



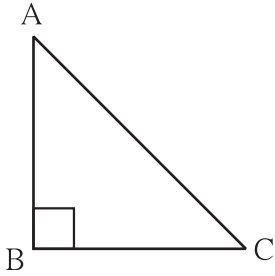
آئیے ذرا یاد کریں :



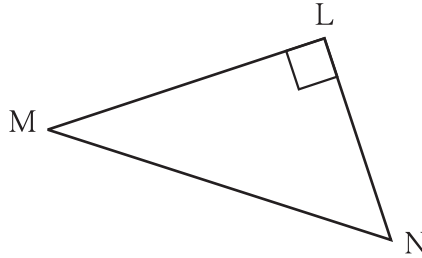
قائمۃ الزاویہ مثلث (Right angled triangle)

یہ بات ہم جانتے ہیں کہ جس مثلث کا ایک زاویہ قائمہ زاویہ ہوتا ہے اُسے قائمۃ الزاویہ مثلث کہتے ہیں اور قائمہ زاویہ کے مقابل کے ضلع کو وتر کہتے ہیں۔

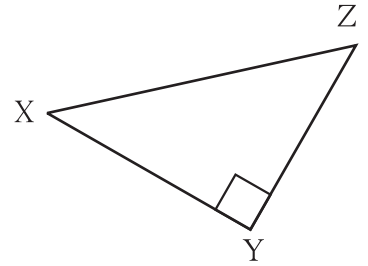
• درج ذیل قائمۃ الزاویہ کے وتروں کے نام لکھیے۔



کا وتر $\triangle ABC$



کا وتر $\triangle LMN$



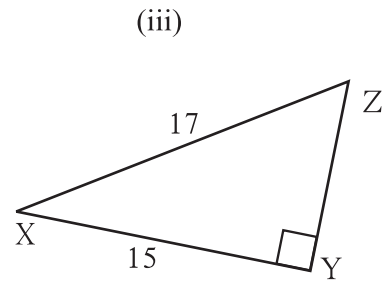
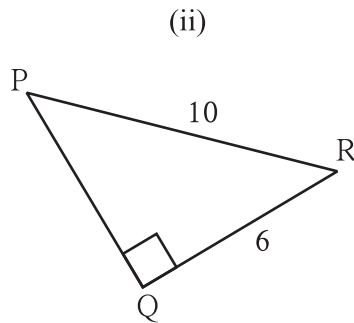
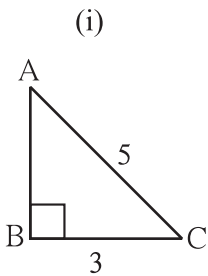
کا وتر $\triangle XYZ$

فیثاغورث کا مسئلہ (The Theorem of Pythagoras)

چھٹی صدی قبل مسیح میں ایک عظیم یونانی ریاضی داں فیثاغورث ہو گزرے ہیں۔ ریاضی مضمون کے لیے انھوں نے بڑی خدمات انجام دی ہیں۔ ریاضی کے علوم سکھانے میں وہ بہت مشہور تھے۔ ان کے کئی شاگرد بھی تھے۔

قائمۃ الزاویہ مثلث کے تعلق سے ایک مسئلہ بہت پہلے سے کئی ممالک کے لوگ جانتے تھے۔ بھارت کی قدیم کتاب ”شکوسُتر“ میں بھی اس بات کا ذکر ملتا ہے۔ لیکن اس مسئلہ کا ثبوت فیثاغورث نے سب سے پہلے دیا اس لیے ان کا نام اس مسئلہ کو دیا گیا۔ ”قائمۃ الزاویہ مثلث میں وتر کی لمبائی کا مربع، باقی ماندہ دو اضلاع کی لمبائیوں کے مربعوں کے مجموعے کے برابر ہوتا ہے۔“ یہی فیثاغورث کا مسئلہ کہلاتا ہے۔

عملی کام وتر اور زاویہ قائمہ بنانے والا ایک ضلع دیا ہو تو ذیل میں دیے ہوئے خاکے کے مطابق قائمۃ الزاویہ مثلث بنائیے۔ تیسرے ضلع کی لمبائی ناپیے۔



مقابل کی شکل میں، فیثاغورث کا مسئلہ ذیل کے مطابق لکھتے ہیں۔

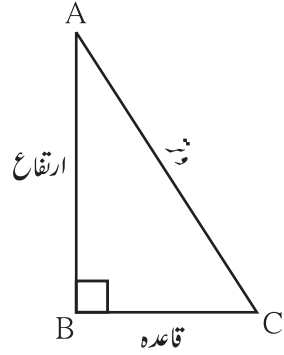
$\triangle ABC$ میں $\angle B$ قائمہ زاویہ ہو تو

$$[I(AC)]^2 = [I(AB)]^2 + [I(BC)]^2$$

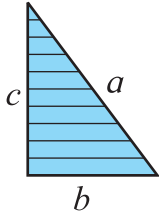
عام طور پر قائمہ الزاویہ مثلث میں قائمہ زاویہ بنانے والے اضلاع میں سے ایک ضلع

قاعدہ اور دوسرا ضلع ارتفاع کے طور پر سمجھا جاتا ہے۔ اس مسئلہ کو ذیل کے مطابق لکھتے ہیں۔

$$\rightarrow (\text{ارتفاع})^2 = (\text{قاعدہ})^2 + (\text{وتر})^2$$



عملی کام



ایک کارڈ شیٹ کے مساوی ناپ کے 8 قائمہ الزاویہ مثلث (کاٹ کر) لیجیے۔ اس کے اضلاع کسی بھی

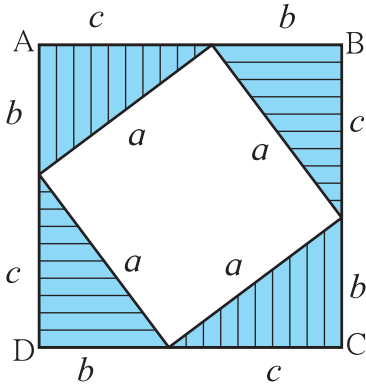
لمبائی کے ہو سکتے ہیں۔ فرض کیجیے اس مثلث کا وتر 'a' اکائی، قائمہ زاویہ بنانے والے اضلاع 'b' اور

اکائی اور 'c' اکائی ہیں۔ اس بات کو دھیان میں رکھیں کہ اس مثلث کا رقبہ $\frac{bc}{2}$ ہے۔

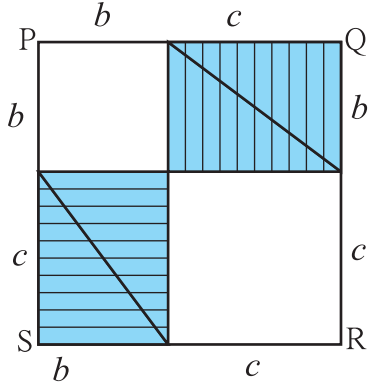
اب دوسرے کارڈ شیٹ پر (b + c) اکائی ضلع کے دو مربع پینسل سے بنائیے۔ شکل میں دکھائے

ہوئے طریقے کے مطابق کاٹے ہوئے 8 مثلثوں میں سے 4 مثلث، مربع ABCD میں رکھ دیجیے۔ اور بقیہ 4 مثلث شکل کے مطابق

مربع PQRS میں رکھ دیجیے۔ مثلثوں سے ڈھکے ہوئے حصے کو خط کشیدہ کیجیے۔



شکل (i)



شکل (ii)

شکلوں کا معائنہ کیجیے۔ شکل (i) میں خالی جگہ میں 'a' ضلع والا مربع بنا ہے۔ شکل (ii) میں خالی جگہ میں 'b' اور 'c' ضلع کے دو مربع

بنے ہوئے ہیں۔

دونوں مربعوں میں خط کشیدہ کیے ہوئے حصے مساوی یعنی چار قائمہ الزاویہ مثلث کے رقبہ کے مساوی ہیں۔

شکل (i) میں

$$\text{قائمہ الزاویہ مثلث کا رقبہ} \times 4 + a^2 = \text{مربع ABCD کا رقبہ}$$

$$= a^2 + 4 \times \frac{1}{2} \times bc$$

$$= a^2 + 2bc$$

$$\begin{aligned}\therefore \text{قائمہ الزاویہ مثلث کا رقبہ} &= b^2 + c^2 + 4 \times \frac{1}{2} \times bc \\ &= b^2 + c^2 + 4 \times \frac{1}{2} \times bc \\ &= b^2 + c^2 + 2bc\end{aligned}$$

$$\therefore \text{مرلع PQRS کا رقبہ} = \text{مرلع ABCD کا رقبہ}$$

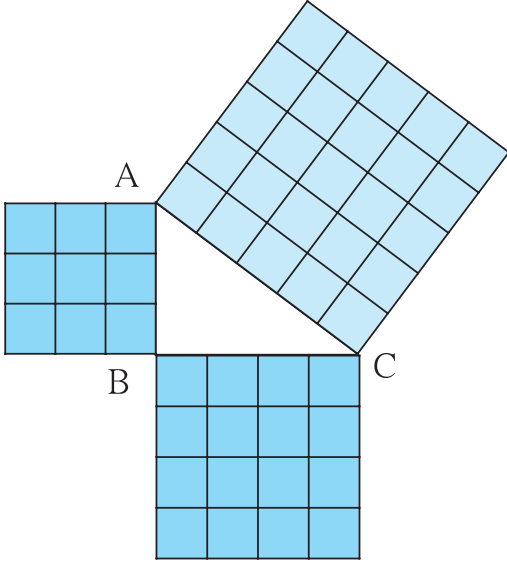
$$\therefore a^2 + 2bc = b^2 + c^2 + 2bc$$

$$\therefore a^2 = b^2 + c^2$$

آئیے بحث کریں



● شکل (i) میں خالی ذواربعتہ الاضلاع کا ہر زاویہ قائمہ ہے۔ چاندہ کا استعمال کیے بغیر اس کی تصدیق کیجیے۔



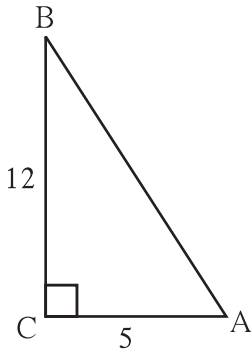
عملی کام ایک کارڈ شیٹ پر 3 سم، 4 سم اور 5 سم لمبائی کا ایک قائمہ الزاویہ مثلث بنائیے۔ ہر ضلع پر ایک مربع بنائیے۔ ہر مربع کا رقبہ معلوم کیجیے اور فیثاغورث کے مسئلہ کی تصدیق کیجیے۔

نوٹ : فیثاغورث کے مسئلہ کا استعمال کر کے قائمہ الزاویہ مثلث کے دو ضلع دیے ہوں تو تیسرا ضلع معلوم کر سکتے ہیں۔

مثال : $\triangle ABC$ میں $\angle C = 90^\circ$ ، سم $l(AC) = 5$ اور سم $l(BC) = 12$ ہو تو کتنے $l(AB) = ?$

حل : قائمہ الزاویہ $\triangle ABC$ میں $\angle C = 90^\circ$ ، اس لیے ضلع AB وتر ہوگا۔

فیثاغورث کے مسئلہ کی رؤ سے



$$\begin{aligned}\therefore l(AB)^2 &= l(AC)^2 + l(BC)^2 \\ &= 5^2 + 12^2 \\ &= 25 + 144\end{aligned}$$

$$\therefore l(AB)^2 = 169$$

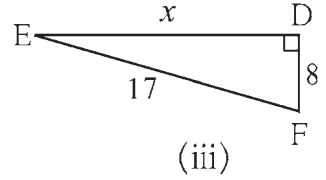
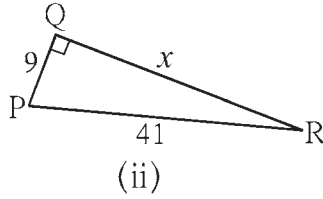
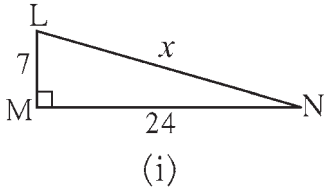
$$\therefore l(AB)^2 = (13)^2$$

$$\therefore l(AB) = 13$$

$\therefore$ سم 13 قطعہ خط AB کی لمبائی

مشقی سوالات 48

1. ذیل کی شکلوں کو دیکھ کر 'x' کی قیمت معلوم کیجیے۔



2. قائمہ الزاویہ $\triangle PQR$ میں $\angle P = 90^\circ$ ، اگر سم $l(PQ) = 24$ اور سم $l(PR) = 10$ ہو تو قطعہ خط QR کی لمبائی معلوم کیجیے۔
3. قائمہ الزاویہ $\triangle LMN$ میں $\angle M = 90^\circ$ ، اگر سم $l(LM) = 12$ اور سم $l(LN) = 20$ ہو تو قطعہ خط MN کی لمبائی معلوم کیجیے۔
4. 15 میٹر لمبائی کی ایک سیڑھی زمین سے 9 میٹر اونچائی پر کھڑکی تک پہنچتی ہے۔ تو دیوار کا قاعدہ اور سیڑھی کے نچلے سرے کے درمیان کا فاصلہ معلوم کیجیے۔

آئیے سمجھ لیں :

طبعی اعداد کے ثلاثی ارکان میں اگر بڑے عدد کا مربع دیگر دو اعداد کے مربعوں کے مجموعے کے برابر ہو تو اسے فیثاغورث کے ثلاثی اعداد کہتے ہیں۔ جس مثلث کے ضلعوں کی لمبائی اس طرح ثلاثی اعداد کی صورت میں دکھائی جاتی ہے اس مثلث کو قائمہ الزاویہ مثلث کہتے ہیں۔

مثال : کیا (7, 24, 25) یہ اعداد فیثاغورث کے ثلاثی اعداد ہیں؟

حل : 25، 24، 7 میں سے ہر عدد کا مربع معلوم کریں گے۔

$$\therefore (7)^2 = 49, (24)^2 = 576, (25)^2 = 625$$

$$\therefore 49 + 576 = 625$$

$$\therefore (7)^2 + (24)^2 = (25)^2$$

اس لیے 7، 24 اور 25 فیثاغورث کے ثلاثی اعداد ہیں۔

سرگرمی : 1 سے 50 تک اعداد میں سے ایسے تین اعداد کے گروہ تلاش کیجیے جو فیثاغورث کے ثلاثی اعداد کہلاتے ہیں۔

مشقی سوالات 49

1. ذیل میں کچھ ثلاثی اعداد دیے ہیں، ان میں سے فیثاغورث کے ثلاثی اعداد دریافت کیجیے۔

(i) 3, 4, 5 (ii) 2, 4, 5 (iii) 4, 5, 6

(iv) 2, 6, 7 (v) 9, 40, 41 (vi) 4, 7.5, 8.5

2. ذیل میں کچھ مثلثوں کے تینوں اضلاع دیے ہوئے ہیں۔ ان میں سے کون سا مثلث قائمہ الزاویہ مثلث ہے بتائیے۔

(i) 8, 15, 17 (ii) 11, 12, 15 (iii) 11, 60, 61

(iv) 1.5, 1.6, 1.7 (v) 40, 20, 30

