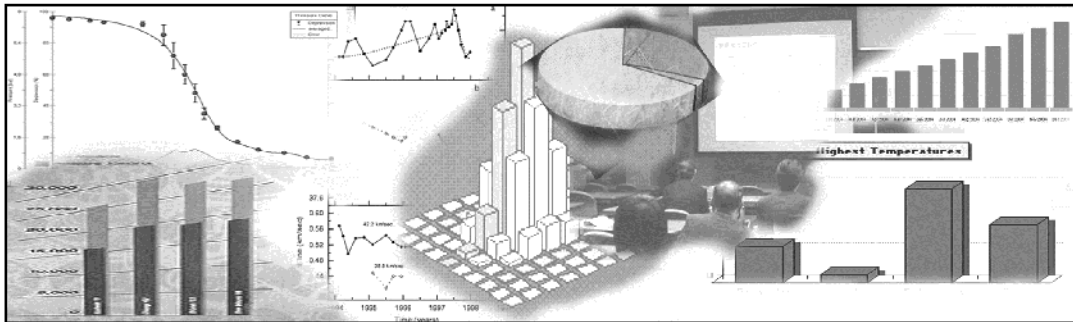




അദ്ധ്യായം 4

ദത്തങ്ങളുടെ അവതരണം (Presentation of Data)



പഠനനേട്ടങ്ങൾ

- ദത്തങ്ങളെ പട്ടികാരൂപത്തിൽ അവതരിപ്പിക്കാനുള്ള കഴിവ് നേടുന്നു.
- ദത്തങ്ങളെ ഉചിതമായ രേഖാ ചിത്രങ്ങളിലൂടെ അവതരിപ്പിക്കാനുള്ള കഴിവു നേടുന്നു.

1. ആമുഖം

ദത്തങ്ങളുടെ ശേഖരണവും (Collection) ചിട്ടപ്പെടുത്തലും (Organisation) കഴിഞ്ഞ പാഠങ്ങളിലൂടെ മനസ്സിലാക്കിയല്ലോ. ശേഖരിക്കുന്ന ദത്തങ്ങൾ വളരെ ബൃഹത്തായതിനാൽ അവയെ അവതരിപ്പിക്കാവുന്ന വിധത്തിൽ ചുരുക്കേണ്ടതുണ്ട്. നേരിട്ട പ്രയോജനപ്പെടുത്താനും എളുപ്പത്തിൽ സംഗ്രഹിക്കാനും പറ്റുന്ന തരത്തിൽ ബൃഹ

ത്തായ ദത്തങ്ങളെ ചുരുക്കി അവതരിപ്പിക്കുന്നതെങ്ങനെയെന്ന് ഈ അദ്ധ്യായം പ്രതിപാദിക്കുന്നു. ദത്തങ്ങളെ അവതരിപ്പിക്കുന്നതിന് പൊതുവെ മൂന്ന് രീതികളുണ്ട്.

- വിവരണാത്മകാവതരണം
(Textual or Descriptive Presentation)
- പട്ടികാവതരണം (Tabular Presentation)
- രേഖാചിത്രാവതരണം (Diagrammatic Presentation)

2. ദത്തങ്ങളുടെ വിവരണാത്മക അവതരണം (Textual Presentation of data)

ഇവിടെ നാം ദത്തങ്ങളെ വിവരണങ്ങളായാണ് അവതരിപ്പിക്കുന്നത്. ദത്തങ്ങളുടെ ബാഹുല്യം ഇല്ല എങ്കിൽ ഈ രീതിയിലുള്ള

സ്റ്റാറ്റിസ്റ്റിക്സ് ഫോർ ഇക്കണോമിക്സ്

അവതരണമാണ് കൂടുതൽ അനുയോജ്യം. താഴെപ്പറയുന്ന അവസ്ഥകൾ പരിശോധിക്കാം.

അവസ്ഥ 1

പെട്രോൾ,ഡീസൽ വിലകളിലുണ്ടായ വർദ്ധനവിനെതിരെ 2005 സെപ്തംബർ 8 ന് നടന്ന ബന്ദിയിൽ ബീഹാറിലെ ഒരു പട്ടണത്തിൽ 5 പെട്രോൾ പമ്പുകൾ തുറക്കുകയും 17 എണ്ണം അടച്ചിടുകയും ചെയ്തു. അതേ സമയം 2 വിദ്യാലയങ്ങൾ അടച്ചിടുകയും ബാക്കിയുള്ള 9 എണ്ണം പ്രവർത്തിക്കുകയും ചെയ്തു.

അവസ്ഥ 2

2001 ലെ സെൻസസ് റിപ്പോർട്ട് പ്രകാരം ഇന്ത്യയിലെ ജനസംഖ്യ 102 കോടിയിലേയ്ക്കായി ഉയർന്നിട്ടുണ്ട്. അതിൽ 49 കോടി സ്ത്രീകളും 53 കോടി പുരുഷന്മാരുമാണ്. 28 കോടി ജനങ്ങൾ മാത്രമാണ് നഗരവാസികൾ. ബാക്കിയുള്ള 74 കോടിയും ഗ്രാമീണരാണ്. മൊത്തം ജനസംഖ്യയിൽ 40 കോടി ജനങ്ങൾ തൊഴിലെടുക്കുന്നവരാണെങ്കിൽ ബാക്കി 62 കോടിയും തൊഴിൽ ചെയ്യാത്തവരാണ്. നഗരങ്ങളിൽ 19 കോടി ജനങ്ങൾ തൊഴിലെടുക്കാത്തവരാണ്. തൊഴിലാളികൾ 9 കോടിയാണ്. അതേ സമയം 74 കോടി ഗ്രാമവാസികളിൽ 31 കോടിയും തൊഴിൽ ചെയ്യുന്നവരാണ്.

ഈ രണ്ട് അവസ്ഥകളിലും ദത്തങ്ങൾ വിവരണാത്മകമായാണ് അവതരിപ്പിച്ചിരിക്കുന്നത്. വിവരണം പൂർണ്ണമായും വായിച്ചെങ്കിൽ മാത്രമേ അതിന്റെ സംഗ്രഹം മനസ്സിലാക്കാനാവൂ എന്നതാണ് ഈ രീതിയുടെ ഒരു പ്രധാന പോരായ്മ. അതേ സമയം, ചില പ്രധാന വസ്തുതകളിൽ

ഊന്നൽ നൽകുന്നതിന് ഈ രീതിയിലുള്ള അവതരണം സഹായകരമാണ്.



3. ദത്തങ്ങളുടെ പട്ടികാവതരണം (Tabular Presentation of Data)

പട്ടികാരൂപത്തിലുള്ള അവതരണത്തിൽ ദത്തങ്ങൾ വരിയും (Row) നിരയുമായാണ് (Column) അവതരിപ്പിക്കുന്നത് (വരികൾ തിരച്ചീനമായും നിരകൾ ലംബമായുമാണ് വായിക്കുന്നത്). ഉദാഹരണത്തിന് സാക്ഷരതാനിരക്കിനെക്കുറിച്ചുള്ള വിവരങ്ങൾ രേഖപ്പെടുത്തിയിരിക്കുന്ന പട്ടിക 4.1 കാണുക. അതിന് മുമ്പ് വരികളും (പുരുഷൻ, സ്ത്രീ, ആകെ) മുമ്പ് നിരകളും (ഗ്രാമം, നഗരം, ആകെ) ഉണ്ട്. ഇതിനെ 3x3 പട്ടിക എന്ന് വിളിക്കുന്നു. ഇതിൽ പട്ടികയുടെ സെല്ലുകൾ (Cells) എന്നറിയപ്പെടുന്ന 9 ബോക്സുകളിൽ 9 വിധത്തിലുള്ള വിവരങ്ങളാണ് നൽകിയിരിക്കുന്നത്. ഓരോ സെല്ലും സാക്ഷരതയുടെ ശതമാനത്തെക്കുറിച്ചാണ് (ഗ്രാമം, നഗരം, ആകെ), ലിംഗസവിശേഷതകളുടെ അടിസ്ഥാനത്തിൽ

(പുരുഷൻ, സ്ത്രീ, ആകെ) ബന്ധപ്പെടുത്തി നൽകുന്നു. ഇതിന്റെ പ്രധാനഗുണം അത് മറ്റു സാധ്യമായ പ്രതിപാദനങ്ങൾക്കും തീരുമാനങ്ങൾ എടുക്കുന്നതിനും ഉതകുന്ന തരത്തിൽ ദത്തങ്ങളെ ചിത്രപ്പെടുത്തുന്നുവെന്നതാണ്. പട്ടികപ്പെടുത്തുമ്പോൾ (Tabulation) ഉപയോഗിക്കുന്ന നാലു തരം ദത്ത വർഗീകരണരീതികൾ താഴെ കൊടുക്കുന്നു.

- ഗുണപരം
- പരിമാണാത്മകം
- കാലാനുസൃതം
- സ്ഥലീയം

ഗുണപരമായ വർഗീകരണം (Qualitative Classification)

സാമൂഹികപദവി, ഭൗതികസ്ഥിതി, ദേശീയത തുടങ്ങിയ ഗുണപരമായ സവിശേഷതകളുടെ അടിസ്ഥാനത്തിൽ ദത്തങ്ങളെ വർഗീകരിക്കുന്നതിനെയാണ് ഗുണപരമായ വർഗീകരണം എന്നു വിളിക്കുന്നത്. ഉദാഹരണത്തിന് പട്ടിക 4.1 ൽ ലിംഗം, പ്രദേശം എന്നിവയാണ് വർഗീകരണത്തിന് അടിസ്ഥാനമായ സവിശേഷതകൾ. ഇവ ഗുണപരമായ സ്വഭാവമുള്ളവയാണ്.

പട്ടിക.4.1

ഇന്ത്യയിലെ സാക്ഷരത ലിംഗം, പ്രദേശം എന്നിവയുടെ അടിസ്ഥാനത്തിൽ (ശതമാനത്തിൽ)

ലിംഗം	പ്രദേശം		
	ഗ്രാമം	നഗരം	ആകെ
പുരുഷൻ	79	90	82
സ്ത്രീ	59	80	65
ആകെ	68	84	74

ഉറവിടം: ഇൻഡ്യയിലെ 2011-ലെ സെൻസസ് (സാക്ഷരതാ നിരക്ക് 7 വയസും അതിനു മുകളിലുമുള്ളവരുടേത്)

പരിമാണാത്മക വർഗീകരണം (Quantitative Classification)

പരിമാണാത്മക വർഗീകരണത്തിൽ അളക്കാൻ സാധിക്കുന്ന സവിശേഷതകളുടെ അടിസ്ഥാനത്തിലാണ് ദത്തങ്ങളെ വർഗീകരിക്കുന്നത്. മറ്റൊരു തരത്തിൽ പറഞ്ഞാൽ ഇത്തരം സവിശേഷതകളെ അളക്കാൻ കഴിയുന്നതാണ്. ഉദാഹരണം, വയസ്, ഉയരം, ഉത്പാദനം, വരുമാനം മുതലായവ. പരിഗണിക്കപ്പെടുന്ന സവിശേഷതകളുടെ മൂല്യങ്ങളെ ക്ലാസ് പരിധികൾ (Class limits) നൽകിക്കൊണ്ട് ക്ലാസുകളാക്കി മാറ്റുന്നു. പട്ടിക 4.2 പരിമാണാത്മക വർഗീകരണത്തിന് ഒരു ഉദാഹരണമാണ്.

പട്ടിക 4.2

ബീഹാറിലെ ഒരു തെരഞ്ഞെടുപ്പ് പഠനത്തിൽ വിവരങ്ങൾ നൽകിയ 542 പേരുടെ വയസ്സിന്റെ അടിസ്ഥാനത്തിലുള്ള വിതരണം

വയസ് (വർഷം)	പ്രതികരിച്ചവരുടെ എണ്ണം	
	എണ്ണം	ശതമാനം
20-30	3	0.55
30-40	61	11.25
40-50	132	24.35
50-60	153	28.24
60-70	140	25.83
70-80	51	9.41
80-90	2	0.37
ആകെ	542	100.00

ഉറവിടം: 2005-ലെ പാറ്റ്ന സെൻട്രൽ നിയോജകമണ്ഡലത്തിലെ അസംബ്ളി തിരഞ്ഞെടുപ്പ്. AN സിൻഹ ഇൻസ്റ്റിറ്റ്യൂട്ട് ഓഫ് സോഷ്യൽ സ്റ്റഡീസ്, പാറ്റ്ന.

ഇവിടെ വർഗീകരിക്കപ്പെടുന്ന സവിശേഷത വയസ് ആണ്. അത് അളക്കാവുന്നതാണ്.

പ്രവർത്തനങ്ങൾ

- നിങ്ങളുടെ ക്ലാസിലെ വിദ്യാർത്ഥികൾക്ക് സ്റ്റാർ ന്യൂസ്, സീ ന്യൂസ്, ബി.ബി.സി.വേൾഡ്, സി.എൻ.എൻ, ആജ്തക്, ഡി.ഡി.ന്യൂസ് എന്നിവയോടുള്ള ഇഷ്ടം മുൻഗണനാക്രമത്തിൽ കാണിക്കുന്ന ഒരു പട്ടിക നിർമ്മിക്കുക.
- നിങ്ങളുടെ ക്ലാസിലെ വിദ്യാർത്ഥികളുടെ
 - (i) ഉയരം (സെ.മീറ്റർ)
 - (ii) ഭാരം (കി.ഗ്രാം)
 എന്നിവ കാണിക്കുന്ന പട്ടിക തയ്യാറാക്കുക.

**കാലാനുസൃത വർഗീകരണം
(Chronological Classification)**

സമയമാണ് ഇവിടെ വർഗീകരണത്തിന് അടിസ്ഥാനമാക്കുന്ന ചരം. ദത്തങ്ങളെ സമയത്തിന്റെ അടിസ്ഥാനത്തിൽ തരംതിരിക്കുന്നു. സമയം എന്നത് മണിക്കൂറുകൾ, ദിവസങ്ങൾ, ആഴ്ചകൾ, മാസങ്ങൾ, വർഷങ്ങൾ എന്നിങ്ങനെയാകാം. ഉദാഹരണത്തിന് പട്ടിക 4.3 കാണുക.

പട്ടിക 4.3

1995 മുതൽ 2000 വരെയുള്ള ഒരു ചായക്കടയിലെ വാർഷിക വിൽപ്പന

വർഷം	വിൽപ്പന(ലക്ഷം) രൂപ
1995	79.2
1996	81.3
1997	82.4
1998	80.5
1999	100.2
2000	91.2

ഉറവിടം : പ്രസിദ്ധീകരിക്കപ്പെടാത്ത ദത്തം

ഈ പട്ടികയിൽ വർഗീകരണത്തിന് അടിസ്ഥാനമാക്കിയ ചരം വർഷമാണ്.

സമയത്തിന്റെ തോതിലാണ് മൂല്യങ്ങളെ എടുക്കുന്നത്.

പ്രവർത്തനം

- നിങ്ങളുടെ സ്കൂൾ ഓഫീസ് സന്ദർശിച്ച് കഴിഞ്ഞ പത്ത് വർഷമായി വിവിധ ക്ലാസുകളിൽ പഠിച്ച കുട്ടികളുടെ എണ്ണം ശേഖരിക്കുക. അവ പട്ടികയായി അവതരിപ്പിക്കുക.

സ്ഥലീയവർഗീകരണം

(Spatial Classification)

വർഗീകരണത്തിന് അടിസ്ഥാനമായി സ്ഥലം എന്ന ചരമാണ് പരിഗണിക്കുന്നതെങ്കിൽ അതിനെ സ്ഥലീയവർഗീകരണം എന്ന് വിളിക്കുന്നു. സ്ഥലം എന്നത് ഒരു ഗ്രാമം/നഗരം, ബ്ലോക്ക്, ജില്ല, സംസ്ഥാനം, രാജ്യം എന്നിങ്ങനെ ആകാം. പട്ടിക 4.4 സ്ഥലീയവർഗീകരണത്തിന് ഉദാഹരണമാണ്. ഇവിടെ വർഗീകരണത്തിന്റെ സവിശേഷത, ലോകത്തിലെ രാജ്യങ്ങളാണ്.

പട്ടിക 4.4

2013-14 വർഷത്തിൽ വിവിധ

രാജ്യങ്ങളിലേക്ക് ഇന്ത്യയിൽ നിന്നുള്ള കയറ്റുമതി വിഹിതം (ശതമാനത്തിൽ)

രാജ്യങ്ങൾ	കയറ്റുമതിവിഹിതം (%)
യു.എസ്.എ	12.5
ജർമ്മനി	2.4
മറ്റു യൂറോപ്യൻ യൂണിയൻ രാജ്യങ്ങൾ	10.9
യു.കെ	3.1
ജപ്പാൻ	2.2
റഷ്യ	0.7
ചൈന	4.7
പടിഞ്ഞാറൻ ഏഷ്യ-ഗൾഫ് രാജ്യങ്ങൾ	15.3
മറ്റു ഏഷ്യൻ രാജ്യങ്ങൾ	29.4
മറ്റുള്ളവ	18.8
ആകെ	100.00

ആകെ കയറ്റുമതി: 314.40 ബില്യൻ യു.എസ് ഡോളർ

പ്രവർത്തനം

- നിങ്ങളുടെ ക്ലാസിലെ വിദ്യാർത്ഥികളുടെ ജന്മദേശം അഥവാ വാസസ്ഥലത്തെ സംബന്ധിച്ച ദത്തങ്ങൾ ശേഖരിച്ച് അവയുടെ അടിസ്ഥാനത്തിൽ ഒരു പട്ടിക നിർമ്മിക്കുക.

4. ദത്തങ്ങളുടെ പട്ടികപ്പെടുത്തലും പട്ടികയുടെ ഭാഗങ്ങളും (Tabulation of Data and Parts of a Table)

ഒരു നല്ല സാംഖ്യക പട്ടികയുടെ ഭാഗങ്ങൾ ഏതൊക്കെയാണെന്ന് അറിഞ്ഞിരിക്കേണ്ടത് പട്ടികയുടെ നിർമ്മിതിയിൽ പ്രധാനമാണ്. ഈ ഭാഗങ്ങളെ ചിട്ടയോടുകൂടി ക്രമമായി അവതരിപ്പിച്ചാൽ ഒരു പട്ടികയാവും. ദത്തങ്ങൾ ചില വിവരണക്കുറിപ്പുകളോടുകൂടി വരിയും നിരയുമായി അവതരിപ്പിക്കുന്നതാണ് പട്ടികാരൂപീകരണത്തിന്റെ ഏറ്റവും ലളിതമായ മാർഗം. ഉൾപ്പെടുന്ന സവിശേഷതകളുടെ എണ്ണത്തിനനുസരിച്ച് ഏകതല (One way), ദ്വിതല (Two way), ത്രിതല (Three way) വർഗീകരണത്തോടെ പട്ടികാവതരണം നടത്താവുന്നതാണ്. ഒരു നല്ല പട്ടികക്ക് താഴെ പറയുന്ന ഭാഗങ്ങൾ ഉണ്ടായിരിക്കണം.

(i) പട്ടിക നമ്പർ (Table Number)

തിരിച്ചറിയുന്നതിനു വേണ്ടിയാണ് പട്ടികക്ക് നമ്പർ നൽകുന്നത്. ഒന്നിലധികം പട്ടികകളുണ്ടെങ്കിൽ പട്ടികാനമ്പറാണ് ഒന്നിനെ മറ്റൊന്നിൽ നിന്ന് തിരിച്ചറിയാൻ സഹായിക്കുന്നത്. പട്ടികാനമ്പർ പട്ടികയുടെ ഏറ്റവും മുകളിലോ ശീർഷകത്തിന്റെ ആരംഭത്തിലോ ആണ് നൽകുന്നത്. ഒരു പുസ്തകത്തിൽ ധാരാളം പട്ടികകളുണ്ടെങ്കിൽ പൊതുവെ ആരോഹണക്രമത്തിൽ

ലാണ് നമ്പറുകൾ നൽകുന്നത്. പട്ടികയെ അതിന്റെ സഹനത്തിനനുസരിച്ച് തിരിച്ചറിയുന്നതിനായി 1.2, 3.1 എന്നിങ്ങനെ നമ്പറുകൾ നൽകാറുണ്ട്. ഉദാഹരണത്തിന്, പട്ടിക നമ്പർ 4.5 എന്നതിന് നാലാം അദ്ധ്യായത്തിലെ അഞ്ചാമത്തെ പട്ടിക എന്നാണ് മനസിലാക്കേണ്ടത് (പട്ടിക 4.5 കാണുക).

(ii) ശീർഷകം (Title)

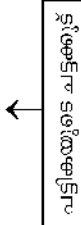
ശീർഷകം പട്ടികയുടെ ഉള്ളടക്കത്തെ സൂചിപ്പിക്കുന്നു. അത് വളരെ വ്യക്തവും ലഘുവായതും ശ്രദ്ധാപൂർവ്വം പദപ്രയോഗം നടത്തിയതുമാവണം. എങ്കിൽ മാത്രമേ പട്ടികയിൽ നിന്നുമുള്ള ദത്തത്തിന്റെ വ്യാഖ്യാനം വ്യക്തവും സംശയമില്ലാത്തതുമാവുകയുള്ളൂ. ശീർഷകം പട്ടികയുടെ മുകൾഭാഗത്ത് പട്ടികാനമ്പറിനു തുടർച്ചയായോ അല്ലെങ്കിൽ തൊട്ടുതാഴെയോ ആണ് നൽകുന്നത്. (പട്ടിക 4.5 കാണുക)

(iii) ക്യാപ്ഷൻ അഥവാ നിരയുടെ തലക്കെട്ട് (Caption or Column Heading)

നിരയിലെ ഉള്ളടക്കത്തെ വിശദമാക്കുന്നതിനുവേണ്ടി ഓരോ നിരയുടേയും മുകളിലായി ഒരു തലക്കെട്ട് നൽകാറുണ്ട്. ഇതിനെ ക്യാപ്ഷൻ അഥവാ നിരയുടെ തലക്കെട്ട് എന്ന് വിളിക്കുന്നു (പട്ടിക 4.5 കാണുക).

(iv) സ്റ്റബ് അഥവാ വരിയുടെ തലക്കെട്ട് (Stub or Row Heading)

നിരയ്ക്ക് തലക്കെട്ട് നൽകിയതുപോലെ ഓരോ വരിയ്ക്കും തലക്കെട്ട് നൽകേണ്ടതുണ്ട്. വരിക്ക് കൊടുക്കുന്ന തലക്കെട്ടിനെയാണ് സ്റ്റബ് അഥവാ സ്റ്റബ് ഇനം (Stub Item) എന്നുവിളിക്കുന്നത്. ഇടതു ഭാഗത്തുള്ള നിരയെ സ്റ്റബ്നിര (Stub Column)



എന്നുവിളിക്കുന്നു. വരിയുടെ തലക്കെട്ടുകളുടെ ഒരു ചെറിയ വിവരണം പട്ടികയുടെ ഇടത്തേ അറ്റത്ത് മുകളിൽ കൊടുക്കുന്നു (പട്ടിക 4.5 കാണുക).

യും നാലാമത്തെ നിരയിലേയും ദത്തം സൂചിപ്പിക്കുന്നത് 2001-ൽ ഇന്ത്യൻ ഗ്രാമങ്ങൾ ഉിലെ 25 കോടി സ്ത്രീകൾ ഞാഴിലെടുക്കാത്തവരായിരുന്നു എന്നാണ് (പട്ടിക 4.5 കാണുക).

പട്ടികയുടെ ഏറ്റവും പ്രധാന ഭാഗമാണ് ഉള്ളടക്കം. യഥാർത്ഥ വിവരങ്ങൾ ഇവിടെയാണ് ഉൾക്കൊള്ളിച്ചിരിക്കുന്നത്. നിരയേയും വരിയേയും ബന്ധപ്പെടുത്തി വായിക്കാൻ പറ്റുന്ന രീതിയിലാണ് ഓരോ ദത്തത്തിനും സ്ഥാനം നിശ്ചയിച്ചിരിക്കുന്നത്. ഉദാഹരണത്തിന്, രണ്ടാമത്തെ വരിയിലേ

പട്ടികയുടെ ഉള്ളടക്കത്തിൽ നൽകിയിരിക്കുന്ന സംഖ്യകളുടെ (യഥാർത്ഥ ദത്തങ്ങൾ) അളവിന്റെ ഏകകത്തിന് പട്ടികയിലുടനീളം മാറ്റമില്ല. എങ്കിൽ, അത് എല്ലായ്പ്പോഴും ശീർഷകത്തിനൊപ്പം പ്രസ്താവിക്കേണ്ടതാണ്. വരിയിലും (Row) നിരയിലും (Column)

വ്യത്യസ്ത ഏകകങ്ങളാണ് ഉപയോഗിച്ചതെങ്കിൽ ആ വിവരം സ്റ്റമ്പിന്റെയോ, ക്യാപ്ഷന്റെയോ ഒപ്പം പ്രസ്താവിക്കണം. സംഖ്യകൾ വലുതാണെങ്കിൽ അവ റൗണ്ട് ചെയ്ത്, റൗണ്ട് ചെയ്തതിന്റെ രീതി സഹിതം സൂചിപ്പിക്കണം (പട്ടിക 4.5 കാണുക).

(vii) ഉറവിടം (Source)

പട്ടികയിൽ അവതരിപ്പിച്ച ദത്തങ്ങളുടെ ഉറവിടം സൂചിപ്പിക്കുന്ന ഒരു ചുരുക്ക പ്രസ്താവനയാണ് ഇത്. ഒന്നിലധികം ഉറവിടങ്ങളുണ്ടെങ്കിൽ അവയെല്ലാം എഴുതേണ്ടതാണ്. ഉറവിടം സാധാരണയായി പട്ടികയുടെ താഴെയാണ് നൽകുന്നത് (പട്ടിക 4.5 കാണുക).

(viii) കുറിപ്പ് (Note)

പട്ടികയുടെ ഭാഗങ്ങളിൽ അവസാനത്തേതാണ് കുറിപ്പ്. മുൻപ് വിശദമാക്കാത്തതോ സ്വയം വിശദീകരണാത്മകമല്ലാത്തതോ ആയ പട്ടികയിലെ ദത്തങ്ങളുടെ സവിശേഷതകളെ വ്യക്തമാക്കാനാണ് കുറിപ്പ് നൽകുന്നത്.

പ്രവർത്തനങ്ങൾ

- ഒരു പട്ടിക ഉണ്ടാക്കുന്നതിന് എത്ര വരികളും നിരകളും അത്യാവശ്യമാണ്?
- ഒരു പട്ടികയുടെ വരിയുടെ തലക്കെട്ട്/നിരയുടെ തലക്കെട്ട് പരമാണാത്മകമോ?
- പട്ടിക 4.2, 4.3 എന്നിവയിലെ സംഖ്യകളെ റൗണ്ട് ചെയ്ത് പുതിയ പട്ടികയായി അവതരിപ്പിക്കുക.
- മുൻപ് സൂചിപ്പിച്ച അവസ്ഥ 2-ലെ ആദ്യ രണ്ട് വാചകങ്ങൾ ഒരു പട്ടികയായി അവതരിപ്പിക്കുക. ഇതിലേക്ക് വേണ്ട ചില വിശദാംശങ്ങൾ ഈ അധ്യായത്തിന്റെ മറ്റ് ഭാഗങ്ങളിൽ നിന്നും കണ്ടെത്താം.

5. ദത്തങ്ങളുടെ രേഖാചിത്ര അവതരണം (Diagrammatic Presentation of Data)

ദത്തങ്ങളുടെ അവതരണത്തിന്റെ മൂന്നാമത്തെ രീതിയാണ് ഇത്. പട്ടികാവതരണത്തേയും വിവരണാത്മകാവതരണത്തേയും അപേക്ഷിച്ച് ഈ രീതി വിശദീകരിക്കപ്പെടേണ്ട ദത്തത്തിന്റെ യഥാർത്ഥ വസ്തുതയെക്കുറിച്ച് ഒറ്റനോട്ടത്തിൽ വ്യക്തമായ ധാരണ നൽകുന്നു. ദത്തങ്ങളുടെ സംഖ്യാരൂപത്തിൽ ഉൾച്ചേർത്തിട്ടുള്ള വളരെ അപൂർണ്ണമായ ആശയങ്ങളെ കൂടുതൽ വ്യക്തവും എളുപ്പത്തിൽ ഗ്രഹിക്കാൻ കഴിയുന്നതുമായ രീതിയിലേക്ക് ഫലപ്രദമായി മാറ്റുവാൻ രേഖാചിത്ര അവതരണത്തിലൂടെ കഴിയുന്നു.

രേഖാചിത്രങ്ങൾ പട്ടികയേക്കാൾ കൃത്യത കുറഞ്ഞവയാണെങ്കിലും കൂടുതൽ ഫലപ്രദമാണ്. ദത്തങ്ങളുടെ അവതരണത്തിന് സാധാരണയായി വിവിധതരം രേഖാചിത്രങ്ങൾ ഉണ്ട്. അവയിൽ പ്രധാനപ്പെട്ടവ താഴെ കൊടുക്കുന്നു.

(i) ജ്യാമിതീയ രേഖാചിത്രങ്ങൾ
(Geometric Diagrams)

(ii) ആവൃത്തിചിത്രങ്ങൾ
(Frequency Diagrams)

(iii) ഗണിതരേഖാചിത്രങ്ങൾ
(Arithmetic Line Graph)

(i) ജ്യാമിതീയരേഖാചിത്രം (Geometric diagram)

ബാർഡയഗ്രാഫും പൈഡയഗ്രാഫും ജ്യാമിതീയരേഖാചിത്രങ്ങളുടെ വിഭാഗത്തിൽപ്പെടുന്നു. ബാർഡയഗ്രാഫ് മൂന്ന് വിധത്തിലുണ്ട്. ലഘുബാർഡയഗ്രാം (Simple Bar Diagram), ബഹുഇന ബാർഡയഗ്രാം

(Multiple Bar Diagram), ഘടക ബാർ ഡയഗ്രാം (Compound Bar Diagram) ബാർ ഡയഗ്രാമുകൾ (Bar Diagrams)

ലഘുബാർ ഡയഗ്രാം (Simple Bar Diagram)

ഓരോ ക്ലാസിനേയും അഥവാ ഓരോ വിഭാഗം ദത്തങ്ങളേയും പ്രതിനിധാനം ചെയ്യുന്ന തുല്യഅകലത്തിലും തുല്യ വിതിയിലുമുള്ള ഒരു കൂട്ടം ദീർഘചതുര ബാറുകൾ ഉൾക്കൊള്ളുന്ന ഡയഗ്രാമാണ് ഇത്. ബാറുകളുടെ ഉയരം അഥവാ നീളം ദത്തങ്ങളുടെ അളവുകളെ കുറിക്കുന്നു. ബാറുകളുടെ താഴെ അറ്റം അടിസ്ഥാന രേഖയിൽ സ്പർശിക്കുന്നു. അതിനാൽ ഓരോ ബാറും പുഷ്പത്തിൽ നിന്നാണ് തുടങ്ങുന്നത്. ബാർ ഡയഗ്രാത്തിലെ ബാറുകളെ കാഴ്ചയിൽത്തന്നെ അവയുടെ ആപേക്ഷിക ഉയരത്തിനനുസരിച്ച് താരതമ്യം ചെയ്യാനാകുമെന്നതിനാൽ ദത്തങ്ങളെ വളരെ വേഗത്തിൽ സംക്ഷേപിക്കാനാകുന്നു. ഇതിനായി ഉപയോഗിക്കുന്ന ദത്തങ്ങൾ ആവൃത്തിയുള്ളവയോ ഇല്ലാത്തവയോ ആകാം. ആവൃത്തിയില്ലാത്ത ദത്തങ്ങളാണെങ്കിൽ ഡയഗ്രാം നിർമ്മിക്കുന്നതിന് വ്യത്യസ്ത സമയങ്ങളിലോ വ്യത്യസ്ത സംസ്ഥാനങ്ങളിലോ ഉള്ള ഉത്പാദനം, വിളവ്, ജനസംഖ്യ മുതലായ സവിശേഷതകളിലൊന്നിനെ എടുത്ത് അതിന്റെ മൂല്യങ്ങൾക്ക് അനുസൃതമായ ഉയരത്തിൽ ബാറുകൾ വരക്കുന്നു. സവിശേഷതകളുടെ അളന്നതോ കണക്കാക്കിയതോ ആയ മൂല്യങ്ങളെയാണ് ഓരോ ബാറും പ്രതിനിധാനം ചെയ്യുന്നത്. ചിത്രം 4.1 ബാർഡയഗ്രാത്തിന് ഒരു ഉദാഹരണമാണ്.

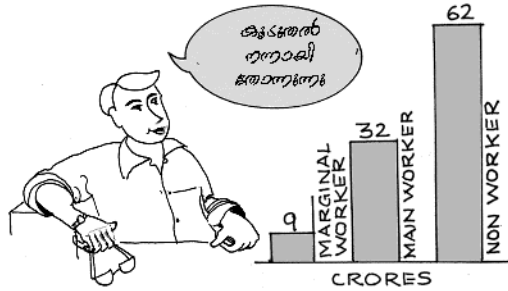
പ്രവർത്തനം

- നിങ്ങളുടെ സ്കൂളിലെ വിവിധ ക്ലാസിലെ വിദ്യാർത്ഥികളുടെ എണ്ണത്തെക്കുറിച്ചുള്ള ദത്തങ്ങൾ അവ തരിപ്പിക്കുന്ന ഒരു പട്ടിക നിർമ്മിക്കുക. അതേ പട്ടികയിലെ വിവരങ്ങൾ കാണിക്കുന്ന ഒരു ബാർ ഡയഗ്രാം വരക്കുക.

വിവിധങ്ങളായ ദത്തങ്ങൾക്ക് വ്യത്യസ്ത തരത്തിലുള്ള രേഖാചിത്രങ്ങൾ ആവശ്യമായി വന്നേക്കാം. ആവൃത്തിയുള്ളതും ഇല്ലാത്തതുമായ ചരങ്ങൾക്കും (Variable) ഗുണാരമക ചരങ്ങൾക്കും (Attributes) ബാർ ഡയഗ്രാമുകൾ അനുയോജ്യമാണ്. കുടുംബത്തിന്റെ വലുപ്പം, ഒരു സ്കൂളിലെ ക്ലാസുകൾ, ഒരു പരീക്ഷയിലെ ഗ്രേഡുകൾ മുതലായ സന്തതചരങ്ങളും ലിംഗം, മതം, ജാതി, രാജ്യം തുടങ്ങിയ ഗുണാരമക ചരങ്ങളും ബാർ ഡയഗ്രാമുകൾ ഉപയോഗിച്ച് അവതരിപ്പിക്കാം. വരവ്-ചെലവ് മാറ്റങ്ങൾ കാണിക്കുന്ന കണക്കുകൾ, വർഷങ്ങളായുള്ള കയറ്റുമതിയും ഇറക്കുമതിയും തുടങ്ങിയ ആവൃത്തിയില്ലാത്ത ദത്തങ്ങൾ അവതരിപ്പിക്കാൻ ബാർ ഡയഗ്രാമുകളാണ് കൂടുതൽ സൗകര്യപ്രദം.

ബാർഡയഗ്രാം വിശകലനം ചെയ്യുമ്പോൾ ഒരു വിഭാഗത്തെ പ്രതിനിധീകരിക്കുന്ന ബാർ (ഉദാ: കേരളത്തിലെ സാക്ഷരത) മറ്റുള്ളവയേക്കാൾ (ഉദാ: പശ്ചിമബംഗാളിലെ സാക്ഷരത) ഉയരമുള്ളതാണെങ്കിൽ പ്രസ്തുത ബാർ പ്രതിനിധീകരി

ക്കുന്ന, അളന്നതോ കണക്കാക്കിയതോ ആയ സവിശേഷത കൂടുതലുണ്ട് എന്ന് മനസ്സിലാക്കാം.



മറ്റൊരു ഇനത്തെ അപേക്ഷിച്ച് (ഉദാ: പശ്ചിമബംഗാളിലെ സാക്ഷരത) നീളം കൂടിയ ബാറുള്ള ഇനത്തിന് (ഉദാ: കേരളത്തിലെ

സാക്ഷരത) കൂടുതൽ അളന്നതോ കണക്കാക്കിയതോ ആയ സവിശേഷതകളുണ്ട്. നിരകൾ (Columns) എന്നും അറിയപ്പെടുന്ന ബാറുകൾ കാലശ്രേണീദത്തങ്ങളിലാണ് സാധാരണയായി ഉപയോഗിക്കുന്നത്. (ഉദാ: 1980-നും 2000-നും ഇടയിൽ ഉൽപ്പാദിപ്പിച്ച ഭക്ഷ്യധാന്യം, തൊഴിൽപ്രാതിനിധ്യനിരക്കിലെ ദശാബ്ദവൃതിയാനം, വർഷങ്ങളായി രജിസ്റ്റർ ചെയ്യപ്പെടുന്ന തൊഴിലില്ലാത്തവരുടെ എണ്ണം, സാക്ഷരതാനിരക്കുകൾ മുതലായവ) (ചിത്രം 4.2).

ലഘു ബാർ ഡയഗ്രാം കൂടാതെ ബാർ ഡയഗ്രാമുകൾക്ക് ബഹുതല ബാർ ഡയഗ്രാം, ഘടക ബാർഡയഗ്രാം എന്നിങ്ങനെയും

പട്ടിക 4.6

ഇന്ത്യയിലെ പ്രധാന സംസ്ഥാനങ്ങളിലെ സാക്ഷരതാനിരക്കുകൾ

പ്രധാന ഇന്ത്യൻ സംസ്ഥാനങ്ങൾ	2001		2011	
	പുരുഷൻ	സ്ത്രീ	പുരുഷൻ	സ്ത്രീ
ആന്ധ്രാ പ്രദേശ് (AP)	70.3	50.4	75.6	59.7
ആസ്സാം (AS)	71.3	54.6	78.8	67.3
ബീഹാർ (BR)	59.7	33.1	73.4	53.3
ഡാർജലിംഗ് (JH)	67.3	38.9	78.4	56.2
ഗുജറാത്ത് (GJ)	79.7	57.8	87.2	70.7
ഹരിയാന (HR)	78.5	55.7	85.3	66.8
കർണാടക (KA)	76.1	56.9	82.9	68.1
കേരളം (KE)	94.2	87.7	96.0	92.0
മധ്യപ്രദേശ് (MP)	76.1	50.3	80.5	60.0
ചത്തീസ്ഗഡ് (CH)	77.4	51.9	81.5	60.6
മഹാരാഷ്ട്ര (MR)	86.0	67.0	89.8	75.5
ഓറീസ (OD)	75.3	50.5	82.4	64.4
പഞ്ചാബ് (PB)	75.2	63.4	81.5	71.3
രാജസ്ഥാൻ (RJ)	75.7	43.9	80.5	52.7
തമിഴ് നാട് (TN)	82.4	64.4	86.8	73.9
ഉത്തർ പ്രദേശ് (UP)	68.8	42.2	79.2	59.3
ഉത്തരാഖണ്ഡ് (UK)	83.3	59.6	88.3	70.7
പശ്ചിമ ബംഗാൾ (WB)	77.0	59.6	82.7	71.2
ഇന്ത്യ	75.3	53.7	82.1	65.5

സാംഖ്യക സാമ്പത്തികശാസ്ത്രത്തിൽ

വിവിധരൂപങ്ങളുണ്ട് എന്ന് പരിചയപ്പെടുവല്ലോ?

പ്രവർത്തനങ്ങൾ

- ഇന്ത്യയിലെ സംസ്ഥാനങ്ങളിൽ എത്ര എണ്ണത്തിനാണ് 2011 ലെ ദേശീയ ശരാശരിയേക്കാൾ ഉയർന്ന സ്ത്രീ സാക്ഷരതാനിരക്ക് ഉണ്ടായിരുന്നത് ?
- സംസ്ഥാനങ്ങളിലുടനീളമുള്ള സ്ത്രീ സാക്ഷരതയിലെ ഉയർന്നതും താഴ്ന്നതുമായ നിരക്കുകൾ തമ്മിലുള്ള അകലത്തിൽ തുടർച്ചയായി 2001, 2011 സെൻസസ് വർഷങ്ങളിൽ കുറവ് സംഭവിച്ചിട്ടുണ്ടോ?

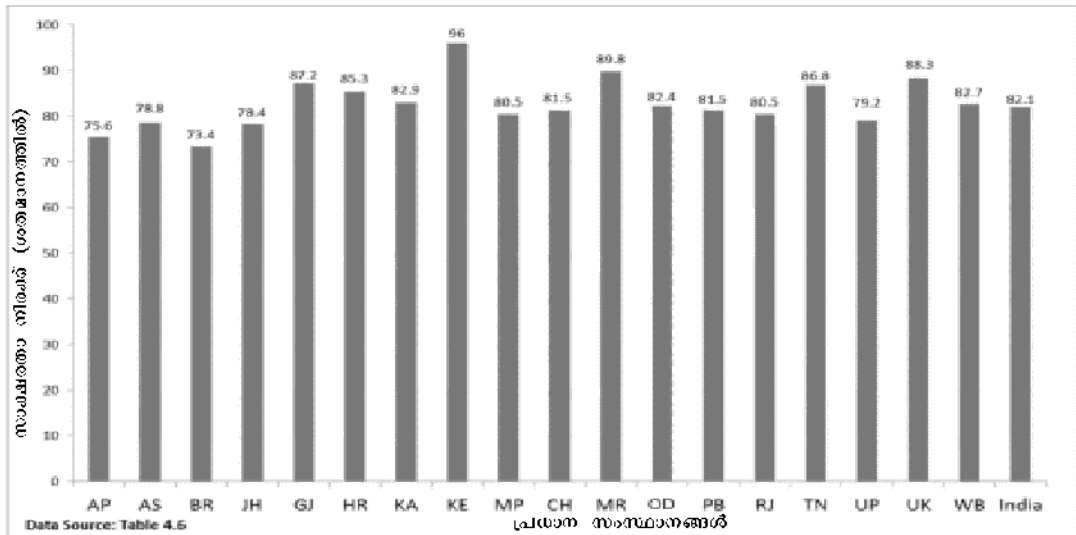
ബഹുമാന ബാർ ഡയഗ്രാം (Multiple Bar Diagram)

രണ്ടോ അതിലധികമോ കൂട്ടം ദത്തങ്ങളെ താരതമ്യം ചെയ്യുന്നതിനാണ് ബഹുമാന ബാർ ഡയഗ്രാമുകൾ (ചിത്രം 4.2) ഉപയോഗിക്കുന്നത്. ഉദാഹരണത്തിന്, വരുമാനവും ചെലവും, വിവിധ വർഷങ്ങളിലെ

ഇറക്കുമതിയും കയറ്റുമതിയും, വ്യത്യസ്ത ക്ലാസുകളിലെ വിദ്യാർത്ഥികൾ വിവിധ വിഷയങ്ങളിൽ നേടിയ മാർക്കുകൾ മുതലായവയെ അവതരിപ്പിക്കാൻ ബഹുമാന ബാർ ഡയഗ്രാം ഉപയോഗിക്കാം.

ഘടക ബാർ ഡയഗ്രാം (Component Bar Diagram)

ഉപഡയഗ്രാമുകൾ (sub diagrams) അഥവാ ചാർട്ടുകൾ എന്ന് അറിയപ്പെടുന്ന ഘടക ബാർ ഡയഗ്രാമുകൾ (ചിത്രം. 4.3) ഓരോ ഘടക ഭാഗങ്ങളുടേയും വലുപ്പം താരതമ്യം ചെയ്യാൻ ഉപയോഗപ്രദമാണ്. കൂടാതെ മൊത്തത്തിൽ അവിഭാജ്യഭാഗങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള ബന്ധത്തിലേക്കും ഇത് വെളിച്ചം വീശുന്നു. ഉദാഹരണത്തിന്, വിവിധ ഉൽപ്പന്നങ്ങളിൽ നിന്നുള്ള വിറ്റു വരവ്, ഒരു സാധാരണ ഇന്ത്യൻ കുടുംബത്തിന്റെ ചെലവ് മാതൃക (ഭക്ഷണം, വാടക, മരുന്ന്, വിദ്യാഭ്യാസം, വൈദ്യുതി തുടങ്ങിയ ഘടകങ്ങൾ), ബജറ്റിലെ വരവുചെലവ് വകയിരുത്തലുകൾ, തൊഴിൽശക്തിയുടെ ഘടകങ്ങൾ, ജനസംഖ്യ മുതലായവ അവതരി



ചിത്രം 4.1: 2011-ൽ ഇന്ത്യയിലെ പ്രധാന സംസ്ഥാനങ്ങളിലുള്ള പുരുഷസാക്ഷരതാനിരക്ക് കാണിക്കുന്ന ബാർഡയഗ്രാം. (സാക്ഷരതാനിരക്കുകൾ 7 വയസിനും അതിനുമുകളിലും ഉള്ളവരുടേത്).

പ്ലിക്കാൻ ഘടക ബാർ ഡയഗ്രാം ഉപയോഗിക്കാം. ഘടക ബാർ ഡയഗ്രാത്തിന് അനുയോജ്യമായ ഷേഡുകൾ അഥവാ നിറങ്ങൾ നൽകാറുണ്ട്.

പട്ടിക 4.7

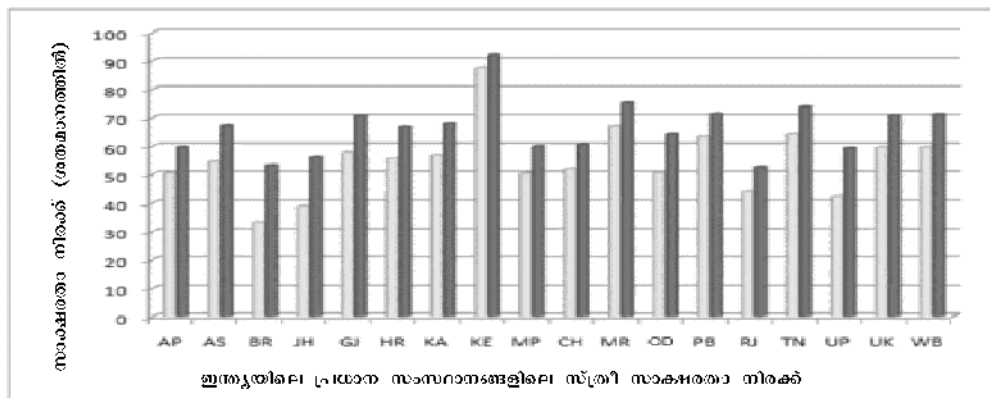
ബീഹാറിലെ ഒരു ജില്ലയിലെ വിദ്യാലയങ്ങളിലെ 6-14 വയസ് കുട്ടികളുടെ ലിംഗാടിസ്ഥാനത്തിലുള്ള പ്രവേശനം (ശതമാനം)

ലിംഗം	പ്രവേശനം നേടിയവർ (%)	സ്കൂൾ പ്രവേശനം നേടാത്തവർ (%)
ആൺകുട്ടികൾ	91.5	8.5
പെൺകുട്ടികൾ	58.6	41.4
ആകെ	78.0	22.0

ഉറവിടം : പ്രസിദ്ധീകരിക്കപ്പെടാത്ത ദത്തങ്ങൾ

ഒരു ഘടക ബാർഡയഗ്രാം ബാറിനേയും അതിന്റെ രണ്ടോ അതിലധികമോ ആയി വിഭജിക്കപ്പെട്ട ഉപവിഭാഗങ്ങളേയും കാണിക്കുന്നു. ഉദാഹരണത്തിന് 6 മുതൽ 14 വയസ് വരെയുള്ള കുട്ടികളുടെ മൊത്തം

എണ്ണമാണ് ബാർ കാണിക്കുന്നത്. അതിന്റെ ഉപവിഭാഗങ്ങൾ വിദ്യാലയങ്ങളിൽ പ്രവേശനം നേടിയവരേയും അല്ലാത്തവരേയും കാണിക്കുന്നു. ചിത്രം 4.3 ൽ കാണിച്ചതുപോലെ ബാർ ഡയഗ്രാത്തിൽ സൂചിപ്പിച്ചിട്ടുള്ള പ്രായത്തിൽപ്പെട്ട കുട്ടികളിൽ ആൺകുട്ടികൾ, പെൺകുട്ടികൾ, മൊത്തം കുട്ടികൾ എന്നിവർക്കായുള്ള വിവിധ ഘടക ബാറുകൾ ഉൾപ്പെടുന്നു. ഒരു ഘടക ബാർഡയഗ്രാം നിർമ്മിക്കുന്നതിന് ആദ്യം x അക്ഷത്തിന് മുകളിലേക്കായി ഘടക ഇനങ്ങളുടെ മൊത്തം മൂല്യത്തിന് തുല്യമായ ഉയരത്തിൽ ഒരു ബാർ വരയ്ക്കുന്നു (ദത്തങ്ങൾ ശതമാനത്തിലുള്ളതാണെങ്കിൽ ബാറിന്റെ ഉയരം 100 യൂണിറ്റാണ്, ചിത്രം 4.3). അതല്ല എങ്കിൽ ഉയരം ബാറിന്റെ മൊത്തം മൂല്യത്തിന് തുല്യമാക്കുകയും ഘടക ഭാഗങ്ങളുടെ ആനുപാതിക ഉയരം ഏകീകൃതരീതിയിലൂടെ (Unitary Method) നിർണ്ണയിക്കുകയും ചെയ്യുന്നു. ബാർ

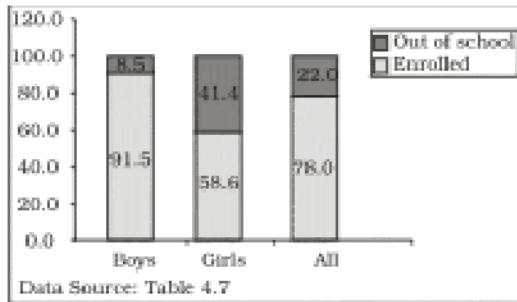


ചിത്രം 4.2: പ്രധാന ഇന്ത്യൻ സംസ്ഥാനങ്ങളിലെ 2001, 2011 സെൻസസ് വർഷങ്ങളിലെ സ്ത്രീസാക്ഷരതാ നിരക്കുകൾ കാണിക്കുന്ന ബാർഡയഗ്രാം (അടിസ്ഥാന ദത്തങ്ങൾ : പട്ടിക 4.6).

വ്യാഖ്യാനം : സ്ത്രീസാക്ഷരതാനിരക്ക് രാജ്യത്തുടനീളം വർഷാവർഷം വർദ്ധിച്ചു കൊണ്ടിരിക്കുകയാണെന്ന് ചിത്രം 4.2 ൽ നിന്ന് എളുപ്പത്തിൽ മനസ്സിലാക്കാനാവും. രാജസ്ഥാനിലാണ് സ്ത്രീസാക്ഷരതാനിരക്ക് ഏറ്റവും വേഗത്തിൽ വർദ്ധിക്കുന്നത് എന്ന് ഈ ചിത്രത്തിൽ നിന്ന് വ്യാഖ്യാനിക്കാനാവും.

സംഖ്യകൾ സാമ്പത്തികശാസ്ത്രത്തിൽ

വിഭജിക്കുന്ന സമയത്ത് ചെറിയ മൂല്യങ്ങൾക്കാണ് മുൻഗണന നൽകുന്നത്.

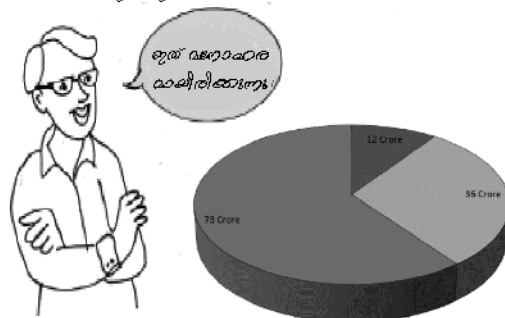


ചിത്രം 4.3 ബീഹാറിലെ ഒരു ജില്ലയിൽ പ്രാഥമിക തലത്തിലേക്ക് നടന്ന സ്കൂൾപ്രവേശനം (ഘടക ബാർ ഡയഗ്രാം)

പൈഡയഗ്രാം (Pie Diagram)

പൈഡയഗ്രാവും ഒരു ഘടക ഡയഗ്രാമാണ്. എന്നാൽ ബാർ ഡയഗ്രാത്തിൽ നിന്നും വിഭിന്നമായി പൈഡയഗ്രാം വൃത്താകൃതിയിലുള്ളതാണ്. ഇവിടെ ഘടകമൂല്യങ്ങൾക്ക് ആനുപാതികമായി വൃത്തത്തെ വിഭജിക്കുന്നു (ചിത്രം.4.4).

പൈഡയഗ്രാമത്തെ പൈചാർട്ട് എന്നും വിളിക്കുന്നു. വൃത്തത്തിന്റെ കേന്ദ്രത്തിൽ നിന്നും വൃത്തപരിധിയിലേക്ക് നേർരേഖകൾ വരച്ചുകൊണ്ട് അതിനെ ഘടകങ്ങളുടെ എണ്ണത്തിന്റെ അനുപാതം ഭാഗങ്ങളാക്കി വിഭജിക്കുന്നു.



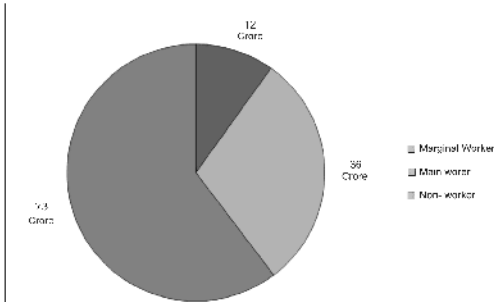
തന്നിട്ടുള്ള ഇനങ്ങളുടെ കേവലമൂല്യങ്ങൾ അതേപടി ഉപയോഗിച്ച് സാധാരണയായി പൈ ചാർട്ടുകൾ വരക്കാറില്ല. ആദ്യം ഓരോ ഇനത്തിന്റെയും മൂല്യം, എല്ലാ ഇനങ്ങളുടേയും മൂല്യങ്ങളുടെ ആകെ തുകയുടെ ശതമാനമായി കാണിക്കുന്നു. ഒരു പൈചാർട്ടിലെ വൃത്തത്തിന്, ആരം എന്തു തന്നെയാണെങ്കിലും 360° യുടെ 100 തുല്യഭാഗങ്ങൾ ഉണ്ട് ($360^\circ/100$). കോണളവ് കണ്ടെത്തുന്നതിനായി ശതമാനത്തിലുള്ള ഓരോ സംഖ്യയേയും 3.60 കൊണ്ട് ഗുണിക്കുന്നു. ശതമാനത്തിലുള്ള ഘടക മൂല്യങ്ങളെ കോണളവുകളാക്കി മാറ്റുന്നതിന്റെ ഉദാഹരണം പട്ടിക 4.8 ൽ കാണിച്ചിട്ടുണ്ട്.

പട്ടിക 4.8

ജനങ്ങളെ തൊഴിൽ അനുസരിച്ച് തരം തിരിച്ചു വിതരണം (കോടിയിൽ)

തൊഴിൽസാധിത	ജനസംഖ്യ	ശതമാനം	കോണളവ്
നാമമാത്ര തൊഴിലാളി	12	9.9	36°
പ്രധാന തൊഴിലാളി	36	29.8	107°
തൊഴിൽ രഹിതൻ	73	60.3	217°
ആകെ	122	100.0	360°

ഘടകബാർഡയഗ്രാം വഴി കാണിച്ച ദത്തങ്ങളെ തുല്യ മികവോടെ പൈചാർട്ട് ഉപയോഗിച്ചും അവതരിപ്പിക്കാമെന്നത് കൗതുകകരമാണ്. പൈഡയഗ്രാത്തിനായി ഉപയോഗപ്പെടുത്തുന്നതിന് മുമ്പ് ഘടകങ്ങളുടെ കേവലമൂല്യങ്ങളെ ശതമാനത്തിലേക്കും ശേഷം കോൺ അളവിലേക്കും മാറ്റണമെന്നതുമാത്രമാണ് കൂടുതലായി ചെയ്യേണ്ടത്.



ഉറവിടം പട്ടിക 4.8

ചിത്രം 4.4 2011-ലെ ഇന്ത്യൻ ജനസംഖ്യയെ തൊഴിൽ സ്ഥിതിക്കനുസരിച്ച് തരംതിരിച്ച് കാണിക്കുന്ന പൈ ഡയഗ്രാം.

പ്രവർത്തനങ്ങൾ

- ചിത്രം 4.4 ലൂടെ അവതരിപ്പിച്ച ദത്തങ്ങളെ ഒരു ഘടകബാർഡയഗ്രത്തിന്റെ രൂപത്തിൽ കാണിക്കുക.
- ഒരു പൈ ഡയഗ്രത്തിന്റെ വിസ്തൃതിയും പൈ ഡയഗ്രം ഉപയോഗിച്ച് അവതരിപ്പിക്കുന്ന ദത്തങ്ങളുടെ മൊത്തം മൂല്യവും തമ്മിൽ എന്തെങ്കിലും ബന്ധമുണ്ടോ?

(ii) ആവൃത്തിരേഖാചിത്രങ്ങൾ

(Frequency Diagram)

ദത്തങ്ങളെ ഗ്രൂപ്പുകളാക്കിയുള്ള ആവൃത്തി വിതരണം അവതരിപ്പിക്കുന്നതിന് ഹിസ്റ്റോഗ്രാം, ആവൃത്തിബഹുഭുജം (Frequency Polygon), ആവൃത്തിവക്രം (Frequency Curve), ഒജീവുകൾ തുടങ്ങിയ ആവൃത്തിരേഖാചിത്രങ്ങൾ ഉപയോഗിക്കുന്നു.

ഹിസ്റ്റോഗ്രാം (Histogram)

ഹിസ്റ്റോഗ്രാം ഒരു ദ്വിമാന ഡയഗ്രമാണ്. ക്ലാസ് സീമകൾക്കിടയിലുള്ള ഇടവേളകൾ അടിസ്ഥാനവും (X അക്ഷത്തിൽ), ക്ലാസ് ആവൃത്തിക്ക് ആനുപാതികമായ വിസ്തൃതിയും (Y അക്ഷത്തിൽ) കാണിക്കുന്നു.

തൃതീയമുള്ള ഒരു സെറ്റ് ദീർഘചതുരങ്ങളാണിത് (ചിത്രം.4.5). സാധാരണ കാണുന്നതുപോലെ ക്ലാസ് ഇടവേളകൾ തുല്യ അകലത്തിലുള്ളവയാണെങ്കിൽ ദീർഘചതുരങ്ങളുടെ വിസ്തൃതി അവയുടെ ആവൃത്തിക്ക് ആനുപാതികമായിരിക്കും. ചിലപ്പോൾ ചിലയിനം ദത്തങ്ങളിൽ വ്യത്യസ്തങ്ങളായ ക്ലാസ് ഇടവേളകൾ സൗകര്യപ്രദവും ആവശ്യവുമായി വന്നേക്കാം. ഉദാഹരണത്തിന്, വയസ്സ് അടിസ്ഥാനപ്പെടുത്തി മരണനിരക്ക് പട്ടികപ്പെടുത്തുമ്പോൾ തുടക്കത്തിൽ വളരെ ചെറിയ പ്രായപരിധിയുള്ള ഇടവേളകൾ ഉണ്ടാക്കുന്നത് അർത്ഥവത്തും ഉപയോഗപ്രദവുമായിരിക്കും (0,12,..... വർഷങ്ങൾ/ 0,7, 28,..... ദിവസങ്ങൾ). കാരണം കുഞ്ഞുങ്ങളുടെ മരണനിരക്ക് ജനസംഖ്യയുടെ ഉയർന്ന പ്രായവിഭാഗത്തിലുള്ളവരുടേതിനെ അപേക്ഷിച്ച് വളരെ ഉയർന്നതാണ്. ക്ലാസ് ഇടവേളകൾ ലഭ്യമല്ലാത്ത ഇത്തരത്തിലുള്ള ദത്തങ്ങൾ ഗ്രാഫിലൂടെ അവതരിപ്പിക്കുമ്പോൾ ദീർഘചതുരത്തിന്റെ ഉയരം എന്നത്, ഉയരത്തിന്റെയും (ഇവിടെ ആവൃത്തി) അടിസ്ഥാനത്തിന്റെയും (ഇവിടെ ക്ലാസ് ഇടവേള) ഹരണഫലമാണ്. ക്ലാസ് ഇടവേളകൾ തുല്യമാണെങ്കിൽ, അതായത് എല്ലാ ദീർഘചതുരങ്ങളുടേയും വീതി തുല്യമാണെങ്കിൽ അവയുടെ വിസ്തൃതി ക്ലാസ് ഇടവേളയുടെ ആവൃത്തിയുടെ അടിസ്ഥാനത്തിൽ എളുപ്പത്തിൽ താരതമ്യം ചെയ്യാം. അടിസ്ഥാനങ്ങൾ (bases) വീതിയിൽ വ്യത്യാസപ്പെട്ടിരിക്കുമ്പോൾ ദീർഘചതുരങ്ങളുടെ ഉയരങ്ങൾ താരതമ്യപ്പെടുത്താവുന്ന അളവുകൾ നൽകാനായി മേൽപ്പറഞ്ഞതുപോലെ ക്രമീകരിക്കേണ്ടതുണ്ട്. ഇത്തരം സന്ദർഭത്തിൽ കേവല ആവൃത്തിക്ക് (Absolute

സാംഖ്യക സാമ്പത്തികശാസ്ത്രത്തിൽ

Frequency) പകരം ആവൃത്തിസാന്ദ്രതയെ (Frequency Density), അതായത് ആവൃത്തിയെ ക്ലാസ് അന്തരം കൊണ്ട് ഹരിച്ചത്, ഉപയോഗിക്കേണ്ടി വരും.

പട്ടിക 4.9
ഒരു പട്ടണപ്രദേശത്തുള്ള
ദിവസവേതനക്കാരുടെ വിതരണം

ദിവസ വരുമാനം (രൂപ)	വേതനം വാങ്ങുന്നവരുടെ എണ്ണം
45-49	2
50-54	3
55-59	5
60-64	3
65-69	6
70-74	7
75-79	12
80-84	13
85-89	9
90-94	7
95-99	6
100-104	4
105-109	2
110-114	3
115-119	3

ഉറവിടം: പ്രസിദ്ധീകരിക്കപ്പെടാത്ത ദത്തങ്ങൾ

ഹിസ്റ്റോഗ്രാമുകൾ ദീർഘചതുരങ്ങളായതിനാൽ അടിസ്ഥാനരേഖക്ക് സമാന്തരമായി അതേ വലുപ്പത്തിൽ ക്ലാസ് ഇടവേളകളുടെ ആവൃത്തിക്ക് (ആവൃത്തി സാന്ദ്രത) തുല്യമായുള്ള ലംബരേഖകളിൽ ഒരു രേഖ വരയ്ക്കുന്നു. ഒരു അസന്തുചരം (Discrete variable) സൂചിപ്പിക്കുന്നതിന് ഒരിക്കലും ഹിസ്റ്റോഗ്രാം വരയ്ക്കുകയില്ല. ഒരു

ക്ലാസ് ഇടവേളയിലെ താഴ്ന്ന പരിധിയും തൊട്ടുമുൻപുള്ള ഇടവേളയിലെ ഉയർന്ന പരിധിയും, തുല്യമായാലും ഇല്ലെങ്കിലും കുട്ടിച്ചേർക്കുന്നതിനാൽ ദീർഘചതുരങ്ങൾ പരസ്പരം അരികു ചേർന്ന് പോകുന്നു. അടുത്തടുത്തുള്ള രണ്ട് ദീർഘചതുരങ്ങൾക്കിടയിൽ വിടവുണ്ടായിരിക്കുകയില്ല. ക്ലാസുകൾ സന്തുതമല്ലെങ്കിൽ (continuous) അവയെ അദ്ധ്യായം 3-ൽ ചർച്ച ചെയ്തതുപോലെ സന്തുതമാക്കി മാറ്റുന്നു. തുടർച്ച നൽകുന്നതിനായി അടുത്തടുത്തുള്ള രണ്ട് ദീർഘചതുരങ്ങൾക്കിടയിലുള്ള പൊതുവായ ഭാഗം ഒഴിവാക്കുന്നു (ചിത്രം 4.6). ഇങ്ങനെ ലഭിക്കുന്ന ചിത്രം ഒരു ഇരട്ടഗോവണിയുടെ പ്രതീതി നൽകുന്നു.

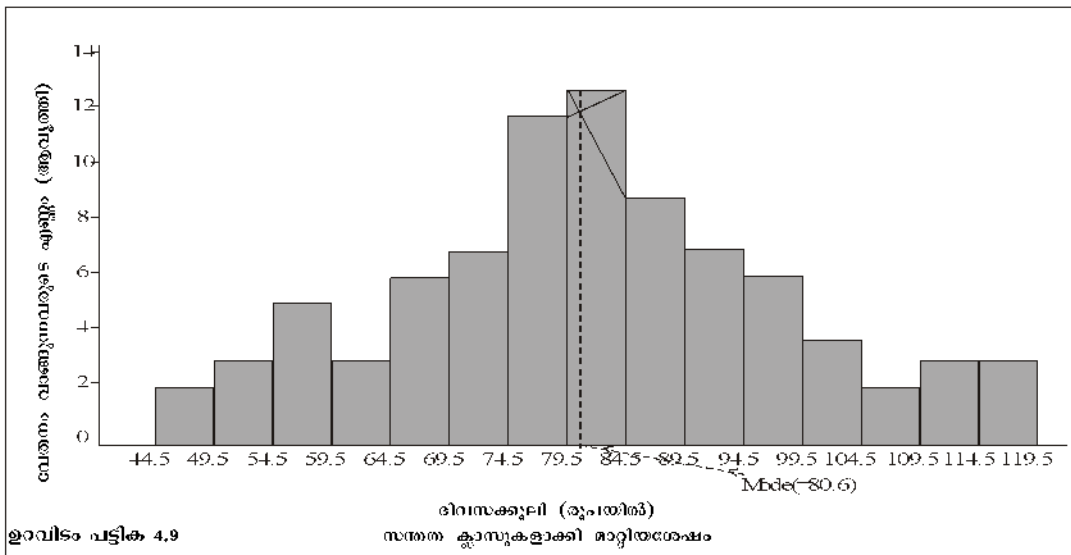
ഹിസ്റ്റോഗ്രാം, ബാർ ഡയഗ്രാം എന്നിവ കാഴ്ചയിൽ ഒരുപോലെ തന്നെയാണ്. എന്നാൽ അവക്കിടയിൽ സാമ്യങ്ങളേക്കാക്കാളേറെ വ്യത്യാസങ്ങളുണ്ട്. ബാറുകൾക്കിടയിലുള്ള വിടവും ബാറുകളുടെ വീതിയും ഏതളവായിരിക്കണമെന്ന നിബന്ധനയില്ല. ബാറുകളുടെ വീതി പരിഗണിക്കാതെ നീളം മാത്രമാണ് ഉപയോഗപ്പെടുത്തുന്നത്. ഒരേ വീതിയിലുള്ള ബാറിന്റെ അതേ ആവശ്യം ഒരൊറ്റ ലംബരേഖ കൊണ്ടും തൃപ്തിപ്പെടുത്താനാവും. ഹിസ്റ്റോഗ്രാമിൽ രണ്ടു ദീർഘ ചതുരങ്ങൾക്കിടയിൽ സ്ഥലം വിടുന്നില്ല. എന്നാൽ ഒരു ബാർ ഡയഗ്രാമിൽ അടുത്തടുത്തായി വരുന്ന ബാറുകൾക്കിടയിൽ കുറച്ച് സ്ഥലം വിടേണ്ടതുണ്ട് (ബഹു ഇന ബാർ ഡയഗ്രാം ഒഴികെ). ബാറുകളുടെ വീതി തുല്യമാണെങ്കിലും താരതമ്യപ്പെടുത്തുമ്പോൾ അത് അപ്രസക്തമാണ്. ഹിസ്റ്റോഗ്രാമിൽ ദീർഘചതുരങ്ങളുടെ ഉയരത്തോളം തന്നെ അതിന്റെ വീതിക്കും

പ്രാധാന്യമുണ്ട്. ബാർഡയഗ്രാം ഉപയോഗിച്ച് അസന്തതചരങ്ങളും (Discrete Variables) സന്തതചരങ്ങളും (Continuous Variables) കാണിക്കാൻ സാധിക്കും. എന്നാൽ ഹിസ്റ്റോഗ്രാം സന്തത ചരങ്ങൾക്കായി മാത്രമേ വരയ്ക്കുകയുള്ളൂ. ചിത്രം 4.5-ൽ കാണിച്ചതുപോലെ ആവൃത്തി വിതരണത്തിന്റെ ബഹുലകമൂല്യം (Mode) ഗ്രാഫിലൂടെ കാണിക്കുന്നതിന് ഹിസ്റ്റോഗ്രാമാണ് ഉപയോഗിക്കുന്നത്. കുത്തുകളുപയോഗിച്ചുള്ള ലംബരേഖയുടെ X അക്ഷത്തിലെ സ്പർശനബിന്ദു (Coordinate) ബഹുലകമൂല്യം നൽകുന്നു.

ആവൃത്തിബഹുഭുജം (Frequency Polygon)

നാലോ അതിലധികമോ നേർരേഖകളാൽ അതിർ നിർണ്ണയിക്കപ്പെട്ട ഒരുതലമാണ് (Plane) ആവൃത്തിബഹുഭുജം. ആവൃത്തി ബഹുഭുജം ഹിസ്റ്റോഗ്രാമിന് പകരം ഉപയോഗിക്കാവുന്നതും ഹിസ്റ്റോ

ഗ്രാമിൽ നിന്നുതന്നെ ഉണ്ടായതുമാണ്. വക്രത്തിന്റെ ആകൃതി പഠിക്കുന്നതിന് ആവൃത്തി ബഹുഭുജത്തെ ഹിസ്റ്റോഗ്രാമുമായി ചേർത്തുവെക്കാവുന്നതാണ്. ഹിസ്റ്റോഗ്രാമിലെ അടുത്തടുത്ത ദീർഘചതുരങ്ങളുടെ മുകൾ വശത്തെ മധ്യബിന്ദുക്കൾ തമ്മിൽ യോജിപ്പിച്ച് ആവൃത്തി ബഹുഭുജം ലളിതമായ രീതിയിൽ വരയ്ക്കാം. ഇങ്ങനെ ലഭിക്കുന്ന വക്രത്തിന്റെ രണ്ടറ്റങ്ങൾ അടിസ്ഥാനരേഖയിൽ നിന്നും അകന്നാണ് ഉണ്ടാവുക. ഇത് അതിന്റെ വിസ്തൃതി കണക്കാക്കുന്നതിന് തടസ്സമാകും. ആവൃത്തിവിതരണത്തിന്റെ രണ്ടറ്റങ്ങളിലും ആവൃത്തി പൂജ്യമായുള്ള ഓരോ ക്ലാസുകളെടുത്ത് അവയുടെ മധ്യബിന്ദുക്കളിലേക്ക് വക്രത്തിന്റെ രണ്ടറ്റങ്ങളേയും യോജിപ്പിച്ച് അവയെ അടിസ്ഥാനരേഖയുമായി ബന്ധിപ്പിക്കുകയാണ് ഇതിനുള്ളപരിഹാരം. ചരിന്നരേഖകളോ (Broken



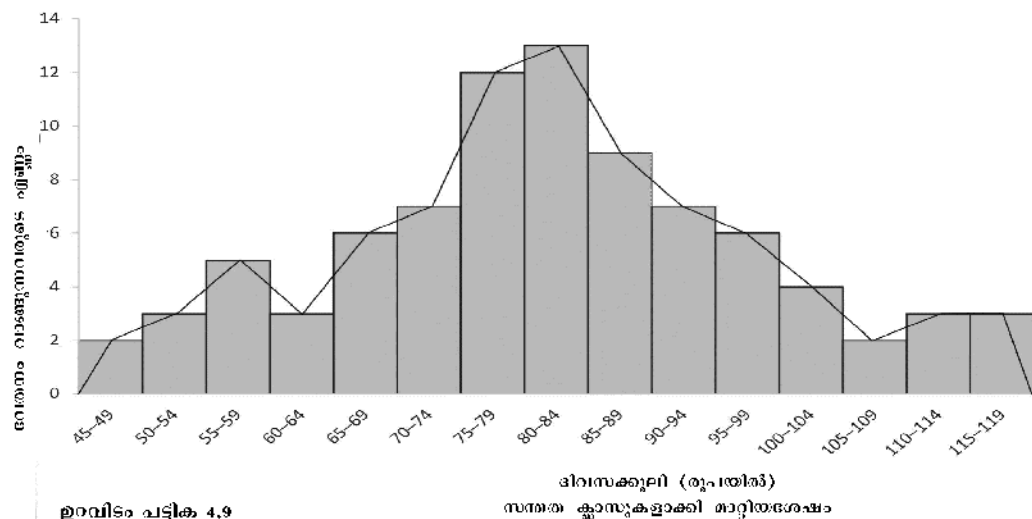
ചിത്രം 4.5 ഒരു പട്ടണപ്രദേശത്തുള്ള 85 ദിവസക്കൂലിക്കാരുടെ വിതരണം കാണിക്കുന്ന ഹിസ്റ്റോഗ്രാം.

സാംഖ്യക സാമ്പത്തികശാസ്ത്രത്തിൽ

Lines), കൂത്തുകൂട്ടോ (Dots) ഉപയോഗിച്ച് ഈ രണ്ട് അറ്റങ്ങളേയും അടിസ്ഥാന രേഖയുമായി ബന്ധിപ്പിക്കുന്നു. അപ്പോൾ വക്രത്തിന്റെ താഴെയുള്ള ആകെ വിസ്തൃതി, ഹിസ്റ്റോഗ്രാമിലെ വിസ്തൃതിയുടേതു പോലെത്തന്നെ, മൊത്തം ആവൃത്തിയുടെ മൂല്യത്തെ അഥവാ സാമ്പിളിന്റെ വലുപ്പത്തെ കാണിക്കുന്നു.

ഗ്രൂപ്പാക്കിയുള്ള ആവൃത്തിവിതരണത്തെ അവതരിപ്പിക്കുന്നതിനുള്ള ഏറ്റവും സാധാരണമായ രീതിയാണ് ആവൃത്തി ബഹുഭുജം. X അക്ഷത്തിൽ ക്ലാസ് സീമകളും ക്ലാസ് മാർക്കുകളും ഉപയോഗിക്കാം. രണ്ട് അടുത്തടുത്തുള്ള ക്ലാസ് മാർക്കുകൾ തമ്മിലുള്ള അകലം ക്ലാസ് ഇടവേളകൾക്ക് ആനുപാതികം അഥവാ തുല്യമായിരിക്കും. ഗ്രാഫ് പേപ്പറിലെ കനത്ത രേഖകളിലാണ് (Heavy Lines) ക്ലാസ് മാർക്കുകൾ അടയാളപ്പെടുത്തുന്നതെങ്കിൽ ദത്തമൂല്യങ്ങൾ രേഖപ്പെടുത്തുന്നത് എളുപ്പമായിരിക്കും.

X അക്ഷത്തിൽ ക്ലാസ് സീമകളാണോ മധ്യ ബിന്ദുക്കളാണോ ഉപയോഗിക്കുന്നത് എന്നത് വിഷയമേ അല്ല. ആവൃത്തികളെ എല്ലായ്പ്പോഴും ക്ലാസ് ഇടവേളകളുടെ മധ്യബിന്ദുക്കളുടെ മുകളിലാണ് അടയാളപ്പെടുത്തുന്നത്. എല്ലാ ബിന്ദുക്കളും ഗ്രാഫിൽ അടയാളപ്പെടുത്തിക്കഴിഞ്ഞാൽ അവയെ ശ്രദ്ധയോടെ ചെറിയ നേർരേഖകൾ ഉപയോഗിച്ച് കൂട്ടി യോജിപ്പിക്കുന്നു. വക്രത്തിന്റെ രണ്ട് അറ്റങ്ങൾ ആദ്യവും അവസാനവുമായി രേഖപ്പെടുത്തിയ ക്ലാസ് ഇടവേളകളുടെ മധ്യബിന്ദുക്കളുമായി ചിനനരേഖകൾ ഉപയോഗിച്ച് ബന്ധിപ്പിക്കുന്നു (ചിത്രം 4.6). ഒരേ അക്ഷത്തിൽ രേഖപ്പെടുത്തിയ രണ്ടോ അതിലധികമോ വിതരണങ്ങൾ താരതമ്യപ്പെടുത്തേണ്ടി വരുമ്പോൾ ആവൃത്തിബഹുഭുജം കൂടുതൽ ഉപയോഗപ്രദമാണ്. കാരണം, രണ്ടോ അതിലധികമോ വിതരണങ്ങളുടെ ലംബമോ തിരശ്ചീനമോ ആയ രേഖകൾ ഒരു ഹിസ്റ്റോഗ്രാമിൽ ഏകീഭവിച്ചേക്കാം.



ചിത്രം.4.6 പട്ടിക 4.9 ലെ ദത്തങ്ങൾ കാണിക്കുന്ന ആവൃത്തിബഹുഭുജം

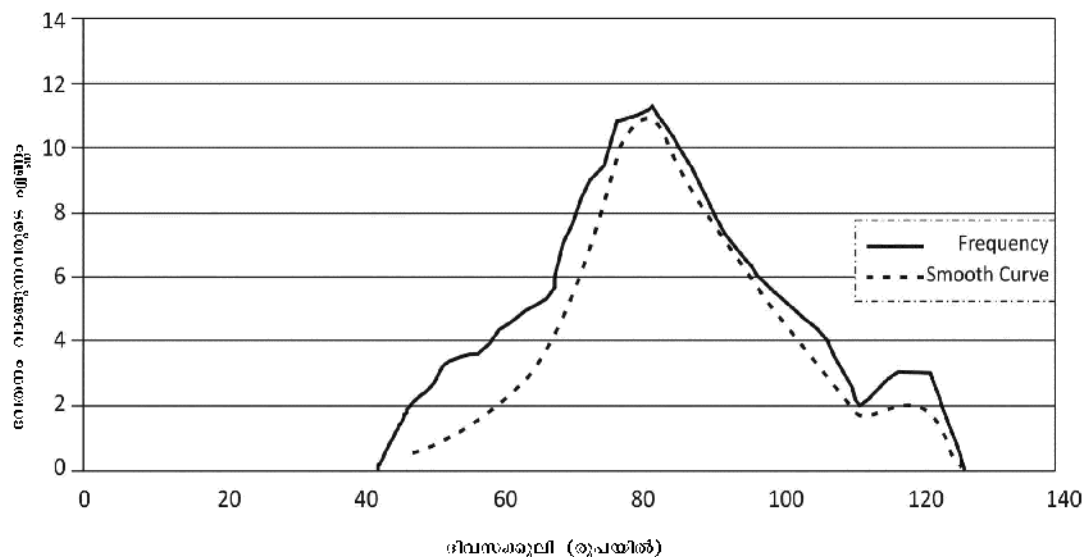
ആവൃത്തിവക്രം (Frequency Curve)

ആവൃത്തിബഹുഭുജം വരയ്ക്കാനായി അടയാളപ്പെടുത്തിയ ബിന്ദുക്കളിലൂടെ സാധ്യമായ അത്രയും അടുപ്പിച്ച് കൈകൊണ്ട് ഒഴുക്കോടെ വരക്കുമ്പോൾ ആവൃത്തി വക്രം ലഭിക്കുന്നു. ആവൃത്തി ബഹുബുജത്തിന്റെ എല്ലാ ബിന്ദുക്കളിലൂടെയും അതേ രീതിയിൽത്തന്നെ ആവൃത്തിവക്രം പോകണമെന്നില്ല. പക്ഷേ, ആവൃത്തിബഹുഭുജത്തിനോട് സാധ്യമാകുന്ന അത്രയും ചേർന്നുനിൽക്കുന്ന തരത്തിലാണ് വക്രം പോകുന്നത് (ചിത്രം 4.7).

ഒജീവ് അഥവാ സഞ്ചിതാവൃത്തി വക്രം (Ogive or Cumilative Frequency curve)

ഒജീവിനെ സഞ്ചിതാവൃത്തി വക്രം എന്നും വിളിക്കാറുണ്ട്. സഞ്ചിതാവൃത്തികൾ ആരോഹണം, അവരോഹണം എന്നിങ്ങനെ രണ്ട് തരത്തിലുള്ളതിനാൽ ഏതൊരു ആവൃത്തിവിതരണത്തിനും രണ്ടുതരം ഒജീവുകളുമുണ്ട്. ആവൃത്തി

ബഹുഭുജത്തിൽ Y അക്ഷത്തിൽ സാധാരണ ആവൃത്തികൾ ഉപയോഗിച്ച സ്ഥാനത്ത് ഒജീവുകളിൽ സഞ്ചിതാവൃത്തികളാണ് അടയാളപ്പെടുത്തുന്നത്. X അക്ഷത്തിൽ ക്ലാസ് പരിധികൾ തന്നെയാണ് ഇവിടേയും ഉപയോഗിക്കുന്നത്. ലെസ്ദാൻ (Less than) ഒജീവ് വരക്കുമ്പോൾ ഉയർന്ന ക്ലാസ് പരിധികൾക്ക് (Upper limits) എതിരെ സഞ്ചിതാവൃത്തി അടയാളപ്പെടുത്തുന്നു. മോർദാൻ ഒജീവിലാണെങ്കിൽ താഴ്ന്ന ക്ലാസ് പരിധികൾക്ക് (Lower limits) എതിരെയാണ് ബന്ധപ്പെട്ട സഞ്ചിതാവൃത്തി രേഖപ്പെടുത്തുന്നത്. രണ്ട് ഒജീവുകളും ഒന്നിച്ച് വരക്കുമ്പോൾ അവയുടെ സംഗമബിന്ദു ആവൃത്തിവിതരണത്തിന്റെ മധ്യാങ്ക (Median) മൂല്യം നൽകുന്നു എന്നതാണ് ഇതിന്റെ സവിശേഷത. (ചിത്രം 4.8(b)) ലെസ്ദാൻഒജീവ് ഒരിക്കലും താഴേക്ക് വരികയോ മോർദാൻഒജീവ് ഒരിക്കലും മുകളിലേക്ക് പോവുകയോ ചെയ്യില്ല എന്നത് അവയുടെ ആകൃതി സൂചിപ്പിക്കുന്നു.

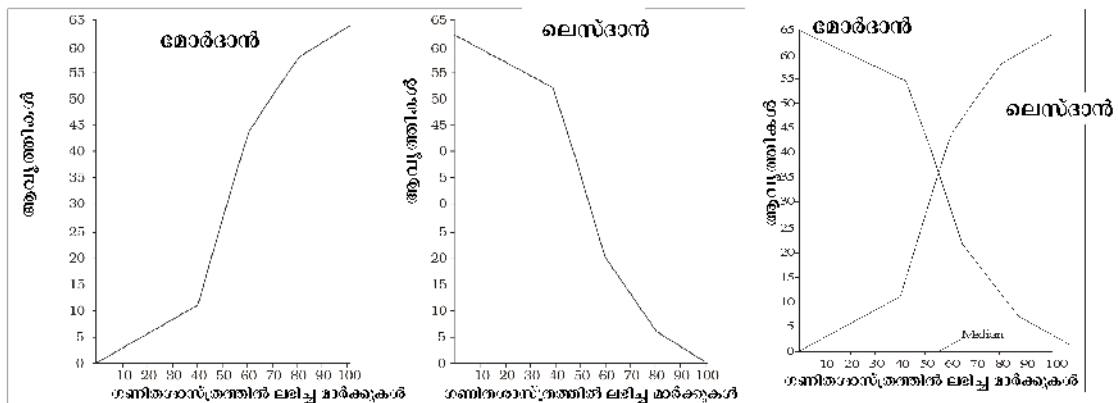


ചിത്രം.4.7 പട്ടിക 4.9 ലെ ദത്തങ്ങൾ കാണിക്കുന്ന ആവൃത്തി വക്രം

സാംഖ്യക സാമ്പത്തികശാസ്ത്രത്തിൽ

പട്ടിക 4.10 ഗണിത ശാസ്ത്രത്തിൽ ലഭിച്ച മാർക്കുകളുടെ ആവൃത്തി വിതരണം

പട്ടിക 4.10 (a)		പട്ടിക 4.10 (b)		പട്ടിക 4.10 (c)	
ഗണിത ശാസ്ത്രത്തിൽ ലഭിച്ച മാർക്കുകളുടെ ആവൃത്തി വിതരണം		ഗണിതശാസ്ത്രത്തിൽ ലഭിച്ച മാർക്കുകളുടെ ലെസ്ദാൻ സഞ്ചിതാവൃത്തി വിതരണം		ഗണിതശാസ്ത്രത്തിലെ ലഭിച്ച മാർക്കുകളുടെ മോർദാൻ സഞ്ചിതാവൃത്തി വിതരണം	
മാർക്ക്	കുട്ടികളുടെ എണ്ണം	മാർക്ക്	ലെസ്ദാൻ സഞ്ചിതാവൃത്തി	മാർക്ക്	മോർദാൻ സഞ്ചിതാവൃത്തി
0-20	6	20 ൽ കുറവ്	6	0 ൽ കുറവ്	6
20-40	5	40 ൽ കുറവ്	11	20 ൽ കുറവ്	11
40-60	3	60 ൽ കുറവ്	14	40 ൽ കുറവ്	14
60-80	1	80 ൽ കുറവ്	15	60 ൽ കുറവ്	15
80-100	6	100 ൽ കുറവ്	21	80 ൽ കുറവ്	21
ആകെ	21				



ചിത്രം.4.8(a) : പട്ടിക 4.10 ൽ തന്നിരിക്കുന്ന ദത്തങ്ങളുടെ മോർദാൻ, ലെസ്ദാൻ ഒജീവുകൾ

ചിത്രം 4.8 (b): പട്ടിക 4.10 ൽ തന്നിരിക്കുന്ന ദത്തങ്ങളുടെ മോർദാൻ, ലെസ്ദാൻ ഒജീവുകൾ

പ്രവർത്തനം

- ഒജീവിന് അത് പ്രതിനിധീകരിക്കുന്ന വിതരണത്തിന്റെ വിഭജനമൂല്യങ്ങളുടെ സ്ഥാനനിർണയത്തിൽ സഹായകരമാകാൻ കഴിയുമോ?

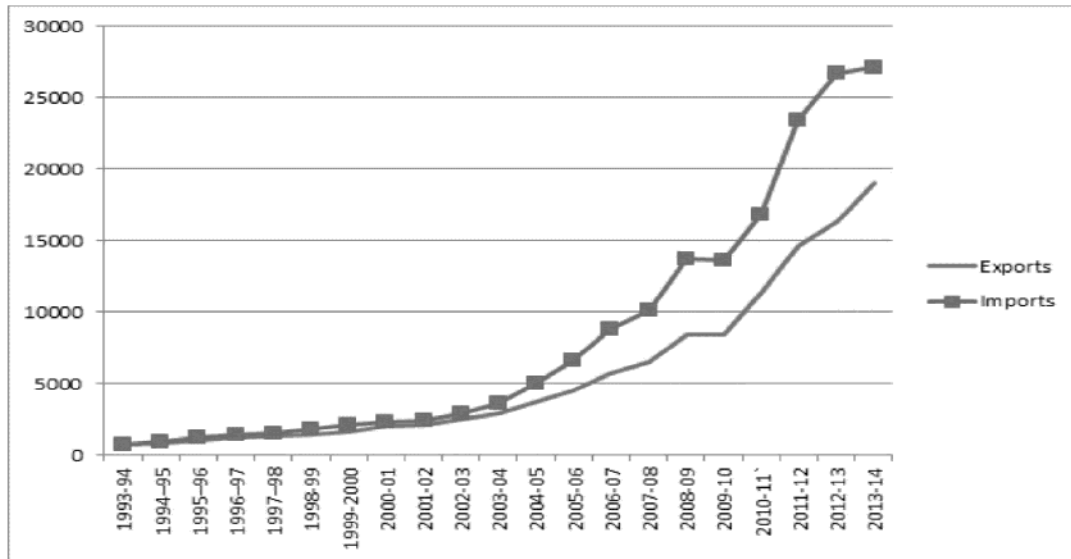
(iii) ഗണിതരേഖാഗ്രാഫ് (Arithmetic Line Graph)

ഗണിതരേഖാഗ്രാഫിനെ കാലശ്രേണി ഗ്രാഫ് (Time series graph) എന്നും വിളിക്കുന്നു. ഇത് ദത്തങ്ങളുടെ ഒരു രേഖാ ചിത്രീകരണരീതിയാണ്. ഇതിൽ സമയം (മണിക്കൂർ, ദിവസം, ആഴ്ച, മാസം, വർഷം മുതലായവ) X അക്ഷത്തിലും ചരങ്ങളുടെ മൂല്യം Y അക്ഷത്തിലുമാണ് അടയാളപ്പെടുത്തുന്നത്. സമയത്തെയും ചരങ്ങളുടെ മൂല്യത്തെയും ബന്ധപ്പെടുത്തി അടയാളപ്പെടുത്തിയ ബിന്ദുക്കളെ ചേർത്തു വരക്കുമ്പോൾ ലഭിക്കുന്ന രേഖാഗ്രാഫിനെയാണ് ഗണിത രേഖാഗ്രാഫ് (കാലശ്രേണി ഗ്രാഫ്) എന്ന് വിളിക്കുന്നത്. ദീർഘകാല കാലശ്രേണി ദത്തങ്ങളിലെ പ്രവണത (trend), കാലിക ആവർത്തനം (periodicity) എന്നിവയെക്കുറിച്ചുള്ള ധാരണക്ക് ഈ ഗ്രാഫ് സഹായകരമാണ്.

പട്ടിക 4.11
ഇന്ത്യയുടെ കയറ്റുമതിയുടേയും
ഇറക്കുമതിയുടേയും മൂല്യം
(100 കോടിയിൽ)

വർഷം	കയറ്റുമതി	ഇറക്കുമതി
1993-94	698	731
1994-95	827	900
1995-96	1064	1227
1996-97	1188	1389
1997-98	1301	1542
1998-99	1398	1783
1999-2000	1591	2155
2000-01	2036	2309
2001-02	2090	2452
2002-03	2549	2964
2003-04	2934	3591
2004-05	3753	5011
2005-06	4564	6604
2006-07	5718	8815
2007-08	6559	10123
2008-09	8408	13744
2009-10	8455	13637
2010-11	11370	16835
2011-12	14660	23455
2012-13	16343	26692
2013-14	19050	27154

സാംഖ്യക സാമ്പത്തികശാസ്ത്രത്തിൽ



ചിത്രം 4.9. പട്ടിക 4.11 ൽ തന്നിട്ടുള്ള കാലശ്രേണി ദത്തങ്ങൾ കാണിക്കുന്ന ഗണിതരേഖാ ഗ്രാഫ്.

6. ഉപസംഹാരം

വിവരണാത്മകരീതി, പട്ടികപ്പെടുത്തൽ, രേഖാചിത്രീകരണം എന്നിങ്ങനെ ദത്താവതരണത്തിന്റെ വിവിധ രൂപങ്ങളുപയോഗിച്ച് എപ്രകാരം ദത്തങ്ങളെ അവതരിപ്പിക്കാമെന്ന് നിങ്ങൾക്ക് പഠിക്കാൻ സാധിച്ചിട്ടുണ്ട്. കൂടാതെ ദത്തങ്ങളുടെ അവതരണത്തിന്റെ ഏറ്റവും മികച്ച രീതി തിരഞ്ഞെടുക്കാനും തന്നിരിക്കുന്ന ദത്തങ്ങൾക്ക് അനുയോജ്യമായ ഡയഗ്രാം ഏതെന്ന് തീരുമാനിക്കാനുള്ള കഴിവും നിങ്ങൾ നേടിയിട്ടുണ്ട്. ഇപ്രകാരം ദത്തങ്ങളെ അർത്ഥവത്തായി ഗ്രഹിക്കാവുന്ന തരത്തിൽ ഉദ്ദേശ്യപ്രാപ്തിക്ക് ഉതകും വിധം അവതരിപ്പിക്കാം.

കൊണ്ടും തന്നിരിക്കുന്ന ദത്തങ്ങൾക്ക് അനുയോജ്യമായ ഡയഗ്രാം ഏതെന്ന് തീരുമാനിക്കാനുള്ള കഴിവും നിങ്ങൾ നേടിയിട്ടുണ്ട്. ഇപ്രകാരം ദത്തങ്ങളെ അർത്ഥവത്തായി ഗ്രഹിക്കാവുന്ന തരത്തിൽ ഉദ്ദേശ്യപ്രാപ്തിക്ക് ഉതകും വിധം അവതരിപ്പിക്കാം.

സംഗ്രഹം

- വിപുലമായ ദത്തങ്ങൾ പോലും അവതരണത്തിലൂടെ അർത്ഥവത്താകുന്നു.
- ചെറിയ (കുറഞ്ഞ അളവിലുള്ള) ദത്തങ്ങൾ അവതരിപ്പിക്കുന്നതിന് വിവരണാത്മകരീതിയാണ് നല്ലത്.
- അളവിൽ കൂടുതലുള്ള ദത്തങ്ങൾ പട്ടികകൾ ഉപയോഗിച്ച് അവതരിപ്പിക്കാം. അതിലൂടെ ഒന്നോ അതിലധികമോ ചരങ്ങളുടെ ഏതളവിലുള്ള ദത്തങ്ങളേയും ഉൾക്കൊള്ളിക്കാൻ സാധിക്കും.
- പട്ടികപ്പെടുത്തിയ ദത്തങ്ങളെ ഡയഗ്രാമുകൾ വഴി അവതരിപ്പിക്കാം. ഇത് അവതരിപ്പിക്കപ്പെട്ട ദത്തങ്ങളെ എളുപ്പത്തിൽ മനസ്സിലാക്കാൻ സഹായിക്കുന്നു.

അഭ്യോസങ്ങൾ

ഒന്നു മുതൽ പത്തു വരെയുള്ള ചോദ്യങ്ങൾക്ക് ശരിയായ ഉത്തരം തിരഞ്ഞെടുത്തെഴുതുക.

1. ബാർ ഡയഗ്രാം ഒരു
 - (i) ഏകമാനഡയഗ്രാമാണ്,
 - (ii) ദ്വിമാനഡയഗ്രാമാണ്,
 - (iii) അളവ് ഇല്ലാത്ത ഡയഗ്രാമാണ്,
 - (iv) മുകളിൽ പറഞ്ഞവ ഒന്നുമല്ല.
2. ഹിസ്റ്റോഗ്രാം ഉപയോഗിച്ച് അവതരിപ്പിക്കപ്പെട്ട ദത്തങ്ങളിൽ നിന്നും കണ്ടെത്തുന്നത് എന്ത്?
 - (i) മാധ്യം,
 - (ii) ബഹുലകം
 - (iii) മധ്യാങ്കം
 - (iv) മേൽ പറഞ്ഞവയെല്ലാം.
3. ഏതിനെ ഗ്രാഫിലൂടെ സ്ഥാനനിർണ്ണയം ചെയ്യുന്നതിനാണ് ഒജീവുകൾ സഹായകമാകുന്നത് ?
 - (i) ബഹുലകം,
 - (ii) മാധ്യം,
 - (iii) മധ്യാങ്കം,
 - (iv) മുകളിൽ പറഞ്ഞവ ഒന്നുമല്ല.
4. ഗണിതരേഖാഗ്രാഫ് വഴി അവതരിപ്പിക്കപ്പെടുന്ന ദത്തങ്ങൾ എന്തിനെ കുറിച്ചുള്ള ധാരണയാണ് നൽകുന്നത് ?
 - (i)ദീർഘകാലപ്രവണത,
 - (ii)ദത്തങ്ങളിലെ ചാക്രികത,
 - (iii)ദത്തങ്ങളിലെ കാലികത,
 - (iv)മേൽ പറഞ്ഞവയെല്ലാം.
5. ബാർ ഡയഗ്രാത്തിലെ ബാറുകളുടെ വീതി തുല്യമാകണമെന്നില്ല. (ശരി/തെറ്റ്).
6. ഹിസ്റ്റോഗ്രാമിലെ ദീർഘചതുരങ്ങളുടെ വീതി തുല്യമായിരിക്കേണ്ടതാണ്. (ശരി/തെറ്റ്).
7. ദത്തങ്ങളുടെ വർഗീകരണത്തിൽ തുടർച്ചയുണ്ടെങ്കിൽ മാത്രമേ ഹിസ്റ്റോഗ്രാം രൂപീകരിക്കാനാവൂ. (ശരി/തെറ്റ്).
8. ഹിസ്റ്റോഗ്രാം, കോളം ഡയഗ്രാം എന്നിവ ദത്തങ്ങളുടെ ഒരേ രീതിയിലുള്ള അവതരണമാതൃകകളാണ്. (ശരി/തെറ്റ്).

സാംഖ്യക സാമ്പത്തികശാസ്ത്രത്തിൽ

9. ഹിസ്റ്റോഗ്രാമിന്റെ സഹായത്തോടെ ഒരു ആവൃത്തിവിതരണത്തിന്റെ ബഹുലകം അറിയാൻ സാധിക്കും. (ശരി/തെറ്റ്).
10. ഒജീവുകളിൽ നിന്ന് ഒരു ആവൃത്തിവിതരണത്തിന്റെ മധ്യാങ്കം അറിയാൻ കഴിയില്ല. (ശരി/തെറ്റ്).
11. താഴെപ്പറയുന്നവയെ അവതരിപ്പിക്കുന്നതിന് ഏതുതരത്തിലുള്ള ഡയഗ്രാമുകളാണ് കൂടുതൽ ഫലപ്രദം ?
 - (i) ഒരു വർഷത്തെ പ്രതിമാസമഴ ലഭ്യത
 - (ii) ഡൽഹിജനതയുടെ മതത്തിന്റെ അടിസ്ഥാനത്തിലുള്ള ഘടന,
 - (iii) ഒരു ഫാക്ടറിയിലെ ചെലവിന്റെ ഘടകങ്ങൾ,
12. ഉദാഹരണം 4.2-ൽ കാണിച്ചതുപോലെ നഗരങ്ങളിലെ തൊഴിൽ രഹിതരുടെ എണ്ണത്തിലുണ്ടാകുന്ന വർധനവിനും ഇന്ത്യയിലെ താഴ്ന്നതോതിലുള്ള നഗരവൽക്കരണത്തിനും ഊന്നൽ നൽകിക്കൊണ്ട് ഇവ അവതരിപ്പിക്കാൻ നിങ്ങൾ ആഗ്രഹിക്കുന്നു എന്ന് കരുതുക. പട്ടികാരൂപത്തിൽ നിങ്ങൾക്ക് ഇതെങ്ങനെ ചെയ്യാൻ സാധിക്കും?
13. ഒരു ആവൃത്തിപ്പട്ടികയിലെ തുല്യമായ ക്ലാസ് അന്തരത്തോട് തുല്യമല്ലാത്ത ക്ലാസ് അന്തരത്തോട് ഉപമിക്കുമ്പോൾ ഒരു ഹിസ്റ്റോഗ്രാം വരയ്ക്കുന്ന പ്രക്രിയ എത്രത്തോളം വ്യത്യാസപ്പെട്ടിരിക്കുന്നു?
14. ഇന്ത്യൻ ഷുഗർ മിൽസ് അസോസിയേഷൻ റിപ്പോർട്ട് ചെയ്തതനുസരിച്ച്, 2001 ഡിസംബറിലെ ആദ്യ 14 ദിവസങ്ങളിലെ പഞ്ചസാര ഉത്പാദനം 387000 ടൺ ആയിരുന്നുവെങ്കിൽ 2000-ലെ ഇതേ 14 ദിവസ കാലയളവിലെ പഞ്ചസാര ഉത്പാദനം 378000 ടൺ മാത്രമായിരുന്നു. 2001 ഡിസംബറിലെ ആദ്യ പതിനാലുദിവസങ്ങളിൽ ഫാക്ടറിയിൽ നിന്നും ആഭ്യന്തര ഉപഭോഗത്തിനായി എടുക്കപ്പെട്ട പഞ്ചസാര 283000 ടൺ ആയിരുന്നു. 41000 ടൺ പഞ്ചസാര കയറ്റുമതി ചെയ്തു. അതേസമയം, മുൻ വർഷത്തെ ഇതേ കാലയളവിൽ ആഭ്യന്തര ഉപഭോഗത്തിനായി എടുത്തത് 154000 ടൺ പഞ്ചസാരയും കയറ്റുമതി പൂജ്യവുമായിരുന്നു.
 - (i) ദത്തങ്ങളെ പട്ടികാരൂപത്തിൽ അവതരിപ്പിക്കുക.
 - (ii) ഈ ദത്തങ്ങളെ രേഖാചിത്രീകരണത്തിലൂടെ അവതരിപ്പിക്കാൻ ആവശ്യപ്പെട്ടാൽ നിങ്ങൾ ഏത് ഡയഗ്രാമാണ് തിരഞ്ഞെടുക്കുക? എന്തുകൊണ്ട് ?
 - (iii) ഈ ദത്തങ്ങളെ ഡയഗ്രാമരൂപത്തിൽ അവതരിപ്പിക്കുക.

ദത്തങ്ങളുടെ അവതരണം

15. ഘടകചെലവ് പ്രകാരമുള്ള GDP യിൽ കണക്കാക്കപ്പെട്ട മേഖലാടിസ്ഥാനത്തിലുള്ള യഥാർഥ വളർച്ചാനിരക്കുകൾ (മുൻ വർഷത്തേതിൽ നിന്നുള്ള ശതമാനമാറ്റം) ആണ് താഴെയുള്ള പട്ടിക സൂചിപ്പിക്കുന്നത്.

വർഷം	കൃഷിയും അനുബന്ധ മേഖലകളും	വ്യവസായം മേഖല	സേവനം മേഖല
1994-95	5.0	9.2	7.0
1995-96	-0.9	11.8	10.3
1996-97	9.6	6.0	7.1
1997-98	-1.9	5.9	9.0
1998-99	7.2	4.0	8.3
1999-2000	0.8	6.9	8.2

ദത്തങ്ങളെ ബഹുതര, കാലശ്രേണീശ്രാമകളായി അവതരിപ്പിക്കുക.