

# ریاضی

گیارہویں جماعت کی درسی کتاب

© NCERT  
not to be republished

جامعہ ملیہ اسلامیہ، نئی دہلی



نیشنل کونسل آف ایجوکیشنل ریسرچ اینڈ ٹریننگ



**جملہ حقوق محفوظ**

- ہاشمی پبلے سے اجازت حاصل کیے بغیر، اس کتاب کے کسی بھی حصے کو دوبارہ چھپ کر یا باءدشت کے ذریعے یا زیاقت کے سسٹم میں اس کو محفوظ کرنا یا برقیاتی، میکائیکل، فوٹو کاپنگ، ریکارڈنگ کے کسی بھی وسیلے سے اس کی تزیین کرنا منع ہے۔
- اس کتاب کو اس شرط کے ساتھ فروخت کیا جا رہا ہے کہ اسے ہاشمی اجازت کے بغیر، اس شکل کے علاوہ جس میں کہ یہ چھاپی گئی ہے یعنی، اس کی موجودہ جلد ہندی اور سروسق میں تبدیلی کر کے، تجارت کے طور پر نہ تو مستعار دیا جاسکتا ہے، نہ دوبارہ فروخت کیا جاسکتا ہے، نہ کرایہ پر دیا جاسکتا ہے اور نہ ہی تلف کیا جاسکتا ہے۔
- کتاب کے صفحہ پر جو قیمت درج ہے وہ اس کتاب کی صحیح قیمت ہے۔ کوئی بھی نظر ثانی شدہ قیمت چاہے وہ زرری مہر کے ذریعے یا چھپی یا کسی اور ذریعے ظاہر کی جائے تو وہ غلط تصور ہوگی اور ناقابل قبول ہوگی۔

**این سی ای آر ٹی کے پبلی کیشن ڈپارٹمنٹ کے دفاتر**

این سی ای آر ٹی کیپس

سری اروندو مارگ

نئی دہلی - 110016

108,100 فٹ روڈ ہوسٹلے کیڑے نیلی

ایسٹیشن ہاؤسنگری III ایچ

بنگلور - 560085

نوجیون ٹرسٹ بھون

ڈاک گھر، نوجیون

احمد آباد - 380014

سی ڈی بیوسی کیپس

برقناہل ڈھاکل بس اسٹاپ، پانی ہائی

کلکتہ - 700114

سی ڈی بیوسی کامپلیکس

مالی گاؤں

گواہٹی - 781021

100.00 روپے

**اشاعتی ٹیم**

ہیڈ، پبلی کیشن ڈپارٹمنٹ : پی۔ راجا کمار

چیف پروڈکشن آفیسر : شیو کمار

چیف ایڈیٹر : شوبیتا اہل

چیف بزنس منیجر : گوتم گانگولی

ایڈیٹر : ڈاکٹر پرویز شہریار

اسسٹنٹ پروڈکشن آفیسر : عبدالنعیم

سرورق اور تزئین

اروندر چاولہ

**پہلا ایڈیشن**

جون 2006 ویشاکھ 1928

دیگر طباعت

جولائی 2009 شران 1931

PD 2H SPA

© نیشنل کونسل آف ایجوکیشنل ریسرچ اینڈ ٹریننگ 2006

این سی ای آر ٹی واٹر مارک 80 جی ایس ایم  
کاغذ پر شائع شدہ

سکرٹری، نیشنل کونسل آف ایجوکیشنل ریسرچ  
اینڈ ٹریننگ، شری اروندو مارگ، نئی دہلی نے

میں چھپوا کر پبلی کیشن ڈپارٹمنٹ سے شائع کیا۔

## پیش لفظ

قومی درسیات کا خاکہ (NCF)، 2005ء اس کی سفارش کرتا ہے کہ بچوں کی اسکول کی زندگی ان کی اسکول کے باہر کی زندگی سے مربوط ہونی چاہئے۔ یہ اصول ورثہ میں چلی آرہی کتابی پڑھائی کو خیر آباد کرتا ہے جس نے آج تک ہمارے نظام میں اسکول، گھر اور معاشرہ کے درمیان ایک خلا پیدا کیا ہوا ہے۔ اس بنیادی خیال کو پائے تکمیل تک لانے کی کوشش NCF کے ذریعے نصاب اور نصابی کتابوں میں دکھائی دیتی ہے۔ اس میں یہ بھی کوشش کی گئی ہے کہ بغیر سوچے سمجھے یاد کرنا اور مختلف مضمونوں کے علاقوں کے درمیان دیوار کھڑی کرنے کی حوصلہ افزائی نہ کی جائے۔ ہمیں امید ہے کہ یہ پیمانے ہمیں معنی خیز انداز سے بچوں کو تعلیم کے مرکزی نظام کے اور قریب لے آئیں گے جیسا کہ تعلیم کی قومی پالیسی (1986) میں کہا گیا ہے۔

اس کوشش کی کامیابی اس بات پر مبنی ہے کہ اسکول کے پرنسپل صاحبان اور اساتذہ کس طرح کے قدم اٹھاتے ہیں بچوں کی حوصلہ افزائی کرنے کے لئے تاکہ بچوں کی خیالی سوچ اور سوالوں کو عملی جامہ پہنایا جاسکے۔ ہمیں یہ پہچانا چاہیے کہ دی ہوئی جگہ، وقت اور آزادی سے اپنے آپ کو بڑوں سے ملی جانکاری کا استعمال کر کے بچے کس طرح نئی معلومات پیدا کرتے ہیں۔ کیونکہ امتحان کے لئے نصابی کتابیں ہی پڑھائی کا واحد ذریعہ ہیں یہی وجہ ہے کہ دوسرے جانکاری کے ذرائع کو بالائے طاق رکھ دیا جاتا ہے۔ تخلیق کاری کی تلقین کرنا نصیحت کرنا اور پیش قدمی کرنا اسی وقت ممکن ہے جب ہم بچوں کو معلومات حاصل کرنے والا ایک ساکن سامع سمجھنے کے بجائے ہم انھیں سرگرمی سے شرکت کرنے والا سمجھیں گے۔

ان کا مقصد ہے اسکول کے روزمرہ کے کاموں میں قابل غور بدلاؤ اور ان کے کام کرنے کے طریقوں میں نیا پن۔ روزانہ کے ناظم ٹیبل میں لچیلپا پن اتنا ہی ضروری ہے جتنا کہ پورے سال کے کلینڈر کا لاگو کرنا تاکہ مطلوبہ پڑھائی کے دن اصلیت میں پڑھائی پر خرچ ہوں۔ پڑھائی اور بچوں کی کارکردگی کے لئے استعمال کئے گئے طریقے یہ بھی بتائیں گے کہ یہ کتاب ایک ذہن بیزاری ہونے کے بجائے بچوں کی زندگی کو اسکول میں ایک خوشگوار آزمائش کرنے میں کتنی اثر دار ہے۔ نصابی خاکہ تیار کرنے والوں نے یہ کوشش کی ہے کہ مسئلہ کو پیش کرنے میں معلومات کو مختلف مرحلوں پر دوبارہ سوچا جائے اور دوسرے انداز میں پیش کیا جائے تاکہ بچے کی نفسیاتی کیفیت اور پڑھائی کے لیے ملنے والے وقت کو بھی ذہن میں رکھا جاسکے۔ نصابی کتاب

میں یہ کوشش کی گئی ہے اور بڑھاوا دیا گیا ہے اور بہت زیادہ اہمیت دی گئی ہے اور مواقع کے لئے جگہ دی گئی ہے اور غور و فکر کیا گیا ہے کہ چھوٹے چھوٹے گروپ ہوں اور بچے خود کر کے تجربہ حاصل کریں۔

نیشنل کونسل آف ایجوکیشنل ریسرچ اور ٹریننگ (NCERT) نصابی کتاب کو بڑھاوا دینے والی کمیٹی کے محنت سے کئے گئے کام کی قدر کرتی ہے جو لوگ اس کتاب میں ذمہ دار ہیں یہ سائنس اور ریاضی کے صلاح کار گروپ کے چیئر پرسن پروفیسر جے۔ وی۔ نارلیکر اور اس کتاب کے چیف صلاح کار پروفیسر پی۔ کے۔ جین کا شکریہ ادا کرتے ہیں اس کمیٹی کے کام کی رہنمائی کرنے کے لئے۔ بہت سے اساتذہ نے اس کتاب کو بڑھاوا دینے میں اہم رول ادا کیا ہے، ہم ان کے پرنسپل صاحبان کا بھی شکریہ ادا کرتے ہیں جنہوں نے اسے پائے تکمیل تک پہنچایا۔

ہم ان اداروں اور تنظیموں کے بھی بے حد شکرگزار ہیں جنہوں نے اپنے فنڈ، ضروریات کے حساب سے سامان اور صلاحیت سے بھرپور لوگوں کا استعمال کرنے دیا۔ خاص طور پر ہم نیشنل مانیٹرنگ کمیٹی کے ممبران کے بے حد شکرگزار ہیں جو کہ ڈپارٹمنٹ آف سائنڈری اینڈ ہائر ایجوکیشن سنٹری آف ہیومن ریسورس ڈیولپمنٹ، پروفیسر مری نال میری اور پروفیسر جی۔ پی۔ دیش پانڈے کے چیئر پرسن شپ کے زیر اہتمام بنائی گئی ان کی بیش قیمتی صلاح اور وقت کے لئے۔ ایک تنظیمی کمیٹی کے طور پر جو کہ انتظامی طور پر لگا تار بہتری اور اچھائی کی طرف بڑھ رہی ہے اپنی پروڈکشن کی طرف (NCERT) صلاح و مشورے کے لئے خوش آمدید کرتی ہے تاکہ ہم آگے بہتری اور نفاست کی طرف گامزن ہو سکیں۔

ہم اس نصابی کتاب کے اردو ترجمے کی ذمہ داری بخوبی انجام دینے کے لیے جامعہ ملیہ اسلامیہ، نئی دہلی کے شکرگزار ہیں، خاص طور پر جامعہ ملیہ اسلامیہ کے وائس چانسلر پروفیسر مشیر الحسن اور محترمہ رخشندہ جلیل کے ممنون و شکرگزار ہیں جنہوں نے مرکز برائے جواہر لعل نہرو اسٹڈیز، جامعہ ملیہ اسلامیہ کے آؤٹ ریچ پروگرام کے ذریعہ اس عمل میں رابطہ کار کے فرائض بخوبی انجام دیئے۔ اس کتاب کے ترجمہ کے لئے ہم اطہر پرویز کے شکرگزار ہیں۔ بحیثیت ایک تنظیم کے ہم مجموعی اصلاحات اور اپنے یہاں تیار مواد کے معیار کو بہتر بنانے کے لئے پابند ہیں۔ این سی ای آر ٹی، اس سلسلہ میں آپ کی رائے اور مشوروں کا خیر مقدم کرے گی۔

ڈائریکٹر

نیشنل کونسل آف ایجوکیشنل ریسرچ اینڈ ٹریننگ

نئی دہلی

20 دسمبر 2006

## درسی کتاب تیار کرنے والی کمیٹی

سائنس اور ریاضی کا صلاح کار گروپ کے چیئر پرسن  
جے۔ وی۔ نارلیکار، امرینٹس پروفیسر ایڈوائزری کمیٹی کے چیئر پرسن، انٹرویو نیورسٹی سینٹر فار ایڈوانسڈ سائنس  
ایڈوانسڈ کرس (IUCCA)، گنیش بھنڈ، پونہ یونیورسٹی، پونہ

خصوصی صلاح کار

پی۔ کے۔ جین پروفیسر، شعبہ ریاضی، دہلی یونیورسٹی، دہلی

خصوصی کوارڈینیٹر

حکم سنگھ پروفیسر، ڈی ای ایس ایم، این سی ای آر ٹی، نئی دہلی

ممبران

اے۔ کے۔ راجپوت، ریڈر، آر آئی ای بھوپال، مدھیہ پردیش

اے۔ کے۔ وازلووار، ریڈر، ڈی ای ایس ایم، این سی ای آر ٹی، نئی دہلی

بی۔ ایس۔ پی۔ راجو، پروفیسر، آر آئی ای میسور، کرناٹک

سی۔ آر۔ پردیپ، اسسٹنٹ پروفیسر، شعبہ ریاضی، انڈین انسٹی ٹیوٹ آف سائنس۔ بنگلور، کرناٹک

پراڈپتو ہورے، سینئر ریاضی ماسٹر، سرالابرا اکیڈمی، بنگلور، کرناٹک

ایس۔ بی۔ ترپاٹھی، لیکچرار، راجکے پرتیہا وکاس ودھالیہ، سورج مل دہار، دہلی

ایس۔ کے۔ ایس۔ گوتم، پروفیسر، ڈی ای ایس ایم، این سی ای آر ٹی، نئی دہلی

نبی کمار سنہا، پی جی ٹی، سنسکرتی اسکول چانکیہ پوری، نئی دہلی

نبی موگل، لیکچرار، سی ای ای ٹی، نئی دہلی

اسنیہا ٹیٹس، ریاضی ٹیچر، ادیتی مالیہ اسکول، ایلا اریکا، بنگلور، کرناٹک

سُجا تاورما، ریڈر (ریاضی)، اگنو، (IGNOU) نئی دہلی

اُدے سنگھ، لیکچرار، ڈی ای ایس ایم، این سی ای آر ٹی، نئی دہلی

ممبر کوارڈینیٹر

وی۔ پی۔ سنگھ، ریڈر، ڈی ای ایس ایم، این سی ای آر ٹی، نئی دہلی

## اظہارِ تشکر

کونسل ذیل شرکت کرنے والوں اور بیش قیمتی حصہ لینے والوں کی نصابی کتاب ورکشاپ میں محنت کو پُر جوش طریقے سے قبول کرتی ہے۔ پی۔ بھاسکرکار، پی جی ٹی، جواہر نوودے ودیالہ، انتھ پور، مدھیہ پردیش؛ وناک بوجاڈے، لیکچرر، وی در بھانیادی جونیئر کالج، سکاردراچوک / ناگ پور، مہاراشٹر؛ ندیتا کالرا، لیکچرر، سروودیہ کنیا ودیالہ، وکاس پوری ڈسٹرک سینٹر، نئی دہلی؛ پی۔ ایل۔ سچدیاوا ڈیپارٹمنٹ ریاضی، انڈین انسٹی ٹیوٹ آف سائنس، بنگلور؛ کرناٹک۔ پی۔ کے۔ تیواری، اسسٹنٹ کمشنر (ریٹائرڈ)، کیندریہ ودیالیہ سنگھٹن، جگدیش سرن، ڈیپارٹمنٹ آف اسٹیٹک، یونیورسٹی آف دہلی؛ قدوس خاں، لیکچرر، شبلی نیشنل پی۔ جی۔ کالج اعظم گڑھ، اتر پردیش؛ سمت کمار جین، لیکچرر، کے۔ ایل۔ جین انٹر کالج سائنسی ہاتھرس، اتر پردیش۔

آر۔ پی۔ گہارے، لیکچرر (بی۔ آر۔ سی)، جن پرکشٹا کیندری چومی ڈسٹرکٹ، بیتل، مدھیہ پردیش؛ سنگیتا اروڑا، پی جی ٹی، اے۔ پی۔ جے۔ اسکول ساکیت۔ نئی دہلی؛ پی۔ این۔ ملہوترا، اے۔ ڈی۔ ای۔ (سائنس)، ڈائریکٹوریٹ آف ایجوکیشن، دہلی؛ ڈی۔ آر۔ شرما، پی جی ٹی، جے۔ این۔ وی۔ منگیس پور، دہلی؛ سروج، پی جی ٹی، گورنمنٹ گرلس سینئر سیکنڈری اسکول، نمبر 1، روپ نگر، دہلی اور آر۔ پی۔ موریہ، ریڈر، ڈی ای ایس ایم، این سی ای آر ٹی، نئی دہلی۔

## فہرست

ناشر کی طرف سے نوٹ

### 1- سیٹس

1

1

1

5

8

10

13

17

17

19

20

27

30

1.1 تعارف

1.2 سیٹ اور اُن کے اظہار

1.3 خالی سیٹ

1.4 متناہی اور لا متناہی سیٹ

1.5 مساوی سیٹس

1.6 ذیلی سیٹس

1.7 قوت سیٹس

1.8 آفاقی سیٹ

1.9 وین ڈائیگرام

1.10 سیٹوں پر عملیات

1.11 سیٹ کا مکملہ

1.12 دو سیٹوں کے اتحاد اور تقاطع پر عملی مسئلہ

### 2- رشتہ اور تفاعلات

43

43

43

48

51

2.1 تعارف

2.2 سیٹوں کا کارٹیزی حاصل ضرب

2.3 رشتے

2.4 تفاعلات

### 3۔ ترگنومیٹریائی تفاعلات

67

67

67

74

83

95

3.1 تعارف

3.2 زاویے

3.3 ترگنومیٹریائی تفاعلات

3.4 دوزاویوں کے مجموعے اور تفریق کے ترگنومیٹریائی تفاعلات

3.5 ترگنومیٹریائی مساوات

108

### 4۔ ریاضی کے امالی اصول

108

109

110

4.1 تعارف

4.2 دلچسپی پیدا کرنا

4.3 ریاضی کے امالی اصول

122

### 5۔ پیچیدہ اعداد اور دو درجی مساواتیں

122

122

123

128

130

134

137

5.1 تعارف

5.2 پیچیدہ اعداد

5.3 نامساواتیں

5.4 پیچیدہ اعداد کا الجبرا

5.5 پیچیدہ اعداد کا مقیاس اور زوجی

5.6 آرگنڈ مستوی اور قطبی اظہار

5.7 دورکنی مساواتیں

145

### 6۔ خطی نامساواتیں

143

143

145

152

158

6.1 تعارف

6.2 نامساواتیں

6.3 ایک متغیر والی خطی نامساواتوں کے الجبری حل اور انہیں گراف کے ذریعے ظاہر کرنا

6.4 دو متغیروں میں خطی نامساواتوں کے گرافنی حل

6.5 دو متغیروں میں خطی نامساواتوں کے نظام کا حل

## 7۔ مبادلے اور اجتماع

166

166

166

171

182

7.1 تعارف

7.2 گنتی کے بنیادی اصول

7.3 مبادلے

7.4 اجتماع

## 8۔ دورانی مسئلہ

195

195

195

204

8.1 تعارف

8.2 مثبت صحیح قوت نمائیکہ دورانی مسئلہ

8.3 عام اور درمیانی ارکان

## 9۔ تواترات اور سلسلی

215

215

216

217

220

225

231

236

9.1 تعارف

9.2 تواترات

9.3 سلسلی

9.4 حسابی بہ تصاعد (A.P)

9.5 جیومیٹر بہ تصاعد (G.P)

9.6 A.M اور G.M میں تعلق

9.7 خاص سلسلی کے 'n' ارکان کا مجموعہ

## 10۔ سیدھے خطوط

246

246

248

257

267

271

285

10.1 تعارف

10.2 ایک خط کا سلوپ

10.3 ایک خط کی مساوات کی مختلف قسمیں

10.4 ایک خط کی عام مساوات

10.5 ایک خط سے ایک نقطے کا فاصلہ

10. مخروطی تراشے

|     |                                                    |
|-----|----------------------------------------------------|
| 285 | 11.1 تعارف                                         |
| 286 | 11.2 ایک مخروط کے تراشے                            |
| 289 | 11.3 دائرہ                                         |
| 291 | 11.4 مکانی                                         |
| 298 | 11.5 ناقص                                          |
| 307 | 11.6 زائد                                          |
| 321 | <b>12۔ تین ابعاد والی جیومیٹری کا تعارف</b>        |
| 321 | 12.1 تعارف                                         |
| 322 | 12.2 تین ابعادی خلاء میں مختص محور اور مختص مستویں |
| 322 | 12.3 خلاء میں ایک نقطے کے محق                      |
| 325 | 12.4 دو نقاط کے درمیان فاصلہ                       |
| 328 | 12.5 سیکشن فارمولہ                                 |
| 337 | <b>13۔ حدود اور مشتقات</b>                         |
| 337 | 13.1 تعارف                                         |
| 337 | 13.2 مشتق کا وجدانی تصور                           |
| 340 | 13.3 انتہا                                         |
| 355 | 13.4 ٹرگنومیٹریائی فنکشن کی انتہا                  |
| 361 | 13.5 مشتق                                          |
| 380 | <b>14۔ ریاضیاتی استدلال</b>                        |
| 380 | 14.1 تعارف                                         |
| 380 | 14.2 بیانات                                        |
| 384 | 14.3 قدیم سے جدید بیانات                           |
| 391 | 14.4 خاص الفاظ/جز: جملہ                            |
| 399 | 14.5 نشاندہی                                       |
| 400 | 14.6 معتبری بیانات                                 |

## 15- شماریات

415

415

15.1 تعارف

417

15.2 انتشار کے پیمانے

417

15.3 وسعت

418

15.4 درمیانہ فرق

432

15.5 تبدیلی اور معیاری فرق

444

15.6 تعداد تقسیم کی تحلیل

457

## 16- احتمال

457

16.1 تعارف

458

16.2 بلا منصوبہ تجربات

463

16.3 وقوعہ

472

16.4 احتمال کیلئے با اصول سفارش

496

ضمیمہ 1: لامتناہی سلسلہ

496

A. 1.1 تعارف

496

A. 1.2 کسی بھی قوت کیلئے دورانی مسئلہ

497

A. 1.3 لامتناہی جیومیٹریائی سلسلہ

500

A. 1.4 قوت نما

503

A. 1.5 لوگارتھمک سلسلہ

506

ضمیمہ 2: ریاضیاتی ماڈلنگ

506

A. 2.1 تعارف

506

A. 2.2 ابتدائی

511

A. 2.3 ریاضیاتی ماڈلنگ کیا ہے؟

521

## جوابات