પ્રકરણ 5

માહિતીનું નિયમન

5.1 માહિતી

તમારાં રોજબરોજનાં જીવનમાં તમને ઘણી બધી માહિતી મળે છે. જેમ કે,

(a) છેલ્લી 10 ક્રિકેટ ટેસ્ટ મેચમાં બૅટ્સમેને બનાવેલ રન.

(b) છેલ્લી 10 વન-ડે ક્રિકેટ મેચમાં બૉલરે લીધેલી વિકેટો.

(c) તમારા વર્ગમાં ગણિતની એકમ કસોટીમાં વિદ્યાર્થીઓએ મેળવેલ ગુણ.

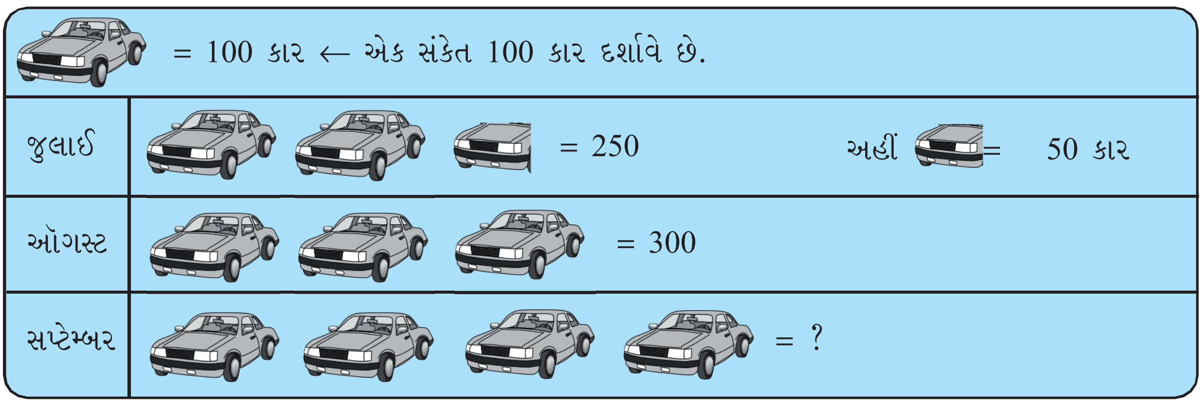
(d) તમારા દરેક મિત્રએ વાંચેલી વાર્તાની ચોપડીઓની સંખ્યા વગેરે.

ઉપરોક્ત કિસ્સાઓ જેવા અનેક કિસ્સામાં એકત્રિત કરાતી વિગતને માહિતી (Data) કહેવામાં આવે છે. સામાન્ય રીતે આપણે જે પરિસ્થિતિનો અભ્યાસ કરવાનો હોય તેને સંગત માહિતી એકત્રિત કરવામાં આવે છે. ઉદાહરણ તરીકે, કોઈ વર્ગશિક્ષક તેના વર્ગના વિદ્યાર્થીઓની ઊંચાઈનું સરેરાશ માપ શોધવા માગે છે તો તેણે સૌ પ્રથમ પોતાના વર્ગના બધા જ વિદ્યાર્થીઓની ઊંચાઈનાં માપ લખવાં જોઈએ અને સુવ્યવસ્થિત રીતે વર્ગીકરણ કરવું જોઈએ. ત્યાર બાદ તેનું અર્થઘટન કરવું જોઈએ.

કેટલીક વખત 'માહિતી'નો સ્પષ્ટ ચિતાર મેળવવા તેને **આલેખ સ્વરૂપે** દર્શાવવામાં આવે છે. તમે અગાઉનાં વર્ષોમાં વિવિધ પ્રકારના આલેખ વિશે અભ્યાસ કર્યો છે શું તમે તે યાદ કરી શકશો ?

1. ચિત્ર આલેખ : આપેલી 'માહિતી'ને સંકેતનો ઉપયોગ કરીને કરવામાં આવતી ચિત્રાત્મક રજુઆત એટલે ચિત્ર આલેખ (A Pictograph).

ઉદાહરણ : નીચેનું દૃષ્ટાંત જુઓ :

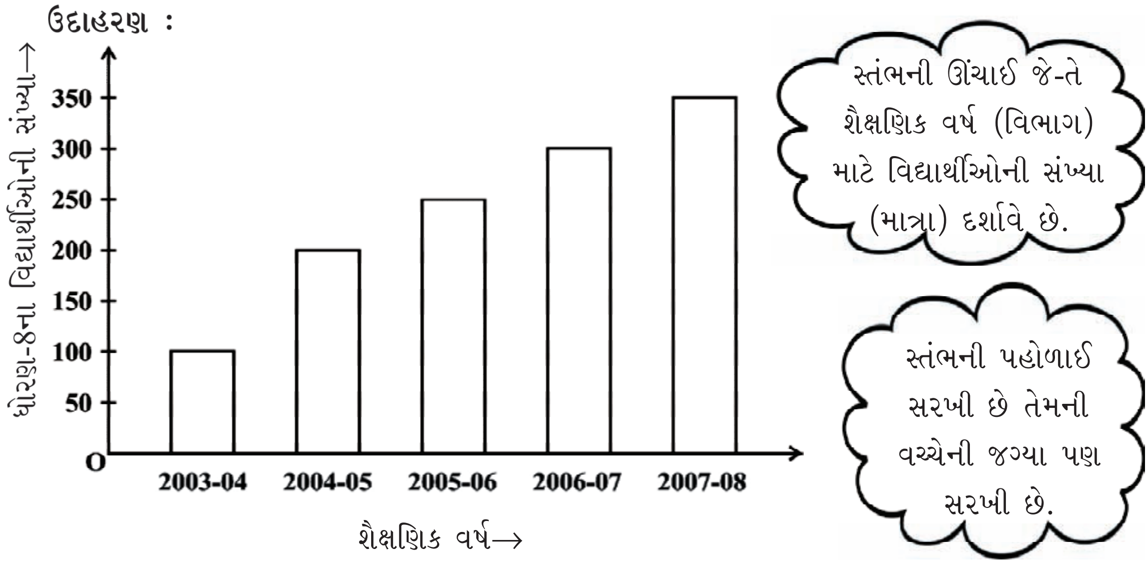


(i) જુલાઈ માસમાં કુલ કેટલી મોટરકારનું ઉત્પાદન થયું ?

(ii) કયા માસમાં સૌથી વધુ મોટરકારનું ઉત્પાદન થયું ?

2. લંબ આલેખ (દંડ આલેખ) : રેખાખંડ કે સમાન પહોળાઈવાળા સ્તંભોની મદદથી કરવામાં આવેલી માહિતીની રજુઆતને લંબાલેખ (A Bar Graph) કહે છે. આ સ્તંભોની ઊંચાઈ જે-તે ચલની કિંમતના સમપ્રમાણમાં હોય છે. તેની જાડાઈનું કશું મહત્ત્વ હોતું નથી.

ઉદાહરણ :



(i) લંબાલેખ દ્વારા કઈ માહિતી દર્શાવવામાં આવી છે ?

(ii) કયા વર્ષમાં વિદ્યાર્થીઓની સંખ્યામાં વધારો સૌથી મહત્તમ છે ?

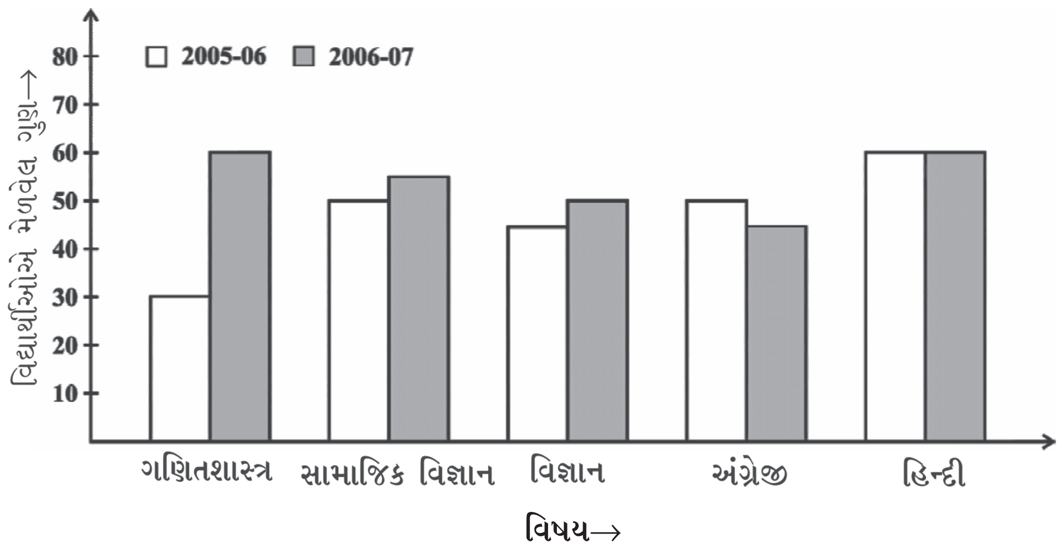
(iii) કયા વર્ષમાં વિદ્યાર્થીઓની સંખ્યા સૌથી વધુ છે ?

(iv) નીચેનું વિધાન ખરું છે કે ખોટું ?

'વર્ષ 2005-06 ના વિદ્યાર્થીઓની સંખ્યા વર્ષ 2003-04 કરતાં બમણી છે.'

3. દ્વિ-લંબાલેખ : જે લંબાલેખમાં બે પ્રકારની માહિતીને એકસાથે દર્શાવવામાં આવે છે તેને દ્વિ-લંબાલેખ (Double Bar Graph) કહેવામાં આવે છે.

ઉદાહરણ : □ 2005-06 ■ 2006-07



(i) દ્વિ-લંબાલેખ દ્વારા કઈ માહિતી દર્શાવવામાં આવી છે ?

(ii) કયા વિષયના દેખાવમાં સૌથી વધુ વધારો થયો છે ?

(iii) કયા વિષયના દેખાવમાં સૌથી વધુ ઘટાડો થયો છે ?

(iv) કયા વિષયમાં દેખાવ સમાન છે ?

વિચારો, ચર્ચા કરો અને લખો

જો લંબાલેખના કોઈ સ્તંભની સ્થિતિમાં ફેરફાર કરવામાં આવે તો, શું આપેલી માહિતીનું અર્થઘટન બદલાય છે ? શા માટે ?

પ્રયત્ન કરો

નીચેની માહિતી દર્શાવતા યોગ્ય આલેખ દોરો.

1.

મહિના	જુલાઈ	ઑગસ્ટ	સપ્ટેમ્બર	ઑક્ટોબર	નવેમ્બર	ડિસેમ્બર
વેચાયેલ ઘડિયાળની સંખ્યા	1000	1500	1500	2000	2500	1500

2.

વિદ્યાર્થીની પસંદગી	શાળા A	શાળા B	શાળા C
ચાલવું (Walking)	40	55	15
સાયકલ સવારી (Cycling)	45	25	35

3. વન-ડે ક્રિકેટમાં વિશ્વની શ્રેષ્ઠ 8 ક્રિકેટ ટીમના વિજયનું પ્રતિશત પ્રમાણ

ટીમ	ચેમ્પિયન ટ્રોફીથી વર્લ્ડ કપ-06 સુધી	2007માં છેલ્લી 10 વન-ડે ક્રિકેટ
સાઉથ આફ્રિકા	75%	78%
ઑસ્ટ્રેલિયા	61%	40%
શ્રીલંકા	54%	38%
ન્યૂઝીલૅન્ડ	47%	50%
ઇંગ્લૅન્ડ	46%	50%
પાકિસ્તાન	45%	44%
વેસ્ટ ઇન્ડિઝ	44%	30%
ઇન્ડિયા	43%	56%

5.2 માહિતીની ગોઠવણી

સામાન્ય રીતે આપણને પ્રાપ્ત થતી માહિતી અવ્યવસ્થિત સ્વરૂપમાં હોય છે જેથી તેને કાચા પ્રાપ્તાંક/કાચી માહિતી પણ કહે છે. અર્થપૂર્ણ તારણ મેળવવા માટે આપેલ કાચી માહિતીને સુવ્યવસ્થિત રીતે ગોઠવવી જોઈએ.

ઉદાહરણ : ધારો કે વિદ્યાર્થીઓના એક સમૂહને તેઓના પસંદગીના વિષય અંગે પૂછવામાં આવતાં નીચે મુજબ માહિતી મળે છે.

કલા, ગણિતશાસ્ત્ર, વિજ્ઞાન, અંગ્રેજી, ગણિતશાસ્ત્ર, કલા, અંગ્રેજી, ગણિતશાસ્ત્ર, અંગ્રેજી, કલા, વિજ્ઞાન, કલા, વિજ્ઞાન, વિજ્ઞાન, ગણિતશાસ્ત્ર, કલા, અંગ્રેજી, કલા, વિજ્ઞાન, ગણિતશાસ્ત્ર, વિજ્ઞાન, કલા. વિદ્યાર્થીઓમાં કયો વિષય સૌથી વધુ પસંદગીપાત્ર છે અને કયો સૌથી ઓછો ?

અહીં નોંધાયેલ માહિતી આડી-અવળી રીતે નોંધાયેલી હોઈ ઉપરોક્ત પ્રશ્નનો ઉત્તર આપવો એકદમ સરળ નથી. આપણે ઉપરોક્ત માહિતીને કોષ્ટક 5.1 મુજબ આવૃત્તિ ચિહ્નથી ગોઠવીશું.

કોષ્ટક : 5.1

વિષય	આવૃત્તિ ચિહ્ન	વિદ્યાર્થીની સંખ્યા
કલા	~~||||~~ ||	7
ગણિતશાસ્ત્ર	~~||||~~	5
વિજ્ઞાન	~~||||~~ |	6
અંગ્રેજી	||||	4

ઉપરોક્ત કોષ્ટક 5.1 માં જે-તે વિષયને અનુરૂપ આવૃત્તિચિહ્ન દર્શાવેલ છે જે વિદ્યાર્થીની સંખ્યા દર્શાવે છે. આ સંખ્યાને તે વિષયની આવૃત્તિ કહે છે.

કોઈ ચોક્કસ નોંધ કેટલીવાર આવે છે તે સંખ્યા આવૃત્તિ દર્શાવે છે.

કોષ્ટક 5.1 મુજબ, **અંગ્રેજી વિષય પસંદ કરતા વિદ્યાર્થીઓની આવૃત્તિ : 4 તથા ગણિતશાસ્ત્ર વિષય પસંદ કરતા વિદ્યાર્થીઓની આવૃત્તિ : 5**

ઉપરોક્ત કોષ્ટકને આવૃત્તિ વિતરણ કોષ્ટક કહે છે.

પ્રયત્ન કરો

1. વિદ્યાર્થીઓના એક સમૂહને પાલતુ પ્રાણીઓમાં સૌથી વધુ ગમતાં પ્રાણી વિશે પૂછવામાં આવ્યું. જેનું પરિણામ નીચે મુજબ છે :
   કૂતરો, બિલાડી, બિલાડી, માછલી, બિલાડી, સસલું, કૂતરો, બિલાડી, સસલું, કૂતરો, બિલાડી, કૂતરો, કૂતરો, કૂતરો, બિલાડી, ગાય, માછલી, સસલું, કૂતરો, બિલાડી, કૂતરો, બિલાડી, બિલાડી, કૂતરો, સસલું, બિલાડી, માછલી, કૂતરો.
   આ માહિતી પરથી આવૃત્તિ વિતરણ કોષ્ટક તૈયાર કરો.

5.3 વર્ગીકૃત માહિતી

વિષય પસંદગીના ઉપરોક્ત ઉદાહરણમાં દર્શાવેલ ચોક્કસ નોંધ (Entry) એકથી વધુ વખત પુનરાવર્તિત થાય છે. ઉદાહરણ તરીકે, કલા વિષય 7 વિદ્યાર્થીઓને પસંદ છે. ગણિતશાસ્ત્ર વિષય 5 વિદ્યાર્થીઓ (એ જ રીતે આગળ...) પસંદ કરે છે (કોષ્ટક 5.1). આ માહિતી ચિત્ર-આલેખ (A Pictograph) અથવા લંબાલેખ (A Bargraph) દ્વારા પણ દર્શાવી શકાય. કોઈ વખત આપણે ખૂબ જ મોટા જથ્થામાં માહિતીનો ઉપયોગ કરવો પડે છે. ઉદાહરણ તરીકે, ધોરણ VIII ના 60 વિદ્યાર્થીઓએ ગણિત વિષયના 50 ગુણમાંથી મેળવેલ ગુણ નીચે મુજબ છે :

21, 10, 30, 22, 33, 5, 37, 12, 25, 42, 15, 39, 26, 32, 18, 27, 28, 19, 29, 35, 31, 24, 36, 18, 20, 38, 22, 44, 16, 24, 10, 27, 39, 28, 49, 29, 32, 23, 31, 21, 34, 22, 23, 36, 24, 36, 33, 47, 48, 50, 39, 20, 7, 16, 36, 45, 47, 30, 22, 17.

જો ઉપરોક્ત અવલોકનોનો ઉપયોગ કરીને આવૃત્તિ વિતરણ કોષ્ટક તૈયાર કરવામાં આવે તો, કોષ્ટક ખૂબ જ મોટું બનશે. આપણી અનુકૂળતા માટે 0-10, 10-20, 20-30, 30-40, 40-50 અને

50-60 એમ વર્ગ બનાવીશું અને તેમાં જે તે અવલોકનોનો સમાવેશ કરીશું. આ રીતે, નીચે મુજબ આવૃત્તિ વિતરણ કોષ્ટક તૈયાર થશે :

કોષ્ટક 5.2

વર્ગ	આવૃત્તિ ચિહ્ન	આવૃત્તિ
0-10	𝍷𝍷	02
10-20	𝍸 𝍸	10
20-30	𝍸 𝍸 𝍸 𝍸 𝍷	21
30-40	𝍸 𝍸 𝍸 𝍷𝍷𝍷𝍷	19
40-50	𝍸 𝍷𝍷	07
50-60	𝍷	01
	કુલ	**60**

ઉપરોક્ત રીતે રજુ કરેલ **'માહિતી'**ને વર્ગીકૃત માહિતી કહે છે અને વર્ગીકરણને **વર્ગીકૃત આવૃત્તિ વિતરણ** કહે છે. જેની મદદથી આપણે અર્થપૂર્ણ તારણ કાઢી શકીએ છીએ. જેમ કે,

(1) મોટા ભાગના વિદ્યાર્થીઓએ મેળવેલ ગુણ 20 અને 40 વચ્ચે છે.

(2) આઠ વિદ્યાર્થીઓએ 40 થી વધુ (50માંથી) ગુણ મેળવ્યા છે.

દરેક વર્ગ 0-10, 10-20, 20-30, ... વગેરેને વર્ગ અંતરાલ અથવા વર્ગ કહે છે.

અહીં આપણે નોંધીએ કે 10 એ 0-10 અને 10-20 બંને વર્ગમાં સમાવિષ્ટ છે. આ જ રીતે, 20 એ 10-20 અને 20-30 એમ બંને વર્ગમાં સમાવિષ્ટ છે, પરંતુ આ અવલોકન (10 કે 20, ...) એ એકસાથે બંને વર્ગમાં સમાવિષ્ટ થાય એ શક્ય નથી. આ વિસંગતતા ટાળવા આપણે એવું સ્વીકારીશું કે જે-તે અવલોકન ઉચ્ચ વર્ગમાં સમાવિષ્ટ રહે. અર્થાત્, 10 નો 0-10 માં નહીં પરંતુ 10-20 વાળા વર્ગમાં સમાવેશ કરવો. આ જ રીતે 20 ને 20-30 માં સમાવિષ્ટ કરીશું (10-20 માં નહીં).

અહીં વર્ગ 10-20 માં 10 ને અધઃસીમા અને 20 ને ઉર્ધ્વસીમા કહે છે. આ જ રીતે, 20-30 ના વર્ગમાં 20 ને અધઃસીમા અને 30 ને ઉર્ધ્વસીમા કહે છે. અહીં, આપણે એ પણ નોંધીએ કે દરેક વર્ગ અંતરાલમાં ઉર્ધ્વ સીમા અને અધઃ સીમા વચ્ચેનો તફાવત એ એકસમાન રહે છે. આપણા કિસ્સામાં અહીં 0-10, 10-20, 20-30 ...નો તફાવત 10 છે. ઉર્ધ્વસીમા અને અધઃસીમાના તફાવતને વર્ગની વર્ગલંબાઈ અથવા કદ કહે છે.

પ્રયત્ન કરો

1. નીચે આપેલ આવૃત્તિ વિતરણ કોષ્ટકનો અભ્યાસ કરો અને નીચેના પ્રશ્નોના જવાબ આપો.

એક કારખાનાનાં 550 કામદારોનું દૈનિક વેતન દર્શાવતું આવૃત્તિ વિતરણ કોષ્ટક નીચે મુજબ છે :

કોષ્ટક 5.3

વર્ગ અંતરાલ (દૈનિક આવક રૂપિયામાં)	આવૃત્તિ (કામદારની સંખ્યા)
100-125	45
125-150	25

150-175	55
175-200	125
200-225	140
225-250	55
250-275	35
275-300	50
300-325	20
કુલ	**550**

(i) અહીં વર્ગ લંબાઈ કેટલી છે ?
(ii) કયા વર્ગની આવૃત્તિ સૌથી વધુ છે ?
(iii) કયા વર્ગની આવૃત્તિ સૌથી ઓછી છે ?
(iv) વર્ગ અંતરાલ 250-275ની ઉર્ધ્વસીમા શું છે ?
(v) કયા બે વર્ગમાં સમાન આવૃત્તિ છે ?

2. એક વર્ગના 20 વિદ્યાર્થીઓના વજન (કિગ્રામાં) દર્શાવતી નીચેની માહિતી માટે એવું આવૃત્તિ વિતરણ-કોષ્ટક તૈયાર કરો જેના વર્ગો 30-35, 35-40 અને એ રીતે આગળ .. હોય ?
40, 38, 33, 48, 60, 53, 31, 46, 34, 36, 49, 41, 55, 49, 65, 42, 44, 47, 38, 39.

5.3.1 લંબ આલેખની ખાસ રજૂઆત (સ્તંભ આલેખ)

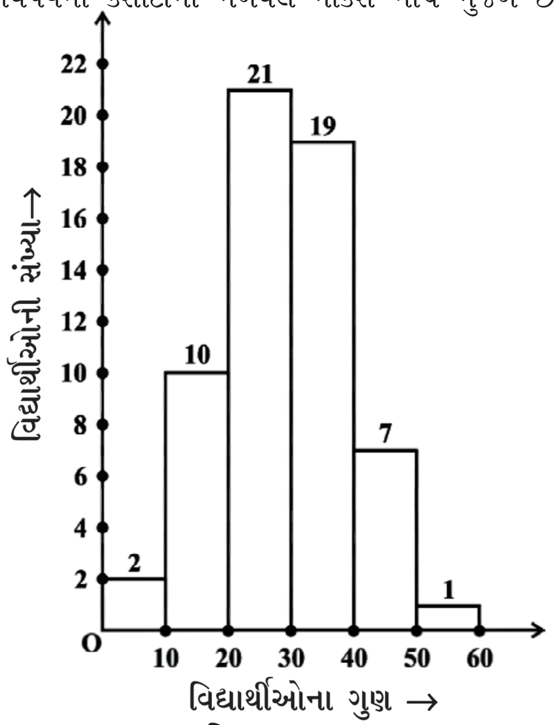
આપણે વર્ગીકૃત આવૃત્તિ વિતરણનો જુદી રીતે અભ્યાસ કરીએ.

ધારો કે, એક વર્ગના 60 વિદ્યાર્થીઓએ ગણિત વિષયની કસોટીમાં મેળવેલ માર્કસ નીચે મુજબ છે (કોષ્ટક 5.4).

કોષ્ટક 5.4

વર્ગ અંતરાલ	આવૃત્તિ
0-10	2
10-20	10
20-30	21
30-40	19
40-50	7
50-60	1
કુલ	**60**

તેની આલેખાત્મક રજૂઆત તેની બાજુમાં દર્શાવેલ છે (આકૃતિ 5.1).



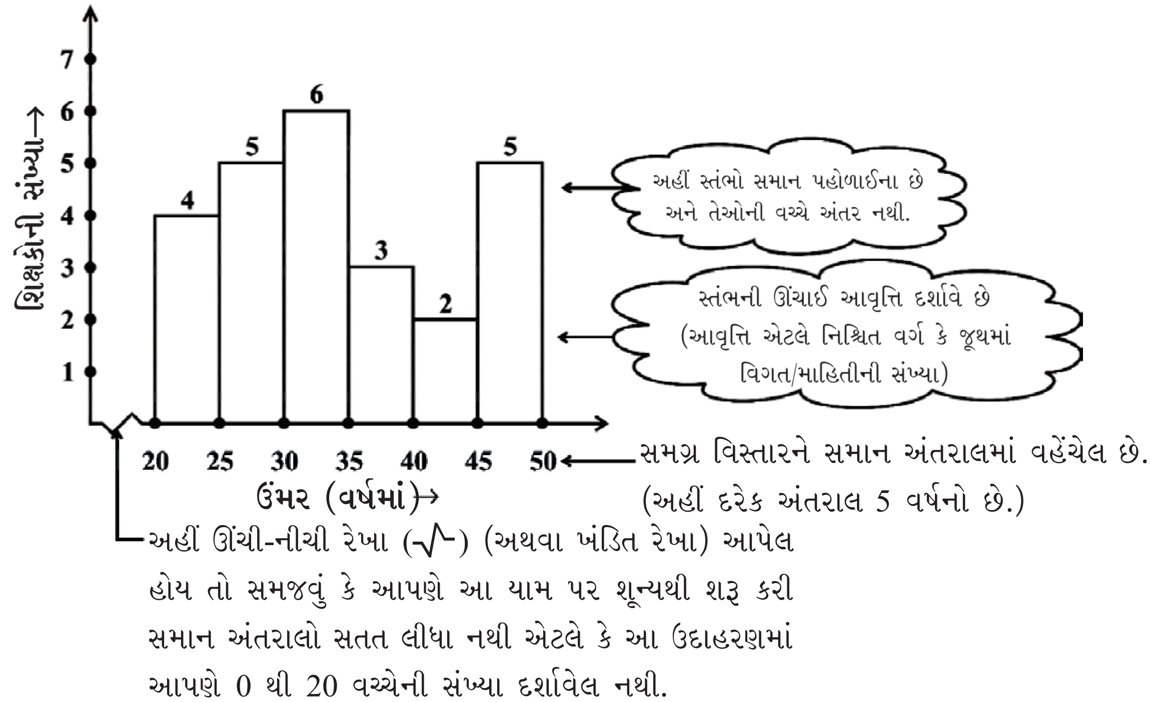
આકૃતિ 5.1

ધોરણ 7 માં શીખેલ લંબાલેખ કરતાં આ આલેખ કઈ રીતે જુદો પડે છે ? અહીં આપણે નોંધીએ કે, અવલોકનોનો સમૂહ (એટલે કે વર્ગઅંતરાલ) સમક્ષિતિજ રેખા / X- અક્ષ પર દર્શાવેલ છે.

સ્તંભની ઊંચાઈ એ જે-તે વર્ગની આવૃત્તિ દર્શાવે છે. જે રીતે બે વર્ગ અંતરાલ વચ્ચે જગ્યા નથી, તે જ રીતે બે સ્તંભો વચ્ચે પણ જગ્યા નથી.

આ પ્રકારની આલેખાત્મક રજૂઆતને સ્તંભાલેખ (Histogram) કહે છે. નીચે દર્શાવેલ આકૃતિ 5.2 માં એક અન્ય સ્તંભાલેખ છે.

શાળાના 25 શિક્ષકોની ઉંમર



આકૃતિ 5.2

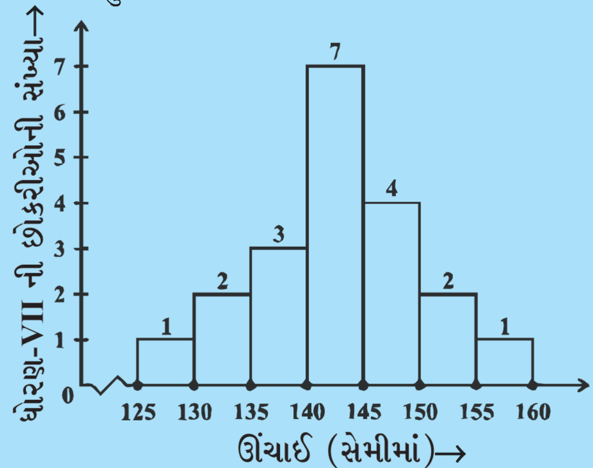
ઉપરોક્ત સ્તંભાલેખના સ્તંભ ઉપરથી આપણે નીચે મુજબના પ્રશ્નોના જવાબ આપી શકીએ.

(i) કેટલા શિક્ષકોની ઉંમર 45 વર્ષથી વધુ પરંતુ 50 વર્ષથી ઓછી છે ?

(ii) કેટલા શિક્ષકોની ઉંમર 35 વર્ષથી ઓછી છે ?

પ્રયત્ન કરો

1. આકૃતિ 5.3 ના સ્તંભાલેખનું અવલોકન કરો અને નીચેના પ્રશ્નોનાં જવાબ આપો :



આકૃતિ 5.3

(i) ઉપરોક્ત સ્તંભાલેખમાં શું માહિતી આપવામાં આવી છે ?

(ii) કયા વર્ગમાં છોકરીઓની સંખ્યા મહત્તમ છે ?

(iii) કેટલી છોકરીઓની ઊંચાઈ 145 સેમી કે તેથી વધારે છે ?

(iv) જો આપણે છોકરીઓને નીચે મુજબ ત્રણ વિભાગમાં વહેંચણી કરીએ તો દરેક વિભાગની સંખ્યા શું થાય ?

150 સેમી કે તેથી વધુ	જૂથ A
140 સેમી અને 150 સેમીની વચ્ચે	જૂથ B
150 સેમીથી ઓછી	જૂથ C

સ્વાધ્યાય 5.1

1. નીચેની માહિતીમાંથી કઈ માહિતી દર્શાવવા સ્તંભાલેખ(Histogram)નો ઉપયોગ કરશો ?
   (a) ટપાલીના થેલામાં રહેલ જુદા-જુદા વિસ્તારોના પત્રોની સંખ્યા.
   (b) રમત સ્પર્ધાના સ્પર્ધકોની ઊંચાઈ.
   (c) પાંચ કંપનીઓ દ્વારા ઉત્પાદન થયેલ કેસેટની સંખ્યા.
   (d) રેલ્વે સ્ટેશને સવારે 7:00 થી સાંજના 7:00 વાગ્યા દરમિયાન ટ્રેનમાં મુસાફરી કરનાર મુસાફરોની સંખ્યા.

   ઉપરોક્ત દરેક માટે કારણ આપો.

2. એક દુકાનદાર પોતાના 'ડિપાર્ટમેન્ટલ સ્ટોર્સ' પર આવતા પુરુષ (M), સ્ત્રી (W), છોકરો (B) અથવા છોકરી (G) માટે નોંધ કરે છે. નીચેની યાદી દુકાનદારને સવારના પ્રથમ ચાર કલાકમાં આવતા ગ્રાહકોની માહિતી દર્શાવે છે :

   W, W, W, G, B, W, W, M, G, G, M, M, W, W, W, W, G, B, M, W, B, G, G, M, W, W, M, M, W, W, W, M, W, B, W, G, M, W, W, W, W, G, W, M, M, W, W, M, W, G, W, M, G, W, M, M, B, G, G, W

   ઉપરોક્ત માહિતી પરથી આવૃત્તિ ચિહ્નનો ઉપયોગ કરીને આવૃત્તિ વિતરણ કોષ્ટક તૈયાર કરો અને લંબાલેખ દ્વારા દર્શાવો.

3. એક કારખાનાના 30 કારીગરોનું સાપ્તાહિક વેતન (₹) નીચે મુજબ છે :

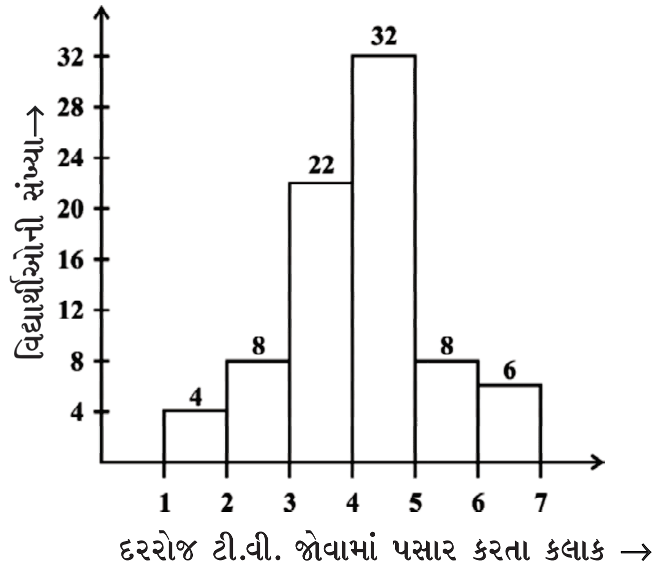
   830, 835, 890, 810, 835, 836, 869, 845, 898, 890, 820, 860, 832, 833, 855, 845, 804, 808, 812, 840, 885, 835, 835, 836, 878, 840, 868, 890, 806, 840.

   ઉપરોક્ત માહિતી પરથી આવૃત્તિ ચિહ્નનો ઉપયોગ કરીને 800-810, 810-820, ... વર્ગ ધરાવતું આવૃત્તિ વિતરણ કોષ્ટક તૈયાર કરો.

4. પ્રશ્ન-3 માં આપેલ માહિતી પરથી બનાવેલ આવૃત્તિ કોષ્ટકનો ઉપયોગ કરીને સ્તંભાલેખ (Histogram) તૈયાર કરો અને નીચેના પ્રશ્નોના જવાબ આપો.
   (i) કયા વર્ગમાં કારીગરોની સંખ્યા મહત્તમ છે ?
   (ii) ₹ 850 કે તેથી વધુ વેતન મેળવતા કારીગરોની સંખ્યા કેટલી છે ?
   (iii) ₹ 850 થી ઓછુ વેતન મેળવતા કારીગરોની સંખ્યા કેટલી છે ?

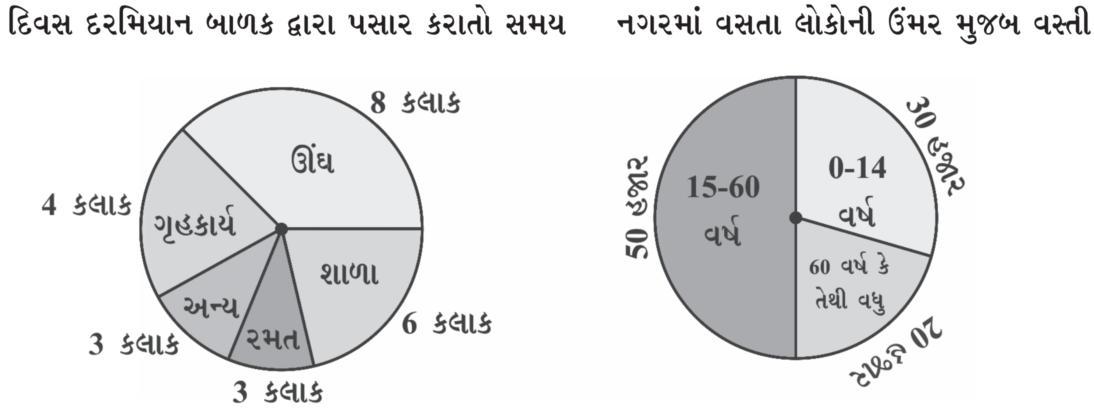
5. ચોક્કસ વર્ગના વિદ્યાર્થીઓ દ્વારા રજા દરમિયાન નિહાળેલ ટી.વી.ના કલાકોની સંખ્યા આલેખ દ્વારા દર્શાવેલ છે. જેના પરથી નીચેના પ્રશ્નોના ઉત્તર લખો.
   (i) સૌથી વધુ વિદ્યાર્થીઓએ કેટલા કલાક ટી.વી. જોયું ?
   (ii) કેટલા વિદ્યાર્થીઓએ 4 કલાકથી ઓછું ટી.વી. જોયું ?

(iii) કેટલા વિદ્યાર્થીઓએ 5 કલાકથી વધુ સમય ટી.વી. જોવામાં પસાર કર્યો ?



5.4 વર્તુળ આલેખ અથવા પાઈ-ચાર્ટ

શું તમે ક્યારેય (આકૃતિ 5.4 મુજબ) વર્તુળાકાર સ્વરૂપે દર્શાવેલ માહિતી ઉપયોગમાં લીધી છે ?



(i) (ii)

આકૃતિ 5.4

આવા આલેખને વર્તુળ આલેખ કહે છે. વર્તુળ આલેખ એ આપેલી વિગતનો ચોક્કસ ભાગ અને તેના કુલ ભાગ વચ્ચેનો સંબંધ દર્શાવે છે. અહીં, આકૃતિ 5.4 માં આખું વર્તુળ એ ચોક્કસ વૃત્તાંશોમાં વહેંચાયેલ છે. દરેક વૃત્તાંશનું કદ એ જે-તે પ્રવૃત્તિઓ કે માહિતીના પ્રમાણમાં દર્શાવેલ છે.

ઉદાહરણ તરીકે,

ઉપરોક્ત આલેખમાં બાળક દ્વારા ઊંઘ માટે વપરાતો સમયગાળો (કે ઊંઘ માટે વપરાતા કલાકોનું પ્રમાણ)

$$= \frac{\text{ઊંઘના કલાકો}}{\text{દિવસના કુલ કલાકો}} = \frac{8 \text{ કલાક}}{24 \text{ કલાક}} = \frac{1}{3}$$

તેથી, ઊંઘનો સમયગાળો દર્શાવતા વૃત્તાંશનો ભાગ એ કુલ વર્તુળનો $\frac{1}{3}$ ભાગ બને. આ જ રીતે,

શાળા માટે બાળક દ્વારા વપરાતા કલાકોનું પ્રમાણ $= \frac{\text{શાળાના કલાકો}}{\text{દિવસના કુલ કલાકો}} = \frac{6 \text{ કલાક}}{24 \text{ કલાક}} = \frac{1}{4}$

આમ, શાળાના સમયગાળા માટે દર્શાવેલ વૃત્તાંશ એ આખા વર્તુળનો $\frac{1}{4}$ ભાગ છે.

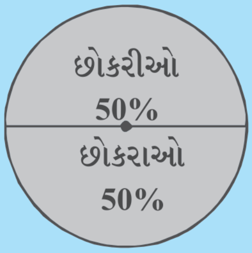
આ જ રીતે, બીજા વૃત્તાંશનો વિસ્તાર (કે કદ) પણ મેળવી શકાય. બધી જ પ્રવૃત્તિઓ માટે જરૂરી વૃત્તાંશ દર્શાવતાં અપૂર્ણાંક ભાગનો સરવાળો કરો. શું તમને સરવાળો એક મળે છે ?

વર્તુળ આલેખને પાઈ ચાર્ટ (π-Chart) પણ કહે છે.

પ્રયત્ન કરો

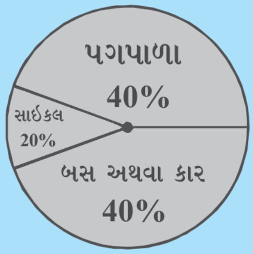
1. નીચે દર્શાવેલ દરેક પાઈ-આલેખ (આકૃતિ 5.5) એક વર્ગની વિવિધ માહિતી દર્શાવે છે. આ દરેક માહિતી વર્તુળનો કેટલામો ભાગ દર્શાવે છે તે શોધો.

(i)



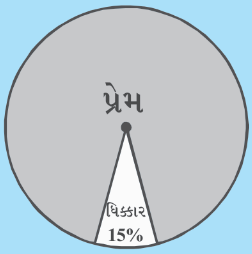
છોકરીઓ અથવા છોકરાઓ

(ii)



શાળા પરિવહન

(iii)



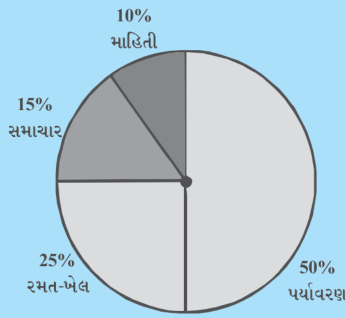
ભાવાવરણ

આકૃતિ 5.5

2. આકૃતિ 5.6 માં દર્શાવેલ પાઈ-ચાર્ટ પરથી નીચેના પ્રશ્નોના જવાબ આપો :

(i) કયા પ્રકારના કાર્યક્રમો સૌથી વધુ જોવાય છે ?

(ii) કયા બે પ્રકારના કાર્યક્રમો નિહાળનાર દર્શકોની સંખ્યા રમત વિભાગના કાર્યક્રમો નિહાળનાર દર્શકોની સંખ્યા બરાબર છે ?



ટી.વી. પર વિવિધ કાર્યક્રમોની ચેનલ નિહાળનારા દર્શકો

આકૃતિ 5.6

5.4.1 પાઈ-ચાર્ટ દોરવો

શાળાના વિદ્યાર્થીઓના એક સમૂહને જુદા-જુદા પ્રકારના સ્વાદવાળા આઇસ્ક્રીમ આપવામાં આવ્યા તેની ટકાવારી નીચે મુજબ છે :

સ્વાદ	સ્વાદ પસંદગીમાં વિદ્યાર્થીઓની ટકાવારી
ચોકલેટ	50 %
વેનિલા	25 %
અન્ય	25 %

ઉપરોક્ત માહિતીનો આપણે પાઈ-ચાર્ટ બનાવીએ.

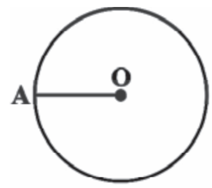
વર્તુળના કેન્દ્ર પાસે ખૂણાનું કુલ માપ 360° હોય. જે-તે વૃત્તાંશ માટે ખૂણાનું માપ એ 360°નો અપૂર્ણાંક

ભાગ બને. આપણે જુદા-જુદા વૃત્તાંશો માટે તેના કેન્દ્ર પાસે બનતા ખૂણાનું માપ શોધવા માટેનું કોષ્ટક બનાવીએ. (કોષ્ટક 5.5)

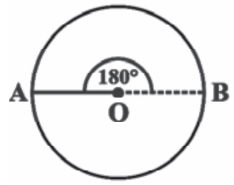
કોષ્ટક 5.5

સ્વાદ	સ્વાદ પસંદગીમાં વિદ્યાર્થીઓની ટકાવારી	અપૂર્ણાંક	360°નો ભાગ
ચોકલેટ	50%	$\frac{50}{100} = \frac{1}{2}$	360°નો $\frac{1}{2}$ ભાગ = 180°
વેનિલા	25%	$\frac{25}{100} = \frac{1}{4}$	360°નો $\frac{1}{4}$ ભાગ = 90°
અન્ય	25%	$\frac{25}{100} = \frac{1}{4}$	360°નો $\frac{1}{4}$ ભાગ = 90°

1. યોગ્ય ત્રિજ્યાવાળું વર્તુળ દોરો. તેના કેન્દ્રને O અને ત્રિજ્યાને OA કહો.



2. ચોકલેટી સ્વાદવાળા વૃત્તાંશનો ખૂણો 180° છે. કોણ-માપકનો ઉપયોગ કરીને ∠AOB = 180° દોરો.



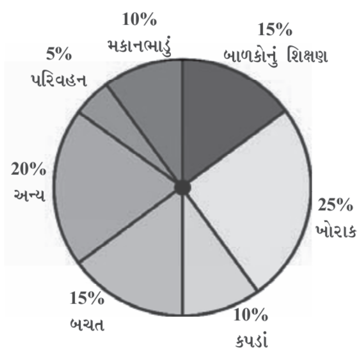
3. બાકીના વૃત્તાંશ માટે પણ કોણમાપકનો ઉપયોગ કરો.

ઉદાહરણ 1 : આકૃતિ 5.7 માં દર્શાવ્યા મુજબ વિવિધ વસ્તુઓનો ખર્ચ (ટકાવારીમાં) અને કુટુંબની માસિક બચત દર્શાવતો પાઈ-ચાર્ટ આપેલ છે.

(i) કઈ વસ્તુનો ખર્ચ મહત્તમ છે ?

(ii) કઈ વસ્તુનો ખર્ચ એ કુટુંબની કુલ બચત જેટલો છે ?

(iii) જો કુટુંબની માસિક બચત ₹ 3000 હોય તો કપડાનો માસિક ખર્ચ કેટલો હોય ?



આકૃતિ 5.7

ઉકેલ :

(i) ખોરાકમાં મહત્તમ ખર્ચ છે.

(ii) બાળકોના શિક્ષણ માટેનો ખર્ચ (અર્થાત્ 15%) એ કુટુંબની બચત બરાબર છે.

(iii) ₹ 3000 એ 15% દર્શાવે છે.

તેથી ₹ 3000નાં 10% = ₹ $\frac{3000}{15} \times 10$ = ₹ 2000

ઉદાહરણ 2 : કોઈ ચોક્કસ દિવસે, બૅકરીની વિવિધ વસ્તુઓનું વેચાણ (₹ માં) નીચે મુજબ આપેલ છે :

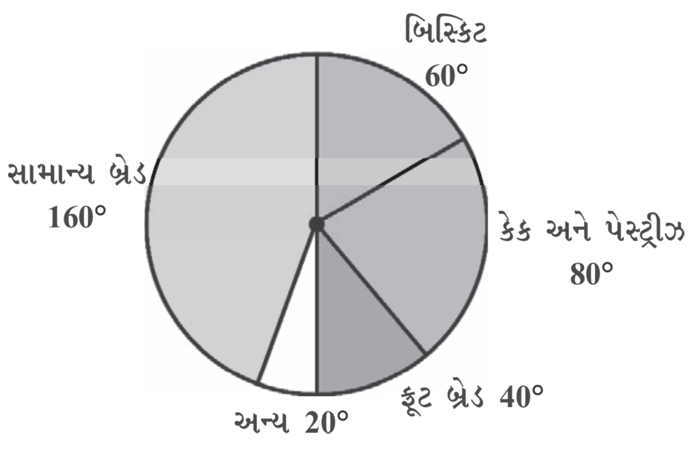
સામાન્ય બ્રેડ	:	320
ફ્રૂટ બ્રેડ	:	80
કેક અને પેસ્ટ્રી	:	160
બિસ્કિટ	:	120
અન્ય	:	40
કુલ	**:**	**720**

આ માહિતી માટે પાઈ-ચાર્ટ દોરો

ઉકેલ : આપણે અહીં દરેક વૃત્તાંશ માટે તેનો કેન્દ્ર પાસેનો ખૂણો શોધીએ. અહીં, કુલ વેચાણ = ₹ 720 છે.

વસ્તુ	**વેચાણ (₹)**	**અપૂર્ણાંક**	**કેન્દ્ર પાસેનો ખૂણો**
સામાન્ય બ્રેડ	320	$\frac{320}{720} = \frac{4}{9}$	$\frac{4}{9} \times 360^\circ = 160^\circ$
બિસ્કિટ	120	$\frac{120}{720} = \frac{1}{6}$	$\frac{1}{6} \times 360^\circ = 60^\circ$
કેક અને પેસ્ટ્રીઝ	160	$\frac{160}{720} = \frac{2}{9}$	$\frac{2}{9} \times 360^\circ- = 80^\circ$
ફ્રૂટ બ્રેડ	80	$\frac{80}{720} = \frac{1}{9}$	$\frac{1}{9} \times 360^\circ = 40^\circ$
અન્ય	40	$\frac{40}{720} = \frac{1}{18}$	$\frac{1}{18} \times 360^\circ = 20^\circ$

હવે, ઉપરોક્ત કોષ્ટક (આકૃતિ 5.8) મુજબ પાઈ-ચાર્ટ બનાવીએ.



આકૃતિ 5.8

પ્રયત્ન કરો

નીચેની માહિતી માટે પાઈ-ચાર્ટ બનાવો :

દિવસ દરમિયાન બાળક દ્વારા પસાર કરાતો સમય.

ઊંઘ	-	8 કલાક
શાળા	-	6 કલાક
ગૃહકાર્ય	-	4 કલાક
રમત	-	4 કલાક
અન્ય	-	2 કલાક

વિચારો, ચર્ચા કરો અને લખો

નીચેની માહિતી દર્શાવવા કયા પ્રકારનો આલેખ દોરવો વધુ યોગ્ય છે ?

1. રાજ્યનું ખાદ્ય અનાજનું ઉત્પાદન

વર્ષ	2001	2002	2003	2004	2005	2006
ઉત્પાદન લાખ ટનમાં	60	50	70	55	80	85

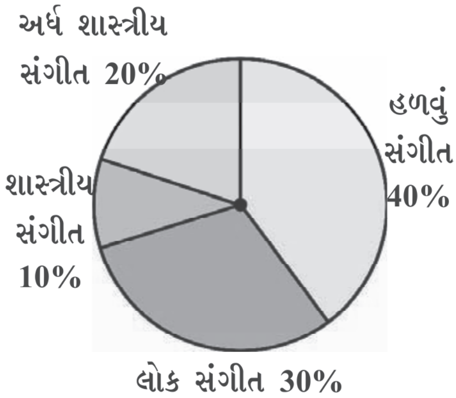
2. લોકોની ખોરાક માટેની પસંદગી

પસંદગીનો ખોરાક	લોકોની સંખ્યા
ઉત્તર ભારત	30
દક્ષિણ ભારત	40
ગુજરાતી	25
અન્ય	25
કુલ	**120**

3. કારખાનાનાં કામદારોની દૈનિક આવક

દૈનિક આવક (₹)	કામદારોની સંખ્યા
75-100	45
100-125	35
125-150	55
150-175	30
175-200	50
200-225	125
225-250	140
કુલ	**480**

સ્વાધ્યાય 5.2



1. એક શહેરના યુવા વર્ગને ગમતાં વિવિધ પ્રકારનાં સંગીત વિશે એક મોજણી (Survey) કરવામાં આવી. બાજુમાં દર્શાવેલ વર્તુળ આલેખ (પાઈ-ચાર્ટ) મુજબ તેનાં પરિણામો મળ્યાં હતાં. આ વર્તુળ આલેખ (પાઈ-ચાર્ટ)ની મદદથી નીચેના પ્રશ્નોના ઉત્તર આપો :

(i) જો 20 યુવાનો શાસ્ત્રીય સંગીત પસંદ કરે છે તો, કેટલા યુવાનોની મોજણી કરી હતી ?

(ii) કયા પ્રકારનું સંગીત મહત્તમ યુવાનો પસંદ કરે છે ?

(iii) જો કોઈ કેસેટ કંપની આ સંગીતની 1000 CD તૈયાર કરે તો દરેક પ્રકારનાં સંગીત માટે કેટલી CD તૈયાર થાય ?

ઋતુ	મતની સંખ્યા
ઉનાળો	90
ચોમાસું	120
શિયાળો	150

2. 360 લોકોને શિયાળો, ઉનાળો અને ચોમાસું એમ ત્રણ ઋતુમાંથી પોતાની પસંદગીની ઋતુ માટે મત આપવા જણાવવામાં આવ્યું.

(i) કઈ ઋતુને સૌથી વધુ મત મળ્યા ?

(ii) દરેક ઋતુના વૃત્તાંશ માટે તેના કેન્દ્ર પાસેના ખૂણાનું માપ શોધો.

(iii) ઉપરોક્ત માહિતી દર્શાવતો પાઈ-ચાર્ટ તૈયાર કરો.

3. નીચેની માહિતી માટે પાઈ-ચાર્ટ તૈયાર કરો. કોષ્ટકમાં આપેલી વિગતો લોકોના પસંદગીના રંગ અંગેની માહિતી દર્શાવે છે.

રંગ	લોકોની સંખ્યા
વાદળી	18
લીલો	9
લાલ	6
પીળો	3
કુલ	**36**

દરેક વૃત્તાંશ માટે પ્રમાણ શોધો. ઉદાહરણ : વાદળી માટે $\frac{18}{36} = \frac{1}{2}$; લીલા માટે $\frac{9}{36} = \frac{1}{4}$ વિગેરે. સંગત ખૂણો દર્શાવવા માટે તેનો ઉપયોગ કરો.

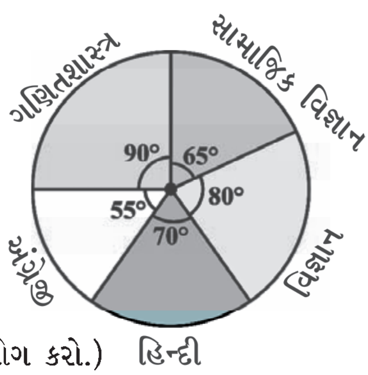
4. અહીં આપેલ પાઈ-ચાર્ટમાં વિદ્યાર્થીઓ દ્વારા હિન્દી, અંગ્રેજી, ગણિતશાસ્ત્ર, સામાજિક વિજ્ઞાન અને વિજ્ઞાનની પરીક્ષામાં 540 ગુણમાંથી મેળવેલા ગુણ દર્શાવેલ છે.

(i) કયા વિષયમાં વિદ્યાર્થીઓએ 105 ગુણ મેળવ્યા છે ? (**સૂચન :** 540 ગુણ માટે વૃતાંશકોણ 360° તેથી, 105 ગુણ માટે વૃતાંશકોણ કેટલો ?)

(ii) હિન્દી વિષય કરતાં ગણિતશાસ્ત્રમાં વિદ્યાર્થીઓએ કેટલા વધારે ગુણ મેળવ્યા છે ?

(iii) ચકાસો કે શું વિજ્ઞાન અને હિન્દી વિષયમાં મેળવેલ ગુણના સરવાળા કરતાં સામાજિક વિજ્ઞાન અને ગણિતશાસ્ત્રમાં મેળવેલ ગુણ વધારે છે ?

(**સૂચન :** વૃત્તાંશનાં કેન્દ્ર પાસેના ખૂણાના માપનો ઉપયોગ કરો.)



5. એક છાત્રાલયમાં જુદી-જુદી ભાષાઓ બોલતાં વિદ્યાર્થીઓની સંખ્યા નીચે મુજબ છે, તો પાઈ-ચાર્ટ તૈયાર કરો :

ભાષા	ગુજરાતી	અંગ્રેજી	ઉર્દુ	હિન્દી	સિંધી	કુલ
વિદ્યાર્થીની સંખ્યા	40	12	9	7	4	72

5.5 તક અને સંભાવના

ઘણી વખત ચોમાસાની ઋતુમાં એવું બને છે કે નિયમિત રીતે તમે રેઈન-કોટ સાથે રાખો છો પણ તે દિવસોમાં વરસાદ આવતો નથી અને જે દિવસે તમે તમારો રેઈન-કોટ ભૂલી જાઓ છો તે જ દિવસે ધોધમાર વરસાદ આવે છે.

ઘણી વખત એવું બને છે કે તમે પરીક્ષા માટે નક્કી કરાયેલાં 5 પ્રકરણોમાંથી 4 પ્રકરણ ખૂબ જ સારી રીતે તૈયાર કર્યાં હોય છે અને પ્રશ્નપત્રમાં જુઓ તો જે પ્રકરણ ઓછું તૈયાર કર્યું હોય તેમાંથી જ સૌથી વધુ પ્રશ્નો પૂછાય છે.

આ જ રીતે નિયમિત સમય પર દોડતી ટ્રેન પકડવા તમે સમયસર રેલવે-સ્ટેશન પર પહોંચી જાઓ છો, પરંતુ તે દિવસે જ એ ટ્રેન મોડી આવે છે.

આવું ઘણી વખત બને છે કે જે પરિસ્થિતિને તમે સાનુકૂળ બનાવવા પ્રયત્ન કરો એ વખતે જ તમારે પ્રતિકૂળતા ઊભી થાય છે. શું તમે આવાં વધુ ઉદાહરણો આપી શકો ?

ઉપર્યુક્ત ઉદાહરણો એવાં છે કે જેમાં કોઈ ચોક્કસ ઘટના બનશે કે નહીં બને તે એકસમાન હોતું નથી. કોઈ ટ્રેન નિર્ધારિત સમયે જ આવે કે મોડી પહોંચે તેની તકો (chances) એકસમાન હોતી નથી. તમે જ્યારે પ્રતિક્ષાયાદી (waiting list)માં હોય તેવી ટિકિટ ખરીદો છો, ત્યારે ખરેખર તો તમે એક તક ઝડપો છો, એવી આશા સાથે કે તમારી મુસાફરી શરૂ કરવાના સમય પહેલાં તમે તમારી બેઠક (seat) ચોક્કસ મેળવી શકશો.

અહીં, આપણે કેટલાક એવા પ્રયોગો કરીશું કે જેમાં જે-તે ઘટના ઘટવાની તકો એકસમાન હોય.

5.5.1 પરિણામ મેળવવું

તમે એવું નિહાળ્યું હશે કે કોઈ ક્રિકેટ મેચ શરૂ થતાં પહેલાં બંને ટીમના કપ્તાનો એક સિક્કા વડે 'ટોસ' (toss) ઉછાળે છે કે કોણ પ્રથમ બેટિંગ કરશે ?

જ્યારે સિક્કાને ઉછાળવામાં આવે છે ત્યારે સંભવિત પરિણામ શું હોઈ શકે ?

અલબત્ત, H (છાપ) અથવા T (કાંટો). કલ્પના કરો કે તમે એક ટીમના કપ્તાન છો અને તમારો મિત્ર બીજી ટીમનો કપ્તાન છે. તમે 'ટોસ' ઉછાળો છો અને તમારા મિત્રને તે અંગે બોલવા કહો છો. શું તમે આ અંગેનાં પરિણામ પર કાબુ રાખી શકો છો ? શું તમારે (H) જોઈતો હોય તો તે મેળવી શકો છો ? અથવા (T) જોઈતો હોય તો મળે છે ? ના, આ શક્ય નથી. આ પ્રકારના પ્રયોગને **યાદચ્છિક પસંદગીના પ્રયોગો** કહે છે, અહીં છાપ અથવા કાંટો એ આપણને મળતી બે શક્યતાઓ છે.

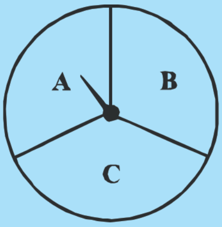
પ્રયત્ન કરો

1. તમે કોઈ સ્કૂટર શરૂ કરવા જઈ રહ્યા છો તો તેની સંભવીત શક્યતાઓ શું હોઈ શકે ?

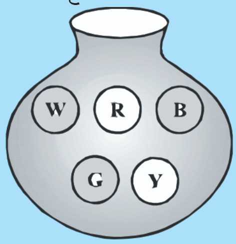
2. જ્યારે આપણે એક પાસો (die) ફેંકીએ છીએ ત્યારે કઈ છ સંભવીત શક્યતાઓ રહેલી હોય છે ?

3. આકૃતિ 5.9 માં દર્શાવ્યા મુજબનું એક ચક્ર જ્યારે તમે ઘુમાવો છો ત્યારે શું શક્યતાઓ રહેલી છે ? (યાદી કરો.)

(અહીં શક્યતાઓ એટલે જ્યારે ચક્ર ઊભું રહે ત્યારે દર્શકકાંટો કયા વૃત્તાંશ ઉપર આવશે તે.)



આકૃતિ 5.9



આકૃતિ 5.10

4. તમારી પાસે આકૃતિ 5.10 માં દર્શાવ્યા મુજબના એક ઘડામાં વિવિધ રંગોવાળા પાંચ દડાઓ રાખેલા છે. તમારે તેમાં જોયા વગર કોઈ એક દડો પસંદ કરવાનો છે. તમને કયા રંગનો દડો મળશે તેની પ્રયત્નોની યાદી બનાવો.

વિચારો, ચર્ચા કરો અને લખો

પાસો (Die) ઉછાળવાની રમતમાં,

- શું પહેલા પાસો ફેંકનાર ખેલાડીને 6 મળવાની તકો વધુ રહે છે ?
- શું પ્રથમ ખેલાડી બાદ રમનાર બીજા ખેલાડીને 6 મળવાની તકો ઓછી રહે છે ?
- ધારો કે બીજા ખેલાડીને 6 મળે છે, તો તેનો એવો અર્થ કરી શકાય કે ત્રીજા ખેલાડીને 6 મળવાની કોઈ શક્યતા નથી ?

5.5.2 સમસંભાવી શક્યતાઓ

ધારો કે, એક સિક્કો અનેક વખત ઉછાળવામાં આવે છે અને કેટલી વખત H (છાપ) કે T (કાંટો) મળે છે તે નોંધવામાં આવે છે. હવે નીચેનું પરિણામપત્રક જુઓ, જેમાં ટોસ ઉછાળવાની સંખ્યા સતત વધતી જાય છે.

ટોસ ઉછાળવાની સંખ્યા	આવૃત્તિ ચિહ્ન (H માટે)	H ની સંખ્યા	આવૃત્તિ ચિહ્ન (T માટે)	T ની સંખ્યા
50	𝍸 𝍸 𝍸 𝍸 𝍸 ||	27	𝍸 𝍸 𝍸 𝍸 |||	23
60	𝍸 𝍸 𝍸 𝍸 𝍸 |||	28	𝍸 𝍸 𝍸 𝍸 𝍸 𝍸 ||	32
70	-	33	-	37
80	-	38	-	42
90	-	44	-	46
100	-	48	-	52

અહીં, આપણે અવલોકન કરી શકીએ છીએ કે જેમ ટોસ (સિક્કો) ઉછાળવાની સંખ્યા વધતી જાય છે તેમ H અને T મળવાની સંખ્યા વધુ ને વધુ નજીક આવતી જાય છે.

આ જ ઘટના પાસો ઉછાળવામાં પણ બને છે. જેમ પાસો ઉછાળવાની સંખ્યા વધતી જાય છે તેમ 1 થી 6 ક્રમાંક મળવાની સંખ્યા લગભગ એકબીજાને સમાન જેવી હોય છે.

આવા કિસ્સાઓમાં આપણે કહી શકીએ કે પ્રયોગ દરમિયાન જુદાં-જુદાં પરિણામો મળવાની તકો સમસંભાવી હોય છે. આનો મતલબ એ થયો કે, પ્રયોગ દરમ્યાન દરેક ઘટના બનવાની શક્યતા એકસમાન હોય છે.

5.5.3 તક અને સંભાવના વચ્ચે સંબંધ

એક સિક્કો ઉછાળવાનો પ્રયોગ વિચારો. શું શક્યતાઓ હોઈ શકે ? અહીં માત્ર બે જ શક્યતાઓ હોઈ શકે : H (છાપ) અથવા T (કાંટો) બંને પરિણામ મળવાની શક્યતા સમસંભાવી છે. H મળવાની શક્યતા એ કુલ બે શક્યતાઓ પૈકીની એક શક્યતા છે. અર્થાત્ $\frac{1}{2}$. બીજા શબ્દોમાં કહીએ તો, H મળવાની સંભાવના = $\frac{1}{2}$. તો પછી, T મળવાની સંભાવના કેટલી હોઈ શકે ?

હવે, પાસો ફેંકવાનો પ્રયોગ વિચારો. (અહીં આપણે ઉપયોગમાં લેવાના પાસાની કુલ છ બાજુઓ પર 1 થી 6 નંબર લખેલા હોવા જોઈએ અર્થાત્ દરેક બાજુ પર માત્ર એક જ નંબર અને બધા જ નંબર અલગ-અલગ હોવા જોઈએ.) જો તમે આ પાસો 1 વખત ઉછાળો તો શું શક્યતા (outcomes) હોઈ શકે ?

અહીં, 1, 2, 3, 4, 5, 6 મળવાની શક્યતા છે. આમ, અહીં છ શક્યતાઓ સમાન રીતે એકસરખી બને છે. ''2 મળવાની સંભાવના કેટલી થાય ?''

અહીં $\frac{1}{6}$ ← 2 મળવાની શક્યતાની સંખ્યા / ← સમસંભાવી કુલ શક્યતાની સંખ્યા

5 મળવાની સંભાવના શું હોઈ શકે ? 7 મળવાની સંભાવના શું હોઈ શકે ? 6 માંથી 1 મળે તેની સંભાવના કેટલી ?

5.5.4 શક્યતા ઘટના સ્વરૂપે

દરેક પ્રયોગમાં મળતી શક્યતા કે શક્યતાઓનો સમૂહ 'ઘટના'ને સ્વરૂપ આપે છે.

ઉદાહરણ તરીકે, સિક્કો ઉછાળવાના પ્રયોગમાં 'H' મળવો એ એક ઘટના છે અને તે જ રીતે 'T' મળવો એ પણ એક ઘટના છે.

પાસો ફેંકવાના પ્રયોગમાં દરેક પ્રયત્નને અંતે મળતી સંખ્યા 1, 2, 3, 4, 5 કે 6 એ એક ઘટના જ છે.

શું યુગ્મ સંખ્યા મળવી એ એક ઘટના છે ? યુગ્મ સંખ્યાઓ 2, 4 અથવા 6 હોઈ શકે, તેથી યુગ્મ સંખ્યા મળવી એ પણ એક ઘટના જ છે. યુગ્મ સંખ્યા પ્રાપ્ત થવાની સંભાવના કેટલી ?

અહીં, $\frac{3}{6}$ ← શક્યતાની સંખ્યા જે ઘટના બનાવે છે.
← કુલ શક્યતાની સંખ્યા

ઉદાહરણ 3 : એક થેલામાં 4 લાલ રંગના અને 2 પીળા રંગના દડા છે. (અહીં, દરેક દડા રંગ સિવાય અન્ય કોઈ રીતે જુદા પડતા નથી.) જો થેલામાં જોયા વગર એક દડો યાદચ્છિક રીતે પસંદ કરવામાં આવે (બહાર કાઢવામાં આવે) છે તો આ દડો લાલ રંગનો જ હોય તેની સંભાવના કેટલી ? શું તે સંભાવના પીળા રંગનો દડો હોવાની સંભાવના કરતાં વધુ કે ઓછી છે ?

ઉકેલ : આ ઘટના માટે કુલ (4 + 2 =) 6 શક્યતાઓ છે. લાલ રંગનો દડો મળે તેવી શક્યતા 4 છે. (શા માટે ?) તેથી યાદચ્છિક રીતે પસંદ કરેલો દડો લાલ રંગનો હોય તેની સંભાવના $\frac{4}{6} = \frac{2}{3}$ થાય.

આ જ રીતે, યાદચ્છિક રીતે પસંદ કરેલ દડો પીળા રંગનો હોય તેની સંભાવના $= \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$ થાય. (શા માટે ?) આમ, પસંદ થયેલ દડો લાલ રંગનો હોય તેની સંભાવના પીળા રંગનો દડો હોવાની સંભાવના કરતાં વધુ છે.

પ્રયત્ન કરો

ધારો કે તમે એક ચક્ર ઘુમાવો છો.

1. (i) આકૃતિ 5.11 માં દર્શાવ્યા મુજબ, લીલા રંગનું વૃત્તાંશ હોય તેવી શક્યતાની યાદી કરો અને લીલા રંગનું વૃત્તાંશ ન હોય તેવી શક્યતાની યાદી કરો.
   (ii) લીલા રંગનું વૃત્તાંશ મળે તેની સંભાવના શોધો.
   (iii) લીલા રંગનું વૃત્તાંશ ન મળે તેની સંભાવના શોધો.

આકૃતિ 5.11

5.5 વ્યવહારિક જીવનમાં તકો અને સંભાવનાઓ

જે દિવસે તમારી પાસે રેઈનકોટ ન હોય તે જ દિવસે વરસાદ આવે તેવી તકો વિશે આપણે અગાઉ ચર્ચા કરી.

તમે આ તકને સંભાવનાના સ્વરૂપમાં શું કહી શકો ? શું ચોમાસાના 10 દિવસમાંથી માત્ર એક દિવસ જ આવું બને ? તો તેનો અર્થ એવો થયો કે વરસાદ આવવાની સંભાવના $\frac{1}{10}$ છે અને તેથી વરસાદ ન આવવાની સંભાવના $\frac{9}{10}$ છે. (અહીં, આપણે ધારી લઈએ કે જે-તે દિવસે વરસાદ આવે કે ન આવે તેની શક્યતા એકસરખી છે.)

આપણા વ્યવહારુ જીવનમાં ઘણા કિસ્સામાં સંભાવનાનો ઉપયોગ થાય છે.

1. કોઈ એક મોટા સમૂહની લાક્ષણિકતા શોધવા માટે તે જ સમૂહના નાનકડા ભાગની લાક્ષણિકતા શોધવી.
   ઉદાહરણ તરીકે, ચૂંટણી દરમિયાન એક્ઝિટ પોલ (Exit poll) લેવામાં આવે છે. આમાં જે લોકો પોતાનો મત આપીને આવ્યા હોય છે તેવા લોકોમાંથી એક સમૂહ બનાવી તેઓનો અભિપ્રાય લેવામાં આવે છે. આવું દરેક વિસ્તારના લોકો (સમૂહ) સાથે કરવામાં આવે છે અને તેના પરથી દરેક ઉમેદવારની જીતવાની તકો વિશે અનુમાન કરાય છે.

2. ભૂતકાળનાં વર્ષોની માહિતી પરથી તે વખતના પ્રવાહો (Trends)નું અવલોકન કરી હવામાન ખાતું (Metrological department) હવામાન વિશે આગાહી કરે છે.

સ્વાધ્યાય 5.3

1. અહીં આપેલા પ્રયોગમાં તમને જોવા મળતી શક્યતાઓની યાદી બનાવો.

(a) ફરતું ચક્ર

(b) એક સાથે બે સિક્કા ઉછાળવા

2. પાસાને ફેંકવાથી મળતાં પરિણામની મદદથી નીચે પૈકીની ઘટના બનવાની શક્યતા

(i) (a) અવિભાજ્ય સંખ્યા (b) અવિભાજ્ય ન હોય તેવી સંખ્યા

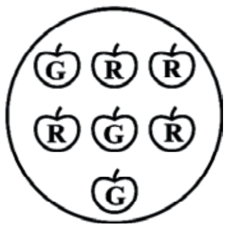
(ii) (a) 5 કરતાં મોટી સંખ્યા (b) 5 કરતાં મોટી ન હોય તેવી સંખ્યા

3. સંભાવના શોધો.

(a) પ્રશ્ન 1 (a)ની આકૃતિમાં દર્શક કાંટો વૃત્તાંશ D પર સ્થિર થાય.

(b) સારી રીતે ચીપેલાં (Well shuffled) 52 પાનાની જોડમાંથી એક પાનું યાદચ્છિક રીતે પસંદ કરીએ અને તે એક્કો હોય.

(c) લાલ સફરજન મળવાની શક્યતા.



4. એક ચબરખી પર માત્ર એક જ નંબર લખેલ હોય તેવી કુલ 10 ચબરખી પર 1 થી 10 અંકો લખીને તેને એક ખોખામાં રાખી તેને સારી રીતે ભેળવવામાં (Mix) આવે છે. તેમાંથી કોઈ એક ચબરખી જોયા વગર પસંદ કરવામાં આવે છે. તો, નીચેની ઘટનાઓ માટે સંભાવના શોધો.

(i) ચબરખી પરની સંખ્યા 6 હોય.

(ii) ચબરખી પર લખાયેલ સંખ્યા 6 કરતાં નાની હોય.

(iii) ચબરખી પર લખાયેલ સંખ્યા 6 કરતાં મોટી હોય.

(iv) ચબરખી પર લખાયેલ સંખ્યા એક અંકવાળી હોય.

5. જો તમારી પાસે 3 લીલાં રંગનાં વૃત્તાંશો, 1 વાદળી રંગનું વૃત્તાંશ અને 1 લાલ રંગનું વૃત્તાંશ ધરાવતું ફરતું ચક્ર હોય તો લીલા રંગનું વૃત્તાંશ મળવાની સંભાવના કેટલી ? વાદળી રંગનું ન હોય, તેવાં વૃત્તાંશ મળવાની સંભાવના કેટલી ?

6. ઉપરોક્ત પ્રશ્ન-2 માં આપેલી ઘટનાઓ માટે સંભાવના શોધો.

આપણે શું ચર્ચા કરી ?

1. સામાન્ય રીતે આપણને મળતી માહિતી અવ્યવસ્થિત સ્વરૂપે મળતી હોય છે જેને કાચી માહિતી કહે છે.
2. જો આપણી પાસે રહેલ માહિતી પરથી કોઈ ચોક્કસ તારણ મેળવવું હોય તો આ માહિતીને સુવ્યવસ્થિત રીતે ગોઠવવી પડે છે.
3. કોઈ ચોક્કસ નોંધ (Entry) કેટલી વખત બની તે દર્શાવતી સંખ્યાને આવૃત્તિ કહે છે.
4. કાચી માહિતીને સમૂહ કે વર્ગમાં ગોઠવી રજૂ કરી શકાય છે અને આવી ગોઠવણ ધરાવતાં કોષ્ટકને વર્ગીકૃત આવૃત્તિ વિતરણ કહે છે.
5. વર્ગીકૃત માહિતીને સ્તંભાલેખ (histogram) સ્વરૂપે દર્શાવી શકાય છે. સ્તંભાલેખ એ લંબાલેખનો જ એક પ્રકાર છે જેમાં, વર્ગ અંતરાલ(class intervals)ને તેના સમક્ષિતિજ અક્ષ(X-અક્ષ) પર દર્શાવાય છે અને સ્તંભની ઊંચાઈ એ આવૃત્તિ દર્શાવે છે જે શિરોલંબ અક્ષ(Y-અક્ષ)ની મદદથી દર્શાવાય છે.

   ઉપરાંત, અહીં બે સ્તંભ વચ્ચે કોઈ અંતરાલ (Gap) હોતો નથી. અર્થાત્ બધા જ સ્તંભ એકબીજાને અડેલા હોય છે.
6. માહિતીને વર્તુળ આલેખ કે પાઈ-ચાર્ટની મદદથી પણ દર્શાવી શકાય છે. વર્તુળ આલેખ એ સમગ્ર માહિતી અને તેના થોડા ભાગ વચ્ચેનો સંબંધ દર્શાવે છે.
7. એવા ઘણા પ્રયોગો છે જેમાં મળતાં પરિણામ અંગે એકસમાન તક હોય છે.
8. યાદચ્છિક પ્રયોગ એ એવો પ્રયોગ છે જેમાં કોઈ ઘટના બને તે પહેલાં તેનાં પરિણામ/શક્યતા વિશે અગાઉથી ચોક્કસ તારણ આપી શકાતું નથી.
9. જો કોઈ પ્રયોગમાં દરેક ઘટના બનવાની એકસમાન તક હોય તો તેવા પ્રયોગમાં મળતાં ઇચ્છિત પરિણામો મળવાની તકો એકસમાન હોય છે.
10. ઘટનાની સંભાવના $= \dfrac{\text{જે-તે ઘટના બનવાની શક્યતા}}{\text{પ્રયોગમાં રહેલ કુલ શક્યતાની સંખ્યા}}$
11. કોઈ પ્રયોગમાં એક કે એકથી વધુ શક્યતા ‘‘ઘટના’’ દર્શાવે છે.
12. આપણાં વ્યવહારુ જીવન સાથે પણ તકો અને સંભાવનાઓ સંકળાયેલી છે.