

## त्रिभुजों की अनुरूपता (CONGRUENCY OF TRIANGLES)

8

### 8.0 परिचय:-

यदि हम एक रुपये का सिक्का ले कर उस पर दूसरा सिक्का रखें तो क्या वे दोनों समान होंगे? यह क्यों समान है? यह समान इसलिए है क्योंकि इनके आकार और परिमाण समान है। इसी प्रकार नोटबुक पेपर भी समान परिमाण और आकार के होते हैं।



अपने आसपास की वस्तुओं पर ध्यान दो, कुछ वस्तुएँ समान आकार के और समान परिमाण की होती हैं। किन्हीं पाँच वस्तुओं के उदाहरण दीजिये।

जब हम अनुरूप आकृतियों के विषय में बात करते हैं, तो हम देख सकते कि एक समरूप चित्र को दूसरे समरूप चित्र के ऊपर रख दें तो वे अनुरूप होंगे यह उत्तम पद्धति है।

क्या सभी दस रुपये के नोट समान हैं, इसे तुम कैसे पहचानोगे?



उसी प्रकार क्या 5 रुपये के नोट समान और अनुरूप हैं।



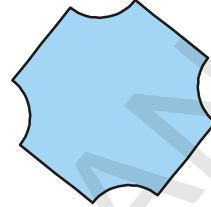
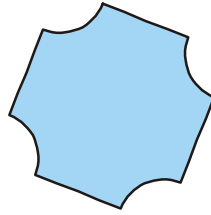
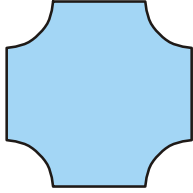
अपने आसपास के अनुरूप की वस्तुओं को देखने के बाद कुछ और समरूप चित्र देखें।

## यह कीजिए

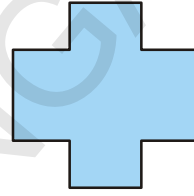
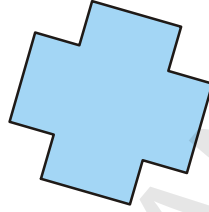
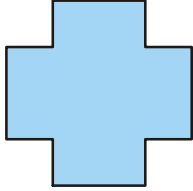
1. यहाँ पर कुछ आकृतियाँ हैं। दी गयी पंक्ति में सभी एक दूसरे के अनुरूप हैं या नहीं? समरूप हैं क्या? तुम चित्रित करो और देखो।



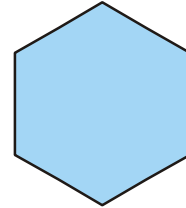
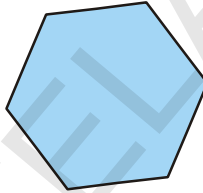
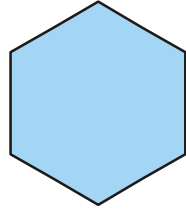
(i)



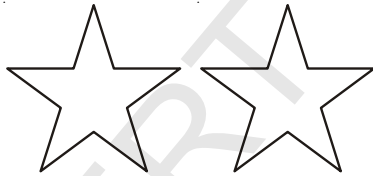
(ii)



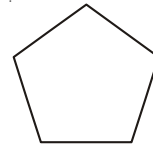
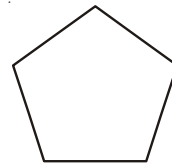
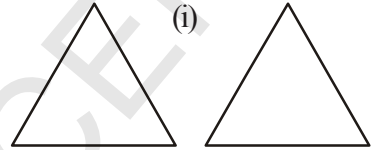
(iii)



2. निम्न में कौनसे चित्र समरूप हैं?



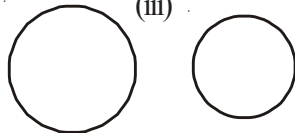
(i)



(ii)

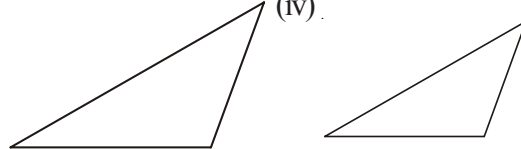


(iii)



(v)

(iv)



(vi)

## 8.1 अनुरूप रेखाखंड (Congruency of Line segments)

इन दो जोड़ियों को देखो



चित्र 1

चित्र 2

रेखाखण्ड AB को उतारो, ट्रेस पेपर पर तुम देखोगे कि AB चित्र CD पर समा जाएगा।

इसलिए रेखाखंड समरूप हैं। इसे  $\overline{AB} \cong \overline{CD}$  लिखते हैं।

इसी को दोहराओ चित्र दो में तुम क्या देखोगे? क्या वे समरूप हैं?

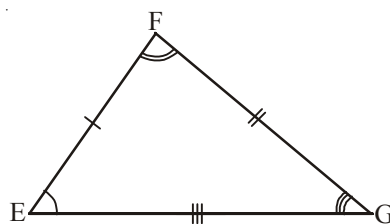
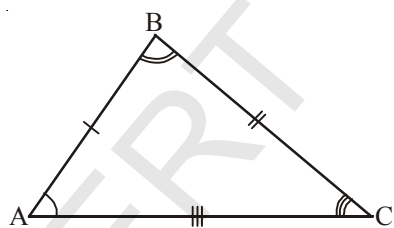
तुम देखोगे कि चित्र 1 के रेखाखण्ड एक दूसरे के समान हैं क्योंकि उनकी लंबाई समान है लेकिन दूसरे चित्र में ऐसा नहीं है।

रेखाखण्ड में एक ही इकाई होती है, वह है लंबाई, इसलिए वे समरूप हैं। इस तरह यदि दो रेखाखण्ड समान हो तो उनकी लंबाई समान रहती है।

इसे इस प्रकार लिख सकते हैं,  $AB=CD$ , इसका अर्थ है  $\overline{AB} \cong \overline{CD}$ .

## 8.2 त्रिभुज अनुरूपता (Congruency of Traingles)

हमें मालूम है कि दो रेखाखण्ड अनुरूप होते हैं। वे एक दूसरे की तरह दिखते हैं। इसी प्रकार दो त्रिभुज भी अनुरूप हो सकते हैं। यदि वे एक दूसरे के नकल हों। अर्थात् जब वे एक-दूसरे को ढँक लें।



$\triangle ABC$  और  $\triangle EFG$  एक दूसरे को ढक लेते हैं। पूर्णरूप से अतः वे समान आकार और परिमाण के हो तो वे समरूप त्रिभुज कहे जाएँगे। दो त्रिभुजों की समानता को  $\triangle ABC \cong \triangle EFG$  लिखते हैं।

यदि दो त्रिभुज समरूप हों तो उनके छः भाग अर्थात् तीन कोण और तीन भुजाएँ समरूप होती हैं।

इसे हम इस तरह भी कह सकते हैं कि यदि दोनों त्रिभुजों के भाग समान हैं तो वे समरूप त्रिभुज होंगे।

यदि हम  $\triangle ABC$  को उठाकर  $\triangle EFG$  पर रखें तो उनके सभी भाग एक दूसरे से मिलने चाहिए ताकि A पर E मिलें B पर F और C पर G उसी प्रकार  $\angle A$  पर  $\angle E$ , मिले,  $\angle B$  पर  $\angle F$  तथा,  $\angle C$  पर  $\angle G$  मिले आखिर में AB, EF पर मिले, BC, FG पर तथा और AC, EG पर मिले।

अतः दो त्रिभुज अनुरूप हो तो उनके संलग्न भाग जैसे शीर्ष, कोण, भुजाएँ एक दूसरे से मिले या समान हो।

$\triangle ABC$  और  $\triangle EFG$  में

$A \rightarrow E$        $B \rightarrow F$        $C \rightarrow G$       (संलग्न शीर्ष)

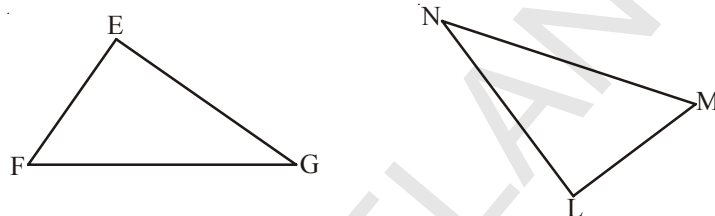
$\angle A \cong \angle E$        $\angle B \cong \angle F$        $\angle C \cong \angle G$       (संलग्न कोण)

$\overline{AB} \cong \overline{EF}$        $\overline{BC} \cong \overline{FG}$        $\overline{AC} \cong \overline{EG}$       (संलग्न भुजा)

समरूप त्रिभुज के संलग्न कोणों के संबंध अंग्रेजी अक्षर के क्रम में दर्शाये गये हैं। अतः हम कह सकते हैं कि  $\triangle ABC \cong \triangle EFG$  जाँच कर देखा कि  $\triangle ABC \cong \triangle EFG$ , उनके संलग्न शीर्ष, भुजा और कोण समान हैं।

### यह कीजिए

1.  $\triangle EFG \cong \triangle LMN$

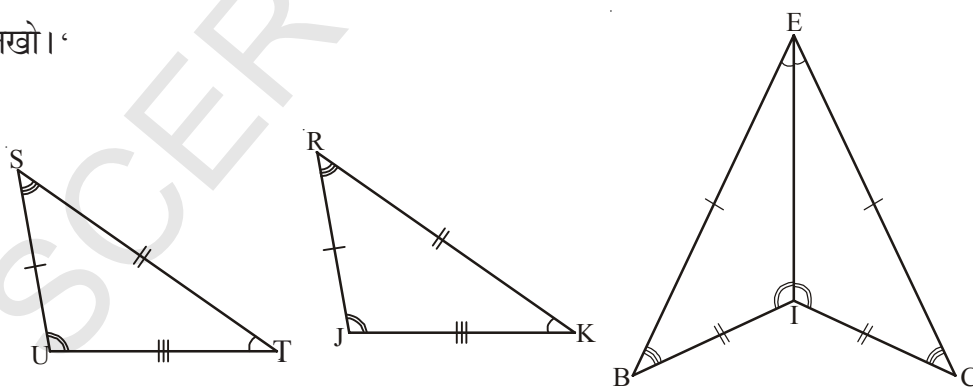


दो त्रिभुजों के संलग्न शीर्ष कोण और भुजाएँ लिखें।

2. यदि  $\triangle ABC \cong \triangle DEF$  हैं तो  $\triangle ABC$  के भाग लिखो

(i) DE      (ii)  $\angle E$       (iii) DF      (iv) EF      (v)  $\angle F$

3. निम्न जोड़ियों में समरूप त्रिभुज की जोड़ी कौनसी हैं?  $\cong$  इस चिन्ह का उपयोग करके लिखो।



4. समरूप कोण और भुजाएँ निम्न जोड़ियों में लिखो।

1.  $\triangle TUV \cong \triangle XYZ$

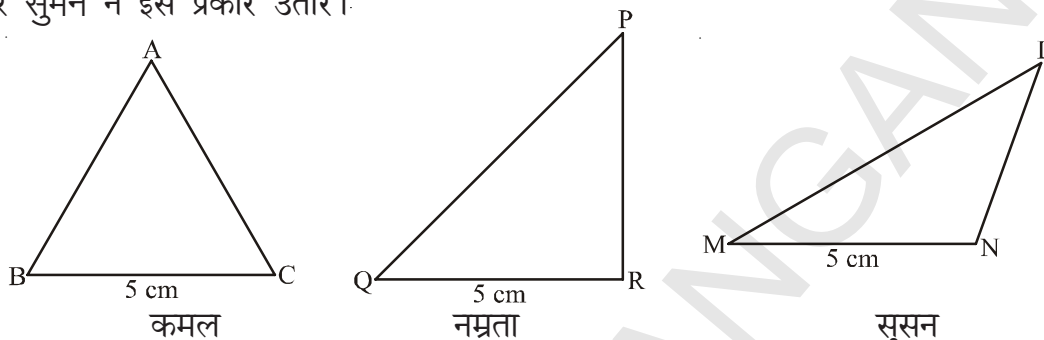
2.  $\triangle CDG \cong \triangle RSW$

### 8.3 अनुरूप त्रिभुज के नियम

क्या यह आवश्यक है कि त्रिभुजों की अनुरूपता मालूम करने के लिए संलग्न चित्रों का परीक्षण किया जाये? कम से कम माप या परिमाण से तुम कैसे ज्ञात करोगे? इसे देखेंगे।

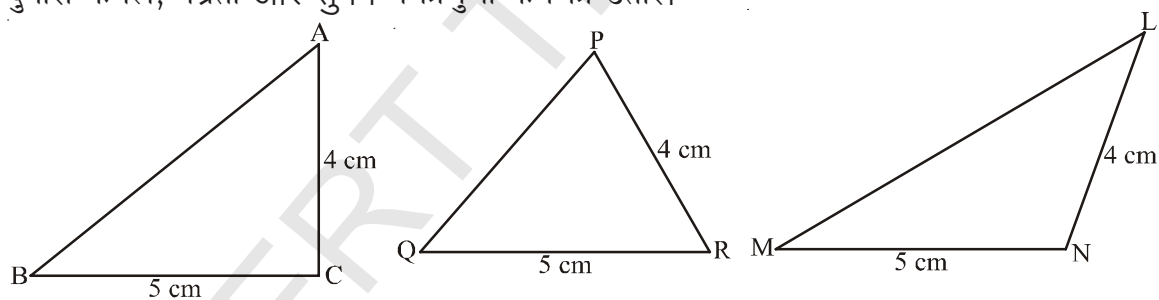
#### 8.3.1 भुजा, भुजा, भुजा (अनुरूप) (SSS)

क्या तुम सभी समान चित्र उतारोगे जब त्रिभुज की एक भुजा 5 से.मी. है। कमल, नम्रता और सुमन ने इस प्रकार उतारे।

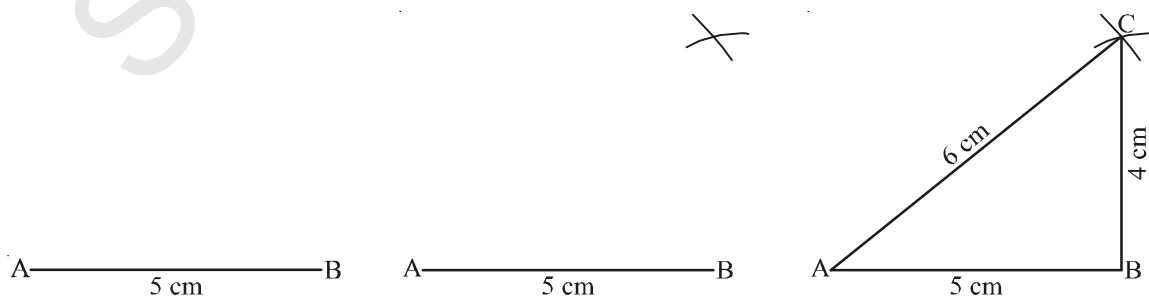


तुम देखोगे कि सभी त्रिभुज अलग-अलग हैं। कमल ने समबाहु त्रिभुज उतारा। नम्रता ने समकोण त्रिभुज उतारा, सुमन ने अधिक कोण त्रिभुज उतारा।

यदि त्रिभुज को दो भुजाएँ 4 से.मी. और 5 से.मी. दी गई हो तो क्या तुम तीनों त्रिभुज उतार सकते हो? दुबारा कमल, नम्रता और सुमन ने त्रिभुजों के चित्र उतारे।



यदि तीनों भुजाएँ मालूम हो तो क्या कमल, नम्रता और सुमन समान चित्र तीन भुजाओं द्वारा 4 से.मी., 5 से.मी., 6 से.मी. से उतार सकते हैं ?



अतः क्या समरूप त्रिभुज ABC का चित्र उतार सकते हो? हमें त्रिभुज की तीन भुजाओं की आवश्यकता होती है। यह है भुजा-भुजा-भुजा (S.S.S)

**नियम :**

यदि कोई त्रिभुज इसलिए समरूप हैं क्योंकि उनकी भुजाएँ समान हैं, तो उनकी भुजाओं के संलग्न कोण भी समान होंगे?

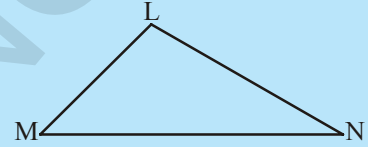
**यह भुजा-भुजा-भुजा (S.S.S) की अनुरूपता की आवश्यकताएँ**

**यदि एक त्रिभुज की तीनों भुजाएँ दूसरे त्रिभुज की तीनों भुजाओं के समान हो, तो दोनों त्रिभुज अनुरूप होंगे।**

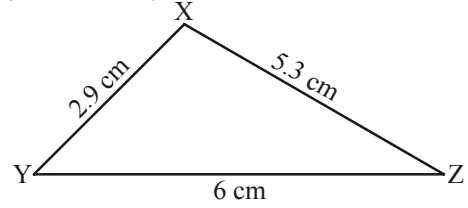
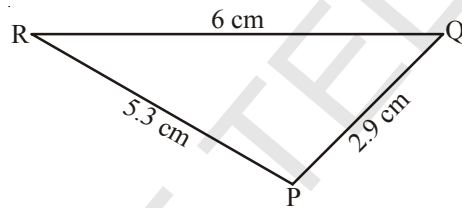


### प्रयास कीजिए

$\triangle LMN$  की लम्बाई मापो। इन मापों से त्रिभुज बनाओ। एक पेपर पर  $\triangle LMN$  के ऊपर रखो। क्या ये चित्र समरूप हैं अनुरूपता का कौन सा नियम इसके लिए अपनायेंगे?



उदा 1. क्या  $\triangle PQR \cong \triangle XYZ$ ? उन दोनों त्रिभुज के संलग्न कोण लिखो।



हल: दिए गए चित्र से  $\triangle PQR$  और  $\triangle XYZ$ , से

$$PQ = XY = 2.9 \text{ cm}$$

$$QR = YZ = 6 \text{ cm}$$

$$RP = ZX = 5.3 \text{ cm}$$

भुजा-भुजा-भुजा समरूपता नियम से

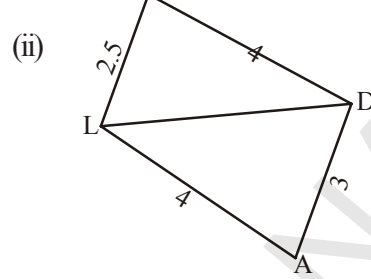
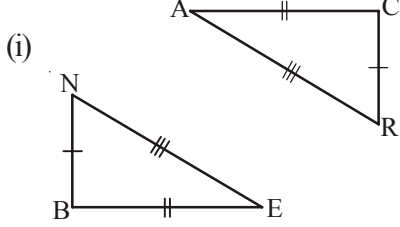
स्पष्ट P बिन्दु संलग्न है बिन्दु X से और Q बिन्दु संलग्न है Y से और R बिन्दु संलग्न है बिन्दु Z से।

अतः  $\angle P, \angle X$ ;  $\angle Q, \angle Y$ ;  $\angle R, \angle Z$  संलग्न कोण हैं।

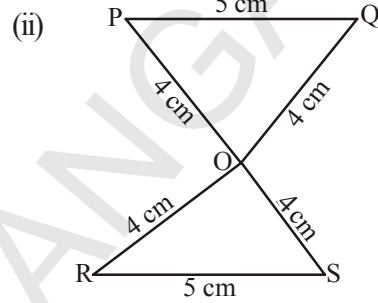
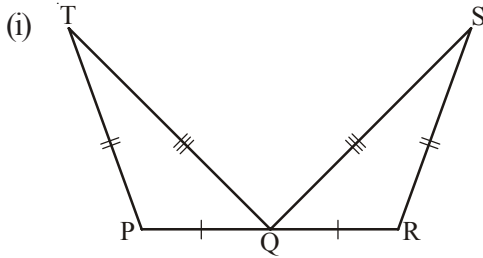


## अभ्यास - 1

1. बताओ कि SSS समरूपता सही है क्या? निम्न चित्रों के लिए कारण बताओ:-

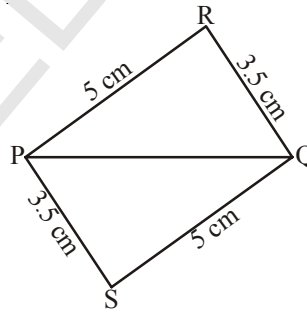


2. निम्न समरूप त्रिभुज के लिए संलग्न कोणों की जोड़ी बताओ।

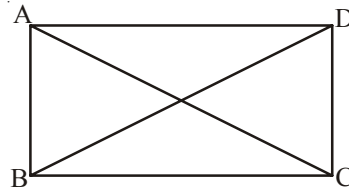


3. समरूप चित्र में सही उत्तर बताइए

- (i)  $\triangle PQR \cong \triangle PQS$   
(ii)  $\triangle PQR \cong \triangle QPS$   
(iii)  $\triangle PQR \cong \triangle SQP$   
(iv)  $\triangle PQR \cong \triangle SPQ$

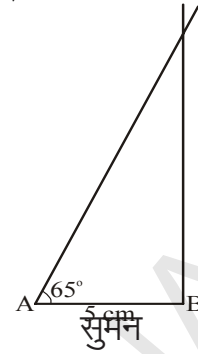
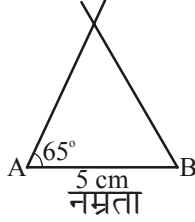
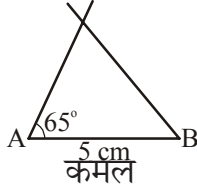


4. नीचे दिए गये चित्र में  $AB=DC$  और  $AC=DB$  या  $\triangle ABC \cong \triangle DCB$ .



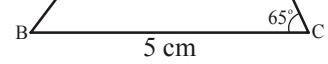
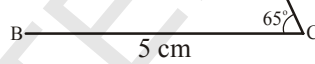
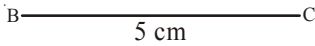
### 8.3.2 भुजा-कोण-भुजा अनुरूपता (SAS)

हमने देखा कि यदि त्रिभुज की केवल एक भुजा दी गई हो तो समरूप त्रिभुज का चित्र अंकन संभव नहीं है। यदि एक कोण और एक भुजा दी गई हो तो क्या यह संभव है? कमल, नम्रता और सुमन को एक भुजा 5 से.मी. और एक कोण  $65^\circ$  बताया गया। वे इस प्रकार त्रिभुज उतारते हैं।



अब यदि तीनों में से त्रिभुज की दो भुजाएँ और एक कोण दिया गया हो तो क्या होगा? अब वे तीनों त्रिभुज की भुजाएँ 5 से.मी. और 4.5 से.मी. और एक कोण  $65^\circ$  लेकर त्रिभुज उतारते हैं।

कमल  $\triangle ABC$  चित्रित करता है, भुजा BC आधार = 5 से.मी. उसके बाद  $\angle C = 65^\circ$  चाँदा का उपयोग कर और उसके बाद 4.5 से.मी. की दूरी प्रकार में लेकर C से 4.5 से.मी. का चाप खींचता है A पर और AB, AC को मिलाता है।



क्या तुम  $65^\circ$  का कोण बिन्दू B पर भुजा AB = 4.5 से.मी. रेखा खींच सकते हो? क्या वह कमल के त्रिभुज के समान समरूप होगा? क्या तुम आधार 4.5 से.मी., भुजा = 5 से.मी., कोण =  $65^\circ$  ले सकते हो? क्या वह त्रिभुज कमल के त्रिभुज के समरूप होगा? तुम देखोगे कि सभी स्थितियों में त्रिभुज समरूप होंगे।

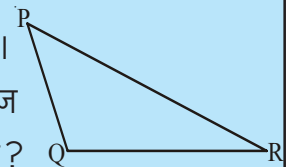
क्या हम  $\triangle ABC$  को या समरूप  $\triangle ABC$  के जैसा चित्र बना सकते हैं? हमें दो भुजाओं की लम्बाई और उनके मध्य का कोण जानना आवश्यक है। तुम देखोगे कि भुजा-कोण-भुजा (SAS) नियम के अंतर्गत  $\triangle$  समरूप होगा।

**भुजा-कोण-भुजा नियम** समरूप त्रिभुज के लिए, यदि एक त्रिभुज की दो भुजाएँ, उनसे बना कोण क्रमशः दूसरे त्रिभुज की दो भुजाएँ और उनसे बने कोण के समान हों तो तब दोनों त्रिभुज समरूप होंगे।

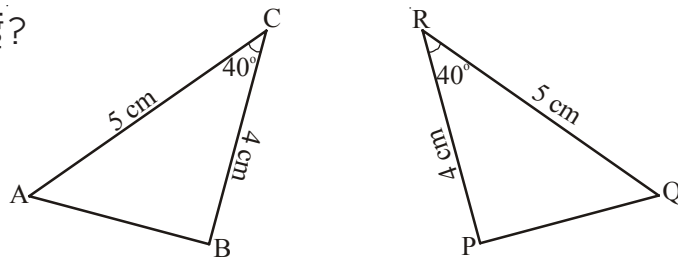


### प्रयास कीजिए

PQR में PQ और QR की लम्बाई मापो और कोण Q मापो। अब एक कागज पर इन तीनों मापों के आधार पर त्रिभुज उतारो। उसे PQR रूप में अंकित करो। क्या वे समरूप हैं? यहाँ समरूपता का कौनसा नियम अपनाया जायेगा?



उदा 2 : नीचे दिए गये त्रिभुज के मापों के आधार पर बताओ कि क्या त्रिभुज समरूप हैं? इनमें संलग्न कोण कौन से हैं?



हल:  $\Delta ABC$  और  $\Delta PQR$  में  $AC=QR$  और  $BC=PR$  और कोण  $\angle C \cong \angle R$   
इसलिए  $\Delta ABC \cong \Delta QPR$ .

अतः संलग्न शीर्ष इस प्रकार है।

$A \leftrightarrow Q$ ,  $B \leftrightarrow P$  और  $C \leftrightarrow R$

इसलिए,  $\angle A \cong \angle Q$ ,  $\angle B \cong \angle P$  और  $\angle C \cong \angle R$

उदा 3 :  $\Delta PQR$ , में  $PQ = PR$  और  $PS$  कोण  $\angle P$  का समद्विभाजक है। क्या  $\Delta PQS$  और  $\Delta PRS$  समरूप हैं? यदि है तो कारण बताओ।

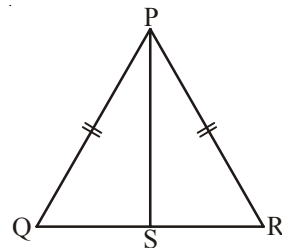
हल :  $\Delta PQS$  और  $\Delta PRS$  में

$PQ = PR$  (दिया गया)

$PS = PS$  (दोनों त्रिभुजों की समनिष्ठ भुजा)

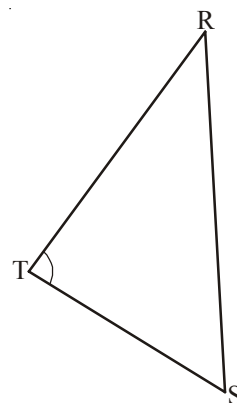
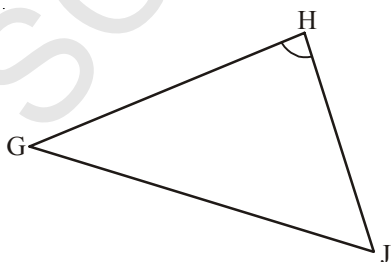
और कोण  $\angle QPS \cong \angle RPS$  ( $PS$  कोण का समद्विभाजक)

इसलिए,  $\Delta PQS \cong \Delta PRS$  (नियम अनुसार)



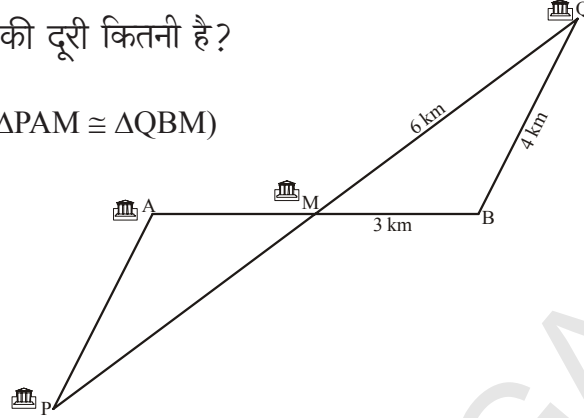
## अभ्यास - 2

- यह बताने के लिए कि भुजा-कोण-भुजा नियम के अंतर्गत दोनों त्रिभुज समरूप हैं या नहीं, तुम्हें और कौनसी जानकारी चाहिए?

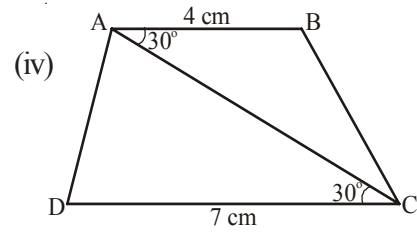
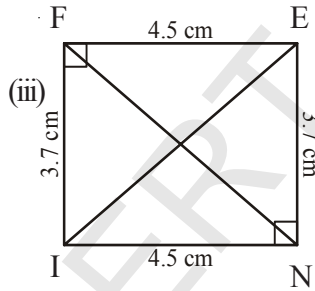
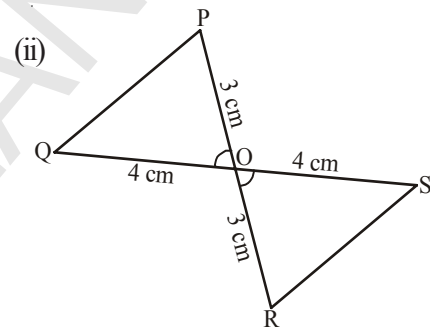
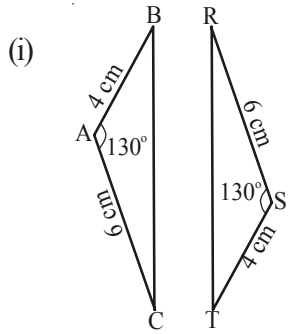


2. नीचे दिया गया मानचित्र पाँच अलग-अलग गाँवों का है। गाँव M गाँव A और B के ठीक आधी दूरी पर है। गाँव M, गाँव P और Q के भी ठीक आधी दूरी पर है। तो गाँव A और गाँव P के बीच की दूरी कितनी है?

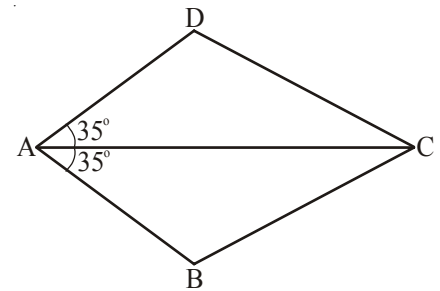
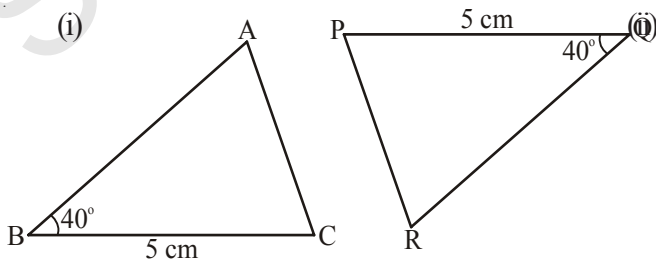
(हिन्ट : देखो  $\triangle PAM \cong \triangle QBM$ )



3. नीचे दिए गए त्रिभुजों की जोड़ियाँ देखो और बताओ कि क्या वे समरूप हैं? यदि समरूप हैं तो संलग्न भाग बताओ।



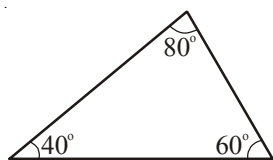
4. कौनसी संलग्न भुजा हमें मालूम होनी चाहिए जिससे पता चले कि त्रिभुज समरूप है? भुजा-कोण-भुजा नियम के अनुसार :



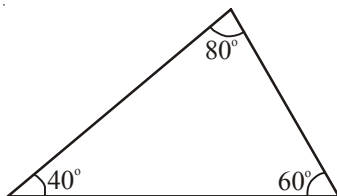
### 8.3.3 कोण-भुजा-कोण समरूपता (ASA)

क्या त्रिभुज का एक कोण ज्ञात हो तो त्रिभुज उतार सकते हो? क्या त्रिभुज के सभी कोण मालूम हो तो समरूप त्रिभुज उतार सकते हैं?

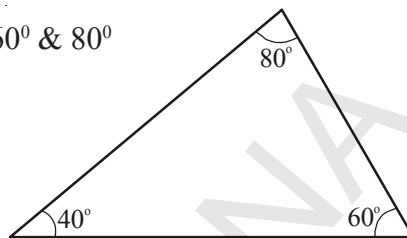
कमला, नम्रता और सुमन निम्न चित्र उतारते हैं। कोण  $40^\circ$ ,  $60^\circ$  &  $80^\circ$



कमला



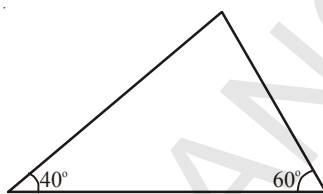
नम्रता



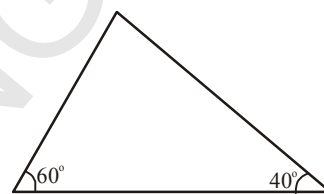
सुमन

इसलिए त्रिभुज के सभी कोण समरूप हैं। त्रिभुज की भुजाएँ समरूप नहीं हैं।

अतः हमें भुजाओं की लंबाई ज्ञात होना चाहिए। समरूप त्रिभुज को चित्रित करने के लिए यदि दो कोण और एक भुजा मालूम हो तो? कमल और नम्रता कोण  $60^\circ$  और  $40^\circ$ , भुजा = 5cm से एक त्रिभुज उतारते हैं।



Kamal



Susana

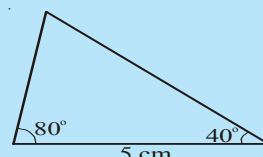
दोनों छात्र चित्र उतारते हैं। दिए गए माप से हमें यह मालूम होता है कि जब हम एक दूसरे जैसा समरूप त्रिभुज उतारना है तो हमें दो कोण और एक भुजा मालूम होनी चाहिए। (दो भुजा और एक कोण) इससे यह मालूम होता है कि यहाँ कोण-भुजा-कोण नियम लागू होता है।

**कोण-भुजा-कोण-नियम :** यदि एक त्रिभुज के दो कोण और एक भुजा क्रमशः दूसरे त्रिभुज के दो संगत कोणों और एक भुजा के समान हो तो दोनों त्रिभुज अनुरूप हैं।



#### यह कीजिए

अध्यापक छात्रों को कोण  $60^\circ$ ,  $40^\circ$  और भुजा 5cm से त्रिभुज उतारने को कहते हैं। सुमन तीसरा कोण  $80^\circ$  है मालूम करती है। कोण योग नियम अनुसार, कमल, सुमन और नम्रता त्रिभुज उतारते हैं। निम्न माप से  
कमल :  $60^\circ$ ,  $40^\circ$  और 5 से.मी. भुजा (शिक्षक के कहे अनुसार)  
सुमन :  $80^\circ$ ,  $40^\circ$  और 5 से.मी. भुजा  
नम्रता :  $60^\circ$ ,  $80^\circ$  और 5 से.मी. भुजा  
इन त्रिभुजों को काट कर उन्हें एक दूसरे पर रखते हैं। क्या वे समरूप हैं?  
आप भी यह कीजिए।



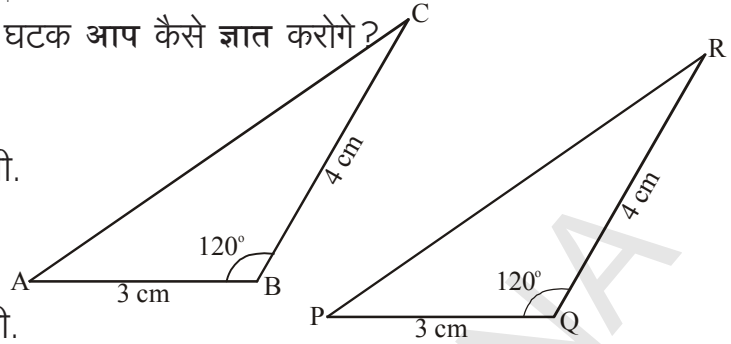
उदाहरण 4 : दो त्रिभुज  $\triangle CAB$  और  $\triangle RPQ$  दिये गये हैं। जाँच करो कि वे समरूप हैं या नहीं। यदि वे समरूप हैं तो उनके अन्य घटक आप कैसे ज्ञात करोगे ?

हल:  $\triangle CAB$  और  $\triangle RPQ$  में

$$BC = QR = 4 \text{ से.मी.}$$

$$\angle B = \angle Q = 120^\circ$$

$$AB = PQ = 3 \text{ से.मी.}$$



अतः  $\triangle CAB$  की दो भुजाएँ समान हैं (संलग्न भुजाएँ और कोण  $\angle Q$  के।)

इसलिए भुजा समरूपता नियम से  $\triangle CAB = \triangle RPQ$

अतः दो त्रिभुजों में

$$AC \cong PR$$

$$\angle C \cong \angle R \text{ and } \angle A \cong \angle P$$

उदाहरण 5 : चित्र में त्रिभुज के समान कोण दर्शाये गये हैं, वे समरूप हैं या नहीं। प्रमाणित कीजिए

हल:

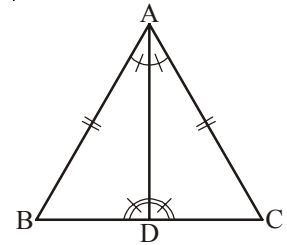
$\triangle ABD$  और  $\triangle ACD$

$$\angle BAD \cong \angle CAD \text{ (दिये गये प्रश्न में)}$$

$$\angle ADB \cong \angle ADC \text{ (दिये गये प्रश्न में)}$$

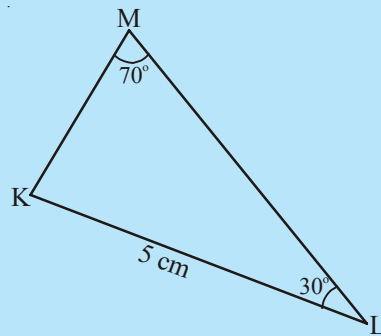
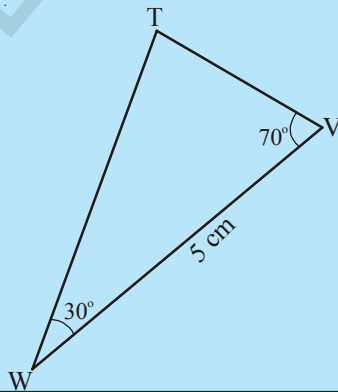
$$AD \cong AD \text{ उभयनिष्ठ भुजा दिया गया}$$

अतः कोण-भुजा-कोण नियम अनुसार  $\triangle ABD \cong \triangle ACD$



इसे करो :

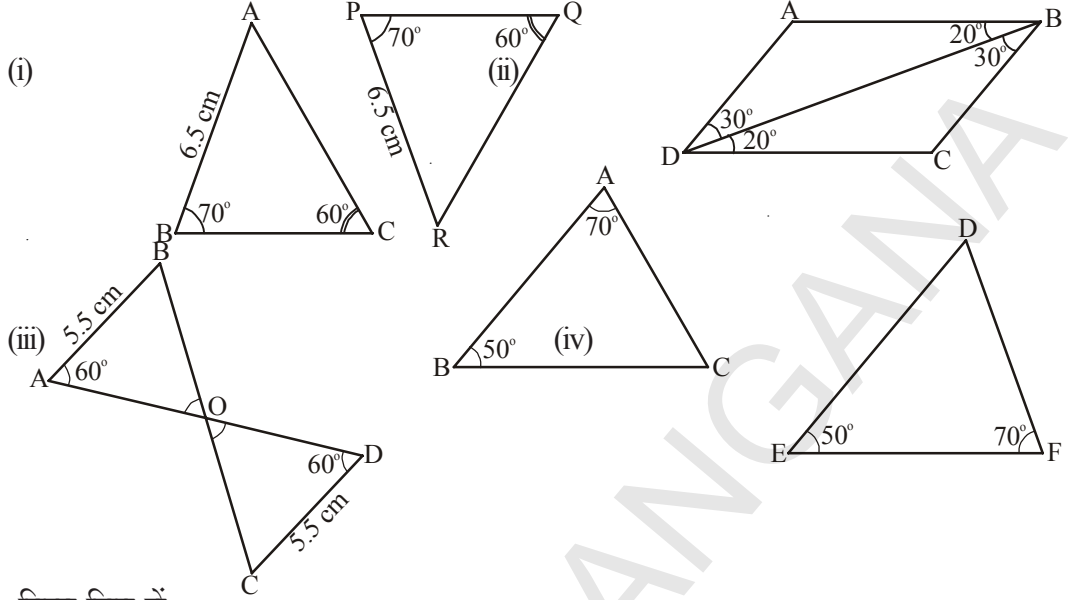
क्या यह त्रिभुजों की जोड़ी समरूप है? अपने उत्तर का कारण बताओ।





### अभ्यास - 3

1. निम्न त्रिभुजों की जोड़ियों में समरूप जोड़ी कौनसी है? समरूपता का कारण लिखिए।

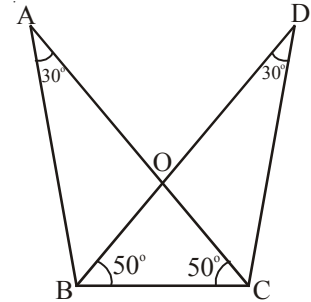


2. निम्न चित्र में

(i) क्या  $\triangle ABC$  और  $\triangle DCB$  समरूप हैं?

(ii) क्या  $\triangle AOB$  समरूप  $\triangle DOC$ ?

और दोनों संलग्न चित्रों में क्या संबंध है? बताइए। अपने उत्तर का कारण बताइए।

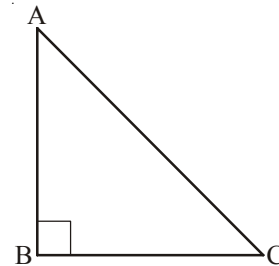


#### 8.3.4 समकोण-कर्ण भुजा समरूपता (RHS)

किसी समकोण त्रिभुज में हमें पहले से ही जानते हैं कि उसमें एक कोण समकोण होता है। तो हमें और क्या मालूम करना चाहिए कि दो त्रिभुज समरूप हैं?

मान लो  $\triangle ABC$  का उदाहरण लो जहाँ  $B = 90^\circ$  है। क्या हम इसका एक समरूप त्रिभुज बना सकते हैं। यदि-

- BC ही मालूम हो
- $\angle C$  ही मालूम हो
- $\angle A$  और  $\angle C$  दिया गया हो
- AB और BC दिया गया हो
- $\angle C$  और BC दिया गया हो
- BC और AC दिया गया हो



जब तुम इन चित्रों के रफ चित्र उतारकर देखोगे तो पाओगे कि यह केवल निम्न परिस्थितियों में (iv), (v) और (vi) में संभव होगा।

अंतिम परिस्थिति हमारे लिए नहीं है। इसे समकोण-कर्ण-भुजा नियम कहते हैं।

**समकोण-कर्ण-भुजा नियम के अनुसार:**

**यदि एक समकोण त्रिभुज की एक भुजा और कर्ण दूसरे समकोण त्रिभुज की एक भुजा और कर्ण के समान हो तब दोनों त्रिभुज समरूप होंगे।**

उदाहरण 6 : नीचे दो त्रिभुजों के माप दिये गये हैं। उन्हें निरीक्षण करके बताए कि वे एक-दूसरे के समरूप हैं या नहीं। RHS समरूप नियम के प्रयोग द्वारा। यदि आप पाते हैं कि ये समरूप त्रिभुज हैं तो इन्हें सांकेतिक रूप में लिखिए।

$\triangle ABC$

$\triangle PQR$

- (i)  $\angle B = 90^\circ$ ,  $AC = 8$  से.मी.,  $AB = 3$  से.मी.  $\angle P = 90^\circ$ ,  $PR = 3$  से.मी.,  $QR = 8$  से.मी.
- (ii)  $\angle A = 90^\circ$ ,  $AC = 5$  से.मी.,  $BC = 9$  से.मी.  $\angle Q = 90^\circ$ ,  $PR = 8$  से.मी.,  $PQ = 5$  से.मी.

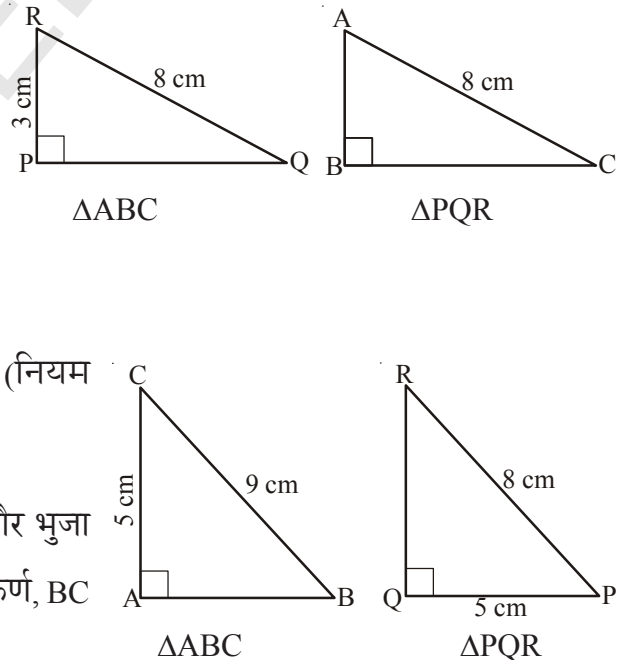
हल:

- (i) यहाँ,  $\angle B = \angle P = 90^\circ$   
 कर्ण,  $AC =$  कर्ण  $RQ (= 8$   
 से.मी.) और भुजा  $AB =$  भुजा  
 $RP (= 3$  से.मी.)

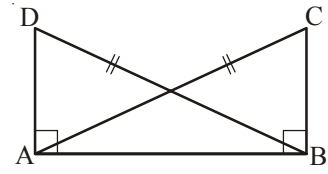
इसलिए,  $\triangle ABC \cong \triangle RPQ$  (नियम  
 RHS के अनुसार).

- (ii) यहाँ,  $\angle A = \angle Q = 90^\circ$  और भुजा  
 $AC =$  भुजा  $PQ (= 5$  से.मी.). कर्ण,  $BC$   
 $\neq$  कर्ण,  $PR$

इसलिए यह त्रिभुज समरूप नहीं है।



उदा 7: इस चित्र में,  $\overline{DA} \perp \overline{AB}$ ,  $\overline{CB} \perp \overline{AB}$  और  $AC = BD$ .



ABC और DAB की तीन समान जोड़ियों के नाम लिखो।  $\triangle ABC$  और  $\triangle DAB$ .

कौनसी जोड़ियाँ सही हैं?

(i)  $\triangle ABC \cong \triangle BAD$

(ii)  $\triangle ABC \cong \triangle ABD$

हल:-

तीन समान भागों की जोड़ियाँ

$\angle ABC = \angle BAD = 90^\circ$

$AC = BD$  (दिया गया है)

$AB = BA$  (उभयनिष्ठ भुजा)

$\triangle ABC \cong \triangle BAD$  (समकोण कर्ण भुजा नियम अनुसार).

ऊपर दी गई जानकारी से,

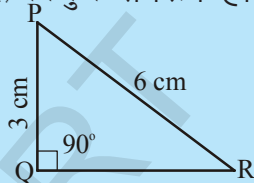
नियम (i) सत्य है।

नियम (ii) यह निरर्थक है। संलग्न चित्र में शीर्ष नियम संतुष्ट नहीं करता

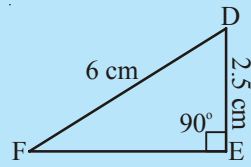


### प्रयास कीजिए

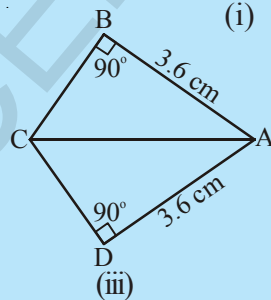
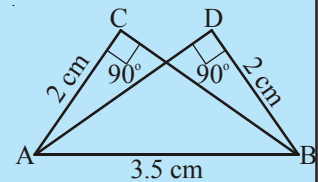
1. नीचे दिए गए चित्रों में कुछ त्रिभुजों के माप दिये गये हैं। RHS नियम द्वारा कौन से त्रिभुज समरूप हैं। उन्हें सांकेतिक रूप में दर्शाओ।



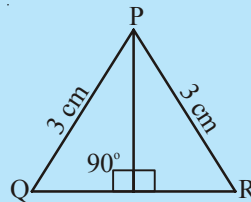
(i)



(ii)



(iii)



(iv)

2. RHS समरूपता नियम से  $\triangle ABC \cong \triangle RPQ$  और कौनसी जानकारी की आवश्यकता है, जब दिया गया है कि  $\angle B = \angle P = 90^\circ$  और  $AB = RP$ ?

3. इस चित्र में,  $\overline{BD}$  और  $\overline{CE}$  लम्ब  $\triangle ABC$  जब कि  $BD = CE$ .

(i)  $\triangle CBD$  और  $\triangle BCE$  में तीन समान जोड़ियाँ हैं। बताओ।

(ii) क्या  $\triangle CBD \cong \triangle BCE$ ? क्यों और क्यों नहीं?

(iii) क्या  $\angle DBC = \angle ECB$ ? क्यों और क्यों नहीं?

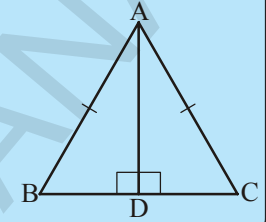
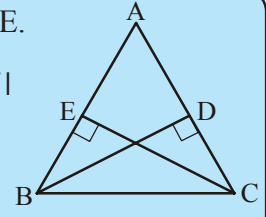
4.  $\triangle ABC$  समद्विबाहु त्रिभुज है  $\overline{AB} = \overline{AC}$  और  $\overline{AD}$  एक लम्ब है, (चित्र से)

(i)  $\triangle ADB$  और  $\triangle ADC$  के समान भाग बताओ।

(ii) क्या  $\triangle ADB \cong \triangle ADC$ ? क्यों और क्यों नहीं??

(iii) क्या  $\angle B \cong \angle C$ ? क्यों और क्यों नहीं??

(iv) क्या  $BD \cong CD$ ? क्यों और क्यों नहीं??



#### अभ्यास - 4

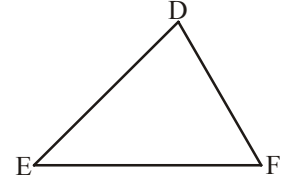
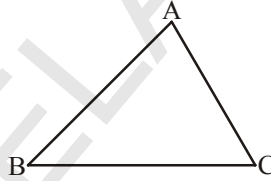
1. निम्न में कौन-सी अनुरूपता का उपयोग करोगे?

(i) दिया गया :  $AC = DF$

$AB = DE$

$BC = EF$

इसलिए,  $\triangle ABC \cong \triangle DEF$

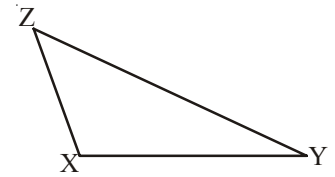
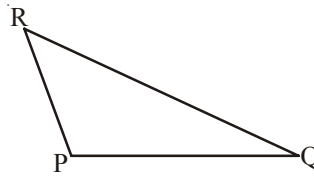


(ii) दिया गया :  $ZX = RP$

$RQ = ZY$

$\angle PRQ \cong \angle XZY$

इसलिए,  $\triangle PQR \cong \triangle XYZ$

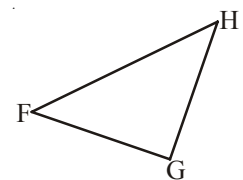
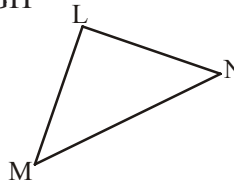


(iii) दिया गया :  $\angle MLN \cong \angle FGH$

$\angle NML \cong \angle GFH$

$ML = FG$

इसलिए,  $\triangle LMN \cong \triangle GFH$

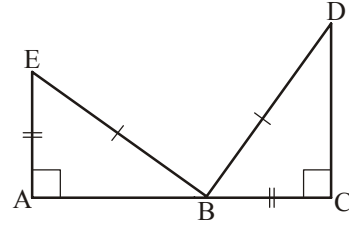


(iv) दिया गया :  $EB = DB$

$$AE = BC$$

$$\angle A = \angle C = 90^\circ$$

इसलिए,  $\triangle ABE \cong \triangle CDB$



2.  $\triangle ART \cong \triangle PEN$  क्या तुम इसे दर्शा सकते हो?

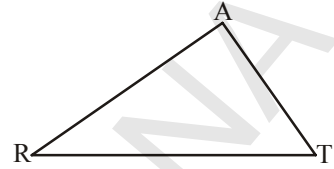
(i) भुजा-भुजा-भुजा (SSS) नियम के उपयोग से

तुम्हें यह बताना होगा के

(a)  $AR =$

(b)  $RT =$

(c)  $AT =$



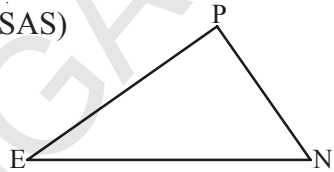
(ii) दिया गया है  $\angle T = \angle N$  तो तुम्हें भुजा-कोण-भुजा (SAS)

नियम के उपयोग कर यह बताना होगा के

(a)  $RT =$

और

(ii)  $PN =$



(iii) यदि यह दिया गया कि  $AT = PN$  तो तुम्हें कोण-भुजा-कोण (ASA) नियम के उपयोग द्वारा यह बताना होगा

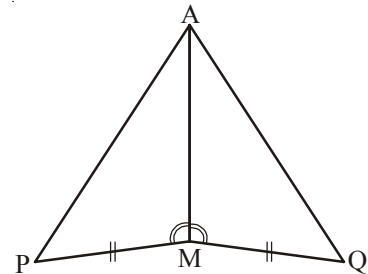
(a) ?

(b) ?

3. इसमें दर्शाना होगा  $\triangle AMP \cong \triangle AMQ$ .

निम्न उत्पत्ति में कारण लिखो

| चरण                                      | कारण        |
|------------------------------------------|-------------|
| (i) $PM = QM$                            | (i) .....   |
| (ii) $\angle PMA \cong \angle QMA$       | (ii) .....  |
| (iii) $AM = AM$                          | (iii) ..... |
| (iv) $\triangle AMP \cong \triangle AMQ$ | (iv) .....  |

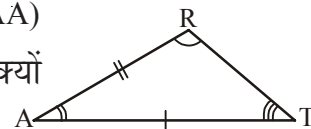


4.  $\triangle ABC$ , में  $\angle A = 30^\circ$ ,  $\angle B = 40^\circ$  और  $\angle C = 110^\circ$

$\triangle PQR$ , में  $\angle P = 30^\circ$ ,  $\angle Q = 40^\circ$  और  $\angle R = 110^\circ$

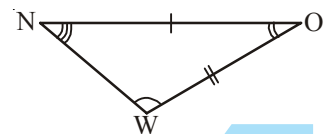
एक विद्यार्थी कहता है कि कोण-कोण-कोण (AAA)

नियमानुसार  $\triangle ABC \cong \triangle PQR$  क्या यह सही है? क्यों और क्यों नहीं?

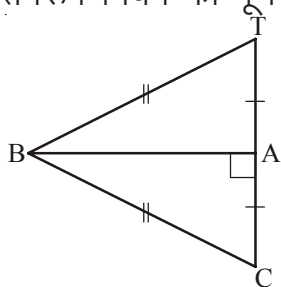


5. चित्र में दो त्रिभुज समरूप हैं। संलग्न भाग अंकित किए गए

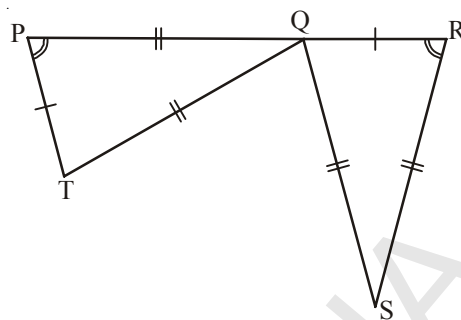
हैं। हम लिख सकते हैं कि  $\triangle RAT \cong ?$



6. समरूप नियम को पूर्ण करो।



$$\triangle ABC \cong ?$$

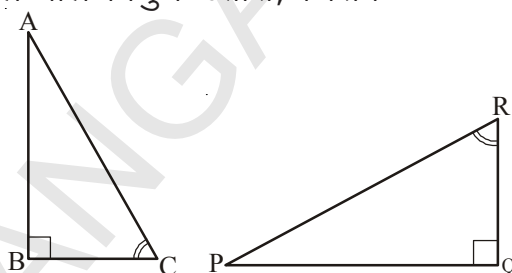


$$\triangle QRS \cong ?$$

7. एक वर्गाकार कागज पर दो समान क्षेत्रफल वाले त्रिभुज उतारो, जिसमें

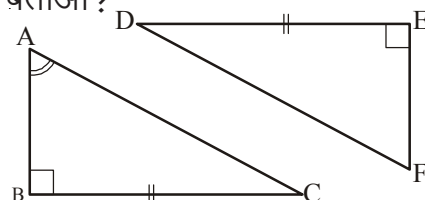
- त्रिभुज समरूप है।
- त्रिभुज समरूप नहीं हैं।

इनकी परिमिति के बारे में आप क्या कहोगे?



8. यदि ABC और PQR समरूप है तो एक संलग्न जोड़ी का नाम बताओ और किस नियम के अनुसार आपने ज्ञात किया है यह भी बताओ?

9. समझाओ?  $\triangle ABC \cong \triangle FED$ .



### मुख्यांश

- समरूप त्रिभुज समान आकार और समान प्रमाण के होते हैं।
- त्रिभुजों की समरूपता जाँचने के लिए एक-दूसरे पर रखने की पद्धति।
- दो रेखा खण्ड AB और CD समरूप होंगे जब उनकी लम्बाई समान हो। उसे  $AB \cong CD$  लिख सकते हैं। जबकि, साधारणतः  $AB = CD$ .
- यदि त्रिभुज के सभी भाग, दूसरे त्रिभुज के संलग्न भाग के समान हों, तो वे त्रिभुज एक-दूसरे के समरूप कहलायेंगे।

5. दो त्रिभुजों की समरूपता दर्शाने के लिए आवश्यक व संपूर्ण नियम इस प्रकार हैं-

- (i) भुजा-भुजा-भुजा (SSS) नियम : यदि एक त्रिभुज की तीनों भुजाएँ दूसरे त्रिभुज की तीनों भुजाओं के समान हो, तो दोनों त्रिभुज अनुरूप होंगे।
- (ii) भुजा-कोण-भुजा (SAS) नियम : यदि एक त्रिभुज की दो भुजाएँ, उनसे बना कोण क्रमशः दूसरे त्रिभुज की दो भुजाएँ और उनसे बने कोण के समान हों तो दोनों त्रिभुज समरूप होंगे।
- (iii) कोण-भुजा-कोण (ASA) नियम : यदि एक त्रिभुज के दो कोण और एक भुजा क्रमशः दूसरे त्रिभुज के दो संगत कोणों और एक भुजा के समान हो तो दोनों त्रिभुज अनुरूप हैं।
- (iv) समकोण-कर्ण-भुजा (RHS) नियम : यदि एक समकोण त्रिभुज की एक भुजा और कर्ण दूसरे समकोण त्रिभुज की एक भुजा और कर्ण के समान हो तब दोनों त्रिभुज समरूप होंगे।

