इकाई – 3

अध्याय – 3

संरक्षण नियम एवं टक्करें

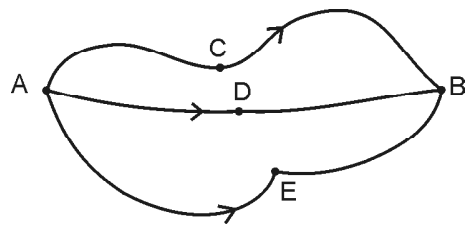
(Conservation Laws and Collisions)

हमारे चारों ओर जितने भी भौतिक प्रक्रम है, वे विभिन्न प्रकार के नियमों से नियंत्रित होते हैं। कुछ भौतिक राशियां निश्चित शर्तों के अधीन नियत अर्थात् संरक्षित रहती हैं ये संरक्षित राशियां कहलाती हैं। प्रत्येक संरक्षित राशि के संगत एक नियम (कथन) बन जाता है उसे संरक्षण नियम कहते हैं। समय व काल की समांगता एवं समदैशिकता के संगत भी कुछ संरक्षण नियम है ये नियम अभी तक कालजयी माने जाते हैं। ऐसी मान्यता है कि आकाश व काल से सम्बन्धित संरक्षण नियम प्रकृति में होने वाली घटनाओं की व्याख्या करने के लिए भौतिकी के सिद्धान्तों को प्रकृति प्रदत्त नियमों के सन्निकट ला देती है। अतः व्यापक रूप से प्रत्येक भौतिक प्रक्रम संरक्षण नियमों की पालना करता है। प्रारम्भिक तौर पर हम कुछ संक्षिप्त भौतिक राशियों के बारे में अध्ययन करते हैं।

संरक्षी बल (Conservative Forces)

बल द्वारा यदि किसी वस्तु की स्थिति में परिवर्तन करने में किया गया कार्य, वस्तु द्वारा तये किये गये वास्तविक पथ पर निर्भर न कर वस्तु की प्रारम्भिक एवं अन्तिम स्थिति पर निर्भर करे तो बल संरक्षी बल कहलाता है।

अर्थात् दो बिन्दुओं के मध्य किया गया कार्य एक समान होगा चाहे वस्तु किसी भी पथ को अपनाये। बल एवं विस्थापन के गुणनफल को कार्य कहते हैं; $W = F \times d$ (3.1)



चित्र 3.1

चित्र 3.1 में एक प्रक्रम की प्रारम्भिक एवं अन्तिम अवस्थाएं क्रमशः A एवं B हैं। प्रक्रम उद्गम स्थल A से मार्ग C, D एवं E से किसी पर भी अग्रसर होकर B पर समाप्त होता है। अतः विभिन्न मार्गों पर अग्रसर होने पर कार्य का मान

$$W_{ACB} = W_{ADB} = W_{AEB}$$

$\because$ C, D, E मार्गों के लिए विस्थापन समान है।

अब यदि वस्तु एक चक्र में A से B व B से A तक लाया जाय तो

$$W_{AB} = - W_{BA}$$

$$W_{AB} + W_{BA} = 0 \qquad (3.2)$$

अर्थात् एक चक्र में किया गया कुल कार्य शून्य होता है तो बल, संरक्षी बल कहलाता है। गुरुत्वीय बल, प्रत्यास्थ बल संरक्षी बल होते है, यदि अन्य प्रतिरोधी बल जैसे – घर्षण, हवा द्वारा आरोपित श्यान बल आदि अनुपस्थित हो।

असंरक्षी बल (Non-Conservative Forces)

यदि किसी वस्तु की स्थिति परिवर्तित करे तो बल के विरूद्ध किया गया कार्य दोनों स्थितियों के मध्य अपनाये गये पथ पर निर्भर करता है तो कार्यरत बल असंरक्षी बल कहलाता है। घर्षण बल (प्रतिरोधी बल) असंरक्षी बल है। स्पष्टतः एक चक्र में किया गया कार्य शून्य नहीं होता है।

ऊर्जा (Energy)

किसी वस्तु द्वारा कार्य करने की कुल क्षमता को ऊर्जा कहते हैं, किसी भी वस्तु में ऊर्जा का मापन उस कुल कार्य से किया जाता है जिसे वस्तु अपनी वर्तमान अवस्था से उस विशेष अवस्था तक आने में कर सकती है। इस प्रकार किया गया कार्य ही ऊर्जा का माप है इसीलिए कार्य और ऊर्जा का मात्रक जूल है प्रत्येक कार्य करने वाली वस्तु में कुछ न कुछ ऊर्जा अवश्य होती है जैसे किसी वस्तु को ऊपर उठाते हैं या स्प्रिंग को खींचते हैं उसमें ऊर्जा

जितना कार्य करते हैं उतनी संचित होती है। ऊर्जा के विभिन्न रूप होते हैं – (1) यांत्रिक ऊर्जा (2) आंतरिक ऊर्जा (3) विद्युत ऊर्जा (4) रसायनिक ऊर्जा (5) उष्मीय या तापीय ऊर्जा (6) नाभिकीय ऊर्जा (7) प्रकाश ऊर्जा (8) सौर ऊर्जा (9) ध्वनि ऊर्जा आदि।

ऊर्जा संरक्षण (Conservation of Energy)

किसी विलगित निकाय की कुल ऊर्जा का योग सर्वदा नियत रहता है अर्थात् ऊर्जा को न तो उत्पन्न किया जा सकता है न ही उसका विनाश किया जा सकता है। केवल एक प्रकार की ऊर्जा का दूसरे प्रकार की ऊर्जा में रूपान्तरण हो सकता है। ऊर्जा रूपान्तरण के कुछ उदाहरण –

1. यांत्रिक ऊर्जा का विद्युत ऊर्जा में परिवर्तन जैसे टर्बाइन और डायनामों के उपयोग से विद्युत प्राप्त करना, रसोईघर में जैसे प्रज्वलन में काम आने वाले चकमक में ज्वाला का उत्पन्न होना।
2. विद्युत ऊर्जा का यांत्रिक ऊर्जा में परिवर्तन जैसे बिजली से चलने वाला पंखा, सफाई करने वाला निर्वात पम्प।
3. गतिज ऊर्जा का उष्मा ऊर्जा में परिवर्तन जैसे दो पत्थरों के टकराने से उष्मा उत्पन्न होती है।
4. विद्युत ऊर्जा का उष्मा एवं प्रकाश ऊर्जा में परिवर्तन जैसे विद्युत लेम्प का जलना, विद्युत हीटर (ऊष्मा), प्रकाश उत्सर्जन।
5. प्रकाश ऊर्जा का विद्युत ऊर्जा में परिवर्तन जैसे प्रकाश विद्युत सेल, सोलर सेल।
6. रासायनिक ऊर्जा का विद्युत ऊर्जा में परिवर्तन जैसे विद्युत सेल।

इसी प्रकार एक ऊर्जा को दूसरी ऊर्जा में परिवर्तित कर ऊर्जा का कुछ भाग ऐसे रूप में बदल जाता है जिससे लाभकारी कार्य नहीं होता है, यह ऊर्जा तो है पर ऊर्जा का क्षय कहलाता है। यह ह्रास ध्वनि, उष्मा किसी भी रूप में हो सकता है।

यांत्रिक ऊर्जा संरक्षण का नियम
(Law of Conservation of Mechanical Energy)

किसी वस्तु की संरक्षी बलों की उपस्थिति में यांत्रिक ऊर्जा अर्थात् उसकी गतिज ऊर्जा एवं स्थितिज ऊर्जा का कुल योग नियत रहता है। यदि K को गतिज ऊर्जा एवं U को स्थितिज ऊर्जा से दर्शाया जाय तो

$K + U =$ नियतांक

$$\Delta K + \Delta U = 0$$

$$\therefore \Delta K = -\Delta U \qquad (3.3)$$

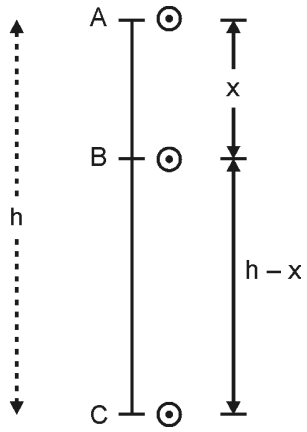
अर्थात् एक ऊर्जा (गतिज ऊर्जा) में वृद्धि होगी तो दूसरी ऊर्जा (स्थितिज ऊर्जा) में कमी आयेगी लेकिन कुल योग नियत रहेगा।

उदाहरण 3.1 सिद्ध करो मुक्त रूप से गिरती हुई वस्तु की कुल ऊर्जा नियत होती है।

हल

चित्र 3.2 में एक मुक्त रूप से गिरती हुई वस्तु की व्यवस्था दर्शायी गयी है।

माना m द्रव्यमान की एक वस्तु को पृथ्वी तल से h ऊँचाई पर स्थित बिन्दु A से विरामावस्था से गिरायी जाती है। माना वस्तु A बिन्दु से x दूरी तय कर B पर आती है, अन्त में पृथ्वी पर स्थित C बिन्दु पर आती है। माना B व C बिन्दुओं पर वेग क्रमशः V_B व V_C है। सर्वप्रथम हम A, B व C बिन्दु पर कुल यांत्रिक ऊर्जा ज्ञात करेंगे।



चित्र 3.2

बिन्दु A पर वस्तु विराम अवस्था में है अतः

$$\text{गतिज ऊर्जा } K = \frac{1}{2} m v_A^2 = 0$$

यहाँ U - पृथ्वी से h ऊँचाई तक पिण्ड को ले जाने में बल mg के विरूद्ध किया गया कार्य स्थितिज ऊर्जा के बराबर है।

$W =$ बल $\times$ विस्थापन

$= mg \times h$

$U = mgh$

अतः स्थितिज ऊर्जा $= mgh.$

$\therefore$ यांत्रिक ऊर्जा = गतिज ऊर्जा + स्थितिज ऊर्जा

$$E_A = 0 + mgh$$

$$E_A = mgh$$

बिन्दु B पर गतिज ऊर्जा :

$$K = \frac{1}{2} m v_B^2$$

परन्तु न्यूटन की गति के तीसरे समीकरण से

$$v_B^2 = u^2 + 2g(x)$$

$$\because u = 0 \therefore v_B^2 = 2g(x)$$

$$K = \frac{1}{2} m 2g\ x$$

या $K = mgx$

स्थितिज ऊर्जा :

$U = mg(h - x)$

$= mgh - mgx$

$\therefore$ यांत्रिक ऊर्जा = गतिज ऊर्जा + स्थितिज ऊर्जा

$E_B = mgx + mgh - mgx$

$E_B = mgh$

इसी प्रकार C बिन्दु पर गतिज ऊर्जा = $K = \frac{1}{2}mV_c^2$

परन्तु $V_c^2 = 2gh \quad \because u = 0$

$\therefore K = \frac{1}{2}m(2gh)$

या $K = mgh$

एवं स्थितिज ऊर्जा = $mgh = 0 \quad \because h = 0$

तो यांत्रिक ऊर्जा = K + U

$E_C = mgh + 0$

$E_C = mgh$

यहां $E_A = E_B = E_C$ है अतः यांत्रिक ऊर्जा संरक्षित है।

संवेग एवं संरक्षण नियम

(Momentum and Conservation Law)

संवेग – किसी गतिशील वस्तु का संवेग उस वस्तु के रेखीय वेग $\vec{V}$ तथा द्रव्यमान m के गुणनफल के बराबर होता है। इसे p से व्यक्त करते हैं।

संवेग का मात्रक किग्रा – मीटर प्रति सैकण्ड है इसकी विमा $\left[M^1L^1T^{-1}\right]$ है।

संवेग संरक्षण नियम

किसी निकाय पर कुल बाह्य बल शून्य हो तो निकाय का परिणामी संवेग नियत रहता है।

अर्थात् $\vec{P}$ = नियंताक

या $\vec{p}_1 + \vec{p}_2 + ... + \vec{p}_n$ = नियंताक

न्यूटन के द्वितीय नियम से किसी निकाय के रेखीय संवेग में परिवर्तन की दर उस पर लग रहे कुल आरोपित बल के बराबर होती है। संवेग परिवर्तन की दिशा सदैव बल की दिशा में होती है। अर्थात् $\vec{F} = \frac{\vec{dp}}{dt}$ (3.4)

बाह्य बल अनुपस्थित हो तो $\vec{F} = 0$

$\frac{\vec{dp}}{dt} = 0$ $\vec{p}$ = नियंताक किसी राशि का अवकलन शून्य है अर्थात् वह नियत होती है।

यदि दो कणों का निकाय हो तो बाह्य बलों की अनुपस्थिति में संवेग नियत होता है अर्थात् $\vec{p}_1 + \vec{p}_2$ नियंताक

संवेग संरक्षण नियम के उदाहरण

(i) बंदूक से दागी गई गोली – बंदूक व गोली का प्रारम्भिक वेग शून्य है। अतः प्रारम्भ में कुल संवेग शून्य होगा। माना बंदूक दागने के बाद m द्रव्यमान की गोली का वेग $\vec{v}$ तथा M द्रव्यमान की बंदूक का प्रतिक्षेप वेग $\vec{V}$ है तो संवेग संरक्षण के नियम से

$0 = M\vec{V} + m\vec{v}$

$\vec{V} = -\frac{m}{M}\vec{v}$

(ii) दो पिण्डों की टक्कर – माना m_1 व m_2 द्रव्यमान के दो पिण्डों का टक्कर के पूर्व वेग $\vec{u}_1$ व $\vec{u}_2$ तथा टक्कर के पश्चात् वेग $\vec{v}_1$ व $\vec{v}_2$ हो तो संवेग संरक्षण के नियम से टक्कर के पूर्व का कुल संवेग = पश्चात का कुल संवेग

$m_1\vec{u}_1 + m_2\vec{u}_2 = m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2$

कोणीय संवेग संरक्षण नियम

(Conservation of Angular Momentum)

यदि किसी घूर्णन अक्ष के परित घूर्णन करते हुए पिण्ड पर बाह्य बलाघूर्ण का मान शून्य हो तो उस पिण्ड का कोणीय संवेग नियत रहता है। हम जानते हैं $\vec{\tau} = \frac{d\vec{L}}{dt}$

यदि $\vec{\tau} = 0$, यदि किसी राशि का अवकलन शून्य है अर्थात् वह अचर राशि है।

$\frac{d\vec{L}}{dt} = 0$ (3.5)

$\vec{L}$ = नियंताक

पिण्ड की दो घूर्णन स्थितियों के लिए

$\vec{L}_1 = I_1\vec{\omega}_1, \vec{L}_2 = I_2\vec{\omega}_2$

यदि $\vec{L}_1 = \vec{L}_2$

तो $I_1\omega_1 = I_2\omega_2$

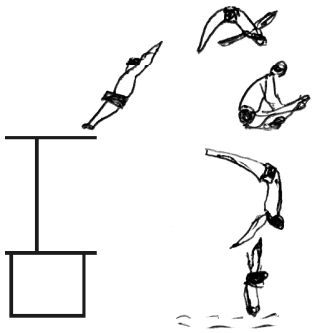
$$m_1 r_1^2 \omega_1 = m_2 r_2^2 \omega_2$$

यदि $m_1 = m_2 = m$ तो

$r_1^2 \omega_1 = r_2^2 \omega_2 =$ नियंताक $= r^2\omega$

$$\omega \propto \frac{1}{r^2} \qquad (3.6)$$

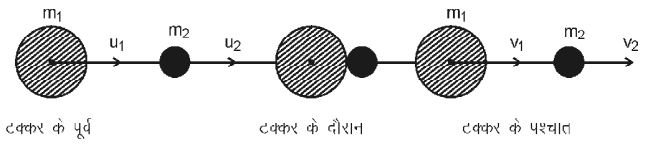
अर्थात् घूर्णन बढ़ाना (कोणीय वेग) है तो घूर्णन अक्ष से लम्बवत दूरी कम करना पड़ेगा। यही कारण है कि जब कोई गोताखोर ऊपर से पानी में कूदता है तो शरीर को मोड़ते हुए कूदता है जिससे जड़त्व आघूर्ण का मान कम हो जाता है (r कम हो जाता है) वह हवा में घूर्णन को बढ़ा लेगा (ω बढ़ता है) पानी के पास जाकर अपने आप को फैला देता है जिससे I का मान बढ़ने से ω घट जाता है और अधिक गहराई तक पानी में जाता है। इसे सांकेतिक रूप से चित्र 3.3 में बताया गया है।



चित्र 3.3

सरल रेखीय या एक विमीय टक्कर

दो पिण्ड जब एक ही सरल रेखा में गति करते हुए टकराते हैं एवं टक्कर के पश्चात् समान दिशा में गति करें तो एक विमीय या सम्मुख टक्कर कहलाती है, जैसा कि चित्र 3.4 में दर्शाया है।



चित्र 3.4

माना m_1 व m_2 द्रव्यमान के दो कण एक ही दिशा में प्रारम्भिक वेग $\vec{u}$ व $\vec{u}_2$ $\left(\vec{u}_1 > \vec{u}_2\right)$ से गतिमान है टक्कर के पश्चात् उसी दिशा में उनके वेग क्रमशः v_1 व v_2 हो जाते है तो संवेग संरक्षण के नियम से

टक्कर के पूर्व कुल संवेग = टक्कर के पश्चात् कुल संवेग

$$m_1\vec{u}_1 + m_2\vec{u}_2 = m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2$$

$$m_1\left(\vec{u}_1 - \vec{v}_1\right) = m_2\left(\vec{v}_2 - \vec{u}_2\right)$$

चूंकि एक ही सरल रेखा में गति है अतः

$$m_1(u_1 - v_1) = m_2(u_2 - v_2) \qquad (3.7)$$

इसी प्रकार (ऊर्जा संरक्षण के नियम से)

टक्कर के पूर्व गतिज ऊर्जा = टक्कर के पश्चात् गतिज ऊर्जा

$$\frac{1}{2}m_1u_1^2 + \frac{1}{2}m_2u_2^2 = \frac{1}{2}m_1v_1^2 + \frac{1}{2}m_2v_2^2 \qquad (3.8)$$

या $$\frac{1}{2}m_1\left(u_1^2 - v_1^2\right) = \frac{1}{2}m_2\left(v_2^2 - u_2^2\right)$$

या

$$\frac{1}{2}m_1\left(u_1 - v_1\right)\left(u_1 + v_1\right) = \frac{1}{2}m_2\left(v_2 - u_2\right)\left(v_2 + u_2\right) \qquad (3.9)$$

समी. (3.9) में (3.7) का भाग देने पर

$$\frac{(u_1 - v_1)(u_1 + v_1)}{(u_1 - v_1)} = \frac{(v_2 - u_2)(v_2 + u_2)}{(v_2 - u_2)}$$

या $$u_1 + v_1 = v_2 + u_2 \qquad (3.10)$$

या $$u_1 - u_2 = v_2 - v_1$$

$$(v_2 - v_1) = -(u_2 - u_1) \qquad (3.11)$$

अर्थात् पूर्ण प्रत्यास्थ टक्कर में पिण्डों के सापेक्ष वेग परिमाण में अपरिवर्तित परन्तु दिशा में विपरीत हो जाते है। यह न्यूटन का प्रत्यास्थ नियम कहलाता है।

उपरोक्त विवेचना को टक्कर के पश्चात् वेगों का परिकलन करने में उपयोग कर सकते हैं –

प्रथम पिण्ड का वेग

समी. (3.11) से

$$v_2 = u_1 + v_1 - u_2$$

v_2 का मान समी. (3.7) में रखकर हल करने पर

$m_1u_1 + m_2u_2 = m_1v_1 + m_2(u_1 + v_1 - u_2)$

$m_1u_1 + m_2u_2 = m_1v_1 + m_2u_1 + m_2v_1 - m_2u_2$

$(m_1 - m_2)u_1 + 2m_2u_2 = (m_1 + m_2)v_1$

$$v_1 = \left(\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\right)u_1 + \left(\frac{2m_2}{m_1 + m_2}\right)u_2 \qquad (3.12)$$

इसी प्रकार समी. (3.11) से v_1 का मान समी. (3.11) में रखकर द्वितीय पिण्ड का वेग ज्ञात कर सकते हैं।

$$v_2 = \left(\frac{2m_1}{m_1 + m_2}\right) u_1 + \left(\frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2}\right) u_2 \qquad (3.13)$$

विशेष परिस्थितियां

1. यदि दोनों पिण्ड समान द्रव्यमान के हैं अर्थात् $m_1 = m_2 = m$

   समी. (3.12) व (3.13) से $v_1 = u_2$ तथा $v_2 = u_1$

   इस स्थिति में पिण्ड अपने वेगों को परस्पर बदल लेते हैं।

2. यदि m_2 द्रव्यमान वाला पिण्ड विरामावस्था में है अर्थात् $u_2 = 0$

   तो समी. (3.12) व (3.13) से

$$v_1 = \left(\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\right) u_1 \qquad (3.14)$$

एवं $$v_2 = \left(\frac{2m_1}{m_1 + m_2}\right) u_1 \qquad (3.15)$$

पुनः यदि इस स्थिति में $m_1 = m_2$ हो तो

$v_1 = 0$ तथा $v_2 = u_1$

अर्थात् इस स्थिति में टक्कर के पश्चात् पहला पिण्ड स्थिर हो जाता है एवं दूसरा पिण्ड, पहले पिण्ड के वेग u_1 से चलने लगता है। यह सम्पूर्ण संवेग स्थानान्तरण का अनुपम उदाहरण है। नाभिकीय संयंत्रों में शृंखला अभिक्रिया में न्यूट्रान की बौछार को नियंत्रित करने में काम आने वाले मंदक का चुनाव करने में इसका महत्वपूर्ण योगदान है।

प्रत्यवस्थान गुणांक

न्यूटन ने यह ज्ञात किया है कि टक्कर के पश्चात् व टक्कर के पूर्व कणों के आपेक्षित वेगों का अनुपात नियत होता है इसे (–e) से व्यक्त करते हैं तथा प्रत्यावस्थान गुणांक कहते हैं :

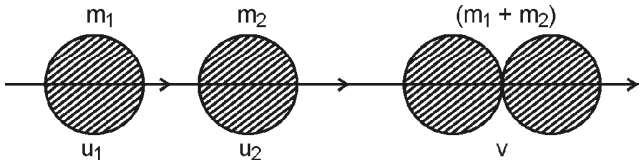
$$-e = \frac{\vec{v_1} - \vec{v_2}}{\vec{u_1} - \vec{u_2}} \qquad (3.16)$$

यदि $e = 1$ तो टक्कर पूर्ण प्रत्यास्थ टक्कर होती है, यदि $e = 0$ तो टक्कर पूर्ण अप्रत्यास्थ टक्कर होती है इस स्थिति में $v_1 = v_2 = v$ पिण्ड सटकर एक ही वेग से गति करते हैं। सभी अप्रत्यास्थ टक्करों के लिए $0 < e < 1$.

अप्रत्यास्थ टक्कर

इस टक्कर में गतिज ऊर्जा का संरक्षण नहीं होता है परन्तु संवेग का संरक्षण होता है। टक्कर के पश्चात् वस्तुएं समान चाल से सट कर साथ–साथ चलती है।

माना m_1 व m_2 द्रव्यमान का टक्कर के पूर्व वेग क्रमशः $\vec{u}_1$ व $\vec{u}_2$ है तथा टक्कर के पश्चात् उनका समान वेग $\vec{v}$ हो जाता है। इसका रेखिक चित्रण चित्र 3.5 में दर्शाया गया है। संवेग संरक्षण के नियम से –



चित्र 3.5

$$m_1\vec{u}_1 + m_2\vec{u}_2 = (m_1 + m_2)\vec{v}$$

$$v = \frac{m_1\vec{u}_1 + m_2\vec{u}_2}{m_1 + m_2} \qquad (3.17)$$

यदि m_2 द्रव्यमान वाली वस्तु स्थिर हो तो $u_2 = 0$ एवं

$$\vec{v} = \left(\frac{m_1}{m_1 + m_2}\right)\vec{u}_1 \qquad (3.18)$$

टक्कर के पूर्व गतिज ऊर्जा

$$K_1 = \frac{1}{2} m_1 u_1^2 \qquad (3.19)$$

टक्कर के पश्चात् गतिज ऊर्जा

$$K_2 = \frac{1}{2}(m_1 + m_2) v^2$$

v का मान समी. (3.18) से रखने पर

$$K_2 = \frac{1}{2}(m_1 + m_2)\left[\frac{m_1^2}{(m_1 + m_2)^2}\right] u_1^2$$

$$K_2 = \frac{1}{2}\frac{m_1^2}{(m_1 + m_2)} u_1^2 \qquad (3.20)$$

समी. (3.20) में (3.19) का भाग देने पर

$$\frac{K_2}{K_1} = \frac{\frac{1}{2}\left(\frac{m_1^2}{m_1 + m_2}\right) u_1^2}{\frac{1}{2} m_1 u_1^2}$$

$$\frac{K_2}{K_1}=\frac{m_1}{(m_1+m_2)};\quad \frac{K_2}{K_1}<1; \qquad (3.21)$$

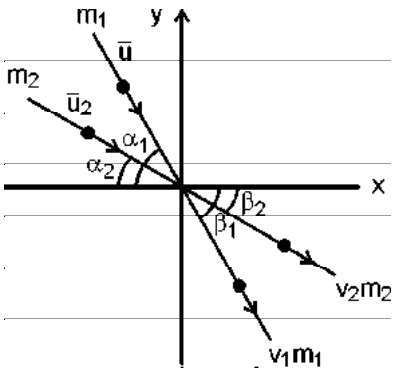
$$K_2 < K_1$$

स्पष्ट है टक्कर के पश्चात् अप्रत्यास्थ टक्कर में गतिज ऊर्जा का मान कम हो जाता है। अर्थात् गतिज ऊर्जा का संरक्षण नहीं होता है।

द्विविमीय टक्कर या तिर्यक टक्कर

जब टक्कर करने वाली वस्तुओं के वेग एक सरल रेखा के अनुदिश नहीं होते है तो टक्कर के पश्चात् वे वस्तुओं के केन्द्रों को जोड़ने वाली रेखा की दिशा में न चले तो टक्कर द्विविमीय या तिर्यक टक्कर कहलाते हैं।

चित्र 3.6 में m_1 व m_2 द्रव्यमान की दो वस्तुएं टक्कर के पूर्व x–y तल में x अक्ष के साथ α_1 व α_2 कोण बनाते हुए क्रमशः v_1 व v_2 वेग से गतिमान है।



चित्र 3.6

टक्कर के पश्चात् ये वस्तुएं xy तल में x अक्ष से क्रमशः β_1 व β_2 कोण बनाते हुए क्रमशः v_1 व v_2 वेग से गतिमान है तो संवेग संरक्षण के सिद्धांत से कुल रेखीय संवेग x- अक्ष की दिशा में संवेगों के वियोजित भागों का योग नियत रहेगा अर्थात्

$$m_1u_1\cos\alpha_1+ m_2u_2\cos\alpha_2 = m_1v_1\cos\beta_1+ m_2v_2\cos\beta_2 \qquad (3.22)$$

इसी प्रकार y अक्ष की दिशा संवेग संरक्षण के सिद्धांत से

$$m_1u_1\sin\alpha_1+m_2u_2\sin\alpha_2 = m_1v_1\sin\beta_1+m_2v_2\sin\beta_2 \qquad (3.23)$$

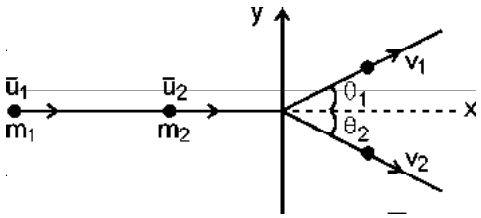
प्रत्यास्थ टक्कर में गतिज ऊर्जा संरक्षित होती है।

अतः

$$\frac{1}{2}m_1u_1^2+\frac{1}{2}m_2u_2^2=\frac{1}{2}m_1v_1^2+\frac{1}{2}m_2v_2^2 \qquad (3.24)$$

समी. (3.22), (3.23) व (3.24) को हल कर तिर्यक टक्कर की व्याख्या की जा सकती है, जो कि चित्र 3.7 में दर्शायी गयी है।

सरलता की दृष्टि से हम एक विशेष स्थिति का अध्ययन करते हैं।



चित्र 3.7

माना m_1 द्रव्यमान की वस्तु u_1 वेग से स्थिर वस्तु m_2 से तिर्यक टक्कर करती है।

$\alpha_1= 0,\ \beta_1 = \theta_1$ and $\beta_2 = \theta_2$

तो समी. (3.22), (3.23) व (3.24) में $v_2= 0$ रखने पर

$$m_1u_1= m_1v_1\cos\theta_1 + m_2= v_2\cos\theta_2 \qquad (3.25)$$

$4_2= 0$ में $\alpha_1= 0_1,\ \beta_1 = \theta_1$ and $\beta_2 = \theta_2$ रखने पर

$$0 = m_1v_1 \sin\theta_1 + m_2v_2\sin\theta_2 \qquad (3.26)$$

टक्कर प्रत्यास्थ हो तो

$$\frac{1}{2}m_1u_1^2=\frac{1}{2}m_1v_1^2+\frac{1}{2}m_1u_2^2 \qquad (3.27)$$

विशेष स्थिति $m_1 = m_2 = m$ हो तो

$$u_1= v_1\cos\theta_1+ v_2\cos\theta_2 \qquad (3.28)$$

$$0 = v_1 \sin\theta_1 + v_2\sin\theta_2 \qquad (3.29)$$

$$u_1^2 = v_1^2 + v_2^2 \qquad (3.30)$$

समी. (3.28) व (3.29) का वर्ग कर जोड़ने पर

$$u_1^2 = v_2^2 + 2v_1v_2(\cos\theta_1\cos\theta_2 + \sin\theta_1\sin\theta_2) + v_1^2$$

परन्तु (3.30) के उपयोग से

$$2\ v_1v_2\ [\cos(\theta_1+\theta_2)] = 0$$

$\because\ v_1 \neq 0 \neq v_2;\ \cos(\theta_1+\theta_2) = 0$

$$\theta_1+\theta_2 = 90°$$

इस स्थिति में वस्तुएं परस्पर लम्बवत दिशाओं में गति करेगी।

संघट्ट या टक्करें

जब पिण्ड अथवा आवेशित सूक्ष्म कण एक दूसरे के निकट आते हैं तो उनकी टक्कर अथवा अन्योन्य क्रिया के कारण उनकी गति, दिशा या संवेग या ऊर्जा में परिवर्तन होता है। इसे अन्योन्य क्रिया को टक्कर या संघात या संघट्ट कहते हैं।

टक्कर के लिए आवश्यक नहीं है कि वस्तुएं आपस में स्पर्श करें। टक्कर में निकाय के विभिन्न पिण्डों के बीच संवेग एवं ऊर्जा का आदान–प्रदान अथवा पुनः वितरण होता है।

टक्कर का समय अत्यल्प होता है जैसे – कैरम बोर्ड में प्रहारक से गोटियों को बिखेरना, बिलियर्ड्स में मेज पर स्थित गेदों के मध्य टक्करें आदि। अत्यल्प से अभिप्राय है कि कैरम बोर्ड पर प्रहारक द्वारा एक प्रहार में लगाये गये कुल समय (विराम से विराम तक) के सापेक्ष दो गोटियों के सम्पर्क का समय अत्यल्प होता है। टक्करों के भौतिकीय विश्लेषण के लिए वेग, संवेग, गतिज ऊर्जा एवं कुल ऊर्जा का उपयोग होता है। इन्हीं के आधार पर टक्करों का विभेदीकरण करते हैं। टक्करें मूलतः दो प्रकार की होती हैं – (i) प्रत्यास्थ टक्कर (ii) अप्रत्यास्थ टक्कर।

(i) **प्रत्यास्थ टक्कर** – ऐसी टक्कर जिसमें निकाय क संवेग तथा गतिज ऊर्जा दोनों ही संरक्षित रहे, पूर्ण प्रत्यास्थ टक्कर कहलाती है। परमाणुओं, अणुओं, मूल कणों के बीच टक्कर लगभग पूर्ण प्रत्यास्थ टक्कर होती है, व्यवहारिक रूप में कोई भी टक्कर पूर्ण प्रत्यास्थ टक्कर सम्भव नहीं है।

(ii) **अप्रत्यास्थ टक्कर** – यदि दो पिण्ड टक्कर के पश्चात् एक दूसरे से चिपक कर एक ही पिण्ड की तरह गति करते है तो ऐसी टक्कर पूर्णतः अप्रत्यास्थ टक्कर कहलाती है। इस टक्कर में संवेग संरक्षित रहता है, परन्तु गतिज ऊर्जा में अधिकतम हानि होती है जैसे बंदूक की गोली लकड़ी में धस जाय। यह पूर्ण अप्रत्यास्थ टक्कर है।

महत्वपूर्ण बिन्दु

1. वस्तु द्वारा कार्य करने की क्षमता को ऊर्जा कहते हैं।
2. सामान्यतः गतिज ऊर्जा एवं स्थितिज ऊर्जा को यांत्रिक ऊर्जा कहते हैं।
3. आंतरिक संरक्षी बलों की उपस्थिति में निकाय की यांत्रिक ऊर्जा संरक्षित रहती है।
4. किसी पिण्ड पर गति के दौरान कार्यरत बाह्य बलाघूर्ण का मान शून्य है तो उसका कोणीय संवेग नियत रहता है।
5. प्रत्यास्थ टक्कर – जिस टक्कर में रेखीय संवेग संरक्षित रहता है तथा गतिज ऊर्जा भी संरक्षित रहती है प्रत्यास्थ टक्कर कहलाती है।
6. अप्रत्यास्थ टक्कर – जिस टक्कर में गतिज ऊर्जा संरक्षित नहीं रहती है। गतिज ऊर्जा में आयी कमी किसी और प्रक्रिया में खर्च होती है। इन्हें अप्रत्यास्थ टक्कर कहते हैं।

अभ्यासार्थ प्रश्न

वस्तुनिष्ठ प्रश्न

1. दो पिण्डों की गतिज ऊर्जा समान है एवं द्रव्यमानों का अनुपात 1 : 3 है तो रेखीय संवेगों का अनुपात होगा –

   (अ) $\frac{1}{\sqrt{3}}$ (ब) $\sqrt{3}$

   (स) 3 (द) $\sqrt{2}$

2. निम्न में से कौनसा मात्रक ऊर्जा का नहीं है –

   (अ) जूल (ब) किलोवाट

   (स) अर्ग (द) इलेक्ट्रॉन वोल्ट

3. पूर्णतः अप्रत्यास्थ टक्कर के लिए e का मान होता है–

   (अ) 1 (ब) $^1/_2$

   (स) 0 (द) $^1/_3$

4. एक अश्वशक्ति का मान वॉट में कितना होता है –

   (अ) 100 (ब) 10

   (स) 286 (द) 746

अतिलघुत्तरात्मक प्रश्न

1. एक बस एवं कार समान गतिज ऊर्जा से सड़क पर गतिशील है। एक साथ ईंजन (ट्रक) बन्द करने पर कौन कम दूरी पर रूकेगा। समझाइये।
2. घड़ी में चाबी भरने पर वापस चालु हो जाती है। ऊर्जा रूपान्तरण के आधार पर समझाइये।
3. 5 किग्रा का एक पिण्ड पृथ्वी की सतह से 10 मीटर की ऊँचाई से स्वतंत्रापूर्वक गिरती है तो पृथ्वी पर टकराते समय चाल क्या होगी?

लघुत्तरात्मक प्रश्न

1. यांत्रिक ऊर्जा संरक्षण का नियम लिखिये।
2. टक्कर के लिए न्यूटन के नियम लिखिये।
3. प्रत्यास्थ एवं अप्रत्यास्थ टक्कर में अन्तर बताइये।
4. यदि किसी पिण्ड का वेग 100 प्रतिशत बढ़ा दिया जाय तो गतिज ऊर्जा में प्रतिशत वृद्धि ज्ञात कीजिये।
5. 10 किग्रा का रेत से भरा थैला भारहीन डोरी से लटका हुआ है। इसमें 100 ग्राम की गोली 15 मी/से की चार से दागी जाती है जो कि थैले में धंस जाती है। थैले की चाल ज्ञात कीजिये।

निबन्धात्मक प्रश्न

1. दो समान द्रव्यमान सरल रेखा में शक्तिमान पिण्ड प्रत्यास्थ टक्कर करते हैं। सिद्ध कीजिये कि टक्कर के पश्चात् इनके वेग परस्पर बदल जाते हैं।

2. दो समान द्रव्यमान के पिण्ड तिर्यक टक्कर करते हैं। टक्कर में गतिज ऊर्जा संरक्षित रहती है तो दर्शाइये कि टक्कर के पश्चात् दोनों पिण्ड परस्पर लम्बवत् दिशा में गति करते हैं।
3. सिद्ध कीजिये कि स्वतंत्रतापूर्वक नीचे गिरती हुई वस्तु में यांत्रिक ऊर्जा संरक्षित रहती है।

उत्तरमालाः 1 (अ) 2 (ब) 3 (स) 4 (द)