ଚଳନ (VARIATION)

ଅଧ୍ୟାୟ 9

9.1 ଚଳନ (Variation) :

ତୁମେ ତୁମ ପରିବେଶରେ ନାନା ପ୍ରକାର ପରିବର୍ତ୍ତନ ଲକ୍ଷ୍ୟ କରିଥିବ । ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ – ଗୋଟିଏ ଦିନରେ ବିଭିନ୍ନ ସମୟରେ ଗୋଟିଏ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ଗଛର ଛାଇର ଦୈର୍ଘ୍ୟ, ଗୋଟିଏ ସହରର ବିଭିନ୍ନ ସମୟରେ ଜନସଂଖ୍ୟାରେ ପରିବର୍ତ୍ତନ, ଗୋଟିଏ ଛାତ୍ରର ବୟସ ସହ ତାହାର ଉଚ୍ଚତାରେ ପରିବର୍ତ୍ତନ ଇତ୍ୟାଦି । ସେହିପରି ଆବଶ୍ୟକତା ଦୃଷ୍ଟିରୁ ଗୋଟିଏ ପରିବାରର ଖର୍ଚ୍ଚର ପରିମାଣରେ ପରିବର୍ତ୍ତନ ଆଦି ମଧ୍ୟ ତୁମମାନଙ୍କ ଦୃଷ୍ଟିକୁ ଆସିଥିବ । ଆସ ସେଭଳି କେତେକ ପରିସ୍ଥିତି ସମ୍ବନ୍ଧରେ ଆଲୋଚନା କରିବା ।

9.1.1 ସଳଖ ଚଳନ (Direct Variation) :

ପରିସ୍ଥିତି - 1 :

5 ଲିଟର କ୍ଷୀରର ଦାମ୍ 100 ଟଙ୍କା ହେଲେ, ଦୁଇ ଦିନରେ ଗୋଟିଏ ପରିବାରରେ ଖର୍ଚ୍ଚ ହେବାକୁ ଥିବା 4 ଲିଟର ଓ 6 ଲିଟର କ୍ଷୀରର ଦାମ୍ କେତେ ହେବ ? ଐକିକ ଧାରା ପ୍ରୟୋଗକରି ତୁମେ କହି ପାରିବ – 4 ଲିଟର ଏବଂ 6 ଲିଟର କ୍ଷୀରର ଦାମ୍ ଯଥାକ୍ରମେ 80 ଟଙ୍କା ଓ 120 ଟଙ୍କା ହେବ । ଅର୍ଥାତ୍ କମ୍ ଲିଟର କ୍ଷୀର କିଣିବା ପାଇଁ କମ୍ ମୂଲ୍ୟ ଓ ଅଧିକ ଲିଟର କ୍ଷୀର କିଣିବା ପାଇଁ ଅଧିକ ମୂଲ୍ୟ ଦେବାକୁ ପଡ଼ିବ ।

ନିମ୍ନ ସାରଣୀକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟ କର । ସାରଣୀରେ ଭିନ୍ନ ଭିନ୍ନ ପରିମାଣ ପାଇଁ କ୍ଷୀରର ଦାମ୍ ଦିଆଯାଇଛି ।

କ୍ଷୀରର ପରିମାଣ (ଲିଟରରେ)	2	3	4	5	6	7	8	9	10
କ୍ଷୀରର ଦାମ୍ (ଟଙ୍କାରେ)	40	60	80	100	120	140	160	180	200

ଏଠାରେ ଆବଶ୍ୟକତା ଦୃଷ୍ଟିରୁ କ୍ଷୀରର ପରିମାଣ ବୃଦ୍ଧି ପାଇଲେ କ୍ଷୀର ପାଇଁ ଦେବାକୁ ପଡୁଥିବା ମୂଲ୍ୟରେ ଆନୁପାତିକ ଭାବେ ବୃଦ୍ଧି ଘଟୁଛି । ସେହିପରି ଆବଶ୍ୟକତା ଅନୁଯାୟୀ କ୍ଷୀରର ପରିମାଣ କମିଗଲେ ବା ହ୍ରାସ ଘଟିଲେ କ୍ଷୀର ପାଇଁ ଦେବାକୁ ପଡୁଥିବା ମୂଲ୍ୟରେ ଆନୁପାତିକ ଭାବେ ହ୍ରାସ ଘଟୁଛି ।

ଏଥିରୁ ସ୍ପଷ୍ଟ ଯେ, ଆବଶ୍ୟକ କ୍ଷୀରର ପରିମାଣ ଉପରେ କ୍ଷୀର ପାଇଁ ଦେବାକୁ ପଡୁଥିବା ଟଙ୍କାର ପରିମାଣ ନିର୍ଭର କରୁଥିବାରୁ ଉଭୟକୁ ଗୋଟିଏ ଗୋଟିଏ **'ଚଳରାଶି'** କୁହାଯାଏ ଏବଂ ଗୋଟିକର ପରିବର୍ତ୍ତନ ଉପରେ ନିର୍ଭର କରି ଅନ୍ୟଟିର ପରିବର୍ତ୍ତନ ହେଉଛି । ରାଶିଦ୍ୱୟର ଏଭଳି ପରିବର୍ତ୍ତନକୁ **'ଚଳନ'** କୁହାଯାଏ ।

ପରିସ୍ଥିତି - 2 :

ସେହିପରି ଅନ୍ୟ ଏକ ପରିସ୍ଥିତି କଥା ଆଲୋଚନା କରିବା । ତୁମେ ବଜାରକୁ ନଡ଼ିଆ କିଣିବାକୁ ଗଲ । ଦୋକାନୀ 4ଟି ନଡ଼ିଆର ମୂଲ୍ୟ 32 ଟଙ୍କା କହିଲା । ସେହି ଦାମ୍‌ରେ ଯଦି ତୁମେ ଏକା ପ୍ରକାର ନଡ଼ିଆ 2ଟି କିଣିବ ତେବେ ତୁମକୁ 16 ଟଙ୍କା ଦେବାକୁ ପଡ଼ିବ କିମ୍ବା 5ଟି ନଡ଼ିଆ କିଣିଲେ ମୂଲ୍ୟ ବାବଦରେ ଦୋକାନୀକୁ 40 ଟଙ୍କା ଦେବାକୁ ପଡ଼ିବ । ଅର୍ଥାତ୍ କମ୍ ସଂଖ୍ୟକ ନଡ଼ିଆ ପାଇଁ କମ୍ ମୂଲ୍ୟ ଓ ଅଧିକ ସଂଖ୍ୟକ ନଡ଼ିଆ ପାଇଁ ଅଧିକ ମୂଲ୍ୟ ଦେବାକୁ ପଡ଼ିଥାଏ ।

ପରିସ୍ଥିତି – 1 ଓ ପରିସ୍ଥିତି –2 କୁ ଅନୁଧ୍ୟାନ କଲେ ଜାଣିବା –

ଦୁଇଟି ରାଶି ମଧ୍ୟରୁ ଗୋଟିକର ବୃଦ୍ଧି ଘଟିଲେ ଅନ୍ୟଟିର ବୃଦ୍ଧି ହୁଏ ବା ଗୋଟିକର ହ୍ରାସ ଘଟିଲେ ଅନ୍ୟଟିର ହ୍ରାସ ହୁଏ । ରାଶିମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ ଏ ପ୍ରକାର ସମ୍ବନ୍ଧକୁ **ସଳଖ ଚଳନ** କୁହାଯାଏ ।

ନିମ୍ନ ସାରଣୀକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟ କର । (ପରିସ୍ଥିତି –2କୁ ଲକ୍ଷ୍ୟ କର)

ନଡ଼ିଆର ପରିମାଣ (x)	2	5	6	8	9	10
ନଡ଼ିଆର ମୂଲ୍ୟ (y)	16	40	48	64	72	80
$\frac{x}{y}$ ର ମାନ	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$

ଏଠାରେ x ର ମାନ ବୃଦ୍ଧି ପାଇଲେ, y ର ମାନ ବୃଦ୍ଧି ପାଏ । କିମ୍ବା x ର ମାନ ହ୍ରାସ ପାଇଲେ y ର ମାନ ହ୍ରାସ ପାଏ । କିନ୍ତୁ ପ୍ରତ୍ୟେକ ସ୍ଥଳରେ $\frac{x}{y}$ ର ମାନ ସମାନ ରହେ । ନଡ଼ିଆର ପରିମାଣ x_1 ରୁ x_2 କୁ ପରିବର୍ତ୍ତିତ ହେଲେ ଏହାର ମୂଲ୍ୟ ଯଥାକ୍ରମେ y_1 ରୁ y_2 କୁ ପରିବର୍ତ୍ତିତ ହୁଏ । ଯେଉଁଠାରେ $\frac{x_1}{y_1}=\frac{x_2}{y_2}=K$ (ଧ୍ରୁବ ରାଶି)

ସାରଣୀରୁ ସୁସ୍ପଷ୍ଟ ଯେ $K = \frac{1}{8}$

x ଓ y ର ଏ ପ୍ରକାର ଚଳନକୁ **ସଳଖ ଚଳନ (Direct Variation)** କୁହାଯାଏ ।

ଏହାକୁ ଆମେ ଲେଖିବା $x \propto y$ ଏବଂ ପଢ଼ିବା 'x varies directly as y' ।

ମନେରଖ : $x \propto y \Rightarrow x = Ky \Rightarrow \frac{x}{y} = K$ ଏବଂ $\frac{x}{y} = \frac{x_1}{y_1}=\frac{x_2}{y_2}=K$

ନିଜେ କର

1. ନିମ୍ନସ୍ଥ ସାରଣୀକୁ ଦେଖି x ଓ y ଚଳରାଶିଦ୍ୱୟ ସଳଖ ଚଳନରେ ଅଛନ୍ତି କି ନାହିଁ ପରୀକ୍ଷା କରି ଦେଖ ।

(a)

x	20	17	14	11	8	5	2
y	40	34	28	22	16	10	4

(b)

x	6	10	14	18	22	26	30
y	4	8	12	16	20	24	28

(c)

x	5	8	12	15	18	20
y	15	24	36	60	72	100

ସୂଚନା : ପ୍ରତ୍ୟେକ କ୍ଷେତ୍ରରେ $\frac{x}{y}$ ର ମାନ ସ୍ଥିର କର ।

2. x ଓ y ଚଳରାଶି ଦ୍ୱୟ ସଳଖ ଚଳନରେ ଥିଲେ ନିମ୍ନ ସାରଣୀରୁ p ଓ q ର ମାନ ସ୍ଥିର କର ।

x	5	P	10
y	8	32	q

ସୂଚନା : $\frac{x_1}{y_1}=\frac{x_2}{y_2}=\frac{x_3}{y_3}=k$ ସୂତ୍ର ସାହାଯ୍ୟରେ p ଓ q ର ମାନ ସ୍ଥିର କର ।

ଉଦାହରଣ– 1 : ଚାଉଳ କିଲୋଗ୍ରାମ୍ ପ୍ରତି 3 ଟଙ୍କା । ପରିବାରର ଲୋକସଂଖ୍ୟା ଅନୁଯାୟୀ ପରିବାରର ମୁଖ୍ୟ ଏକ ସପ୍ତାହ ପାଇଁ ଚାଉଳ କିଣିଲେ । ଚାଉଳ ପରିମାଣ 7 କି.ଗ୍ରା., 14 କି.ଗ୍ରା., 21 କି.ଗ୍ରା. ଓ 28 କି.ଗ୍ରା. କିଣିବା ପାଇଁ କେତେ କେତେ ମୂଲ୍ୟ ଦେବାକୁ ପଡ଼ିବ ?

ସମାଧାନ : ଏଠାରେ ଏକ କିଲୋଗ୍ରାମ୍ ଚାଉଳର ମୂଲ୍ୟ 3 ଟଙ୍କା । $\therefore x_1 = 1$ ଓ $y_1 = 3$

ପୁନଶ୍ଚ x_2 ଓ y_2 ର ମୂଲ୍ୟ ସ୍ଥିର କରିବାକୁ ହେବ ।

ସୂତ୍ର ଅନୁଯାୟୀ $\frac{x_1}{y_1}=\frac{x_2}{y_2}$

ଅର୍ଥାତ୍ $x_1y_2 = x_2y_1 \Rightarrow y_2 = \frac{x_2y_1}{x_1} = \frac{7 \times 3}{1} = 21$

$\therefore$ 7 କି.ଗ୍ରା. ଚାଉଳର ମୂଲ୍ୟ 21 ଟଙ୍କା ।

ସୂଚନା : ଚଳନର ସୂତ୍ର ପ୍ରୟୋଗ କରି କିଲୋଗ୍ରାମ୍ ପ୍ରତି 3 ଟଙ୍କା ଦରରେ ତୁମେ 14 କି.ଗ୍ରା.,14 କି.ଗ୍ରା., 21 କି.ଗ୍ରା. ଓ 28 କି.ଗ୍ରା. ଚାଉଳର ମୂଲ୍ୟ ସ୍ଥିର କରିପାରିବ । ନିମ୍ନ ସାରଣୀର ସାହାଯ୍ୟ ନିଅ ।

ଚାଉଳର ପରିମାଣ (x) (କି.ଗ୍ରା.ରେ)	1	7	14	21	28
ଚାଉଳର ମୂଲ୍ୟ (y) (ଟଙ୍କାରେ)	3	21	42	63	84
$\frac{x}{y}$ ର ମାନ	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$

ଏଠାରେ ଲକ୍ଷ୍ୟ କର : ପ୍ରତ୍ୟେକ କ୍ଷେତ୍ରରେ $\frac{x}{y} = \frac{1}{3}$

ଉଦାହରଣ - 2: 3 ମିଟର ସାର୍ଟ କନାର ଦାମ୍ 63 ଟଙ୍କା ହେଲେ, ସେହି କନାରୁ 4 ମିଟର, 6 ମିଟର କନା ଆଣିଲେ କନା ପାଇଁ କେତେ ଟଙ୍କା ଦେବାକୁ ହେବ ?

ସମାଧାନ : (i) 3 ମିଟର କନାର ଦାମ୍ 63 ଟଙ୍କା । (x = କନାର ଦୈର୍ଘ୍ୟ, y = କନାର ମୂଲ୍ୟ)

$x_1 = 3$ ଓ $y_1 = 63$ ଏବଂ $x_2 = 4$ ହେଲେ y_2 ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବା ।

ଚଳନ ସୂତ୍ର ଅନୁଯାୟୀ : $\frac{x_1}{y_1} = \frac{x_2}{y_2}$ ବା $y_2 = \frac{x_2 y_1}{x_1} = \frac{4 \times 63}{3} = 84$

$\therefore$ 4 ମିଟର ସାର୍ଟ କନାର ଦାମ୍ 84 ଟଙ୍କା ।

(ii) ସେହିପରି $x_1 = 3, y_1 = 63, x_2 = 6$ ହେଲେ y_2 ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବା ।

ଚଳନ ସୂତ୍ର ଅନୁଯାୟୀ : $\frac{x_1}{y_1} = \frac{x_2}{y_2} \Rightarrow y_2 = \frac{x_2 y_1}{x_1} = \frac{6 \times 63}{3} = 126$

$\therefore$ 6 ମିଟର ସାର୍ଟ କନାର ଦାମ୍ 126 ଟଙ୍କା ହେବ ।

(iii) $x_1 = 3, y_1 = 63, x_2 = 8$ ହେଲେ y_2 ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବା ।

ଚଳନସୂତ୍ର ଅନୁଯାୟୀ : $\frac{x_1}{y_1} = \frac{x_2}{y_2} \Rightarrow x_1 y_2 = x_2 y_1 \Rightarrow y_2 = \frac{x_2 y_1}{x_1} = \frac{8 \times 63}{3} = 168$

$\therefore$ 8 ମିଟର ସାର୍ଟ କନାର ଦାମ୍ 168 ଟଙ୍କା ହେବ ।

ଅନୁଶୀଳନୀ - 9(a)

1. ଶୂନ୍ୟସ୍ଥାନ ପୂରଣ କର ଯେପରି $\frac{x}{y} = k$ (ସ୍ଥିରାଙ୍କ) ଏବଂ $k = \frac{1}{2}$

କମଳାର ସଂଖ୍ୟା (x)	5			9			7	
କମଳାର ମୂଲ୍ୟ ଟଙ୍କାରେ (y)	10	16	8		36	20		26

2. ଚଳନ ସୂତ୍ର ପ୍ରୟୋଗରେ ନିମ୍ନ ପ୍ରଶ୍ନଗୁଡ଼ିକର ଉତ୍ତର ଦିଅ ।

(a) 3 ଟି କଞ୍ଚା କଦଳୀର ଦାମ୍ 15 ଟଙ୍କା ହେଲେ,

(i) 12 ଟି କଞ୍ଚା କଦଳୀର ମୂଲ୍ୟ କେତେ ? (ii) 25 ଟଙ୍କାରେ କେତୋଟି କଦଳୀ ମିଳିବ ?

(b) ଜଣେ ଶ୍ରମିକର ଦୈନିକ ମଜୁରି 140 ଟଙ୍କା ହେଲେ,

(i) ତାହାର 5 ଦିନର ମଜୁରି କେତେ ?

(ii) 840 ଟଙ୍କା ମଜୁରି ପାଇଁ ସେ କେତେ ଦିନ କାମ କରିବ ?

3. ସମାନ ଆକାରର 3 ଟି ମହମବତୀର ଦାମ୍ 24 ଟଙ୍କା ହେଲେ, 120 ଟଙ୍କାରେ ସେହି ଆକାରର କେତୋଟି ମହମବତୀ ମିଳିବ ?

4. 6 ଟି ଖାତାର ମୂଲ୍ୟ 90 ଟଙ୍କା । ସେହି ଆକାରର 15 ଟି ଖାତାର ମୂଲ୍ୟ କେତେ ? 75 ଟଙ୍କାରେ କେତୋଟି ଖାତା ମିଳିବ ?

5. ବଜାରରେ 2 କି.ଗ୍ରା. ଆଳୁର ଦାମ୍ 9 ଟଙ୍କା । ତେବେ 5 କି.ଗ୍ରା. ଆଳୁର ମୂଲ୍ୟ କେତେ ? 27 ଟଙ୍କାରେ କେତେ ପରିମାଣ ଆଳୁ ମିଳିବ ?

6. ଗୋଟିଏ ସ୍କୁଟର 3 ଘଣ୍ଟାରେ 120 କି.ମି. ବାଟ ଯାଇପାରେ । ସେହି ବେଗରେ ୪ ଘଣ୍ଟାରେ କେତେ ବାଟ ଯିବ ଏବଂ ସେହି ବେଗରେ 200 କି.ମି. ବାଟ ଯିବାକୁ କେତେ ସମୟ ଲାଗିବ ?

7. କୁକୁଡ଼ା ଅଣ୍ଡା ଡଜନ 15 ଟଙ୍କା ହେଲେ, 6 ଟି ଅଣ୍ଡାର ଦାମ୍ କେତେ ? 10 ଟଙ୍କାରେ କେତୋଟି ଅଣ୍ଡା ମିଳିବ ?

8. 15 କି.ମି. ବସ୍‌ରେ ଯିବା ପାଇଁ 2 ଟଙ୍କା 25 ପଇସା ଭଡ଼ା ଲାଗେ । ସେହି ବସ୍‌ରେ ୪0 କି.ମି. ବାଟ ଯିବାକୁ କେତେ ଭଡ଼ା ପଡ଼ିବ ?

9. ଗୋଟିଏ ସ୍କୁଟର 45 କି.ମି. ବାଟ ଯିବାରେ 1 ଲିଟର ପେଟ୍ରୋଲ୍ ଆବଶ୍ୟକ କରେ । ସେହି ସ୍କୁଟରରେ 225 କି.ମି. ବାଟ ଯିବାକୁ କେତେ ପେଟ୍ରୋଲ୍ ଆବଶ୍ୟକ ?

10. ଗୋଟିଏ ପରିବାରର ଏକ ସପ୍ତାହର ଖାଇବା ଖର୍ଚ୍ଚ 1050 ଟଙ୍କା । ଉକ୍ତ ପରିବାରର ସଦସ୍ୟ ସଂଖ୍ୟା ଅପରିବର୍ତ୍ତିତ ହେଲେ, 2009 ମସିହା ଫେବୃୟାରୀ ମାସର ଖାଇବା ଖର୍ଚ୍ଚ କେତେ ହେବ ?

11. 5 ଲିଟର ଖାଇବା ତେଲର ମୂଲ୍ୟ 300 ଟଙ୍କା ହେଲେ, ମାସକୁ 12 ଲିଟର ତେଲ ଖର୍ଚ୍ଚ କରୁଥିବା ଛାତ୍ରାବାସର ମାସିକ ତେଲ ବାବଦରେ କେତେ ଖର୍ଚ୍ଚ ଦେବାକୁ ପଡ଼ିବ ?

12. 50 ଟି ଖବର କାଗଜ ବିକିଲେ ଜଣେ ବିକ୍ରେତା 18 ଟଙ୍କା କମିଶନ୍ ପାଆନ୍ତି । ସେ କେତୋଟି କାଗଜ ବିକିଲେ 54 ଟଙ୍କା କମିଶନ୍ ପାଇବେ ? 300 ଟି ଖବର କାଗଜ ବିକିଲେ ତାଙ୍କୁ କେତେ କମିଶନ ମିଳିବ ?

9.2 ପ୍ରତିଲୋମୀ ଚଳନ (Inverse Variation)

ଯଦି ଦୁଇଟି ରାଶି ମଧ୍ୟରେ ସଳଖ ଚଳନର ସମ୍ବନ୍ଧ ରହିଥାଏ, ତେବେ ଗୋଟିକର ବୃଦ୍ଧି ହେଲେ ଅନ୍ୟଟିର ବୃଦ୍ଧି ହୁଏ ବା ଗୋଟିକର ହ୍ରାସ ହେଲେ ଅନ୍ୟଟିର ହ୍ରାସ ହୁଏ । କିନ୍ତୁ ଏପରି କେତେ ରାଶି ଅଛନ୍ତି; ଯେଉଁଠି ଗୋଟିକର ବୃଦ୍ଧି ଅନ୍ୟଟିର ହ୍ରାସର କାରଣ ହୋଇଥାଏ ବା ଗୋଟିକର ହ୍ରାସ, ଅନ୍ୟଟିର ବୃଦ୍ଧିର କାରଣ ହୋଇଥାଏ । ଏଥିପାଇଁ କେତେକ ପରିସ୍ଥିତି ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ଆଲୋଚନା କରିବା ।

ପରିସ୍ଥିତି - 3 :

ଘଣ୍ଟା ପ୍ରତି 60 କି.ମି. ବେଗରେ ଯାଉଥିବା ଗୋଟିଏ ମଟରଗାଡ଼ି 1200 କି.ମି. ପଥ ଅତିକ୍ରମ କରିବା ପାଇଁ 20 ଘଣ୍ଟା ସମୟ ନିଏ । ତେବେ 40 କି.ମି. ପ୍ରତି ଘଣ୍ଟା ବେଗରେ ଯାଉଥିବା ଉକ୍ତ ଗାଡ଼ିଟି ସେହି ପଥ ଅତିକ୍ରମ କରିବା ପାଇଁ କେତେ ସମୟ ନେବ ?

ଏଠାରେ ତୁମର ଉତ୍ତର ନିଶ୍ଚିତ ଭାବରେ 30 ଘଣ୍ଟା ହେବ । ଏଥିରୁ ସ୍ପଷ୍ଟ ହେବ ଯେ, ଗାଡ଼ିଟିର ଘଣ୍ଟା ପ୍ରତି ବେଗ କମିବାରୁ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ପଥ ଅତିକ୍ରମ କରିବା ପାଇଁ ବେଶି ସମୟ ଲାଗିବ ।

ନିମ୍ନ ସାରଣୀକୁ ଅନୁଧ୍ୟାନ କର । ମଟରଗାଡ଼ିର ଘଣ୍ଟା ପ୍ରତି ବେଗର ପରିବର୍ତ୍ତନରେ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ପଥ ଅତିକ୍ରମ କରିବା ପାଇଁ ଲାଗୁଥିବା ସମୟକୁ ଉକ୍ତ ସାରଣୀରେ ସୂଚାଯାଇଛି ।

ମଟରଗାଡ଼ିର ବେଗ (କି.ମି. / ଘଣ୍ଟା)	60	50	40	30	20	10
1200 କି.ମି. ପଥ ଅତିକ୍ରମ କରିବା ପାଇଁ ଆବଶ୍ୟକ ସମୟ (ଘଣ୍ଟାରେ)	20	24	30	40	60	120

ଉକ୍ତ ସାରଣୀରୁ ସୁସ୍ପଷ୍ଟ ଯେ, ଗାଡ଼ିର ବେଗ ବୃଦ୍ଧି ଘଟିଲେ ପଥ ଅତିକ୍ରମ କରିବାର ଆବଶ୍ୟକ ସମୟର ହ୍ରାସ ଘଟୁଛି ଏବଂ ବେଗର ହ୍ରାସ ଘଟିଲେ ଅତିକ୍ରାନ୍ତ ସମୟର ବୃଦ୍ଧି ଘଟୁଛି ।

ଦତ୍ତ ଚଳରାଶି ଦ୍ୱୟ ମଧ୍ୟରେ ସମ୍ବନ୍ଧକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟ କର । ପ୍ରତ୍ୟେକ କ୍ଷେତ୍ରରେ ଚଳରାଶି ଦ୍ୱୟକୁ ସୂଚାଉ ଥିବା ସଂଖ୍ୟାଦ୍ୱୟର ଗୁଣଫଳ ସମାନ ହେଉଛି । ଅର୍ଥାତ୍ $60 \times 20 = 50 \times 24 = 40 \times 30 = ... = 1200$

ପରିସ୍ଥିତି - 4 :

ଅନ୍ୟ ଏକ ପରିସ୍ଥିତି ସମ୍ବନ୍ଧରେ ଆଲୋଚନା କରିବା ।

ଗୋଟିଏ କାମକୁ 8 ଜଣ ଲୋକ 3 ଦିନରେ ଶେଷ କରନ୍ତି । ସେହି କାମକୁ 6 ଜଣ ଲୋକ, 4 ଜଣ ଲୋକ ଓ 2 ଜଣ ଲୋକ କେତେ କେତେ ଦିନରେ ଶେଷ କରିପାରିବେ ? ତୁମର ଉତ୍ତର ହେବ 6 ଜଣ, 4 ଜଣ, 2 ଜଣ ଲୋକ ଉକ୍ତ କାମକୁ ଯଥାକ୍ରମେ 4 ଦିନ, 6 ଦିନ ଓ 12 ଦିନରେ ଶେଷ କରିପାରିବେ ।

ଏଠାରେ ଚଳରାଶି ଦ୍ୱୟ (ଲୋକସଂଖ୍ୟା ଓ ଆବଶ୍ୟକ ଦିନ ସଂଖ୍ୟା) ମଧ୍ୟରୁ ଗୋଟିକର ବୃଦ୍ଧି / ହ୍ରାସ, ଅନ୍ୟଟିର ହ୍ରାସ/ବୃଦ୍ଧି ଘଟାଇବାର କାରଣ ହେଉଛି ।

ବର୍ତ୍ତମାନ ତଥ୍ୟଗୁଡ଼ିକୁ ସାରଣୀରେ ଉପସ୍ଥାପନ କଲେ ପାଇବା –

ଲୋକସଂଖ୍ୟା (x)	8	6	3	2
ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ କାର୍ଯ୍ୟସମାପନ ପାଇଁ ଆବଶ୍ୟକ ସମୟ (ଦିନରେ) (y)	3	4	8	12
$x \times y$	24	24	24	24

ରାଶିଦ୍ୱୟ x ଓ y ହେଲେ ପ୍ରତ୍ୟେକ କ୍ଷେତ୍ରରେ $xy = 24$, ଅର୍ଥାତ୍ $xy = K$ (ଧ୍ରୁବସଂଖ୍ୟା)

ଉପରୋକ୍ତ ଦୁଇଟି କ୍ଷେତ୍ରରେ ଗୋଟିଏ ରାଶିର ବୃଦ୍ଧି ଘଟିଲେ ଅନ୍ୟ ରାଶିର ହ୍ରାସ ଘଟେ ବା ପ୍ରଥମ ରାଶିର ହ୍ରାସ ହେଲେ ଦ୍ୱିତୀୟ ରାଶିର ବୃଦ୍ଧି ଘଟେ । ଚଳରାଶିମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ ଥିବା ଏହି ସମ୍ବନ୍ଧକୁ **ପ୍ରତିଲୋମୀ ଚଳନ (Inverse Variation)** କୁହାଯାଏ । ଏପରି ଅନେକ ଉଦାହରଣ ନିଆଯାଇପାରେ ।

ଯଦି x ଓ y ଚଳରାଶି ହୁଅନ୍ତି ଏ ସମ୍ବନ୍ଧରେ ଆମେ ଲେଖୁ $x \propto \frac{1}{y}$ ଏବଂ ଆମେ ପଢୁ "x varies inversely as y'

ମନେରଖ : ଯଦି $x \propto \frac{1}{y}$ ହୁଏ, ତେବେ $x = \frac{K}{y}$ ବା $xy = K$ ହେବ ।

x ର ମାନ x_1 ରୁ x_2 କୁ ଏବଂ y ର ମାନ y_1 ରୁ y_2 କୁ ପରିବର୍ତ୍ତିତ ହେଲେ, ଉପରୋକ୍ତ ସମ୍ବନ୍ଧ ଅନୁଯାୟୀ

$xy = x_1y_1 = x_2y_2 = K$ ଅଥବା $x_1y_1 = x_2y_2$ ହେବ ।

ନିଜେ କର

1. ନିମ୍ନସ୍ଥ ସାରଣୀକୁ ଦେଖି x ଓ y ଚଳରାଶିଦ୍ୱୟ ପ୍ରତିଲୋମୀ ଚଳନରେ ଅଛନ୍ତି କି ନାହିଁ ପରୀକ୍ଷା କରି ଦେଖ ।

(a)

x	50	40	30	20
y	5	6	7	8

(b)

x	100	200	300	400
y	60	30	20	15

(c)

x	90	60	45	30	20	5
y	10	15	20	25	30	35

ସୂଚନା : ପ୍ରତ୍ୟେକ କ୍ଷେତ୍ରରେ xy ର ମାନ ସ୍ଥିର କର ।

2. x ଓ y ଚଳରାଶି ଦ୍ୱୟ ପ୍ରତିଲୋମୀ ଚଳନର ଅନ୍ତର୍ଭୁକ୍ତ । ନିମ୍ନ ସାରଣୀରୁ p ଓ q ର ମାନ ସ୍ଥିର କର ।

x	6	5	q
y	80	P	24

ସୂଚନା : $x_1y_1 = x_2y_2 = x_3y_3 = k$ ସୂତ୍ର ସାହାଯ୍ୟରେ p ଓ q ର ମାନ ସ୍ଥିର କର ।

ଉଦାହରଣ –3 : ଗୋଟିଏ ଛାତ୍ରାବାସରେ 20 ଜଣଙ୍କ ପାଇଁ 15 ଦିନର ଖାଦ୍ୟ ଥିଲା । ସେହି ଖାଦ୍ୟରେ 30 ଜଣ ଛାତ୍ର କେତେ ଦିନ ଚଳିବେ ?

ସମାଧାନ : ଏଠାରେ $x_1 = 20$ ଜଣ $\quad y_1 = 15$ ଦିନ

$x_2 = 30$ ଜଣ $\quad y_2$ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବାକୁ ହେବ

ଏଠାରେ ଚଳରାଶିଦ୍ୱୟ ପ୍ରତିଲୋମୀ ଚଳନର ଅନ୍ତର୍ଭୁକ୍ତ । ଅର୍ଥାତ୍

ଏଠାରେ $x \propto \frac{1}{y}$ । ତେଣୁ ସୂତ୍ର ଅନୁସାରେ $x_1y_1 = x_2y_2 \Rightarrow 20 \times 15 = 30\, y_2 \Rightarrow y_2 = \frac{20 \times 15}{30} = 10$

ଅର୍ଥାତ୍ ଉକ୍ତ ଖାଦ୍ୟରେ 30 ଜଣ ଛାତ୍ରଙ୍କର 10 ଦିନ ଚଳିଯିବ । (ଉତ୍ତର)

ଉଦାହରଣ –4 : ଗୋଟିଏ ନାଳ ଖୋଳିବାକୁ 12 ଜଣ ମୂଲିଆ 10 ଦିନ ସମୟ ନିଅନ୍ତି । ସେହି ନାଳଟିକୁ 4 ଦିନରେ ଖୋଳିବା ପାଇଁ କେତେ ମୂଲିଆ ଆବଶ୍ୟକ ?

ସମାଧାନ : ଏଠାରେ $x_1 = 12$ ଜଣ, $y_1 = 10$ ଦିନ (ସମୟ)

$y_2 = 4$ ଦିନ ହେଲେ x_2 ର ମାନ ସ୍ଥିର କରିବାକୁ ହେବ ।

ଏଠାରେ ଚଳ ରାଶିଦ୍ୱୟ ପ୍ରତିଲୋମୀ ଚଳନର ଅନ୍ତର୍ଭୁକ୍ତ । ଅର୍ଥାତ୍ $x \propto \frac{1}{y}$

ସୂତ୍ର ଅନୁଯାୟୀ, $x_1y_1 = x_2y_2 \Rightarrow x_2 = \frac{x_1y_1}{y_2} = \frac{12 \times 10}{4} = 30$

$\therefore$ ନାଳଟିକୁ 4 ଦିନରେ ଖୋଳିବା ପାଇଁ 30 ଜଣ ମୂଲିଆ ଆବଶ୍ୟକ ।

ଅନୁଶୀଳନୀ - 9(b)

1. ନିମ୍ନ ଚଳ ରାଶିମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ କେଉଁଟି ସଳଖ ଚଳନ ଓ କେଉଁଟି ପ୍ରତିଲୋମୀ ଚଳନ ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ?

(i) କମଳା ସଂଖ୍ୟା x ଓ ତାହାର ମୂଲ୍ୟ y ଟଙ୍କା ।

(ii) ପାରିଶ୍ରମିକ x ଟଙ୍କା ଓ ଶ୍ରମ ସମୟ y ଦିନ ।

(iii) ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ଦୂରତା ଅତିକ୍ରମ କରିବା ସମୟ x ଘଣ୍ଟା ଓ ବେଗ y କି.ମି. ପ୍ରତି ଘଣ୍ଟା ।

(iv) ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ କାମ ସମ୍ପନ୍ନ କରୁଥିବା ଶ୍ରମିକ ସଂଖ୍ୟା x ଓ ଶ୍ରମ ସମୟ y ଘଣ୍ଟା ।

(v) ସମାନ କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ବିଶିଷ୍ଟ ଆୟତାକାର କ୍ଷେତ୍ରର ଦୈର୍ଘ୍ୟ x ମିଟର ଓ ପ୍ରସ୍ଥ y ମିଟର ।

(vi) ଗୋଟିଏ ଘର ରଙ୍ଗ କରିବା ପାଇଁ ଶ୍ରମିକ ସଂଖ୍ୟା x ଓ କାର୍ଯ୍ୟ ଶେଷ କରିବା ପାଇଁ ସମୟ y ଦିନ ।

(vii) ଗୋଟିଏ ମହମବତୀ ଦୈନିକ x ଘଣ୍ଟା ଜଳିଲେ y ଦିନ ଯାଏ ।

2. ଗୋଟିଏ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ କାର୍ଯ୍ୟ ସମାପନ ପାଇଁ ନିମ୍ନ ସାରଣୀର ଶୂନ୍ୟସ୍ଥାନଗୁଡ଼ିକ ପୂରଣ କର ।

ଶ୍ରମିକ ସଂଖ୍ୟା (x)	20	15		30	
ଦିନ ସଂଖ୍ୟା (y)	6		12		3
xy = K					

3. ଦତ୍ତ ସାରଣୀମାନଙ୍କରୁ କେଉଁଗୁଡ଼ିକ ପ୍ରତିଲୋମୀ ଚଳନର ଅନ୍ତର୍ଗତ ?

(i)

x	12	8	32
y	16	24	6

(ii)

x	5	10	15	20
y	8	16	24	32

(iii)

x	7	9	11	13
y	56	72	88	104

(iv)

x	30	40	20	24
y	12	9	18	15

4. ଗୋଟିଏ ଶ୍ରେଣୀଗୃହରେ 30 ଜଣ ଛାତ୍ର ବସିଲେ ଜଣ ପିଛା 4 ବର୍ଗମିଟର ସ୍ଥାନ ମିଳେ । ଯଦି ସେହି ଶ୍ରେଣୀରେ ଆଉ 15 ଜଣ ଛାତ୍ର ନାମ ଲେଖାଇଥାନ୍ତି, ତେବେ ଜଣ ପିଛା କେତେ ବର୍ଗମିଟର ସ୍ଥାନ କମିଯିବ ?

5. ଗୋଟିଏ ସ୍କୁଲ୍ ଘର ରଙ୍ଗ କରିବା ପାଇଁ 6 ଜଣ ଶ୍ରମିକ 15 ଦିନ ନିଅନ୍ତି । ତେବେ କାମଟି 5 ଦିନରେ ଶେଷ କରିବା ପାଇଁ କେତେ ଅଧିକ ଶ୍ରମିକ ଆବଶ୍ୟକ ?

6. ଅଂଶୁମାନର ଜନ୍ମ ଦିନରେ ତାହାର 6 ଜଣ ସାଙ୍ଗ ଆସିଥିଲେ । ପ୍ରତି ସାଙ୍ଗ ପାଇଁ 10 ଟି ଲେଖାଏଁ ଚକୋଲେଟ୍‌ର ବ୍ୟବସ୍ଥା ଥିଲା । କିନ୍ତୁ ତା'ର ଆଉ 4 ଜଣ ଅଧିକ ସାଙ୍ଗ ଆସି ପହଞ୍ଚିଲେ । ତେବେ ପ୍ରତ୍ୟେକ କେତୋଟି କରି ଚକୋଲେଟ୍ ପାଇବେ ?

7. ଗୋଟିଏ କାର୍ଯ୍ୟର ଅର୍ଦ୍ଧେକକୁ 12 ଜଣ ଶ୍ରମିକ 15 ଦିନରେ ଶେଷ କରନ୍ତି ।ପୂରା କାମଟିକୁ 30 ଜଣ ଶ୍ରମିକ କେତେ ଦିନରେ ଶେଷ କରିବେ ?

8. ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ପରିମାଣ ବୁନ୍ଦିରେ 50 ପଇସା ମୂଲ୍ୟର 100 ଟି ମିଠାଇ ତିଆରି ହୁଏ । ତେବେ ସେହି ବୁନ୍ଦିରେ ଦୁଇଟଙ୍କା ମୂଲ୍ୟର କେତୋଟି ମିଠାଇ ତିଆରି ହେବ ?

9. ସମାନ କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ବିଶିଷ୍ଟ ତିନୋଟି ଆୟତକ୍ଷେତ୍ରର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଯଥାକ୍ରମେ 24, 12, ଓ 8 ମିଟର ହେଲେ, (i)ସେମାନଙ୍କର ଅନ୍ୟ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ସ୍ଥିର କର । (ii) ଆୟତ କ୍ଷେତ୍ର ତିନୋଟିର ପ୍ରସ୍ଥମାନଙ୍କର ଅନୁପାତ ସ୍ଥିର କର । ପ୍ରଥମ ପ୍ରଶ୍ନର ଏକାଧିକ ଉତ୍ତର ସମ୍ଭବ କି ? ଯଦି ସମ୍ଭବ, କାହିଁକି ?

10. ଗୋଟିଏ ବନ୍ୟା ଆଶ୍ରୟ ସ୍ଥଳରେ 120 ଜଣ ଲୋକଙ୍କ ପାଇଁ 9 ଦିନର ଚୂଡ଼ା ଓ ଗୁଡ଼ର ବ୍ୟବସ୍ଥା ଥିଲା । ସେଠାକୁ ଆଶ୍ରୟ ନେବା ପାଇଁ 180 ଜଣ ଲୋକ ଆସିଲେ । ସେହି ଖାଦ୍ୟ ସେମାନଙ୍କର କେତେ ଦିନ ଯିବ ?

11. ରବି ସାଇକେଲ୍‌ରେ 10 କି.ମି. ପ୍ରତି ଘଣ୍ଟା ବେଗରେ ଯାଇ ସ୍କୁଲ୍‌ରେ 12 ମିନିଟ୍‌ରେ ପହଞ୍ଚେ । ସେ ତାହାର ଘଣ୍ଟାପ୍ରତି ବେଗ ଆଉ 2 କି.ମି. ବଢ଼ାଇଲେ ସ୍କୁଲରେ କେତେ ସମୟରେ ପହଞ୍ଚିବ ? ଘରଠାରୁ ତାହାର ସ୍କୁଲ୍ କେତେ ବାଟ ?

9.3 ଯୌଥ ଚଳନ (Joint Variation) :

ଯୌଥ ଚଳନର ସଂଜ୍ଞା ଲେଖିବା ଆଗରୁ ଆମେ ଏକ ପରିସ୍ଥିତିରୁ କିଛି ଅଭିଜ୍ଞତା ହାସଲ କରିବା ।

ପରିସ୍ଥିତି - 5 :

ମନେକର ଏକ ଆୟତ ଚିତ୍ରର ଦୈର୍ଘ୍ୟ l ଏକକ, ପ୍ରସ୍ଥ b ଏକକ ଓ କ୍ଷେତ୍ରଫଳ A ବର୍ଗ ଏକକ । $\therefore lb = A$

(i) bର ମାନକୁ ସ୍ଥିର ରଖାଯାଉ । ଏହି ପରିସ୍ଥିତିରେ l ର ମାନ ବୃଦ୍ଧି ଘଟିଲେ, A ର ମାନ ବୃଦ୍ଧିହୁଏ ।

l ର ମାନ ହ୍ରାସ ହେଲେ A ର ମାନର ହ୍ରାସ ଘଟେ । ତେଣୁ A (କ୍ଷେତ୍ରଫଳ) ଓ l (ଦୈର୍ଘ୍ୟ) ସଳଖ ଚଳନରେ ରହୁଛନ୍ତି । ଏହାକୁ ସଂକେତ ମାଧ୍ୟମରେ ପ୍ରକାଶ କଲେ ଆମେ ଲେଖିବା : **$A \propto l$ (ଯେତେବେଳେ b ସ୍ଥିର ରହେ)**

(ii) ବର୍ତ୍ତମାନ l ର ମାନକୁ ସ୍ଥିର ରଖିଲେ, ଆମେ ଦେଖିବା A ର ମାନ ବଢ଼ିବ ଯଦି b ର ମାନ ବଢ଼େ ଏବଂ A ର ମାନ କମିବ ଯଦି b ର ମାନ କମିବ, ଏଣୁ A ଓ b ସଳଖ ଚଳନର ଅନ୍ତର୍ଭୁକ୍ତ ।

ସଂକେତ ମାଧ୍ୟମରେ ପ୍ରକାଶ କଲେ, ଆମେ ଲେଖିବା, **$A \propto b$ (ଯେତେବେଳେ l ସ୍ଥିର ରହେ)**

(iii) ଯଦି l ଓ b ଉଭୟେ ପରିବର୍ତ୍ତିତ ହୁଅନ୍ତି ତେବେ A ର ମଧ୍ୟ ପରିବର୍ତ୍ତନ ଘଟିବ । A, l ଓ b ମଧ୍ୟରେ ଥିବା ଏହି ସମ୍ବନ୍ଧକୁ ଯୌଥ ଚଳନ କୁହାଯାଏ । ସଂକେତ ମାଧ୍ୟମରେ ଏହାକୁ ନିମ୍ନମତେ ପ୍ରକାଶ କରାଯାଏ ।

$A \propto lb$ (ଯେତେବେଳେ l ଓ b ପରିବର୍ତ୍ତନଶୀଳ)

ନିଜେ କର : 15 ସେ.ମି. ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଓ 12 ସେ.ମି. ପ୍ରସ୍ଥ ବିଶିଷ୍ଟ ଆୟତ କ୍ଷେତ୍ରରେ ଉପରୋକ୍ତ ଚଳନଗୁଡ଼ିକର ସତ୍ୟତା ନିରୂପଣ କରିବାର ଚେଷ୍ଟା କର ।

ଆସ ଆମେ ଉପରୋକ୍ତ (i), (ii) ଓ (iii) ରେ ଉପସ୍ଥାପିତ ଧାରଣାକୁ ଆଉ ଏକ ଦିଗରୁ ବିଶ୍ଳେଷଣ କରିବା ।

(iv) A ର ମୂଲ୍ୟକୁ ସ୍ଥିର ରଖାଯାଉ, ଯେହେତୁ $l = \frac{A}{b}$, ପ୍ରସ୍ଥ (b) କୁ ବୃଦ୍ଧି କଲେ ଦୈର୍ଘ୍ୟ (l) ହ୍ରାସ ପାଏ ଏବଂ ପ୍ରସ୍ଥ (b) ହ୍ରାସ ପାଇଲେ, ଦୈର୍ଘ୍ୟ (l) ବୃଦ୍ଧିପାଏ, ଏଣୁ l ଓ b ପ୍ରତିଲୋମୀ ଚଳନ ଅନ୍ତର୍ଭୁକ୍ତ ।

ଏହାକୁ ସଂକେତ ମାଧ୍ୟମରେ ଆମେ ଲେଖିବା, **$l \propto \frac{1}{b}$ (ଯେତେବେଳେ A ର ମୂଲ୍ୟ ସ୍ଥିର)**

(v) ପୁନଶ୍ଚ ପ୍ରସ୍ଥ (b) କୁ ସ୍ଥିର ରଖିଲେ, ଦୈର୍ଘ୍ୟ (l)ର ହ୍ରାସ (ବୃଦ୍ଧି) କ୍ଷେତ୍ରଫଳ (A) ର ହ୍ରାସ (ବୃଦ୍ଧି) ଉପରେ ନିର୍ଭର କରେ ।

ଏହି ପରିସ୍ଥିତିକୁ ଆମେ ସଂକେତ ମାଧ୍ୟମରେ ଲେଖିବା, **$l \propto A$ (ଯେତେବେଳେ b ର ମାନ ସ୍ଥିର)**

(vi) ଯଦି କ୍ଷେତ୍ରଫଳ (A) ଓ ପ୍ରସ୍ଥ (b) ଉଭୟେ ପରିବର୍ତ୍ତିତ ହୁଅନ୍ତି, ତେବେ ଦୈର୍ଘ୍ୟ (l) ର ମଧ୍ୟ ପରିବର୍ତ୍ତନ ଘଟେ ।

A ର ମାନ ବୃଦ୍ଧି ଓ b ର ମାନ ହ୍ରାସ ହେଲେ, l ର ମାନ ବୃଦ୍ଧି ହୁଏ । ସେହିପରି A ର ମାନ ହ୍ରାସ ଓ b ର ମାନ ବୃଦ୍ଧି ହେଲେ l ର ମାନ ହ୍ରାସ ହୁଏ ।

ଏହି ପରିସ୍ଥିତିକୁ ଆମେ ନିମ୍ନ ସଂକେତ ମାଧ୍ୟମରେ ପ୍ରକାଶ କରିଥାଉ ।

$l \propto \frac{A}{b}$ (ଯେତେବେଳେ A ଓ b ଉଭୟ ପରିବର୍ତ୍ତନଶୀଳ)

l, A ଓ b ର ଏହି ସମ୍ବନ୍ଧ ମଧ୍ୟ ଏକ ଯୌଥ ଚଳନ ଅଟେ । ଏହି ପ୍ରକାର ଯୌଥଚଳନ ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ସବିଶେଷ ବିବରଣୀ ପରବର୍ତ୍ତୀ ଶ୍ରେଣୀମାନଙ୍କରେ ପାଇ ପାରିବ ।

ସଂଜ୍ଞା : ତିନି ବା ତତୋଧିକ ଅଣଶୂନ୍ୟ ଚଳରାଶି ମଧ୍ୟରୁ ଗୋଟିଏ ରାଶି ଅନ୍ୟ ରାଶିମାନଙ୍କର ଗୁଣଫଳ ସହିତ ସଳଖ ଚଳନରେ ରହିଲେ, ପ୍ରଥମ ରାଶିଟି ଅନ୍ୟ ରାଶିମାନଙ୍କ ସହ ଯୌଥ ଚଳନରେ ରହିବ ।

ମନେକର x, y ଓ z ତିନୋଟି ଅଣଶୂନ୍ୟ ଚଳରାଶି ।

(i) ଯଦି $x \propto y$ (z ଅପରିବର୍ତ୍ତିତ) ଓ $x \propto z$ (y ଅପରିବର୍ତ୍ତିତ), ତେବେ $x \propto yz$ (y ଓ z ଉଭୟ ପରିବର୍ତ୍ତନଶୀଳ) ଏକ୍ଷେତ୍ରରେ x, y ଓ z ସହିତ ଯୌଥ ଚଳନରେ ରହୁଛି ବୋଲି କହିବା ।

(ii) ଯଦି $x \propto y$ (z ଅପରିବର୍ତ୍ତିତ) ଏବଂ $x \propto \frac{1}{z}$ (y ଅପରିବର୍ତ୍ତିତ) ତେବେ, $x \propto \frac{y}{z}$ (y ଓ z ଉଭୟେ ପରିବର୍ତ୍ତନଶୀଳ) ଏହା ମଧ୍ୟ x ସହିତ y ଓ z ଏକ ଯୌଥ ଚଳନ ।

ମନେରଖ :

ଯଦି x_1 ଓ x_2, x ର ଦୁଇଟି ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ମାନ y_1 ଓ y_2, y ର ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ମାନ ଏବଂ z_1, ଓ z_2, z ର ଦୁଇଟି ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ମାନ ହୁଏ

ଯୌଥଚଳନ $x \propto yz$ ପାଇଁ $\frac{x_1}{x_2} = \frac{y_1}{y_2} \times \frac{z_1}{z_2}$ ହେବ । ...... ସୂତ୍ର (1)

ଯୌଥଚଳନ $x \propto \frac{y}{z}$ ପାଇଁ $\frac{x_1}{x_2} = \frac{y_1}{y_2} \times \frac{z_2}{z_1}$ ...... ସୂତ୍ର (2)

ଯୌଥଚଳନର ପ୍ରୟୋଗ :

ଉଦାହରଣ - 5 : 12 ଜଣ ଲୋକ 120 ମିଟର ଲମ୍ବର ଏକ ରାସ୍ତା 36 ଦିନରେ ଶେଷ କରି ପାରନ୍ତି । ତେବେ 48 ଜଣ ଲୋକ 240 ମିଟର ଲମ୍ବର ରାସ୍ତାକୁ କେତେ ଦିନରେ ଶେଷ କରିବେ ?

ସମାଧାନ :–

ଲୋକ ସଂଖ୍ୟା(x)	ରାସ୍ତାର ଦୈର୍ଘ୍ୟ (y)	ଦିନ ସଂଖ୍ୟା (z)
$x_1 = 12$	$y_1 = 120$ ମି.	$z_1 = 36$ ଦିନ
$x_2 = 48$	$y_2 = 240$ ମି.	$z_2 = ?$

ଏଠାରେ ଲୋକ ସଂଖ୍ୟା ଅଧିକ ହେଲେ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ କାମ ଅଳ୍ପଦିନରେ ଶେଷ ହେବ; ଯଦି ରାସ୍ତାର ଦୈର୍ଘ୍ୟ (y) ସ୍ଥିର ରହିବ ।

x ଓ z ପ୍ରତିଲୋମୀ ଚଳନର ଅନ୍ତର୍ଭୁକ୍ତ ହେବେ । $z \propto \frac{1}{x}$ (y ସ୍ଥିର) ....(i)

ଲୋକ ସଂଖ୍ୟା ସ୍ଥିର ଥାଇ ରାସ୍ତାର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଅଧିକ ହେଲେ ରାସ୍ତା କାମ ଶେଷ କରିବା ପାଇଁ ଅଧିକ ସମୟ ଆବଶ୍ୟକ ।

$\therefore$ y ଓ z ସଳଖ ଚଳନର ଅନ୍ତର୍ଭୁକ୍ତ ହେବେ । $\therefore z \propto y$ (x ସ୍ଥିର) ...(ii)

(i) ଓ (ii) ରୁ ପାଇବା $z \propto \frac{y}{x}$ (x ଓ y ଉଭୟ ପରିବର୍ତ୍ତନଶୀଳ) $\therefore \frac{z_1}{z_2} = \frac{y_1}{y_2} \times \frac{x_2}{x_1}$ ହେବ । ...ସୂତ୍ର(2)

$$\Rightarrow z_2 = \frac{x_1 \times y_2 \times z_1}{x_2 \times y_1} \Rightarrow z_2 = \frac{12 \times 240 \times 36}{48 \times 120} = 18$$

$\therefore$ 18 ଦିନରେ ଅବଶିଷ୍ଟ କାର୍ଯ୍ୟ ଶେଷ ହେବ । (ଉତ୍ତର)

ଉଦାହରଣ - 6 : 6 ଜଣ ପରୀକ୍ଷକ 40 ଘଣ୍ଟାରେ 750 ଖଣ୍ଡ ଖାତା ଦେଖିପାରନ୍ତି । ତେବେ 4 ଜଣ ପରୀକ୍ଷକ କେତେ ଘଣ୍ଟାରେ ୫00 ଖଣ୍ଡ ଖାତା ଦେଖିପାରିବେ ?

ସମାଧାନ :–

(x) ପରୀକ୍ଷକ ସଂଖ୍ୟା	(y) ସମୟ (ଘଣ୍ଟାରେ)	(z) ଖାତା ସଂଖ୍ୟା
$x_1 = 6$	$y_1 = 40$	$z_1 = 750$
$x_2 = 4$	$y_2 = ?$	$z_2 = 800$

ଏଠାରେ ଖାତା ସଂଖ୍ୟା ସ୍ଥିର ରହିଲେ ଖାତା ଦେଖିବା ସମୟ ଓ ପରୀକ୍ଷକଙ୍କ ସଂଖ୍ୟା ପ୍ରତିଲୋମୀ ଚଳନର ଅନ୍ତର୍ଭୁକ୍ତ ହେବେ ।

ଅର୍ଥାତ୍ $y \propto \frac{1}{x}$ ହେବ । ....(i)

ପରୀକ୍ଷକଙ୍କ ସଂଖ୍ୟା ସ୍ଥିର ରହିଲେ ଖାତା ଦେଖା ସମୟ ଓ ଖାତା ସଂଖ୍ୟା ସଳଖ ଚଳନର ଅନ୍ତର୍ଭୁକ୍ତ ହେବେ ।

$\therefore y \propto z$ ହେବ । ... (ii)

(i) ଓ (ii) ରୁ ପାଇବା x, y ଓ z ମଧ୍ୟରେ ଥିବା ଚଳନ ଯୌଥ ଚଳନ ହୋଇଥିବାରୁ $y \propto \frac{z}{x}$ ହେବ ।

$\frac{y_1}{y_2} = \frac{z_1}{z_2} \times \frac{x_2}{x_1} \Rightarrow y_2 = \frac{x_1\ y_1\ z_2}{z_1\ x_2} \Rightarrow y_2 = \frac{6 \times 40 \times 800}{750 \times 4} = 64$ ଘଣ୍ଟା

$\therefore$ 4 ଜଣ ପରୀକ୍ଷକ ୫00 ଖାତା ଦେଖିବା ପାଇଁ 64 ଘଣ୍ଟା ସମୟ ନେବେ । (ଉତ୍ତର)

ଅନୁଶୀଳନୀ – 9(c)

1. 5 ଜଣ ଶ୍ରମିକ ୫ ଦିନରେ 1600 ଟଙ୍କା ରୋଜଗାର କରନ୍ତି । ତେବେ ୫ ଜଣ ଶ୍ରମିକ କେତେ ଦିନରେ 2000 ଟଙ୍କା ରୋଜଗାର କରିବେ ?
2. 10 ଜଣ ଶ୍ରମିକ 6 ଦିନରେ ଗୋଟିଏ ଘର ତିଆରି କରନ୍ତି । ଏକାପରି 4 ଟି ଘରକୁ 12 ଜଣ ଶ୍ରମିକ କେତେ ଦିନରେ ଶେଷ କରିବେ ?
3. 12 ଜଣ ଶ୍ରମିକ 15 ଦିନରେ 150 ମିଟର ରାସ୍ତା ତିଆରି କରିପାରନ୍ତି । ତେବେ 1୫ ଜଣ ଶ୍ରମିକ କେତେ ଦିନରେ 300 ମିଟର ରାସ୍ତା ତିଆରି କରିବେ ?
4. 10 ଜଣ ପରୀକ୍ଷକ ୫ ଦିନରେ 2000 ଖାତା ଦେଖି ପାରନ୍ତି । ତେବେ 12 ଜଣ ପରୀକ୍ଷକ କେତେ ଦିନରେ 3000 ଖାତା ଦେଖିପାରିବେ ?
5. 6 ଜଣ ଲୁଗାବୁଣାଳୀ ୫ ଦିନରେ 144 ମିଟର ଲୁଗା ବୁଣିପାରନ୍ତି । 12 ଜଣ ଲୁଗାବୁଣାଳୀ 9 ଦିନରେ କେତେ ମିଟର ଲୁଗା ବୁଣିପାରିବେ ?
6. ୫ ଜଣ ଦରଜି 12 ଦିନରେ 360 ଟି ସାର୍ଟ ତିଆରି କରିପାରନ୍ତି । 15 ଦିନରେ 450 ଟି ସାର୍ଟ ତିଆରି ପାଇଁ କେତେ ଜଣ ଦରଜି ଆବଶ୍ୟକ ?
7. 2 ଟି ପାଣି ପମ୍ପ 5 ଘଣ୍ଟାରେ 3ଟି କୁଣ୍ଡର ପାଣି ଟାଣିପାରନ୍ତି । ତେବେ 4 ଟି ପାଣି ପମ୍ପ କେତେ ଘଣ୍ଟାରେ ସେହି ଆକାରର 12 ଟି କୁଣ୍ଡର ପାଣି ଟାଣି ପାରିବ ?
8. ଗୋଟିଏ କାର୍ଯ୍ୟକୁ 25 ଜଣ ଲୋକ ଦୈନିକ 6 ଘଣ୍ଟା ପରିଶ୍ରମ କରି 1୫ ଦିନରେ ଶେଷ କରନ୍ତି । ସେହି କାର୍ଯ୍ୟଟିକୁ 20 ଜଣ ଲୋକ ଦୈନିକ 5 ଘଣ୍ଟା ପରିଶ୍ରମ କରି କେତେ ଦିନରେ ଶେଷ କରିବେ ?

*****