1. **દ્વિપદી પ્રમેયનો ઉપયોગ કરી, નીચેનાની કિંમત શોધો : $(96)^3$**

➡ $(96)^3 = (100 - 4)^3$

$= {}^3C_0(100)^3 + {}^3C_1(100)^2(-4) + {}^3C_2(100)(-4)^2 + {}^3C_3(-4)^3$

$= 1000000 - 120000 + 4800 - 64$

$= 1004800 - 120064$

$= 884736$

2. **દ્વિપદી પ્રમેયનો ઉપયોગ કરી, નીચેનાની કિંમત શોધો : $(102)^5$**

➡ $(102)^5 = (100 + 2)^5$

$= {}^5C_0(100)^5 + {}^5C_1(100)^4(2) + {}^5C_2(100)^3(2)^2 + {}^5C_3(100)^2(2)^3 + {}^5C_4(100)(2)^4 + {}^5C_5(2)^5$

$= 10000000000 + 1000000000 + 40000000 - 800000 + 8000 + 32$

$= 11040808032$

3. **દ્વિપદી પ્રમેયનો ઉપયોગ કરી, નીચેનાની કિંમત શોધો : $(101)^4$**

➡ $(101)^4 = (100 + 1)^4$

$= {}^4C_0(100)^4 + {}^4C_1(100)^3 + {}^4C_2(100)^2 + {}^4C_3(100) + {}^4C_4$

$= 100000000 + 4000000 + 60000 + 400 + 1$

$= 104060401$

4. **દ્વિપદી પ્રમેયનો ઉપયોગ કરી, નીચેનાની કિંમત શોધો : $(99)^5$**

➡ $(99)^5 = (100 - 1)^5$

$= {}^5C_0(100)^5 + {}^5C_1(100)^4(-1) + {}^5C_2(100)^3(-1)^2 + {}^5C_3(100)^2(-1)^3 + {}^5C_4(100)(-1)^4 + {}^5C_5(-1)^5$

$= 10000000000 - 500000000 + 10000000 - 100000 + 500 - 1$

$= 10{,}010{,}000{,}500 - 500{,}100{,}001$

$= 9509900499$

5. **દ્વિપદી પ્રમેયનો ઉપયોગ કરી નીચેનાની કિંમત શોધો :** $(0.99)^5$

➡ **0.951**

6. **દ્વિપદી પ્રમેયનો ઉપયોગ કરી નીચેનાની કિંમત શોધો :** $(101)^4$

➡ **104060401**

7. **અભિવ્યક્તિઓનું વિસ્તરણ કરો : $(1 - 2x)^5$**

➡ $(1 - 2x)^5$

દ્વિપદી પ્રમેયમાં $a = 1$, $b = -2x$ તથા $n = 5$ લેતાં,

$= [1 + (-2x)]^5$

$= {}^5C_0 + {}^5C_1(-2x) + {}^5C_2(-2x)^2 + {}^5C_3(-2x)^3 + {}^5C_4(-2x)^4 + {}^5C_5(-2x)^5$

($\because$ દ્વિપદી પ્રમેયનો ઉપયોગ)

$= 1 + 5(-2x) + 10(4x^2) + 10(-8x^3) + 5(16x^4) + 1(-32x^5)$

$\because\ {}^5C_0 = {}^5C_5 = 1$

${}^5C_1 = {}^5C_4 = 5$

${}^5C_2 = {}^5C_3 = \frac{5 \times 4}{2 \times 1} = 10$

$= 1 - 10x + 40x^2 - 80x^3 + 80x^4 - 32x^5$

8. **અભિવ્યક્તિઓનું વિસ્તરણ કરો :** $\left(x - \frac{1}{2x}\right)^5$

➥ $x^5 - \frac{5x^3}{2} + \frac{5x}{2} - \frac{5}{4x} + \frac{5}{16x^3} - \frac{1}{32x^5}$

9. **વિસ્તરણમાં પદોની સંખ્યા શોધો :** $\left(x + \frac{y}{x}\right)^7$

➥ **8**

10. **દ્વિપદી પ્રમેયનો ઉપયોગ કરી નીચેનાની કિંમત શોધો :** $(98)^5$

➥ **9039207968**

11. $(x + y)^5 + (x - y)^5$ **મેળવો. તે પરથી** $(\sqrt{2} + 1)^5 + (\sqrt{2} - 1)^5$ **નું મૂલ્ય મેળવો.**

➥ $2(x^5 + 10x^3y^2 + 5xy^4)$, $58\sqrt{2}$

12. **દ્વિપદી પ્રમેયનો ઉપયોગ કરી સાબિત કરો કે,** $2^{3n} - 7n - 1$ **એ 49 વડે વિભાજ્ય છે.**

➥ **જાતે ગણો.**

13. **દ્વિપદી પ્રમેયનો ઉપયોગ કરી,** $(1 \cdot 1)^{10000}$ **અથવા 1000 પૈકી કઈ સંખ્યા મોટી છે, તે નક્કી કરો.**

➥ $(1.1)^{10000} - 1000$

$= (1 + 0.1)^{10000} - 1000$

$= 10000\ C_0 + 10000\ C_1(0.1) + 10000\ C_2(0.1)^2 + ... + 10000\ C_{10000}(0.1)^{10000} - 1000$

= (1 + 1000 + બાકીનાં ધન પૂર્ણાંક પદો) − 1000

= 1 + બાકીનાં ધન પૂર્ણાંક પદો > 0

$\therefore (1.1)^{10000} > 1000$

$\therefore (1.1)^{10000}$ મોટી સંખ્યા છે.

14. **વિસ્તરણમાં પદોની સંખ્યા શોધો :** $(x^2 + 1 - 2x)^8$

➥ **17**

15. **અભિવ્યક્તિઓનું વિસ્તરણ કરો :** $\left(ax - \frac{b}{x}\right)^6$

➥ $a^6x^6 - 6a^5x^4b + 15a^4x^2b^2 - 20a^3b^3 + \frac{15a^2b^4}{x^2} - \frac{6ab^5}{x^4} + \frac{b^6}{x^6}$

16. **અભિવ્યક્તિઓનું વિસ્તરણ કરો :** $\left(\frac{2}{x} - \frac{x}{2}\right)^5$

➥ દ્વિપદી પ્રમેયમાં $a = \frac{2}{x}, b = -\frac{x}{2}$ તથા $n = 5$ લેતાં,

$\left(\frac{2}{x} - \frac{x}{2}\right)^5 = {}^5C_0\left(\frac{2}{x}\right)^5 + {}^5C_1\left(\frac{2}{x}\right)^4\left(-\frac{x}{2}\right) + {}^5C_2\left(\frac{2}{x}\right)^3\left(-\frac{x}{2}\right)^2 +$

${}^5C_3\left(\frac{2}{x}\right)^2\left(-\frac{x}{2}\right)^3 + {}^5C_4\left(\frac{2}{x}\right)\left(-\frac{x}{2}\right)^4 + {}^5C_5\left(-\frac{x}{2}\right)^5$

$= \frac{32}{x^5} + 5\left(\frac{16}{x^4}\right)\left(-\frac{x}{2}\right) + 10\left(\frac{8}{x^3}\right)\left(\frac{x^2}{4}\right) + 10\left(\frac{4}{x^2}\right)\left(-\frac{x^3}{8}\right) + 5\left(\frac{2}{x}\right)\left(\frac{x^4}{16}\right) + \left(-\frac{x^5}{32}\right)$

$= \frac{32}{x^5} - \frac{40}{x^3} + \frac{20}{x} - 5x + \frac{5x^3}{8} - \frac{x^5}{32}$

17. **અભિવ્યક્તિઓનું વિસ્તરણ કરો :** $(2x - 3)^6$

➥ દ્વિપદી પ્રમેયમાં $a = 2x$, $b = -3$ તથા $n = 6$ લેતાં,

$(2x - 3)^6$

$= {}^6C_0(2x)^6 + {}^6C_1(2x)^5(-3) + {}^6C_2(2x)^4(-3)^2 +$

${}^6C_3(2x)^3(-3)^3 + {}^6C_4(2x)^2(-3)^4 + {}^6C_5(2x)(-3)^5 + {}^6C_6(-3)^6$

$\because\ {}^6C_0 = {}^6C_6 = 1$

${}^6C_1 = {}^6C_5 = 6$

${}^6C_2 = {}^6C_4 = \frac{6 \times 5}{2 \times 1} = 15$

${}^6C_3 = \frac{6 \times 5 \times 4}{3 \times 2 \times 1} = 20$

$= 64x^6 + 6(32x^5)(-3) + 15(16x^4)(9) + 20(8x^3)(-27) + 15(4x^2)(81) + 6(2x)(-243) + 729$

$= 64x^6 - 576x^5 + 2160x^4 - 4320x^3 + 4860x^2 - 2916x + 729$

18. વિસ્તરણમાં પદોની સંખ્યા શોધો : $(x + 2a)^{10} + (x - 2a)^{10}$

➥ **6**

19. $(a + b)^4 - (a - b)^4$ **શોધો. તે પરથી** $(\sqrt{3} + \sqrt{2})^4 - (\sqrt{3} - \sqrt{2})^4$ **નું મૂલ્ય શોધો.**

➥ $(a + b)^4 = {}^4C_0a^4 + {}^4C_1a^3b + {}^4C_2a^2b^2 + {}^4C_3ab^3 + {}^4C_4b^4$

$(a - b)^4 = {}^4C_0a^4 - {}^4C_1a^3b + {}^4C_2a^2b^2 - {}^4C_3ab^3 + {}^4C_4b^4$

$\therefore\ (a + b)^4 - (a - b)^4$

$= 2\ [{}^4C_1a^3b + {}^4C_3ab^3]$

$= 2\ [4a^3b + 4ab^3]$

$= 8ab\ [a^2 + b^2]$

હવે $a = \sqrt{3}, b = \sqrt{2}$ લેતાં,

$(\sqrt{3} + \sqrt{2})^4 - (\sqrt{3} - \sqrt{2})^4$

$= 8\ (\sqrt{3})(\sqrt{2}) \left[(\sqrt{3})^2 + (\sqrt{2})^2\right]$

$= 8\sqrt{6}\ [3 + 2]$

$= 40\sqrt{6}$

20. અભિવ્યક્તિઓનું વિસ્તરણ કરો : $(1 - x + x^2)^4$

➥ $1 - 4x + 10x^2 - 16x^3 + 19x^4 - 16x^5 + 10x^6 - 4x^7 + x^8$

21. દ્વિપદી પ્રમેયનો ઉપયોગ કરી સાબિત કરો કે, $3^{3n}-26n-1$ **એ 676 વડે વિભાજ્ય છે.**

➥ **જાતે ગણો.**

22. દ્વિપદી પ્રમેયનો ઉપયોગ કરી સાબિત કરો કે, $a^n - b^n$ **એ** $(a - b)$ **વડે વિભાજ્ય છે.**

➥ **જાતે ગણો.**

23. $(x + 1)^6 + (x - 1)^6$ **શોધો. તે પરથી અથવા અન્ય રીતે** $(\sqrt{2} + 1)^6 + (\sqrt{2} - 1)^6$ **મેળવો.**

➥ $(x + 1)^6 = {}^6C_0x^6 + {}^6C_1x^5(1) + {}^6C_2x^4(1)^2 +$

${}^6C_3x^3(1)^3 + {}^6C_4(x)^2(1)^4 +$

${}^6C_5(x)(1)^5 + {}^6C_6(1)^6$

$= x^6 + 6x^5 + 15x^4 + 20x^3 + 15x^2 + 6x + 1$ ......(i)

$(x - 1)^6 = {}^6C_0x^6 + {}^6C_1(x)^5(-1) + {}^6C_2(x)^4(-1)^2 +$

${}^6C_3(x)^3(-1)^3 + {}^6C_4(x)^2(-1)^4 +$

${}^6C_5(x)(-1)^5 + {}^6C_6(-1)^6$

$= x^6 - 6x^5 + 15x^4 - 20x^3 + 15x^2 - 6x + 1$ ......(ii)

પરિણામ (i) અને (ii) ઉપરથી,

$(x + 1)^6 + (x - 1)^6$

$= 2[x^6 + 15x^4 + 15x^2 + 1]$

હવે $x = \sqrt{2}$ લેતાં,

$(\sqrt{2} + 1)^6 + (\sqrt{2} - 1)^6$

$= 2\left[(\sqrt{2})^6 + 15(\sqrt{2})^4 + 15(\sqrt{2})^2 + 1\right]$

$= 2\ [(2)^3 + 15(2)^2 + 15(2) + 1]$

$= 2\ [8 + 60 + 30 + 1]$

$= 2\ [99]$

$= 198$

24. **વિસ્તરણમાં પદોની સંખ્યા શોધો :** $\left(2x + \frac{1}{y}\right)^7 + \left(2x - \frac{1}{y}\right)^7$

➥ **4**

25. **અભિવ્યક્તિઓનું વિસ્તરણ કરો :** $\left(1 + \frac{x}{2} - \frac{2}{x}\right)^4$

➥ $\frac{x^4}{16} + \frac{x^3}{2} + \frac{x^2}{2} - 4x - 5 + \frac{16}{x} + \frac{8}{x^2} - \frac{32}{x^3} + \frac{16}{x^4}$

26. **અભિવ્યક્તિઓનું વિસ્તરણ કરો :** $\left(\frac{x}{3} + \frac{1}{x}\right)^5$

➥ દ્વિપદી પ્રમેયમાં $a = \frac{x}{3}, b = \frac{1}{x}$ તથા $n = 5$ લેતાં,

$\left(\frac{x}{3} + \frac{1}{x}\right)^5$

$= {}^5C_0\left(\frac{x}{3}\right)^5 + {}^5C_1\left(\frac{x}{3}\right)^4\left(\frac{1}{x}\right) + {}^5C_2\left(\frac{x}{3}\right)^3\left(\frac{1}{x}\right)^2 + {}^5C_3\left(\frac{x}{3}\right)^2\left(\frac{1}{x}\right)^3 + {}^5C_4\left(\frac{x}{3}\right)\left(\frac{1}{x}\right)^4 + {}^5C_5\left(\frac{1}{x}\right)^5$

$\because\ {}^5C_0 = {}^5C_5 = 1$

${}^5C_1 = {}^5C_4 = 5$

${}^5C_2 = {}^5C_3 = 10$

$= \frac{x^5}{243} + 5\left(\frac{x^4}{81}\right)\left(\frac{1}{x}\right) + 10\left(\frac{x^3}{27}\right)\left(\frac{1}{x^2}\right) + 10\left(\frac{x^2}{9}\right)\left(\frac{1}{x^3}\right) + 5\left(\frac{x}{3}\right)\left(\frac{1}{x^4}\right) + \left(\frac{1}{x^5}\right)$

$= \frac{x^5}{243} + \frac{5x^3}{81} + \frac{10x}{27} + \frac{10}{9x} + \frac{5}{3x^3} + \frac{1}{x^5}$

27. **અભિવ્યક્તિઓનું વિસ્તરણ કરો :** $\left(x + \frac{1}{x}\right)^6$

➥ દ્વિપદી પ્રમેયમાં $a = x,\ b = \frac{1}{x}$ તથા $n = 6$ લેતાં,

$\left(x + \frac{1}{x}\right)^6$

$= {}^6C_0(x)^6 + {}^6C_1(x)^5\left(\frac{1}{x}\right) + {}^6C_2(x)^4\left(\frac{1}{x}\right)^2 + {}^6C_3(x)^3\left(\frac{1}{x}\right)^3 + {}^6C_4(x)^2\left(\frac{1}{x}\right)^4 + {}^6C_5(x)\left(\frac{1}{x}\right)^5 + {}^6C_6\left(\frac{1}{x}\right)^6$

$\because\ {}^6C_0 = {}^6C_6 = 1$

${}^6C_1 = {}^6C_5 = 6$

${}^6C_2 = {}^6C_4 = \frac{6 \times 5}{2 \times 1} = 15$

${}^6C_3 = \frac{6 \times 5 \times 4}{3 \times 2 \times 1} = 20$

$= x^6 + 6x^5\left(\frac{1}{x}\right) + 15(x^4)\left(\frac{1}{x^2}\right) + 20(x^3)\left(\frac{1}{x^3}\right) + 15(x^2)\left(\frac{1}{x^4}\right) + 6(x)\left(\frac{1}{x^5}\right) + \left(\frac{1}{x^6}\right).$

$= x^6 + 6x^4 + 15x^2 + 20 + \frac{15}{x^2} + \frac{6}{x^4} + \frac{1}{x^6}.$

28. **વિસ્તરણમાં પદોની સંખ્યા શોધો :** $(z + 3y)^8 - (z - 3y)^8$

➡ 4

29. **બતાવો કે, ધન પૂર્ણાંક n માટે $9^{n+1} - 8n - 9$ એ 64 વડે વિભાજ્ય છે.**

➡ $9^{n+1} - 8n - 9$

$= (1 + 8)^{n+1} - 8n - 9$

$= {}^{(n+1)}C_0 + {}^{(n+1)}C_1(8) + {}^{(n+1)}C_2(8)^2 +$
${}^{(n+1)}C_3(8)^3 + ... + {}^{(n+1)}C_{(n+1)}(8)^{n+1} - 8n - 9$

$= 1 + (n+1)8 + {}^{(n+1)}C_2(8)^2 + {}^{(n+1)}C_3(8)^3 + ... + {}^{(n+1)}C_{(n+1)}(8)^{n+1} - 8n - 9$

$= 1 + 8n + 8 + {}^{(n+1)}C_2(8)^2 + {}^{(n+1)}C_3(8)^3 + ... + {}^{(n+1)}C_{(n+1)}(8)^{n+1} - 8n - 9$

$= (8)^2\left[{}^{(n+1)}C_2 + {}^{(n+1)}C_3(8) + ... + {}^{(n+1)}C_{(n+1)}(8)^{n-1}\right]$

$= 64\left[{}^{(n+1)}C_2 + {}^{(n+1)}C_3 \cdot (8) + ... + {}^{(n+1)}C_{(n+1)}(8)^{n-1}\right]$

જે 64 વડે વિભાજ્ય છે.

30. **અભિવ્યક્તિઓનું વિસ્તરણ કરો :** $(1 - 2x + x^2)^3$

➡ $\mathbf{1 - 6x + 15x^2 - 20x^3 + 15x^4 - 6x^5 + x^6}$

31. **અભિવ્યક્તિઓનું વિસ્તરણ કરો :** $(2x + 3y)^5$

➡ $\mathbf{32x^5 + 240x^4y + 720x^3y^2 + 1080x^2y^3 + 810xy^4 + 243y^5}$

32. **અભિવ્યક્તિઓનું વિસ્તરણ કરો :** $(1 - 2x + 3x^2)^3$

➡ $\mathbf{1 - 6x + 21x^2 - 44x^3 + 63x^4 - 54x^5 + 27x^6}$

33. **વિસ્તરણમાં પદોની સંખ્યા શોધો :** $(2a + 5b)^9 - (2a - 5b)^9$

➡ 5

34. **સાબિત કરો :** $\sum_{r=0}^{n} 3^r \times {}^nC_r = 4^n$

➡ $(1 + x)^n = {}^nC_0 + {}^nC_1x + {}^nC_2x^2 + ... + {}^nC_nx^n$ નો ઉપયોગ કરીશું.

$\sum_{r=0}^{n} 3^r \times {}^nC_r$

$= {}^nC_0 \cdot 3^\circ + {}^nC_1 \cdot 3 + {}^nC_2 \cdot 3^2 + {}^nC_3 \cdot 3^3 + ... + {}^nC_n \cdot 3^n$ ($\because$ $r = 0, 1, 2, ... n$ લેતાં)

$= {}^nC_0 + {}^nC_1 \cdot 3 + {}^nC_2 \cdot 3^2 + {}^nC_3 \cdot 3^3 + ... + {}^nC_n \cdot 3^n$

$= (1 + 3)^n$

$= 4^n$

35. $\mathbf{(1.01)^{10} + (1 - 0.01)^{10}}$ **નું મૂલ્ય મેળવો.**

➡ **2.0090042**

36. **સાબિત કરો કે,** $(101)^{50} > 100^{50} + 99^{50}$.

➡ **જાતે ગણો.**