

## فطری عدد

## 4.1۔ جو ہم جانتے ہیں:

آپ نے چیزوں کو گننے کے لیے عدد کا استعمال کرنا سیکھا ہے۔ دو طرح کی چیزوں کے ذخیروں تعداد معلوم ہوتو ان دونوں چیزوں کی کل تعداد معلوم کرنے کے لیے حاصل جمع کا طریقہ آپ جانتے ہیں۔ ایک طرح کی چیزوں کی جماعت سے کچھ چیزیں نکال لینے پر بچی ہوئی چیزوں کی تعداد جاننے کے لیے حاصل تفریق نکالنے کا طریقہ بھی آپ نے سیکھا ہے۔ ایک عدد کو بار بار جمع کرنے کا مختصر طریقہ عمل ضرب سے بھی آپ واقف ہیں۔ ایک عدد کو اس سے چھوٹے عدد سے بار بار گھٹانے کے بجائے تقسیم کے عمل کے ذریعہ آسانی سے نتیجہ معلوم کرنا آپ کو معلوم ہے۔ عدد اور اس سے جڑے مختلف عوامل کے استعمال سے آپ روزمرہ کے بہت سے مسائل حل کر سکتے ہیں۔ ہم موجودہ باب میں عددوں کے ارتقا پر گفتگو کریں گے۔

## 4.2۔ تاریخی پس منظر:

عہد قدیم سے انسان زندہ رہنے کے لیے غذا اکٹھا کرنے، محفوظ زندگی گزارنے کے لیے، زہائش گاہ کا انتظام کرنے اور باہر کے دشمنوں سے اپنی حفاظت کرنے کے لیے ایک ساتھ مل جل کر رہنے کا عادی رہا ہے۔ شروعات میں وہ صرف حال کے بارے میں سوچتا تھا۔ دھیرے دھیرے وہ مستقبل کے بارے میں سوچنے لگا۔ جب وہ مستقبل کی آرام و آسائش زندگی کے لیے جانور پالنے اور پیڑ پودے لگانے کے بارے میں سوچنے لگا تب اس نے ایک سے زیادہ جانور پالنے اور ایک سے زیادہ پیڑ لگایے۔ اس نے جو جانور پالے اور جو پیڑ لگایے ان کا حساب رکھنے کی ضرورت اسے پیش آئی۔

## 4.2.1۔ حساب رکھنے کا طریقہ:



ان کے گوشالے سے جو جانور باہر گئے وہ سب کے سب شام کو گوشالہ واپس ہوئے کہ نہیں اس کا حساب رکھنے کے لیے وہ لوگ غالباً جانوروں کے نکلنے وقت ہر جانور کے لیے ایک نشان دیوار پر لگاتے ہوں گے۔ اور واپسی پر جانوروں کے گوشالے میں داخل ہوتے وقت ایک ایک نشان مٹاتے ہوں گے۔ آخر میں اگر دیکھتے کہ ایک نشان بچ گیا تو وہ یہ جانتے کہ

کہیے تو جانیں:

ایک جانور واپس نہیں آیا۔ اگر سبھی نشان مٹ جاتے اور گوشالہ کے باہر کوئی جانور نہیں رہ جاتا تو وہ جان پاتے کہ سبھی جانور واپس آگئے ہیں۔ نشان لگانے اور نشان مٹانے کے عمل کو آسان بنانے کی خاطر سے کچھ جانور بچ جائیں تو وہ کیا سمجھتے ہوں گے؟

وہ لوگ ایک جانور یا چیز کے لیے ایک ایک نشان لگانے کے بجایے

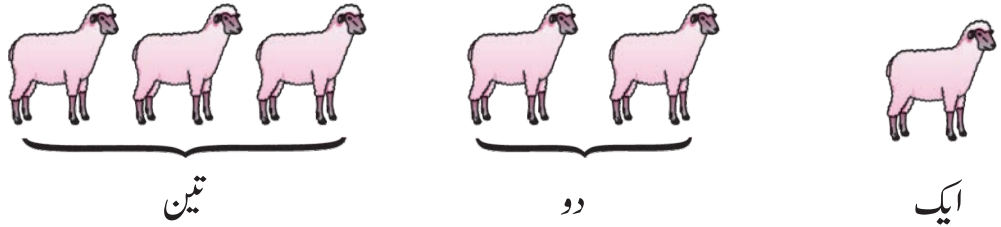
لکڑی کا ٹکڑا یا کنکریا سوکھا بچ استعمال کرنے لگے۔ اس بار وہ لوگ جتنے جانور ہوئے اتنے لکڑی کے گچھے باندھ کر رکھتے۔ اسکے بعد باغ میں پھول کا حساب رکھنے کے لیے ایک اور لکڑی کا گچھا رکھا گیا۔ اسی طرح جتنی قسم کے جانوروں اور چیزوں کی حساب رکھنے کی ضرورت پیش آئی۔ اتنی ہی لکڑیوں کے گچھے رکھنے پڑے۔ ایک وقت ایسا آیا کہ ان کے پاس سارے لکڑیوں کے گچھے جمع ہو گئے۔ ایک وقت ایسا بھی آیا کہ لکڑیوں کے گچھوں نے کئی مسائل کھڑے کر دیے۔

4.3۔ عدد کا آغاز:

دیوار نشان لگانے یا لکڑی کے گچھے رکھنے یا کنکریا بچ کی تھیلی رکھنے کے بجایے اپنی بڑھتی ہوئی ضروریات کے پیش نظر انسان نے اخیر میں اس نے ایجاد کیا عدد کا نظام۔

یہ عدد ہیں:

ایک، دو، تین، چار، پانچ، چھ، سات، آٹھ، نو، دس..... ان لفظوں کو بول کر اس نے چیزوں کو گننا شروع کیا۔



عدد کی علامتوں کی ایجاد:

بول چال کے وقت یا چیزوں کو گنتے وقت دو ناریل، پانچ کیلا وغیرہ بولا گیا۔ مگر ان سب کو آسانی سے لکھنے کے لیے ہر عدد کے لیے ایک الگ نشان یا علامت ایجاد کرنے کی ضرورت پڑی۔

اس ضرورت کو پورا کرنے کے لیے عددوں کے لیے نشانوں کی

کہیے تو جانیں:

ایجاد ہوئی۔ جتنی زیادہ چیزیں سامنے آئیں اتنے زیادہ عدد اور اتنی ہی زیادہ نشانات بنے۔ زمین کے مختلف علاقوں کے لوگ مختلف قسم کے زیادہ عدد کے لیے زیادہ نشانات بننے کے بعد انسان کو کون سی مشکلات سامنا کرنا پڑا ہوگا۔ نشانات استعمال کرنے لگے۔

#### 4.4- مقامی قیمت کا طریقہ:

کچھ مشکلات یعنی بڑے عدد کے لیے زیادہ نشان کے استعمال کا حل ہندوستانی پنڈتوں نے دریافت کی۔ ان لوگوں نے چند عدد کے لیے چند ہندسے ایجاد کیے جو اس طرح ہیں۔

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |             |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|-------------|
| ۹ | ۸ | ۷ | ۶ | ۵ | ۴ | ۳ | ۲ | ۱ |             |
| ९ | ८ | ७ | ६ | ५ | ४ | ३ | २ | १ | ہندی میں    |
| 9 | 8 | 6 | 6 | 5 | 4 | 3 | 2 | 1 | انگریزی میں |

صرف انہی ہندسوں کو استعمال کر کے اور بھی بڑے عددوں کے نشانات بنانے کے لیے ان لوگوں نے لکڑی کی تیلیاں گنتے وقت گچھے باندھنے کے طریقے پر غور کیا۔



لکڑی کی تیلیاں زیادہ ہوں تو ان کو گنتے کا طریقہ:



ایک گچھا  
ایک گچھا اور ایک تیلی  
دو گچھے  
دو گچھا اور ایک تیلی

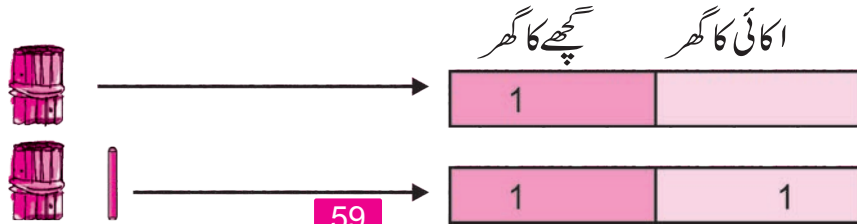
گنتے کے اس طریقے کو مد نظر رکھتے ہوئے بڑے اعداد کو لکھنے کے لیے گھریا مقام کا تصور لوگوں کے ذہن میں پیدا ہوا۔

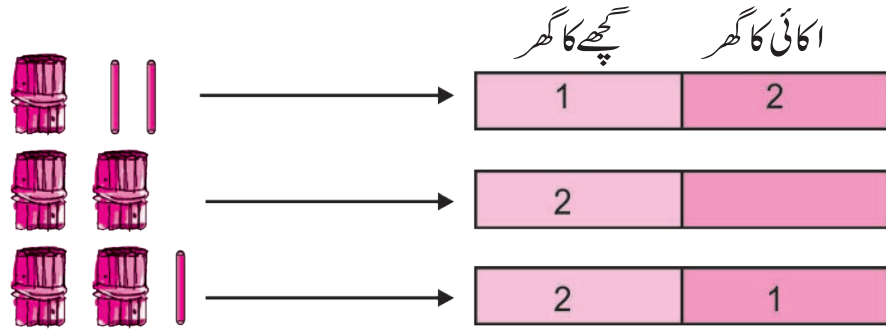
1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9



دس کا ایک گچھا      ایک تیلی      نو تیلیاں

دس تیلیوں کا ایک گچھا لکھنے کے لیے ایک الگ گھریا ایک مقام کی تشکیل ہوئی جو اس طرح ہے۔

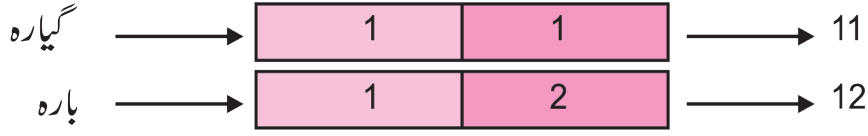




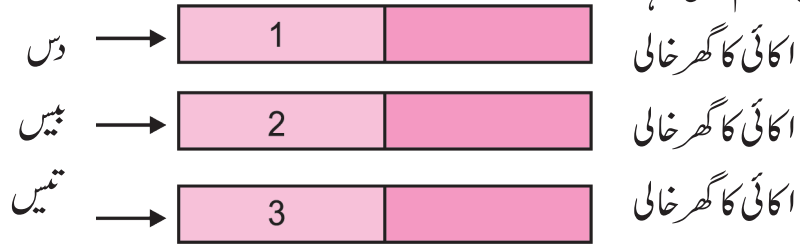
کوئی گھر خالی ہو تو اس عدد کو لکھنے میں دوبارہ مشکلات کھڑی ہو گئیں وہ ہیں۔



دس، بیس وغیرہ عدد لکھتے وقت ایک گھر خالی رہتا ہے۔ اس لیے دو گھر نہ بنائے سے ایک گھر خالی دکھانا ممکن نہیں۔ صرف دوسرے عددوں کے معاملے میں بنا گھر دیکھائے بھی عدد لکھنا ممکن تھا۔ جیسے:



11 لکھنے سے دو گھر کی بات معلوم ہو جاتی ہے۔ 12, 13, 25, 27 وغیرہ بنا گھر بنایے بھی دو ہندسوں اور دو گھروں کا تصور ذہن میں آتا ہے۔ لیکن دس، بیس، تیس، کے معاملے میں ایک اکیلا گھر جو خالی ہے یہ بات گھر کا نقشہ بنانے پر ہی معلوم ہوتی ہے۔ مثلاً



اس مشکل کو ہندوستانی پنڈتوں نے حل کیا:

#### 4.5۔ صفر کا تصور:

”کچھ نہیں“ کو صفر کہتے ہیں۔ اس لیے کچھ نہیں یا صفر کے لیے ان لوگوں نے ہندسہ 0 کا تصور پیش کیا اور اس کا نام ”صفر“ رکھا۔ نتیجہ پچھلی مشکل حل ہو پائی۔



اب عدد لکھتے وقت الگ سے گھر بنانے کی ضرورت نہیں رہی۔ عدد لکھتے وقت دو ہندسوں کا استعمال ہونے سے دو گھر یا مقام سمجھے جاتے ہیں۔

سبھی مقام کی اپنی ایک قیمت رہی۔ اس لیے اس نظام کو مقامی قیمت کا نظام کہا گیا اس نظام میں عدد لکھنے کے طریقے کو مکمل بنانے کے لیے صفر کی تشکیل کے بارے میں آپ لوگ جان چکے ہیں۔ اس لیے اب ہمیں عدد لکھنے کے لیے جو ہندسے ملے وہ یہ ہیں۔



#### 4.5.1: ہندسہ، عدد اور اعشاریہ عدد کا نظام:

مندرجہ بالا ہندسوں کا استعمال کر کے کوئی بھی بڑا عدد لکھنا ممکن ہوا۔ جیسے:

تین سو پینتالیس کے لیے عدد 345

یہاں اکائی کے مقام پر 5 ہے، اس کی قیمت  $5 = 5 \times 1$

دہائی کے مقام پر 4 ہے، اس کی قیمت  $40 = 4 \times 10$

سیکڑہ کے مقام پر 3 ہے، اس کی قیمت  $300 = 3 \times 100$

یہاں عدد 345 ہے۔ اس عدد کو لکھتے وقت اکائی، دہائی اور سیکڑہ کے مقام پر بالترتیب 5، 4 اور 3 ہیں۔ اس

لیے 3، 4، 5 کو 345 میں استعمال شدہ ہندسے کہا گیا۔

0، 9، 8، 7، 6، 5، 4، 3، 2، 1 کے استعمال سے جو عدد بنتا ہے

ان میں سے ہر ایک کو اس کا ایک ایک ہندسہ کہا جاتا ہے۔ جب

ہم کہتے ہیں 5 عدد قلم تب قلم کی تعداد  $5 =$  ہوتی ہے۔ یہاں

5 ایک عدد ہے یہ ایک ہی ہندسہ بنا ہے جو 5 ہے۔

#### 4.6- گنتی کے عدد:

1، 2، 3، 4، 5، 6، 7، 8، 9، 10، 11..... وغیرہ عددوں کو

گنتے کے لیے استعمال کیا جاتا ہے۔ اس لیے انہیں گنتی کے عدد کہا جاتا ہے۔

جواب لکھیے:

☆ گنتی کے عددوں میں سب سے چھوٹا عدد کون سا ہے؟

☆ ہر گنتی کا عدد اس کے پہلے والے گنتی کے عدد سے کتنا بڑا ہوتا ہے؟

☆ ان عددوں کی آخری حد کہاں ہے؟

کیا آپ جانتے ہیں؟

1، 2، 3، 4، 5، 6، 7، 8، 9 اور 0 کے استعمال سے عدد

بنانے سے انہیں اس عدد کا ہندسہ کہتے ہیں۔ انہیں عدد کی

شکل میں بھی استعمال کیا جاتا ہے۔

## گنتی کے عددوں سے متعلق چند معلومات

- ☆ گنتی کے عددوں میں سب سے چھوٹا عدد 1 ہے۔ عدد 1 سے پہلے کوئی عدد نہیں ہے۔
- ☆ ہر عدد کے بعد ایک عدد ہوتا ہے۔ کسی عدد کے بعد والا عدد اس سے پہلے والے عدد سے 1 بڑا ہوتا ہے۔ ہر عدد کا پہلے والا عدد اس کے بعد والے عدد سے 1 چھوٹا ہوتا ہے۔ ایک عدد 1 کے لیے یہ بات سچ نہیں ہے۔
- ☆ گنتی کے لیے عددوں میں کوئی سب سے بڑا عدد نہیں ہوتا۔ جتنا بھی بڑا عدد ہو اس کے بعد بھی عدد ہوتا ہے جو اس سے 1 بڑا ہوتا ہے۔
- ☆ گنتی کے عدد لکھنے کے لیے دس ہندسوں کا ہی استعمال کیا جاتا ہے اس لیے اسے دس بنیادی ہندسوں سے بنے ہوئے اعداد کا نظام یا اعشاریہ نظام کہتے ہیں۔

### 4.7۔ فطری عدد:

روزمرہ کے مختلف حالات میں ان گنتی کے عددوں کے مزید استعمال کی ضرورت پڑتی ہے۔ ذیل میں کچھ حالات بیان کیے گئے ہیں۔

حالت: 1 گھر میں 5 لیمو تھے پیڑ سے اور 7 لیمو توڑے گئے۔ تو کل کتنے لیمو ہوا؟ اس حالت میں وہ جمع کے عمل کے بارے میں سوچنے لگا۔

حالت: 2 گھر میں 20 ناریل تھے تھوڑے میں 8 ناریل ختم ہو گئے۔ بچے ہوئے ناریل کے لیے تفریق کا عمل سوچنے لگا۔

حالت: 3 کھیت سے ہر بار 15 عدد دھان کے گچھے گھر لایے گئے۔ تب 7 بار میں کل کتنے دھان کے گچھے لایے گئے۔ یہ جاننے کے لیے وہ سبھی گچھوں کو کھول کر ایک ساتھ گننے کے بجائے صرب کے عمل کے بارے میں سوچنے لگا۔

حالت: 4 اسکول کو 20 کاپیاں آئی تھیں۔ ہر بچے کو 3 کاپیاں دینی ہے۔ تب کتنے بچے تین تین کاپیاں پائیں گے اور کتنی کاپیاں بچیں گی؟  
ایک ایک بچے کو تین تین کاپیاں دینے سے پہلے کتنے بچے تین کاپیاں پائیں گے اور کتنی کاپیاں بچیں گے جاننے کے لیے تقسیم کے عمل بارے میں سوچنے لگا۔

گنتی کے اعداد اور ان کے ساتھ جمع، تفریق وغیرہ عمل کے ساتھ شامل کر کے فطری عدد کا نظام بنایا گیا۔ (جسے N کے ذریعہ ظاہر کیا گیا) فطری عدد ہوئے۔ 1, 2, 3, 4, 5, 6, .....۔

گنتی کے عددوں کے تعلق سے دی گئی حقیقتوں میں سے تین حقائق فطری عدد کے لیے بھی صحیح ہیں یعنی:

☆ سب سے چھوٹا فطری عدد 1 ہے۔ اس سے پہلے کوئی فطری عدد نہیں ہے۔

☆ ہر عدد کے بعد ایک عدد ہوتا ہے۔ ہر عدد کے بعد کا عدد اس سے پہلے والے عدد سے 1 بڑا ہوتا ہے ہر عدد کے پہلے کا عدد اس کے بعد والے عدد سے 1 چھوٹا ہوتا ہے۔ لیکن یہ 1 کے لیے صحیح نہیں ہے۔ اس لیے کہ 1 سے چھوٹا کوئی فطری عدد نہیں ہے۔

☆ فطری عددوں میں کوئی سب سے بڑا عدد نہیں ہوتا۔ جتنا بھی بڑا عدد ہو اس کے بعد عدد ہوتا ہی ہے اور وہ پہلے والے عدد سے 1 بڑا ہوتا ہے۔

#### سبق 4.1

1- سب سے چھوٹا فطری عدد کون سا ہے؟

2- ہر عدد کے بائیں طرف اس سے پہلے کا عدد اور دائیں طرف اسکے بعد والا عدد لکھیے۔

(i) .....، 28 ..... (ii) .....، 248 ..... (iii) .....، 567 .....،

(iv) .....، 3856 ..... (v) .....، 5000 ..... (vi) .....، 99999 .....،

3 (i) 57 سے چھوٹے کتنے فطری عدد ہیں؟

(ii) 48 اور 216 کے درمیان کتنے فطری عدد ہیں۔

(iii) 5729 کے بعد والے تین سلسلہ وار فطری اعداد لکھیے۔

4 (i) اکائی کے مقام پر 5 ہو، ایسا چھ ہندسوں والا سب سے چھوٹا عدد لکھیے۔

(ii) اکائی کے مقام پر 7 ہو، ایسا سات ہندسوں والا سب سے بڑا عدد لکھیے۔

(iii) چھ ہندسوں والے سب سے چھوٹے عدد سے لے کر سات ہندسوں والے سب سے بڑے عدد تک

(دونوں عدد کو ملا کر) کتنے فطری اعداد ہوتے ہیں؟

4.8 فطری عددوں کے مختلف عوامل اور ان سے متعلق اصول:

4.8.1- جمع عمل:

ہر فطری عدد کے بعد والا عدد پہلے والے سے 1 زیادہ ہوتا ہے۔ اسی خصوصیت کو استعمال کر کے جمع کے عمل کی تشکیل ہوئی۔ ذیل کی مثال کو دیکھیے:



(ایک تیلی کے ساتھ اور تیلی یکجا ہے)

کیا آپ جانتے ہیں؟  
کسی بھی فطری عدد میں ایک جوڑنے سے اس کے بعد والا عدد  
ملتا ہے۔

$$1=1+1 \text{ کے بعد والا عدد } 2=$$

$$2=2+1 \text{ کے بعد والا عدد } 3=$$

$$3=3+1 \text{ کے بعد والا عدد } 4=$$

اب ہم  $5+4$  کی قیمت معلوم کریں گے۔  $5+4$  کی  
قیمت جاننے کے لیے پانچ عدد تیلیوں میں 4 عدد تیلیاں ملائیں گے۔



5 کے ساتھ 4 کو جمع کرنے کا مطلب ہے 4 عدد اکائی کو یکے بعد دیگرے یکجا کرنا۔ اس طرح ہم  $5+4=9$

پائیں گے۔ اس لیے  $5+4 = 9$

**4.8.2 جمع کے عمل کے اصول:**

خود کر کے دیکھیے:



- ☆ آپ اور آپ کے ایک دوست مل کر ایک ساتھ بیٹھیں۔ دونوں چھ عدد نمبر کارڈ لیں۔
- ☆ آپ اپنے دوست کے پاس سے ایک کارڈ لائیے۔ آپ اپنے پاس کے کارڈ سے ایک لیجیے۔
- ☆ دونوں نمبر کارڈ پر لکھے ہوئے عدد کو جمع کریں اور نتیجہ اپنی کاپی میں لکھ رکھیں۔ فرض کیجیے اپنے دوست کے پاس سے
- ☆ آپ لائے 7 اور اپنے پاس کے نمبر کارڈ سے آپ نے لیا 6 دونوں عدد کا حاصل جمع ہوا  $7+6=13$
- ☆ آپ نے جو عمل کیا اپنے دوست کو ویسا ہی کرنے کے لیے کہیے۔
- ☆ آپ اپنے پاس کے بھی نمبر کارڈ ختم ہونے تک یہ عمل جاری رکھیے اور نتیجہ کاپی پر لکھ رکھیے۔
- ☆ ہر بار ہر حاصل جمع فطری عدد ہوتا ہے کیا؟

اس طرح معلوم ہوا کہ ہر دو فطری عددوں کا حاصل جمع ایک فطری عدد ہوتا ہے۔

ہم نے جانا کہ:

کسی دو فطری اعداد کا حاصل جمع ایک فطری عدد ہوتا ہے۔ اس اصول کو جمع کے عمل کا بندشی اصول کہتے ہیں۔

**حاصل جمع معلوم کریں:**

$$12+5 \quad (i) \quad 45+12 \quad (ii)$$

دونوں صورتوں میں حاصل جمع فطری عدد ہوتا ہے کیا؟ یہاں فطری اعداد کے جمع کا کون سا اصول کارفرما نظر آتا ہے؟

خود کر کے دیکھیے:



- ☆ آپ اور آپ کے ایک دوست مل کر بیٹھے۔ دس عدد نمبر کارڈ لیجیے۔
- ☆ لیے گئے دس عددوں سے انتخاب کر کے کوئی دو عدد اپنی کاپی میں لکھیے۔ ان دونوں عدد کو اسی ترتیب میں جمع کیجیے۔ پائے گئے حاصل جمع کو کاپی میں لکھیے۔

$$8+6 = 14 \text{ مثال}$$

- ☆ اپنے دوست کو دونوں عددوں کو الٹی ترتیب میں جمع کرنے کے لیے کہیے۔

$$6+8 = 14 \text{ اب وہ لکھے گا}$$

- ☆ دونوں نتیجوں کا موازنہ کیجیے۔

- ☆ اسی طرح ہر بار دو عدد لیجیے۔ یہی عمل جاری رکھیے۔ آپ نے کیا پایا؟

دو فطری عدد کو کسی بھی ترتیب میں جمع کرنے سے حاصل جمع برابر ہوتا ہے۔ اسے عمل جمع کا تبدیلی ترتیب کا اصول یا تقلیدی اصول (Commutative Law) کہا جاتا ہے۔  
ذیل کے فقرہ کو اپنی کاپی میں لکھیے اور خالی جگہوں کو پر کیجیے۔

$$365 + \dots\dots\dots = 148 + 365 \quad (ii) \quad 2038 + 352 = 352 + \dots\dots\dots \quad (i)$$

خود کر کے دیکھیے:

اپنی کاپی میں یا کلاس کے فرش پر تین گھر بنائیے۔ انہیں پہلا، دوسرا اور تیسرا گھر کا نام دیجیے۔ کم سے کم 10 عدد نمبر کارڈ لیجیے۔

پہلی ترتیب:



- ☆ ہر گھر میں ایک ایک نمبر کارڈ رکھیے۔
- ☆ اب پہلے اور دوسرے گھر کے عدد کو جمع کریں۔ حاصل جمع کتنا آیا لکھیے۔ حاصل جمع کو تیسرے گھر کے عدد سے جمع کریں۔ اسے اس طرح لکھا جاسکتا ہے۔  $(4+7)+5 = 16$
- ☆ اب دوسرے اور تیسرے گھر کے عددوں کو جمع کیجیے۔ حاصل جمع کتنا آیا۔ حاصل جمع کو پہلے گھر کے عدد سے کیجیے۔ کل حاصل جمع کتنا ہوا؟ اسے  $4+(7+5) = 16$  لکھا جاسکتا ہے۔

7

5

4

دوسری ترتیب:

- ☆ اب تین اور نمبر کارڈ تینوں گھروں میں رکھ کر پہلی ترتیب کی طرح عمل کریں۔
- ☆ پہلی ترتیب اور دوسری ترتیب پر عمل کر کے آپ نے کیا پایا؟

4، 7 اور 5 کو جمع کرنے کے لیے پہلی ترتیب میں 4 اور 7 کے حاصل جمع کے ساتھ 5 کو جمع کیا گیا۔ دوسری ترتیب میں 4 کے ساتھ 7 اور 5 کے حاصل جمع کو ملا یا گیا۔ ہر جگہ حاصل جمع 16 آیا۔

$$(4+7)+5 = 4+(7+5)$$

اس لیے تین عددوں کو جمع کرنے کا طریقہ ہم نے جانا۔ تین فطری عددوں کے جمع کے متعلق جو اصول ہم نے دیکھا اسے تلازمی اصول (Assosiative Law) کہا جاتا ہے۔

### 4.8.3 تفریقی عمل اور اس سے متعلق اصول:

آئیے تفریقی عمل کی ایک مثال دیکھیں:

☆ چاک کے ایک بکس میں 8 عدد چاک رکھیے۔

☆ اس بکس میں سے 3 عدد چاک اپنے دوست کو لے جانے کے لیے کہیے۔

☆ آئیے، ان کے 3 عدد چاک لے جانے کے بعد اور کتنا چاک بچا دیکھیں۔

8 عدد چاک میں سے بچے نے ایک چاک لیا۔ مطلب چاک کی تعداد 8 سے 1 کم ہوئی۔ 8 سے 1 کم ہوتا ہے۔ 8 سے پہلے کا عدد = 7

7 عدد چاک میں سے بچے نے ایک چاک لیا۔ یعنی چاک کی تعداد 7 سے 1 کم ہوئی۔ 7 سے 1 کم ہوتا ہے۔ 7 سے پہلے کا عدد = 6

اسی طرح بچے کے ایک چاک پھر سے لے جانے کے بعد باقی چاک کی تعداد = 6 سے 1 کم یعنی 6 سے پہلے کا

عدد = 5 لہذا اب  $8-3=5$

اسی طرح ہم پائیں گے:

$$8 - 1 = 7$$

$$8 - 2 = 6$$

$$8 - 3 = 5$$

$$8 - 4 = 4$$

$$8 - 5 = 3$$

$$8 - 6 = 2$$

$$8 - 7 = 1$$

کیا آپ جانتے ہیں؟  
کسی بھی عدد سے ایک (1) گھٹانے سے اس سے پہلے والا عدد ملتا ہے۔



ہمارے فطری عدد کے نظام میں 1 سب سے چھوٹا عدد ہے۔  $8-8=0$  کتنا؟

اس کا نتیجہ لکھنے کے لیے ہمارے پاس عددوں کے مجموعوں میں کوئی بھی عدد موجود نہیں ہے۔

اس لیے ہم نے جانا کہ 8 سے 8 یا 8 سے بڑا عدد تفریق نہیں کیا جاسکتا ہے۔

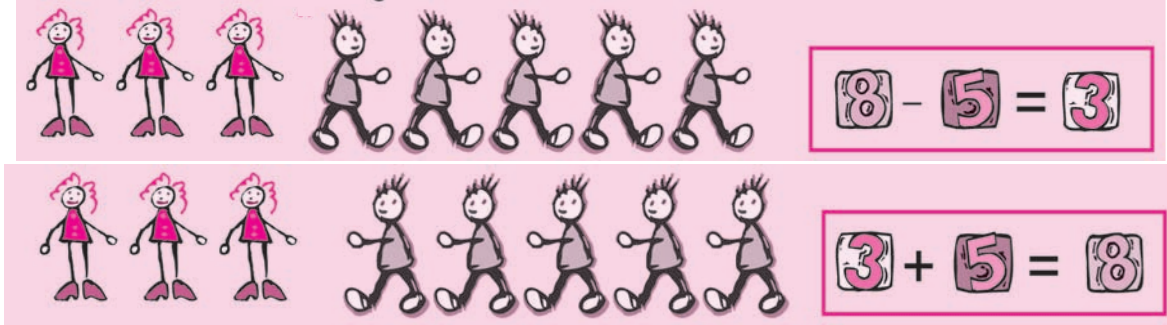
دوسرے لفظوں میں کہا جائے تو فطری عددوں کے نظام میں ایک عدد کو اس سے چھوٹے عدد سے ہی تفریق کیا جا

سکتا ہے اور حاصل تفریق ایک فطری عدد ہوگا۔

## جمع کے عمل کے ساتھ تفریق کے عمل کا تعلق:

ذیل کے تصویر میں ہم دیکھتے ہیں:

کتنے بچے تھے ان میں سے کتنے بچے چلے گئے اور کتنے بچے بچ گئے۔



بچے ہوئے بچوں کے ساتھ واپس آ کے ملے بچے 5، لہذا  $3+5 = 8$

اس لیے ہم نے دیکھا کہ  $8-5=3$  سے ہمیں ملا  $3+5 = 8$

ہم کہتے ہیں  $8-5 = 3$  تفریقی عمل کا جمعی عمل سے  $3+5 = 8$

☆ آئیے دو فطری عدد لے کر بڑے سے چھوٹے عدد کو گھٹائیں

فرض کیجیے ہم نے لیا 10 اور 8

$$10-8 = 2 \quad 8-10 = \text{کتنا؟}$$

ہم نے پہلے ہی بحث کی ہے کہ چھوٹے عدد سے بڑے عدد کو نہیں گھٹایا جاسکتا۔

اس لیے 8-10 کے لیے ہمارے پاس کوئی جواب نہیں ہے۔

لہذا جمع کے عمل میں جس طرح ترتیب کی تبدیلی یعنی تقلیبی اصول (Commutative Law) سچ ہوتا ہے تفریق کے عمل میں ایسا نہیں ہوتا۔

$5+8+3$  کو مختصر کرتے وقت ہم نے تلازمی اصول کا استعمال کیا تھا، کیونکہ

$$(5+8)+3 = 5+(8+3)$$

تب 2-5-9 کے معاملے میں کیا ہوتا ہے دیکھا جائے۔

$$\begin{aligned} 9 - (5 - 2) &= 9 - 3 = 6 \\ (9 - 5) - 2 &= 4 - 2 = 2 \end{aligned}$$

$$9 - (5 - 2) = (9 - 5) - 2$$

اس لیے تفریق کے معاملے میں تلازمی اصول سچ نہیں ہوتا۔

کیا آپ جانتے ہیں؟

برابر نہیں ہے کو نشان سے ظاہر کیا جاتا ہے۔

مثال کے طور پر 0 4-3

تب 9-5-2 کو کس طرح سہل کریں گے؟

چلیے روزمرہ کی زندگی میں ایک ایسی حالت سوچیں جس میں 9-5-2 کو سہل کرنے کی ضرورت پڑتی ہے۔  
چاک بکس میں 9 عدد چاک تھے۔ اس میں سے طاہر نے 5 عدد چاک لیے اور ریحان نے اپنی جماعت کے لیے  
2 چاک لیے۔ کتنے چاک بچے؟



طاہر کے 5 عدد چاک لینے کے بعد بچ گئے۔

$$9 - 5 = 4$$

ریحان کے 2 عدد چاک لینے کے بعد بچ گئے۔

$$4 - 2 = 2$$

یہاں ہم نے دیکھا۔

9 - 5 - 2 میں پہلے تفریق عمل کیا گیا اور دوسرا تفریق عمل کو (یعنی 2 کی تفریق) بعد میں کی گئی۔

اس لیے  $9 - 5 - 2 = (9 - 5) - 2 = 4 - 2 = 2$  اس عمل کو دوسرے طریقے سے بھی کیا جاسکتا تھا۔

9 عدد چاک میں سے طاہر نے 5 عدد اور ریحان نے 2 عدد چاک۔ اس لیے طاہر اور ریحان دونوں مل کر

لیے  $(5+2)$  عدد چاک۔ 9 سے  $(5+2)$  نکلنے کے بعد باقی بچے  $9 - (5+2)$

$$9 - (5+2) = 9 - 5 - 2$$

$$9 - 7 = 2$$

اسی طرح 6-1-2 کے لیے آپ روزمرہ زندگی سے مثال دے کر حاصل تفریق معلوم کیجیے۔

#### مشق: 4.2

1۔ تلازمی اصول کا استعمال کرتے ہوئے دو طریقوں سے حاصل جمع معلوم کیجیے۔

$$\dots\dots\dots = \dots\dots\dots + \dots\dots\dots = (12+9)+8 = 12+9+8 \quad (i)$$

$$\dots\dots\dots = \dots\dots\dots + \dots\dots\dots = 12+(9+8) = 12+9+8 \quad (ii)$$

2 (i) فطری عدد کے نظام میں ہر عدد اس کے پہلے والے عدد کتنا زیادہ ہوتا ہے؟

(ii) سب سے چھوٹا فطری عدد کون ہے؟

(iii) سب سے بڑا فطری عدد کون سا ہے، آپ بتا سکتے ہیں کیا؟

(iv) ایک بہت بڑا عدد سوچیے۔ اس کے بعد کا عدد اس سے کتنا بڑا ہے؟

3۔  $536+718+464$  کا حاصل جمع معلوم کرنے کے لیے دیا گیا ہے۔ نقلی اور تلازمی اصول کے استعمال سے

یہ حاصل جمع معلوم کیجیے۔

4- ذیل کے جمع کو آسان کرنے کے لیے صحیح ترتیب میں سجا کر لکھیے اور پھر جمع کیجیے۔

$$654+333+346 \quad (ii) \quad 417+384+583 \quad (i)$$

$$2062+353+1438+547 \quad (iv) \quad 2536+1205+7464 \quad (iii)$$

5- ذیل کے تفریقی فکروں کو جمع فکروں میں لکھیے۔

$$316-285=31 \quad (iii) \quad 12-7=5 \quad (ii) \quad 9-5=4 \quad (i)$$

6- ایک گاؤں کی آبادی 1500 ہے۔ اگر اس گاؤں میں مردوں کی تعداد 489 اور عورتوں کی تعداد 512 ہو تو بچوں کی تعداد کتنی ہے۔

7- سو بھن کے پاس 52,718 روپے تھے۔ اس نے 5000 روپے قرض ادا کیے اور 2500 روپے کی قیمت کی ایک سائیکل خریدی۔ اس کے پاس کتنے روپے بچے؟

**4.8.4 ضرب کا عمل اور اس کے اصول:**

(i) ضرب کا عمل

کیا آپ جانتے ہیں:  $5+5$  کو لکھ سکتے ہیں  $5 \times 2$

$5+5+5$  کو لکھ سکتے ہیں  $5 \times 3$

$5+5+5+5$  کو لکھ سکتے ہیں  $5 \times 4$

یعنی ایک فطری عدد کو اسی عدد سے بار بار جوڑنے کو ضرب کے ذریعہ ظاہر کیا جاتا ہے۔

$5 \times 2$  کا نتیجہ جاننے کے لیے  $5+5$  کا حاصل جمع معلوم کرتے ہیں۔

اسی طرح  $5 \times 3$  کا نتیجہ جاننے کے لیے 3 بار 5 کو جمع کیا جاتا ہے۔ یعنی  $5 \times 3$  کا مطلب ہے 3 بار 5 کو جوڑنا۔

اس لیے ہم کہتے ہیں کہ:

$$4 \times 7 = 4+4+4+4+4+4+4 = 28$$

ہم ضرب کو جمع میں بدل کر دو عددوں کا حاصل ضرب معلوم کرتے ہیں اور حاصل ضرب کو پہاڑے کی شکل میں لکھ کر یاد رکھتے ہیں۔ یاد کیے گئے پہاڑے کو استعمال کر کے بڑے بڑے عددوں کا حاصل ضرب معلوم کرتے ہیں۔

**ضرب کے عمل سے متعلق مختلف اصول:**

(i) ذیل میں دیے گئے ضرب کا عمل کر کے حاصل ضرب معلوم کیجیے۔

$$14 \times 12 = \quad 12 \times 9 = \quad 8 \times 6 = \quad 5 \times 7 =$$

جو حاصل ضرب ملے وہ کس طرح کے عدد ہیں؟

ہم نے دیکھا کہ:

دو فطری عددوں کا حاصل ضرب ایک فطری عدد ہوتا ہے۔

یعنی ضرب کے عمل پر بندشی اصول (Closure Law) سچ ثابت ہوتا ہے۔

(ii) خود کر کے دیکھیے:



☆ کسی بھی دو فطری عدد کو اپنی کاپی میں لکھیے۔ ان کے درمیان ایک کواول عدد اور دوسرے کو دوئم عدد کا نام دیجیے۔

$$3 \times 8 = ?$$

☆ اول عدد سے دوئم عدد کو ضرب کر کے حاصل ضرب معلوم کیجیے۔

$$8 \times 3 = ?$$

☆ اسی طرح اب دوئم عدد سے اول عدد کو ضرب کر کے حاصل ضرب

معلوم کیجیے۔ اب آپ کو کیا ملا؟

☆ اب اور ایک جوڑا فطری عدد لے کر اسی طرح کا عمل کریں۔

ہر جگہ یہ دیکھا جائے گا کہ دو عددوں کو ترتیب بدل کے ضرب کرنے سے حاصل ضرب برابر ہوگا۔

ہم نے یہ جانا کہ دو عددوں کو ترتیب بدل کر ضرب کرنے سے حاصل ضرب نہیں بدلتا۔

یعنی فطری عدد کے نظام میں ضرب کا عمل تقابلی اصول کا پابند ہوتا ہے۔

(iii) ذیل میں دیے گئے عمل پر غور کریں۔

تین عدد ڈوکریوں میں سے ہر ایک میں 4 عدد گیندیں رکھی گئی ہیں انہیں (i), (ii), (iii), (iv) نام سے ظاہر کیا گیا ہے۔



ذیل میں چار ٹوکریاں ہیں۔ اوپر کے سبھی ٹوکری میں سے (i) نام کے گیند کو لائیے اور پہلی ٹوکری میں رکھیے۔

اوپر کے سبھی ٹوکری میں سے (ii) نام کے گیند کو لائیے اور دوسری ٹوکری میں رکھیے۔

اوپر کے سبھی ٹوکری میں سے (iii) نام کی گیندوں کو نیچے کی تیسری ٹوکری میں اور (iv) نام کی گیندوں کو چوتھی

ٹوکری میں رکھیے۔



تینوں ٹوکریوں میں کل گیندوں کی تعداد  $12 = 3 \times 4$

اس کے نیچے دی گئی چار عدد ٹوکریوں میں کل گیندوں کی تعداد  $12 = 4 \times 3$

اب ہم نے دیکھا کہ ہر ایک ٹوکری میں چار عدد گیندیں رہتی ہیں۔ تین ٹوکری میں کل گیندوں کی تعداد جتنی ہے ہر ٹوکری میں تین عدد کے حساب سے چار ٹوکریوں میں کل گیندوں کی تعداد اتنی ہی ہے۔

$$4 \times 3 = 3 \times 4$$

اس کام سے آپ نے ضرب کے عمل کے کس اصول کو جانچ کے دیکھا؟

(iv) ذیل کی باتوں پر غور کیجیے:

راجا کے خزانے سے ایک صندوق چوری ہو گیا۔ خزانے کے رکھوالے نے چوری کی خبر راجا کو دی۔ اور صندوق کے اندر جتنے سونے کے سکے تھے ان کا حساب اس طرح بتلایا۔

صندوق میں 5 تھاک تھے۔ ہر تھاک میں 4 عدد برتن اور ہر برتن میں 3 عدد سونے کے سکے تھے۔

|                                                                      |                                                            |
|----------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------|
| راجا حساب کیا:                                                       | وزیر نے حساب کیا:                                          |
| ایک تھاک میں برتن کی تعداد = 4                                       | ایک برتن میں سکوں کی تعداد = 3                             |
| 5 تھاک میں برتن کی تعداد = $20 = 4 \times 5$                         | 4 برتن میں سکوں کی تعداد $12 = 3 \times 4$                 |
| ایک برتن میں سکوں کی تعداد = 3                                       | ایک تھاک میں سکوں کی تعداد = 12                            |
| 20 برتنوں میں سکوں کی تعداد = $60 = 3 \times 20$                     | اسی طرح کے 5 تھاک میں سکوں کی تعداد = $60 = 5 \times 12$   |
| یا اس حساب کو ہم لکھیں گے $60 = 20 \times 3 = (4 \times 5) \times 3$ | یا اس حساب کو ہم لوگ لکھیں گے $60 = (3 \times 4) \times 5$ |

بادشاہ اور وزیر کے حساب سے چوری ہوئے سکوں کی تعداد کے درمیان کوئی فرق دیکھ رہے ہیں کیا؟

دونوں کے حساب کرنے کا طریقہ الگ ہونے پر بھی جواب برابر ہے۔

$$(3 \times 4) \times 5 = (4 \times 5) \times 3$$

اب آپ خود کیجیے:

$$? = 5 \times (3 \times 4)$$

$$? = (5 \times 4) \times 3$$

$$? = (3 \times 5) \times 4$$

ہر حالت میں برابر حاصل ضرب ملے گا۔ تینوں طرح کے ضرب کے طریقوں کو دیکھ کر آپ نے کیا جاننا۔ اس سے آپ کو معلوم ہوا کہ تین فطری عدد کو ضرب کرتے وقت پہلے کسی دو کو ضرب کر کے حاصل ضرب کے ساتھ تیسرے عدد کو ضرب کیا جاتا ہے۔

تینوں عدد کا ضرب میں اس اصول کو تلازمی اصول کہا جاتا ہے۔

تلازمی اصول:



تین فطری عدد کو ضرب کرتے وقت ان تینوں اعداد کے درمیان کسی دو عدد کو پہلے ضرب کرنے کے بعد حاصل ضرب کو تیسرے عدد کے ساتھ ضرب کیا جاتا ہے۔  
خود کر کے دیکھیے:

میں آپ کے اندر چھپ گیا ہوں

☆ آپ کوئی بھی فطری عدد سوچے۔

☆ سوچے ہوئے عدد کو 1 کے ذریعہ ضرب کیجیے۔

☆ پہلے سوچے ہوئے عدد اور ضرب کرنے کے بعد ملنے والے حاصل ضرب کو بلیک بورڈ پر لکھیے۔

☆ آپ نے جس عدد کے ساتھ 1 کو ضرب کیا تھا اس عدد کو اور حاصل ضرب کو دیکھیے اور ان دونوں کے درمیان جو تعلق ہے اسے لکھیے۔ آپ نے کیا غور کیا؟

ضرب کا اصول تماثلہ: (Law of Identity)

کوئی بھی فطری عدد  $1 \times x = x$  وہی عدد = وہی عدد۔

#### 4.7.5 ضرب اور جمع کے اجتماعی اصول:

پہلی حالت: زید اور اشرف دونوں کا آج جنم دن ہے۔ زید کی عمر 12 سال ہے۔ اور اشرف کی عمر 8 سال ہے۔ انہیں چوکیٹ دیا جائے گا۔ ہر ایک کی عمر 4 گنا چوکیٹ دیا جائے گا۔ تو بتائیے کہ وہ کتنا کتنا چوکیٹ پائیں گے۔ اور کل کتنا چوکیٹ دیا جائے گا؟



جواب: زید کے چوکیٹ کی تعداد  $48 = 12 \times 4$

اشرف کے چوکیٹ کی تعداد  $32 = 8 \times 4$

دونوں کو دیے جانے والے چوکیٹ کی تعداد  $80 = 32 + 48$

اسی حساب کو ذیل کے طریقے سے بھی کیا جاسکتا ہے۔

انہیں دیے گئے کل چوکیٹ کی تعداد  $(12 + 8) \times 4$

$$80 = 20 \times 4 =$$

اسی طرح ہم لوگوں نے دیکھا کہ  $12 \times 4 + 8 \times 4 = (12 + 8) \times 4$

دوسری حالت:

ایک ملازم روزانہ دوپہر کے کھانے کے لیے 20 روپے اور چایے کے لیے 5 روپے پاتا ہے۔ وہ 4 دنوں میں کھانے اور چایے کے لیے کل کتنے روپے پائے گا؟

پہلے طریقے میں حساب:

دوپہر کے کھانے اور چایے کی بابت ایک دن میں دی گئی رقم  $(20+5)$  روپے۔  
4 دنوں میں دی گئی رقم  $= (20+5) \times 4$  روپے  
 $25 \times 4 = 100$  روپے

دوسرے طریقے میں حساب:

دوپہر کے کھانے کی بابت 4 دنوں میں دی گئی رقم  $20 \times 4$   
چائے کی بابت 4 دنوں میں دی گئی رقم  $5 \times 4$  روپے  
4 دنوں میں کھانے اور چائے کی بابت دی گئی کل رقم  
 $= (20 \times 4 + 5 \times 4)$  روپے  
 $(80 + 20) = 100$  روپے

لہذا ہم لوگوں نے دیکھا  $(20 + 5) \times 4 = 20 \times 4 + 5 \times 4$

اسی طرح کی دو اور مثالیں آپ پیش کیجیے۔ ضرورت پڑنے پر اپنے ساتھ یا استاد سے مدد لے سکتے ہیں۔  
ہم لوگوں نے سیکھا:

تین فطری اعداد کے درمیان پہلے اور دوسرے کے حاصل جمع کو تیسرے عدد کے ساتھ ضرب کرنے سے جو نتیجہ ملتا ہے وہ پہلے کو تیسرے کے ساتھ اور دوسرے کو تیسرے کے ساتھ الگ الگ طور پر ضرب کر کے ان دونوں حاصل ضرب کو جوڑنے پر حاصل جمع کے برابر ہوتا ہے۔

ضرب اور جمع کے متعلق مندرجہ بالا اصول کو تقسیمی اصول (Distributive Law) کہا جاتا ہے۔  
اسی طرح ضرب اور تفریق پر بھی تقسیمی اصول صادق آتا ہے۔ ذیل کے مثالیں ملاحظہ فرمائیے۔

$$(8 - 5) \times 4 = 8 \times 4 - 5 \times 4$$

اس کی سچائی کو خود جانچ کر کے دیکھیے۔

### مشق 4.3

1۔ ذیل میں فطری اعداد کے مختلف عوامل دیے گئے ہیں ان کے اصولوں کے نام لکھیے۔

(i)  $5 \times 8 = 8 \times 5$

(ii) دو فطری اعداد کا حاصل ضرب ایک فطری عدد ہوتا ہے۔

(iii)  $(8 \times 5) \times 3 = 8 \times (5 \times 3) = (8 \times 3) \times 5$

(iv)  $308 = 1 \times 308 = 308 \times 1$  ،  $12 = 12 \times 1 = 1 \times 12$  ،  $5 = 5 \times 1 = 1 \times 5$

(v)  $(7+5) \times 3 = 7 \times 3 + 5 \times 3$

(vi)  $(12-4) \times 5 = 12 \times 5 - 4 \times 5$

2۔ ذیل کی مثال کو دیکھیے۔ اسی کا طریقہ اپناتے ہوئے بعد والے اعداد کو ضرب کیجیے۔

$$\begin{aligned} \text{مثال: } (30+7) \times 14 &= 37 \times 14 \\ &= 30 \times 14 + 7 \times 14 \\ &= 420 + 98 \\ &= 518 \end{aligned}$$

$$512 \times 28 \quad (\text{iv}) \quad 206 \times 18 \quad (\text{iii}) \quad 98 \times 16 \quad (\text{ii}) \quad 118 \times 12 \quad (\text{i})$$

- 3 (i) فطری اعداد کے مجموعہ میں کس عدد کو ضربی تماثلہ (Multiplicative Law) کہا جاتا ہے؟  
 (ii) کون سا اصول ہمیں تین فطری اعداد کا حاصل ضرب معلوم کرنے میں مدد کرتا ہے؟  
 (iii)  $12 \times 7 \times 5$  کا حاصل ضرب معلوم کرنے کے لیے عددوں کو مناسب ترتیب میں لے کر تلازمی اصول استعمال کیجیے۔

4۔ تقسیمی اصول کے تحت ذیل کو مختصر کریں:

$$\begin{aligned} 4 \times (8+6) \quad (\text{iii}) & \quad (12+7) \times 5 \quad (\text{ii}) \quad (15+5) \times 6 \quad (\text{i}) \\ (324-220) \times 5 \quad (\text{vi}) & \quad 8 \times (17-9) \quad (\text{v}) \quad (15+12) \times 4 \quad (\text{iv}) \end{aligned}$$

5۔ مناسب اصول کو استعمال کر کے سہل کیجیے:

$$\begin{aligned} 398 \times 7 + 398 \times 3 & \quad (\text{i}) \\ 8265 \times 163 + 8265 \times 37 & \quad (\text{ii}) \\ 15625 \times 15265 - 15625 \times 15625 & \quad (\text{iii}) \\ 887 \times 10 \times 461 - 361 \times 8870 & \quad (\text{iv}) \end{aligned}$$

- 6۔ ایک دوکاندار نے کسی ہفتہ 9785 روپے کے حساب سے 115 عدد ٹیلی ویژن فروخت کیے۔ تو دوکاندار کو کل کتنے روپے ملے؟  
 7۔ ایک تاجر ایک رکشے میں تین بورا چاول اور 8 بورا دال ہاٹ کو بھیجتا ہے۔ ہاٹ کے دن انھوں نے 8 رکشوں پر چاول اور دال بازار کو بھیجا۔ ہاٹ کے روز انہوں نے کل کتنے بورے سامان بھجوائے؟

#### 4.8.6 تقسیم کا عمل اور اس کے اصول:

- آئیے ایک صورت حال پر غور کریں۔ اسکول میں جھنڈا لہرانے کے لیے 8 میٹر لمبی رسی کی ضرورت ہوتی ہے۔ آفس میں 42 میٹر لمبی ایک رسی ہے۔  
 زید نے کہا: آفس میں موجود رسی سے 8 میٹر لمبی رسی کا ایک ٹکڑا کاٹ کر لاؤ۔  
 ریحان بولا: بڑی رسی سے 8 میٹر لمبا جتنا ٹکڑا ممکن ہے اتنا ٹکڑا کاٹ کر رکھ دو، جس وقت ضرورت پڑے گی ان میں سے ایک ٹکڑا لے کر جھنڈا لہرانے میں استعمال کیا جائے گا۔

8 میٹر لمبی رسی کاٹنے کا کام شروع ہوا۔ سیما کا غذا اور قلم پکڑ کر حساب کرنے لگی۔ بڑی رسی کی لمبائی 42 میٹر۔

|                    |
|--------------------|
| 42 فٹ.             |
| - 8 فٹ. (ଖଟେ)      |
| 34 فٹ.             |
| - 8 فٹ. (ଦୁଇ ଖଟ)   |
| 26 فٹ.             |
| - 8 فٹ. (ତିନି ଖଟ)  |
| 18 فٹ.             |
| - 8 فٹ. (ଚାରି ଖଟ)  |
| 10 فٹ.             |
| - 8 فٹ. (ପାଞ୍ଚ ଖଟ) |
| 2 فٹ.              |

☆ 8 میٹر لمبی رسی کاٹی گئی۔

باقی کتنی رہی؟

☆ اور 8 میٹر لمبی رسی کاٹی گئی۔

باقی کتنی رہی؟

☆ پھر ایک ٹکڑا کاٹا گیا۔

باقی کتنا رہا؟

☆ پھر ایک ٹکڑا کاٹا گیا۔

باقی کتنا رہا؟

☆ پھر ایک ٹکڑا کاٹا گیا۔

باقی کتنا رہا؟

رسی کاٹنے کا کام پورا ہونے سے پہلے سیما اپنا حساب دیکھ کر بولی۔ 8 میٹر لمبائی والے 5 عدد رسی کے ٹکڑے ملے ہوں گے اور 2 میٹر چھوٹی رسی بچی ہوگی۔

اب سب لوگوں نے دیکھا کہ جھنڈا لہرایے جانے کے لائق 5 عدد رسی کے ٹکڑے ملے اور 2 میٹر والی چھوٹی رسی بچی۔ ارمان، سیما کے حساب کو دیک رہا تھا۔ آخر میں اسے ایک ٹکڑا چاک پکڑ کر بلیک بورڈ پر اس طرح حساب کیا۔

୫ ଖଟ ଦଉଡ଼ା ବଳିଲା

$$\begin{array}{r} 8 \overline{) 42} \\ - 40 \\ \hline \end{array}$$

2 فٹ. ଦଉଡ଼ା ବଳିଲା

حساب پورا کرنے کے بعد کہا: ”رسی کو ٹکڑے ٹکڑے کر کے کاٹنے سے پہلے یہ جان سکتے تھے کہ جھنڈا لہرانے کے لیے رسی کے کتنے ٹکڑے ملیں گے اور کتنا حصہ بچ جائیے گا۔“

ہم نے دیکھا:

42 سے ترتیب وار 8 کو بار بار تفریق کر کے جو نتیجہ ملا 42 کو 8 سے تقسیم کرنے پر وہی ملا۔

شاید نے کہا جو 2 میٹر لمبی رسی بچ گئی۔ اس کا کیا کام ہوگا؟ ہم اگر رسی کو برابر کر کے کاٹتے تو رسی برباد نہیں ہوتی۔  
ریحان نے پوچھا۔ اسے کس طرح کرتے؟

شاید نے کیا کیا آئیے دیکھیں۔ اپنے ایک ساتھی حاسب کو کچھ دوڑ کھڑا کیا اور رسی کو پانچ تہہ کر کے اپنے اور حاسب کے ہاتھ کے درمیان گھمایا۔ اس کے بعد دونوں ہاتھ کے پاس مڑے ہوئے حصوں کے پاس کاٹ دینے کو کہا۔  
فی الحال رسی پانچ برابر ٹکڑوں میں کٹ گئی۔

شاید بولا ”دیکھو اس طرح رسی بالکل برباد نہیں ہوئی۔

سیمانے پوچھا۔ ہر ٹکڑے کی لمبائی کتنی ہے؟

ناپ کر دیکھا گیا کہ ہر ٹکڑے کی لمبائی 8 میٹر 40 سنٹی میٹر ہوئی۔

ارمان نے کہا ناپ نہیں کر کے کس طرح ہر ٹکڑے کی لمبائی جان سکیں گے۔

رسی کی کل لمبائی 42 میٹر یا 4200 سنٹی میٹر۔ اسے برابر ٹکڑا میں کاٹا گیا۔

اس لیے ہر ٹکڑے کی لمبائی  $4200 \div 5$  سنٹی میٹر۔

$$= 840 \text{ سنٹی میٹر یا } 8 \text{ میٹر } 40 \text{ سنٹی میٹر}$$

ریحان کے کام سے معلوم ہوا: تقسیم کا عمل ہے بڑے عدد سے چھوٹے عدد کو ترتیب وار تفریق کرنا۔

شاید کے کام کو دیکھا گیا کہ تقسیم ضرب کا مخالف عمل ہوتا ہے۔ یعنی کسی عدد کا 5 گنا 42 ہے اس کو معلوم کرنا تقسیم

ہے۔

پہلے والی تقسیم میں کچھ باقی رہ سکتا ہے۔ دوسرے والی تقسیم میں کچھ باقی نہیں رہتا۔

پہلی قسم کی تقسیم میں:

42 ایک مقسوم ہے۔ (جس عدد سے ایک چھوٹا عدد سلسلہ وار تفریق کیا جاتا ہے)

8 مقسوم علیہ ہے۔ (جس کو 42 سے بار بار تفریق کیا جاتا ہے)

5 خارج قسمت ہے۔ (42 سے جتنی بار 8 کو تفریق کیا جاتا ہے)

2 باقی ہے۔ (42 سے 8 کو 5 بار تفریق کرنے کے بعد جو کچھ بچتا ہے)

تقسیم کرتے وقت ہم لوگوں نے دیکھا:  $42 - 8 \times 5 = 2$

باقی = مقسوم علیہ  $\times$  خارج قسمت - مقسوم

دوسری قسم کے طریقہ تقسیم میں

42 ہوتا ہے شمار کنندہ یا اصل عدد

5 ہوتا ہے نسب نما یا حصوں کی تعداد

$42/5$  میٹر یا 8 میٹر 40 سنٹی میٹر ہر حصہ ہوتا ہے۔

ہر حصہ  $\times$  حصوں کی تعداد = اصلی عدد

یہاں پر ہر حصہ کسر ہو سکتا ہے۔ اس لیے اس طرح کی تقسیم فطری عدد کے مجموعہ کے تحت نہیں آتی۔

فطری عدد کے علاقے میں تقسیمی عمل سے متعلق چند معلومات

☆ حقیقی عدد کے علاقے میں تقسیم کے عمل ہے ایک بڑے عدد سے ایک چھوٹے عدد کی متواتر تفریق۔

☆ بڑا عدد مقسوم تفریق کیے جانے والا چھوٹا عدد مقسوم علیہ اور سب سے زیادہ جتنی بار تفریق کیا جاسکتا ہے، اسے

خارج قسمت اور جو عدد بچا رہتا ہے اسے باقی کہتے ہیں۔

☆ باقی ہمیشہ مقسوم علیہ سے چھوٹا ہوتا ہے۔

4.8.7 تقسیمی عمل کے مختلف اصول:

(i) فطری اعداد کی تقسیم پذیری:

جو کوئی ایک فطری عدد لیجیے، جو 5 سے بڑا ہو۔ فرض کیجیے ہم نے 15 لیا۔ اسے 2، 3 اور 5 کے ذریعہ

الگ الگ تقسیم کریں گے۔

$$\begin{array}{r} 7 \\ 2 \overline{) 15} \\ \underline{-14} \\ 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5 \\ 3 \overline{) 15} \\ \underline{-15} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \\ 5 \overline{) 15} \\ \underline{-15} \\ 0 \end{array}$$

ہم لوگوں نے دیکھا: 2 کے ذریعہ تقسیم کرنے پر 1 باقی رہا لیکن 3 یا 5 کے ذریعہ تقسیم کرنے پر باقی 0 رہا۔ یعنی باقی کچھ نہیں

رہا۔ اس حالت میں ہم کہتے ہیں 15، 2 کے ذریعہ ناقابل تقسیم ہے مگر 3 اور 5 ہر ایک کے ذریعہ قابل تقسیم ہے۔

غرض ہم لوگوں نے دیکھا:

ایک فطری عدد اس سے ایک چھوٹے عدد کے ذریعہ ہمیشہ قابل تقسیم نہیں ہوتا یعنی کئی تقسیمی عمل میں آخر میں کچھ نہ

کچھ باقی رہتا ہے۔ دوسری کئی حالتوں میں کچھ باقی نہیں رہتا۔

## (ii) ایک فطری عدد کو اسی عدد کے ذریعہ تقسیم کرنا:

5 چاک والے بکس سے 5 چاک لے جانے پر کوئی نہیں بچے گا۔ اس لیے 5 سے 5 کو صرف ایک بار تفریق کیا جا

کیا آپ جانتے ہیں؟  
فطری اعداد کی صورت میں جو کوئی عدد  $\div$  وہی عدد = 1  
اس لیے ہر ایک حقیقی عدد اپنے ہی کے ذریعہ قابل  
تقسیم ہے۔

سکے گا۔ اس لیے ہم لوگوں نے جانا  $5 \div 5 = 1$  اور باقی کچھ نہیں۔

$$1 = 18 \div 18 \quad 1 = 637 \div 637$$

یہاں آپ کیا غور کر رہے ہیں؟

ہم لوگوں نے دیکھا ہر فطری عدد کو اسی عدد کے ذریعہ تقسیم کرنے پر خارج  
قسمت 1 ہوگا۔

## (iii) کسی فطری عدد کو 1 کے ذریعہ تقسیم کرنا:

8 چاک والے بکس سے ایک ایک چاک لینے پر 8 مرتبہ کے بعد سبھی چاک ختم ہو جائے گا۔

کیا آپ جانتے ہیں؟  
فطری اعداد کی صورت میں  $1 \div$  کوئی  
عدد = وہی عدد

$$8 \div 1 = 8$$

$$32 \div 1 = 32 \quad 624 \div 1 = 624$$

آپ کیا غور کرتے ہیں؟

## مشق 4.4

1- ذیل کے سوالوں میں تقسیم عمل کر کے خارج قسمت اور باقی معلوم کیجیے۔ یہ صحیح ہے یا نہیں اس کی جانچ کیجیے۔

کیا آپ جانتے ہیں؟  
تقسیم صحیح ہے یا نہیں جاننے کے لیے ذیل کے اصول کو  
استعمال کیا جاتا ہے۔  
اصل عدد = مقسوم علیہ  $\times$  خارج قسمت + باقی  
اسے یوکلڈ طریقہ کہا جاتا ہے۔

$$777 \div 58 \quad (i) \quad 6324 \div 245 \quad (ii)$$

$$16025 \div 1000 \quad (iii) \quad 6906 \div 35 \quad (iv)$$

$$12345 \div 975 \quad (v) \quad 5436 \div 300 \quad (vi)$$

2- خالی جگہوں کو بھریئے:

$$104 \div 104 = \dots\dots\dots (i) \quad 305 \div \dots\dots\dots = 305 \quad (ii)$$

3- ذیل میں دیے گئے اعداد کا براکیٹ کے ہر عدد کے ذریعہ تقسیم کیجیے اور کس عدد کے ذریعہ اصلی عدد قابل تقسیم ہے  
اسے لکھیے۔

$$306 \quad (i) \quad [2, 3, 4, 5, 6] \quad (ii) \quad 1701 \quad [9, 8, 7, 6] \quad (iii) \quad 3564 \quad [11, 9, 8, 7]$$

4- چھ ہندسوں والا کون سا سب سے چھوٹا عدد 74 کے ذریعہ قابل تقسیم ہے؟

- 5- چار ہندسوں والا کون سا سب سے بڑا عدد 48 کے ذریعہ قابل تقسیم ہوگا؟
- 6- کس عدد کو 24 کے ذریعہ تقسیم کرنے پر خارج قسمت 18 ہوگا اور باقی 9 رہے گا؟
- 7- ایک کسان کے پاس 700 پودے تھے۔ اس نے ہر قطار میں 32 عدد پودہ لگایا۔ ان کے پاس کتنے پودے بچے ہوں گے؟
- 8- ایک سینما ہال میں ہر قطار میں 36 عدد کرسیاں ڈالی گئی ہیں۔ کم از کم کتنی قطاروں میں 600 ناظرین بیٹھ سکیں گے۔ اور کتنی کرسیاں خالی رہیں گی؟

9- (i) 1325 سے کم از کم کتنا تفریق کرنے سے حاصل تفریق 36 کے ذریعہ قابل تقسیم ہوگا؟

(ii) 1325 کے ساتھ کم از کم کتنا جمع کرنے سے حاصل جمع 42 کے ذریعہ قابل تقسیم ہوگا؟

10- (i) 102 کو 12 کے ذریعہ تقسیم کریں اور ذیل کی خالی جگہوں میں خارج قسمت اور باقی لکھیں۔

102 کو 12 کے ذریعہ تقسیم کرنے پر خارج قسمت = ..... اور باقی = ..... ہوگا۔

(ii) 102 کو 8 کی ذریعہ تقسیم کر کے خالی جگہ میں خارج قسمت اور باقی لکھیے۔

102 کو 8 کے ذریعہ تقسیم کرنے پر خارج قسمت = ..... اور باقی = ..... ہوگا۔

11- سوال نمبر 10 میں آپ نے دیکھا کہ اگر 102 اصل عدد ہو تو -

مقسوم علیہ 12 اور خارج قسمت 8 ہوتا ہے۔

مقسوم علیہ 8 ہو تو خارج قسمت 12 اور ہر حالت میں باقی 6 رہے گا۔

اب 106 کو 12 کے ذریعہ تقسیم کر کے خارج قسمت اور باقی معلوم کریں۔

سوال 10 میں آپ نے دیکھا کہ مقسوم علیہ 12 ہونے سے خارج قسمت 8 اور مقسوم علیہ 8 ہونے سے خارج قسمت 12 ہوتا ہے۔ لیکن اس سوال کے تقسیمی عمل مقسوم علیہ 12 ہونے سے خارج قسمت جتنا ملا اسی عدد کو مقسوم علیہ لے کر تقسیم کرنے پر خارج قسمت 12 ہوا کیا؟ کیوں نہیں ہوا؟

12- اگر ایک عدد کو 15 کے ذریعہ تقسیم کرنے پر باقی کچھ نہیں بچے گا تو اس عدد کو اور کس کس عدد کے ذریعہ تقسیم کرنے سے باقی کچھ نہیں رہے گا؟

#### 4.9 فطری عدد کی توسیع:

مقامی قیمت کی مدد سے صرف 10 ہندسوں کو استعمال کر کے جب تمام بڑے بڑے عدد لکھنے کی بابت سوچا گیا تو اس وقت ”کچھ نہیں“ کی صورت حال کو عدد کی شکل دینے کی ضرورت پڑی اور اس سے صفر 0 کا تصور پیدا ہوا۔ اسے ایک ہندسے شکل میں استعمال کیا گیا۔

یاد رکھیے:  
0,1,2,3,4,5..... انہیں عددوں کے  
مجموعہ کو Whole Number یا مثبت  
عدد صحیح ہے۔ اس عدد کے مجموعہ کا  
N+ علامت کے ذریعہ ظاہر کیا جاتا ہے۔

روزمرہ کی زندگی میں ”جو کچھ تھا وہ سب ختم ہو گیا۔“ یہ ایک عام تجربہ ہے۔ یعنی  
3-3، 5-5، 215-215 وغیرہ تفریق میں حاصل تفریق دکھانے کے لیے 0 کی  
ضرورت پڑتی ہے۔ اس لیے 0 صفر کو فطری عدد میں شامل کرنے کے لیے سوچا جا رہا  
ہے۔ فطری عدد کو مجموعہ کے ساتھ صفر 0 کو شامل کر کے جو مجموعہ عدد ہوا ہے ”توسیع  
شدہ فطری عدد کا مجموعہ“ کہا جاتا ہے۔

#### 4.9.1 توسیع شدہ فطری عدد کے مجموعے میں جمع اور تفریق وغیرہ کا عمل:

(i) کوئی چیز نہ ہونے کی صورت میں بالفاظ دیگر ”کچھ نہیں“ کا نشان 0 صفر ہوتا ہے۔  
اس لیے  $5+0=5$  کچھ نہیں۔

اس طرح کی حالت میں حاصل جمع 5 ہوگا۔

$$7+0=7، 285+0=285$$

ان مثالوں سے ہم لوگوں نے دیکھا:

کسی بھی فطری عدد کے ساتھ 0 کو جمع کرنے سے حاصل جمع وہی فطری عدد ہوتا ہے۔

لہذا توسیع شدہ فطری اعداد کے نظام میں جمع کا عمل تماشلہ (Identity) کے اصول کا پابند ہوتا ہے۔

#### (ii) توسیع شدہ فطری اعداد کا اصول تماشلہ:

کسی توسیع شدہ فطری عدد کے ساتھ صفر (0) جمع کرنے یا 0 کو اس عدد کے ساتھ جمع کرنے سے

حاصل جمع وہی عدد ہوگا۔ اسی وجہ سے 0 کو جمعی تماشلہ (Additive Identity) کہا جاتا ہے۔

غور کیجیے: فطری عدد کے نظام کے ساتھ 0 کو شامل کرنے سے پہلے جمع کے عمل میں تماشلہ کے اصول کو جگہ نہیں ملی تھی یا  
جمعی تماشلہ بھی فطری اعداد کے مجموعے میں شامل نہیں تھا۔

ہم لوگ خود جانچ کر کے دیکھ سکیں گے کہ فطری اعداد کے نظام میں جمع کے عمل اور ضرب کے عمل میں جو جو اصول کا

رہنما تھے، توسیع شدہ فطری اعداد کے نظام بھی وہ تمام اصول کا فرما ہوتے ہیں۔

#### 4.9.2 تفریق کے عمل کا انفرادی اصول:

(i) ذیل کے تفریقی عمل پر غور کیجیے:

$$3-3=0$$

$$5-5=0$$

$$238-238=0$$

ہم لوگوں نے دیکھا:

کسی بھی فطری عدد سے اسی عدد کو تفریق کرنے سے حاصل تفریق 0 یا صفر ہوتا ہے۔ جس وقت ایک چاک کے بکسے میں کوئی چاک نہیں ہوتا تو اس سے ایک چوک لانے کو جائیں خالی ہاتھ واپس ہونا پڑتا ہے۔ یعنی ہم خالی بکس سے ”کچھ نہیں“ لائے۔ اس کے بعد بھی خالی بکس خالی ہی رہا۔

اس لیے توسیع شدہ فطری اعداد کے نظام میں تفریق سے متعلق ایک اصول یہ ہے۔  
کسی بھی عدد سے اسی عدد کو تفریق کرنے سے حاصل تفریق صفر (0) ہوتا ہے۔

(ii) آئیے ہم ایک اور صورت حال پر غور کریں۔

پانچ چوک والے بکسے سے میں نے بالکل چاک نہیں لیا تو بکسے میں کتنا چاک رہا؟ ضرور بکسے میں پہلے کی طرح تمام چاک رہا۔

اس لیے  $5-0=5$  اسی طرح  $9-0=9$  ،  $83-0=83$

تفریق کے تعلق سے ایک اور اصول ہم لوگوں نے جانا۔

وہی عدد  $0=$  کوئی بھی عدد

(iii) توسیع شدہ فطری اعداد کے نظام میں ضرب کا ایک اصول:

ہم اس طرح کی ایک صورت حال پر غور کریں:

کس طرح کسی عدد کے ترتیب وار جمع کو ضرب میں تبدیل کیا جاتا ہے۔ یہ بات ہم پہلے سے جانتے ہیں۔

اس لیے  $0 \times 4 = 0 + 0 + 0 + 0$

لیکن  $0 = 0 + 0 + 0 + 0$

$0 = 0 \times 4$

$4 \times 0$  کا مطلب ہے 0 مرتبہ 4 کو ملانا یعنی بالکل 4 نہ لے کر جمع کرنا۔ اس لیے ہم لوگ پائیں گے 0

لہذا  $0 = 4 \times 0$

ہم لوگوں نے دیکھا  $0 = 0 \times 4 = 4 \times 0$

اسی طرح  $0 = 0 \times 3 = 3 \times 0$

اسی لیے ضرب سے متعلق ذیل کا اصول ہم کو ملا:

$0 \times 0$  کوئی بھی عدد  $=$  وہی عدد  $\times 0 = 0$

(iv) توسیع شدہ فطری اعداد کے نظام میں تقسیم سے متعلق اصول:

آئیے ایک اور حالت پر غور کریں۔ بالکل چاک نہ رہنے والے بکس (یعنی خالی بکسے سے) آپ 3 عدد چاک کتنی

بار لے سکیں گے؟

یاد رکھیں:

کسی بھی مسبت عدد صحیح میں (0) کو ضرب کرنے سے حاصل ضرب 0 ہوگا۔

بالکل نہیں لے سکیں گے۔ یعنی 0 بار لے سکیں گے۔

اس سے ہم نے کیا جانا؟

$$0 \div 3 = 0$$

$$0 \div 4 = 0 \quad \text{اسی طرح}$$

$$0 \div 8 = 0$$

$$0 \div 115 = 0$$

تقسیم کے متعلق اصول: صفر (0) = صفر کو چھوڑ کر اور کوئی عدد  $\div$  صفر (0)

☆ دوسری صورت حال دیکھیں:

12 قلم سے ہر بار 4 لینے سے کتنی بار میں سبھی قلم کو لیا جاسکتا ہے؟

اسے جاننے کے لیے 12 کو 4 کے ذریعہ تقسیم کرنا ہوگا۔

یعنی 12 سے 4 کو کتنی بار گھٹایا جاسکے گا۔ یہ جاننا ضروری ہے۔

ہم لوگوں نے دیکھا: 12 سے 4 کو 3 بار (گھٹایا) لیا جاسکا۔ اس لیے ہم کہتے ہیں  $12 \div 4 = 3$

اسی طرح  $3 \div 0 =$  کتنا معلوم کریں گے۔

یہاں پر  $3 \div 0 =$  کتنا یہ جاننے کے لیے 3 سے 0 کو بار بار گھٹائیں گے۔ 0 کو جتنی

بار تفریق کیا جاسکے گا وہی خارج قسمت ہوگا۔

یہاں پر 3 سے 0 کو 2 مرتبہ لیا گیا ہے۔ پھر بھی 3 بچا رہا آپ جتنی بار چاہیں اتنی بار

0 کو گھٹا سکتے ہیں۔ اس لیے 3 سے 0 کو کتنی بار تفریق کیا جاسکتا ہے۔ اس کے بارے میں

متعین طور پر کچھ کہا نہیں جاسکتا۔

اسی وجہ سے  $3 \div 0$  کا کوئی معین خارج قسمت نہیں ہوتا۔

تقسیم سے متعلق ایک اور اصول: جو کسی عدد کو 0 کے ذریعہ تقسیم کرنا بے معنی ہوتا ہے۔ (یعنی کسی عدد کو 0 کے ذریعہ

تقسیم نہیں کیا جاسکتا)

جواب لکھیں:

(i)  $0 \times 46$  (ii)  $46 \times 0$  (iii)  $0 \div 46$  (iv)  $46 \div 0$

|                   |    |    |
|-------------------|----|----|
| ایک بار لیا گیا   | -4 | 12 |
|                   | 8  |    |
| دوسری بار لیا گیا | -4 |    |
|                   | 4  |    |
| تیسری بار لیا گیا | -4 |    |
|                   | 0  |    |

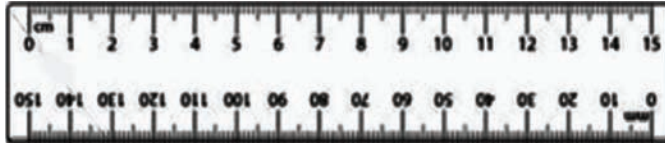
|                   |    |   |
|-------------------|----|---|
| ایک بار لیا گیا   | -0 | 3 |
|                   | 3  |   |
| دوسری بار لیا گیا | -0 |   |
|                   | 3  |   |

## 4.5 مشق

- 1- ہم لوگ جو دس ہندسے استعمال کرتے ہیں ان میں سے سب سے چھوٹا ہندسہ کون سا ہے؟
- 2- دواہوت پانچ لکھتے وقت کون کون سے مختلف ہندسوں کا استعمال کیا جاتا ہے؟
- 3- 1 سے 100 تک لکھتے وقت کتنی بار 0 لکھنے کی ضرورت پڑے گی؟
- 4- کوئی بھی عدد کے ساتھ کون سا عدد جمع کرنے سے حاصل جمع وہی عدد ہوگا؟
- 5- اس طرح کی ایک تفریق کی مثال پیش کیجیے، جس میں حاصل تفریق 0 ہوگا؟
- 6- (i) ایک عدد کو اسی عدد کے ساتھ جمع کرنے سے حاصل جمع اسی عدد کے برابر ہوگا؟ اس کی ایک مثال دیں۔  
(ii) ایک عدد کو اسی عدد کے ذریعہ ضرب کرنے سے حاصل ضرب اسی عدد کے برابر ہوگا؟ اس کی دو مثالیں دیجیے۔
- 7- اس طرح کا ایک عدد ہے جسے اس عدد کو چھوڑ کر دوسرے کسی بھی عدد کی ذریعہ تقسیم کرنے سے وہ عدد خارج قسمت کے برابر ہوتا ہے۔ وہ عدد کتنا ہے؟

## 4.10 عددی خط میں توسیع شدہ فطری اعداد کی نشاندہی:

آپ اسکیل استعمال کر کے ناپ کرتے ہیں۔ بعض چھوٹے اسکیل پر 0 سے 15 تک عدد لکھے ہوئے ہوتے ہیں



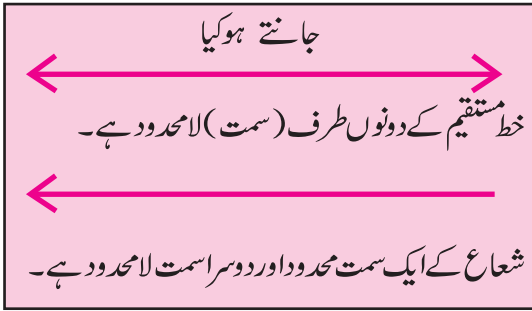
بڑے اسکیل کے اوپر 0 سے 30 تک عدد لکھے ہوتے ہیں، درزی ایک ٹیپ استعمال کر کے آپ کا لباس تیار کرنے کے لیے ناپ لیتا ہے۔۔ کپڑے کے دوکاندار میٹر والی چھڑی کا استعمال کرتے ہیں۔ اس میٹر 0 سے 100 تک عدد لکھے ہوئے ہوتے ہیں۔

تم نے لمبا راستہ طے کرتے وقت دیکھا ہوگا کہ راستے کے کنارے کھنڈا گاڑا گیا ہے اور اس کے اوپر کیلومیٹر کے اعداد لکھا ہوا ہے۔ راستہ جس جگہ سے شروع ہوتا ہے اسی جگہ کے کھنڈے پر 0 لکھا جاتا ہے اس کے بعد والے کھنڈے پر ایک (1) پھر بعد والے کھنڈے پر 2 اسی طرح راستے کے ختم ہونے پر اگر 425 لکھا گیا ہو تو شروع سے آخر تک کے راستے کی دوری 425 کیلومیٹر سمجھا جائے گا یعنی راستے کی لمبائی 425 کیلومیٹر ہوتی ہے۔

میٹر کی چھڑی میں لکھے ہوئے سینٹی میٹر کے عدد یا راستے کے کھنڈے میں لکھے ہوئے کیلومیٹر کے عدد کو دیکھ کر خط مستقیم کے ساتھ عدد کے تعلق کے بارے میں اندازہ ہوتا ہے۔

اس لیے اگر ہم بھی خط مستقیم کے ساتھ اپنے استعمال کرنے والے عدد کا تعلق قائم سیکھا تو اعداد کی افادیت کو اور زیادہ واضح کر سکیں گے۔

خط یا خط مستقیم کا پھیلاؤ دونوں جانب لامحدود ہے لیکن ہم جانتے ہیں کہ توسیع شدہ فطری اعداد ایک طرف محدود ہوتا ہے کیونکہ 0 (صفر) ہے اس قسم کے عدد کا ایک سرا دوسری طرف اعداد کا پھیلاؤ کا محدود ہوتا ہے۔ اس لیے فطری عدد کا مجموعہ ایک سمت میں محدود ہوتا ہے تو دوسری سمت میں لامحدود ہوتا ہے۔ ہم لوگ جانتے ہیں کہ ایک شعاع کا ایک سمت محدود اور دوسری سمت لامحدود ہوتی ہے۔



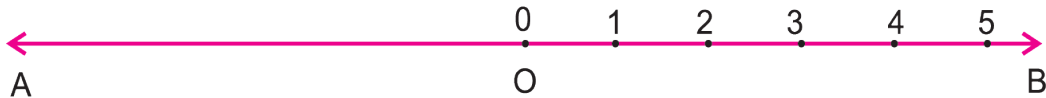
لہذا ہمارے مذکورہ جانے پہچانے عدد کے ساتھ ایک شعاع کی مشابہت معلوم ہوتی ہے۔ البتہ شعاع بھی خط کا ایک حصہ ہوتا ہے۔ اس لیے ہم ایک خط کے کسی حصہ شعاع پر ”توسیع شدہ فطری اعداد“ کی نشاندہی کرنے کی کوشش کریں گے۔ ٹھیک اسی طرح جیسے راستہ کے اوپر 0, 1, 2, ..... وغیرہ کیلومیٹر کا کھمبا گاڑا گیا ہے۔



تمہارے استعمال کرنے والے اسکیل یا دوکاندار کے ذریعہ استعمال کیے جانے والے میٹر کی چھڑی میں ایک سینٹی میٹر کی دوری پر 1, 2, 3 وغیرہ عدد درہتے ہیں۔ ایک متعین دوری کو اکائی دوری کے طور پر 1 کر عدد نشان دیں گے۔ کتنی دوری کو اکائی کی دوری کے طور پر اجایے گا یہ ہم پر منحصر ہے۔

#### 4.10.1: خط اوپر عدد کی نشاندہی کا طریقہ:

ایک خط کھینچ کر اس کے اوپر ایک نقطہ لیں گے اور اس کا نام دیں گے۔ 0، اب مستر کہ نقطہ 0 سے ہمیں دو شعاعیں ملی ہیں۔ دائیں جانب کے شعاع OA اور بائیں جانب کے شعاع OB



OA کے اوپر 0 سے شروع کر کے ایک مخصوص فاصلے پر نقطوں کی نشاندہی کریں گے (یہی مخصوص فاصلہ اکائی دوری ہوگا) شعاع OA کی سمت میں لامحدود ہے۔ دیے گئے نقشے میں ہم لوگ

چند محدود تعداد کے نقطہ (نقشے میں 0 کو ملا کر 6 نقطے) دیکھتے ہیں لیکن دراصل شعاع کے اوپر لا تعداد نقطے ہیں، اب 0 سے شروع کر کے دائیں جانب کے نقطوں کے اوپر بالترتیب 0, 1, 2, 3, ... وغیرہ عدد لکھیں گے۔ اب ہم AB خط کو عددی خط (Number line) کہیں گے۔

خود کر کے دیکھیے:



☆ آپ اپنی کاپی میں ایک خط مستقیم بنائیے۔

☆ اس پر کسی نقطے کو 0 نامزد کیجیے۔

☆ 0 نقطہ سے بائیں جانب خط پر ایک نقطہ لے کر اس کا نام B دیجیے اور 0 نقطہ سے دائیں جانب ایک نقطہ دے کر اس کا نام A دیجیے۔

☆ O نقطہ سے شروع کر کے OA کے اوپر برابر کی دوری پر اسکیل استعمال کر کے نقطوں کی پہچان کرائیے اور ان نقطوں کے قریب بائیں سے دائیں کی جانب 1, 2, 3, ... وغیرہ عدد لکھیے۔

☆ یاد رکھیں، دو متواتر یعنی قریبی عدد کے درمیان کی دوری ایک اکائی ہوتی ہے۔

☆ یہی عددی خط کو دیکھ کر ذیل کے سوالات کے جواب دیں۔

(i) 0 نشان والے نقطہ سے شروع کر کے کتنی اکائی دوری پر 5 نشان والا نقطہ واقع ہے؟

(ii) 3 نشان والے نقطے سے دائیں جانب کو 3 اکائی کی دوری پر کون سا عدد ہے؟

$$3+3 = \text{کتنا؟}$$

(iii) 8 عدد کی نشاندہی کرنے والا نقطہ سے 2 اکائی بائیں میں کون سا عدد اور اس عدد سے 3 اکائی بائیں میں

کون سا عدد موجود ہے۔

(iv) دو عدد کی نشاندہی کرنے والے نقطے سے 3 اکائی دائیں کے طرف جائیے اور اسکے بعد مزید 4 اکائی

دائیں طرف جائیے کسی عدد کے قریب پہنچے؟

$$2+3+4 = \text{کتنا}$$

کہیے تو سہی:

(i) عددی خط میں جمع کے عمل کے لیے کس جانب جانا پڑتا ہے؟

(ii) عددی خط میں تفریق کے عمل کے لیے کس جانب جانا پڑے گا؟