ଅଙ୍କନ (CONSTRUCTION)

ଅଧ୍ୟାୟ
4

4.1 କେତେକ ମୌଳିକ ଅଙ୍କନ :

ଜ୍ୟାମିତିରେ ସ୍କେଲ୍ ଓ ପ୍ରୋଟ୍ରାକ୍ଟରର ବ୍ୟବହାର ଯଥାକ୍ରମେ **ରୁଲର୍ ସ୍ୱୀକାର୍ଯ୍ୟ ଓ ପ୍ରୋଟ୍ରାକ୍ଟର ସ୍ୱୀକାର୍ଯ୍ୟ** ଦ୍ୱାରା ଅନୁମୋଦିତ । ଏହି ସ୍ୱୀକାର୍ଯ୍ୟ ଦୁଇଟି ଜ୍ୟାମିତିକ ଆଲୋଚନାରେ ସଂଖ୍ୟା ତତ୍ତ୍ୱର ବ୍ୟବହାରର ଯୁକ୍ତିଯୁକ୍ତତା ପ୍ରତିପାଦନ କରନ୍ତି । ଇଉକ୍ଲିଡ୍ ସଂଖ୍ୟାତତ୍ତ୍ୱରେ ଅଭିଜ୍ଞ ଥିଲେ ମଧ୍ୟ ଜ୍ୟାମିତିରେ ରୁଲର୍ ବା ପ୍ରୋଟ୍ରାକ୍ଟର ସ୍ୱୀକାର୍ଯ୍ୟ ଭଳି କୌଣସି ସଂଖ୍ୟା ସମ୍ପୃକ୍ତ ସ୍ୱୀକାର୍ଯ୍ୟ ଗ୍ରହଣ କରି ନ ଥିଲେ । ଜ୍ୟାମିତିକ ଅଙ୍କନ ପାଇଁ ଇଉକ୍ଲିଡ୍‌ଙ୍କ ଦ୍ୱାରା ଅନୁମୋଦିତ ଦୁଇଟି ମାତ୍ର ଯନ୍ତ୍ର ହେଉଛି ରୁଲର୍ ଓ କମ୍ପାସ୍ (ସଳଖ ଧାରକୁ ରୁଲର୍ କୁହାଯାଏ; ଯଥା– ସ୍କେଲ୍‌ର ସଳଖ ଧାର) । ତେଣୁ କେବଳ ରୁଲର୍ ଓ କମ୍ପାସ୍ ବ୍ୟବହାର କରି କରାଯାଉଥିବା ଅଙ୍କନକୁ **ଇଉକ୍ଲିଡ଼ୀୟ ଅଙ୍କନ (Euclidean construction)** କୁହାଯାଏ ।

ମହାମନୀଷୀ ଇଉକ୍ଲିଡ୍‌ଙ୍କ ପଦାଙ୍କ ଅନୁସରଣ କରି ଆମେ କେବଳ ରୁଲର୍ ଓ କମ୍ପାସ୍ ବ୍ୟବହାର କରି କେତେକ ଅଙ୍କନ କରିବା ଓ ମାପ କାର୍ଯ୍ୟ ପାଇଁ କେବଳ ସ୍କେଲ୍ ଓ ପ୍ରୋଟ୍ରାକ୍ଟର ବ୍ୟବହାର କରିବା ।

ପୂର୍ବ ଶ୍ରେଣୀରେ ତୁମେମାନେ ନିମ୍ନ କେତେକ ମୌଳିକ ଅଙ୍କନ ସମ୍ବନ୍ଧରେ ଅବଗତ ଅଛ ଏବଂ ସେ ଅଙ୍କନଗୁଡ଼ିକୁ ତୁମେମାନେ ମଧ୍ୟ ଆଗରୁ ଅଭ୍ୟାସ କରିଛ । ସେଗୁଡ଼ିକ ହେଲା –

1. ରୁଲର୍ ଓ କମ୍ପାସ ସାହାଯ୍ୟରେ ଅଙ୍କନ :

(କ) ଦତ୍ତ ବିନ୍ଦୁଦ୍ୱୟ ଦେଇ ଏକ ସରଳରେଖା ଅଙ୍କନ
(ଖ) ଦତ୍ତ ବିନ୍ଦୁଦ୍ୱୟର ସଂଯୋଜକ ରେଖାଖଣ୍ଡ ଅଙ୍କନ
(ଗ) ଦତ୍ତ ରେଖାଖଣ୍ଡର ସମଦ୍ୱିଖଣ୍ଡୀକରଣ
(ଘ) ଏକ ଦତ୍ତ କୋଣର ସମଦ୍ୱିଖଣ୍ଡୀକରଣ
(ଙ) ଏକ ଦତ୍ତ କୋଣର ସମପରିମାଣବିଶିଷ୍ଟ ଅନ୍ୟ ଏକ କୋଣ ଅଙ୍କନ
(ଚ) ଏକ ଦତ୍ତ ରେଖା ସହ ସମାନ୍ତର କରି ତାହାର ବହିଃସ୍ଥ ଏକ ବିନ୍ଦୁ ଦେଇ ଏକ ରେଖା ଅଙ୍କନ
(ଛ) ଏକ ଦତ୍ତ ସରଳରେଖାର ବହିଃସ୍ଥ ଏକ ବିନ୍ଦୁରୁ ଉକ୍ତ ସରଳରେଖା ପ୍ରତି ଲମ୍ବ ଅଙ୍କନ

ବିଭିନ୍ନ ତଥ୍ୟ ଆଧାରରେ ତ୍ରିଭୁଜ ଏବଂ ଚତୁର୍ଭୁଜ ଅଙ୍କନ କରିବା ସମ୍ପର୍କରେ ଏହି ଅଧ୍ୟାୟରେ ଜାଣିବା । ପୂର୍ବ ଶ୍ରେଣୀରେ ମଧ୍ୟ ତୁମେମାନେ ବିଭିନ୍ନ ତ୍ରିଭୁଜ ତଥା ଚତୁର୍ଭୁଜମାନ ଅଙ୍କନ କରିଛ ।

4.2 ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ :

ଗୋଟିଏ ତ୍ରିଭୁଜର ତିନୋଟି କୋଣ ଓ ତିନୋଟି ବାହୁ ଥାଏ । ମାତ୍ର ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ ପାଇଁ ଏ ସମସ୍ତଙ୍କର ମାପ ଆବଶ୍ୟକ ହୁଏ ନାହିଁ । ଗୋଟିଏ ତ୍ରିଭୁଜର ତିନୋଟି ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଜଣାଥିଲେ ତ୍ରିଭୁଜଟି ଅଙ୍କନ କରାଯାଇପାରିବ । ସେହିପରି ଗୋଟିଏ କୋଣର ପରିମାଣ ଓ ଦୁଇଟି ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ହୋଇଗଲେ ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ ସମ୍ଭବ । ତ୍ରିଭୁଜର ଦୁଇଟି କୋଣ ଓ ଗୋଟିଏ ବାହୁ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ହୋଇଗଲେ ତ୍ରିଭୁଜଟି ମଧ୍ୟ ଅଙ୍କନ କରାଯାଇପାରିବ । ମୋଟ୍ ଉପରେ **ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ ପାଇଁ ପରସ୍ପରଠାରୁ ସ୍ୱତନ୍ତ୍ର ତିନୋଟି ମାପ ହିଁ ଯଥେଷ୍ଟ ।** ଉଦାହରଣସ୍ୱରୂପ ତ୍ରିଭୁଜର ତିନିକୋଣର ପରିମାଣ ପରସ୍ପରଠାରୁ ସ୍ୱତନ୍ତ୍ର ମାପ ନୁହେଁ ; କାରଣ ଦୁଇଟି ମାପ ଜଣାଥିଲେ ଅନ୍ୟଟି ସ୍ୱତଃ ଜଣାପଡ଼ିବ । କାରଣ ତିନିକୋଣ ମାପର ସମଷ୍ଟି 180^0 । ମାତ୍ର ତିନିବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ପରସ୍ପରଠାରୁ ସ୍ୱତନ୍ତ୍ର । ତେଣୁ ତିନିବାହୁର ଦତ୍ତ ଦୈର୍ଘ୍ୟକୁ ନେଇ ଏକ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ ସମ୍ଭବ; କିନ୍ତୁ ତିନିକୋଣର ପରିମାଣକୁ ନେଇ ଏକାଧିକ ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ ସମ୍ଭବ ହୁଏ ।

ଆମେ ଏଠାରେ କେତେଗୋଟି ମାପ ଜଣାଥାଇ ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ ବିଷୟରେ ଆଲୋଚନା କରିବା ।

(i) ତ୍ରିଭୁଜର ତିନିବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଦତ୍ତ ଥିଲେ,

(ଯେକୌଣସି ଦୁଇ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟର ସମଷ୍ଟି ତୃତୀୟ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟଠାରୁ ବୃହତ୍ତର)

(ii) ତ୍ରିଭୁଜର ଦୁଇ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଓ ଅନ୍ତର୍ଗତ କୋଣର ମାପ ଦତ୍ତ ଥିଲେ,

(iii) ଗୋଟିଏ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଓ ଏହା ସଂଲଗ୍ନ ଦୁଇଗୋଟି କୋଣର ମାପ ଦତ୍ତ ଥିଲେ,

(iv) ଗୋଟିଏ ସମକୋଣୀ ତ୍ରିଭୁଜର କର୍ଣ୍ଣର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଓ ଅନ୍ୟ ଯେକୌଣସି ଗୋଟିଏ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଦତ୍ତ ଥିଲେ ।

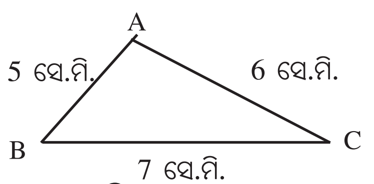
ଏହି ସବୁ ମାପ ଛଡ଼ା ଅନ୍ୟାନ୍ୟ ମାପ ନେଇ ମଧ୍ୟ ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ ସମ୍ଭବ । ତାହା ପରେ ଜାଣିବ ।

ସୂଚନା : ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ କରିବା ପୂର୍ବରୁ ପ୍ରଥମେ ଏକ ରଫ୍ ଚିତ୍ର ଅଙ୍କନ କରି ତାହାର ନାମକରଣ କରାଯାଏ । ଦତ୍ତ ଥିବା ଅଂଶଗୁଡ଼ିକର ମାପକୁ ସମ୍ପୃକ୍ତ ଅଂଶର ପାର୍ଶ୍ୱରେ ଦର୍ଶାଇଲେ ତାହାକୁ **'ବିଶ୍ଳେଷଣ ଚିତ୍ର'** ମଧ୍ୟ କୁହାଯାଏ । ଏହା ଦ୍ୱାରା ପ୍ରଥମେ କେଉଁ ଅଂଶ ଅଙ୍କନ କରିବାକୁ ହେବ ତାହା ଜାଣିହୁଏ । ରଫ୍ ଚିତ୍ର ନିଜର ସୁବିଧା ପାଇଁ କରାଯାଏ । ଏହା ଅଙ୍କନ-ପ୍ରଶ୍ନୋତ୍ତର ଦୃଷ୍ଟିରୁ ବାଧ୍ୟତାମୂଳକ ନୁହେଁ । ମାତ୍ର ଏହା ସାହାଯ୍ୟରେ ଅଙ୍କନର ବିଭିନ୍ନ ସୋପାନ ସହଜରେ ସ୍ଥିର କରି ହୁଏ ।

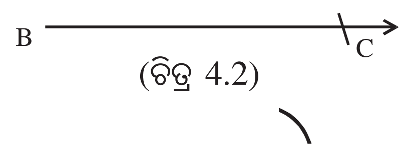
ମନେରଖ : ΔABC ରେ $\angle A$, $\angle B$ ଓ $\angle C$ ର ସମ୍ମୁଖୀନ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟକୁ ଯଥାକ୍ରମେ a, b ଓ c ସଙ୍କେତଦ୍ୱାରା ପ୍ରକାଶ କରାଯାଏ ।

ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ -1 : ତିନି ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଦତ୍ତ ଥିଲେ ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ (ବାହୁ – ବାହୁ – ବାହୁ):

ଉଦାହରଣ -1 : ΔABC ଅଙ୍କନ କର, ଯାହାର $a = 7$ ସେ.ମି., $b = 6$ ସେ.ମି. ଓ $c = 5$ ସେ.ମି. ।



(ଚିତ୍ର 4.1) (ବିଶ୍ଳେଷଣ ଚିତ୍ର)



(ଚିତ୍ର 4.2)

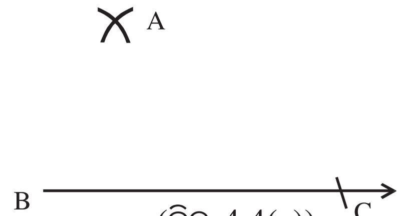
ଅଙ୍କନ ପ୍ରଣାଳୀ :

(i) 7 ସେ.ମି. ଦୈର୍ଘ୍ୟବିଶିଷ୍ଟ $\overline{BC}$ ଅଙ୍କନ କର ।

(ii) Bକୁ କେନ୍ଦ୍ର ରୂପେ ନେଇ 5 ସେ.ମି. ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧବିଶିଷ୍ଟ ଏକ ଚାପ ଅଙ୍କନ କର ।

(ଚିତ୍ର 4.3)

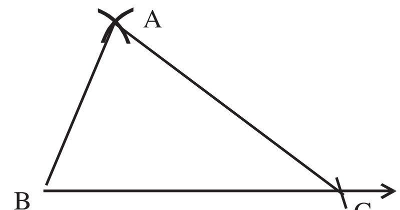
(iii) C କୁ କେନ୍ଦ୍ର ନେଇ 6 ସେ.ମି. ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧବିଶିଷ୍ଟ ଏକଚାପ ଅଙ୍କନ କର, ଯେପରି B କୁ କେନ୍ଦ୍ର କରି ଅଙ୍କିତ ହୋଇଥିବା ଚାପକୁ ଏହା ଛେଦ କରିବ । ଛେଦବିନ୍ଦୁର ନାମ A ଦିଅ ।



(ଚିତ୍ର 4.4(a))

(iv) $\overline{AB}$ ଓ $\overline{AC}$ ଅଙ୍କନ କର ।

ବର୍ତ୍ତମାନ ଆବଶ୍ୟକ ΔABC ମିଳିଲା ।



(ଚିତ୍ର 4.4(b))

ଟୀକା : B ଓ C ବିନ୍ଦୁକୁ କେନ୍ଦ୍ର ନେଇ ଅଙ୍କନ କରାଯାଇଥିବା ଚାପଦ୍ୱୟ $\overline{BC}$ ର ଉଭୟ ପାର୍ଶ୍ୱରେ ପରସ୍ପରକୁ ଛେଦ କରିବେ । ଫଳରେ A ବିନ୍ଦୁର ଦୁଇଗୋଟି ଅବସ୍ଥିତି ମିଳିବ । ମାତ୍ର A ର ଯେକୌଣସି ଗୋଟିଏ ଅବସ୍ଥିତିକୁ ନେଇ ΔABC ଅଙ୍କନ କଲେ ଯଥେଷ୍ଟ ହେବ ।

ବି.ଦ୍ର. : ତୁମମାନଙ୍କର ଜାଣିବା ପାଇଁ ସୋପାନ ଅନୁଯାୟୀ ଅଙ୍କନଗୁଡ଼ିକୁ ଦର୍ଶାଯାଇଛି । କିନ୍ତୁ ଗୋଟିଏ ସ୍ଥାନରେ ଏବଂ ଗୋଟିଏ ଚିତ୍ରରେ (ଅଙ୍କନ ପ୍ରଣାଳୀ ଅନୁସରଣରେ) ଅଙ୍କନ କରିବା ବିଧେୟ ।

ନିଜେ କର

ନିମ୍ନରେ ପ୍ରତ୍ୟେକ ପ୍ରଶ୍ନରେ ତିନୋଟି ଲେଖାଏଁ ଦୈର୍ଘ୍ୟମାପ ଦିଆଯାଇଛି । କେଉଁ ତିନୋଟିକୁ ତ୍ରିଭୁଜର ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ରୂପେ ନେଇ ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ ସମ୍ଭବ ନୁହେଁ ଦର୍ଶାଅ ।

(i) 7 ସେ.ମି, 5 ସେ.ମି., 6.3 ସେ.ମି.

(ii) 7 ସେ.ମି., 4.5 ସେ.ମି., 12 ସେ.ମି.

(iii) 6.2 ସେ.ମି., 9.5 ସେ.ମି., 9.5 ସେ.ମି.

ବି.ଦ୍ର. : ତ୍ରିଭୁଜର ଯେକୌଣସି ଦୁଇବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟର ସମଷ୍ଟି ଏହାର ତୃତୀୟ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟଠାରୁ ବୃହତ୍ତର ।

ଅନୁଶୀଳନୀ - 4 (a)

(ସମସ୍ତ ଅଙ୍କନ ଲାଗି କେବଳ ସ୍କେଲ୍ ଓ କମ୍ପାସ୍ ବ୍ୟବହାର କର)

1. ABC ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ କର, ଯହିଁରେ a = 7 ସେ.ମି., b = 3.5 ସେ.ମି. ଓ c = 5 ସେ.ମି. । ଏହାର ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁ A ରୁ $\overline{BC}$ ବାହୁ ପ୍ରତି ଲମ୍ବ ଅଙ୍କନ କର । ସେହି ଲମ୍ବର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ମାପ ।

2. ΔABCର AB = AC = BC = 6.1 ସେ.ମି. । ତ୍ରିଭୁଜଟି ଅଙ୍କନ କରି ଏହାର କୋଣଗୁଡ଼ିକର ପରିମାଣ ମାପି ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

3. ΔABC ଅଙ୍କନ କର, ଯାହାର BC = 5 ସେ.ମି., AB = AC = 6.3 ସେ.ମି., ତ୍ରିଭୁଜଟି ଅଙ୍କନ କରି $\overline{BC}$ ର ସଂଲଗ୍ନ କୋଣଦ୍ୱୟର ପରିମାଣ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

4. ΔLMN ଅଙ୍କନ କର, ଯାହାର LM = 5 ସେ.ମି., LN = 4.7 ସେ.ମି. ଓ MN = 6.1 ସେ.ମି., ତ୍ରିଭୁଜଟି ଅଙ୍କନ କରି ଏହାର କୋଣଗୁଡ଼ିକ ମାପ ଓ କେଉଁ କୋଣଟି ବୃହତ୍ତମ ତାହା ଦେଖାଅ ।

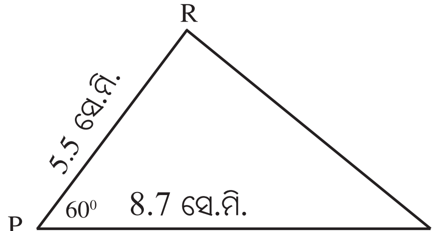
5. ଗୋଟିଏ ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ କର ଯାହାର ତିନି ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଯଥାକ୍ରମେ 5.8 ସେ.ମି., 4.7 ସେ.ମି. ଓ 3.9 ସେ.ମି. । ତ୍ରିଭୁଜଟି ଅଙ୍କନ କରି 5.8 ସେ.ମି., 4.7 ସେ.ମି. ଦୈର୍ଘ୍ୟବିଶିଷ୍ଟ ବାହୁଦ୍ୱୟର ଅନ୍ତର୍ଗତ କୋଣର ସମଦ୍ୱିଖଣ୍ଡକ ଅଙ୍କନ କର ।

6. a = 6 ସେ.ମି., b = 7 ସେ.ମି. ଓ c = 8 ସେ.ମି. ନେଇ ΔABC ଅଙ୍କନ କର । ତ୍ରିଭୁଜର ବାହୁମାନଙ୍କର ସମଦ୍ୱିଖଣ୍ଡକ ଲମ୍ବମାନ ଅଙ୍କନ କର ।

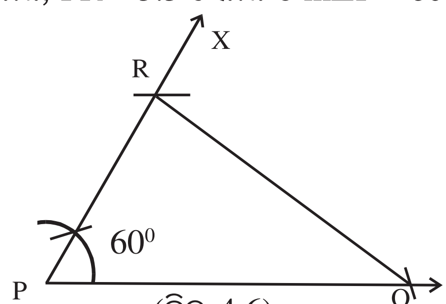
(ଅଙ୍କନ ତ୍ରୁଟିଶୂନ୍ୟ ହୋଇଥିଲେ ସମଦ୍ୱିଖଣ୍ଡକ ଲମ୍ବଗୁଡ଼ିକ ଗୋଟିଏ ବିନ୍ଦୁରେ ପରସ୍ପରକୁ ଛେଦ କରିବେ)

ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ - 2 : ଦୁଇଗୋଟି ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଓ ଅନ୍ତର୍ଗତ କୋଣର ପରିମାଣ ଦତ୍ତ ଥିଲେ, ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ (ବାହୁ – କୋଣ – ବାହୁ) :

ଉଦାହରଣ - 2 : ΔPQR ଅଙ୍କନ କର, ଯହିଁରେ PQ = 8.7 ସେ.ମି., PR = 5.5 ସେ.ମି. ଓ $m\angle P = 60^0$ ।



(ଚିତ୍ର 4.5)
(ବିଶ୍ଳେଷଣ ଚିତ୍ର)



(ଚିତ୍ର 4.6)
(ଅଙ୍କିତ ଚିତ୍ର)

(i) 8.7 ସେ.ମି. ଦୈର୍ଘ୍ୟବିଶିଷ୍ଟ $\overline{PQ}$ ଅଙ୍କନ କର ।

(ii) $\overrightarrow{PX}$ ଅଙ୍କନ କର ଯେପରି $m\angle XPQ = 60^0$

(iii) P କୁ କେନ୍ଦ୍ର ନେଇ 5.5 ସେ.ମି. ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ବିଶିଷ୍ଟ ଚାପ ଅଙ୍କନ କର, ଯେପରି ତାହା $\overrightarrow{PX}$ କୁ ଛେଦ କରିବ । ଛେଦବିନ୍ଦୁର ନାମ R ଦିଅ ଏବଂ $\overline{RQ}$ ଅଙ୍କନ କର । ବର୍ତ୍ତମାନ ଉଦ୍ଦିଷ୍ଟ ΔPQR ମିଳିଲା ।

ଅନୁଶୀଳନୀ - 4 (b)

1. ΔABC ଅଙ୍କନ କର, ଯାହାର a = 5.6 ସେ.ମି., $m\angle B = 60^0$, c = 6.3 ସେ.ମି. । ତ୍ରିଭୁଜଟି ଅଙ୍କନ କରି $\angle C$ ର ସମଦ୍ୱିଖଣ୍ଡକ ଅଙ୍କନ କର ।

2. ΔABCରେ AB = AC = 5.7 ସେ.ମି., $m\angle A = 120^0$; ତ୍ରିଭୁଜଟି ଅଙ୍କନ କରି $\angle B$ ଓ $\angle C$ର ପରିମାଣ ମାପି ଲେଖ । ସେମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ ଥିବା ସମ୍ପର୍କ ଲେଖ ।

3. ΔPQR ଅଙ୍କନ କର ଯାହାର PQ = 7 ସେ.ମି., PR = 5.6 ସେ.ମି. ଓ $m\angle P = 45^0$ । ତ୍ରିଭୁଜଟି ଅଙ୍କନ କରି R ବିନ୍ଦୁରୁ $\overline{PQ}$ ପ୍ରତି ଏକ ଲମ୍ବ ଅଙ୍କନ କର ।

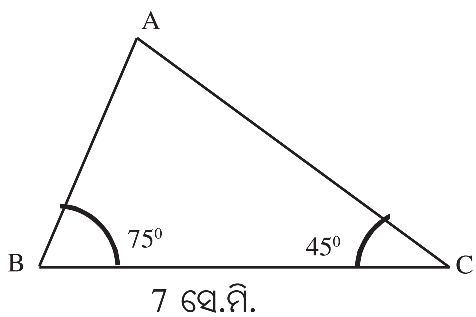
4. ΔABC ଅଙ୍କନ କର ଯେପରି $m\angle B = 75^0$, AB = 3 ସେ.ମି., BC = 4 ସେ.ମି. ।

ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ - 3 :

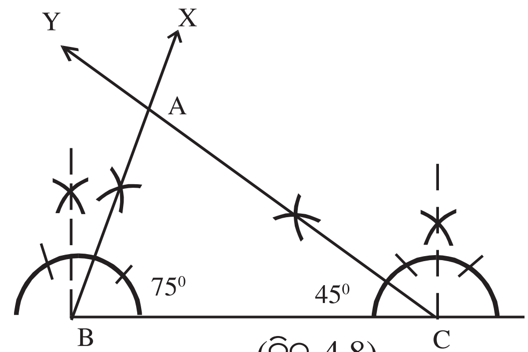
ଗୋଟିଏ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଓ ସେହି ବାହୁର ସଂଲଗ୍ନ କୋଣଦ୍ୱୟର ପରିମାଣ ଦତ୍ତ ଥିଲେ, ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ (କୋଣ-ବାହୁ-କୋଣ) :

ଉଦାହରଣ - 3 :

ΔABC ଅଙ୍କନ କର, ଯେପରି $BC = 7$ ସେ.ମି., $m\angle B = 75^0$, $m\angle C = 45^0$ ।



(ଚିତ୍ର 4.7)
(ବିଶ୍ଳେଷଣ ଚିତ୍ର)



(ଚିତ୍ର 4.8)
(ଅଙ୍କିତ ଚିତ୍ର)

ଅଙ୍କନ ପ୍ରଣାଳୀ :

(i) 7 ସେ.ମି. ଦୈର୍ଘ୍ୟବିଶିଷ୍ଟ $\overline{BC}$ ଅଙ୍କନ କର ।

(ii) $\overrightarrow{BX}$ ଅଙ୍କନ କର, ଯେପରି $m\angle CBX = 75^0$ ହେବ ।

(iii) $\overrightarrow{CY}$ ଅଙ୍କନ କର, ଯେପରି $m\angle BCY = 45^0$ ହେବ ।

(iv) $\overrightarrow{BX}$ ଓ $\overrightarrow{CY}$ ର ଛେଦବିନ୍ଦୁର ନାମ A ଦିଅ । ବର୍ତ୍ତମାନ ଉଦ୍ଦିଷ୍ଟ ΔABC ମିଳିଲା ।

ସୂଚନା : ΔABCର $\overline{BC}$ ବାହୁର ଦେର୍ଘ୍ୟ ଏବଂ $\angle B$ ଓ $\angle A$ ର ପରିମାଣ ଦତ୍ତ ଥିଲେ

$m\angle C = 180^0 - (m\angle A + m\angle B)$ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରାଯାଇପାରିବ । ଫଳରେ ତ୍ରିଭୁଜର ଗୋଟିଏ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଓ ତିନିକୋଣ ମଧ୍ୟରୁ ଯେକୌଣସି ଦୁଇଟି କୋଣର ପରିମାଣ ଦତ୍ତ ଥିଲେ ତ୍ରିଭୁଜଟି ଅଙ୍କନ କରାଯାଇପାରିବ ।

ଅନୁଶୀଳନୀ - 4 (c)

1. ΔABC ଅଙ୍କନ କର, ଯେପରି $a = 7.5$ ସେ.ମି., $m\angle B = 75^0$ ଓ $m\angle C = 30^0$

2. ΔABC ଅଙ୍କନ କର, ଯେପରି $m\angle A = 60^0$, $m\angle B = 75^0$ ଓ $c = 5.9$ ସେ.ମି. ।

3. ΔABC ର $BC = 6.5$ ସେ.ମି., $\overline{BC}$ ର ପ୍ରତ୍ୟେକ ସଂଲଗ୍ନ କୋଣର ପରିମାଣ $= 75^0$ । ତ୍ରିଭୁଜଟି ଅଙ୍କନ କରି $\overline{AB}$ ଓ $\overline{AC}$ ର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

4. ΔPQR ଅଙ୍କନ କର, ଯାହାର $PQ = 5.7$ ସେ.ମି., $m\angle P = 60^0$ ଓ $m\angle Q = 45^0$ ।

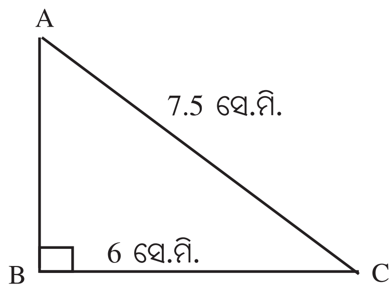
5. $b = 7$ ସେ.ମି., $m\angle A = 60^0$ ଓ $m\angle B = 75^0$ ନେଇ ΔABC ଅଙ୍କନ କର ।

ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ - 4 :

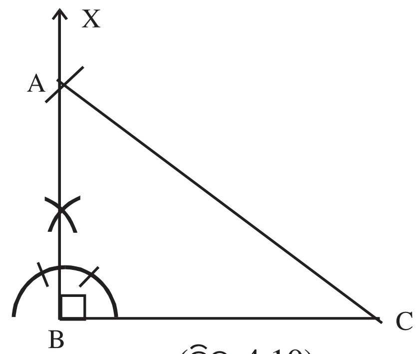
କର୍ଣ୍ଣ ଓ ଗୋଟିଏ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଦତ୍ତ ଥିଲେ, ସମକୋଣୀ ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ (ସମକୋଣ–କର୍ଣ୍ଣ–ବାହୁ) :

ଉଦାହରଣ - 4 :

ABC ସମକୋଣୀ ତ୍ରିଭୁଜର $\overline{AC}$ କର୍ଣ୍ଣର ଦୈର୍ଘ୍ୟ = 7.5 ସେ.ମି. ଓ BC = 6 ସେ.ମି. । ତ୍ରିଭୁଜଟି ଅଙ୍କନ କର ।



(ଚିତ୍ର 4.9)
(ବିଶ୍ଳେଷଣ ଚିତ୍ର)



(ଚିତ୍ର 4.10)
(ଅଙ୍କିତ ଚିତ୍ର)

ଅଙ୍କନ ପ୍ରଣାଳୀ :

(i) 6 ସେ.ମି. ଦୈର୍ଘ୍ୟବିଶିଷ୍ଟ $\overline{BC}$ ଅଙ୍କନ କର ।

(ii) $\overrightarrow{BX}$ ଅଙ୍କନ କର ଯେପରି $m\angle XBC = 90^0$ ହେବ ।

(iii) C କୁ କେନ୍ଦ୍ର ନେଇ 7.5 ସେ.ମି. ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ନେଇ ଏକ ଚାପ ଅଙ୍କନ କର ଓ ତାହା $\overrightarrow{BX}$ କୁ ଛେଦ କରୁ । ଛେଦବିନ୍ଦୁର ନାମ A ଦିଅ ।

(iv) $\overline{AC}$ ଅଙ୍କନ କର ।

ବର୍ତ୍ତମାନ ଉଦ୍ଦିଷ୍ଟ ΔABC ମିଳିଲା ।

ଅନୁଶୀଳନୀ - 4 (d)

1. ABC ସମକୋଣୀ ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ କର, ଯହିଁରେ କର୍ଣ୍ଣ $\overline{AC}$ ର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 5 ସେ.ମି. ଓ BC = 3 ସେ.ମି. । ତ୍ରିଭୁଜଟି ଅଙ୍କନ କରି $\overline{AB}$ ର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ମାପ ।

2. ଗୋଟିଏ ସମକୋଣୀ ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ କର, ଯାହାର କର୍ଣ୍ଣର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 8 ସେ.ମି. ଓ ଅନ୍ୟ ଏକ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 5.1 ସେ.ମି. ।

3. ABC Δ ଅଙ୍କନ କର ଯେପରି AB = BC = 5.6 ସେ.ମି. । B ବିନ୍ଦୁରୁ $\overline{AC}$ ପ୍ରତି ଅଙ୍କିତ ଲମ୍ବର ପାଦବିନ୍ଦୁ D । BD = 4 ସେ.ମି. ।

ସୂଚନା: ΔABD ରେ $\angle D$ ସମକୋଣ ଓ ଏହାର କର୍ଣ୍ଣ $\overline{AB}$ ର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଦତ୍ତ ଅଛି । ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ-4 ପ୍ରଣାଳୀରେ ପ୍ରଥମେ ΔABD ଅଙ୍କନ କର । ତା'ପରେ $\overrightarrow{AD}$ ଉପରେ C ବିନ୍ଦୁ ନିରୂପଣ କରି ΔABC ଅଙ୍କନ କର ।

4. ΔABC ରେ AC = 5 ସେ.ମି. । $\overline{AB}$ ପ୍ରତି $\overline{CD}$ ଲମ୍ବ । CD = 4 ସେ.ମି., BC = 6 ସେ.ମି. । ତ୍ରିଭୁଜଟି ଅଙ୍କନ କର ।

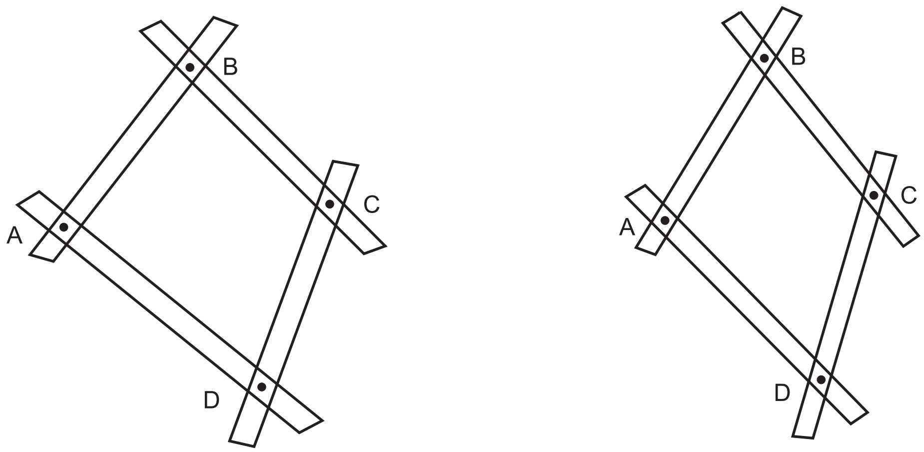
4.3 ଚତୁର୍ଭୁଜ ଅଙ୍କନ :

ଆମେ ତ୍ରିଭୁଜ ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ତିନୋଟି ସ୍ୱତନ୍ତ୍ର ମାପ ନେଇ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ଗୋଟିଏ ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ କରିପାରୁ; ଯେପରି ତ୍ରିଭୁଜର (i) ତିନିବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ, (ii) ଦୁଇବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଓ ଅନ୍ତର୍ଗତ କୋଣର ମାପ, (iii) ଗୋଟିଏ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଓ ଦୁଇଟି କୋଣର ମାପ, (iv) ସମକୋଣୀ ତ୍ରିଭୁଜର କର୍ଣ୍ଣ ଓ ଗୋଟିଏ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଇତ୍ୟାଦି ।

ବର୍ତ୍ତମାନ ପ୍ରଶ୍ନ ଉଠୁଛି – ଗୋଟିଏ ଚତୁର୍ଭୁଜ ପାଇଁ ଚାରିଗୋଟି ସ୍ୱତନ୍ତ୍ର ମାପ ଜାଣିଗଲେ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ଗୋଟିଏ ଚତୁର୍ଭୁଜ ଅଙ୍କନ କରିବା ସର୍ବଦା ସମ୍ଭବ କି ?

ତ୍ରିଭୁଜର ତିନିବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଭଳି ଚତୁର୍ଭୁଜର ଚାରିବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ମଧ୍ୟ ଚାରୋଟି ସ୍ୱତନ୍ତ୍ର ମାପ । ତ୍ରିଭୁଜର ତିନିବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଜାଣିଗଲେ ଆମେ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ଭାବରେ ଗୋଟିଏ ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ କରିପାରୁଥିଲେ । ତେବେ ଚତୁର୍ଭୁଜର ଚାରିବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଜାଣିଗଲେ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ଭାବରେ ଗୋଟିଏ ଚତୁର୍ଭୁଜ ଆଙ୍କିପାରିବା କି ?

ତୁମ ପାଇଁ କାମ



(କ) (ଖ)

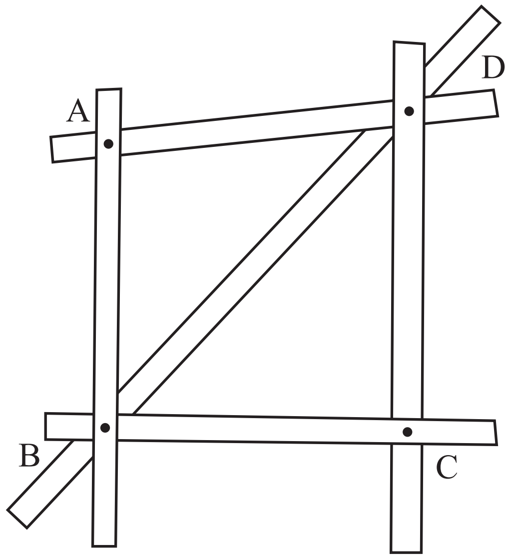
(ଚିତ୍ର 4.11)

(i) ଚାରିଗୋଟି ବାଉଁଶପାତିଆ (ଅଥବା ପଟିକାଗଜ) ନିଅ । ପ୍ରତି ପାତିଆର ଦୁଇ ମୁଣ୍ଡରେ ଦୁଇଟି ରନ୍ଧ୍ର କର । ପାତିଆଗୁଡ଼ିକୁ ପିନ୍ ବା ସ୍କ୍ରୁ ଦ୍ୱାରା ମୁଣ୍ଡକୁ ମୁଣ୍ଡ ଯୋଡ଼ି ପ୍ରଦର୍ଶିତ ଚିତ୍ର 4.11(କ) ଭଳି ଚତୁର୍ଭୁଜଟିଏ ତିଆରି କର । ଏହି ଚତୁର୍ଭୁଜର ବାହୁ ଚାରୋଟି, ଦତ୍ତ ଦୈର୍ଘ୍ୟ ବିଶିଷ୍ଟ ।

(ii) ବର୍ତ୍ତମାନ ଚତୁର୍ଭୁଜର ଦୁଇ ବିପରୀତ ଶୀର୍ଷକୁ (A ଓ Cକୁ) ଚାପି ଦିଅ । ଦେଖିବ ଚତୁର୍ଭୁଜର ଆକୃତି ବଦଳି ଯାଇଛି; ଯଦିଓ ଏହାର ଚାରିବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ପୂର୍ବ ପରି ଅପରିବର୍ତ୍ତିତ ରହିଛି । ଚିତ୍ର 4.11(ଖ) ଦେଖ । ଏହିପରି ଚାପ ଦେଇ ଏକାଧିକ ଆକୃତିବିଶିଷ୍ଟ ଭିନ୍ନ ଭିନ୍ନ ଚତୁର୍ଭୁଜ ଗଠନ ହୋଇପାରୁଥିବାର ଦେଖିବ ।

(iii) ଉକ୍ତ ପର୍ଯ୍ୟବେକ୍ଷଣରୁ କ'ଣ ଜାଣିଲ ?

(ଏଥିରୁ ଆମେ ଜାଣିଲୁ ଯେ, ଏକ ଚତୁର୍ଭୁଜର କେବଳ ଚାରିବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟକୁ ନେଇ ଏକ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ଚତୁର୍ଭୁଜ ସମ୍ଭବ ନୁହେଁ ।)



(ଚିତ୍ର 4.11 (ଗ))

(iv) ବର୍ତ୍ତମାନ ଅନ୍ୟ ଏକ ପାତିଆ ନେଇ ପୂର୍ବରୁ ଗଠିତ ହୋଇଥିବା ଚତୁର୍ଭୁଜର ଦୁଇ ବିପରୀତ ଶୀର୍ଷ B ଓ D ସହ ସଂଯୋଗ କର । $\overline{BD}$, ABCD ଚତୁର୍ଭୁଜର ଏକ କର୍ଣ୍ଣ ହେବ । [ଚିତ୍ର 4.11(ଗ)]

(v) ପୁନଶ୍ଚ ପାତିଆଗୁଡ଼ିକ ଦ୍ୱାରା ଗଠିତ ଚତୁର୍ଭୁଜକୁ ଚାରିପଟୁ ଚାପ ଦେଇ ଦେଖ । ଗଠିତ ଚତୁର୍ଭୁଜର ଆକୃତି ବଦଳାଇବା ସମ୍ଭବ ନୁହେଁ ।

(vi) ଏଥିରୁ କ'ଣ ଲକ୍ଷ୍ୟ କଲ ?

ବି.ଦ୍ର.: (ପରସ୍ପର ନିରପେକ୍ଷ ପାଞ୍ଚଟି ଅଂଶର ମାପ ଦତ୍ତ ଥିଲେ, ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ଚତୁର୍ଭୁଜଟି ଅଙ୍କନ ସମ୍ଭବ ।)

ଚତୁର୍ଭୁଜ ଅଙ୍କନ ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ବିଶ୍ଳେଷଣ :

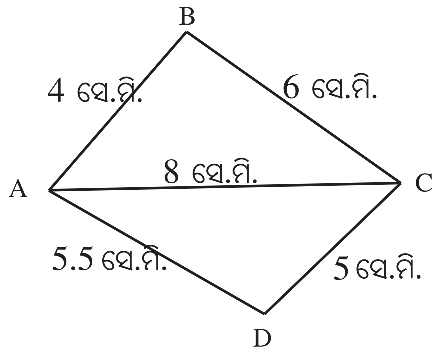
ଦତ୍ତ ମାପ ବ୍ୟବହାର କରି ଚତୁର୍ଭୁଜଟିଏ ଅଙ୍କନ କରିବା ପୂର୍ବରୁ ପ୍ରଥମେ ଏକ ଚତୁର୍ଭୁଜର ରଫ୍ ଚିତ୍ର (ବିଶ୍ଳେଷଣ ଚିତ୍ର) ଅଙ୍କନ କରି ଦତ୍ତ ମାପଗୁଡ଼ିକୁ ସେହି ଚିତ୍ରରେ ଦର୍ଶାଅ । ଏହି ରଫ୍ ଚିତ୍ରକୁ ଦେଖି ସ୍ଥିର କର ପ୍ରଥମେ ଚତୁର୍ଭୁଜର କେଉଁ ଅଂଶଟିକୁ ଅଙ୍କନ କରିବ ବା କେଉଁ ବାହୁଟିରୁ ଅଙ୍କନ ଆରମ୍ଭ କରିବ; ତା'ହେଲେ ଅଙ୍କନ ସହଜ ହେବ ।

ଚତୁର୍ଭୁଜ ଅଙ୍କନ - 1 : ଚାରିବାହୁ ଓ ଏକ କର୍ଣ୍ଣର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଦତ୍ତ ଥିଲେ, ଚତୁର୍ଭୁଜ ଅଙ୍କନ :

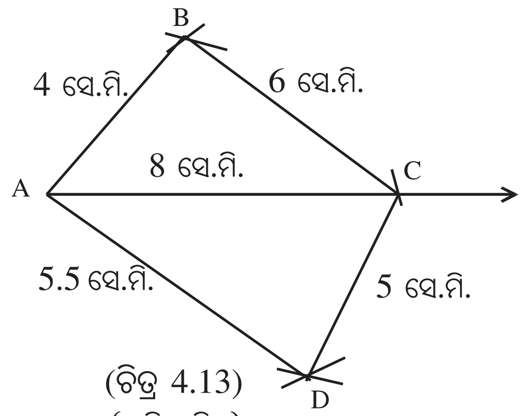
ଉଦାହରଣ - 5 :

ABCD ଚତୁର୍ଭୁଜ ଅଙ୍କନ କର, ଯହିଁରେ AB = 4 ସେ.ମି., BC = 6 ସେ.ମି., CD = 5 ସେ.ମି., AD = 5.5 ସେ.ମି. ଓ କର୍ଣ୍ଣ AC = 8 ସେ.ମି. ।

ବିଶ୍ଳେଷଣ : ABCD ଚତୁର୍ଭୁଜର ରଫ୍ ଚିତ୍ରଟିଏ ଅଙ୍କନ କର । ତହିଁରେ $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$, $\overline{AD}$ ଓ $\overline{AC}$ ର ମାପଗୁଡ଼ିକ ସୂଚାଅ । ΔABC ଓ Δ ACD ପ୍ରତ୍ୟେକର ତିନିବାହୁ ଦତ୍ତ ଥିବାରୁ ଆମେ କର୍ଣ୍ଣ $\overline{AC}$ ର ଉଭୟ ପାର୍ଶ୍ୱରେ ABC ଓ ACD ତ୍ରିଭୁଜଦ୍ୱୟକୁ ଅଙ୍କନ କରିପାରିବା ଓ ଏହାଦ୍ୱାରା ABCD ଚତୁର୍ଭୁଜଟି ମିଳିଯିବ ।



(ଚିତ୍ର 4.12)
(ବିଶ୍ଳେଷଣ ଚିତ୍ର)



(ଚିତ୍ର 4.13)
(ଅଙ୍କିତ ଚିତ୍ର)

ଅଙ୍କନ ପ୍ରଣାଳୀ :

(i) 8 ସେ.ମି. ଦୈର୍ଘ୍ୟବିଶିଷ୍ଟ $\overline{AC}$ ଅଙ୍କନ କର ।

(ii) A କୁ କେନ୍ଦ୍ର କରି 4 ସେ.ମି. ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧବିଶିଷ୍ଟ ଏକ ଚାପ ଅଙ୍କନ କର ।

(iii) C କୁ କେନ୍ଦ୍ର କରି 6 ସେ.ମି. ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ନେଇ ଏକ ଚାପ ଅଙ୍କନ କର, ଯେପରି ତାହା A କୁ କେନ୍ଦ୍ର କରି ଅଙ୍କିତ ଚାପକୁ ଛେଦ କରିବ । ଛେଦବିନ୍ଦୁର ନାମ B ଦିଅ । $\overline{AB}$ ଓ $\overline{BC}$ ଅଙ୍କନ କର ।

(iv) ଏବେ A କୁ କେନ୍ଦ୍ର କରି 5.5 ସେ.ମି. ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧବିଶିଷ୍ଟ ଅନ୍ୟ ଏକ ଚାପ, $\overline{AC}$ ର ଯେଉଁ ପାର୍ଶ୍ୱରେ B ଅଛି, ତାହାର ବିପରୀତ ପାର୍ଶ୍ୱରେ ଅଙ୍କନ କର ।

(v) C କୁ କେନ୍ଦ୍ର କରି 5 ସେ.ମି. ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧବିଶିଷ୍ଟ ଅନ୍ୟ ଏକ ଚାପ ଅଙ୍କନ କର । ତାହା A କୁ କେନ୍ଦ୍ର କରି ଅଙ୍କିତ 5.5 ସେ.ମି. ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧବିଶିଷ୍ଟ ଚାପକୁ ଛେଦ କରୁ । ଛେଦବିନ୍ଦୁର ନାମ D ଦିଅ ।

(vi) $\overline{CD}$ ଓ $\overline{AD}$ ଅଙ୍କନ କର ।

ବର୍ତ୍ତମାନ ଉଦ୍ଦିଷ୍ଟ ଚତୁର୍ଭୁଜ ABCD ମିଳିଲା ।

ସୂଚନା : ରଫ୍ ଚିତ୍ରରୁ ଆମେ ଜାଣିଲୁ ଯେ AB + BC > AC (କାରଣ 4 ସେ.ମି. + 6 ସେ.ମି. > 8 ସେ.ମି.) ଓ AD + DC > AC (କାରଣ 5.5 ସେ.ମି. + 5 ସେ.ମି. >8 ସେ.ମି.) । ତେଣୁ ଚତୁର୍ଭୁଜଟି ଅଙ୍କନ କରିବା ସମ୍ଭବପର ହେଲା ।

ଅନୁଶୀଳନୀ - 4 (e)

1. ABCD ଚତୁର୍ଭୁଜ ଅଙ୍କନ କର, ଯେପରି AB = 4 ସେ.ମି., BC = 3 ସେ.ମି., AD = 2.5 ସେ.ମି., CD = 3 ସେ.ମି. ଓ BD = 4 ସେ.ମି. ।

2. ABCD ଚତୁର୍ଭୁଜ ଅଙ୍କନ କର ଯେପରି AB = BC = 5.5 ସେ.ମି., CD = 4 ସେ.ମି., AD = 6.3 ସେ.ମି. ଏବଂ AC = 9.4 ସେ.ମି. । ଚତୁର୍ଭୁଜଟି ଅଙ୍କନ କରି $\overline{BD}$ ର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

3. ଗୋଟିଏ ରମ୍ବସ୍ ଅଙ୍କନ କର, ଯାହାର ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 4.5 ସେ.ମି. ଏବଂ ଗୋଟିଏ କର୍ଣ୍ଣର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 6 ସେ.ମି. । ରମ୍ବସ୍‌ଟି ଅଙ୍କନ କରି ତାହାର ଅନ୍ୟ କର୍ଣ୍ଣର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ମାପି ସ୍ଥିର କର ।

4. ABCD ସାମାନ୍ତରିକ ଚିତ୍ର ଅଙ୍କନ କର ଯାହାର AB = 3 ସେ.ମି., BC = 4.2 ସେ.ମି. ଓ କର୍ଣ୍ଣ $\overline{AC}$ ର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 6 ସେ.ମି. ।

ନିଜେ କର

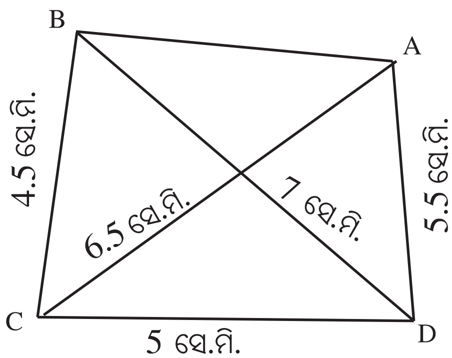
ABCD ଚତୁର୍ଭୁଜର AB = 3 ସେ.ମି., BC = 4 ସେ.ମି., CD = 5.5 ସେ.ମି., DA = 6 ସେ.ମି. ଏବଂ BD = 9 ସେ.ମି. ହେଲେ ଚତୁର୍ଭୁଜଟି ଅଙ୍କନ ସମ୍ଭବ କି ? ଯଦି ଉତ୍ତର 'ନାହିଁ' ହୁଏ, ତେବେ କାରଣ ଦର୍ଶାଅ ।

ଚତୁର୍ଭୁଜ ଅଙ୍କନ - 2 :

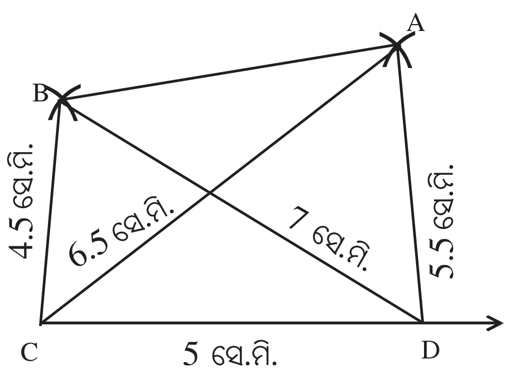
ତିନୋଟି ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଓ ଦୁଇଟି କର୍ଣ୍ଣର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଦତ୍ତ ଥିଲେ, ଚତୁର୍ଭୁଜ ଅଙ୍କନ :

ଉଦାହରଣ – 6 :

ABCD ଚତୁର୍ଭୁଜ ଅଙ୍କନ କର ଯେପରି BC = 4.5 ସେ.ମି., CD = 5 ସେ.ମି., DA = 5.5 ସେ.ମି., AC = 6.5 ସେ.ମି. ଏବଂ BD = 7 ସେ.ମି. ।



(ବିଶ୍ଳେଷଣ ଚିତ୍ର)
(ଚିତ୍ର 4.14)



(ଅଙ୍କିତ ଚିତ୍ର)
(ଚିତ୍ର 4.15)

ବିଶ୍ଳେଷଣ ଚିତ୍ରରୁ ଏହା ସ୍ପଷ୍ଟ ଯେ ΔACD ଓ ΔBCD ଦ୍ୱୟର ତିନିବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଦତ୍ତ ଅଛି । ତେଣୁ ଉଭୟ ତ୍ରିଭୁଜର ଅଙ୍କନ ମାଧ୍ୟମରେ ଚତୁର୍ଭୁଜ ଅଙ୍କନ ସମ୍ପୂର୍ଣ୍ଣ ହେବ ।

ଅଙ୍କନ ପ୍ରଣାଳୀ :

(i) 5 ସେ.ମି. ଦୈର୍ଘ୍ୟବିଶିଷ୍ଟ $\overline{CD}$ ଅଙ୍କନ କର ।

(ii) C କୁ କେନ୍ଦ୍ର କରି 4.5 ସେ.ମି. ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ନେଇ $\overline{CD}$ ର କୌଣସି ଗୋଟିଏ ପାର୍ଶ୍ୱରେ ଏକ ଚାପ ଅଙ୍କନ କର ।

(iii) D କୁ କେନ୍ଦ୍ର କରି 7 ସେ.ମି. ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ନେଇ ଏକ ଚାପ ଅଙ୍କନ କର, ଯେପରି ତାହା C କୁ କେନ୍ଦ୍ର କରି ଅଙ୍କିତ ଚାପକୁ ଛେଦ କରିବ । ଛେଦବିନ୍ଦୁର ନାମ B ଦିଅ ।

(iv) ପୁନଶ୍ଚ C କୁ କେନ୍ଦ୍ର କରି 6.5 ସେ.ମି. ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ନେଇ ଏକ ଚାପ $\overline{CD}$ ର ଯେଉଁ ପାର୍ଶ୍ୱରେ B ଅଛି, ସେହି ପାର୍ଶ୍ୱରେ ଅଙ୍କନ କର ।

(v) D କୁ କେନ୍ଦ୍ର କରି 5.5. ସେ.ମି. ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ନେଇ ଏକ ଚାପ ଅଙ୍କନ କର ଓ ତାହା C ବିନ୍ଦୁରେ (iv)ରେ ଅଙ୍କିତ ଚାପକୁ ଛେଦ କରୁ । ଛେଦବିନ୍ଦୁର ନାମ A ଦିଅ ।

(vi) $\overline{DA}$, $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{AC}$ ଓ $\overline{BD}$ ଅଙ୍କନ କର । ବର୍ତ୍ତମାନ ଆବଶ୍ୟକ ମାପଗୁଡ଼ିକ ଥାଇ ଉଦ୍ଦିଷ୍ଟ ଚତୁର୍ଭୁଜ ABCD ମିଳିଲା ।

ଅନୁଶୀଳନୀ - 4 (f)

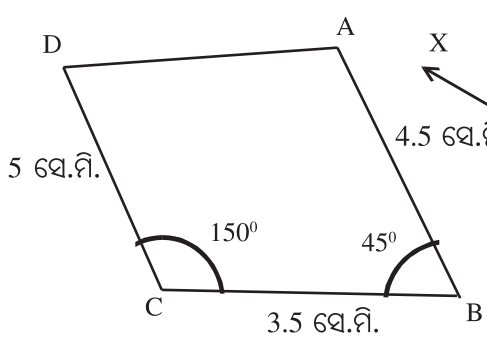
1. ABCD ଚତୁର୍ଭୁଜ ଅଙ୍କନ କର, ଯାହାର AB = 7.0 ସେ.ମି., BC = 5.5 ସେ.ମି., AD = 7.4 ସେ.ମି., AC = 8.0 ସେ.ମି. ଓ BD = 8.5 ସେ.ମି. ।
2. PQRS ଚତୁର୍ଭୁଜ ଅଙ୍କନ କର, ଯହିଁରେ QR = 7.5 ସେ.ମି., RP = PS = 6.0 ସେ.ମି., RS = 5 ସେ.ମି. ଓ QS = 10 ସେ.ମି. ।
3. BC = 7.5 ସେ.ମି., AC = AD = 8.3 ସେ.ମି., CD = 6.5 ସେ.ମି. ଓ BD = 11.0 ସେ.ମି. ମାପ ନେଇ ABCD ଚତୁର୍ଭୁଜଟି ଅଙ୍କନ କର ।
4. ABCD ଚତୁର୍ଭୁଜ ଅଙ୍କନ କର, ଯାହାର BC = 2.6 ସେ.ମି., CA = 4.0 ସେ.ମି., AD = 3.5 ସେ.ମି., CD = 2 ସେ.ମି. ଓ BD = 3.0 ସେ.ମି. ।
5. ABCD ଚତୁର୍ଭୁଜରେ AB = 4.5 ସେ.ମି., CD = 6.0 ସେ.ମି., AD = 6.3 ସେ.ମି., BD = 5.0 ସେ.ମି. ଓ AC = 5.5 ସେ.ମି. । ଚତୁର୍ଭୁଜଟି ଅଙ୍କନ କର ।

ଚତୁର୍ଭୁଜ ଅଙ୍କନ -3

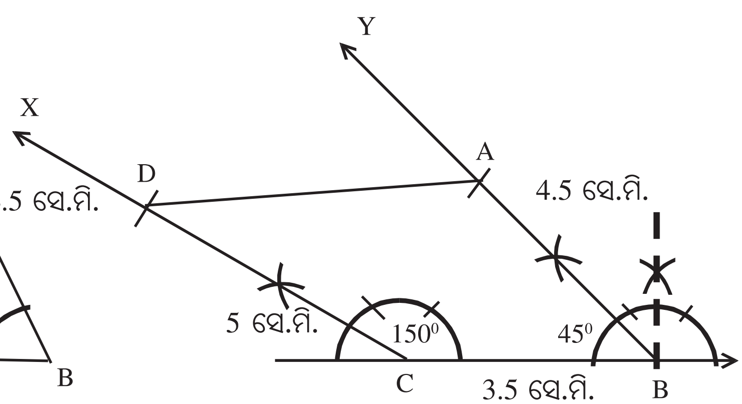
ତିନିବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଓ ସେହି ବାହୁମାନଙ୍କର ଅନ୍ତର୍ଗତ କୋଣଦ୍ୱୟର ପରିମାଣ ଦତ୍ତ ଥିଲେ ଚତୁର୍ଭୁଜ ଅଙ୍କନ :

ଉଦାହରଣ - 7 :

ABCD ଚତୁର୍ଭୁଜ ଅଙ୍କନ କର, ଯାହାର AB = 4.5 ସେ.ମି., BC = 3.5 ସେ.ମି., CD = 5 ସେ.ମି., $m\angle B = 45^0$ ଓ $m\angle C = 150^0$



(ବିଶ୍ଳେଷଣ ଚିତ୍ର)
(ଚିତ୍ର 4.16)



(ଅଙ୍କିତ ଚିତ୍ର)
(ଚିତ୍ର 4.17)

ଅଙ୍କନ ପ୍ରଣାଳୀ :

(i) 3.5 ସେ.ମି. ଦୈର୍ଘ୍ୟର $\overline{BC}$ ଅଙ୍କନ କର ।

(ii) C ବିନ୍ଦୁରେ $\overrightarrow{CX}$ ଅଙ୍କନ କର ଯେପରିକି $m\angle BCX = 150^0$ ହେବ ।

(iii) Cକୁ କେନ୍ଦ୍ର କରି 5 ସେ.ମି. ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ନେଇ ଏକ ଚାପ ଅଙ୍କନ କର ଓ ତାହା $\overrightarrow{CX}$ କୁ D ବିନ୍ଦୁରେ ଛେଦ କରୁ ।

(iv) B ବିନ୍ଦୁରେ $\overrightarrow{BY}$ ଅଙ୍କନ କର, ଯେପରିକି $m\angle CBY = 45^0$ ହେବ ।

(v) B କୁ କେନ୍ଦ୍ର କରି 4.5 ସେ.ମି. ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ନେଇ ଏକଚାପ ଅଙ୍କନ କର ଓ ତାହା $\overrightarrow{BY}$ କୁ A ବିନ୍ଦୁରେ ଛେଦ କରୁ ।

(vi) $\overline{AD}$ ଅଙ୍କନ କର । ABCD ଉଦ୍ଦିଷ୍ଟ ଚତୁର୍ଭୁଜ ।

ଅନୁଶୀଳନୀ - 4 (g)

1. ABCD ଚତୁର୍ଭୁଜ ଅଙ୍କନ କର, ଯାହାର AB = 3.5 ସେ.ମି., BC = 5.5 ସେ.ମି., CD = 5 ସେ.ମି. ଏବଂ $m\angle B = 120^0$, $m\angle C= 90^0$ ।

2. PQRS ଚତୁର୍ଭୁଜ ଅଙ୍କନ କର, ଯେପରିକି PQ = QR = 3 ସେ.ମି., PS = 5 ସେ.ମି., $m\angle P = 90^0$, $m\angle Q = 105^0$ ।

3. PQRS ଚତୁର୍ଭୁଜ ଅଙ୍କନ କର, ଯହିଁରେ $m\angle Q = 45^0$, $m\angle R = 90^0$, PQ = 5.5 ସେ.ମି., QR = 5 ସେ.ମି. ଏବଂ RS = 4 ସେ.ମି. ।

4. ABCD ଟ୍ରାପିଜିଅମ୍ ଅଙ୍କନ କର, ଯେପରି $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$, AB = 3.8 ସେ.ମି., BC = 6 ସେ.ମି., CD = 4 ସେ.ମି. ଏବଂ $m\angle B = 60^0$ ।

ନିଜେ କର

(i) Δ XBC ଅଙ୍କନ କର ଯାହାର XB= 7.6 ସେ.ମି., XC = 8 ସେ.ମି. ଏବଂ BC = 6 ସେ.ମି. ।

(ii) $\overline{XB}$ ଓ $\overline{XC}$ର ମଧ୍ୟବିନ୍ଦୁ ଯଥାକ୍ରମେ A ଓ D ସ୍ଥିର କର ।

(iii) $\overline{AD}$ ଅଙ୍କନ କର ।

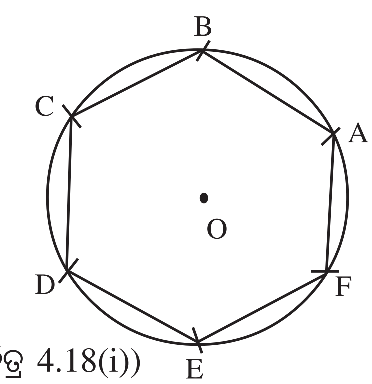
(iv) $\angle XAD$ ଓ $\angle B$ ର ପରିମାଣ ମଧ୍ୟରେ ଏକ ସଂପର୍କ କ'ଣ ଅଛି, ଲକ୍ଷ୍ୟ କର ।

(v) ଅଙ୍କିତ ABCD ଚତୁର୍ଭୁଜଟି କେଉଁ ପ୍ରକାରର ଚତୁର୍ଭୁଜ ହେବ ?

4.4 ବୃତ୍ତ ମଧ୍ୟରେ ସୁଷମ ଷଡ଼ଭୁଜ, ସମବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜ ଓ ବର୍ଗଚିତ୍ରର ଅନ୍ତର୍ଲିଖନ :

(1) ବୃତ୍ତ ମଧ୍ୟରେ ସୁଷମ ଷଡ଼ଭୁଜର ଅନ୍ତର୍ଲିଖନ :

ଯେଉଁ ବହୁଭୁଜର ବାହୁଗୁଡ଼ିକ ସମଦୈର୍ଘ୍ୟ ବିଶିଷ୍ଟ ଓ କୋଣଗୁଡ଼ିକ ସମପରିମାଣ ବିଶିଷ୍ଟ, ତାହାକୁ ସୁଷମ ବହୁଭୁଜ କୁହାଯାଏ । ଛଅଟି ବାହୁ ବିଶିଷ୍ଟ ସୁଷମ ବହୁଭୁଜକୁ ସୁଷମ ଷଡ଼ଭୁଜ (ଚିତ୍ର 4.18(i)) କହନ୍ତି ।



(ଚିତ୍ର 4.18(i))

ମନେରଖ : ଗୋଟିଏ ବହୁଭୁଜର ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁଗୁଡ଼ିକ ଏକ ବୃତ୍ତରେ ଅବସ୍ଥିତ ହେଲେ ତାହାକୁ **ବୃତ୍ତାନ୍ତର୍ଲିଖିତ ବହୁଭୁଜ** କୁହାଯାଏ ।

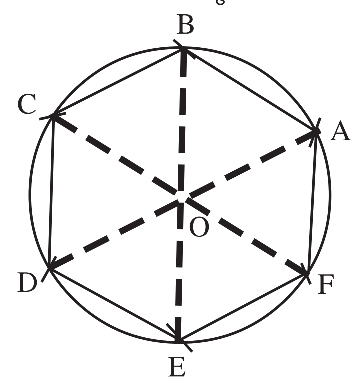
ଗୋଟିଏ ବୃତ୍ତରେ ଏକ ସୁଷମ ଷଡ଼ଭୁଜର ଅନ୍ତର୍ଲିଖନ କରିବାକୁ ହେଲେ ଆମକୁ ବୃତ୍ତ ଉପରେ ଛଅଟି ବିନ୍ଦୁ – ମନେକର A, B,,C, D, E, F - ଏଭଳି ଭାବରେ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବାକୁ ହେବ, ଯେପରି ABCDEF ଏକ ସୁଷମ ବହୁଭୁଜ ହେବ ।

ଅଙ୍କନ ପ୍ରଣାଳୀ : ଚିତ୍ର 4.18(i) ଦେଖ । ମନେକର ବୃତ୍ତର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ r ଅଟେ ।

(i) ବୃତ୍ତ ଉପରେ ଯେକୌଣସି ଗୋଟିଏ ବିନ୍ଦୁ ନେଇ ତାହାର ନାମ A ଦିଅ ।

(ii) A କୁ କେନ୍ଦ୍ର କରି r ଏକକ ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ନେଇ ଗୋଟିଏ ଚାପ ଅଙ୍କନ କର । ଏହି ଚାପ ବୃତ୍ତକୁ ଛେଦ କରୁଥିବା ଗୋଟିଏ ବିନ୍ଦୁର ନାମ B ଦିଅ । ପୁଣି B କୁ କେନ୍ଦ୍ର କରି ପୂର୍ବ ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧବିଶିଷ୍ଟ ଚାପ ଅଙ୍କନ କର । ତାହା ବୃତ୍ତକୁ ଯେଉଁ ବିନ୍ଦୁରେ ଛେଦ କରେ (A ଭିନ୍ନ ଅନ୍ୟ ଏକ ବିନ୍ଦୁ) ତାହାର ନାମ C ଦିଅ । ଏହି କ୍ରମରେ ବୃତ୍ତ ଉପରେ D, E, F ବିନ୍ଦୁ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

(iii) $\overline{AB}, \overline{BC}, \overline{CD}, \overline{DE}, \overline{EF}, \overline{FA}$ ରେଖାଖଣ୍ଡମାନ ଅଙ୍କନ କର । ABCDEF ଉଦ୍ଦିଷ୍ଟ ବୃତ୍ତାନ୍ତର୍ଲିଖିତ ସୁଷମ ଷଡ଼ଭୁଜ ।



(ଚିତ୍ର 4.18(ii))

କେତୋଟି ଜାଣିବା କଥା :

(a) F କୁ କେନ୍ଦ୍ର କରି r ଏକକ ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ନେଇ ଚାପ ଅଙ୍କନ କଲେ ତାହା ବୃତ୍ତକୁ ଦୁଇଟି ବିନ୍ଦୁରେ ଛେଦ କରିପାରିବ । ସେଥିରୁ ଗୋଟିଏ ବିନ୍ଦୁ E ଓ ଅନ୍ୟଟି A ଅଟେ । ତେଣୁ ଷଡ଼ଭୁଜର ବାହୁ ଛଅଟି, ସମଦୈର୍ଘ୍ୟ ବିଶିଷ୍ଟ ।

(b) ଚିତ୍ର 4.18 (i) ରେ

OA = OB = OC = OD = OE = OF = r (ବୃତ୍ତର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ) ସେହିପରି

AB = BC = CD = DE = EF = FA = r (ଅଙ୍କନ ବେଳେ ଚାପଗୁଡ଼ିକର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ r ନିଆଯାଇଛି ।)

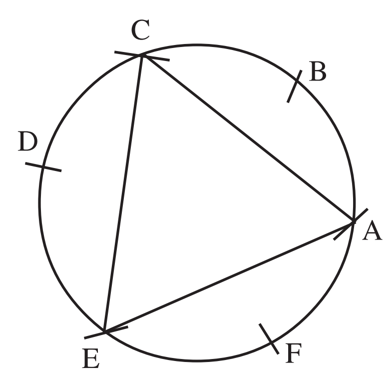
ତେଣୁ ଷଡ଼ଭୁଜର ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁ ଓ ବୃତ୍ତର କେନ୍ଦ୍ର O ର ସଂଯୋଗକାରୀ ରେଖାଖଣ୍ଡମାନ ଅଙ୍କନ କଲେ ଆମେ ବୃତ୍ତର ଅନ୍ତର୍ଦେଶରେ ଛଅଟି ସମବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜ ପାଇବା ।

ସମବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜର ପ୍ରତ୍ୟେକ କୋଣର ପରିମାଣ 60^0 ହୋଇଥିବାରୁ ଅଙ୍କିତ ବହୁଭୁଜର ପ୍ରତ୍ୟେକ କୋଣର ପରିମାଣ 120^0 ଅଟେ ।

2. ବୃତ୍ତ ମଧ୍ୟରେ ସମବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜର ଅନ୍ତର୍ଲିଖନ :

ଅଙ୍କନ ପ୍ରଣାଳୀ :

(i) ସୁଷମ ଷଡ଼ଭୁଜ ଅଙ୍କନ ପ୍ରଣାଳୀର ପ୍ରଥମ ଓ ଦ୍ୱିତୀୟ ସୋପାନ ଅନୁସରଣ କରି ବୃତ୍ତ ଉପରେ A, B, C, D, E, F ବିନ୍ଦୁ କ୍ରମିକ ଭାବରେ ଅଙ୍କନ କର ।



(ଚିତ୍ର 4.19)

(ii) ବିନ୍ଦୁଗୁଡ଼ିକୁ ଗୋଟିଏ ଛଡ଼ା ଗୋଟିକୁ (ଯେପରି A, C, E) ନେଇ ରେଖାଖଣ୍ଡ ଅଙ୍କନ କର,

ଯେପରି $\overline{AC}$, $\overline{CE}$, $\overline{EA}$ ।

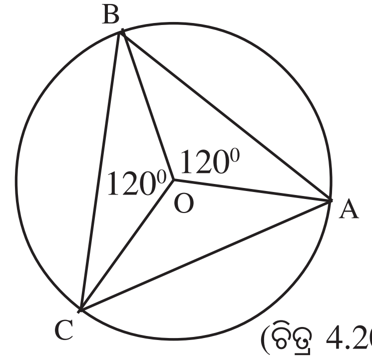
ଏ କ୍ଷେତ୍ରରେ ΔACE ଆବଶ୍ୟକ ବୃତ୍ତାନ୍ତର୍ଲିଖିତ ସମବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜ । (ପ୍ରମାଣ ପରେ ଜାଣିବ)

ଦ୍ରଷ୍ଟବ୍ୟ : ଚିତ୍ର 4.19ରେ ଆମେ ଆହୁରି ଗୋଟିଏ ସମବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜ ଅନ୍ତର୍ଲିଖନ କରିପାରିବା । ତାହା ହେଉଛି ΔBDF ।

ନିଜେ କର

(i) ଏକ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ବିଶିଷ୍ଟ ବୃତ୍ତ ଅଙ୍କନ କର, ଯାହାର କେନ୍ଦ୍ର O ହେବ ।

(ii) କେନ୍ଦ୍ର O କୁ ଶୀର୍ଷ ବିନ୍ଦୁ ନେଇ ∠AOB ଅଙ୍କନ କର ଯାହାର ପରିମାଣ 120^0 ହେବ ।



(ଚିତ୍ର 4.20)

(iii) ପୁନଶ୍ଚ O କୁ ଶୀର୍ଷ ବିନ୍ଦୁ ନେଇ ∠BOC ଅଙ୍କନ କର ଯାହାର ପରିମାଣ 120^0 ହେବ ।

(iv) ବୃତ୍ତ ଉପରିସ୍ଥ A, B ଓ C କୁ ଚିହ୍ନଟ କର ଏବଂ $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ ଓ $\overline{CA}$ ଅଙ୍କନ କରି ତ୍ରିଭୁଜ ABC ସଂପୂର୍ଣ୍ଣ କର ।

(v) ବର୍ତ୍ତମାନ ତ୍ରିଭୁଜ ABC (ସମବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜ) ବୃତ୍ତରେ ଅନ୍ତର୍ଲିଖିତ ହେଲା ।

3. ବୃତ୍ତ ମଧ୍ୟରେ ବର୍ଗଚିତ୍ର ଅନ୍ତର୍ଲିଖନ :

ପରସ୍ପର ପ୍ରତି ଲମ୍ବ ଦୁଇଟି ବ୍ୟାସ ଅଙ୍କନ କରି ବୃତ୍ତ ମଧ୍ୟରେ ବର୍ଗଚିତ୍ର ଅଙ୍କନ କରାଯାଏ । ପ୍ରଥମେ ବୃତ୍ତ ଅଙ୍କନ କରିସାରି ନିମ୍ନ ପ୍ରଣାଳୀ ଅନୁସରଣ କର :

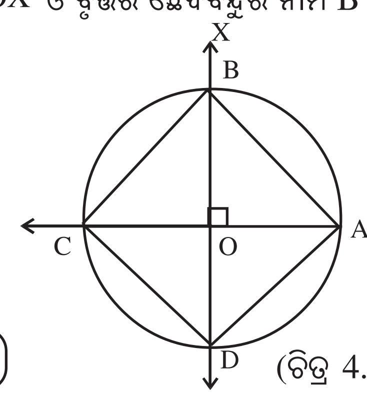
(i) ମନେକର ବୃତ୍ତର କେନ୍ଦ୍ର O ଅଟେ । ବୃତ୍ତ ଉପରେ ଯେକୌଣସି ଏକ ବିନ୍ଦୁ A ନେଇ $\overrightarrow{AO}$ ଅଙ୍କନ କର । ତାହା ବୃତ୍ତକୁ ଛେଦ କରୁଥିବା ବିନ୍ଦୁର ନାମ C ଦିଅ । ବୃତ୍ତର $\overline{AC}$ ଗୋଟିଏ ବ୍ୟାସ ।

(ii) $\overrightarrow{OX}$ ଅଙ୍କନ କର, ଯେପରି ∠AOX ଏକ ସମକୋଣ ହେବ । $\overrightarrow{OX}$ ଓ ବୃତ୍ତର ଛେଦବିନ୍ଦୁର ନାମ B ଦିଅ ।

(iii) $\overrightarrow{BO}$ ଅଙ୍କନ କର । ତାହା ବୃତ୍ତକୁ ଛେଦ କରୁଥିବା ବିନ୍ଦୁର ନାମ D ଦିଅ । $\overline{BD}$ ବୃତ୍ତର ଆଉ ଗୋଟିଏ ବ୍ୟାସ, ଯେପରି $\overline{AC} \perp \overline{BD}$ ।

(iv) $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$ ଓ $\overline{DA}$ ଅଙ୍କନ କର ।

ABCD ଆବଶ୍ୟକ ବୃତ୍ତାନ୍ତର୍ଲିଖିତ ବର୍ଗଚିତ୍ର ।



(ଚିତ୍ର 4.21)

ଅନୁଶୀଳନୀ - 4 (h)

1. 4 ସେ.ମି. ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ବିଶିଷ୍ଟ ଏକ ବୃତ୍ତ ମଧ୍ୟରେ ଗୋଟିଏ ସମବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜ ଅନ୍ତର୍ଲିଖନ କର ।

2. 4 ସେ.ମି. ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ବିଶିଷ୍ଟ ବୃତ୍ତରେ ଏକ ବର୍ଗଚିତ୍ର ଅନ୍ତର୍ଲିଖନ କର ।

3. 10 ସେ.ମି. ବ୍ୟାସ ବିଶିଷ୍ଟ ବୃତ୍ତରେ ଏକ ସୁଷମ ଷଡ଼ଭୁଜ ଅନ୍ତର୍ଲିଖନ କର ।

*****