2
	b.	<p>Plane parallel to given plane is</p> $6x + 3y + 2z = k.$ <p>Since it passes through 1, 2, 3</p> $k = 18$ <p>∴ equation of plane is</p> $\underline{6x + 3y + 2z = 18}$	1 1/2 1/2	2
		<p><u>Remark.</u></p> <p>Equation of plane is</p> $6(x-1) + 3(y-2) + 2(z-3) = 0$ $6x + 3y + 2z - 18 = 0 \quad (2) \text{ score}$		

Qn. No	Sub Qns	Answer Key/Value Points	Score	Total
17.		<p style="text-align: center;"><math>\begin{array}{ c c c } \hline x &amp; 0 &amp; 8 \\ \hline y &amp; 4 &amp; 0 \\ \hline \end{array}</math>    <math>\begin{array}{ c c c } \hline x &amp; 0 &amp; 4 \\ \hline y &amp; 6 &amp; 0 \\ \hline \end{array}</math></p>	2.	
		$A + A(-)$ $z = -3x + 4y$ $A(0,0)$ $z = 0$ $B(4,0)$ $z = -12$ ✓ minimum $C(2,3)$ $z = 6$ $D(0,4)$ $z = 16$ $z$ is minimum at $B(4,0)$	2	4
18.	(a)	$2x + -y = 10$ $3x + y = 5$ $x = 3 \quad y = -4$	$1\frac{1}{2}$	
	(b)	$A^T = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 \\ -2 & 3 & -2 \\ -4 & 4 & -3 \end{bmatrix}$	$\frac{1}{2}$	2

Qn. No	Sub Qns	Answer Key/Value Points	Score	Total
		$P = \frac{1}{2} [A + A^T]$ $= \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 4 & -3 & -3 \\ -3 & 6 & 2 \\ -3 & 2 & -6 \end{bmatrix}, \text{symmetric}$	1	
		$Q = \frac{1}{2} [A - A^T]$ $= \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 & -1 & -5 \\ 1 & 0 & 6 \\ 5 & -6 & 0 \end{bmatrix} \text{skew, symmetric}$	1	
		$A = P + Q$	1	4
19.	a	$\left  \begin{array}{ccc cc} a & b & c & a & b & c \\ a & b & c & 2x & 2y & 2z \\ x & y & z & x & y & z \end{array} \right  = 0$	2.	2
		Remark:		
		$\Delta = \left  \begin{array}{ccc c} a & b & c & \\ 2x & 2y & 2z & \\ x & y & z & \end{array} \right $ $R_2 \rightarrow R_2 - R_1$ $= 0$		
		(2) score		
		For direct expansion give (1) score		
	b (i)	Proving $AB = I$	1 1/2	
		$\therefore B = A^{-1}$	1/2	
		Remark: $A^{-1} = \frac{\text{Adj } A}{ A } = B$ give (2) score.		

Qn. No	Sub Qns	Answer Key/Value Points	Score	Total
	ii	$\begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 0 & 2 & -3 \\ 3 & -2 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}$ $x = A^{-1} B$ $\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & 0 & 1 \\ 9 & 2 & -3 \\ 6 & 1 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}$ $= \begin{bmatrix} 0 \\ 5 \\ 3 \end{bmatrix}$ $x = 0 \quad y = 5 \quad z = 3$	$\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$	4
20	(a)	$f(x) = \cos x \quad g(x) = x^2$ , both are continuous composition of two continuous functions are continuous $\therefore f(g(x)) = \log(x) = \cos(x^2)$ is continuous	1 $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$	2
	(b) ii	$\frac{dy}{dx} = ae^{a \cos^{-1} x} \frac{-1}{\sqrt{1-x^2}}$ $= -ae^{a \cos^{-1} x} \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ $\sqrt{1-x^2} \frac{dy}{dx} = -ay$ $(1-x^2) \left( \frac{dy}{dx} \right)^2 = a^2 y^2$	1 $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$	1

Qn. No	Sub Qns	Answer Key/Value Points	Score	Total
		$(1-x^2) \cdot 2 \frac{dy}{dx} \cdot \frac{d^2y}{dx^2} + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2 \times -2x$ $= 2a^2y \frac{dy}{dx}$ $(1-x^2) \frac{d^2y}{dx^2} - x \frac{dy}{dx} - a^2y = 0$	1 1 1	3
21	a	$-\frac{Gsmx}{m} + C$	1	1
	b	$x^2 + 2x + 2 = (x+1)^2 + 1$ $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 + 2x + 2}} = \int \frac{dx}{\sqrt{(x+1)^2 + 1}}$ $= \log  (x+1) + \sqrt{x^2 + 2x + 2}  + C$	1 1 1	3
	c	$\frac{x}{(n+1)(n+2)} = \frac{A}{n+1} + \frac{B}{n+2}$ $A = -1 \quad B = 2$ $\int \frac{x}{(n+1)(n+2)} dx = \int \frac{-1}{n+1} dx + \int \frac{2}{n+2} dx$ $= -\log(n+1) + 2 \log(n+2) + C$	½ ½ ½ ½	2
22	(a)i	$\bar{a} + \bar{b} = 4\hat{i} + 4\hat{j}$ $\bar{a} - \bar{b} = 2\hat{i} + 4\hat{k}$	1 1	2
	(ii)	unit vector $\perp r$ to both $= \begin{bmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 4 & 4 & 0 \\ 2 & 0 & 4 \end{bmatrix}$ $\sqrt{16^2 + 16^2 + 8^2}$	1	

Qn. No	Sub Qns	Answer Key/Value Points	Score	Total
		$= \frac{16\hat{i} - 16\hat{j} - 8\hat{k}}{\sqrt{576}}$ $= \frac{2\hat{i} - 2\hat{j} - \hat{k}}{3}$	$\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$	2
		<u>Remark:</u> Unit vector $\hat{l}$ to $\hat{a}$ and $\hat{b}$ $= \frac{\hat{a} \times \hat{b}}{ \hat{a} \times \hat{b} }$ give (1) score		
(b)(ii)		$\bar{AB} = \hat{i} + 4\hat{j} - 4\hat{k}$ $\bar{BC} = \hat{i} + 4\hat{j} - 4\hat{k}$ $\therefore \bar{AB} = \bar{BC}$ $A, B, C$ are collinear	$\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$	1
(ii)				
23	(a)	$\cos \theta_1 = 2 \quad b_1 = 5 \quad c_1 = -3$ $a_2 = -1 \quad b_2 = 8 \quad c_2 = +4$ $\cos \theta = \frac{a_1 a_2 + b_1 b_2 + c_1 c_2}{\sqrt{a_1^2 + b_1^2 + c_1^2} \sqrt{a_2^2 + b_2^2 + c_2^2}}$ $= \frac{-2 + 40 - 12}{\sqrt{4+25+9} \sqrt{1+64+16}}$ $= \frac{26}{9\sqrt{38}}$	$\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$	2.

$$\Theta = \cos^{-1} \left( \frac{26}{9\sqrt{38}} \right)$$

Qn. No	Sub Qns	Answer Key/Value Points	Score	Total
		<u>Remark:</u>		
		$\cos \theta = \frac{\bar{a} \cdot \bar{b}}{ \bar{a}   \bar{b} }$ give $(\frac{1}{2})$ score.		
	(b)	$a_1 = \bar{i} + 2\bar{j} + 3\bar{k}$ $b_1 = \bar{i} - 3\bar{j} + 2\bar{k}$ $a_2 = 4\bar{i} + 5\bar{j} + 6\bar{k}$ $b_2 = 2\bar{i} + 3\bar{j} + \bar{k}$ $\text{Shortest Distance} = \sqrt{\frac{(a_2 - a_1) \cdot (b_1 \times b_2)}{ b_1 \times b_2 }}$	1 1 1	
		$a_2 - a_1 = 3\bar{i} + 3\bar{j} + 3\bar{k}$ .	$\frac{1}{2}$	
		$b_1 \times b_2 = -9\bar{i} + 3\bar{j} + 9\bar{k}$	<del>1</del>	
		$SD = \frac{-27 + 9 + 27}{\sqrt{171}}$	$\frac{1}{2}$	
		$= \frac{9}{\sqrt{171}} = \frac{3}{\sqrt{19}}$		4
24	(a)	$\sum P(x) = 1$	1	1
	b(i)	$1k + 2k + 3k + 4k + 5k + 7k + 8k + 9k + 10k + 11k + 12k = 1$	1	
		$72k = 1$	$\frac{1}{2}$	
		$k = \frac{1}{72}$	$\frac{1}{2}$	2
	(ii)	$P(x > 3) = P(x=4) + P(x=5)$ $= \frac{11}{72} + \frac{12}{72} = \frac{23}{72}$	$\frac{1}{2}$	

Qn. No	Sub Qns	Answer Key/Value Points	Score	Total
	(iii)	$P(-3 < x < 4)$ $= P(x = -2) + P(x = -1) + P(x = 0)$ $+ P(x = 1) + P(x = 2) + P(x = 3)$ $= 43k = \frac{43}{72}$	$\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$	1
	(iv)	$P(x < -3)$ $= P(x = -5) + P(x = -4)$ $= 3k = \frac{3}{72}$	$\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$	1
	<u>Remark:</u>			
	For any value of 'k' if (ii), (iii) and (iv) are correct give corresponding scores.			