ગુજરાત માધ્યમિક અને ઉચ્ચતર માધ્યમિક શિક્ષણ બોર્ડ, ગાંધીનગર

એકમ કસોટી-5 : 2020-21 માટે

ધોરણ-10

સમય : 45 મિનિટ | વિષય : ગણિત (12) G | કુલ ગુણ : 25

વિભાગ - A

- યોગ્ય વિકલ્પ પસંદ કરો. (દરેકનો 1 ગુણ) [5]

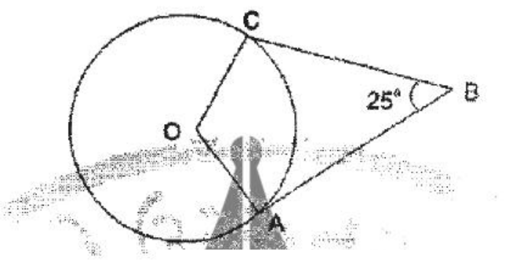
પ્રશ્ન-1. આપેલ આકૃતિમાં $\angle ABC = 25^\circ$ હોય તો $\angle AOC =$ ....

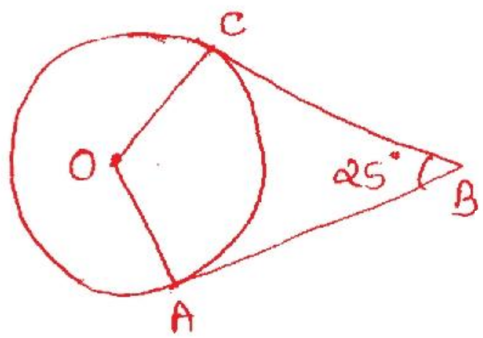
(A) 135°

(B) 145°

(C) 165°

(D) 155°





⇒ અહિ $\square$ OABC માં

$\overline{OC} \perp \overline{BC}$ તથા $\overline{OA} \perp \overline{AB}$

$\therefore \angle OCB = 90$

$\angle OAB = 90$

$\angle ABC + \angle AOC = 180^\circ$

$25^\circ + \angle AOC = 180^\circ$

$\therefore \angle AOC = 180^\circ - 25^\circ$

$\therefore \angle AOC = 155^\circ$

પ્રશ્ન-2. નીચેનામાંથી કયા સમીકરણમાં બીજ વાસ્તવિક નથી.

(A) $x^2 - 4x + 3\sqrt{2} = 0$

(B) $x^2 + 4x - 3\sqrt{2} = 0$

(C) $x^2 - 4x - 3\sqrt{2} = 0$

(D) $3x^2 + 4\sqrt{3}x + 4 = 0$

બીજ વાસ્તવિક ન હોવા માટેની શરત

$D < 0$ થવો જોઈએ ($D = b^2 - 4ac$)

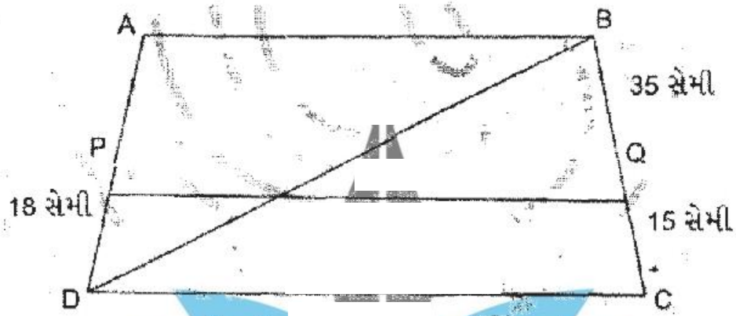
(A) $\rightarrow D = 16 - 12\sqrt{2} < 0$ ✓

(B) $\rightarrow D = 16 + 12\sqrt{2} > 0$

(C) $\rightarrow D = 16 + 12\sqrt{2} > 0$

(D) $\rightarrow D = 0$

પ્રશ્ન-3. આપેલ આકૃતિ મુજબ સમલંબ ચતુષ્કોણ ABCD માં AB II CD અને P અનુક્રમે AD અને BC પર એવી રીતે છે કે PQ II DC થાય. જો PD = 18 સે.મી., BQ = 35 સે.મી. અને QC = 15 સે.મી. હોય તો AD = ………… સે.મી.



(A) 55 સે.મી. (B) 57 સે.મી. (C) 60 સે.મી. (D) 62 સે.મી.

D

→ અહીં $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$ અને $\overline{PQ} \parallel \overline{DC}$

$\therefore \frac{AP}{PD} = \frac{BQ}{QC}$

$\therefore \frac{AP}{18} = \frac{35}{15}$

$\therefore AP = \frac{35 \times 18}{15} = 42$ સેમી

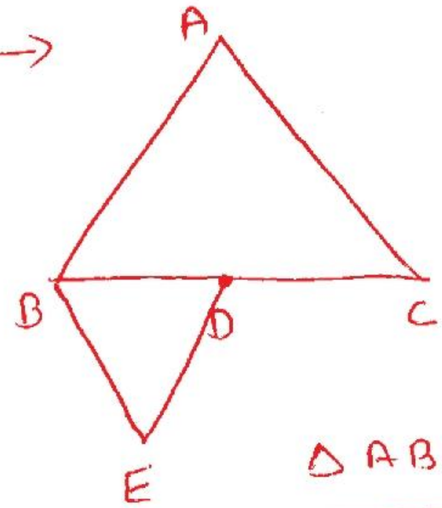
હવે $AD = AP + PD$

$= 42 + 18$

$= 60$ સેમી

પ્રશ્ન-4. જેમાં D એ BC નું મધ્યબિંદુ છે, એવા બે સમબાજુ ત્રિકોણો ABC અને BDE છે. ત્રિકોણો ABC અને BDE ના ક્ષેત્રફળોનો ગુણોત્તર ....

(A) 2:1 (B) 1:2 (C) 4:1 (D) 1:4



⇒ ધારો કે Δ ABC ની બાજુના માપ a સેમી છે.

⇒ તથા D એ BC નું મધ્યબિંદુ છે.

∴ Δ BDE ની બાજુનું માપ $\frac{a}{2}$ સેમી

$$\frac{\Delta ABC \text{ નું ક્ષેત્રફળ}}{\Delta BDE \text{ નું ક્ષેત્રફળ}} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{4} \times (\text{બાજુ})^2}{\frac{\sqrt{3}}{4} \times (\text{બાજુ})^2}$$

$$= \frac{(a)^2}{\left(\frac{a}{2}\right)^2}$$

$$= \frac{a^2}{a^2/4}$$

$$= \frac{a^2 \times 4}{a^2}$$

$$= \frac{4}{1}$$

Δ ABC અને Δ BDE ના ક્ષેત્રફળનો ગુણોત્તર

4:1 મળે.

પ્રશ્ન-5. નીચે આપેલ દ્વિઘાત સમીકરણોમાં .... સમીકરણનો એક ઉકેલ x = 3 છે.

(A) $x^2-8x+15=0$ (B) $x^2+8x+15=0$

(C) $x^2-8x-15=0$ (D) $x^2+8x-15=0$

આપેલ એક ઉકેલ $x = 3$ થવા માટે સમીકરણમાં, કિંમત મુકતા LHS = RHS થવુ જોઈએ.

(A) LHS માં $x = 3$ મુકતા

$(3)^2 - 8(3) + 15$

$= 9 - 24 + 15$

$= 24 - 24$

$= 0 = RHS$

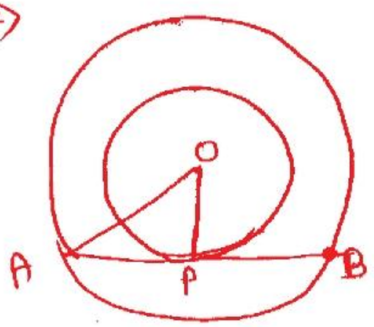
∴ ઉકેલ (A) $x^2-8x+15=0$

વિભાગ - B

• નીચે આપેલ પ્રશ્નોનો જવાબ આપો. (દરેકનો 2 ગુણ) [10]

પ્રશ્ન-6. બે સમકેન્દ્રી વર્તુળોની ત્રિજ્યાઓ 5 સે.મી. અને 3 સે.મી. છે. મોટા વર્તુળની જીવા નાના વર્તુળને સ્પર્શે છે. તો તેની લંબાઈ શોધો.

⟹



→ ધારો કે મોટા વર્તુળની જીવા $\overline{AB}$ નાના વર્તુળને P બિંદુએ સ્પર્શે છે.

∴ $\overline{AB}$ એ P બિંદુ આગળ નાના વર્તુળનો સ્પર્શક થાય

∴ $OP \perp AB$ થાય

ΔOPA માં $m\angle P = 90^\circ$

$OA^2 = OP^2 + PA^2$

$(5)^2 = (3)^2 + PA^2$

$$25 = 9 + AP^2$$
$$AP^2 = 25 - 9$$
$$AP^2 = 16$$
$$\boxed{AP = 4 \text{ સેમી}}$$

અહીં, AB એ મોટા વર્તુળની જીવા છે. તેમજ $OP \perp AB$ હોવાથી

$$AB = 2AP$$
$$\boxed{AB = 8 \text{ cm}}$$

પ્રશ્ન-7. આપેલ દ્વિઘાત સમીકરણનો અવયવની રીતે ઉકેલ મેળવો.

$$\frac{X+1}{X-1} - \frac{X-1}{X+1} = \frac{5}{6}; X \neq 1, -1$$

લ.સા.અ. લેતા

$$6(x+1)^2 - 6(x-1)^2 = 5(x+1)(x-1)$$
$$6(x^2+2x+1) - 6(x^2-2x+1) = 5(x^2-1)$$
$$6x^2 + 12x + 6 - 6x^2 + 12x - 6 = 5x^2 - 5$$
$$24x = 5x^2 - 5$$
$$5x^2 - 24x - 5 = 0$$

$5 \times -5 = -25$ → -24, 1

$$5x^2 - 25x + x - 5 = 0$$
$$5x(x-5) + 1(x-5) = 0$$
$$(x-5)(5x+1) = 0$$

$x - 5 = 0$ or $5x + 1 = 0$

$\boxed{x = 5}$ $\boxed{x = -\frac{1}{5}}$

પ્રશ્ન-8. આપેલ દ્વિઘાત સમીકરણને સમાન અને વાસ્તવિક બીજ હોય તો 'k' ની કિંમત શોધો.

$5x^2 - 2KX + 20 = 0$

$5x^2 - 2kx + 20 = 0$ ને $ax^2 + bx + c = 0$ સાથે સરખાવતા,

$a = 5,\ b = -2k\ \ c = 20$

→ અહિ બીજ સમાન અને વાસ્તવિક છે.

$\therefore D = 0$

$\therefore b^2 - 4ac = 0$

$(-2k)^2 - 4(5)(20) = 0$

$4k^2 - 400 = 0$

$4k^2 = 400$

$k^2 = \frac{400}{4}$

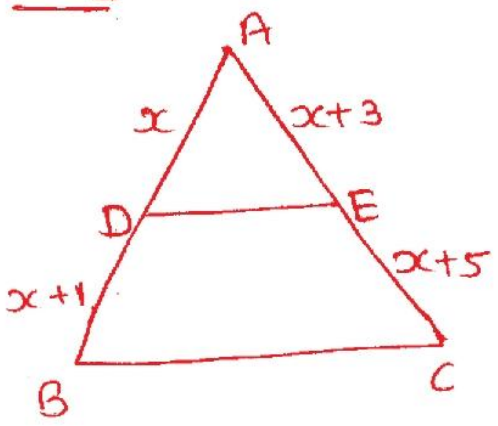
$k^2 = 100$

$k = \pm 10$

$\therefore \boxed{k = 10}$ અથવા $\boxed{k = -10}$

પ્રશ્ન-9. △ABC માં, DE ∥ BC છે. તો X ની કિંમત શોધો.

પ્રશ્ન-9



⇒ અહિ △ABC માં

DE ∥ BC હોવાથી

$\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$ (થેલ્સ પ્રમેય)

$\frac{x}{x+1} = \frac{x+3}{x+5}$

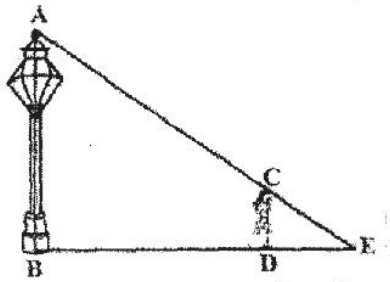
$x(x+5) = (x+3)(x+1)$

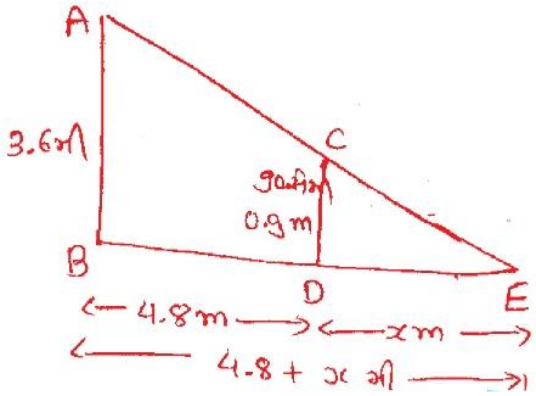
$x^2 + 5x = x^2 + 4x + 3$

$5x - 4x = 3$

$\boxed{x = 3}$

પ્રશ્ન-10. 90 સે.મી. ઊંચાઈવાળી એક છોકરી વીજળીના થાંભલાના તળીયેથી 1.2 મી/સે.ની ઝડપથી દૂર જઈ રહી છે. જો વીજળીનો ગોળો જમીનના સમતલથી 3.6 મીટર ઊંચે હોય તો ચાર સેકન્ડ પછી તેના પડછાયાની લંબાઈ શોધો.





→ અહીં AB = સમતલથી ગોળાની ઊંચાઈ = 3.6 m

CD = છોકરીની ઊંચાઈ = 0.9 m

BD = 4 સેકન્ડમાં છોકરીએ કાપેલ અંતર

= સમય × ઝડપ

$= 4 \times 1.2$

$= 4.8$ m

→ ધારો કે DE = પડછાયાની લંબાઈ = x m

$\therefore BE = BD + DE = (4.8 + x)$ m

→ અહીં ત્રિકોણ ABC અને ΔCDE માં

$\angle B = \angle D$ (કાટખૂણાઓ)

$\angle AEB = \angle CED$ (સામાન્ય ખૂણો)

$\Delta ABE \sim \Delta CDE$ ($\because$ ખૂખૂ સમરૂપતા)

$\therefore \frac{AB}{CD} = \frac{BE}{DE}$

$\therefore \frac{3.6}{0.9} = \frac{4.8 + x}{x}$ (4)

$4x = 4.8 + x$

$4x - x = 4.8$

$3x = 4.8$

$x = \frac{4.8}{3}$

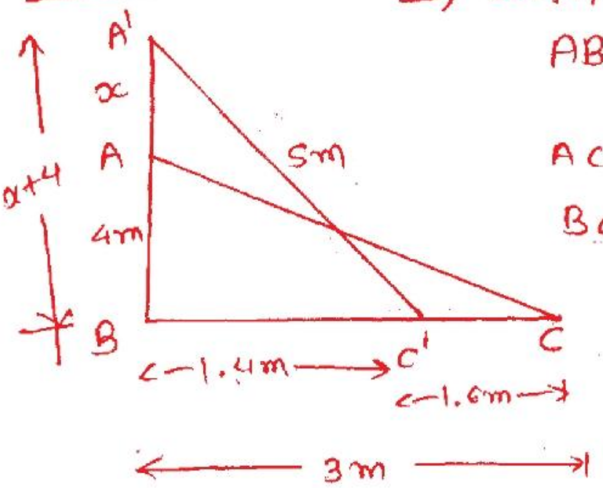
$x = 1.6$ m

વિભાગ - C

• નીચે આપેલ પ્રશ્નો જવાબ આપો. (દરેકના 3 ગુણ) [06]

પ્રશ્ન-11. એક 5 મી. લાંબી નિસરણી દિવાલને અઢેલીને એવી રીતે ગોઠવી છે કે જેથી તેનો ઉપરનો છેડો જમીનથી 4 મી ઊંચે એક બારીને અડકે. જો નીસરણીનો નીચેનો છેડો જમીનથી દિવાલની તરફ 1.6 મી ખેસડવામાં આવે તો તેનો ઉપરનો છેડો ઉપરની તરફ કેટલું અંતર ખસે?

પ્રશ્ન-11



→ અહીં,

AB = શરૂઆતનો નીસરણીનો છેડો દિવાલ પર છે તે ઊંચાઈ = 4m

AC = નિસરણીની લંબાઈ = 5m

BC = શરૂઆતમાં નિસરણીના પાયાનું દિવાલથી અંતર

ΔABC માં $m\angle B = 90^\circ$

$AC^2 = AB^2 + BC^2$

$25 = 16 + BC^2$

$BC^2 = 9$

$BC = 3$ (અંતર હોવાથી ધન)

→ હવે નિસરણીને દિવાલ તરફ 1.6મી ખસેડતા

$BC' = 3 - 1.6 = 1.4m$

$A'C'$ = નીસરણીની લંબાઈ અને $A'B$ = નવી ઊંચાઈ

હવે $\Delta A'BC'$ માં $\angle B = 90^\circ$ હોવાથી

$A'C'^2 = A'B^2 + BC'^2$

$25 = A'B^2 + 1.96$

$A'B^2 = 23.04$

$A'B = 4.8m$

પરંતુ $A'B = x + 4$

$\therefore 4.8 = x + 4$

$x = 4.8 - 4 = 0.4$

$\therefore x = 0.4\ m$

પ્રશ્ન-12. યશ્વી પોતાની સાઈકલની ઝડપ 4 કિ.મી./કલાક વધારે તો એકધારી ઝડપથી ચાલતી સાઈકલને 48 કિ.મી.નું અંતર કાપતા, પહેલા કરતાં એક કલાક ઓછો લાગે, તો મૂળ ઝડપ શોધો.

જવાબ-12

ધારો કે સાઇકલની મૂળ ઝડપ x km/h છે.

∴ સાઇકલની વધેલ ઝડપ $(x+4)$ km/h થાય.

→ મૂળ ઝડપે 48 km અંતર કાપતા લાગતો સમય $= \frac{48}{x}$

→ વધેલ ઝડપે 48 km અંતર કાપતા લાગતો સમય $= \frac{48}{x+4}$

$$\therefore \frac{48}{x} = \frac{48}{x+4} + 1$$

$$48(x+4) = 48(x) + x(x+4)$$

$$48x + 192 = 48x + x^2 + 4x$$

$$x^2 + 4x - 192 = 0$$

-192: 16, -12

$$x^2 + 16x - 12x - 192 = 0$$

$$x(x+16) - 12(x+16) = 0$$

$$(x+16)(x-12) = 0$$

$x = -16$ અથવા $\boxed{x = 12}$

↓

ઝડપ ઋણ ન મળે

∴ શક્ય નથી

∴ સાઇકલની મૂળ ઝડપ $x = 12$ km/h થાય.

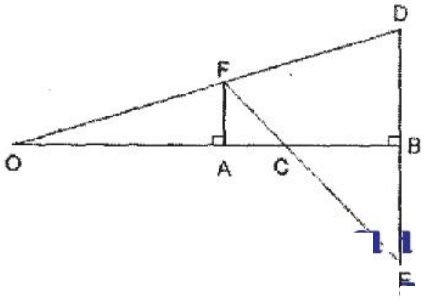
વિભાગ - D

- નીચે આપેલ પ્રશ્નનો જવાબ આપો. [04]

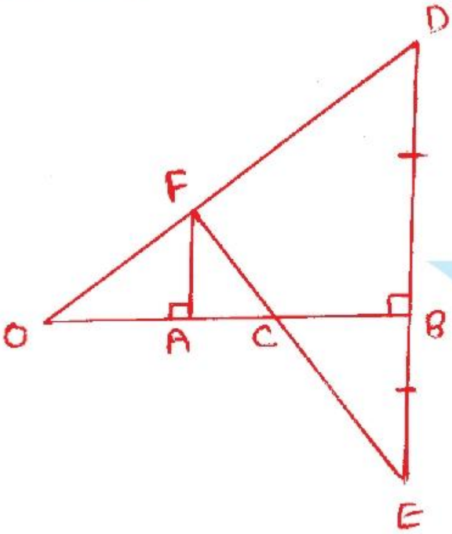
પ્રશ્ન-13. આકૃતિમાં દર્શાવ્યા મુજબ OB એ રેખાખંડ DE નો લંબદ્વિભાજક છે. FA ⊥ OB અને FE રેખાખંડ OB ને બિંદુ C માં છેદે છે.

સાબિત કરો કે

$$\frac{1}{OA}+\frac{1}{OB}=\frac{2}{OC}$$



પ્રશ્ન-13



પક્ષ: આકૃતિમાં FA ⊥ OB, OB ⊥ DE અને OB એ DE નો લંબદ્વિભાજક આપેલ હોવાથી BD = BE થાય.

સાધ્ય: $\frac{1}{OA} + \frac{1}{OB} = \frac{2}{OC}$

સાબિતી: ΔOAF અને ΔOBD માં

∠A = ∠B (∵ કાટખૂણો)

∠AOF = ∠BOD (∵ સામાન્ય ખૂણો)

∴ ΔOAF ~ ΔOBD (∵ ખૂખૂ સમરૂપતા)

$\therefore \frac{OA}{OB} = \frac{AF}{BD}$ ——— (1)

→ હવે ΔAFC અને ΔBEC માં

∠ACF = ∠ECB (∵ અભિકોણો)

∠AFC = ∠BEC (∵ યુગ્મકોણો AF ∥ BE)

∴ ΔAFC ~ ΔBEC (∵ ખૂખૂ સમરૂપતા)

$\therefore \frac{AF}{BE} = \frac{AC}{BC}$

$\therefore \dfrac{AF}{BD} = \dfrac{AC}{BC}$ ($\because BE = BD$, પક્ષ) —— (2)

પરીણામ (1) + (2) પરથી

$$\frac{OA}{OB} = \frac{AC}{BC}$$

$$\frac{OA}{OB} = \frac{OC - OA}{OB - OC} \quad (\because O - A - C - B)$$

$$\therefore OA(OB - OC) = OB(OC - OA)$$

$$\therefore OA \cdot OB - OA \cdot OC = OB \cdot OC - OA \cdot OB$$

$$\therefore 2OA \cdot OB = OA \cdot OC + OB \cdot OC$$

$$\therefore \frac{2}{OC} = \frac{1}{OB} + \frac{1}{OA}$$ (બંને તરફ $OA \cdot OB \cdot OC$ વડે ભાગતા)

જે સાબિત થાય છે.