ସୂଚକ ତତ୍ତ୍ୱ (THEORY OF INDICES)

ଅଧ୍ୟାୟ 5

5.1 ଉପକ୍ରମଣିକା (Introduction) :

ପୂର୍ବ ଶ୍ରେଣୀରେ ଆମେମାନେ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ଅଥବା ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ଆଧାର ଏବଂ ଗଣନ ସଂଖ୍ୟା ଘାତବିଶିଷ୍ଟ ଘାତରାଶି ସଂପର୍କରେ ପଢ଼ିଅଛେ । ଏତଦ୍ ବ୍ୟତୀତ ଉପରୋକ୍ତ ଘାତ ରାଶି ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ନିୟମଗୁଡ଼ିକୁ ଭଲ ଭାବରେ ଜାଣିପାରିଛେ । ଏହି ଅଧ୍ୟାୟରେ ପୂର୍ଣ୍ଣ ସଂଖ୍ୟା ଘାତାଙ୍କ ଏବଂ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ଘାତାଙ୍କ ବିଶିଷ୍ଟ ଘାତରାଶି ସମ୍ବନ୍ଧରେ ଆଲୋଚନା କରିବା ସହ ଏଥି ସଂପର୍କିତ ନିୟମଗୁଡ଼ିକୁ ମଧ୍ୟ ଆଲୋଚନା କରିବା ।

ଆମେ ଜାଣିଛେ $5 \times 5 \times 5 = 5^3$ ଯେଉଁଠାରେ 5^3 ଏକ ଘାତରାଶି ଏବଂ 5 ଓ 3 ଯଥାକ୍ରମେ ଘାତରାଶିର ଆଧାର ଏବଂ ଘାତ । ସେହିପରି $(-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2) = (-2)^4$ । ଏଠାରେ ମଧ୍ୟ $(-2)^4$ ଏକ ଘାତରାଶି ଏବଂ -2 ଓ 4 ଯଥାକ୍ରମେ ଘାତରାଶିର ଆଧାର ଓ ଘାତ ।

ତେଣୁ ମନେରଖିବା ଉଚିତ ଯେ,

> $a \times a \times a \times ......$ m ଥର $= a^m$ ଯେଉଁଠାରେ a ଏକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ଅଥବା ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ଏବଂ m ଏକ ଗଣନ ସଂଖ୍ୟା । 'a^m' ଏକ ଘାତରାଶି ଏବଂ a ଓ m ଯଥାକ୍ରମେ ଘାତରାଶିର ଆଧାର ଓ ଘାତାଙ୍କ ।

5.2 ଧନାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣ ସଂଖ୍ୟା (ଗଣନ ସଂଖ୍ୟା) ଘାତାଙ୍କବିଶିଷ୍ଟ ଘାତରାଶି :

ଏହି ଅଧ୍ୟାୟରେ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ଏବଂ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ଘାତାଙ୍କବିଶିଷ୍ଟ ଘାତରାଶି ସମ୍ବନ୍ଧରେ ଆଲୋଚନା କରିବା ପୂର୍ବରୁ ଆମେ ପ୍ରଥମେ ଗଣନ ସଂଖ୍ୟା(ଧନାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା) ଘାତାଙ୍କବିଶିଷ୍ଟ ଘାତରାଶି ସମ୍ବନ୍ଧରେ ଆଲୋଚନା କରିବା ।

ପ୍ରତ୍ୟେକ ଘାତରାଶି (ଗଣନସଂଖ୍ୟା ଘାତାଙ୍କବିଶିଷ୍ଟ)ର ମାନ ଥାଏ ।

ଯେପରି $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$, $(-4)^2 = (-4) \times (-4) = 16$,

$$\left(\frac{1}{3}\right)^5 = \left(\frac{1}{3}\right) \times \left(\frac{1}{3}\right) \times \left(\frac{1}{3}\right) \times \left(\frac{1}{3}\right) \times \left(\frac{1}{3}\right) = \frac{1}{243},$$

$$\left(-\frac{2}{3}\right)^4 = \left(\frac{-2}{3}\right) \times \left(\frac{-2}{3}\right) \times \left(\frac{-2}{3}\right) \times \left(\frac{-2}{3}\right) = \frac{(-2)^4}{(3)^4} = \frac{16}{81}$$ ଇତ୍ୟାଦି ।

ନିଜେ କର

1. ନିମ୍ନଲିଖିତ ସଂଖ୍ୟାକୁ ଘାତରାଶିରେ ପରିଣତ କର :

(a) 625 (b) –27 (c) 243 (d) 1000 (e) $\frac{4}{9}$

2. ନିମ୍ନ ଘାତ ରାଶିଗୁଡ଼ିକର ମାନ ସ୍ଥିର କର :

(a) 6^3 (b) $(-8)^3$ (c) $(12)^2$ (d) $(-11)^3$ (e) $\left(\frac{-1}{5}\right)^3$

ଅନୁଶୀଳନୀ - 5 (a)

1. ନିମ୍ନ ରାଶିଗୁଡ଼ିକୁ x^n (ଘାତରାଶି) ରୂପେ ପ୍ରକାଶ କର :

(i) $2 \times 2 \times 2 \times 2$

(ii) $(-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2)$

(iii) $\left(\frac{3}{4}\right) \times \left(\frac{3}{4}\right) \times \left(\frac{3}{4}\right)$

(iv) $\left(-\frac{1}{7}\right)\left(-\frac{1}{7}\right)\left(-\frac{1}{7}\right)\left(-\frac{1}{7}\right)$

(v) $\frac{5}{3} \times \frac{5}{3} \times \frac{5}{3}$

(vi) $y \times y \times y \times y \times y$

(vii) $(-p)(-p)(-p)$

(viii) $(a-b)(a-b)(a-b)(a-b)$

(ix) $(a+b)(a+b)(a+b)$

(x) $\left(\frac{a}{b}\right)\left(\frac{a}{b}\right)\left(\frac{a}{b}\right)\left(\frac{a}{b}\right)\left(\frac{a}{b}\right)$

2. ନିମ୍ନ ଘାତରାଶିମାନଙ୍କର ଆଧାର ଓ ଘାତାଙ୍କ ଦର୍ଶାଇ ମାନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

(i) $(1)^{15}$ (ii) $(-1)^{11}$ (iii) $(-1)^{18}$ (iv) $(9)^5$ (v) $(-2)^5$

(vi) $\left(\frac{1}{6}\right)^6$ (vii) $\left(\frac{2}{3}\right)^5$ (viii) $(5 \times 2)^4$ (ix) $(10)^7$ (x) $(-10)^5$

3. ନିମ୍ନ ସାରଣୀରେ ଶୂନ୍ୟସ୍ଥାନ ପୂରଣ କର ।

ଆଧାର	2	–3			7	4	$-\frac{1}{2}$	
ଘାତାଙ୍କ	6	6	5	4			7	5
ମାନ			32	625	2401	1024		$\frac{-1}{243}$

4. ନିମ୍ନ ପ୍ରଶ୍ନଗୁଡ଼ିକର ଉତ୍ତର ଦିଅ :

(i) 10 ର ଚତୁର୍ଥ ଘାତ କେତେ ?

(ii) 5ର କେଉଁ ଘାତ 625 ?

(iii) $\frac{1}{8}$, $\left(\frac{1}{2}\right)$ ର କେଉଁ ଘାତ ?

(iv) କେଉଁ ଆଧାରର ତୃତୀୟ ଘାତ $\frac{-27}{8}$?

5. ନିମ୍ନ ପ୍ରଶ୍ନଗୁଡ଼ିକର ଉତ୍ତର ଦିଅ :

(i) $\frac{2}{3}$ ଆଧାରର ଷଷ୍ଠ ଘାତ, $\frac{4}{9}$ ଆଧାରର କେଉଁ ଘାତ ସହ ସମାନ ?

(ii) 5 ଆଧାରର ଚତୁର୍ଥ ଘାତ, କେଉଁ ଆଧାରର ଦ୍ୱିତୀୟ ଘାତ ସହ ସମାନ ?

(iii) 256 ଯେଉଁ ଆଧାରର ଚତୁର୍ଥ ଘାତ, ତାହାର ତୃତୀୟ ଘାତ କେତେ ?

5.3 ଘାତରାଶିମାନଙ୍କର ଗୁଣନ ଓ ଭାଗକ୍ରିୟା :

ତୁମେମାନେ ପଢ଼ିଥିବା ଗଣନ ସଂଖ୍ୟା ଘାତାଙ୍କବିଶିଷ୍ଟ ଘାତରାଶି ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ନିୟମ ସମୂହକୁ ଆସ ମନେ ପକାଇବା । ବିଶେଷତଃ ଗୁଣନ ଏବଂ ଭାଗ ସଂକ୍ରାନ୍ତୀୟ ଆଲୋଚନା କରିବା ।

ନିୟମ – 1: 'a' ଏକ ଅଣଶୂନ୍ୟ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ଏବଂ m ଓ n ଦୁଇଟି ଗଣନ ସଂଖ୍ୟା ହେଲେ

$$a^m \times a^n = a^{m+n}$$

ଉଦାହରଣ – 1 : $2^3 \times 2^4$ କୁ ଏକ ଘାତରାଶିରେ ପ୍ରକାଶ କର ।

ସମାଧାନ : $2^3 \times 2^4 = 2^{3+4} = 2^7$ .... ନିୟମ (1)

ଉଦାହରଣ – 2 : $\left(\frac{2}{3}\right)^2 \times \left(\frac{2}{3}\right)^3$ କୁ ଏକ ଘାତରାଶିରେ ପ୍ରକାଶ କର ।

ସମାଧାନ : $\left(\frac{2}{3}\right)^2 \times \left(\frac{2}{3}\right)^3 = \left(\frac{2}{3}\right)^{2+3} = \left(\frac{2}{3}\right)^5$ ନିୟମ (1)

ନିୟମ – 2: (i) **'a' ଏକ ଅଣଶୂନ୍ୟ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ଏବଂ m ଓ n ଦୁଇଟି ଗଣନ ସଂଖ୍ୟା (m > n) ହେଲେ** $a^m \div a^n = a^{m-n}$

(ii) **'a' ଏକ ଅଣଶୂନ୍ୟ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ଏବଂ m ଓ n ଦୁଇଟି ଗଣନ ସଂଖ୍ୟା (n > m) ହେଲେ** $a^m \div a^n = \frac{1}{a^{n-m}}$

ଉଦାହରଣ – 3 : $\left(\frac{4}{3}\right)^7 \div \left(\frac{4}{3}\right)^4$ କୁ ଏକଘାତ ରାଶିରେ ପ୍ରକାଶ କର ।

ସମାଧାନ : $\left(\frac{4}{3}\right)^7 \div \left(\frac{4}{3}\right)^4 = \left(\frac{4}{3}\right)^{7-4} = \left(\frac{4}{3}\right)^3$ ନିୟମ 2 (i)

ଉଦାହରଣ – 4 : $\left(\frac{4}{3}\right)^2 \div \left(\frac{4}{3}\right)^5$ କୁ ଘାତ ରାଶିରେ ପ୍ରକାଶ କର ।

ସମାଧାନ : $\left(\frac{4}{3}\right)^2 \div \left(\frac{4}{3}\right)^5 = \frac{1}{\left(\frac{4}{3}\right)^{5-2}} = \frac{1}{\left(\frac{4}{3}\right)^3}$ ନିୟମ 2 (ii)

ନିୟମ–3: 'a' ଏକ ଅଣଶୂନ୍ୟ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ଏବଂ m ଓ n ଦୁଇଟି ଗଣନ ସଂଖ୍ୟା ହେଲେ $(a^m)^n = a^{mn}$ **ହେବ ।**

ଉଦାହରଣ – 5 : $\left\{\left(\frac{2}{3}\right)^3\right\}^2$ କୁ ଏକ ଘାତ ରାଶିରେ ପ୍ରକାଶ କର ।

ସମାଧାନ : $\left\{\left(\frac{2}{3}\right)^3\right\}^2 = \left(\frac{2}{3}\right)^{3\times 2} = \left(\frac{2}{3}\right)^6$

ନିୟମ – 4: a ଓ b ଦୁଇଟି ଅଣଶୂନ୍ୟ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ଏବଂ 'm' ଏକ ଗଣନ ସଂଖ୍ୟା ହେଲେ

$(a \times b)^m = a^m \times b^m$ **ଏବଂ** $\left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m}$ **ହେବ ।**

ଉଦାହରଣ – 6 : $\left(\frac{3}{4}\right)^2 \times \left(\frac{5}{3}\right)^2$ କୁ ଏକ ଘାତ ରାଶିରେ ପ୍ରକାଶ କର ।

ସମାଧାନ : $\left(\frac{3}{4}\right)^2 \times \left(\frac{5}{3}\right)^2 = \left(\frac{3}{4} \times \frac{5}{3}\right)^2 = \left(\frac{5}{4}\right)^2$

ଉଦାହରଣ – 7 : $\left(\frac{5}{7}\right)^3 \div \left(\frac{5}{7}\right)^3 = \left(\frac{5}{7} \div \frac{5}{7}\right)^2 = (1)^3 = 1$

ମନେରଖ :	(i) m ଏକ ଯୁଗ୍ମ ଗଣନ ସଂଖ୍ୟା ହେଲେ $(-1)^m = 1$ (ii) m ଏକ ଅଯୁଗ୍ମ ଗଣନ ସଂଖ୍ୟା ହେଲେ $(-1)^m = -1$

ଉଦାହରଣ – 8 : $\frac{2^3 \times 3^4}{3 \times 2^5}$ କୁ ସରଳ କର ।

ସମାଧାନ : $\frac{2^3 \times 3^4}{3 \times 2^5} = \left(\frac{2^3}{2^5}\right) \times \left(\frac{3^4}{3}\right) = \frac{1}{2^{5-3}} \times 3^{4-1} = \frac{1}{2^2} \times 3^3 = \frac{27}{4}$

ଉଦାହରଣ – 9 : $\dfrac{\left(\frac{-2}{3}\right)^4 \times \frac{216}{125}}{\left(\frac{6}{5}\right)^2 \times \frac{4}{9}}$ କୁ ସରଳ କର ।

ସମାଧାନ : $\dfrac{\left(\frac{-2}{3}\right)^4 \times \frac{216}{125}}{\left(\frac{6}{5}\right)^2 \times \frac{4}{9}} = \dfrac{\left(\frac{-2}{3}\right)^4 \times \left(\frac{6}{5}\right)^3}{\left(\frac{6}{5}\right)^2 \times \left(\frac{-2}{3}\right)^2} = \left(\frac{-2}{3}\right)^{4-2} \times \left(\frac{6}{5}\right)^{3-2} = \left(\frac{-2}{3}\right)^2 \times \left(\frac{6}{5}\right) = \frac{4}{9} \times \frac{6}{5} = \frac{8}{15}$

ନିଜେ କର ନିମ୍ନ ଘାତ ରାଶି ବିଶିଷ୍ଟ ପରିପ୍ରକାଶ ଗୁଡ଼ିକୁ ସରଳ କର ।

(i) $\left(\frac{2}{9}\right)^5 \div \left(\frac{-2}{9}\right)^4$ (ii) $\left(\frac{1}{25}\right)^4 \div 5^4$ (iii) $\frac{3^8 \times a^5}{27 \times a^2} (a \neq 0)$ (iv) $(4^2 \times 4^3) \div 4^5$

(v) $\left(\frac{-2}{3}\right)^9 \div \left(\frac{2}{3}\right)^7$ (vi) $\left\{\left(\frac{1}{2}\right)^3\right\}^2 \div \left(\frac{1}{4}\right)^3$

ଅନୁଶୀଳନୀ – 5 (b)

1. ନିମ୍ନଲିଖିତ ରାଶିଗୁଡ଼ିକୁ ଏକ ଆଧାର ବିଶିଷ୍ଟ ଘାତରାଶି ରୂପେ ପ୍ରକାଶ କର ।

(i) $3^6 \times 3^4$ (ii) $\left(\frac{1}{2}\right)^6 \times \left(\frac{1}{2}\right)^5$ (iii) $\left(\frac{2}{3}\right)^7 \times \left(\frac{2}{3}\right)^3$ (iv) $(4)^6 \times (-4)^3$

(v) $\left(\frac{3}{2}\right)^5 \times \left(\frac{2}{3}\right)^4$ (vi) $(-4)^6 \times (4)^3$ (vii) $(9)^3 \times (27)^4$ (viii) $(8)^3 \times (-4)^4$

(ix) $(7)^8 \times (-7)^5$ (x) $8^5 \div (4)^4$ (xi) $\{(5)^3\}^4$ (xii) $\{(-2)^3\}^4$

(xiii) $\frac{7^4}{3^4}$ (xiv) $3^9 \div 4^9$ (xv) $\left(\frac{a}{b}\right)^7 \div \left(\frac{b}{a}\right)^3$ (xvi) $\left(\frac{a}{b}\right)^4 \div \left(\frac{-b}{a}\right)^3$

2. ମାନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

(i) $3^4 \times 3^3 \div 3^5$ (ii) $(3^{11} \times 4^5) \div (4^4 \times 3^6)$

(iii) $(4^3 \times 4^2 \times 4) \div (2^4 \times 2^3 \times 2^2)$ (iv) $2^{11} \div 8^3 \times 4^2$, (v) $\left(\frac{3}{2}\right)^6 \div \left(\frac{2}{3}\right)^2$

3. ସରଳ କର ।

(i) $(2^2 \times 2)^3$ (ii) $(ab)^5 \times a^3 \times b^2$ (iii) $\left(\frac{a}{b}\right)^7 \times a^6 \times b^5 \times \left(\frac{b}{a}\right)^6$

(iv) $3^9 \times 3^5 \div 9^7$ (v) $\left(\frac{2}{3}\right)^5 \div \left(\frac{2}{3}\right)^8 \times \left(\frac{2}{3}\right)^3$

4. ମୌଳିକ ଆଧାର ବିଶିଷ୍ଟ ଘାତରାଶିରେ ପ୍ରକାଶ କର ।

(i) $(64)^3$ (ii) $(9)^7$ (iii) $(125)^{m-1}$ (iv) $(-8)^{11}$

5. ନିମ୍ନଲିଖିତ ଉକ୍ତି ମଧ୍ୟରୁ ଠିକ୍ ଉକ୍ତି ପାଇଁ (T) ଓ ଭୁଲ୍ ଉକ୍ତି ପାଇଁ (F) ଲେଖ ।

(i) $2^3 \times 3^5 = 6^8$ (ii) $3^5 \times 5^5 = 15^5$ (iii) $(4^3)^4 = (4)^7$

(iv) $(5^2)^3 = 5^6$ (v) $(3)^3 \times (3)^2 = 3^6$ (vi) $(a^3.b^5) = (ab)^{15}$

(vii) $(2^3 \times 3^3) = 6^3$ (viii) $\left(\frac{3}{4}\right)^6 \div \left(\frac{4}{3}\right)^2 = \left(\frac{3}{4}\right)^4$ (ix) $(-3)^4 \times (3)^5 \times (-3)^2 = (-3)^{11}$

(x) $-3^4 \times 3^3 = -3^7$

6. କେଉଁ କ୍ଷେତ୍ରରେ n ଏକ ଗଣନ ସଂଖ୍ୟା ହେବ ?

(i) $2^n = 32$ (ii) $5^n = 100$ (iii) $4^n = 512$ (iv) $4^n = 1024$

(v) $3^n = 729$ (vi) $5^n = 1250$ (vii) $7^n = 343$ (viii) $\left(\frac{1}{2}\right)^n = \frac{1}{64}$

(ix) $\left(\frac{2}{3}\right)^n = \frac{32}{15}$ (x) $(-2)^n = -512$

5.4 ପୂର୍ଣ୍ଣ ସଂଖ୍ୟା ଘାତାଙ୍କବିଶିଷ୍ଟ ରାଶି :

ଆମେ ଜାଣିଛେ a^3, 3 ସଂଖ୍ୟକ a ର ଗୁଣଫଳ, ସେହିପରି ଆମେ a^0 ଏବଂ a^{-2}କୁ କିପରି ବୁଝିବା ?

ଆମେ କ’ଣ କହି ପାରିବା –

a^0, 0 ସଂଖ୍ୟକ a ର ଗୁଣଫଳ ? ଅଥବା a^{-2}, –2 ସଂଖ୍ୟକ a ର ଗୁଣଫଳ ?

ଉପରିସ୍ଥ ଉକ୍ତିଦ୍ୱୟ ଅର୍ଥହୀନ ।

ତେଣୁ ଆମେ a^0 ଓ a^{-2} ଭଳି ଘାତରାଶିର ସଂଜ୍ଞା ନିମ୍ନ ମତେ ପ୍ରକରଣ କରିବା ।

ସଂଜ୍ଞା : $a^0 = 1, a \in Q, a \neq 0$ ଏବଂ

$a^{-n} = \frac{1}{a^n}, a \in Q, a \neq 0, n \in N$

ମନେରଖ : **0^0 ସଂଜ୍ଞାକୃତ ନୁହେଁ,**

ଅନୁସିଦ୍ଧାନ୍ତ -1 : $\mathbf{a^n \times a^{-n} = 1}$ $\mathbf{(a \neq 0, a \in Q, n \in N)}$

ଅନୁସିଦ୍ଧାନ୍ତ -2 : $\mathbf{1 \div a^{-n} = a^n}$ $\mathbf{(a \neq 0, a \in Q, n \in N)}$

ଉଦାହରଣ – 10 : ମାନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର : (i) $(3)^{-3}$ (ii) $\left(\frac{3}{4}\right)^{-4}$

ସମାଧାନ : (i) $(3)^{-3} = \frac{1}{3^3} = \frac{1}{27}$ (ii) $\left(\frac{3}{4}\right)^{-4} = \frac{1}{\left(\frac{3}{4}\right)^4} = \frac{1}{\frac{81}{256}} = \frac{256}{81}$

ଉଦାହରଣ – 11 : ଋଣାତ୍ମକ ଘାତାଙ୍କବିଶିଷ୍ଟ ଘାତରାଶିରେ ପ୍ରକାଶ କର :

(i) 2^3, (ii) 729, (iii) $\left(\frac{3}{2}\right)^5$ (iv) $\frac{1}{343}$ (v) $\frac{243}{32}$

ସମାଧାନ : (i) $2^3 = \frac{1}{2^{-3}} = \left(\frac{1}{2}\right)^{-3}$ (ii) $729 = 3^6 = \frac{1}{3^{-6}} = \left(\frac{1}{3}\right)^{-6}$

(iii) $\left(\frac{3}{2}\right)^5 = \left(\frac{1}{\frac{3}{2}}\right)^{-5} = \left(\frac{2}{3}\right)^{-5}$ (iv) $\frac{1}{343} = \frac{1}{7^3} = 7^{-3}$

(v) $\frac{243}{32} = \frac{1}{\frac{32}{243}} = \left(\frac{32}{243}\right)^{-1} = \left\{\left(\frac{2}{3}\right)^5\right\}^{-1} = \left(\frac{2}{3}\right)^{-5}$

ମନେରଖ:

> a ଓ b ଅଣଶୂନ୍ୟ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ଏବଂ m ଓ n ଗୋଟିଏ ଗୋଟିଏ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ହେଲେ
> (i) $a^m \times a^n = a^{m+n}$, (ii) $a^m \div a^n = a^{m-n}$ $(m > n)$,
> (iii) $(a^m)^n = a^{mn}$, (iv) $(ab)^m = a^m \times b^m$ ଏବଂ $\left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m}$ ହେବ ।

କେତେକ ବିଶେଷ ଘାତରାଶି :

ମନେରଖ : (i) $(1)^{-10} = \frac{1}{1^{10}} = \frac{1}{1} = 1$

(ii) $(-1)^{-8} = \frac{1}{(-1)^8} = \frac{1}{1} = 1$ (ଘାତାଙ୍କ ଏକ ଯୁଗ୍ମ ଗଣନ ସଂଖ୍ୟା)

(iii) $(-1)^{-11} = \frac{1}{(-1)^{11}} = \frac{1}{-1} = -1$ (ଘାତାଙ୍କ ଏକ ଅଯୁଗ୍ମ ଗଣନ ସଂଖ୍ୟା)

ଲକ୍ଷ୍ୟକର : $a \neq 0, b \neq 0$ ଓ $n \in N$ ହେଲେ, $\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \frac{1}{\left(\frac{a}{b}\right)^n} = \frac{1}{\frac{a^n}{b^n}} = \frac{b^n}{a^n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$

ତେଣୁ ଆମେ ପାଇଲେ $\boxed{\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n \quad a, b \in Q,\ a \neq 0, b \neq 0 \text{ ଓ } n \in N}$

ଉଦାହରଣ – 12 : ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟାରେ ପ୍ରକାଶ କର: (i) $(0.1)^{-3}$ (ii) $(0.01)^{-2}$

ସମାଧାନ : (i) $(0.1)^{-3} = \frac{1}{(0.1)^3} = \frac{1}{\left(\frac{1}{10}\right)^3} = \frac{1}{\frac{1}{10^3}} = 10^3 = 1000$

(ii) $(0.01)^{-2} = \frac{1}{(0.01)^2} = \frac{1}{\left(\frac{1}{100}\right)^2} = \frac{1}{\frac{1}{(100)^2}} = (100)^2 = 10000$

ଅନୁଶୀଳନୀ - 5 (c)

1. ନିମ୍ନ ରାଶିର ମାନକୁ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟାରେ ପ୍ରକାଶ କର ।

(i) 2^{-2} (ii) 2^{-4} (iii) 3^{-3} (iv) 3^{-5}

(v) 10^{-4} (vi) 5^{-3} (vii) 20^{-3} (viii) 50^{-3}

(ix) 100^{-1} (x) $(0.1)^5$ (xi) $(-1)^{-1}$ (xii) $(-1)^{-27}$

2. ଘାତାଙ୍କ ବିହୀନ ମାନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

(i) $\left(\frac{1}{3}\right)^{-2}$ (ii) $\left(\frac{2}{5}\right)^{-3}$ (iii) $\left(\frac{1}{10}\right)^{-4}$ (iv) $(0.2)^3$

(v) $\left(\frac{3}{5}\right)^{-3}$ (vi) $\left(\frac{3}{10}\right)^{-3}$ (vii) $(-1)^{-101}$ (viii) $(-1)^{1000}$

3. ଋଣାତ୍ମକ ଘାତାଙ୍କ ବିଶିଷ୍ଟ ରାଶିରେ ପ୍ରକାଶ କର ।

(i) 3^6 (ii) 6^3 (iii) -216 (iv) 625 (v) 343 (vi) $\frac{1}{512}$ (vii) $\frac{64}{729}$

5.5 ପରିମେୟ ଘାତାଙ୍କବିଶିଷ୍ଟ ରାଶି :

n ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ହେଲେ, a^n ସଂପର୍କରେ ଆମେ ପୂର୍ବ ଅନୁଚ୍ଛେଦରେ ଆଲୋଚନା କରି ସାରିଛେ । ବର୍ତ୍ତମାନ n ଏକ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ହେଲେ, a^n ର ସଂଜ୍ଞା ପ୍ରକରଣ କରିବା । (ଏଠାରେ ମନେରଖିବାକୁ ହେବ ଯେ,a ଏକ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ।)

ମନେକର $a \in Q$ ଓ $a > 0$ । ଯଦି n ଏକ ଗଣନ ସଂଖ୍ୟା ହୁଏ, ତେବେ ଏକ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା x ଅଛି ଯେପରିକି $x^n = a$

ଏଠାରେ x କୁ ଆମେ $\sqrt[n]{a}$ ବା $a^{\frac{1}{n}}$ ରୂପେ ଲେଖିପାରିବା ଓ ଏହାକୁ a ର n - ତମ ମୂଳ କହୁ ।
$x^n = a \Rightarrow x = a^{\frac{1}{n}}$ ବା $\sqrt[n]{a}$, $(a > 0)$ ଫଳରେ ତୁମେ ଜାଣିଲ, $a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a}$

କିନ୍ତୁ ଏଠାରେ $\sqrt[n]{a}$ ଏକ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ସଦାବେଳେ ନ ହୋଇ ପାରେ । ଏହା ଏକ ବାସ୍ତବ ସଂଖ୍ୟା ହୋଇପାରେ ଯାହା ସହ ଆମେ ପରବର୍ତ୍ତୀ ଶ୍ରେଣୀରେ ପରିଚିତ ହେବା । ତେଣୁ ପରବର୍ତ୍ତୀ ଶ୍ରେଣୀରେ ଆମେ ବାସ୍ତବ ସଂଖ୍ୟା ଆଧାର ଏବଂ ପରିମେୟ ଘାତାଙ୍କବିଶିଷ୍ଟ ଘାତରାଶିର ଆଲୋଚନା କରିବା । କିନ୍ତୁ ଏଠାରେ କେତେକ ଉଦାହରଣ ଆଲୋଚନା କରିବା, ଯେଉଁ ସବୁ କ୍ଷେତ୍ରରେ $\sqrt[n]{a}$ ଏକ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ହେବ ।

ଉଦାହରଣସ୍ୱରୂପ : $a^5 = 32$ ହେଲେ, $a = \sqrt[5]{32}$ ବା $(32)^{\frac{1}{5}}$ ଅର୍ଥାତ୍ 32ର ପଞ୍ଚମ ମୂଳ $a = 2$,

(ଏଠାରେ ପରିମେୟ ଆଧାର ଏବଂ ପୂର୍ଣ୍ଣ ସଂଖ୍ୟା ଘାତାଙ୍କବିଶିଷ୍ଟ ଘାତ ରାଶି ପାଇଁ ଯେଉଁ ନିୟମଗୁଡ଼ିକ ପ୍ରଯୁଜ୍ୟ, ପରିମେୟ ଆଧାର ଏବଂ ପରିମେୟ ଘାତାଙ୍କବିଶିଷ୍ଟ ଘାତରାଶି ପାଇଁ ମଧ୍ୟ ସେହି ନିୟମଗୁଡ଼ିକ ପ୍ରଯୁଜ୍ୟ । (ପ୍ରମାଣ ପରେ ଜାଣିବ ।)

ସେଗୁଡ଼ିକ ହେଲା,

$a^m \times a^n = a^{m+n}$	$a, b > 0$
$a^m \div a^n = a^{m-n}$	$a, b \in Q$
$(a^m)^n = a^{mn}$	$m, n \in Q$
$(ab)^m = a^m \times b^m$ ଏବଂ $\left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m}$	

ଉଦାହରଣ – 13 : ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟାରେ ପ୍ରକାଶ କର ।

(i) $(343)^{\frac{1}{3}}$ (ii) $(1024)^{\frac{1}{5}}$ (iii) $\left(\frac{32}{243}\right)^{\frac{2}{5}}$

ସମାଧାନ : (i) $(343)^{\frac{1}{3}} = (7 \times 7 \times 7)^{\frac{1}{3}} = (7^3)^{\frac{1}{3}} = 7^{3 \times \frac{1}{3}} = 7$

(ii) $(1024)^{\frac{1}{5}} = (4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4)^{\frac{1}{5}} = (4^5)^{\frac{1}{5}} = 4^{5 \times \frac{1}{5}} = 4$

(iii) $\left(\frac{32}{243}\right)^{\frac{2}{5}} = \left\{\left(\frac{2}{3}\right)^5\right\}^{\frac{2}{5}} = \left(\frac{2}{3}\right)^{5 \times \frac{2}{5}} = \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{4}{9}$

ଉଦାହରଣ – 14 : ସରଳ କର: $(0.4)^2 \times (0.125)^{\frac{1}{3}} \div \left(2\frac{1}{2}\right)^{-3}$

ସମାଧାନ : $(0.4)^2 \times (0.125)^{\frac{1}{3}} \div \left(2\frac{1}{2}\right)^{-3} = 0.16 \times \left\{(0.5)^3\right\}^{\frac{1}{3}} \div \left(\frac{5}{2}\right)^{-3}$

$= 0.16 \times (0.5)^{3 \times \frac{1}{3}} \div \left(\frac{2}{5}\right)^3 = \frac{16}{100} \times \frac{5}{10} \div \frac{8}{125} = \frac{2}{25} \times \frac{125}{8} = \frac{5}{4}$

ଅନୁଶୀଳନୀ - 5 (d)

1. ନିମ୍ନ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟାରେ ପ୍ରକାଶ କର ।

(i) $64^{\frac{2}{3}}$ (ii) $16^{1\frac{1}{4}}$ (iii) $125^{1\frac{2}{3}}$

(iv) $\left(\frac{81}{625}\right)^{\frac{1}{4}}$ (v) $\left(\frac{1}{216}\right)^{\frac{-2}{3}}$ (vi) $\left(\frac{1}{27}\right)^{-1\frac{2}{3}}$

2. ସରଳ କର :

(i) $\sqrt{2} \times \sqrt[3]{2} \times \sqrt[6]{2}$ (ii) $8^{3} \times 4^{\frac{1}{2}} \div 16^{2}$ (iii) $27^{1\frac{1}{3}} \times \sqrt{\frac{1}{9}} \div 81^{-\frac{1}{4}}$

(iv) $\left(\frac{4}{9}\right)^{\frac{1}{2}} \times 4^0 \times \left(1\frac{1}{3}\right)^{-1}$ (v) $\left(\sqrt[2]{25}\right)^2 \times (125)^{\frac{1}{3}} \times (625)^{\frac{1}{4}}$ (vi) $(343)^{\frac{1}{3}} \times (49)^{\frac{1}{2}} \div 14$

3. ସରଳ କର :

(i) $(a^l)^{m-n} \times (a^m)^{n-l} \times (a^n)^{l-m}$ $(a \neq 0), (1, m, n \in Q)$

(ii) $\left(\frac{a^p}{a^q}\right)^{p+q} \times \left(\frac{a^q}{a^r}\right)^{q+r} \times \left(\frac{a^r}{a^p}\right)^{r+p}$ $(a \neq 0), (p, q, r \in Q)$

4. ଗୁଣଫଳ ସ୍ଥିର କର ।

(i) $\left(a^{\frac{1}{2}} + b^{\frac{1}{2}}\right)\left(a^{\frac{1}{2}} - b^{\frac{1}{2}}\right)$ $(a > 0, b > 0)$ (ii) $\left(\sqrt{x} + \sqrt{y}\right)\left(\sqrt{x} - \sqrt{y}\right)$ $(x > 0, y > 0)$

*****