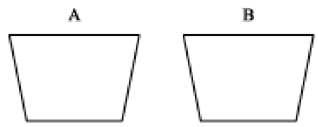
ಅಧ್ಯಾಯ – 9

ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜಗಳು ಮತ್ತು ತ್ರಿಭುಜಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳು

9.1 ಪೀಠಿಕೆ

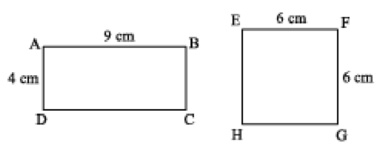
ಭೂಮಿಯ ಪರಿಮಿತಿಯನ್ನು ವಿಭಾಗಿಸಿ, ಸೂಕ್ತವಾದ ಭಾಗಗಳನ್ನಾಗಿ ವಿಂಗಡಿಸುವ ಸಂದರ್ಭದಲ್ಲಿ, ಅದನ್ನು ಅಳತೆ ಮಾಡುವುದರ ಮುಖಾಂತರ ರೇಖಾಗಣಿತದ ಅಧ್ಯಯನ ಆರಂಭವಾಯಿತು ಎಂದು ನೀವು 5ನೆಯ ಅಧ್ಯಾಯದಲ್ಲಿ ಕಲಿತಿರುವಿರಿ. ಉದಾ : ಬುಧಿಯಾ ಎಂಬ ರೈತ ಮಹಿಳೆಯೊಬ್ಬರು ತ್ರಿಕೋನಾಕಾರದ ಜಮೀನನ್ನು ಹೊಂದಿದ್ದರು. ಅದನ್ನು ಆಕೆಯು ತನ್ನ ಇಬ್ಬರು ಹೆಣ್ಣು ಮಕ್ಕಳು ಹಾಗೂ ಒಬ್ಬ ಮಗನಿಗೆ ಸಮನಾಗಿ ಹಂಚಲು ನಿರ್ಧರಿಸಿದರು. ಆ ಜಮೀನಿನ ನಿಜವಾದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಲೆಕ್ಕ ಹಾಕದೆ, ಆಕೆಯು ಆ ತ್ರಿಭುಜಾಕಾರದ ಜಮೀನಿನ ಒಂದು ಬದಿಯನ್ನು ಸಮನಾದ ಮೂರು ಭಾಗಗಳಾಗಿ ವಿಂಗಡಿಸಿದಾಗ ದೊರಕಿದ ಎರಡು ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಅದರ ಅಭಿಮುಖ ಶೃಂಗಕ್ಕೆ ಸೇರಿಸಿದಳು. ಈ ರೀತಿಯಾಗಿ ಆಕೆಯು ಜಮೀನನ್ನು ಮೂರು ಭಾಗಗಳಾಗಿ ವಿಂಗಡಿಸಿ, ಒಂದೊಂದು ಭಾಗವನ್ನು ತನ್ನ ಮಕ್ಕಳಿಗೆ ಕೊಟ್ಟಳು. ಆಕೆಯಿಂದ ಹೀಗೆ ದೊರಕಿದ ಮೂರೂ ಭಾಗಗಳು ನಿಜವಾಗಿ ಸಮನಾದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿವೆ ಎಂದು ನೀವು ಭಾವಿಸುವಿರಾ ? ಈ ರೀತಿಯ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳು ಮತ್ತು ಇದಕ್ಕೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ ಇತರ ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ಉತ್ತರಿಸಲು ನೀವು ಹಿಂದಿನ ತರಗತಿಗಳಲ್ಲಿ ಕಲಿತಿರುವ ಸಮತಲಾಕೃತಿಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳ ಬಗ್ಗೆ ಪುನರಾವಲೋಕನ ಮಾಡಬೇಕಾಗುತ್ತದೆ.


ಚಿತ್ರ 9.1

ಒಂದು ಸರಳ ಆವೃತ ಆಕೃತಿಯಿಂದ ಆವರಿಸಲ್ಪಟ್ಟ ಸಮತಲದ ಭಾಗಕ್ಕೆ ಆಕೃತಿಯ ಸಮತಲಾಕೃತಿ ಪ್ರದೇಶ ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ. ಎಂಬುದನ್ನು ನೀವು ಸ್ಮರಿಸಿಕೊಳ್ಳಬಹುದು. ಈ ಸಮತಲಾಕೃತಿಯ ಪ್ರದೇಶದ ಪರಿಮಾಣ ಅಥವಾ ಅಳತೆಯೇ ಅದರ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವಾಗಿದೆ. ಈ ಪರಿಮಾಣ ಅಥವಾ ಅಳತೆಯನ್ನು ನಾವು ಸಾಂಖ್ಯಿಕ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಸೂಚಿಸುತ್ತೇವೆ. (ಕೆಲವು ಮೂಲಮಾನಗಳೊಂದಿಗೆ) ಉದಾ $5cm^2$, $8m^2$, 3 ಹೆಕ್ಟೇರ್‌ಗಳು ಇತ್ಯಾದಿ. ಆಕೃತಿಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಿದ್ದು (ಕೆಲವು ಮೂಲಮಾನಗಳೊಂದಿಗೆ), ಇದು ಆಕೃತಿಯು ಆವರಿಸಲ್ಪಟ್ಟ ಸಮತಲದ ಭಾಗಕ್ಕೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದೆ ಎಂದು ನಾವು ಹೇಳಬಹುದು.

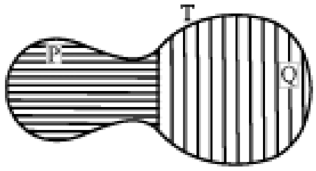
ಅಧ್ಯಾಯ 7 ಹಾಗೂ ಹಿಂದಿನ ತರಗತಿಗಳಲ್ಲಿ ಸರ್ವಸಮ ಆಕೃತಿಗಳ ಪರಿಕಲ್ಪನೆಯ ಪರಿಚಯ ಹೊಂದಿದ್ದೇವೆ. **ಒಂದೇ ಆಕಾರ ಮತ್ತು ಗಾತ್ರಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಎರಡು ಆಕೃತಿಗಳನ್ನು ಸರ್ವಸಮ ಆಕೃತಿಗಳು ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ.** ಇನ್ನೊಂದು ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಹೇಳುವುದಾದರೆ ಚಿತ್ರ 9.1 ರಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿರುವ ಆಕೃತಿ A ಮತ್ತು B ಗಳು ಸರ್ವಸಮವಾದರೆ, ಅರೆ ಪಾರದರ್ಶಕ ಹಾಳೆಯ (tracing paper) ಸಹಾಯದಿಂದ ಅವುಗಳನ್ನು ಒಂದು ಆಕೃತಿಯು ಇನ್ನೊಂದು ಆಕೃತಿಯನ್ನು ಸರಿಯಾಗಿ ಆವರಿಸುವಂತೆ, ಒಂದರ ಮೇಲೆ ಇನ್ನೊಂದನ್ನು ಹೊಂದಿಕೆ ಆಗುವಂತೆ ಚಿತ್ರಿಸಬಹುದು. ಆದ್ದರಿಂದ A ಮತ್ತು B **ಆಕೃತಿಗಳು ಸರ್ವಸಮವಾದರೆ, ಅವುಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಸಮವಾಗಿರಲೇಬೇಕು. ಆದರೆ ಈ ಹೇಳಿಕೆಯ ವಿಲೋಮವು ಸತ್ಯವಲ್ಲ. ಇನ್ನೊಂದು ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಹೇಳುವುದಾದರೆ ಸಮಾನ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಹೊಂದಿರುವ ಎರಡು ಆಕೃತಿಗಳು ಸರ್ವಸಮವಾಗಿರಬೇಕಾಗಿಲ್ಲ.**

ಉದಾ : ಚಿತ್ರ 9.2 ರಲ್ಲಿ ಆಯತ ABCD ಮತ್ತು EFGH ಗಳು ಒಂದೇ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ($9 \times 4cm^2$ ಮತ್ತು $6 \times 6cm^2$) ಹೊಂದಿದ್ದರೂ ಕೂಡಾ ಅವುಗಳು ಸರ್ವಸಮವಲ್ಲ ಎಂಬುದು ಸ್ಪಷ್ಟ (ಯಾಕೆ ?)



ಚಿತ್ರ 9.2

ಈಗ ಕೆಳಗೆ ಕೊಟ್ಟಿರುವ 9.3 ಚಿತ್ರವನ್ನು ಗಮನಿಸೋಣ



ಚಿತ್ರ 9.3

ಆಕೃತಿ T ಯಿಂದ ಆವರಿಸಲ್ಪಟ್ಟ ಸಮತಲಾಕೃತಿ ಭಾಗವು, ಆಕೃತಿ P ಮತ್ತು ಆಕೃತಿ Q ಗಳಿಂದ ಆವರಿಸಲ್ಪಟ್ಟ ಸಮತಲಾಕೃತಿ ಭಾಗಗಳಿಂದ ಉಂಟಾಗಿವೆ ಎಂದು ನಾವು ಗಮನಿಸಬಹುದು.

ಆಕೃತಿ T ಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = ಆಕೃತಿ P ಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ + ಆಕೃತಿ Q ನ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಎಂದು ನಾವು ಮೇಲಿನ ಚಿತ್ರದಿಂದ ಸುಲಭವಾಗಿ ಗಮನಿಸಬಹುದು.

ಆಕೃತಿ A ಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ವಿ(A) ಆಕೃತಿ B ಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ವಿ(B) ಎಂದೂ ಆಕೃತಿ T ಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ವಿ(T) ಇತ್ಯಾದಿಯಾಗಿ ಸೂಚಿಸಬಹುದು. **ಆಕೃತಿಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಿದ್ದು (ಕೆಲವು ಮೂಲಮಾನವಿರುವ) ಇದು ಆಕೃತಿಯು ಆವರಿಸ್ಪಟ್ಟ ಸಮತಲದ ಭಾಗಕ್ಕೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ್ದು ಈ ಕೆಳಗಿನ ಎರಡು ಗುಣಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿದೆ.**

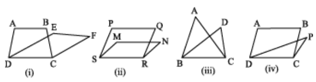
1. A ಮತ್ತು B ಗಳು ಎರಡು ಸರ್ವಸಮ ಆಕೃತಿಗಳಾದರೆ ವಿ(A)=ವಿ(B) ಮತ್ತು

2. ಆಕೃತಿ T ಯ ಸಮತಲಾಕೃತಿ ಪ್ರದೇಶವು ಒಂದರ ಮೇಲೊಂದು ಇಲ್ಲದಂತೆ ಇರುವ ಆಕೃತಿ P ಮತ್ತು ಆಕೃತಿ Q ನ ಸಮತಲಾಕೃತಿ ಪ್ರದೇಶಗಳಿಂದ ಮಾಡಲ್ಪಟ್ಟರೆ ವಿ(T)=ವಿ(P)+ವಿ(Q)

ಹಿಂದಿನ ತರಗತಿಗಳಲ್ಲಿ ನೀವು ಆಯತ, ವರ್ಗ, ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ, ತ್ರಿಭುಜ ಮುಂತಾದ ಆಕೃತಿಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವ ಸೂತ್ರಗಳ ಬಗ್ಗೆ ತಿಳಿದಿರುವಿರಿ. ಪ್ರಸ್ತುತ ಅಧ್ಯಾಯದಲ್ಲಿ ಒಂದೇ ಪಾದ ಹಾಗೂ ಒಂದೇ ಜೊತೆ ಸಮಾಂತರ ರೇಖೆಗಳ ನಡುವೆ ಇರುವ, ಎರಡು ಜ್ಯಾಮಿತೀಯ ಆಕೃತಿಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳ ನಡುವಿನ ಸಂಬಂಧಗಳನ್ನು ಅಭ್ಯಾಸ ಮಾಡುವ ಮುಖಾಂತರ, ಈ ಸೂತ್ರಗಳ ಜ್ಞಾನವನ್ನು ಒಗ್ಗೂಡಿಸುವ ಪ್ರಯತ್ನ ಮಾಡೋಣ. ಈ ಅಧ್ಯಯನವು "ತ್ರಿಕೋನಗಳ ಸರ್ವಸಮತೆ" ಯ ಕೆಲವು ಫಲಿತಾಂಶಗಳನ್ನು ಅರ್ಥೈಸಿಕೊಳ್ಳಲು ಕೂಡಾ ಸಹಕಾರಿಯಾಗಿದೆ.

9.2 : ಒಂದೇ ಪಾದ ಹಾಗೂ ಒಂದೇ ಜೊತೆ ಸಮಾಂತರ ರೇಖೆಗಳ ನಡುವೆ ಇರುವ ಆಕೃತಿಗಳು

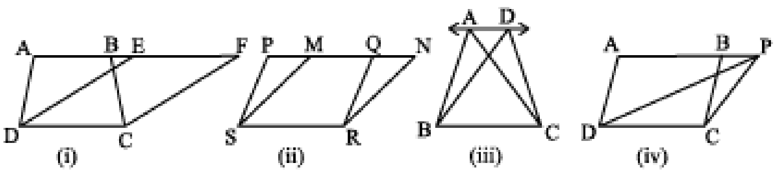
ಈ ಚಿತ್ರಗಳನ್ನು ಗಮನಿಸಿ



ಚಿತ್ರ 9.4

ಚಿತ್ರ 9.4 (i) ರಲ್ಲಿ ತ್ರಾಪಿಜ್ಯ ABCD ಮತ್ತು ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ EFCD ಗಳು ಒಂದೇ ಸಾಮಾನ್ಯ ಬಾಹು DC ಯನ್ನು ಹೊಂದಿದೆ. ತ್ರಾಪಿಜ್ಯ ABCD ಮತ್ತು ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ EFCD ಗಳು ಒಂದೇ ಪಾದ DC ಯ ಮೇಲಿವೆ ಎಂದು ನಾವು ಹೇಳುತ್ತೇವೆ. ಹಾಗೆಯೇ ಚಿತ್ರ 9.4(ii) ರಲ್ಲಿ PQRS ಮತ್ತು MNRS ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜಗಳು ಒಂದೇ ಪಾದ SR ನ ಮೇಲಿದೆ. ಚಿತ್ರ 9.4(iii) ರಲ್ಲಿ ತ್ರಿಭುಜ ABC ಮತ್ತು ತ್ರಿಭುಜ DBC ಗಳು ಒಂದೇ ಪಾದ BC ಯ ಮೇಲಿದೆ. ಚಿತ್ರ 9.4(iv) ರಲ್ಲಿ ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ ABCD ಮತ್ತು ತ್ರಿಭುಜ PDC ಗಳು ಒಂದೇ ಪಾದ DC ಯ ಮೆಲಿದೆ.

ಈ ಕೆಳಗಿನ ಚಿತ್ರಗಳನ್ನು ಗಮನಿಸಿ



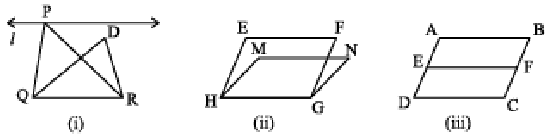
ಚಿತ್ರ 9.5

ಚಿತ್ರ 9.5(i) ರಲ್ಲಿ ತ್ರಾಪಿಜ್ಯ ABCD ಮತ್ತು ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ EFCD ಗಳು ಒಂದೇ ಪಾದ DC ಯ ಮೇಲಿರುವುದು ಸ್ಪಷ್ಟವಾಗಿದೆ. A ಮತ್ತು B ಶೃಂಗಗಳು (ABCD ತ್ರಾಪಿಜ್ಯ) ಹಾಗೂ E ಮತ್ತು F ಶೃಂಗಗಳು (EFCD ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ) DC ಪಾದಕ್ಕೆ ಅಭಿಮುಖವಾಗಿದ್ದು AF ರೇಖೆಯ ಮೇಲಿವೆ. ಮತ್ತು DC ಪಾದಕ್ಕೆ ಸಮಾಂತರವಾಗಿದೆ.

ತ್ರಾಪಿಜ್ಯ ABCD ಮತ್ತು ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ EFCD ಗಳು ಒಂದೇ ಪಾದ DC ಯ ಮೇಲಿದ್ದು ಒಂದೇ ಸಮಾಂತರ ರೇಖೆ AF ಮತ್ತು DC ಗಳ ನಡುವೆ ಇವೆ. ಎಂದು ನಾವು ಹೇಳುತ್ತೇವೆ. ಹಾಗೆಯೇ ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ PQRS ಮತ್ತು MNRS ಗಳು ಒಂದೇ ಪಾದ SR ಮೇಲಿದ್ದು ಒಂದೇ ಸಮಾಂತರ ರೇಖೆಗಳಾದ PN ಮತ್ತು SR ಗಳ ನಡುವೆ ಇವೆ. [ಚಿತ್ರ 9.5 (ii)] ನೋಡಿ. PQRS ನ P ಮತ್ತು Q ಶೃಂಗಗಳು MNRS ನ M ಮತ್ತು N ಶೃಂಗಗಳು PN ರೇಖೆಯ ಮೇಲಿವೆ. ಅದೇ ರೀತಿ ತ್ರಿಭುಜ ABC ಮತ್ತು DBC ತ್ರಿಭುಜಗಳು ಒಂದೇ ಪಾದ BC ಯ ಮೇಲಿದ್ದು ಒಂದೇ ಜೊತೆ ಸಮಾಂತರ ರೇಖೆಗಳಾದ AD ಮತ್ತು BC ಗಳ ನಡುವೆ ಇವೆ. [ಚಿತ್ರ 9.5(iii) ಗಮನಿಸಿ] ಮತ್ತು ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ ABCD ಹಾಗೂ ತ್ರಿಭುಜ PCD ಗಳು ಒಂದೇ ಪಾದ DC ಯ ಮೇಲಿದ್ದು ಒಂದೇ ಸಮಾಂತರ ರೇಖೆಗಳಾದ AP ಮತ್ತು DC ಗಳ ನಡುವೆ ಇವೆ.(ಚಿತ್ರ 9.5(iv) ಗಮನಿಸಿ).

ಅದ್ದರಿಂದ ಎರಡು ಆಕೃತಿಗಳು ಒಂದೇ ಪಾದ ಮತ್ತು ಒಂದೇ ಜೊತೆ ಸಮಾಂತರ ರೇಖೆಗಳ ನಡುವೆ ಇವೆ ಎಂದು ಹೇಳಬೇಕಾದರೆ ಅವುಗಳು ಒಂದೇ ಪಾದದ ಮೇಲಿದ್ದು ಆ ಪಾದಕ್ಕೆ ಅಭಿಮುಖವಾಗಿರುವ ಶೃಂಗಗಳು ಪಾದಕ್ಕೆ ಸಮಾಂತರವಾಗಿರುವ ರೇಖೆಯ ಮೇಲಿರಬೇಕಾಗುತ್ತದೆ.

ಇದರ ಪ್ರಕಾರ ΔPQR ಮತ್ತು ΔDQR (ಚಿತ್ರ 9.6(i)) ಇವುಗಳು ಒಂದೇ ಜೊತೆ ಸಮಾಂತರ ರೇಖೆ *l* ಮತ್ತು QR ಗಳ ನಡುವೆ ಇದೆ ಎಂದು ಹೇಳಲು ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲ.

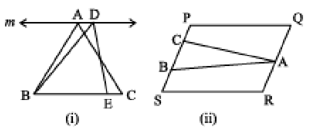


ಚಿತ್ರ 9.6

ಹಾಗೆಯೇ ಚಿತ್ರ 9.6(ii) ರಲ್ಲಿ ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ EFGH ಮತ್ತು MNGH ಗಳು EF||GH ರೇಖೆಗಳ ನಡುವೆ ಇವೆ ಎಂದಾಗಲೀ, ಚಿತ್ರ 9.6(iii) ರಲ್ಲಿ ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ ABCD ಮತ್ತು EFCD ಗಳು AB ಮತ್ತು DC ಸಮಾಂತರ ರೇಖೆಗಳ ನಡುವೆ ಇವೆ ಎಂದಾಗಲೀ ಹೇಳಲು ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲ. (ಅವುಗಳು ಒಂದೇ ಪಾದDC ಹಾಗೂ AD||BC ರೇಖೆಗಳ ನಡುವೆ

ಇದ್ದರೂ ಕೂಡಾ)

ಎರಡು ಸಮಾನಾಂತರ ರೇಖೆಗಳಲ್ಲಿ ಒಂದು ಸಾಮಾನ್ಯ ಪಾದವನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ರೇಖೆಯಾಗಿರಬೇಕು ಎಂಬುದನ್ನು ಸ್ಪಷ್ಟವಾಗಿ ಗಮನಿಸಬೇಕು. ಚಿತ್ರ 9.7(1)ರಲ್ಲಿ ತ್ರಿಭುಜ ABC ಮತ್ತು ತ್ರಿಭುಜ DBE ಗಳು ಒಂದೇ ಪಾದದ ಮೇಲಿಲ್ಲವೆಂಬುದನ್ನು ಗಮನಿಸಿ.

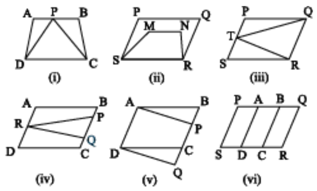


ಚಿತ್ರ 9.7

ಹಾಗೆಯೇ ಚಿತ್ರ 9.7 (ii)ರಲ್ಲಿ ತ್ರಿಭುಜ ABC ಮತ್ತು ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ PQRS ಗಳು ಒಂದೇ ಪಾದದ ಮೇಲಿಲ್ಲ.

ಅಭ್ಯಾಸ 9.1

1. ಈ ಕೆಳಗಿನ ಚಿತ್ರಗಳಲ್ಲಿ ಒಂದೇ ಪಾದ ಮತ್ತು ಒಂದೇ ಜೊತೆ ಸಮಾನಾಂತರ ರೇಖೆಗಳ ನಡುವೆ ಇರುವ ಆಕೃತಿಗಳು ಯಾವುವು? ಅಂತಹ ಸಂದರ್ಭಗಳಲ್ಲಿ ಸಾಮಾನ್ಯಪಾದ ಮತ್ತು ಎರಡು ಸಮಾಂತರ ಸರಳರೇಖೆಗಳನ್ನು ಹೆಸರಿಸಿ.

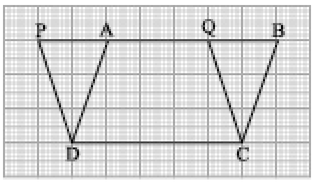


ಚಿತ್ರ 9.8

9.3 ಒಂದೇ ಪಾದ ಮತ್ತು ಒಂದೇ ಜೊತೆ ಸಮಾಂತರ ರೇಖೆಗಳ ನಡುವೆ ಇರುವ ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜಗಳು:

ಈಗ ಒಂದೇ ಪಾದ ಹಾಗೂ ಒಂದೇ ಜೊತೆ ಸಮಾಂತರ ರೇಖೆಗಳ ನಡುವೆ ಇರುವ ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳ ನಡುವಿನ ಸಂಬಂಧಗಳೇನು? ಎಂಬುವುದನ್ನು ತಿಳಿಯುವ ಪ್ರಯತ್ನ ಮಾಡೋಣ. ಅದಕ್ಕಾಗಿ ಈ ಕೆಳಗಿನ ಚಟುವಟಿಕೆಯನ್ನು ಮಾಡೋಣ.

ಚಟುವಟಿಕೆ 1 : ಒಂದು ಗ್ರಾಫ್ (ಆಲೇಖ) ಹಾಳೆಯನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಂಡು ಚಿತ್ರ 9.9ರಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿರುವಂತೆ ABCD ಮತ್ತು PQCD ಎಂಬ ಎರಡು ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿಸೋಣ.



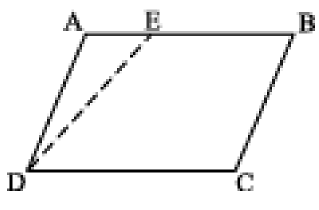
ಚಿತ್ರ 9.9

ಮೇಲಿನ ಎರಡು ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜಗಳು ಒಂದೇ ಪಾದ DC ಯ ಮೇಲಿದ್ದು PB ಮತ್ತು DC ಸಮಾಂತರ ರೇಖೆಗಳ ನಡುವೆ ಇವೆ. ಏಕಮಾನ ವಿಸ್ತೀರ್ಣದ ಚೌಕಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಎಣಿಸಿಕೊಂಡು ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳನ್ನು ಲೆಕ್ಕಾಚಾರ ಮಾಡುವ ವಿಧಾನವನ್ನು ಸ್ಮರಿಸಿಕೊಳ್ಳಬಹುದು.

ಈ ವಿಧಾನದಲ್ಲಿ ಏಕಮಾನ ವಿಸ್ತೀರ್ಣದ ಪೂರ್ಣಚೌಕಗಳನ್ನು ಲೆಕ್ಕಾಚಾರ ಮಾಡುವಾಗ, ಅರ್ಧಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚು ಭಾಗವಿರುವ ಚೌಕಗಳನ್ನು ಒಂದು ಪೂರ್ಣಚೌಕವೆಂದು ಪರಿಗಣಿಸಿ ಲೆಕ್ಕಾಚಾರ ಮಾಡಬೇಕು. ಆದರೆ ಅರ್ಧಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ ಭಾಗವಿರುವ ಚೌಕವನ್ನು ಬಿಟ್ಟುಬಿಡಬೇಕು.

ಎರಡೂ ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜಗಳ ವಿಸ್ತೀಣಗಳು $15cm^2$ (ಸರಿಸುಮಾರಾಗಿ) ಎಂದು ನಿಮಗೆ ತಿಳಿಯುತ್ತದೆ. ಇನ್ನು ಹೆಚ್ಚು ಜೊತೆ ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜಗಳನ್ನು ಗ್ರಾಫ್ ಹಾಳೆಯ ಮೇಲೆ ಬಿಡಿಸಿ ಈ ಚಟುವಟಿಕೆಯನ್ನು ಪುನರಾವರ್ತಿಸಿ* ನೀವೇನನ್ನು ಗಮನಿಸುವಿರಿ? ಎರಡೂ ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಸಮವಾಗಿವೆಯೆ? ಅಥವಾ ಬೇರೆ ಬೇರೆಯಾಗಿವೆಯೆ? ಅವುಗಳು ಖಂಡಿತವಾಗಿ ಸಮವಾಗಿವೆ. ಆದ್ದರಿಂದ **ಒಂದೇ ಪಾದ ಮತ್ತು ಒಂದೇ ಸಮಾಂತರ ರೇಖೆಗಳ ನಡುವೆ ಇರುವ ಎರಡು ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳು ಸಮ** ಎಂಬ ತೀರ್ಮಾನಕ್ಕೆ ನೀವು ಬರಬಹುದು. ಹಾಗಿದ್ದರೂ ಇದು ಬರೇ ತಾಳೆನೋಡುವ ವಿಧಾನ ಎಂಬುವುದನ್ನು ನೆನಪಿಟ್ಟುಕೊಳ್ಳಿ.

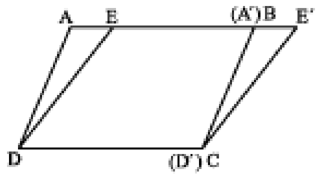
ಚಟುವಟಿಕೆ 2: ಒಂದು ರಟ್ಟು ಅಥವಾ ದಪ್ಪ ಕಾಗದದ ಹಾಳೆಯ ಮೇಲೆ ABCD ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸಿ. ಈಗ, ಚಿತ್ರ 9.10ರಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿರುವಂತೆ DE ಎಂಬ ರೇಖಾಖಂಡವನ್ನು ರಚಿಸಿ.



ಚಿತ್ರ 9.10

ನಂತರ Δ ADE ಗೆ ಸರ್ವಸಮವಾಗಿರುವಂತೆ

$\Delta A^1D^1E^1$ ನ್ನು ಟ್ರೇಸಿಂಗ್ ಪೇಪರ್‌ನ ಸಹಾಯದಿಂದ ಪ್ರತ್ಯೇಕ ಹಾಳೆಯ ಮೇಲೆ ಕತ್ತರಿಸಿ ಮತ್ತು A^1D^1 ಇದು BC ಯ ಮೇಲೆ ಐಕ್ಯವಾಗುವಂತೆ ಚಿತ್ರ 9.11 ರಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿರುವಂತೆ ಜೋಡಿಸಿ. ABCD ಮತ್ತು EE^1CD ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಗಳು ಒಂದೇ ಪಾದ CD ಮತ್ತು AE^1 ಮತ್ತು DC ಸಮಾಂತರ ರೇಖೆಗಳ ನಡುವೆ ಇವೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಗಮನಿಸಿ. ಇವುಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳ ಬಗ್ಗೆ ನೀವೇನು ಹೇಳುವಿರಿ?



ಚಿತ್ರ 9.11

$$\Delta ADE \cong \Delta A^1D^1E^1$$

ಆದ್ದರಿಂದ ವಿ (ADE) = ವಿ ($A^1D^1E^1$) (ವಿ = ವಿಸ್ತೀರ್ಣ)

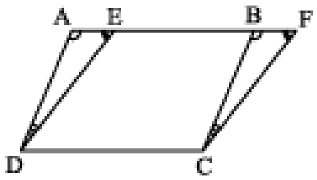
ಮತ್ತು ವಿ (ABCD) = ವಿ (ADE) + ವಿ (EBCD)

= ವಿ ($A^1D^1E^1$) + ವಿ (EBCD)

= ವಿ (EE^1CD).

ಆದ್ದರಿಂದ ಎರಡು ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಸಮ.

ಇಂತಹ ಎರಡು ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜಗಳ ನಡುವಿನ ಸಂಬಂಧವನ್ನು ನಾವೀಗ ಸಾಧಿಸಲು ಪ್ರಯತ್ನಿಸೋಣ.



ಚಿತ್ರ 9.12

ಪ್ರಮೇಯ: 9.1: ಒಂದೇ ಪಾದದ ಮೇಲೆ ಮತ್ತು ಒಂದೇ ಜೊತೆ ಸಮಾಂತರ ರೇಖೆಗಳ ನಡುವೆ ಇರುವ ಎರಡು ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಸಮವಾಗಿರುತ್ತವೆ.

ಸಾಧನೆ : ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ ABCD ಮತ್ತು ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ EFCD ಗಳು ಒಂದೇ ಪಾದ DC ಯ ಮೇಲಿದ್ದು ಒಂದೇ ಜೊತೆ ಸಮಾಂತರ ರೇಖೆಗಳಾದ AF ಮತ್ತು DC ಗಳ ನಡುವೆ ಇವೆ. (ಚಿತ್ರ 9.12 ಗಮನಿಸಿ) ನಾವು ಸಾಧಿಸಬೇಕಾದುದು ವಿ (ABCD) = ವಿ (EFCD)

Δ ADE ಮತ್ತು Δ BCF ಗಳಲ್ಲಿ

$\angle DAE = \angle CBF$ (ಅನುರೂಪ ಕೋನಗಳು, AD || BC ಮತ್ತು AF ಛೇದಕರೇಖೆ) .... (1)

$\angle AED = \angle BFC$ (ಅನುರೂಪ ಕೋನಗಳು. ED || FC ಮತ್ತು AF ಛೇದಕರೇಖೆ) .... (2)

ಆದ್ದರಿಂದ, $\angle ADE = \angle BCF$ (ತ್ರಿಭುಜದ ಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತದ ಗುಣಲಕ್ಷಣ) .... (3)

ಹಾಗೆಯೇ, AD = BC. (ABCD ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹುಗಳು) .... (4)

ಆದ್ದರಿಂದ, $\Delta ADE \cong \Delta BCF$(ASA ಸಿದ್ಧಾಂತದ ಪ್ರಕಾರ 1 ಮತ್ತು 3 ಮತ್ತು 4ರಿಂದ)

ಆದ್ದರಿಂದ, ವಿ (ADE) = ವಿ(BCF) (ಸರ್ವಸಮ ಆಕೃತಿಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳು ಸಮ) .... (5)

ಈಗ, ವಿ (ABCD) = ವಿ(ADE) + ವಿ (EDCB)

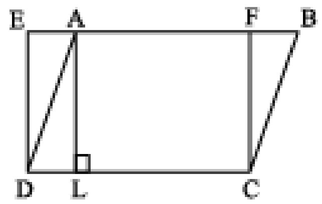
= ವಿ(BCF) + ವಿ (EDCB) [5 ರಿಂದ]

= ವಿ(EFCD)

ಆದ್ದರಿಂದ ABCD ಮತ್ತು EFCD ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಸಮ.

ಮೇಲಿನ ಪ್ರಮೇಯದ ಉಪಯೋಗವನ್ನು ಕೆಲವು ಉದಾಹರಣೆಗಳ ಮೂಲಕ ಸ್ಪಷ್ಟಪಡಿಸೋಣ.

ಉದಾಹರಣೆ 1 : ಚಿತ್ರ 9.13ರಲ್ಲಿ ABCD ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ ಮತ್ತು EFCD ಒಂದು ಆಯತ ಹಾಗೆಯೇ, $AL \perp DC$



ಚಿತ್ರ 9.13

(i) ವಿ (ABCD) = ವಿ (EFCD)

(ii) ವಿ (ABCD) = DC × AL ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

ಪರಿಹಾರ: (i) ಆಯತವೂ ಕೂಡಾ ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜವಾಗಿದೆ.

ಆದ್ದರಿಂದ ವಿ (ABCD) = ವಿ (EFCD) (ಪ್ರಮೇಯ 9.1)

(ii) ಮೇಲಿನ ಫಲಿತಾಂಶದಿಂದ, ವಿ (ABCD) = DC × FC (ಆಯತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = ಉದ್ದ × ಅಗಲ) .... (1)

$AL \perp DC$ ಆಗಿದೆ. ಆದ್ದರಿಂದ AFCL ಕೂಡಾ ಆಯತವಾಗಿದೆ. ಹೀಗೆ AL = FC

.... (2)

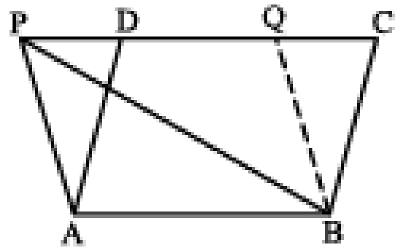
ಆದ್ದರಿಂದ, ವಿ (ABCD) = DC × AL (1 ಮತ್ತು 2 ರಿಂದ)

ಮೇಲಿನ (ii) ನೇ ಫಲಿತಾಂಶದಿಂದ **ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು ಅದರ ಯಾವುದಾದರೊಂದು ಬಾಹು ಮತ್ತು ಅದಕ್ಕೆ ಅನುರೂಪವಾದ ಎತ್ತರಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧವಾಗಿರುತ್ತದೆ ಎಂಬುವುದನ್ನು ನೀವು ಗಮನಿಸಿದ್ದೀರಾ?** ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವ ಈ ಸೂತ್ರವನ್ನು 7ನೇ ತರಗತಿಯಲ್ಲಿ ಕಲಿತಿರುವುದು ನಿಮಗೆ ನೆನಪಿದೆಯೇ? ಈ ಸೂತ್ರದ ಆಧಾರದಿಂದ ಪ್ರಮೇಯ 9.1 ನ್ನು ಹೀಗೆ ಬರೆಯಬಹುದು. **ಒಂದೇ ಪಾದ ಅಥವಾ ಸಮಪಾದಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಮತ್ತು ಒಂದೇ ಜೊತೆ ಸಮಾಂತರ ರೇಖೆಗಳ ನಡುವೆ ಇರುವ ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಸಮವಾಗಿರುತ್ತವೆ.**

ಮೇಲಿನ ಹೇಳಿಕೆಯ ವಿಲೋಮವನ್ನು ನೀವು ಬರೆಯಬಹುದೆ? ಅದು ಹೀಗಿದೆ "ಸಮನಾದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಹೊಂದಿರುವ ಮತ್ತು ಒಂದೇ ಪಾದದ

ಅಥವಾ ಸಮಪಾದಗಳ ಮೇಲಿರುವ ಎರಡು ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜಗಳು ಒಂದೇ ಜೊತೆ ಸಮಾಂತರ ರೇಖೆಗಳ ನಡುವೆ ಇವೆ. ಈ ವಿಲೋಮ ಹೇಳಿಕೆ ಸರಿಯೇ? ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣದ ಸೂತ್ರದಿಂದ ವಿಲೋಮ ಹೇಳಿಕೆಯನ್ನು ಸಾಧಿಸಿ.

ಉದಾಹರಣೆ 2: ಒಂದು ತ್ರಿಕೋನ ಮತ್ತು ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಮುಖಗಳು ಒಂದೇ ಪಾದದ ಮೇಲಿದ್ದು, ಒಂದೇ ಜೊತೆ ಸಮಾಂತರ ರೇಖೆಗಳ ನಡುವೆ ಇದ್ದರೆ ತ್ರಿಕೋನದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಮುಖದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣದ ಅರ್ಧದಷ್ಟು ಇರುತ್ತದೆ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.



ಚಿತ್ರ 9.14

ಪರಿಹಾರ: Δ ABP ಮತ್ತು ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ
ABCD ಗಳು ಒಂದೇ ಪಾದ AB ಯ ಮೇಲಿದ್ದು AB ಮತ್ತು PC ಸಮಾಂತರ ರೇಖೆಗಳ ನಡುವೆ ಇವೆ ಎಂದಿಟ್ಟುಕೊಳ್ಳೋಣ. (ಚಿತ್ರ 9.14 ಗಮನಿಸಿ)

ನೀವು ಸಾಧಿಸಬೇಕಾಗಿರುವುದು,

ವಿ (PAB) = $\frac{1}{2}$ ವಿ (ABCD)

ABQP ಎಂಬ ಇನ್ನೊಂದು ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜವನ್ನು ಪಡೆಯಲು BQ II AP ರಚಿಸಬೇಕು.

ಈಗ ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ ABQP ಮತ್ತು ABCD ಗಳು ಒಂದೇ ಪಾದ ABಯ ಮೇಲಿದ್ದು AB ಮತ್ತು PC ಸಮಾಂತರ ರೇಖೆಗಳ ನಡುವೆ ಇವೆ.

ಆದ್ದರಿಂದ: ವಿ (ABQP)= ವಿ (ABCD) (ಪ್ರಮೇಯ 9.1ರ ಪ್ರಕಾರ) .... (1)

ಆದರೆ ΔPAB $\cong$ Δ BQP (PB ಕರ್ಣವು ABQP ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜವನ್ನು ಎರಡು ಸರ್ವಸಮ ತ್ರಿಭುಜಗಳಾಗಿ ವಿಂಗಡಿಸುತ್ತದೆ).

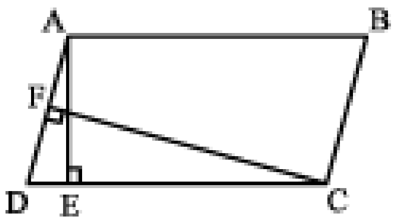
ಹಾಗಾಗಿ, ವಿ (PAB) = ವಿ (BQP) .... (2)

ಆದ್ದರಿಂದ ವಿ (PAB) = $\frac{1}{2}$ ವಿ (ABQP) – [2 ರಿಂದ] .... (3)

ಇದರಿಂದ ವಿ (PAB) = $\frac{1}{2}$ (ABCD) (1 ಮತ್ತು 3 ರಿಂದ)

ಅಭ್ಯಾಸ 9.2

1. ಚಿತ್ರ 9.15 ರಲ್ಲಿ ABCD ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ AE $\perp$ DC ಮತ್ತು CF $\perp$ AD ಆಗಿದೆ. AB = 16cm



ಚಿತ್ರ 9.15

AE = 8cm, CF = 10cm ಆದರೆ AD ಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

2. E,F,G ಮತ್ತು H ಗಳು ಕ್ರಮವಾಗಿ ABCD ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ಬಾಹುಗಳ ಮಧ್ಯಬಿಂದುಗಳಾದರೆ,ವಿ (EFGH) = $\frac{1}{2}$ ವಿ (ABCD) ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

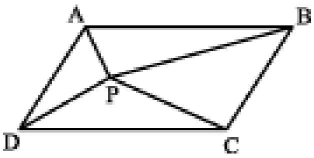
3. P ಮತ್ತು Q ಗಳು ಕ್ರಮವಾಗಿ ಸಮಾಂತರ ABCD ಚತುರ್ಭುಜದ DC ಮತ್ತು AD ಬಾಹುಗಳ ಮೇಲಿನ ಯಾವುದಾದರೂ ಎರಡು ಬಿಂದುಗಳು

.

ವಿ(APB) = ವಿ (BQC) . ಎಂದು ತೋರಿಸಿ.

4. ಚಿತ್ರ 9.16 ರಲ್ಲಿ P ಯು ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ಒಳಗಿನ ಯಾವುದಾದರೊಂದು ಬಿಂದು

ಆದರೆ,



ಚಿತ್ರ 9.16

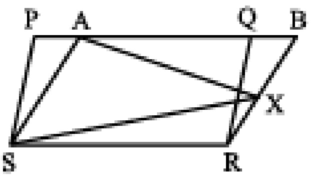
(i) ವಿ (ABP) = ವಿ (PCD) = $\frac{1}{2}$ ವಿ (ABCD)

(ii) ವಿ (APD) + ವಿ (PBC) = ವಿ (APB) + ವಿ (PCD) ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

[**ಸುಳುಹು:** Pಯ ಮುಖಾಂತರ AB ಗೆ ಸಮಾಂತರವಾಗಿ ಒಂದು ಸರಳರೇಖೆಯನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ]

5. ಚಿತ್ರ 9.17 ರಲ್ಲಿ PQRS ಮತ್ತು ABRS ಗಳು ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜಗಳು. X ಎಂಬುವುದBR ಮೇಲಿನ ಯಾವುದೇ ಒಂದು ಬಿಂದು

ಆದರೆ,

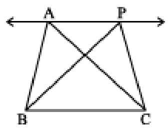


ಚಿತ್ರ 9.17

(i) ವಿ (PQRS) = ವಿ (ABRS)ಗಳು

(ii) ವಿ (AXS) = $\frac{1}{2}$ ವಿ (PQRS) ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

6. ಕೃಷಿಕಳೊಬ್ಬಳ ಹೊಲವು ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ PQRS ನ ಆಕೃತಿಯಲ್ಲಿದೆ. ಆಕೆಯು RS ಬಾಹುವಿನ ಮೇಲೆ A ಬಿಂದುವನ್ನು ಗುರ್ತಿಸಿ ಅದನ್ನು P ಮತ್ತು Q ಶೃಂಗಗಳಿಗೆ ಸೇರಿಸಿದಳು. ಹೊಲವು ಎಷ್ಟು ಭಾಗಗಳಾಗಿ ವಿಂಗಡಣೆಯಾಯಿತು? ಈ ಭಾಗಗಳ ಆಕಾರ ಯಾವುದು? ಆ ಕೃಷಿಕಳು ಸಮನಾದ ಭಾಗಗಳಲ್ಲಿ ಗೋಧಿ ಮತ್ತು ಕಾಳುಗಳನ್ನು ಪ್ರತ್ಯೇಕವಾಗಿ ಬಿತ್ತಲು ಇಚ್ಛಿಸಿದರೆ ಅದನ್ನು ಆಕೆಯು ಹೇಗೆ ಮಾಡಬಹುದು?

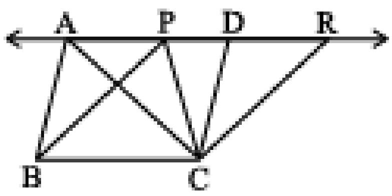


ಚಿತ್ರ 9.18

9.4 ಒಂದೇ ಪಾದ ಮತ್ತು ಒಂದೇ ಜೊತೆ ಸಮಾಂತರ ರೇಖೆಗಳ ನಡುವೆ ಇರುವ ತ್ರಿಭುಜಗಳು.

ಚಿತ್ರ 9.18 ನ್ನು ಗಮನಿಸಿ ಇದರಲ್ಲಿ ತ್ರಿಭುಜ ABC ಮತ್ತು ತ್ರಿಭುಜ

PBC ಗಳು ಒಂದೇ ಪಾದ BC ಯ ಮೇಲಿದ್ದು BC ಮತ್ತು AP ಸಮಾಂತರ ರೇಖೆಗಳ ನಡುವೆ ಇವೆ. ಈ ತ್ರಿಭುಜಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳು ಹೇಗಿರಬಹುದು? ಈ ಪ್ರಶ್ನೆಗೆ ಉತ್ತರಿಸಲು, ಒಂದೇ ಪಾದ ಮತ್ತು ಒಂದೇ ಜೊತೆ ಸಮಾಂತರ ರೇಖೆಗಳ ನಡುವೆ ಇರುವಂತೆ ಒಂದು ಗ್ರಾಫ್ ಹಾಳೆಯಲ್ಲಿ ಹಲವು ಜೊತೆ ತ್ರಿಕೋನಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿ ಅದರ ಒಳಗೆ ಬರುವ ವರ್ಗಗಳನ್ನು ಎಣಿಸಿ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವ ಚಟುವಟಿಕೆಯನ್ನು ಮಾಡಬೇಕಾಗುತ್ತದೆ. ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಸಂದರ್ಭದಲ್ಲಿ ಎರಡೂ ತ್ರಿಭುಜಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಸಮ (ಸರಿಸುಮಾರಾಗಿ) ಎಂದು ನೀವು ಗಮನಿಸಬಹುದು. ಈ ಚಟುವಟಿಕೆಯನ್ನು ಜಿಯೋಬೋರ್ಡ್ ಉಪಯೋಗಿಸಿಕೊಂಡು ಕೂಡಾ ಮಾಡಬಹುದು. ಪುನಃ ಎರಡು ತ್ರಿಭುಜಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಸಮವಾಗಿರುವುದನ್ನು (ಸರಿಸುಮಾರಾಗಿ) ನೀವು ಗಮನಿಸಬಹುದು.



ಚಿತ್ರ 9.19

ಮೇಲಿನ ಪ್ರಶ್ನೆಗೆ ತಾರ್ಕಿಕ ಉತ್ತರ ಪಡೆಯಬೇಕಾದರೆ ನೀವು ಹೀಗೆ ಮುಂದುವರಿಸಬಹುದು.

ಚಿತ್ರ 9.18 ರಲ್ಲಿ D ಮತ್ತು Rಗಳು AP ರೇಖೆಯ ಮೇಲಿರುವಂತೆ CD || BA ಮತ್ತು CR || BP ರಚಿಸಬೇಕು. (ಚಿತ್ರ. 9.19 ನ್ನು ಗಮನಿಸಿ)

ಇದರಿಂದ ಸಿಗುವ ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜಗಳಾದ PBCR ಮತ್ತು ABCD ಗಳು ಒಂದೇ ಪಾದ BCಯ ಮೇಲಿದ್ದು ಒಂದೇ ಜೊತೆ ಸಮಾಂತರ ರೇಖೆಗಳಾದ BC ಮತ್ತು ARಗಳ ನಡುವೆ ಇವೆ.

ಆದ್ದರಿಂದ: ವಿ (ABCD) = ವಿ (PBCR) (ಯಾಕೆ?).

ಈಗ Δ ABC ≅ Δ CDA ಮತ್ತು Δ PBC ≅ Δ CRP (ಯಾಕೆ?)

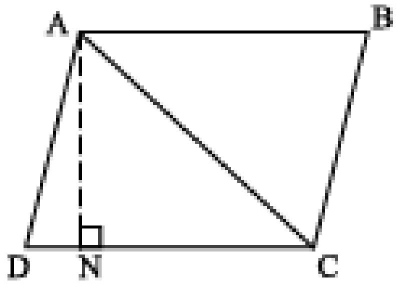
ಹಾಗೆಯೇ ವಿ (ABC) = $\frac{1}{2}$ ವಿ (ABCD) ಮತ್ತು ವಿ (PBC) = $\frac{1}{2}$ ವಿ (PBCR) (ಯಾಕೆ?)

ಆದ್ದರಿಂದ ವಿ (ABC) = ವಿ (PBC)

ಹೀಗೆ ನೀವು ಈ ಕೆಳಗಿನ ಪ್ರಮೇಯಕ್ಕೆ ಬರುತ್ತೀರಿ.

ಪ್ರಮೇಯ 9.2 ಒಂದೇ ಪಾದ (ಸಮವಾದ)ದ ಮೇಲಿರುವ ಹಾಗೂ ಒಂದೇ ಜೊತೆ ಸಮಾಂತರ ರೇಖೆಗಳ ನಡುವೆ ಇರುವ ತ್ರಿಕೋನಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಸಮವಾಗಿರುತ್ತವೆ.

(ಚಿತ್ರ 9.20 ಗಮನಿಸಿ) ಈಗ ABCD ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜವಾಗಿರಲಿ AC ಅದರ ಒಂದು ಕರ್ಣ AN ⊥ DC ಆಗಿರಲಿ.



ಚಿತ್ರ 9.20

ಚಿತ್ರವನ್ನು ಗಮನಿಸಿ Δ ADC ≅ Δ CBA (ಯಾಕೆ?)

ಆಗ ವಿ (ADC) = ವಿ (CBA) (ಯಾಕೆ?)

ಆದ್ದರಿಂದ ವಿ (ADC) = $\frac{1}{2}$ ವಿ (ABCD)

= $\frac{1}{2}$ (DC × AN) (ಯಾಕೆ?)

ಆಗ ವಿ (ADC) = $\frac{1}{2}$ × ಪಾದ DC × ಅನುರೂಪ ಎತ್ತರ AN.

ಅಥವಾ ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು ಅದರ ಪಾದ (ಯಾವುದಾದರೊಂದು ಬಾಹು) ಮತ್ತು ಅದಕ್ಕೆ ಅನುರೂಪವಾದ ಎತ್ತರಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧದ ಅರ್ಧದಷ್ಟಿರುತ್ತದೆ. ತ್ರಿಕೋನದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವ ಈ ಸೂತ್ರವನ್ನು ನೀವು 7ನೇ ತರಗತಿಯಲ್ಲಿ ಕಲಿತಿರುವುದು ನೆನಪಿದೆಯೇ? **ಒಂದೇ ಪಾದ ಅಥವಾ ಸಮವಾದ ಪಾದಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿದ್ದು ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳು ಸಮವಾಗಿರುವ ಎರಡು ತ್ರಿಭುಜಗಳ ಅನುರೂಪ ಎತ್ತರಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಸಮನಾಗಿರುತ್ತವೆ** ಎಂಬುವುದನ್ನು ಈ ಸೂತ್ರದಿಂದ ನೀವು ತಿಳಿಯಬಹುದು.

ಎರಡು ತ್ರಿಭುಜಗಳ ಅನುರೂಪ ಎತ್ತರಗಳು ಸಮನಾಗಬೇಕಾದರೆ ಆ ತ್ರಿಭುಜಗಳು ಒಂದೇ ಜೊತೆ ಸಮಾಂತರ ರೇಖೆಗಳ ನಡುವೆ ಇರಲೇಬೇಕು. ಇದರಿಂದ ನೀವು ಪ್ರಮೇಯ 9.2 ರ ವಿಲೋಮಕ್ಕೆ ಬರಬಹುದು.

ಪ್ರಮೇಯ 9.3: ಒಂದೇ ಪಾದ (ಸಮನಾದ ಪಾದ) ಹೊಂದಿರುವ ಎರಡು ತ್ರಿಭುಜಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳು ಸಮನಾದರೆ ಆ ಎರಡು ತ್ರಿಭುಜಗಳು ಒಂದೇ ಜೊತೆ ಸಮಾಂತರ ರೇಖೆಗಳ ನಡುವೆ ಇರುತ್ತವೆ.

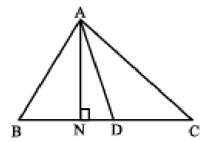
ಮೇಲಿನ ಫಲಿತಾಂಶದ ಉಪಯೋಗವನ್ನು ಸಾದೃಶ್ಯಪಡಿಸಲು ಈಗ ಕೆಲವು ಉಹಾಹರಣೆಗಳನ್ನು ತಿಳಿದುಕೊಳ್ಳೋಣ.

ಉದಾಹರಣೆ 3: ತ್ರಿಭುಜದ ಮಧ್ಯರೇಖೆಯು ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ಎರಡು ಸಮನಾದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವಿರುವ ಎರಡು ತ್ರಿಭುಜಗಳಾಗಿ ವಿಂಗಡಿಸುತ್ತದೆ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

ಪರಿಹಾರ: ABC ಒಂದು ತ್ರಿಭುಜವಾಗಿರಲಿ. AD ಯು ಅದರ ಯಾವುದಾದರೊಂದು ಮಧ್ಯರೇಖೆಯಾಗಿರಲಿ. (ಚಿತ್ರ 9,21 ನ್ನು ಗಮನಿಸಿ)

ನೀವು ಸಾಧಿಸಬೇಕಾಗಿರುವುದು,

ವಿ (ABD) = ವಿ (ACD)



ಚಿತ್ರ 9.21

ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವ ಸೂತ್ರವು ಎತ್ತರವನ್ನು ಒಳಗೊಂಡಿರುವ ಕಾರಣ, $AN \perp BC$ ಯನ್ನು ರಚಿಸೋಣ.

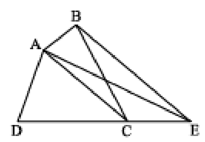
ಈಗ ವಿ (ABD) = $\frac{1}{2}$ × ಪಾದ × Δ ABD ಯ ಎತ್ತರ

= $\frac{1}{2}$ × BD × AN

= $\frac{1}{2}$ × CD × AN (BD = CD ಆಗಿರುವುದರಿಂದ)

= $\frac{1}{2}$ × ಪಾದ × Δ ACD ಯ ಎತ್ತರ

= ವಿ (ACD)



ಚಿತ್ರ 9.22

ಉದಾಹರಣೆ 4 : ಚಿತ್ರ 9.22 ರಲ್ಲಿ ABCD ಒಂದು ಚತುರ್ಭುಜ BE || AC ಮತ್ತು BE ಯು DC ಯ ವೃದ್ಧಿಸಿದ ಭಾಗವನ್ನು E ನಲ್ಲಿ ಸಂಧಿಸುತ್ತದೆ. Δ ADE ಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು ABCD ಚತುರ್ಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಕ್ಕೆ ಸಮ ಎಂದು ಸಾದಿಸಿ.

ಪರಿಹಾರ : ಚಿತ್ರವನ್ನು ಎಚ್ಚರದಿಂದ ಗಮನಿಸಿ.

Δ ABC ಮತ್ತು Δ EAC ಗಳು ಒಂದೇ ಪಾದ AC ಮೇಲಿದ್ದು AC ಮತ್ತು BE ಎಂಬ ಒಂದೇ ಜೊತೆ ಸಮಾಂತರ ರೇಖೆಗಳ ನಡುವೆ ಇದೆ.

ಆದ್ದರಿಂದ ವಿ(BAC) = ವಿ(EAC) (ಪ್ರಮೇಯ 9.2 ರ ಪ್ರಕಾರ)

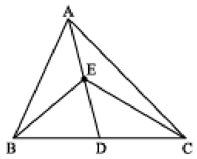
ಆದಕಾರಣ : ವಿ(BAC) + ವಿ(ADC) = ವಿ(EAC) + ವಿ(ADC) (ಸಮಾನ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳನ್ನು ಎರಡೂ ಬದಿಗಳಿಗೆ ಸೇರಿಸಿದಾಗ)

ಅಥವಾ ವಿ(ABCD) = ವಿ(ADE)

ಅಭ್ಯಾಸ 9.3

(1) ಚಿತ್ರ 9.23 ರಲ್ಲಿ Δ ABC ಯ AD ಮಧ್ಯರೇಖೆಯ ಮೇಲಿನ ಒಂದು ಬಿಂದು E ಆದರೆ ವಿ (ABE) = ವಿ (ACE) ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

(2) Δ ABC ಯಲ್ಲಿ AD ಮಧ್ಯರೇಖೆಯ ಮೇಲಿನ ಬಿಂದು E ಆದರೆ ವಿ(BED) = $\frac{1}{4}$ ವಿ(ABC) ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.



ಚಿತ್ರ 9.23

(3) ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ಕರ್ಣಗಳು ಅದನ್ನು ಸಮಾನ ವಿಸ್ತೀರ್ಣದ ನಾಲ್ಕು ತ್ರಿಭುಜಗಳಾಗಿ ವಿಂಗಡಿಸುತ್ತವೆ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ

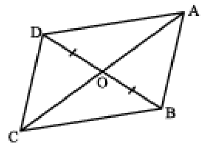
(4) ಚಿತ್ರ 9.24ರಲ್ಲಿ ΔABC ಮತ್ತು ΔABD ಗಳು ಒಂದೇ ಪಾದ ABಯ ಮೇಲಿವೆ. CD ರೇಖಾಖಂಡವನ್ನು AB ಯು O ನಲ್ಲಿ ಅರ್ಧಿಸಿದರೆ ವಿ(ABC) = ವಿ (ABD) ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

(5) D,E ಮತ್ತು F ಗಳು ಕ್ರಮವಾಗಿ Δ ABC ಯ ಬಾಹುಗಳಾದ BC, CA ಮತ್ತು AB ಗಳ ಮಧ್ಯಬಿಂದುಗಳಾದರೆ,

(i) BDEF ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ.

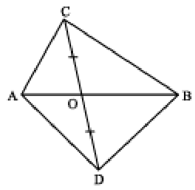
(ii) ವಿ(DEF) = $\frac{1}{4}$ ವಿ(ABC)

(iii) ವಿ(BDEF) = $\frac{1}{2}$ ವಿ(ABC) ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.



ಚಿತ್ರ 9.25

(6) ಚಿತ್ರ 9.25 ರಲ್ಲಿ ABCD ಚತುರ್ಭುಜದ ಕರ್ಣಗಳಾದ AC ಮತ್ತು BD ಗಳು OB = OD ಆಗುವಂತೆ O ನಲ್ಲಿ ಪರಸ್ಪರ ಕತ್ತರಿಸುತ್ತವೆ. AB = CD ಆದರೆ



ಚಿತ್ರ 9.24

(i) ವಿ (DOC) = ವಿ (AOB)

(ii) ವಿ (DCB) = ವಿ (ACB)

(iii) DA || CB ಅಥವಾ ABCD ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

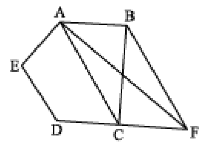
[**ಸುಳುಹು** D ಮತ್ತು B ಗಳಿಂದ AC ಗೆ ಲಂಬಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿ]

(7) Δ ABC ಯ AB ಮತ್ತು AC ಬಾಹುಗಳ ಮಧ್ಯಬಿಂದುಗಳು ಕ್ರಮವಾಗಿ D ಮತ್ತು E ಆಗಿವೆ. ವಿ(DBC) = ವಿ(EBC) ಆದರೆ DE || BC ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

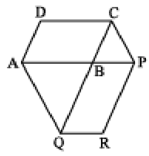
(8) XYಯು ΔABC ಯ BC ಬಾಹುಗೆ ಸಮಾಂತರ ವಾಗಿರುವ ಒಂದು ರೇಖೆಯಾಗಿದೆ. BE || AC ಮತ್ತು CF || AB ಗಳು XY ಯನ್ನು ಕ್ರಮವಾಗಿ E ಮತ್ತು F ಗಳಲ್ಲಿ ಸಂಧಿಸಿದರೆ

ವಿ (ABE) = ವಿ (ACF) ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

(9) ABCD ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ AB ಬಾಹುವನ್ನು ಯಾವುದೇ ಒಂದು ಬಿಂದು P ವರೆಗೆ ವೃದ್ಧಿಸಲಾಗಿದೆ.
A ಮೂಲಕ CP ಗೆ ಎಳೆದ ಸಮಾಂತರವಾದ ಸರಳರೇಖೆಯು CB ಯಿಂದ ವೃದ್ಧಿಸಿದ ರೇಖೆಯನ್ನು
Q ನಲ್ಲಿ ಸಂದಿಸಿದೆ. ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ
PBQR ನ್ನು ಪೂರ್ಣಗೊಳಿಸಿದೆ. (ಚಿತ್ರ 9.26 ಗಮನಿಸಿ) ವಿ (ABCD) = ವಿ (PBQR) ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.



ಚಿತ್ರ 9.27



ಚಿತ್ರ 9.26

[**ಸುಳುಹು** : AC ಮತ್ತು PQ ಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸಿ. ಆಗ
ವಿ (ACQ) ಮತ್ತು ವಿ (APQ) ಗಳನ್ನು ಹೋಲಿಸಿ]

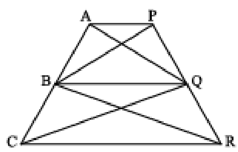
(10) ABCD ತ್ರಾಪಿಜ್ಯದಲ್ಲಿ AB || DC. AC ಮತ್ತು BD ಕರ್ಣಗಳು O ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಪರಸ್ಪರ ಕತ್ತರಿಸುತ್ತವೆ. ವಿ(AOD) = ವಿ(BOC) ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ

(11) ಚಿತ್ರ 9.27 ರಲ್ಲಿ ABCDE ಒಂದು ಪಂಚಭುಜಾಕೃತಿ B ನಿಂದ AC ಗೆ ಸಮಾಂತರವಾಗಿ ಎಳೆದ ಸರಳರೇಖೆಯು DC ಯ ವೃದ್ಧಿಸಿದ ಭಾಗವನ್ನು F ನಲ್ಲಿ ಸಂದಿಸಿದೆ

(i) ವಿ (ACB) = ವಿ (ACF)

(ii) ವಿ (AEDF) = ವಿ (ABCDE) ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

(12) ಹಳ್ಳಿಯೊಂದರಲ್ಲಿ ಇತ್‌ವಾರಿ ಎಂಬುವರಿಗೆ ಸೇರಿದ ಜಮೀನು ಚತುರ್ಭುಜಾಕಾರದಲ್ಲಿದೆ. ಆ ಊರಿನ ಗ್ರಾಮ ಪಂಚಾಯಿತಿಯು ಒಂದು ಆರೋಗ್ಯ ಕೇಂದ್ರವನ್ನು ಕಟ್ಟಲು ಇತ್‌ವಾರಿಯವರ ಜಮೀನಿನ ಮೂಲೆಯೊಂದರ ಸ್ವಲ್ಪ ಭಾಗವನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಲು ತೀರ್ಮಾನಿಸಿತು. ಇತ್‌ವಾರಿಯು ತನ್ನ ಜಮೀನಿನ ಭಾಗಕ್ಕೆ ಬದಲಾಗಿ ಅಷ್ಟೇ ದೊಡ್ಡದಾದ ಪಕ್ಕದಲ್ಲಿರುವ ಹಾಗೂ ಅದನ್ನು ಅವರ ಜಮೀನಿಗೆ ಸೇರಿಸಿದಾಗ ತ್ರಿಕೋನಾಕಾರ ರಚನೆಯಾಗುವಂತಿರುವ ಜಾಗವನ್ನು ಕೊಡಬೇಕೆಂಬ ಶರ್ತಿನ ಮೇರೆಗೆ ಒಪ್ಪಿಕೊಂಡರು. ಹಾಗಾದರೆ ಈ ಒಪ್ಪಂದವನ್ನು ಹೇಗೆ ಸಾಕಾರಗೊಳಿಸಬಹುದೆಂಬುವುದನ್ನು ವಿವರಿಸಿ.

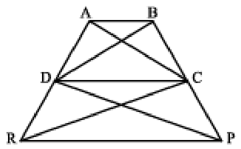


ಚಿತ್ರ 9.28

(13) ABCD ತ್ರಾಪಿಜ್ಯದಲ್ಲಿ AB || DC. AC ಗೆ ಸಮಾಂತರವಾಗಿರುವ ರೇಖಾಖಂಡವು AB ಯನ್ನು X ನಲ್ಲಿ ಹಾಗೂ BC ಯನ್ನು Y ನಲ್ಲಿ ಕತ್ತರಿಸಿದೆ. ಆದರೆ ವಿ(ADX) = ವಿ(ACY) ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

[**ಸುಳುಹು** CX ನ್ನು ಸೇರಿಸಿ]

(14) ಚಿತ್ರ 9.28 ರಲ್ಲಿ AP||BQ||CR ಆದರೆ
ವಿ (AQC) = ವಿ (PBR) ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.



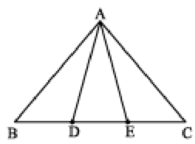
ಚಿತ್ರ 9.29

(15) ΔAOD ಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು ΔBOC ಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಕ್ಕೆ ಸಮನಾಗಿರುವಂತೆ ABCD ಚತುರ್ಭುಜದ ಕರ್ಣಗಳು ಪರಸ್ಪರ O ನಲ್ಲಿ ಕತ್ತರಿಸುತ್ತವೆ. ABCD ಒಂದು ತ್ರಾಪಿಜ್ಯ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

(16) ಚಿತ್ರ 9.29 ರಲ್ಲಿ ವಿ(DRC) = ವಿ(DPC) ಮತ್ತು ವಿ(BDP) = ವಿ(ARC) ಆದರೆ ABCD ಮತ್ತು DCPR ಚತುರ್ಭುಜಗಳು ತ್ರಾಪಿಜ್ಯಗಳು ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

ಅಭ್ಯಾಸ 9.4 (ಐಚ್ಚಿಕ)

(1) ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ ABCD ಮತ್ತು ABEF ಆಯತಗಳು AB ಪಾದದ ಮೇಲಿದ್ದು ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳು ಸಮನಾಗಿವೆ. ಆದರೆ ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ಸುತ್ತಳತೆಯು ಆಯತದ ಸುತ್ತಳತೆಗಿಂತ ಹೆಚ್ಚಾಗಿರುತ್ತದೆ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.



ಚಿತ್ರ 9.30

(2) ಚಿತ್ರ 9.30 ರಲ್ಲಿ BD=DE=EC. ಆಗುವಂತೆ BC ಯ ಮೇಲೆ D ಮತ್ತು E ಬಿಂದುಗಳಿವೆ. ಆದರೆ ವಿ(ABD)=ವಿ(ADE) = ವಿ(AEC) ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

ಈ ಅಧ್ಯಾಯದ ಪೀಠಿಕೆಯಲ್ಲಿ ಕೇಳಲಾದ, ಬುಧಿಯಾ ತನ್ನ ಜಮೀನನ್ನು ಸಮಾನ ವಿಸ್ತೀರ್ಣದ ಮೂರು ಭಾಗಗಳಾಗಿ ವಿಂಗಡಿಸಿರುವಳೇ? ಎಂಬ ಪ್ರಶ್ನೆಗೆ ಈಗ ನೀವು ಉತ್ತರಿಸಬಲ್ಲಿರಾ?

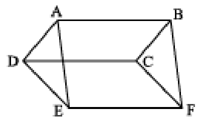
[**ಗಮನಿಸಿ** : BD = DE = EC ಎಂದು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುವುದರಿಂದ Δ ABC ಯು ಸಮವಿಸ್ತೀರ್ಣವಿರುವ
Δ ABD, Δ ADE ಮತ್ತು ΔAEC ಗಳಾಗಿ ವಿಭಾಗವಾಗುತ್ತದೆ. ಹಾಗೆಯೇ BC ಯನ್ನು n ಸಮಭಾಗಗಳಾಗಿ ವಿಭಾಗಿಸುವ ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಅದರ ಅಭಿಮುಖ ಶೃಂಗಕ್ಕೆ ಸೇರಿಸುವುದರಿಂದ Δ ABC ಯು ಸಮವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಹೊಂದಿರುವ n ತ್ರಿಭುಜಗಳಾಗಿ ವಿಭಾಗಿಸಲ್ಪಡುತ್ತದೆ]

(3) ಚಿತ್ರ 9.31 ರಲ್ಲಿ ABCD, DCFE ಮತ್ತು ABEF ಗಳು ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜಗಳು ಆದರೆ ವಿ (ADE) = ವಿ (BCF) ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

* ಪರೀಕ್ಷಾ ದೃಷ್ಟಿಯಿಂದ ಈ ಅಭ್ಯಾಸಯಿಲ್ಲ

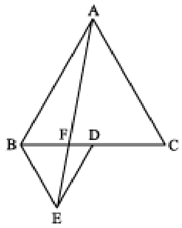
(4) ಚಿತ್ರ 9.32 ರಲ್ಲಿ ABCD ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ.AD = CQ ಆಗುವಂತೆ BC ಯನ್ನು Q ವರೆಗೆ ವೃದ್ದಿಸಿದೆ. AQ ರೇಖಾಖಂಡವು DC ಯನ್ನು P ನಲ್ಲಿ ಕತ್ತರಿಸಿದರೆ
ವಿ (BPC) = ವಿ (DPQ) ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ

(**ಸುಳುಹು** : AC ಯನ್ನು ಸೇರಿಸಿ)

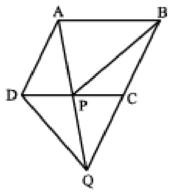


ಚಿತ್ರ 9.31

(5) ಚಿತ್ರ 9.33 ರಲ್ಲಿ ABC ಮತ್ತು BDE ಗಳು ಎರಡು ಸಮಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜಗಳು. D ಯು BC ಯ ಮಧ್ಯಬಿಂದು ಆಗಿದೆ. AE ಯು BC ಯನ್ನು F ನಲ್ಲಿ ಕತ್ತರಿಸಿದರೆ,



ಚಿತ್ರ 9.33



ಚಿತ್ರ 9.32

(i) ವಿ (BDE) = $\frac{1}{4}$ ವಿ (ABC)

(ii) ವಿ (BDE) = $\frac{1}{2}$ ವಿ (BAE)

(iii) ವಿ (ABC) = 2 ವಿ (BEC)

(iv) ವಿ (BFE) = ವಿ (AFD)

(v) ವಿ (BFE) = 2 ವಿ (FED)

(vi) ವಿ(FED) = $\frac{1}{8}$ ವಿ(AFC) ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

[**ಸುಳುಹು** : EC ಮತ್ತು AD ಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸಿ BE || AC ಮತ್ತು DE || AB ಇತ್ಯಾದಿಗಳನ್ನು ಸಾಧಿಸಿ]

(6) ABCD ಚತುರ್ಭುಜದ ಕರ್ಣಗಳಾದ AC ಮತ್ತು BD ಗಳು ಪರಸ್ಪರ P ನಲ್ಲಿ ಕತ್ತರಿಸುತ್ತವೆ.

ವಿ (APB) × ವಿ (CPD) = ವಿ (APD) × ವಿ (BPC) ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

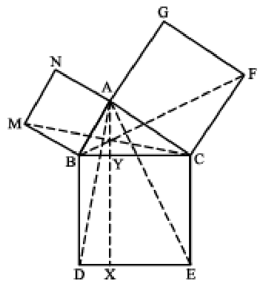
[**ಸುಳುಹು** : A ಮತ್ತು C ಗಳಿಂದ ಕ್ರಮವಾಗಿ BD ಗೆ ಲಂಬಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿ.]

(7) Δ ABC ಯಲ್ಲಿ P ಮತ್ತು Q ಗಳು ಕ್ರಮವಾಗಿ AB ಮತ್ತು AC ಗಳ ಮಧ್ಯಬಿಂದುಗಳು. R ಎಂಬುದು AP ಯ ಮಧ್ಯಬಿಂದು. ಆದರೆ

(i) ವಿ(PRQ) = $\frac{1}{2}$ ವಿ(ARC) (ii) ವಿ(RQC) = $\frac{3}{8}$ ವಿ(ABC)

(iii) ವಿ(PBQ) = ವಿ(ARC) ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

(8) ಚಿತ್ರ 9.34 ರಲ್ಲಿ ABC ಯು A ಯಲ್ಲಿ ಲಂಬಕೋನ ಹೊಂದಿರುವ ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜವಾಗಿದೆ. BCED, ACFG ಮತ್ತು ABMN ಗಳು ಕ್ರಮವಾಗಿ BC, CA, AB ಬಾಹುಗಳ ಮೇಲೆ ರಚಿಸಿರುವ ವರ್ಗಗಳಾಗಿವೆ. ರೇಖಾಖಂಡ AX ⊥ DE ಯು BC ಯನ್ನು Y ನಲ್ಲಿ ಸಂಧಿಸಿದೆ.



ಚಿತ್ರ 9.34

(i) Δ MBC ≅ Δ ABD (ii) ವಿ(BYXD)=2ವಿ(MBC)

(iii) ವಿ(BYXD) =ವಿ (ABMN) (iv) Δ FCB ≅ Δ ACE

(v) ವಿ(CYXE) = 2 ವಿ (FCB) (vi) ವಿ (CYXE) = ವಿ (ACFG)

(vii) ವಿ(BCED) = ವಿ (ABMN) + ವಿ (ACFG) ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ

ಸೂಚನೆ : (vii) ನೇ ಫಲಿತಾಂಶವು ಪ್ರಸಿದ್ಧವಾದ ಪೈಥಾಗೊರಸ್‌ನ ಪ್ರಮೇಯವಾಗಿದೆ. 10ನೇ ತರಗತಿಯಲ್ಲಿ ನೀವು ಇದರ ಸರಳವಾದ ಸಾಧನೆಯನ್ನು ಕಲಿಯುವಿರಿ.

9.5 ಸಾರಾಂಶ

ಈ ಅಧ್ಯಾಯದಲ್ಲಿ ನೀವು ಈ ಕೆಳಗಿನ ಅಂಶಗಳನ್ನು ಕಲಿತಿರುವಿರಿ.

(1) ಆಕೃತಿಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು ಕೆಲವು ಮೂಲಮಾನಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಿದ್ದು ಇದು ಆಕೃತಿಯು ಆವರಿಸಲ್ಪಟ್ಟ ಸಮತಲದ ಭಾಗಕ್ಕೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದೆ.

(2) ಎರಡು ಸರ್ವಸಮ ಆಕೃತಿಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಸಮ ಆದರೆ ಇದರ ವಿಲೋಮ ನಿಜವಾಗಿರ ಬೇಕಾಗಿಲ್ಲ.

(3) ಆಕೃತಿಯು T ಯ ಸಮತಲಾಕೃತಿ ಪ್ರದೇಶವು ಒಂದರ ಮೇಲೊಂದು ಇಲ್ಲದಂತೆ ಇರುವ ಆಕೃತಿ P ಮತ್ತು ಆಕೃತಿ Q ನ ಸಮತಲಾಕೃತಿ ಪ್ರದೇಶಗಳಿಂದ ಮಾಡಲ್ಪಟ್ಟರೆ ವಿ(T) = ವಿ(P) + ವಿ(Q),

ವಿ(X) = ಆಕೃತಿ Xನ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಎಂಬುವುದನ್ನು ಸೂಚಿಸುತ್ತದೆ.

(4) ಎರಡು ಆಕೃತಿಗಳ ಒಂದೇ ಪಾದ ಮತ್ತು ಒಂದೇ ಜೊತೆ ಸಮಾಂತರ ರೇಖೆಗಳ ನಡುವೆ ಇವೆ ಎಂದು ಹೇಳಾಬೇಕಾದರೆ, ಅವುಗಳಿಗೆ ಒಂದು ಸಾಮಾನ್ಯ ಪಾದ(ಬಾಹು)ವಿದ್ದು ಈ ಪಾದಕ್ಕೆ ಅಭಿಮುಖವಾಗಿರುವ ಶೃಂಗಗಳು ಪಾದಕ್ಕೆ ಸಮಾಂತರವಾಗಿರುವ ರೇಖೆಯ ಮೇಲಿರುತ್ತವೆ.

(5) ಒಂದೇ ಪಾದ (ಸಮವಾದ ಪಾದ) ದ ಮೇಲಿರುವ ಹಾಗೂ ಒಂದೇ ಜೊತೆ ಸಮಾಂತರ ರೇಖೆಗಳ ನಡುವೆ ಇರುವ ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಸಮವಾಗಿರುತ್ತವೆ.

(6) ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು ಅದರ ಪಾದ ಮತ್ತು ಅದಕ್ಕೆ ಅನುರೂಪವಾದ ಎತ್ತರಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧಕ್ಕೆ ಸಮನಾಗಿರುತ್ತದೆ.

(7) ಒಂದೇ ಪಾದ (ಸಮನಾದ ಪಾದ) ದ ಮೇಲಿದ್ದು ಸಮನಾದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜಗಳು ಒಂದೇ

ಜೊತೆ ಸಮಾಂತರ ರೇಖೆಗಳ ನಡುವೆ ಇವೆ.

(8) ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ ಹಾಗೂ ಒಂದು ತ್ರಿಭುಜಗಳು ಒಂದೇ ಪಾದ ಮತ್ತು ಒಂದೇ ಜೊತೆ ಸಮಾಂತರ ರೇಖೆಗಳ ನಡುವೆ ಇದ್ದರೆ ತ್ರಿಕೋನದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣದ ಅರ್ಧದಷ್ಟಿರುತ್ತದೆ.

(9) ಒಂದೇ ಪಾದ (ಸಮನಾದ ಪಾದ) ಮತ್ತು ಒಂದೇ ಸಮಾಂತರ ರೇಖೆಗಳ ನಡುವೆ ಇರುವ ಎರಡು ತ್ರಿಭುಜಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಸಮ.

(10) ತ್ರಿಕೋನದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು ಅದರ ಪಾದ ಮತ್ತು ಆ ಪಾದಕ್ಕೆ ಅನುರೂಪವಾದ ಎತ್ತರಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧದ ಅರ್ಧದಷ್ಟಿರುತ್ತದೆ.

(11) ಒಂದೇ ಪಾದ (ಸಮನಾದ ಪಾದ) ದ ಮೇಲಿದ್ದು ಸಮ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಹೊಂದಿರುವ ತ್ರಿಭುಜಗಳು ಒಂದೇ ಜೊತೆ ಸಮಾಂತರ ರೇಖೆಗಳ ನಡುವೆ ಇರುತ್ತವೆ.

(12) ತ್ರಿಭುಜದ ಮಧ್ಯರೇಖೆಯು ಆ ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ಸಮನಾದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಇರುವ ಎರಡು ತ್ರಿಭುಜಗಳಾಗಿ ವಿಂಗಡಿಸುತ್ತದೆ.

* ಈ ಚಟುವಟಿಕೆಯನ್ನು ಜಿಯೋಬೋರ್ಡ್ ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಕೂಡಾ ಮಾಡಬಹುದು.