

# घन और घनाभ का पृष्ठीय क्षेत्रफल और आयतन

## Exercise 12.1

**प्रश्न 1.** एक बन्द लकड़ी के बक्से की लम्बाई 1 मीटर, चौड़ाई 60 सेमी एवं ऊँचाई 40 सेमी है तो बक्से का बाहरी पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

**हल:** लकड़ी के बक्से की लम्बाई (l) = 1 मी = 100 सेमी  
लकड़ी के बक्से की चौड़ाई (b) = 60 सेमी  
तथा लकड़ी के बक्से की ऊँचाई (h) = 40 सेमी  
बक्से का बाहरी पृष्ठीय क्षेत्रफल =  $2(lb + bh + hl)$   
=  $2(100 \times 60 + 60 \times 40 + 40 \times 100)$   
=  $2(6000 + 2400 + 4000)$   
=  $2 \times 12400$   
= 24800 वर्ग सेमी  
=  $\frac{24800}{10000}$  वर्ग मी  
= 2.48 वर्ग मीटर  
अतः बक्से का बाहरी पृष्ठीय क्षेत्रफल = 2.48 मी<sup>2</sup>

**प्रश्न 2.** एक सन्दूक की माप क्रमशः 40 सेमी, 30 सेमी एवं 20 सेमी है। सन्दूक का कवर बनाने में कितने वर्ग सेमी कपड़े की आवश्यकता होगी?

**हल:** एक सन्दूक की माप निम्न है।  
लम्बाई (l) = 40 सेमी,  
चौड़ाई (b) = 30 सेमी  
तथा ऊँचाई (h) = 20 सेमी  
सन्दूक का कवर बनाने के लिए आवश्यक कपड़े का क्षेत्रफल = सन्दूक का पृष्ठीय क्षेत्रफल  
=  $2(lb + bh + hl)$   
=  $2(40 \times 30 + 30 \times 20 + 20 \times 40)$   
=  $2(1200 + 600 + 800)$   
=  $2(2600)$   
= 5200 सेमी<sup>2</sup>  
अतः सन्दूक का कवर बनाने के लिए 5200 वर्ग सेमी कपड़े की आवश्यकता होगी।

**प्रश्न 3.** एक कमरे की लम्बाई 5 मीटर, चौड़ाई 3.5 मीटर व ऊँचाई 4 मीटर है। 15 रुपये प्रति वर्ग मीटर की दर से छत व चारों दीवारों पर सफेदी कराने का व्यय ज्ञात कीजिए।

**हल:** कमरे की लम्बाई (l) = 5 मी, चौड़ाई (b) = 3.5 मी तथा ऊँचाई (h) = 4 मी

कमरे की चारों दीवारों तथा छत का क्षेत्रफल =  $2(l + b) \times h + l \times b$

$$= 2(5 + 3.5) \times 4 + 5 \times 3.5$$

$$= 68 + 17.5$$

$$= 85.5 \text{ मी}^2$$

15 रुपये प्रति वर्ग मी की दर से कमरे की चारों दीवारों तथा छत पर सफेदी कराने का व्यय =  $85.5 \times 15$

$$= 1282.5 \text{ रुपये}$$

अतः कमरे की छत तथा चारों दीवारों पर सफेदी कराने का व्यय = 1282.5 रुपये

**प्रश्न 4. एक घनाकार चॉक के डिब्बे की भुजा 4 सेमी है तो चॉक के डिब्बे का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल तथा विकर्ण की लम्बाई ज्ञात कीजिए।**

**हल:** घनाकार चॉक के डिब्बे की भुजा (a) = 4 सेमी

घनाकार चॉक के डिब्बे का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल =  $6a^2 = 6 \times 4^2 = 96$  वर्ग सेमी

घनाकार चॉक के डिब्बे के विकर्ण की लम्बाई =  $a\sqrt{3} = 4\sqrt{3}$  सेमी

अतः घनाकार चॉक के डिब्बे का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल = 96 वर्ग सेमी

तथा विकर्ण की लम्बाई =  $4\sqrt{3}$  सेमी

**प्रश्न 5. एक घन को सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल 1014 वर्ग मीटर है तो घन की भुजा की लम्बाई ज्ञात कीजिए।**

**हल:** माना कि घन की भुजा a मी है।

घन का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल = 1014 मी<sup>2</sup>

$$\Rightarrow 6a^2 = 1014$$

$$\Rightarrow a^2 = \frac{1014}{6}$$

$$\Rightarrow a^2 = 169$$

$$\Rightarrow a = \sqrt{169} = 13 \text{ मी}$$

अतः घन की भुजा की लम्बाई = 13 मी

**प्रश्न 6. ढक्कनदार एक सन्दूक 2.5 सेमी मोटी लकड़ी का बना है। सन्दूक के अन्दर की लम्बाई, चौड़ाई और ऊँचाई क्रमशः 1 मीटर, 65 सेमी एवं 55 सेमी है। इसके बाहर के सम्पूर्ण पृष्ठ पर 15 रुपये प्रति वर्ग मीटर की दर से रंग कराने का खर्चा ज्ञात कीजिए।**

**हल:** सन्दूक के अन्दर की लम्बाई (l) = 1 मी = 100 सेमी

चौड़ाई = 65 सेमी तथा ऊँचाई = 55 सेमी

सन्दूक 2.5 सेमी मोटी लकड़ी का बना है।

अतः सन्दूक की बाहरी लम्बाई (L) =  $100 + (2.5 + 2.5) = 105$  सेमी

सन्दूक की बाहरी चौड़ाई (B) =  $65 + 5 = 70$  सेमी

तथा सन्दूक की बाहरी ऊँचाई (H) =  $55 + 5 = 60$  सेमी

$$\begin{aligned}
& \text{सन्दूक का बाहरी पृष्ठीय क्षेत्रफल} = 2(LB + BH + HL) \\
& = 2(105 \times 70 + 70 \times 60 + 60 \times 105) \\
& = 2(7350 + 4200 + 6300) \\
& = 2 \times 17850 \\
& = 35700 \text{ वर्ग सेमी} \\
& = \frac{35700}{10000} \text{ वर्ग मी} \\
& = 3.57 \text{ वर्ग मी} \\
& \text{इसके बाहरी सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल पर 15 रु प्रति वर्ग मी की दर से रंग करवाने का खर्च} = 3.57 \times 15 \text{ रु} \\
& = 53.55 \text{ रु।}
\end{aligned}$$

**प्रश्न 7. एक घन का प्रत्येक पृष्ठ 100 वर्ग सेमी है। यदि आधार के समान्तर समतल द्वारा घन को काटकर दो बराबर भागों में बाँट दिया जाये, तो प्रत्येक समान भाग का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।**

**हल:** घन के प्रत्येक पृष्ठ का क्षेत्रफल = 100 वर्ग सेमी घन वर्गाकार होता है।  
 $a^2 = 100$  [जहाँ  $a$  = घन की भुजा]  
 $\Rightarrow a = \sqrt{100} = 10$  सेमी  
घन को आधार के समान्तर समतल द्वारा काटे जाने पर प्राप्त दोनों भाग घनाभ होंगे।  
घनाभ की लम्बाई ( $l$ ) = 10 सेमी,  
चौड़ाई ( $b$ ) = 10 सेमी  
तथा ऊँचाई ( $h$ ) =  $\frac{10}{2} = 5$  सेमी  
घनाभ का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल =  $2(lb + bh + hl)$   
 $= 2(10 \times 10 + 10 \times 5 + 5 \times 10)$   
 $= 2(100 + 50 + 50)$   
 $= 2(200)$   
 $= 400$  सेमी  
अतः समान भाग का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल = 400 वर्ग सेमी

**प्रश्न 8. एक बगैर ढक्कन का सन्दूक 3 सेमी मोटी लकड़ी का बना है। इसकी बाहरी लम्बाई, चौड़ाई एवं ऊँचाई क्रमशः 146 सेमी, 116 सेमी एवं 83 सेमी है। उसके अन्दर का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।**

**हल:** सन्दूक की बाहरी लम्बाई = 146 सेमी, चौड़ाई = 116 सेमी तथा ऊँचाई = 83 सेमी  
सन्दूक 3 सेमी मोटी लकड़ी का बना है।  
सन्दूक के अन्दर की लम्बाई ( $l$ ) =  $146 - (3 + 3) = 140$  सेमी,  
चौड़ाई ( $b$ ) =  $116 - (3 + 3) = 110$  सेमी  
तथा ऊँचाई ( $h$ ) =  $83 - 3 = 80$  सेमी  
सन्दूक का ढक्कन नहीं है।  
सन्दूक के अन्दर का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल =  $2(l + b) \times h + lb$

$$\begin{aligned}
&= 2(140 + 110) \times 80 + 140 \times 110 \\
&= 2 \times 250 \times 80 + 15400 \\
&= 40000 + 15400 \\
&= 55400 \text{ सेमी}^2
\end{aligned}$$

## Exercise 12.2

**प्रश्न 1.** माचिस की डिब्बी की माप 3 सेमी  $\times$  2 सेमी  $\times$  1 सेमी है। ऐसी 12 डिब्बियों के पैकेट का आयतन ज्ञात कीजिए।

**हल:** माचिस की डिब्बी की माप = 3 सेमी  $\times$  2 सेमी  $\times$  1 सेमी  
माचिस की डिब्बी की लम्बाई (l) = 3 सेमी,  
चौड़ाई (b) = 2 सेमी तथा ऊँचाई (h) = 1 सेमी  
माचिस की एक डिब्बी का आयतन =  $l \times b \times h = 3 \times 2 \times 1 = 6$  सेमी<sup>3</sup>  
माचिस की 12 डिब्बियों का आयतन =  $6 \times 12 = 72$  सेमी<sup>3</sup>

**प्रश्न 2.** घन के एक पृष्ठ का परिमाण 24 सेमी है, तो उस घन का आयतन ज्ञात कीजिए।

**हल:** घन के एक पृष्ठ को परिमाण = 24 सेमी  
 $4a = 24$  [जहाँ a घन के कोर की माप है।]  
 $\Rightarrow a = \frac{24}{4}$   
 $\Rightarrow a = 6$  सेमी  
घन का आयतन =  $a^3 = 6 \times 6 \times 6 = 216$  सेमी<sup>3</sup>

**प्रश्न 3.** धातु के तीन घनों की कोर क्रमशः 3 सेमी, 5 सेमी तथा 4 सेमी है। उन्हें पिघलाकर एक नया घन बनाया गया है। इस नए घन का आयतन तथा इस घन की कोर की लम्बाई ज्ञात कीजिए।

**हल:** धातु के घनों की कोर क्रमशः  $a_1 = 3$  सेमी,  $a_2 = 5$  सेमी तथा  $a_3 = 4$  सेमी है।  
धातु के तीन घनों को पिघलाकर एक नया घन बनाया है।  
माना कि नये घन की कोर की मापे A सेमी है।  
नये घन का आयतन = धातु के तीनों घनों का आयतन

$$\Rightarrow A^3 = a_1^3 + a_2^3 + a_3^3 = 3^3 + 5^3 + 4^3$$

$$\Rightarrow A^3 = 27 + 125 + 64 = 216 \text{ सेमी}^3$$

$$\Rightarrow A = \sqrt[3]{216} = 6 \text{ सेमी}$$

अतः नये घन का आयतन = 216 सेमी<sup>3</sup>  
तथा कोर की लम्बाई = 6 सेमी

**प्रश्न 4.** पानी की एक टंकी की लम्बाई 2.5 मी, चौड़ाई 2 मी, है। इसमें 1500 लीटर पानी आता है। टंकी की गहराई ज्ञात कीजिए।

**हल:** पानी की टंकी की लम्बाई (l) = 2.5 मी

पानी की टंकी की चौड़ाई (b) = 2 मी

माना कि पानी की टंकी की गहराई h मी है।

पानी की टंकी का आयतन = 1500 लीटर

$$l \times b \times h = \frac{1500}{1000} \text{ मी}^3 = 1.5 \text{ मी}^3 [\because 1000 \text{ ली} = 1 \text{ मी}^3]$$

$$\Rightarrow 2.5 \times 2 \times h = 1.5$$

$$\Rightarrow h = 0.3 \text{ मी} = 30 \text{ सेमी}$$

अतः पानी की टंकी की गहराई = 30 सेमी

**प्रश्न 5.** एक दीवार की लम्बाई 4 मीटर, चौड़ाई 15 सेमी तथा ऊँचाई 3 मीटर है। दीवार बनाने में 20 सेमी × 10 सेमी × 8 सेमी माप की कितनी ईंटों की आवश्यकता होगी। यदि ईंटों का मूल्य 120 रु प्रति हजार हों तो ईंटों का कुल मूल्य ज्ञात कीजिए।

**हल:** दीवार की लम्बाई (L) = 4 मी = 400 सेमी,

चौड़ाई (B) = 15 सेमी

तथा ऊँचाई (H) = 3 मी = 300 सेमी

दीवार में लगी एक ईंट की माप = 20 सेमी × 10 सेमी × 8 सेमी

दीवार में लगी ईंट की लम्बाई (l) = 20 सेमी, चौड़ाई (b) = 10 सेमी तथा ऊँचाई (h) = 8 सेमी

दीवार में लगी ईंटों की संख्या

$$\begin{aligned} &= \frac{\text{दीवार का आयतन}}{\text{ईंट का आयतन}} = \frac{L \times B \times H}{l \times b \times h} \\ &= \frac{400 \times 15 \times 300}{20 \times 10 \times 8} = 2 \times 15 \times 375 = 1125 \end{aligned}$$

1000 ईंटों का मूल्य = 120 रु

$$1 \text{ ईंट का मूल्य} = \frac{120}{1000} \text{ रु}$$

$$1125 \text{ ईंटों का मूल्य} = \frac{120}{1000} \times 1125 \text{ रु} = 135 \text{ रु}$$

अतः दीवार में लगी ईंटों की संख्या = 1125 रु

तथा ईंटों का कुल मूल्य = 135 रु

**प्रश्न 6.** एक गाँव में 20 मीटर × 15 मीटर × 6 मीटर माप की एक पानी की टंकी बनी हुई है। उसमें कितने लीटर पानी आ सकता है। यदि प्रतिदिन उसमें से 1000 लीटर पानी खर्च किया जाये तो टंकी का पानी कितने दिन के लिए पर्याप्त होगा।

**हल:** पानी की टंकी की माप = 20 मी × 15 मी × 6 मी  
 पानी की टंकी की लम्बाई (l) = 20 मी, चौड़ाई (b) = 15 मी तथा ऊँचाई (h) = 6 मी  
 पानी की टंकी का आयतन =  $l \times b \times h$   
 $= 20 \times 15 \times 6$   
 $= 1800 \text{ मी}^3$   
 $= 1800 \times 1000 \text{ ली}$   
 $= 1800000 \text{ लीटर } [\because 1 \text{ मी}^3 = 1000 \text{ ली}]$   
 टंकी से प्रतिदिन खर्च होने वाले पानी का आयतन = 1000 लीटर, अर्थात्  
 1000 लीटर पानी पर्याप्त होता है = 1 दिन के लिए  
 1800000 लीटर पानी पर्याप्त होगा =  $\frac{1 \times 1800000}{1000}$   
 अतः टंकी का पानी 1800 दिनों के लिए पर्याप्त होगा।

**प्रश्न 7.** एक दीवार की लम्बाई 8 मीटर तथा ऊँचाई 4 मीटर है। दीवार 35 सेमी मोटी है। इसमें एक दरवाजा 2 मीटर × 1 मीटर का और दो खिड़कियाँ 1.20 मीटर × 1 मीटर की है। दीवार बनाने का खर्च 1500 रुपये प्रति घन मीटर की दर से ज्ञात कीजिए।

**हल:** दीवार की लम्बाई (l) = 8 मी, ऊँचाई (h) = 4 मी  
 तथा मोटाई (b) = 35 सेमी = 0.35 मी.  
 दीवार का आयतन =  $l \times b \times h = 8 \times 4 \times 0.35 = 11.2 \text{ मी}^3$   
 दीवार में लगे दरवाजे की माप = 2 मी × 1 मी × 0.35 मी [ $\because$  दीवार की मोटाई 0.35 मी है।]  
 दीवार में लगे दरवाजे का आयतन =  $2 \times 1 \times 0.35 = 0.7 \text{ मी}^3$   
 दीवार में लगी 2 खिड़कियों की माप = 1.20 मी × 1 मी × 0.35 मी  
 दीवार में लगी 2 खिड़कियों का आयतन =  $2 \times 1.2 \times 1 \times 0.35 = 0.84 \text{ मी}^3$   
 दीवार में लगी 2 खिड़कियों तथा 1 दरवाजे को छोड़कर बनी दीवार का आयतन =  $11.2 - (0.7 + 0.84)$   
 $= 9.66 \text{ मी}^3$   
 1 मी दीवार बनाने का खर्च = 1500 रु  
 9.66 मी दीवार बनाने का खर्च =  $1500 \times 9.66$   
 अतः दीवार बनाने का खर्च = 14490 रु

**प्रश्न 8.** 5 मीटर लम्बी, 2 मीटर ऊँचाई तथा 50 सेमी मोटी एक दीवार बनाने के लिए 25 सेमी × 15 सेमी × 6 सेमी माप की कितनी ईंटों की आवश्यकता होगी यदि दीवार में 10% स्थान सीमेन्ट का है?

**हल:** दीवार की लम्बाई (L) = 5 मी, चौड़ाई (B) = 50 सेमी = 0.50 मी तथा ऊँचाई (H) = 2 मी  
 दीवार का आयतन =  $L \times B \times H = 5 \times 0.50 \times 2 = 5 \text{ मी}^3$   
 दीवार में सीमेंट द्वारा घेरा गया स्थान = दीवार के आयतन का 10%  
 $= \frac{5 \times 10}{100} = 0.5 \text{ मी}^3$   
 सीमेन्ट के अतिरिक्त दीवार का आयतन =  $5 - 0.5 = 4.5 \text{ मी}^3$   
 अतः 1 ईंट की माप = 25 सेमी × 15 सेमी × 6 सेमी

ईंट की लम्बाई (l) = 25 सेमी, चौड़ाई (b) = 15 सेमी तथा ऊँचाई (h) = 6 सेमी  
 अतः 1 ईंट का आयतन =  $l \times b \times h = 25 \times 15 \times 6 = 2250$  सेमी<sup>3</sup>  
 दीवार में लगी ईंटों की संख्या

$$= \frac{\text{सीमेंट के अतिरिक्त दीवार का आयतन}}{\text{1 ईंट का आयतन}}$$

$$= \frac{4.5 \text{ मी}^3}{2250 \text{ सेमी}^3} = \frac{4.5 \times 1000000 \text{ सेमी}^3}{2250 \text{ सेमी}^3} = 2000$$

अतः दीवार में लगी ईंटों की संख्या = 2000

**प्रश्न 9.** तालाब से मिट्टी खोदकर मिट्टी को 300 मी लम्बे तथा 50 मी चौड़े मैदान में समान रूप से फैला दिया जाता है। यदि तालाब में खोदा गया गड्ढा 200 मीटर लम्बा, 50 मीटर चौड़ा और 0.75 मीटर गहरा है तो मैदान का धरातल कितना ऊँचा उठ जायेगा?

[नोट: पुस्तक में प्रश्न अधूरा है। यहाँ मैदान की माप, 300 मी लम्बा तथा 50 मी चौड़ा जोड़ी गई है।]

**हल:** तालाब में खोदे गये गड्ढे की लम्बाई (l<sub>1</sub>) = 200 मी  
 चौड़ाई (b<sub>1</sub>) = 50 मी  
 तथा गहराई (h<sub>1</sub>) = 0.75 मी  
 तालाब से खोदी गई मिट्टी का आयतन =  $l_1 \times b_1 \times h_1 = 200 \times 50 \times 0.75 = 7500$  मी<sup>3</sup>  
 मैदान की लम्बाई (l<sub>2</sub>) = 300 मी  
 तथा चौड़ाई (b<sub>2</sub>) = 50 मी।  
 माना कि मैदान में मिट्टी डालने पर मैदान h<sub>2</sub> मी ऊपर उठ जाएगा।  
 चूंकि तालाब से मिट्टी खोदकर मैदान में समान रूप से फैला दी गई है।  
 अतः तालाब से खोदी गई मिट्टी का आयतन = मैदान में फैलाई गई मिट्टी का आयतन  
 $\Rightarrow 7500 = l_2 \times b_2 \times h_2 = 300 \times 50 \times h_2$   
 $\Rightarrow 7500 = 15000 \times h_2$   
 $\Rightarrow h_2 = \frac{7500}{15000} = 0.5$  मी = 50 सेमी  
 अतः मैदान का धरातल 50 सेमी ऊँचा उठ जायेगा।

**प्रश्न 10.** लकड़ी का एक ढक्कनदार सन्दूक बाहर से 1.25 मीटर लम्बा, 0.80 मीटर चौड़ा और 0.55 मीटर ऊँचा है। लकड़ी की मोटाई 2.5 सेमी है। यदि एक घनमीटर लकड़ी की तोल 250 किलोग्राम हो तो सन्दूक की तोल ज्ञात कीजिए।

**हल:** सन्दूक की बाहरी लम्बाई (L) = 1.25 मी;  
 चौड़ाई (B) = 0.80 मी  
 तथा ऊँचाई (H) = 0.55 मी  
 लकड़ी की मोटाई = 2.5 सेमी = 0.025 मी

सन्दूक की भीतरी लम्बाई (l) =  $1.25 - (2 \times 0.025) = 12$  मी

चौड़ाई (b) =  $0.80 - (2 \times 0.025) = 0.75$  मी

तथा ऊँचाई (h) =  $0.55 - (2 \times 0.025) = 0.50$  मी

सन्दूक में लगी लकड़ी का आयतन = सन्दूक का बाहरी आयतन - सन्दूक का भीतरी आयतन

$$= L \times B \times H - l \times b \times h$$

$$= 1.25 \times 0.80 \times 0.55 - 12 \times 0.75 \times 0.50$$

$$= 0.1 \text{ मी}^3$$

1 घन मी लकड़ी की तोल = 250 किग्रा

0.1 घन मी लकड़ी की तोल =  $250 \times 0.1 = 25$  किग्रा

अतः सन्दूक का वजन = 25 किग्रा

## Miscellaneous Exercise

वस्तुनिष्ठ प्रश्न (प्रश्न 1 से 6 तक)

**प्रश्न 1.** एक घन का आयतन 125 घन मीटर है, घन की भुजा होगी

(A) 7 मीटर

(B) 6 मीटर

(C) 5 मीटर

(D) 2 मीटर

**उत्तर :** (C) 5 मीटर

संकेत : माना घन की भुजा a मी है।

घन का आयतन = 125 घन मी

$$\Rightarrow a^3 = 125$$

$$\Rightarrow a = \sqrt[3]{125}$$

$$\Rightarrow a = 5 \text{ मी}$$

**प्रश्न 2.** एक घन का आयतन 1331 घन सेमी है। घने का पृष्ठीय क्षेत्रफल है।

(A) 762 वर्ग सेमी

(B) 726 वर्ग सेमी

(C) 426 वर्ग सेमी

(D) 468 वर्ग सेमी

**उत्तर :** (B) 726 वर्ग सेमी

**संकेत :** माना कि घन की भुजा a सेमी है।

घन का आयतन = 1331 घन सेमी

$$\Rightarrow a^3 = 1331$$

$$\Rightarrow a = \sqrt[3]{1331} = 11 \text{ सेमी}$$

$$\text{घन का पृष्ठीय क्षेत्रफल} = 6a^2 = 6 \times 11^2 = 6 \times 121 = 726 \text{ वर्ग सेमी}$$

**प्रश्न 3.** एक घनाभ की लम्बाई, चौड़ाई और ऊँचाई क्रमशः 4 मीटर, 3 मीटर और 2 मीटर है। घनाभ का पृष्ठीय क्षेत्रफल होगा।

- (A) 25 वर्ग मीटर
- (B) 26 वर्ग मीटर
- (C) 52 वर्ग मीटर
- (D) 62 वर्ग मीटर

**उत्तर :** (C) 52 वर्ग मीटर

**संकेत:** घनाभ का पृष्ठीय क्षेत्रफल =  $2(lb + bh + hl)$   
 $= 2(4 \times 3 + 3 \times 2 + 2 \times 4)$   
 $= 2(12 + 6 + 8)$   
 $= 52 \text{ वर्ग मी}$

**प्रश्न 4.** 8 मीटर  $\times$  7 मीटर  $\times$  6 मीटर माप वाले घनाभ का विकर्ण है-

- (A) 12.2 मीटर
- (B) 12.02 मीटर
- (C) 14.2 मीटर
- (D) 14.02 मीटर

**उत्तर :** (A) 12.2 मीटर

**संकेत:**

$$\begin{aligned} \text{घनाभ के विकर्ण की लम्बाई} &= \sqrt{l^2 + b^2 + h^2} \\ &= \sqrt{8^2 + 7^2 + 6^2} = \sqrt{64 + 49 + 36} \\ &= \sqrt{149} = 12.20 \text{ मी} \end{aligned}$$

**प्रश्न 5.** एक घन की भुजा 5 सेमी है। घन का विकर्ण है-

- (A)  $4\sqrt{3}$  सेमी।
- (B)  $2\sqrt{3}$  सेमी
- (C)  $5\sqrt{3}$  सेमी
- (D) 5 सेमी

उत्तर : (C)  $5\sqrt{3}$  सेमी

संकेत: घन का विकर्ण =  $a\sqrt{3} = 5\sqrt{3}$  सेमी

**प्रश्न 6.** एक घनाभ का आयतन 400 घन सेमी है और इसके आधार को क्षेत्रफल 80 वर्ग सेमी है तो घनाभ की ऊँचाई है।

- (A) 7 सेमी
- (B) 6 सेमी
- (C) 4 सेमी
- (D) 5 सेमी

उत्तर : (D) 5 सेमी

संकेत: घनाभ का आयतन = आधार का क्षेत्रफल  $\times$  ऊँचाई

$$\Rightarrow 400 = 80 \times h$$

$$\Rightarrow h = \frac{400}{80} = 5 \text{ सेमी।}$$

**प्रश्न 7.** एक घनाभ की माप 15 सेमी  $\times$  12 सेमी  $\times$  6 सेमी है। इस घनाभ को पिघलाकर 3 सेमी वाले कितने घन बनाये जा सकते हैं?

हल: घनाभ की लम्बाई (l) = 15 सेमी, चौड़ाई (b) = 12 सेमी

तथा ऊँचाई (h) = 6 सेमी

घनाभ का आयतन =  $l \times b \times h = 15 \times 12 \times 6 = 1080$  घन सेमी

घन की कोर (a) = 3 सेमी

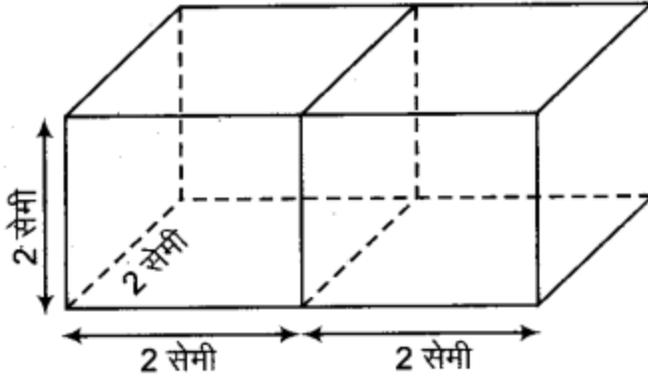
घन का आयतन =  $a^3 = 3^3 = 27$  घन सेमी

घनाभ को पिघलाकर घन बनाए गए हैं।

$$\begin{aligned} \therefore \text{घनाभ से बने घनों की संख्या} \\ = \frac{\text{घनाभ का आयतन}}{\text{घन का आयतन}} = \frac{1080}{27} = 40 \end{aligned}$$

**प्रश्न 8.** दो घनाकार पासों की कोर 2 सेमी है। इन पासों के एक पृष्ठ को आपस में चिपकाकर एक ठोस बनाया गया है। ठोस का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

हल: दो घनाकार पासों की कोर 2 सेमी है। दोनों पासों के एक पृष्ठ को आपस में चिपकाकर एक ठोस बनाया गया है।



ठोस की लम्बाई (l) = 2 + 2 = 4 सेमी, चौड़ाई (b) = 2 सेमी तथा ऊंचाई (h) = 2 सेमी।  
 ठोस का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल = 2 (lb + bh + hl)  
 = 2 (4 × 2 + 2 × 2 + 2 × 4)  
 = 2 (8 + 4 + 8)  
 = 40 सेमी

**प्रश्न 9.** तीन घनों की कोर क्रमशः 3 सेमी, 4 सेमी और 5 सेमी है। इनसे बनने वाले एक घने की भुजा की लम्बाई क्या होगी?

**हल:** तीन घनों की कोर  $a_1 = 3$  सेमी,  $a_2 = 4$  सेमी तथा  $a_3 = 5$  सेमी,  
 माना तीन घनों से बनने वाले घन की भुजा A सेमी है।  
 नये घन का आयतन = तीनों घनों का क्षेत्रफल

$$\Rightarrow A^3 = a_1^3 + a_2^3 + a_3^3 = 3^3 + 4^3 + 5^3$$

$$\Rightarrow A^3 = 27 + 64 + 125 = 216$$

$$\Rightarrow A = \sqrt[3]{216} = 6 \text{ सेमी}$$

अतः घन की भुजा 6 सेमी है।

**प्रश्न 10.** एक खाली हौज 4 मीटर लम्बा और 3 मीटर चौड़ा है। इसमें कितने घनमीटर पानी भरा जाये कि पानी की गहराई 2 मीटर हो जाये?

**हल:** हौज की लम्बाई (l) = 4 मी, चौड़ाई (b) = 3 मी  
 हौज में भरे गए पानी की गहराई (h) = 2 मी  
 हौज में भरे गए पानी का आयतन =  $l \times b \times h = 4 \times 3 \times 2 = 24$  घन मी  
 अतः 24 घन मी पानी भरा जाय।

**प्रश्न 11.** एक घनाकार बर्तन में 8 ली पानी आता है। बर्तन का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

**हल:** घनाकार बर्तन में पानी का आयतन = 8 ली = 8000 सेमी<sup>3</sup>  
माना घनाकार बर्तन की कोर a सेमी है।

$$a^3 = 8000$$

$$\Rightarrow a = \sqrt[3]{8000} = 20 \text{ सेमी}$$

बर्तन का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल =  $6a^2 = 6 \times 20^2 = 6 \times 400 = 2400$  वर्ग सेमी

अतः बर्तन का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल = 2400 सेमी<sup>2</sup>

**प्रश्न 12.** किसी गोदाम की माप 60 मीटर × 25 मीटर × 10 मीटर है। इस गोदाम में 1.5 मीटर × 1.25 मीटर × 0.5 मीटर की माप वाले लकड़ी के अधिकतम कितने क्रेट रखे जा सकते हैं।

**हल:** गोदाम की माप = 60 मी × 25 मी × 10 मी

गोदाम की लम्बाई (L) = 60 मी, चौड़ाई (B) = 25 मी तथा ऊँचाई (H) = 10 मी

गोदाम में रखे जाने वाले क्रेट की माप = 1.5 मी × 1.25 मी × 0.5 मी

क्रेट की लम्बाई (l) = 1.5 मी, चौड़ाई (b) = 1.25 मी तथा ऊँचाई (h) = 0.5 मी

गोदाम में रखे जाने वाले क्रेटों की संख्या

$$\begin{aligned} &= \frac{\text{गोदाम का आयतन}}{\text{क्रेट का आयतन}} = \frac{L \times B \times H}{l \times b \times h} \\ &= \frac{60 \times 25 \times 10}{1.5 \times 1.25 \times 0.5} = \frac{60 \times 25 \times 10 \times 10000}{15 \times 125 \times 5} \\ &= 4 \times 2 \times 2000 = 16000 \end{aligned}$$

**प्रश्न 13.** 3 मीटर गहरी और 40 मीटर चौड़ी एक नदी 2 किमी प्रति घण्टा की चाल से बह कर समुद्र में गिरती है। एक मिनट में समुद्र में कितना पानी गिरेगा?

**हल:** नदी की गहराई (h) = 3 मी चौड़ाई (b) = 40 मी

नदी की चाल = 2 किमी/घण्टा

1 घण्टे में बहे पानी की लम्बाई = 2 किमी

1 मिनट में बहे पानी की लम्बाई (l) =  $\frac{2000}{60} = \frac{100}{3}$  मी

1 मिनट में समुद्र में गिरे पानी का आयतन =  $l \times b \times h = \frac{100}{3} \times 40 \times 3 = 4000$  मी<sup>3</sup>

**प्रश्न 14.** यदि एक समकोणिक समान्तर षटफलक की लम्बाई, चौड़ाई और ऊँचाई का अनुपात 6 : 5 : 4 है। और उसका सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल 33300 वर्ग सेमी है तो समकोणिक समान्तर षटफलक का आयतन ज्ञात कीजिए।

**हल:** समकोणिक समान्तर षटफलक की लम्बाई, चौड़ाई और ऊँचाई का अनुपात = 6 : 5 : 4

माना कि समकोणिक समान्तर षटफलक की लम्बाई 6x सेमी, चौड़ाई 5x सेमी तथा ऊँचाई 4x सेमी है।

समकोणिक समान्तर षटफलक का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल = 33300 वर्ग सेमी

$$\Rightarrow 2(lb + bh + hl) = 33300$$

$$\Rightarrow 2(6x \times 5x + 5x \times 4x + 4x \times 6x) = 33300$$

$$\Rightarrow 2(30x^2 + 20x^2 + 24x^2) = 33300$$

$$\Rightarrow 2(74x^2) = 33300$$

$$\Rightarrow 148x^2 = 33300$$

$$\Rightarrow x^2 = \frac{33300}{148} = 225$$

$$\Rightarrow x = \sqrt{225} = 15 \text{ सेमी}$$

समकोणिक समान्तर षटफलक की

$$\text{लम्बाई (l)} = 6 \times 15 = 90 \text{ सेमी,}$$

$$\text{चौड़ाई (b)} = 5 \times 15 = 75 \text{ सेमी}$$

$$\text{तथा ऊँचाई (h)} = 4 \times 15 = 60 \text{ सेमी}$$

समकोणिक समान्तर षटफलक का आयतन =  $l \times b \times h = 90 \times 75 \times 60 = 405000$  घन सेमी

अतः समकोणिक समान्तर षटफलके का आयतन = 405000 घन सेमी

**प्रश्न 15.** एक प्लॉट 20 मीटर लम्बा और 15 मीटर चौड़ा है। प्लॉट के बाहर 10 मीटर लम्बा, 6 मीटर चौड़ा और 5 मीटर गहरा गड्ढा खोदकर उससे निकाली गई मिट्टी को इस प्लॉट में बिछाया गया है। प्लॉट में बिछाई गई मिट्टी की ऊँचाई ज्ञात कीजिए।

**हल:** प्लॉट की लम्बाई (L) = 20 मी; चौड़ाई (B) = 15 मी

गड्ढे की लम्बाई (l) = 10 मी चौड़ाई (b) = 6 मी

तथा गहराई (h) = 5 मी।

माना कि प्लॉट में बिछाई गई मिट्टी की ऊँचाई H मी है।

गड्ढे से मिट्टी खोदकर प्लॉट में बिछाई गई है।

प्लॉट में बिछाई गई मिट्टी का आयतन = गड्ढे से खोदकर उससे निकाली गई मिट्टी का आयतन

$$\Rightarrow L \times B \times H = l \times b \times h$$

$$\Rightarrow 20 \times 15 \times H = 10 \times 6 \times 5$$

$$\Rightarrow H = \frac{10 \times 6 \times 5}{20 \times 15} = 1 \text{ मी}$$

अतः प्लॉट में बिछाई गई मिट्टी की ऊँचाई = 1 मी

## Additional Questions

### बहुविकल्पीय प्रश्न

प्रश्न 1. यदि घन का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल उसके आयतन के बराबर है, तो घन की कोर है-

- (A) 5 सेमी
- (B) 6 सेमी
- (C) 7 सेमी
- (D) 8 सेमी

प्रश्न 2. 6 सेमी  $\times$  4 सेमी  $\times$   $2\sqrt{3}$  सेमी माप वाले एक आयताकार बक्से में कितनी अधिकतम लम्बाई की छड़ रखी जा सकती है?

- (A) 8 सेमी
- (B)  $6\sqrt{3}$  सेमी।
- (C)  $5\sqrt{3}$  सेमी
- (D)  $4\sqrt{2}$  सेमी

प्रश्न 3. 4 सेमी भुजा वाले घन को 1 सेमी भुजा वाले घनों में काटा गया है। काटे गए छोटे घनों का पृष्ठीय क्षेत्रफल क्या है?

- (A)  $96$  सेमी<sup>2</sup>
- (B)  $64$  सेमी<sup>2</sup>
- (C)  $24$  सेमी<sup>2</sup>
- (D)  $384$  सेमी<sup>2</sup>

प्रश्न 4. किसी घनाभ के तीन आसन्न फलकों के क्षेत्रफल क्रमशः  $x$ ,  $y$ ,  $z$  हैं। घनाभ का आयतन है:

- (A)  $\sqrt{xyz}$
- (B)  $2\sqrt{xyz}$
- (C)  $xyz$
- (D)  $2xy$

प्रश्न 5. यदि किसी घन के विकर्ण की लम्बाई  $6\sqrt{3}$  सेमी हो, तो इसका पृष्ठीय क्षेत्रफल होगा

- (A)  $648$  सेमी<sup>2</sup>
- (B)  $432$  सेमी<sup>2</sup>
- (B)  $216$  सेमी<sup>2</sup>
- (D)  $144$  सेमी<sup>2</sup>

प्रश्न 6. यदि घन के तीन आसन्न फलकों के क्षेत्रफल का अनुपात  $3 : 4 : 6$  है और इसका आयतन  $3000$  सेमी<sup>3</sup> है, तब लम्बी भुजा की लम्बाई है:

- (A) 15 सेमी

- (B) 20 सेमी
- (C) 10 सेमी
- (D) 125 सेमी

**प्रश्न 7. किसी घन के 1 फलक का परिमाण 32 सेमी है। घन का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल है-**

- (A) 256 सेमी<sup>2</sup>
- (B) 384 सेमी<sup>2</sup>
- (C) 216 सेमी<sup>2</sup>
- (D) 300 सेमी<sup>2</sup>

### उत्तरमाला

- 1. (B)
- 2. (A)
- 3. (D)
- 4. (A)
- 5. (C)
- 6. (B)
- 7. (B)

**प्रश्न 8. रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए।**

- 1. घनाभ में 6 ..... होते हैं।
- 2. घन में 12 ..... होती हैं।
- 3. घनाभ का प्रत्येक फलक ..... होता है।
- 4. घन का प्रत्येक फलक ..... होता है।
- 5. घनाभ का आयतन = ..... का क्षेत्रफल × ऊँचाई
- 6. 1 मी<sup>3</sup> = ..... ली
- 7. 1 ली = ..... सेमी<sup>3</sup>

### उत्तर-

- 1. (i) फलक
- 2. (ii) कोर
- 3. (iii) आयताकार
- 4. (iv) वर्गाकार
- 5. (v) आधार
- 6. (vi) 1000
- 7. (vii) 1000

## अतिलघूत्तीय/लघूत्तीय प्रश्न

**प्रश्न 1.** 6 मीटर भुजा के वर्गाकार फर्श के कमरे में 180 घन मीटर हुवा है। कमरे की ऊँचाई ज्ञात कीजिए।

**हल:** दिया है,

वर्गाकार कमरे की लम्बाई और चौड़ाई = 6 मीटर

कमरे में हवा का आयतन = 180 घन मीटर

माना कमरे की ऊँचाई = h मीटर

कमरे में हवा का आयतन = कमरे को आयतन

$$\Rightarrow 180 = l \times b \times h \text{ [कमरे में हवा का आयतन} = 180 \text{ मी}^3$$

$$\Rightarrow 180 = 6 \times 6 \times h$$

$$\Rightarrow h = 5 \text{ मीटर}$$

अतः वर्गाकार कमरे की ऊँचाई = 5 मीटर

**प्रश्न 2.** एक कमरे की लम्बाई, चौड़ाई और ऊँचाई क्रमशः 5, 4 और 3 मीटर हैं। 7.50 रुपये प्रति मीटर की दर से इस कमरे की दीवारों और छत पर सफेदी कराने का व्यय ज्ञात कीजिए।

**हल:** कमरे की चारों दीवारों का क्षेत्रफल =  $2(l + b) \times h$

$$= 2(6 + 4) \times 3$$

$$= 2 \times 9 \times 3 \text{ मी}^2$$

$$= 54 \text{ मी}^2$$

और छत का क्षेत्रफल =  $l \times b = 5 \times 4 \text{ मीटर} = 20 \text{ मीटर}^2$

सफेदी करने वाले तल का क्षेत्रफल =  $(54 + 20) \text{ मीटर}^2 = 74 \text{ मीटर}^2$

1 मीटर<sup>2</sup> क्षेत्रफल पर सफेदी कराने का व्यय = 7.50 मीटर<sup>2</sup>

74 मीटर<sup>2</sup> क्षेत्रफल पर सफेदी कराने का व्यय =  $7.50 \times 74 \text{ रु०} = 555 \text{ रु०}$

**प्रश्न 3.** एक सन्दूक की माप 50 सेमी × 36 सेमी × 25 सेमी है। इस सन्दूक का कवर बनाने में कितने वर्ग सेमी कपड़े की आवश्यकता होगी?

**हल:** सन्दूक की लम्बाई = 50 सेमी, चौड़ाई = 36 सेमी

और ऊँचाई = 25 सेमी

सन्दूक का कवर बनाने के लिए उसके सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल के बराबर कपड़े की आवश्यकता होती।

सन्दूक का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल =  $2(\text{ल.} \times \text{चौ.} + \text{चौ.} \times \text{ऊँ.} + \text{ऊँ.} \times \text{ल.})$

$$= 2(560 \times 36 + 36 \times 25 + 25 \times 50)$$

$$= 2(1800 + 900 + 1250)$$

$$= 2(3950) \text{ वर्ग सेमी}$$

$$= 7900 \text{ वर्ग सेमी।}$$

अतः सन्दूक के कवर के लिए 7900 वर्ग सेमी कपड़े की आवश्यकता होगी।

**प्रश्न 4.** एक छोटा पौधा-घर (green house) सम्पूर्ण रूप से शीशे की पट्टियों से (आधार भी सम्मिलित है) घर के अन्दर ही बनाया गया है और शीशे की पट्टियों को टेप द्वारा चिपका कर रोका गया है। यह पौधा-घर 30 सेमी लम्बा, 25 सेमी चौड़ा और 25 सेमी ऊँचा है।

- (i) इसमें प्रयुक्त शीशे की पट्टियों का क्षेत्रफल क्या है?  
(ii) सभी 12 किनारों के लिए कितने टेप की आवश्यकता है?

**हल:** (i) पौधा-घर की लम्बाई (l) = 30 सेमी  
चौड़ाई (b) = 25 सेमी व ऊँचाई (h) = 25 सेमी।  
पौधा-घर का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल =  $2(lb + bh + hl)$   
=  $2[(30 \times 25) + (25 \times 25) + (25 \times 30)]$   
=  $2[750 + 625 + 750]$   
=  $2 \times 2125$   
= 4250 सेमी<sup>2</sup>  
अतः पौधा घर बनाने में प्रयुक्त काँच का क्षेत्रफल = 4250 वर्ग सेमी।  
(ii) 12 किनारों में 4 लम्बाइयाँ, 4 चौड़ाइयाँ व 4 ऊँचाइयाँ होती हैं।  
सभी किनारों की माप = 4 (लम्बाई + चौड़ाई + ऊँचाई)  
=  $4(30 + 25 + 25)$   
=  $4 \times 80$   
= 320 सेमी  
अतः आवश्यक टेप की लम्बाई = 320 सेमी।

**प्रश्न 5.** यदि 12 सेमी कोर वाले ठोस घन को 8 बराबर आयतन वाले घनों में काटा जाता है। इस प्रकार बने घन की कोर की लम्बाई क्या होगी? दिए हुए घन तथा 8 नए बने घनों के पृष्ठीय क्षेत्रफलों का अनुपात भी ज्ञात करो।

**हल:** माना कि प्रत्येक नए बने घन की कोर की माप a सेमी है।  
12 सेमी कोर वाले घन का आयतन = a सेमी कोर वाले 8 घनों का आयतन  
 $12^3 = 8a^3 = (2a)^3$   
 $\Rightarrow a = 6$  सेमी  
12 सेमी कोर वाले घन का पृष्ठीय क्षेत्रफल ( $S_1$ ) =  $6 \times 12^2 = 864$  सेमी<sup>2</sup>  
6 सेमी कोर वाले 8 घनों का पृष्ठीय क्षेत्रफल ( $S_2$ ) =  $8 \times 6 \times 6^2 = 1728$

अतः  $\frac{S_1}{S_2} = \frac{864}{1728} = \frac{1}{2} = 1 : 2$

अतः प्रत्येक नए घन की कोर की लम्बाई = 6 सेमी  
तथा दिए हुए घनों का अभीष्ट अनुपात = 1 : 2

**प्रश्न 6.** किसी हाल की लम्बाई 16 मी तथा चौड़ाई 10 मी है। हाल के छत और फर्श का क्षेत्रफल हाल की चारों दीवारों के क्षेत्रफल के बराबर है। इसका सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात करो।

**हल:** हाल की लम्बाई तथा चौड़ाई क्रमशः 16 मी तथा 10 मी है।

माना कि हाल की ऊँचाई  $h$  मी है।

प्रश्नानुसार, हाल के छत और फर्श का क्षेत्रफल = हाल की चारों दीवारों का क्षेत्रफल

$$2 \times l \times b = 2(l + b) \times h$$

$$2 \times 16 \times 10 = 2(16 + 10) \times h$$

$$20 \times 16 = 2 \times 26 \times h$$

$$h = \frac{320}{52} = 6.15 \text{ मी (लगभग)}$$

हाल का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल =  $2(lb + bh + hl)$

$$= 2(16 \times 10 + 10 \times 6.15 + 6.15 \times 16)$$

$$= 2(160 + 61.5 + 98.4)$$

$$= 2 \times 319.9$$

$$= 639.8 \text{ मी}$$

अतः हाल का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल = 639.8 मी

**प्रश्न 7.** किसी घनाभ की लम्बाई, चौड़ाई तथा ऊँचाई का योग 17 सेमी है तथा इसके विकर्ण की लम्बाई 13 सेमी है ज्ञात करो:

(i) घनाभ का पृष्ठीय क्षेत्रफल

(ii) 2.5 रु/सेमी<sup>2</sup> की दर से रंग कराने का व्यय

**हल:** माना कि घनाभ की लम्बाई, चौड़ाई तथा ऊँचाई क्रमशः  $l$  सेमी,  $b$  सेमी तथा  $h$  सेमी है।

(i) प्रश्नानुसार, घनाभ के विकर्ण की लम्बाई = 13 सेमी

$$\Rightarrow \sqrt{l^2 + b^2 + h^2} = 13$$

$$\Rightarrow l^2 + b^2 + h^2 = 13^2$$

$$\Rightarrow l^2 + b^2 + h^2 = 169 \dots(1)$$

$$l + b + h = 17$$

दोनों पक्षों का वर्ग करने पर

$$(l + b + h)^2 = (17)^2$$

$$\Rightarrow l^2 + b^2 + h^2 + 2lb + 2bh + 2hl = 289$$

$$\Rightarrow 169 + 2(lb + bh + hl) = 289 \text{ [समी. (1) से]}$$

$$\Rightarrow 2(lb + bh + hl) = 289 - 169 = 120$$

घनाभ का पृष्ठीय क्षेत्रफल = 120 सेमी<sup>2</sup>

(ii) घनाभ के पृष्ठीय क्षेत्रफल पर रंग कराने व्यय =  $120 \times 2.5 = 300$  रु।

**प्रश्न 8.** एक दीवार की लम्बाई 5 मीटर, चौड़ाई 30 सेमी और ऊँचाई 3 मीटर है। दीवार बनाने में 20 सेमी  $\times$  10 सेमी  $\times$  7.5 सेमी माप की कितनी ईंटों की आवश्यकता होगी? ईंटों का मूल्य 150 रुपये प्रति सैकड़ा हो, तो ईंटों का कुल मूल्य ज्ञात कीजिए।

**हल:** दीवार की लम्बाई = 5 मीटर = 500 सेमी

दीवार की चौड़ाई = 30 सेमी

दीवार की ऊँचाई = 3 मीटर = 300 सेमी

अतः दीवार का आयतन = लं. × चौ. × ऊँ. =  $500 \times 30 \times 300 = 4500000$  घन सेमी

ईंट की लम्बाई = 20 सेमी, चौड़ाई = 10 सेमी और ऊँचाई = 7.5 सेमी।

अतः 1 ईंट का आयतन = लं. × चौ. × ऊँ. =  $20 \times 10 \times 7.5 = 1500$  घन सेमी

दीवार में लगी ईंटों की संख्या

$$\frac{\text{दीवार का आयतन}}{\text{1 ईंट का आयतन}} = \frac{4500000}{1500} = 3000 \text{ ईंट}$$

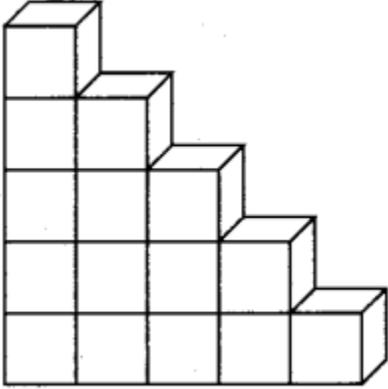
100 ईंटों का कुल मूल्य = ₹ 150

$$\text{1 ईंट का मूल्य} = ₹ \frac{150}{100}$$

$$\text{3000 ईंटों का मूल्य} = \frac{150}{100} \times 3000 = ₹ 4,500$$

अतः ईंटों की कुल संख्या 3000 और ईंटों का कुल मूल्य 4,500 रुपये होगा।

**प्रश्न 9.** एक बच्चा भवन ब्लॉकों से खेल रहा है, जो एक घन के आकार के हैं और उसने नीचे दिखाई गई आकृतिक अनुसार ढाँचा बना लिया है। प्रत्येक घन का किनारा 3 सेमी है। उस बच्चे द्वारा बनाए गए ढाँचे का आयतन ज्ञात कीजिए।



**हल:** घन की कोर (या भुजा) = 3 सेमी

प्रत्येक घन का आयतन = भुजा × भुजा × भुजा =  $3 \times 3 \times 3 = 27$  सेमी

ढाँचे में घनों की संख्या 15 है।

ढाँचे का आयतन =  $27 \times 15 = 405$  सेमी<sup>3</sup>।

**प्रश्न 10.** एक घनाकार बर्तन में 8 लीटर पानी आता है। बर्तन का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

**हल:** दिया है,

घनाकार बर्तन में पानी की मात्रा = 8 लीटर

अतः घनाकार बर्तन का आयतन = 8 लीटर =  $8 \times 1000$  घन सेमी [1 लीटर = 1000 घन सेमी]  
= 8000 घन सेमी

अब माना घनाकार बर्तन की भुजा =  $x$  सेमी

अतः बर्तन का आयतन =  $x^3$  घन सेमी

$$\therefore 8000 = x^3 \text{ या } x^3 = 8000$$

$$\Rightarrow x = \sqrt[3]{8000} = \sqrt[3]{20 \times 20 \times 20} = 20 \text{ सेमी।}$$

अतः घनाकार बर्तन का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल

$$= 6x^2 = 6(20)^2 = 6 \times 400 = 2400 \text{ वर्ग सेमी।}$$

**प्रश्न 11.** एक आयताकार धातु की चादर की लम्बाई 45 सेमी तथा चौड़ाई 30 सेमी है। इसके प्रत्येक किनारे से 5 सेमी का वर्ग काटा गया है। चादर के बचे हुए भाग को मोड़कर एक खुला बक्सा बनाया गया है। इस बक्से का आयतन ज्ञात करो।

**हल:** आयताकार धातु की चादर की लम्बाई = 45 सेमी

आयताकार धातु की चादर की चौड़ाई = 30 सेमी

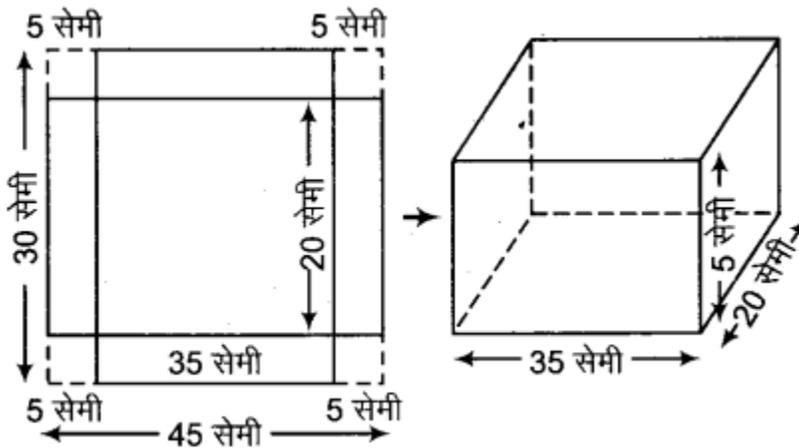
एक खुला बक्सा बनाने के लिए 5 सेमी भुजा का वर्ग प्रत्येक किनारे से काटा गया है और पल्लो को मोड़ दिया गया है।

बक्से की विमाएँ होंगी

लम्बाई (l) =  $45 - 2 \times 5 = 35$  सेमी

चौड़ाई (b) =  $30 - 2 \times 5 = 20$  सेमी

ऊँचाई (h) = 5 सेमी



बक्से का आयतन =  $l \times b \times h = 35 \times 20 \times 5 = 3500$  सेमी

**प्रश्न 12.** तीन धातु के घनों की कोरों का अनुपात 3 : 4 : 5 है। यदि इनको पिघलाकर एक नया घन बनाया जाए। जिसके विकर्ण की लम्बाई  $12\sqrt{3}$  सेमी है। इन तीन घनों की कोर ज्ञात करो।

**हल:** माना कि तीन घनों की कोर क्रमशः  $3x$  सेमी,  $4x$  सेमी,  $5x$  सेमी है।

अतः तीनों घनों के आयतन का योग =  $(3x^3) + (4x^3) + (5x^3)$

$$= 27x^3 + 64x^3 + 125x^3$$

$$= 216x^3$$

माना कि नये बने घन की कोर  $a$  सेमी है।

नये बने घन के विकर्ण की लम्बाई =  $12\sqrt{3}$  सेमी

$$\Rightarrow a\sqrt{3} = 12\sqrt{3} \text{ सेमी}$$

$$\Rightarrow a = 12 \text{ सेमी}$$

नये बने घन का आयतन =  $a^3 = (12)^3 = 1728$  सेमी

तीन घनों को पिघलाकर एक नया घन बनाया है।

तीनों घनों के आयतन का योग = नये बने घन का आयतन

$$\Rightarrow 216x^3 = 1728$$

$$\Rightarrow x^3 = 8$$

$$\Rightarrow x = 2 \text{ सेमी}$$

धातु के तीन घनों की कोरों की माप है।

$3 \times 2 = 6$  सेमी,  $4 \times 2 = 8$  सेमी तथा  $5 \times 2 = 10$  सेमी।

अतः धातु के तीन घनों की कोरों की माप 6 सेमी, 8 सेमी तथा 10 सेमी है।

**प्रश्न 13.**  $a$ ,  $b$  तथा  $c$  विमाओं वाले घन का आयतन  $V$  तथा पृष्ठीय क्षेत्रफल  $S$  है, तब सिद्ध करो

$$\frac{1}{V} = \frac{2}{S} \left( \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \right)$$

**हल:**

$$\frac{1}{V} = \frac{2}{S} \left( \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \right)$$

$$\text{दायाँ पक्ष} = \frac{2}{S} \left( \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \right)$$

$$= \frac{2}{S} \left[ \frac{bc + ac + ab}{abc} \right] = \frac{2(ab + bc + ca)}{S(abc)}$$

$$= \frac{S}{S(abc)} = \frac{1}{abc} = \frac{1}{V} = \text{बायाँ पक्ष}$$

$\therefore$  बायाँ पक्ष = दायाँ पक्ष

इति सिद्धम्।

**प्रश्न 14.** एक आयताकार जलाशय 75 मी लम्बा, 50 मी चौड़ा है। 15 सेमी  $\times$  10 सेमी अनुप्रस्थ काट वाली नली से 10 किमी/घण्टा की दर से इसमें पानी बह रहा है। 20 घण्टे में पानी को स्तर कितना ऊँचा उठ जायेगा?

**हल:** नली से बहे पानी की चाल = 10 किमी/घण्टा  
1 घण्टे में बहे पानी की लम्बाई = 10 किमी = 10000 मी  
20 घण्टे में बहे पानी की लम्बाई = 10000 × 20 = 200000 मी  
नली की अनुप्रस्थ काट की विमाएँ

$$= 15 \text{ सेमी} \times 10 \text{ सेमी} = \frac{15}{100} \text{ मी} \times \frac{10}{100} \text{ मी}$$

20 घण्टे में बहे पानी का आयतन

$$= \frac{15}{100} \times \frac{10}{100} \times 200000 = 15 \times 10 \times 20 = 3000 \text{ मी}^3$$

आयताकार जलाशय के आधार का क्षेत्रफल

$$= 75 \times 50 = 3750 \text{ मी}^2$$

जलाशय में उठे पानी के स्तर की ऊँचाई

$$= \frac{20 \text{ घण्टे में बहे पानी का आयतन}}{\text{आयताकार जलाशय के आधार का क्षेत्रफल}}$$
$$= \frac{3000}{3750} \text{ मी} = 0.8 \text{ मी} = 80 \text{ सेमी}$$

अतः जलाशय में उठे पानी के स्तर की ऊँचाई = 80 सेमी।