Government of Tamilnadu

സ്റ്റാൻഡേർഡ് എട്ട്

STANDARD EIGHT

MALAYALAM MEDIUM

ഭാഗം II Term II

വാല്യം 2 Volume 2

ഗണിതം (MATHEMATICS)

ശാസ്ത്രം (SCIENCE)

സാമൂഹ്യ ശാസ്ത്രം (SOCIAL SCIENCE)

Untouchability is Inhuman and a Crime

Department of School Education

© Government of Tamilnadu

First Edition - 2012
Revised Edition - 2013, 2014, 2015
(Published under Uniform System of School Education Scheme in Trimester Pattern)

Textbook Prepared and Compiled By
State Council of Educational Research and Training
College Road, Chennai - 600 006.

Textbook Printing
Tamil Nadu Textbook and Educational Services Corporation
College Road, Chennai - 600 006.

This book has been printed on 80 G.S.M. Maplitho Paper

Price: Rs.

Printed by Web Offset at:

Textbook available at
www.textbooksonline.tn.nic.in

ഉള്ളടക്കം

ഗണിതം - (1-74)
(MATHEMATICS)

ക്രമ നമ്പർ	അദ്ധ്യായം	പേജ് നമ്പർ
1.	ബീജഗണിതം	2
2.	പ്രായോഗിക ജ്യാമിതി	41
3.	ഗ്രാഫുകൾ	55
	ഉത്തരങ്ങൾ	70

ശാസ്ത്രം - (75-142)
(SCIENCE)

ക്രമ നമ്പർ	അദ്ധ്യായം	പേജ് നമ്പർ
1.	ശരീര ചലനങ്ങൾ	76
2.	വായു, ജലം, മണ്ണ് എന്നിവയുടെ മലിനീകരണം	90
3.	അണുഘടന	102
4.	വൈദ്യുതിയും താപവും	118

സാമൂഹ്യ ശാസ്ത്രം - (143-200)

(SOCIAL SCIENCE)

ക്രമ നമ്പർ	അദ്ധ്യായം	പേജ് നമ്പർ
	ചരിത്രം	
1.	ഇന്ത്യയിൽ ഇംഗ്ലീഷ് ഈസ്റ്റിന്ത്യാ കമ്പനിയുടെ ഭരണം (കി.പി.1773-1857)	144
2.	കോൺവാലീസ് പ്രഭു (കി.പി.1786-1793)	150
3.	ഹേസ്റ്റിംഗ്സ് പ്രഭു (കി.പി. 1813-1823)	158
	ഭൂമിശാസ്ത്രം	
	പ്രാഥമിക ഘട്ട തൊഴിൽ - II	
1.	കൃഷി	162
2.	വിളവുകൾ	169
	ദ്വിതീയ ഘട്ട പ്രവർത്തനം -I	
3.	വ്യവസായശാലകൾ	178
	ദ്വിതീയ ഘട്ട പ്രവർത്തനം - II	
4.	വ്യവസായ ശാലകളുടെ തരങ്ങൾ	184
	പൗരധർമ്മം	
1.	മനുഷ്യാവകാശങ്ങളും, ഐക്യരാഷ്ട്ര സംഘടനയും	193

ഗണിതം

MATHEMATICS

MALAYALAM MEDIUM

സ്റ്റാൻഡേർഡ് എട്ട്

STANDARD EIGHT

ഭാഗം II

Term II

1 ബീജഗണിതം

1.1 മുഖവുര

1.2 ബീജഗണിത വ്യംജകങ്ങൾ – സങ്കലനം, വ്യവകലനം

1.3 ബീജഗണിത വ്യംജകങ്ങളുടെ ഗുണനം

1.4 സർവ്വസമവാക്യങ്ങൾ

1.5 ഘടക പ്രക്രിയ

1.6 ബീജഗണിത വ്യംജകങ്ങളുടെ ഹരണം

1.7 രേഖീയ സമീകരണങ്ങളുടെ നിർദ്ധാരണം

ഡയോഫാന്റസ്
(ഏകദേശം BC 3-ാം നൂറ്റാണ്ട്)

അലക്സാൻഡ്രിയയിൽ വസിച്ചിരുന്ന ഗ്രീക്ക് ശാസ്ത്രജ്ഞനായ ഡയോഫാന്റസ് "അൽജിബ്രയുടെ പിതാവ്" എന്നറിയപ്പെടുന്നു. $x^n + y^n = z^n$ എന്നത് ഡയോഫെന്റെൻ സമവാക്യം ആകുന്നു. ഇതിൽ $n>2$ ആയാൽ x, y, z എന്നിവയ്ക്ക് ധന പൂർണ്ണാങ്ക മൂല്യങ്ങൾ ഇല്ല എന്നത് ഈ സമവാക്യത്തിന്റെ പ്രത്യേകതയാണ്.

അൽഖ്വാവാരിസ്മി
(780 - 850 A.D.)

"കിത്താബ് അൽ-ജബർ വ അൽ മുക്കാബുല" എന്ന ഗ്രന്ഥത്തിന്റെ കർത്താവായ അറബി ഗണിത ശാസ്ത്രജ്ഞനാണ് അൽഖ്വാവാരിസ്മി. ഇന്ത്യൻ ബീജഗണിതത്തിന്റെയും ജ്യാമിതിയുടെയും സമന്വയമായ ഈ ഗ്രന്ഥം ഗണിതത്തിന്റെ വളർച്ചക്ക് അടിസ്ഥാനമായ പങ്ക് വഹിക്കുന്നു.

1.1 മുഖവുര

'അൽജബർ' എന്ന അറബി പദത്തിൽ നിന്നുമാണ് **'അൽജീബ്ര'** എന്ന വാക്ക് രൂപം കൊണ്ടത്. **'Al'** എന്നതിന് **'The'** എന്നും **'jabr'** എന്നതിന് **'the restoration of broken parts'** വേർപ്പെട്ട ഭാഗങ്ങളുടെ പുന : സംയോജനം എന്നാണ് അർത്ഥം. ഇത് 'Kitab al-jabr wa l-muqabala' എന്ന പുസ്തകത്തിൽ നിന്നും എടുത്തിട്ടുള്ളതാണ്. അതായത് സമവാക്യങ്ങളുടെ സമന്വയിക്കലാണ്. (**'The Book of Integration and Equation'**) ഇത് അറബി ഗണിതശാസ്ത്രജ്ഞനായ Al - Khwarizmi എഴുതിയ **'reduction and comparison'** എന്നു വ്യാഖ്യാനിക്കപ്പെടുന്നു.

പുരാതന ഇന്ത്യയിൽ അൽജീബ്ര, **'ബീജഗണിതം'** എന്നാണ് അറിയപ്പെട്ടിരുന്നത്. (**'ബീജ'** എന്നതിന് **'മറ്റൊന്ന്'** എന്നും **'ഗണിതം'** എന്നതിന് **'കണക്ക്'** എന്നുമാണ് അർത്ഥം.) ഇന്ത്യൻ ഗണിത ശാസ്ത്രജ്ഞന്മാരായ **ആര്യഭട്ട, ബ്രഹ്മഗുപ്ത, മഹാവീർ, ശ്രീധര, ഭാസ്ക്കര II** എന്നിവർ. ഗണിതത്തിന്റെ പല ശാഖകളിലും മികച്ച സംഭാവനകൾ നൽകിയിട്ടുണ്ട്.

അലക്സാൺഡ്രിയായിലെ ഗ്രീക്ക് ഗണിത ശാസ്ത്രജ്ഞനായ, **ഡയോഫാന്റസ്** ബീജഗണിതത്തെ പരിപോഷിപ്പിച്ചതിനാൽ അദ്ദേഹം **'ബീജഗണിതത്തിന്റെ പിതാവ്'** എന്നറിയപ്പെടുന്നു.

1.2 ബീജഗണിത വ്യംജകം– സങ്കലനവും വ്യവകലനവും

ചരങ്ങൾ, സ്ഥിരങ്ങൾ, ഗുണോത്തരം (ഗുണാങ്കം) കൃതി ഇവയെക്കുറിച്ച് നമ്മൾ ഏഴാം ക്ലാസ്സിൽ പഠിച്ചിട്ടുണ്ട്. താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന ഉദാഹരണം ശ്രദ്ധിക്കുക:

ഉദാഹരണം

(i) $x + 5$ (ii) $3y - 2$ (iii) $5m^2$ (iv) $2xy + 11$

x എന്ന ചരവും 5 എന്ന സ്ഥിരവും സംയോജിച്ചാണ് $x + 5$ എന്ന വ്യംജകം രൂപം കൊണ്ടത്.

y എന്ന ചരവും 3, -2 എന്നീ സ്ഥിരങ്ങളും സംയോജിച്ചതാണ് $3y - 2$ എന്ന വ്യംജകം.

ചരം m ഉം സ്ഥിരം 5 ഉം സംയോജിച്ച് $5m^2$ എന്ന വ്യംജകം രൂപം കൊണ്ടു.

x, y എന്നീ ചരങ്ങളും 2, 11 എന്നീ സ്ഥിരങ്ങളും സംയോജിച്ച് $2xy + 11$ എന്ന വ്യംജകം രൂപം കൊണ്ടു.

1.2.1 ബീജഗണിത വ്യംജകത്തിന്റെ മൂല്യം

താഴെ തരുന്ന പട്ടികയിൽ നിന്നും x ന് നല്കുന്ന വിവിധതരം മൂല്യങ്ങൾക്ക് അനുസരിച്ച് $x + 5$ എന്ന വ്യംജകത്തിന്റെ മൂല്യം മാറുന്നത് മനസ്സിലാക്കാം.

x - ന്റെ മൂല്യം	$x + 5$ - ന്റെ മൂല്യം
1	$1 + 5 = 6$
2	$2 + 5 = 7$
3	$3 + 5 = 8$
4	$4 + 5 = 9$
-1	$-1 + 5 = 4$
-2	$-2 + 5 = 3$
-3	$-3 + 5 = 2$
$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2} + 5 = \frac{11}{2}$

ശ്രദ്ധിക്കുക, ഇവിടെ സ്ഥിരാസംഖ്യയായ 5 ന് മാറ്റമില്ല. x- ന്റെ മൂല്യത്തിനനുസരിച്ച് ആ വ്യംജകത്തിന്റെ മൂല്യത്തിന് മാറ്റം വരുന്നു

പ്രവർത്തി

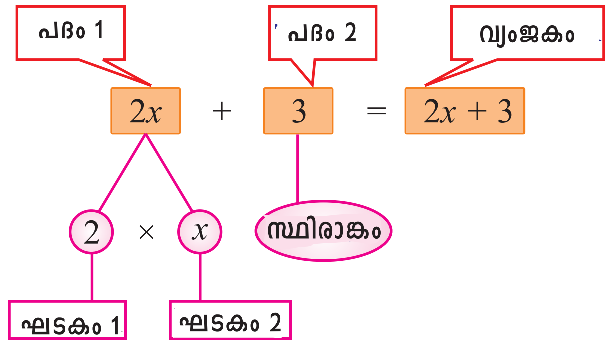
1. ചരങ്ങൾക്ക് വ്യത്യസ്ത മൂല്യങ്ങൾ നൽകി വ്യംജകങ്ങളുടെ മൂല്യം കാണുക.
2. സ്ഥിരങ്ങൾക്ക് മാറ്റമുണ്ടോ?

1.2.2 പദങ്ങൾ, ഘടകങ്ങൾ, ഗുണോത്തരങ്ങൾ

ഒരു ചരം, അല്ലെങ്കിൽ സ്ഥിരം, അല്ലെങ്കിൽ ഇവ രണ്ടും ചേർന്നുള്ള ഗുണനഫലം, അല്ലെങ്കിൽ ഹരണഫലം, എന്നത് ഒരു പദം ആകുന്നു.

ഉദാഹരണം 3, $-y$, ab, a/b, $3x/5y$, -21/3

പദങ്ങൾ കൂട്ടുകയോ കുറയ്ക്കുകയോ ചെയ്യുമ്പോൾ വ്യംജകങ്ങൾ ഉണ്ടാകുന്നു. $2x+3$എന്ന വ്യംജകത്തിൽ $2x$ എന്ന പദം $2,x$ എന്നീ ഘടകങ്ങളാൽ രൂപപ്പെട്ടതും 3 എന്നത് ഒരു ഏക ഘടകവുമാണ്.

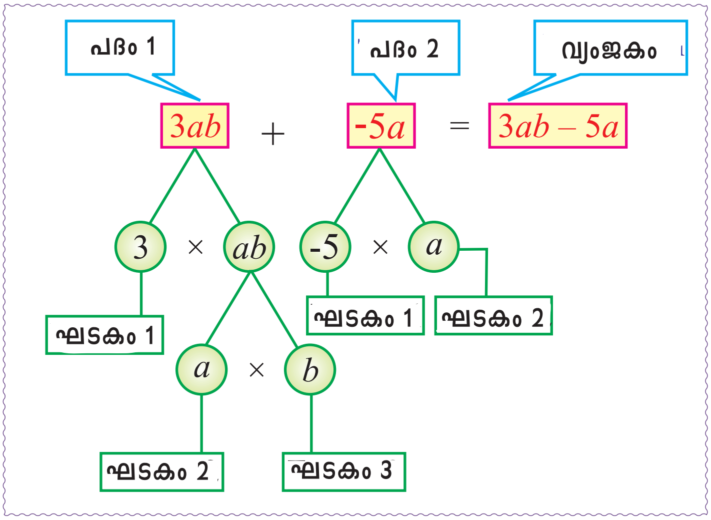


$3ab - 5a$ എന്ന വ്യംജകത്തിൽ $3ab$, $-5a$ എന്നീ രണ്ട് പദങ്ങൾ ഉണ്ട്. 3, a, b എന്നിവയുടെ ഗുണനഫലമാണ് $3ab$. അതുപോലെ -5, a ഇവയുടെ ഗുണനഫലമാണ് $-5a$. ഒരു പദത്തിലെ ഘടകത്തിന്റെ ഗുണാങ്കം എന്നത് മറ്റൊരു ഘടകമാണ്. കൂടാതെ ആ ഘടകവുമായുള്ള അതിന്റെ ഗുണനഫലം ആ പദം തന്നെയാകുന്നു. ഇവിടെ ab യുടെ ഗുണാങ്കം 3 ഉം, a യുടെ ഗുണാങ്കം -5 ഉം ആകുന്നു.

ഉദാഹരണം : $3ab$ എന്നപദത്തിൽ

(i) ab യുടെ ഗുണാങ്കം 3 ആണ്. (ii) a യുടെ ഗുണാങ്കം $3b$ ആണ്.

(iii) b യുടെ ഗുണാങ്കം $3a$ ആണ്. (iv) a യുടെ ഗുണാങ്കം-5 ആണ്.



പ്രവർത്തി

$x^2y^2 - 5x^2y + \frac{3}{5}xy^2 - 11$ എന്ന വ്യംജകത്തിലെ പദങ്ങളും ഗുണാങ്കങ്ങളും കണ്ടുപിടിച്ച് പട്ടിക പൂരിപ്പിക്കുക.

ക്രമ.നം	പദം	ഗുണാങ്കം
1	x^2y^2	1
2		
3		
4		

1.2.3 ബഹുപദ വ്യംജകത്തിന്റെ അടിസ്ഥാന ആശയം : ഏകപദം, ദ്വിപദം, ത്രിപദം, ബഹുപദം

ഏകപദം : **ഒരു പദം മാത്രമുള്ള ബീജഗണിത വ്യംജകത്തെ ഏകപദം എന്നു പറയുന്നു.**

ഉദാഹരണം : $2x^2, 3ab, -7p, \frac{5}{11}a^2b, -8, 81xyz$ **തുടങ്ങിയവ**

ദ്വിപദം : **രണ്ട് പദങ്ങളുള്ള ഒരു ബീജഗണിത വ്യംജകത്തെ ദ്വിപദം എന്നു പറയുന്നു.**

ഉദാഹരണം : $x+y, 4a-3b, 2-3x^2y, l^2-7m$ **തുടങ്ങിയവ**

ത്രിപദം : **മൂന്ന് പദങ്ങളുള്ള ബീജഗണിത വ്യംജകത്തെ ത്രിപദം എന്നു പറയുന്നു.**

ഉദാഹരണം : $x+y+z,\ 2a-3b+4,\ x^2y+y^2z-z,$ **തുടങ്ങിയവ**

ബഹുപദം : **ഗുണാങ്കം പൂജ്യം അല്ലാത്തതും മൂന്നോ അതിലധികമോ പദങ്ങൾ ഉള്ളതും എന്നാൽ പരിമിതമായ പദങ്ങളുള്ള വ്യംജകത്തെ ബഹുപദമെന്ന് പറയുന്നു. സ്ഥിരങ്ങൾ, ചരങ്ങൾ, പൂജ്യമല്ലാത്ത പൂർണ്ണാങ്കങ്ങൾ ഘാതം പൂർണ്ണാങ്കമായിട്ടുളള ചരങ്ങൾ എന്നിവ ഇതിൽ ഉൾപ്പെടുന്നു.**

ഉദാഹരണം :

$a+b+c+d,\ 7xy,\ 3abc-10,\ 2x+3y-5z,\ 3x^5+4x^4-3x^3+72x+5$ തുടങ്ങിയവ

ബഹുപദത്തിന്റെ കൃതി : ഒരു ചരമുള്ള ഒരു ബഹുപദത്തിൽ ചരത്തിന്റെ ഏറ്റവും കൂടിയ ഘാതത്തെ ആ ബഹുപദത്തിന്റെ കൃതി (Degree) എന്നു പറയുന്നു.

ഒരു പദത്തിൽ ഉയർന്ന കൃതിയുള്ള x -ന്റെ ഗുണാങ്കത്തെ ആ ബഹു പദത്തിന്റെ **പ്രഥമ ഗുണോത്തരം** എന്നു പറയുന്നു.

ഉദാഹരണം :

$2x^5-x^4+7x^3-6x^2+12x-4$ ഇത് x ചരമായിട്ടുള്ള ഒരു ബഹുപദം. ഇതിൽ $2x^5, -x^4, 7x^3, -6x^2, 12x,\ -4$ എന്നിങ്ങനെയുള്ള ആറ് ഏകപദങ്ങൾ ഉണ്ട്. ഈ ബഹുപദത്തിന്റെ കൃതി +5 ഉം പ്രഥമഗുണോത്തരം 2 ഉം ആകുന്നു.

$13x^4-2x^2y^3-4$-ന്റെ കൃതി കണ്ടുപിടിക്കുന്നതിന് അദ്ധ്യാപകൻ ആവശ്യപ്പെട്ടപ്പോൾ, രണ്ടു കുട്ടികൾ താഴെ കൊടുത്തിരിയ്ക്കുന്ന പ്രകാരം അത് ചെയ്തു.

ഏതാണ് ശരിയെന്ന് കണ്ടുപിടിക്കുക?

ഗൗതം

ബഹുപദം:

$$13x^4-2x^2y^3-4$$

ഏറ്റവും ഉയർന്ന ഘാതം 4

$\therefore$ ബഹുപദത്തിന്റെ കൃതി 4

ഐഷ

ബഹുപദം:

$$13x^4-2x^2y^3-4$$
$$=13x^4-2x^2y^3-4x^0y^0$$

പദങ്ങളുടെ ഉയർന്ന ഘാതം 5

$\therefore$ ബഹുപദത്തിന്റെ കൃതി 5

ആരുടേതാണ് ശരി ? ഗൗതമിന്റെതാണോ ? ഐഷയുടെതാണോ ?

നിങ്ങളുടെ ഉത്തരം ഗൗതമിന്റേതാണെങ്കിൽ എവിടെയാണ് തെറ്റ് ?

തന്നിട്ടുള്ള ബഹുപദത്തിനെ പരിശോധിക്കുക. $13x^4 - 2x^2y^3 - 4$.

പദം 1 : $13x^4 \rightarrow$ ൽ x^4 ന്റെ ഗുണാങ്കം 13, ചരം x, x -ന്റെ ഘാതം 4. അതിനാൽ പദത്തിന്റെ ഘാതം 4 ആകുന്നു.

പദം 2 : $-2x^2y^3 \rightarrow$ ൽ x^2y^3 ന്റെ ഗുണാങ്കം -2 ചരങ്ങൾ x ഉം y ഉം. x -ന്റെ ഘാതം 2, y-ന്റെ ഘാതം 3. അതുകൊണ്ട് പദത്തിന്റെ ഘാതം 2+3 = 5 [x-ന്റെയും y- ന്റെയും ഘാതങ്ങളുടെ തുക].

പദം 3 : $-4 \rightarrow$ ഒരു സ്ഥിരാങ്കം. ഇതിനെ $-4x^0y^0$ എന്ന് എഴുതാം. x^0y^0 എന്നീ ചരങ്ങളുടെ ഘാതം '0'. അതുകൊണ്ട് -4 -ന്റെ ഘാതം '0'.

എന്തു കൊണ്ടാണ് ഗൗതമിന് തെറ്റിയത്?

ഗൗതം ചിന്തിച്ചത് രണ്ടാമത്തെ പദത്തി ൽ $-2x^2y^3$ ന്റെ ഘാതം 2 അല്ലെങ്കിൽ 3 എന്നാണ്. ഈ സംശ യമാണ് തെറ്റിലേയ്ക്ക് നയിച്ചത്. പക്ഷേ ശരിയായ രീതി മുകളിൽ വിവരിച്ചിട്ടുണ്ട്.

ബഹുപദവ്യംജകത്തിന്റെ സ്റ്റാൻഡേർഡ് രൂപം

ഒരു ബഹുപദത്തിലുള്ള ചരത്തിന്റെ ഘാതങ്ങൾ അവരോഹണക്രമത്തിൽ എഴുതപ്പെട്ടിരുന്നാൽ അതിനെ സ്റ്റാൻഡേർഡ് രൂപം എന്നുപറയാം.

ഉദാഹരണം :

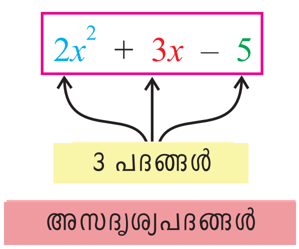
$2 + 9x - 9x^2 + 2x^4 - 6x^3$ -ന്റെ സ്റ്റാൻഡേർഡ് രൂപത്തിൽഎഴുതുക.

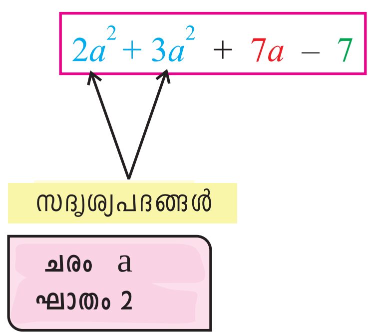
$2x^4 - 6x^3 - 9x^2 + 9x + 2$ -ന്റെ സ്റ്റാൻഡേർഡ് രൂപം.

ഓർമ്മിക്കുക: **ഘാതം തന്നിട്ടില്ലാത്ത പദത്തിന്റെ ഘാതം** 1 എന്നാകുന്നു.
ഉദാഹരണം : $9x = 9x^1$

സദൃശ്യപദങ്ങൾ കൂടാതെ അദൃശ്യപദങ്ങൾ

ചരങ്ങളും ഘാതങ്ങളും സമമായിട്ടുള്ളവയെ സദൃശ്യപദങ്ങൾ എന്നു പറയുന്നു.
പദങ്ങളെ ശ്രദ്ധിക്കുക.





താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന വ്യംജകങ്ങളെ ശ്രദ്ധിക്കുക :

$$3x,\ 5x^2,\ 2xy,\ -70x,\ -7,\ -3y^2,\ -3x^2,\ -20yx,\ 20,\ 4x,\ -\frac{2}{7},\ 3y.$$

സദൃശ്യപദങ്ങൾ :

(i) $3x, -70x$, കൂടാതെ $4x$

(ii) $5x^2$ കൂടാതെ $-3x^2$

(iii) $2xy$ കൂടാതെ $-20yx$

(iv) $-7, 20$ കൂടാതെ $-\frac{2}{7}$

താഴെ തന്നിട്ടുള്ളവ സദൃശ്യപദങ്ങളല്ല. എന്തുകൊണ്ട്?
(i) $3x$ ഉം $3y$ ഉം (ii) $5x^2$ ഉം $-3y^2$ ഉം

1.2.4 ബീജഗണിത വ്യംജകങ്ങളുടെ സകലനം, വ്യവകലനം-ആവർത്തനം

ഏഴാം ക്ലാസ്സിൽ നമ്മൾ ബീജഗണിത വ്യംജകങ്ങളുടെ സകലനവും, വ്യവകലനവും പഠിച്ചിട്ടുണ്ട്.
സദൃശ്യപദങ്ങളെ മാത്രമേ കൂട്ടുന്നതിനും കുറയ്ക്കുന്നതിനും സാധിക്കുകയുള്ളൂ.
ഇപ്പോൾ നമുക്ക് ഇതിനെക്കുറിച്ച് ചിന്തിച്ചു നോക്കാം.

ഉദാഹരണം **1.1**

$3x^3 + x^2 - 2$ നെ $2x^2 + 5x + 5$ നോട് കൂട്ടുക

നിർദ്ധാരണം

ആദ്യം സ്റ്റാന്റേർഡ് രൂപത്തിൽ എഴുതുക. എന്നിട്ട് കൂട്ടുക.

$$\begin{array}{lrrrr} & 3x^3 & +x^2 & & -2 \\ (+) & & 2x^2 & +5x & +5 \\ \hline & 3x^3 & +3x^2 & +5x & +3 \\ \hline \end{array}$$

അല്ലെങ്കിൽ

ഇതിനെ ഇങ്ങനെയും എഴുതാം

$$\begin{array}{lrrrr} & 3x^3 + & x^2 & +0x & -2 \\ (+) & 0x^3 & +2x^2 & +5x & +5 \\ \hline & 3x^3 & +3x^2 & +5x & +3 \\ \hline \end{array}$$

രണ്ടാമത്തെ വ്യംജകത്തിലെ $2x^2$ എന്ന പദത്തെ ആദ്യത്തെ വ്യംജകത്തിലെ x^2 എന്ന പദത്തിന്റെ താഴെ എഴുതി അതുപോലെ $+5$ എന്ന സ്ഥിരസംഖ്യയെ -2എന്ന സംഖ്യയുടെ താഴെ എഴുതി. ആദ്യത്തെ വ്യംജകത്തിലെ x എന്ന പദവും രണ്ടാമത്തെ വ്യംജകത്തിലെ $3x^3$ എന്ന പദവും സദൃശ്യപദങ്ങളല്ല. അതിനാൽ 0 ഗുണാങ്കം ചേർത്ത് അവയെ എഴുതി കൂട്ടുന്നു.

ഉദാഹരണം **1.2**

$3x - y, 2y - 2x$ കൂടാതെ $x + y$ എന്നീ ബഹുപദങ്ങളുടെ സകലന ഫലം കാണുക.

നിർദ്ധാരണം

നിരകളായി എഴുതി കൂട്ടുന്ന രീതി

$$\begin{array}{lrr} & 3x - & y \\ & -2x + & 2y \\ & x + & y \\ (+) & & \\ \hline & 2x + & 2y \\ \hline \end{array}$$

($2y$-$2x$ ന്റെ പുനക്രമീകരണം $-2x + 2y$

വരികളിൽ എഴുതി കൂട്ടുന്ന രീതി

$(3x - y) + (2y - 2x) + (x + y)$

$= (3x - 2x + x) + (-y + 2y + y)$

$= (4x - 2x) + (3y - y)$

$= 2x + 2y.$

$\therefore$ **സദൃശ്യപദങ്ങളെ കൂട്ടി എഴുതുന്നു.**

ഉദാഹരണം **1.3**

(i) $8xy$ ൽ നിന്ന് $5xy$ കുറയ്ക്കുക. (ii) $5c - d^2$ ൽ നിന്ന് $3c + 7d^2$ നെ കുറയ്ക്കുക.

(iii) $3x^2 - 7y^2 + 9$ ൽ നിന്ന് $2x^2 + 2y^2 - 6$ നെ കുറയ്ക്കുക.

നിർദ്ധാരണം

(i) $8xy$ ൽ നിന്ന് $5xy$ കുറയ്ക്കുക

ആദ്യം പദങ്ങളെ ഇങ്ങനെ എഴുതാം

$$\begin{array}{r} 8xy \\ -5xy \\ \hline 3xy \\ \hline \end{array}$$

($8xy, -5xy$ ഇവ സദൃശ്യപദങ്ങൾ)

$\therefore 8xy - 5xy = 3xy$

(ii) $5c - d^2$ ൽ നിന്നും $3c + 7d^2$ കുറയ്ക്കുക.

നിർദ്ധാരണം

$$\begin{array}{r} 5c - d^2 \\ -(3c + 7d^2) \\ \hline \\ \hline \end{array}$$

അല്ലെങ്കിൽ

$$\begin{array}{r} 5c - d^2 \\ -3c - 7d^2 \\ \hline 2c - 8d^2 \\ \hline \end{array}$$

നമുക്ക് ഇങ്ങനെയും നിർദ്ധാരണം ചെയ്യാം →

$$\begin{array}{r} 5c - d^2 \\ 3c + 7d^2 \\ - \quad - \\ \hline 2c - 8d^2 \\ \hline \end{array}$$

മറ്റൊരു രീതിയിൽ ഇങ്ങനെയും എഴുതാം

$$\begin{aligned} (5c - d^2) - (3c + 7d^2) &= 5c - d^2 - 3c - 7d^2 \\ &= (5c - 3c) + (-d^2 - 7d^2) \\ &= 2c + (-8d^2) \\ &= 2c - 8d^2 \end{aligned}$$

(iii) $3x^2 - 7y^2 + 9$ ൽ നിന്നും $2x^2 + 2y^2 - 6$ നെ കുറയ്ക്കുക.

നിർദ്ധാരണം

$$\begin{array}{r} 3x^2 - 7y^2 + 9 \\ 2x^2 + 2y^2 - 6 \\ - \quad - \quad + \\ \hline x^2 - 9y^2 + 15 \\ \hline \end{array}$$

[ചിഹ്നങ്ങൾ മാറ്റുക]

മറ്റൊരു രീതി

$(3x^2 - 7y^2 + 9) - (2x^2 + 2y^2 - 6)$

$= 3x^2 - 7y^2 + 9 - 2x^2 - 2y^2 + 6$

$= (3x^2 - 2x^2) + (-7y^2 - 2y^2) + (9 + 6)$

$= x^2 + (-9y^2) + 15$

$= x^2 - 9y^2 + 15$

അഭ്യാസം 1.1

1. ശരിയായ ഉത്തരം തെരഞ്ഞെടുത്തെഴുതുക.

(i) $-5x^7 + \frac{3}{7}x^4 - 3x^3 + 7x^2 - 1$ ൽ x^4 ന്റെ ഗുണോത്തരം ______

(A) -5 (B) -3 (C) $\frac{3}{7}$ (D) 7

(ii) $7x^2 - 14x^2y + 14xy^2 - 5$ ൽ xy^2 ന്റെ ഗുണോത്തരം ______

(A) 7 (B) 14 (C) -14 (D) -5

(iii) $x^3y^2z^2$ ന്റെ ഘാതം _____

(A) 3 (B) 2 (C) 12 (D) 7

(iv) $x^2 - 5x^4 + \frac{3}{4}x^7 - 73x + 5$ എന്ന വ്യംജകത്തിന്റെ കൃതി _______

(A) 7 (B) $\frac{3}{4}$ (C) 4 (D) – 73

(v) $x^2 - 5x^2y^3 + 30x^3y^4 - 576xy$ എന്ന വ്യംജകത്തിന്റെ കൃതി _______

(A) – 576 (B) 4 (C) 5 (D) 7

(vi) $x^2 + y^2 - 2z^2 + 5x - 7$ എന്നത് ___________

(A) ഏകപദം (B) ദ്വിപദം (C) ത്രിപദം (D) വ്യംജകം

(vii) $0.4x^7 - 75y^2 - 0.75$ ന്റെ സ്ഥിര പദം _____

(A) 0.4 (B) 0.75 (C) – 0.75 (D) – 75

2. തന്നിട്ടുള്ള വ്യംജകത്തിലെ പദങ്ങൾ, ഗുണോത്തരം എന്നിവ കണ്ടുപിടിക്കുക.

(i) $3abc - 5ca$ (ii) $1 + x + y^2$ (iii) $3x^2y^2 - 3xyz + z^3$

(iv) $-7 + 2pq - \frac{5}{7}qr + rp$ (v) $\frac{x}{2} - \frac{y}{2} - 0.3xy$

3. തന്നിട്ടുള്ള വ്യംജകങ്ങളെ ഏകപദം, ദ്വിപദം, ത്രിപദം എന്ന് തരം തിരിക്കുക.

$3x^2$, $3x + 2$, $x^2 - 4x + 2$, $x^5 - 7$, $x^2 + 3xy + y^2$,

$s^2 + 3st - 2t^2$, $xy + yz + zx$, $a^2b + b^2c$, $2l + 2m$

4. തന്നിട്ടുള്ള ബീജഗണിത വ്യംജകങ്ങളെ കൂട്ടുക.

(i) $2x^2 + 3x + 5, 3x^2 - 4x - 7$ (ii) $x^2 - 2x - 3, x^2 + 3x + 1$

(iii) $2t^2 + t - 4, 1 - 3t - 5t^2$ (iv) $xy - yz, yz - xz, zx - xy$

(v) $a^2 + b^2, b^2 + c^2, c^2 + a^2, 2ab + 2bc + 2ca$.

5. (i) $3a - b$ ൽ നിന്നും $2a - b$ നെ കുറയ്ക്കുക.

(ii) $-7x - 10y$ ൽ നിന്നും $-3x + 8y$ നെ കുറയ്ക്കുക.

(iii) $7ab - 2bc + 10ca$ ൽ നിന്നും $2ab + 5bc - 3ca$ നെ കുറയ്ക്കുക.

(iv) $x^3 + 3x^2 + 1$ ൽ നിന്നും $x^5 - 2x^2 - 3x$ നെ കുറയ്ക്കുക.

(v) $15 - 2x + 5y - 11xy + 2xy^2 + 8x^2y$ ൽ നിന്നും $3x^2y - 2xy + 2xy^2 + 5x - 7y - 10$ നെ കുറയ്ക്കുക.

6. തന്നിട്ടുള്ള വ്യംജകങ്ങളിലെ കൃതി, പ്രഥമ ഗുണോത്തരം എന്നിവ കണ്ടുപിടിക്കുക.

(i) $x^2 - 2x^3 + 5x^7 - \frac{8}{7}x^3 - 70x - 8$ (ii) $13x^3 - x^{13} - 113$

(iii) $-77 + 7x^2 - x^7$ (iv) $-181 + 0.8y - 8y^2 + 115y^3 + y^8$

(v) $x^7 - 2x^3y^5 + 3xy^4 - 10xy + 11$

1.3 ബഹു പദങ്ങളുടെ ഗുണനം

1.3.1 രണ്ട് ഏകപദങ്ങളുടെ ഗുണനം

നമുക്ക് ഇങ്ങനെ ആരംഭിക്കാം $x + x + x + x + x = 5x$

ഇതുപോലെ $5 \times (2x) = (2x) + (2x) + (2x) + (2x) + (2x) = 10x$ എന്ന് എഴുതാം.

സങ്കലനത്തിന്റെ ആവർത്തനമാണ് ഗുണനം

ഉദാഹരണം

(i) $x \times 5y = x \times 5 \times y = 5 \times x \times y = 5xy$

(ii) $2x \times 3y = 2 \times x \times 3 \times y = 2 \times 3 \times x \times y = 6xy$

(iii) $2x \times (-3y) = 2 \times (-3) \times x \times y = -6 \times x \times y = -6xy$

(iv) $2x \times 3x^2 = 2 \times x \times 3 \times x^2 = (2 \times 3) \times (x \times x^2) = 6x^3$

(v) $2x \times (-3xyz) = 2 \times (-3) \times (x \times xyz) = -6x^2yz.$

കുറിപ്പ്: 1. ഏക പദങ്ങളുടെ ഗുണനഫലം ഏകപദം
2. ഗുണാങ്കങ്ങളുടെ ഗുണനഫലം = ആദ്യ ഏകപദ ഗുണാങ്കം $\times$ രണ്ടാമത്തെ ഏകപദ ഗുണാങ്കം.
3. ഘാതാങ്കനിയമം $a^m \times a^n = a^{m+n}$ പദങ്ങളുടെ ഗുണനഫലം കണ്ടുപിടിക്കാൻ ഉപയോഗിക്കുന്നു.
4. a, b യുടെ ഗുണനഫലം പ്രതിനിധീകരിക്കുന്നത് $a \times b$, ab, $a.b$, $a(b)$, $(a)b$, $(a)(b)$, (ab).

(vi) $(3x^2)(4x^3)$
$= (3 \times x \times x)(4 \times x \times x \times x)$
$= (3 \times 4)(x \times x \times x \times x \times x)$
$= 12x^5$

(അല്ലെങ്കിൽ) $(3x^2)(4x^3) = (3 \times 4)(x^2 \times x^3) = 12(x^{2+3})$
$= 12x^5$ (ഉപയോഗിച്ച് $a^m \times a^n = a^{m+n}$)

താഴെ തന്നിട്ടുള്ള ഉദാഹരണങ്ങൾ നോക്കുക:

(vii) $2x \times 3y \times 5z = (2x \times 3y) \times 5z$
$= (6xy) \times 5z$
$= 30\,xyz$

(അല്ലെങ്കിൽ) $2x \times 3y \times 5z = (2 \times 3 \times 5) \times (x \times y \times z) = 30xyz$

(viii) $4ab \times 3a^2b^2 \times 2a^3b^3 = (4ab \times 3a^2b^2) \times 2a^3b^3$
$= (12a^3b^3) \times 2a^3b^3$
$= 24a^6b^6$

(അല്ലെങ്കിൽ) $4ab \times 3a^2b^2 \times 2a^3b^3 = 4 \times 3 \times 2 \times (ab \times a^2b^2 \times a^3b^3)$
$= 24(a^{1+2+3} \times b^{1+2+3})$
$= 24a^6b^6$

1.3.2 ഏകപദത്തെ ദ്വിപദം കൊണ്ടുള്ള ഗുണനം

നമുക്ക് ഏകപദത്തെ ദ്വിപദം കൊണ്ട് താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന ഉദാഹരണങ്ങൾ ഉപയോഗിച്ച് ഗുണിക്കാൻ പഠിക്കാം.

ഉദാഹരണം **1.4**

ചുരുക്കുക : $(2x)\times(3x+5)$

നിർദ്ധാരണം നമുക്ക് ഇങ്ങനെയും എഴുതാം

വഴി 1, വഴി 2

$(2x)\times(3x+5) = (2x\times 3x)+(2x\times 5)$ [വിതരണ നിയമം ഉപയോഗിച്ച്]

$= 6x^2 + 10x$

ഉദാഹരണം **1.5**

ചുരുക്കുക : $(-2x)\times(4-5y)$

നിർദ്ധാരണം

വഴി 1, വഴി 2

$(-2x)\times(4-5y) = [(-2x)\times 4]+[(-2x)\times(-5y)]$

$= (-8x)+(10xy)$ [വിതരണ നിയമം ഉപയോഗിച്ച്]

$= -8x + 10xy$

കുറിപ്പ്: (i) ഏകപദവും ദ്വിപദവും ഗുണിച്ചാൽ ദ്വിപദം.

(ii) ഗുണനക്രിയ കണക്കുകൾ നിർദ്ധാരണം ചെയ്യുന്നതിന് നമുക്ക് ക്രമവിനിമേയ നിയമവും വിതരണ നിയമവും ഉപയോഗിക്കാം. $a\times b = b\times a$ **(ക്രമവിനിമേയ നിയമം)**

$a(b+c) = ab+ac$ $a(b-c) = ab-ac$ **(വിതരണ നിയമം)**

1.3.3. ഏകപദത്തെ ബഹുപദം കൊണ്ടുള്ള ഗുണനം

താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന ബഹുപദ വ്യംജകത്തെ ഏകപദം കൊണ്ടുള്ള ഗുണനം

ഉദാഹരണം **1.6**

ചുരുക്കുക : (i) $3(5y^2-3y+2)$

(ii) $2x^2\times(3x^2-5x+8)$

നിർദ്ധാരണം

(i) $3(5y^2-3y+2) = (3\times 5y^2)+(3\times -3y)+(3\times 2)$

$= 15y^2-9y+6$

(അല്ലെങ്കിൽ)

$$\begin{array}{r} 5y^2-3y+2 \\ \times\qquad\quad 3 \\ \hline 15y^2-9y+6 \end{array}$$

(ii) $2x^2\times(3x^2-5x+8)$

$= (2x^2\times 3x^2)+(2x^2\times(-5x))+(2x^2\times 8)$

$= 6x^4-10x^3+16x^2$

(അല്ലെങ്കിൽ)

$$\begin{array}{r} 3x^2-5x+8 \\ \times\qquad 2x^2 \\ \hline 6x^4-10x^3+16x^2 \end{array}$$

1.3.4 ദ്വിപദത്തെ ദ്വിപദം കൊണ്ടുള്ള ഗുണനം

വിതരണ നിയമവും ക്രമവിനിമേയ നിയമവും ഉപയോഗിച്ച് ദ്വിപദത്തെ ദ്വിപദം കൊണ്ട് ഗുണിക്കാം. തന്നിട്ടുള്ള ഉദാഹരണം നോക്കുക.

ഉദാഹരണം **1.7**

ചുരുക്കുക : $(2a + 3b)(5a + 4b)$

നിർദ്ധാരണം

ഒരു ദ്വിപദ വ്യംജകത്തിലുള്ള ഓരോ പദത്തേയും അടുത്ത ദ്വിപദ വ്യംജകത്തിലെ ഓരോ പദം കൊണ്ട് ഗുണിക്കണം.

$$(2a + 3b)\ (5a + 4b) = (2a \times 5a) + (2a \times 4b) + (3b \times 5a) + (3b \times 4b)$$
$$= 10a^2 + 8ab + 15ba + 12b^2$$
$$= 10a^2 + 8ab + 15ab + 12b^2 \qquad [\because ab = ba]$$
$$= 10a^2 + 23ab + 12b^2$$

[സദൃശ്യപദങ്ങൾ $8ab$ യും $15ab$ യും കൂട്ടുക]

$$(2a + 3b)(5a + 4b) = 10a^2 + 23ab + 12b^2$$

കുറിപ്പ്: തന്നിട്ടുള്ള ഉദാഹരണത്തിൽ രണ്ട് ദ്വിപദ വ്യംജകത്തെ ഗുണിച്ചപ്പോൾ $2 \times 2 = 4$ പദത്തിന് പകരം 3 പദങ്ങൾ കിട്ടി. കാരണം $8ab$ യും $15ab$ യും സദൃശ്യപദങ്ങളാണ്.

1.3.5 ദ്വിപദത്തെ ത്രിപദം കൊണ്ടുള്ള ഗുണനം

ഒരു ത്രിപദ വ്യംജകത്തിലുള്ള ഓരോ പദത്തെയും അടുത്ത ദ്വിപദ വ്യംജകത്തിലെ ഓരോ പദം കൊണ്ട് ഗുണിക്കണം.

ഉദാഹരണം **1.8**

ചുരുക്കുക : $(x + 3)(x^2 - 5x + 7)$

നിർദ്ധാരണം

$$(x + 3)\ (x^2 - 5x + 7) = x\ (x^2 - 5x + 7) + 3\ (x^2 - 5x + 7) \quad \text{(വിതരണ നിയമം)}$$
$$= x^3 - 5x^2 + 7x + 3x^2 - 15x + 21$$
$$= x^3 - 5x^2 + 3x^2 + 7x - 15x + 21 \quad \text{(സദൃശ്യപദങ്ങൾ കൂട്ടുക)}$$
$$= x^3 - 2x^2 - 8x + 21 \quad \text{(സദൃശ്യപദങ്ങൾ കൂട്ടുക)}$$

മറ്റൊരു രീതി :

$$\begin{array}{lcr} & & (x + 3) \\ & & \times\ (x^2 - 5x + 7) \\ x\,(x^2 - 5x + 7) & : & x^3 - 5x^2 + 7x \\ 3\,(x^2 - 5x + 7) & : & 3x^2 - 15x + 21 \\ \hline & & = x^3 - 2x^2 - 8x + 21 \\ \hline \end{array}$$

ഈ ഉദാഹരണത്തിൽ ഗുണനഫലം $2 \times 3 = 6$ പദങ്ങൾക്ക് പകരം 4 പദങ്ങൾ കിട്ടി ഇതിന്റെ കാരണം കണ്ടുപിടിക്കാമോ ?

സംശയം തീർക്കുക

1. $2xx = 2x$ ശരിയാണോ ?

   അല്ല. $2xx$ നെ $2\,(x)\,(x) = 2x^2$ എന്ന് എഴുതാം. ഇത് $2, x, x$ ഇവയുടെ ഗുണനഫലം ആകുന്നു. എന്നാൽ $2x$ എന്നത് $x + x$ അല്ലെങ്കിൽ $2\,(x)$.

2. $7xxy = 7xy$ എന്നത് ശരിയാണോ?

   അല്ല. $7xxy$ എന്നത് $7, x, x, y$ എന്നിവയുടെ ഗുണനഫലവും എന്നാൽ, $7, x, y$.യുടെ ഗുണനഫലവുമല്ല. ശരിയുത്തരം $7xxy = 7\,(x)\,(x)\,(y) = 7x^2y$.

അഭ്യാസം 1.2

1. താഴെ കൊടുത്തിട്ടുള്ള ഒരു ജോഡി ഏക പദങ്ങളുടെ ഗുണനഫലം കാണുക.

   (i) $3, 7x$ (ii) $-7x, 3y$ (iii) $-3a, 5ab$ (iv) $5a^2, -4a$ (v) $\frac{3}{7}x^5, \frac{14}{9}x^2$

   (vi) xy^2, x^2y (vii) x^3y^5, xy^2 (viii) abc, abc (ix) $xyz. x^2yz$ (x) $a^2b^2c^3, abc^2$

2. ഗുണനപട്ടിക പൂർത്തിയാക്കുക.

ആദ്യത്തെ ഏക പദം → രണ്ടാമത്തെ ഏകപദം ↓	$2x$	$-3y$	$4x^2$	$-5xy$	$7x^2y$	$-6x^2y^2$
$2x$	$4x^2$	....	....			
$-3y$						
$4x^2$						
$-5xy$				$25x^2y^2$		
$7x^2y$						
$-6x^2y^2$		$18x^2y^3$				

3. ഗുണനഫലം കാണുക

   (i) $2a, 3a^2, 5a^4$ (ii) $2x, 4y, 9z$ (iii) ab, bc, ca

   (iv) $m, 4m, 3m^2, -6m^3$ (v) xyz, y^2z, yx^2 (vi) lm^2, mn^2, ln^2

   (vii) $-2p, -3q, -5p^2$

4. ഗുണനഫലം കാണുക

   (i) $(a^3)\times(2a^5)\times(4a^{15})$ (ii) $(5-2x)(4+x)$ (iii) $(x+3y)(3x-y)$

   (iv) $(3x+2)(4x-3)$ (v) $(\frac{2}{3}ab)\,(\frac{-15}{8}a^2b^2)$

5. താഴെ തന്നിട്ടുള്ളവയുടെ ഗുണനഫലം കാണുക.

   (i) $(a+b)(2a^2-5ab+3b^2)$ (ii) $(2x+3y)(x^2-xy+y^2)$

   (iii) $(x+y+z)(x+y-z)$ (iv) $(a+b)(a^2+2ab+b^2)$ (v) $(m-n)(m^2+mn+n^2)$

6. (i) $2x\,(x-y-z)$, $2y\,(z-y-x)$ കൂട്ടുക.

   (ii) $4a\,(5a+2b-3c)$ യിൽ നിന്ന് $3a\,(a-2b+3c)$ യെ കുറയ്ക്കുക.

1.4 സർവ്വസമവാക്യങ്ങൾ

$(x+2)(x+3) = x^2 + 5x + 6$ എന്ന സമവാക്യം എടുക്കാം.

x ന് സമവാക്യത്തിന്റെ ഇരുവശങ്ങളിലും ഒരേ മൂല്യം കൊടുത്ത് നിർദ്ധാരണം ചെയ്യാം.

$x = 5$ നെ സമീകരണത്തിൽ പ്രതിസ്ഥാപിക്കാം.

$x = 5$, LHS $= (x+2)(x+3) = (5+2)(5+3) = 7 \times 8 = 56$

RHS $= x^2 + 5x + 6 = 5^2 + 5(5) + 6 = 25 + 25 + 6 = 56$

$x = 5$ കൊടുത്തപ്പോൾ ഇരുവശങ്ങളിലുമുള്ള മൂല്യം തുല്യമാണ്.

$x = -5$ എങ്കിൽ,

LHS $= (x+2)(x+3) = (-5+2)(-5+3) = (-3)(-2) = 6$

RHS $= x^2 + 5x + 6 = (-5)^2 + 5(-5) + 6 = 25 - 25 + 6 = 6$

$x = -5$ കൊടുത്തപ്പോൾ ഇരുവശങ്ങളിലുമുള്ള മൂല്യം തുല്യമാണ്.

LHS = RHS എന്നത് ചരത്തിന്റെ എല്ലാ മൂല്യങ്ങളും ശരിയാണെങ്കിൽ ആ മൂല്യത്തിനെ സർവ്വസമത എന്നു പറയുന്നു.

ഇപ്രകാരം $(x+2)(x+3) = x^2 + 5x + 6$ ഒരു സമവാക്യം

സർവ്വസമത: ഒരു സമവാക്യത്തിലുള്ള ചരങ്ങൾക്ക് ഏത് മൂല്യം ആരോപിച്ചാലും സമവാക്യം സത്യമാവുകയാണെങ്കിൽ ആ സമവാക്യത്തെ സർവ്വസമവാക്യം എന്നു പറയുന്നു.

പ്രവർത്തി

ഒരു സർവ്വ സമവാക്യമാണോ എന്ന് പരിശോധിക്കുക:

(i) $5(x+4) = 5x + 20$, (ii) $6x + 10 = 4x + 20$.

1.4.1 ബീജഗണിത സർവ്വസമവാക്യങ്ങൾ

ധാരാളം കണക്കുകൾ ചെയ്യാൻ ഉപകരിക്കുന്ന 3 ബീജഗണിത സർവ്വസമവാക്യങ്ങൾ പഠിക്കാം. ഇവ നമുക്ക് രണ്ട് ദ്വിപദ വ്യംജകങ്ങൾ ഗുണിക്കുമ്പോൾ കിട്ടുന്നു.

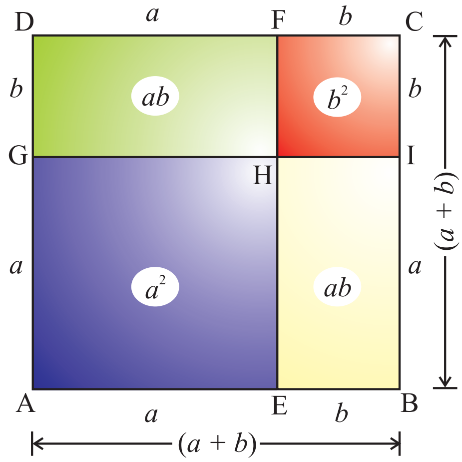
സർവ്വസമവാക്യം 1

$(a+b)^2$ നോക്കുക.

$$(a+b)^2 = (a+b)(a+b)$$
$$= a^2 + ab + ba + b^2$$
$$= a^2 + ab + ab + b^2 \quad [\because ab = ba]$$
$$= a^2 + 2ab + b^2$$

ഇപ്രകാരം $\boxed{(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2}$

ജ്യാമിതീയ വ്യാഖ്യാനം $(a+b)^2$



ഈ ചിത്രത്തിൽ,

സമചതുരം ABCD യുടെ വശം $(a+b)$.

സമചതുരം ABCD യുടെ വിസ്തീർണ്ണം

$= (a+b)(a+b)$

= സമചതുരം AEHG + യുടെ വിസ്തീർണ്ണം

ദീർഘ ചതുരം EBIH + യുടെ വിസ്തീർണ്ണം

ദീർഘ ചതുരം GHFD + യുടെ വിസ്തീർണ്ണം

സമചതുരം HICF യുടെ വിസ്തീർണ്ണം

$$= (a\times a)+(b\times a)+(a\times b)+(b\times b)$$

$$= a^2+ba+ab+b^2$$

$$(a+b)^2 = a^2+2ab+b^2$$

$$\therefore \quad (a+b)^2 = a^2+2ab+b^2$$

സർവ്വസമവാക്യം 2

$(a-b)^2$ നോക്കുക.

$$(a-b)^2 = (a-b)\ (a-b)$$

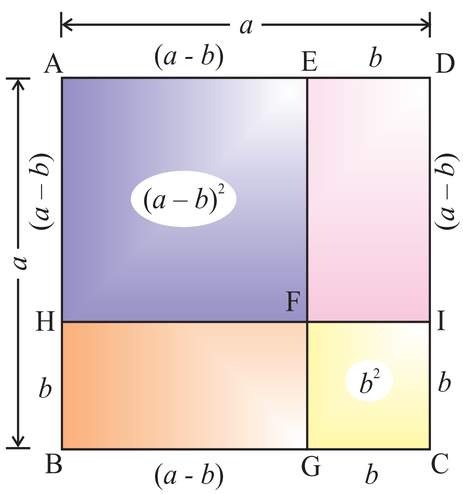
$$= a^2-ab-ba+b^2$$

$$= a^2-ab-ab+b^2$$

$$= a^2-2ab+b^2$$

ഇപ്രകാരം $\quad (a-b)^2 = a^2-2ab+b^2$

ജ്യാമിതീയ രീതിയിൽ വ്യാഖ്യാനം $(a-b)^2$



സമചതുരം ABCD യുടെ വിസ്തീർണ്ണം a^2 ച.മാത്ര

$(a-b)$ ഭുജമുള്ള സമചതുരം AHFE ന്റെ വിസ്തീർണ്ണം $(a-b)^2$ നീല നിറത്തിലുള്ള സമചതുരത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം.

ദീർഘചതുരങ്ങളുടെ വിസ്തീർണ്ണം,

BCIH $= a\times b$ ച. അളവ്

EGCD $= a\times b$ ച. അളവ്

സമചതുരം FGCI ന്റെ വിസ്തീർണ്ണം $= b^2$ ച. അളവ്

സമചതുരം BGFH ന്റെ വിസ്തീർണ്ണം = ദീർഘചതുരം BCIH –ന്റെ വിസ്തീർണ്ണം

സമചതുരം FGCI യുടെ വിസ്തീർണ്ണം = $ab - b^2$

സമചതുരം AHFE ന്റെ വിസ്തീർണ്ണം

= സമചതുരം ABCD യുടെ വിസ്തീർണ്ണം [ദീർഘചതുരം EGCD ന്റെ വിസ്തീർണ്ണം + ദീർഘചതുരം BGFH ന്റെ വിസ്തീർണ്ണം]

$$(a-b)^2 = a^2 - (ab + ab - b^2)$$
$$= a^2 - ab - ab + b^2$$
$$= a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

സർവ്വസമവാക്യം 3

$(a+b)(a-b)$ നോക്കാം

$$(a+b)(a-b) = a^2 - ab + ba - b^2$$
$$= a^2 - \cancel{ab} + \cancel{ab} - b^2 \qquad [\because ab = ba]$$
$$= a^2 - b^2$$

ഇപ്രകാരം $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

ജ്യാമിതീയ രീതിയിൽ വ്യാഖ്യാനം $(a+b)(a-b)$

ദീർഘചതുരം AHGE ന്റെ വിസ്തീർണ്ണം = $(a+b)\times(a-b)$

= സമചതുരം ABCD യുടെ വിസ്തീർണ്ണം –

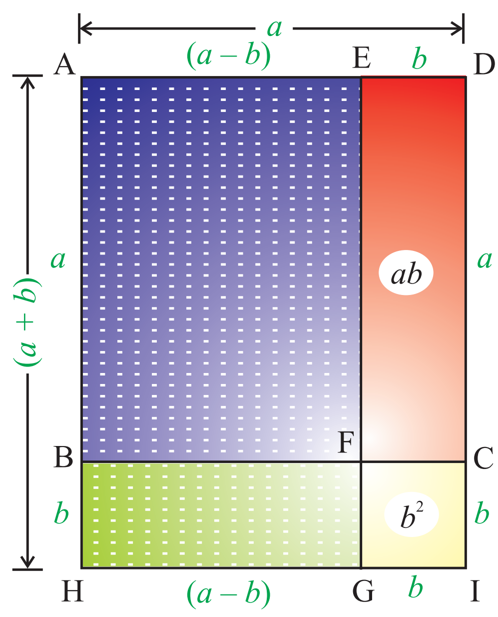
ദീർഘചതുരം EFCD യുടെ വിസ്തീർണ്ണം +

ദീർഘചതുരം BHIC യുടെ വിസ്തീർണ്ണം –

സമചതുരം FGIC യുടെ വിസ്തീർണ്ണം

$= a^2 - \cancel{ab} + \cancel{ab} - b^2$

$= a^2 - b^2$



$$(a+b)\times(a-b) = a^2 - b^2$$

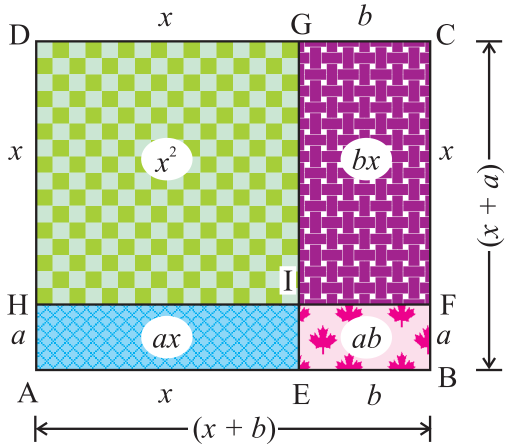
പൊതു സർവ്വസമവാക്യം

$(x + a)(x + b)$ നോക്കുക.

$$(x + a)(x + b) = x^2 + bx + ax + ab$$
$$= x^2 + ax + bx + ab$$

ഇപ്രകാരം $(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$

ജ്യാമിതീയ രീതിയിൽ വ്യാഖ്യാനം $(x + a)(x + b)$



ദീർഘചതുരം ABCD യുടെ വിസ്തീർണ്ണം

$= (x + a)(x + b)$

= സമചതുരം DHIG യുടെ വിസ്തീർണ്ണം

ദീർഘചതുരം AEIH ന്റെ വിസ്തീർണ്ണം +

ദീർഘചതുരം IFCG യുടെ വിസ്തീർണ്ണം +

ദീർഘചതുരം EBFI യുടെ വിസ്തീർണ്ണം

$= x^2 + ax + bx + ab$

$= x^2 + (a + b)x + ab$

$\therefore \quad (x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$

ബീജഗണിത സർവ്വസമവാക്യങ്ങൾ

- $(a + b)^2 \equiv a^2 + 2ab + b^2$
- $(a - b)^2 \equiv a^2 - 2ab + b^2$
- $(a + b)(a - b) \equiv a^2 - b^2$
- $(x + a)(x + b) \equiv x^2 + (a + b)x + ab$

(സാധാരണയായി സമവാക്യത്തിൽ ഉപയോഗിക്കുന്ന ചിഹ്നം '≡' പക്ഷേ എളുപ്പത്തിൽ നാം '=' ഈ ചിഹ്നം ഉപയോഗിക്കുന്നു.)

1.4.2 സർവ്വസമവാക്യം ഉപയോഗിക്കൽ

ഉദാഹരണം **1.9**

താഴെ തന്നിട്ടുള്ളവ വികസിപ്പിക്കുക (i) $(x + 5)^2$ (ii) $(x + 2y)^2$ (iii) $(2x + 3y)^2$ (iv) 105^2.

നിർദ്ധാരണം

(i) $(x + 5)^2 = x^2 + 2(x)(5) + 5^2$
$= x^2 + 10x + 25$

> സർവ്വസമവാക്യം ഉപയോഗിച്ച്
> $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
> ഇവിടെ, $a = x$, $b = 5$.

മറ്റൊരുരീതി: $(x + 5)^2 = (x + 5)(x + 5)$
$= x(x + 5) + 5(x + 5)$
$= x^2 + 5x + 5x + 25$
$= x^2 + 10x + 25$

(ii) $(x + 2y)^2 = x^2 + 2(x)(2y) + (2y)^2$

$= x^2 + 4xy + 4y^2$

സർവ്വസമവാക്യം
$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
ഇവിടെ, $a = x$, $b = 2y$.

മറ്റൊരുരീതി: $(x + 2y)^2 = (x + 2y)(x + 2y)$

$= x(x + 2y) + 2y(x + 2y)$

$= x^2 + 2xy + 2yx + 4y^2$ $[\because xy = yx]$

$= x^2 + 4xy + 4y^2$

(iii) $(2x + 3y)^2 = (2x)^2 + 2(2x)(3y) + (3y)^2$

$= 4x^2 + 12xy + 9y^2$

സർവ്വസമവാക്യം
$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
ഇവിടെ, $a = 2x$, $b = 3y$.

മറ്റൊരുരീതി: $(2x + 3y)^2 = (2x + 3y)(2x + 3y)$

$= 2x(2x + 3y) + 3y(2x + 3y)$

$= (2x)(2x) + (2x)(3y) + (3y)(2x) + (3y)(3y)$

$= 4x^2 + 6xy + 6yx + 9y^2$ $[\because xy = yx]$

$(2x + 3y)^2 = 4x^2 + 12xy + 9y^2$

(iv) $105^2 = (100 + 5)^2$

$= 100^2 + 2(100)(5) + 5^2$

$= (100 \times 100) + 1000 + 25$

$= 10000 + 1000 + 25$

$105^2 = 11025$

സർവ്വസമവാക്യം
$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
ഇവിടെ, $a = 100$, $b = 5$.

ഉദാഹരണം 1.10

മൂല്യം കാണുക (i) $(x - y)^2$ (ii) $(3p - 2q)^2$ (iii) 97^2 (iv) $(4.9)^2$

നിർദ്ധാരണം

(i) $(x - y)^2 = x^2 - 2(x)(y) + y^2$

$= x^2 - 2xy + y^2$

സർവ്വസമവാക്യം ഉപയോഗിച്ച്
$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
ഇവിടെ, $a = x$, $b = y$.

(ii) $(3p - 2q)^2 = (3p)^2 - 2(3p)(2q) + (2q)^2$

$= 9p^2 - 12pq + 4q^2$

സർവ്വസമവാക്യം ഉപയോഗിച്ച്
$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
ഇവിടെ, $a = 3p$, $b = 2q$.

(iii) $97^2 = (100 - 3)^2$

$= (100)^2 - 2(100)(3) + 3^2$

$= 10000 - 600 + 9$

$= 9400 + 9$

$= 9409$

സർവ്വസമവാക്യം ഉപയോഗിച്ച്
$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
ഇവിടെ, $a = 100$, $b = 3$.

(iv) $(4.9)^2 = (5.0-0.1)^2$
$= (5.0)^2 - 2(5.0)(0.1) + (0.1)^2$
$= 25.00 - 1.00 + 0.01$
$= 24.01$

സർവ്വസമവാക്യം ഉപയോഗിച്ച് $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ ഇവിടെ, $a = 5.0$, $b = 0.1$.

ഉദാഹരണം **1.11**

$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$ സർവ്വസമവാക്യം ഉപയോഗിച്ച് മൂല്യം കാണുക

(i) $(x+3)(x-3)$ (ii) $(5a+3b)(5a-3b)$ (iii) 52×48 (iv) $997^2 - 3^2$.

നിർദ്ധാരണം

(i) $(x+3)(x-3) = x^2 - 3^2$
$= x^2 - 9$

സർവ്വസമവാക്യം ഉപയോഗിച്ച് $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$ ഇവിടെ, $a = x$, $b = 3$.

(ii) $(5a+3b)(5a-3b) = (5a)^2 - (3b)^2$
$= 25a^2 - 9b^2$

സർവ്വസമവാക്യം ഉപയോഗിച്ച് $(a+b)(a-b) = `a^2 - b^2$ ഇവിടെ, $a = 5a$, $b = 3b$.

(iii) $52 \times 48 = (50+2)(50-2)$
$= 50^2 - 2^2$
$= 2500 - 4$
$= 2496$

സർവ്വസമവാക്യം ഉപയോഗിച്ച് $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$ ഇവിടെ, $a = 50$, $b = 2$.

(iv) $997^2 - 3^2 = (997+3)(997-3)$
$= (1000)(994)$
$= 994000$

സർവ്വസമവാക്യം ഉപയോഗിച്ച് $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$ ഇവിടെ, $a = 997$, $b = 3$.

ഉദാഹരണം **1.12**

$(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$ എന്ന സമവാക്യം ഉപയോഗിച്ച് മൂല്യം കാണുക

(i) $(m+3)(m+5)$ (ii) $(p-2)(p-3)$ (iii) $(2x+3y)(2x-4y)$

(iv) 55×56 (v) 95×103 (vi) 501×505

നിർദ്ധാരണം

(i) $(m+3)(m+5) = m^2 + (3+5)m + (3)(5)$
$= m^2 + 8m + 15$

സർവ്വസമവാക്യം ഉപയോഗിച്ച് $(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$ ഇവിടെ, $x = m$, $a = 3$, $b = 5$.

(ii) $(p-2)(p-3) = p^2 + (-2-3)p + (-2)(-3)$
$= p^2 + (-5)p + 6$
$= p^2 - 5p + 6$

സർവ്വസമവാക്യം ഉപയോഗിച്ച് $(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$ ഇവിടെ, $x = p$, $a = -2$, $b = -3$.

(iii) $(2x+3y)(2x-4y) = (2x)^2 + (3y-4y)(2x) + (3y)(-4y)$

$= 4x^2 + (-y)(2x) - 12y^2$

$= 4x^2 - 2xy - 12y^2$

സർവ്വസമവാക്യം ഉപയോഗിച്ച്
$(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$
ഇവിടെ : x, a, b are $2x, 3y, -4y$.

(iv) $55 \times 56 = (50+5)(50+6)$

$= 50^2 + (5+6)50 + (5)(6)$

$= (50 \times 50) + (11)50 + 30$

$= 2500 + 550 + 30$

$= 3080$

സർവ്വസമവാക്യം ഉപയോഗിച്ച്
$(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$
ഇവിടെ, $x = 50, a = 5, b = 6$.

(v) $95 \times 103 = (100-5)(100+3)$

$= (100)^2 + (-5+3)(100) + (-5)(3)$

$= (100 \times 100) + (-2)(100) - 15$

$= 10000 - 200 - 15$

$= 9800 - 15$

$= 9785$

സർവ്വസമവാക്യം ഉപയോഗിച്ച്
$(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$
ഇവിടെ, $x = 100, a = -5, b = 3$.

(vi) $501 \times 505 = (500+1)(500+5)$

$= (500)^2 + (1+5)(500) + (1)(5)$

$= (500 \times 500) + (6)(500) + (1)(5)$

$= (500 \times 500) + (6)(500) + 5$

$= 250000 + 3000 + 5$

$= 253005$

സർവ്വസമവാക്യം ഉപയോഗിച്ച്
$(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$
ഇവിടെ, $x = 500, a = 1, b = 5$.

1.4.3 സർവ്വസമവാക്യങ്ങളുടെ ലഘൂകരണം

താഴെ തന്നിട്ടുള്ളവ നമുക്ക് പരിഗണിക്കാം,

(i) $(a+b)^2 + (a-b)^2 = (a^2 + 2ab + b^2) + (a^2 - 2ab + b^2)$

$= a^2 + \cancel{2}ab + b^2 + a^2 - \cancel{2}ab + b^2$

$= 2a^2 + 2b^2$

$(a+b)^2 + (a-b)^2 = 2(a^2 + b^2)$

$$\frac{1}{2}[(a+b)^2 + (a-b)^2] = a^2 + b^2$$

(ii) $(a+b)^2 - (a-b)^2 = (a^2 + 2ab + b^2) - (a^2 - 2ab + b^2)$

$= \cancel{a^2} + 2ab + \cancel{b^2} - \cancel{a^2} + 2ab - \cancel{b^2}$

$(a+b)^2 - (a-b)^2 = 4ab$

$$\frac{1}{4}[(a+b)^2 - (a-b)^2] = ab$$

(iii) $(a+b)^2 - 2ab = a^2 + b^2 + \cancel{2ab} - \cancel{2ab}$

$= a^2 + b^2$

$$(a+b)^2 - 2ab = a^2 + b^2$$

(iv) $(a+b)^2 - 4ab = a^2 + 2ab + b^2 - 4ab$

$= a^2 - 2ab + b^2$

$= (a-b)^2$

$$(a+b)^2 - 4ab = (a-b)^2$$

(v) $(a-b)^2 + 2ab = a^2 - \cancel{2ab} + b^2 + \cancel{2ab}$

$= a^2 + b^2$

$$(a-b)^2 + 2ab = a^2 + b^2$$

(vi) $(a-b)^2 + 4ab = a^2 - 2ab + b^2 + 4ab$

$= a^2 + 2ab + b^2$

$= (a+b)^2$

$$(a-b)^2 + 4ab = (a+b)^2$$

ലഘൂകരിച്ച സമവാക്യങ്ങൾ

- $\frac{1}{2}[(a+b)^2 + (a-b)^2] = a^2 + b^2$
- $\frac{1}{4}[(a+b)^2 - (a-b)^2] = ab$
- $(a+b)^2 - 2ab = a^2 + b^2$
- $(a+b)^2 - 4ab = (a-b)^2$
- $(a-b)^2 + 2ab = a^2 + b^2$
- $(a-b)^2 + 4ab = (a+b)^2$

ഉദാഹരണം 1.13

$a+b$ യുടെയും $a-b$ യുടെയും മൂല്യം യഥാക്രമം 7 ഉം 4 ഉം ആകുന്നു. എങ്കിൽ a^2+b^2 ന്റേയും ab യുടെയും മൂല്യം കാണുക.

നിർദ്ധാരണം

(i) $a^2 + b^2 = \frac{1}{2}[(a+b)^2 + (a-b)^2]$

$= \frac{1}{2}[7^2 + 4^2]$ [$a+b=7$, $a-b=4$ നെ പ്രതിസ്ഥാപിക്കുക]

$= \frac{1}{2}(49+16)$

$= \frac{1}{2}(65)$

$= \frac{65}{2}$

$a^2 + b^2 = \frac{65}{2}$

(ii) $ab = \frac{1}{4}[(a+b)^2 - (a-b)^2]$

$= \frac{1}{4}(7^2 - 4^2)$ [$a+b=7$, $a-b=4$ നെ പ്രതിസ്ഥാപിക്കുക]

$= \frac{1}{4}(49-16)$

$= \frac{1}{4}(33)$

$ab = \frac{33}{4}$

ഉദാഹരണം 1.14

$(a+b) = 10$ ഉം $ab = 20$ ഉം ആയാൽ a^2+b^2 ന്റെയും $(a-b)^2$ ന്റെയും മൂല്യം കാണുക.

നിർദ്ധാരണം

(i) $a^2+b^2 = (a+b)^2 - 2ab$ [$a+b = 10$, $ab = 20$ നെ പ്രതിസ്ഥാപിക്കുക]

$a^2+b^2 = (10)^2 - 2(20)$

$= 100 - 40 = 60$

$a^2+b^2 = 60$

(ii) $(a-b)^2 = (a+b)^2 - 4ab$ [$a+b = 10$, $ab = 20$ നെ പ്രതിസ്ഥാപിക്കുക]

$= (10)^2 - 4(20)$

$= 100 - 80$

$(a-b)^2 = 20$

ഉദാഹരണം 1.15

$(x+l)(x+m) = x^2+4x+2$ എങ്കിൽ l^2+m^2 ന്റെയും $(l-m)^2$ ന്റെയും മൂല്യം കാണുക.

നിർദ്ധാരണം

ഗുണന സൂത്രവാക്യം ഉപയോഗിച്ച്

$(x+l)(x+m) = x^2+(l+m)x+lm$

RHS നെ താരതമ്യം ചെയ്താൽ x^2+4x+2, നമുക്ക്

$l+m = 4$, $lm = 2$

ഇപ്പോൾ $l^2+m^2 = (l+m)^2 - 2lm$

$= 4^2 - 2(2) = 16 - 4$

$l^2+m^2 = 12$

$(l-m)^2 = (l+m)^2 - 4lm$

$= 4^2 - 4(2) = 16 - 8$

$(l-m)^2 = 8$

അഭ്യാസം 1.3

1. ശരിയായ ഉത്തരം തെരഞ്ഞെടുത്ത് എഴുതുക

(i) $(a+b)^2 = (a+b)\times$ _____

(A) ab (B) $2ab$ (C) $(a+b)$ (D) $(a-b)$

(ii) $(a-b)^2 = (a-b)\times$ _____

(A) $(a+b)$ (B) $-2ab$ (C) ab (D) $(a-b)$

(iii) $(a^2-b^2) = (a-b)\times$ _____

(A) $(a-b)$ (B) $(a+b)$ (C) $a^2+2ab+b^2$ (D) $a^2-2ab+b^2$

(iv) $9.6^2 =$ _____

(A) 9216 (B) 93.6 (C) 9.216 (D) 92.16

(v) $(a+b)^2 - (a-b)^2 =$ _____

(A) $4ab$ (B) $2ab$ (C) $a^2 + 2ab + b^2$ (D) $2(a^2 + b^2)$

(vi) $m^2 + (c+d)m + cd =$ _____

(A) $(m+c)^2$ (B) $(m+c)(m+d)$ (C) $(m+d)^2$ (D) $(m+c)(m-d)$

2. അനുയോജ്യമായ സൂത്രവാക്യങ്ങൾ ഉപയോഗിച്ച് ഗുണിക്കുക.

(i) $(x+3)(x+3)$ (ii) $(2m+3)(2m+3)$

(iii) $(2x-5)(2x-5)$ (iv) $\left(a-\frac{1}{a}\right)\left(a-\frac{1}{a}\right)$

(v) $(3x+2)(3x-2)$ (vi) $(5a-3b)(5a-3b)$

(vii) $(2l-3m)(2l+3m)$ (viii) $\left(\frac{3}{4}-x\right)\left(\frac{3}{4}+x\right)$

(ix) $\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}\right)\left(\frac{1}{x}-\frac{1}{y}\right)$ (x) $(100+3)(100-3)$

3. $(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$ സൂത്രവാക്യം ഉപയോഗിച്ച് താഴെ കൊടുത്തിട്ടുള്ളവയുടെ ഗുണനഫലം കാണുക.

(i) $(x+4)(x+7)$ (ii) $(5x+3)(5x+4)$

(iii) $(7x+3y)(7x-3y)$ (iv) $(8x-5)(8x-2)$

(v) $(2m+3n)(2m+4n)$ (vi) $(xy-3)(xy-2)$

(vii) $\left(a+\frac{1}{x}\right)\left(a+\frac{1}{y}\right)$ (viii) $(2+x)(2-y)$

4. സൂത്രവാക്യം ഉപയോഗിച്ച് താഴെ കൊടുത്തിട്ടുള്ളവയുടെ വർഗ്ഗം കാണുക.

(i) $(p-q)^2$ (ii) $(a-5)^2$ (iii) $(3x+5)^2$

(iv) $(5x-4)^2$ (v) $(7x+3y)^2$ (vi) $(10m-9n)^2$

(vii) $(0.4a-0.5b)^2$ (viii) $\left(x-\frac{1}{x}\right)^2$ (ix) $\left(\frac{x}{2}-\frac{y}{3}\right)^2$

(x) $0.54 \times 0.54 - 0.46 \times 0.46$

5. സൂത്രവാക്യം ഉപയോഗിച്ച് മൂല്യം കാണുക.

(i) 103^2 (ii) 48^2 (iii) 54^2

(iv) 92^2 (v) 998^2 (vi) 53×47

(vii) 96×104 (viii) 28×32 (ix) 81×79

(x) 2.8^2 (xi) $12.1^2 - 7.9^2$ (xii) 9.7×9.8

6. തെളിയിക്കുക

(i) $(3x+7)^2 - 84x = (3x-7)^2$

(ii) $(a-b)(a+b) + (b-c)(b+c) + (c-a)(c+a) = 0$

7. $a + b = 5$, $a - b = 4$ എങ്കിൽ $a^2 + b^2$, ab കാണുക.

8. (i) $a + b$ ടെയും ab ടെയും മൂല്യങ്ങൾ യഥാക്രമം 12 ഉം 32 ഉം ആയാൽ, എങ്കിൽ $a^2 + b^2$ ഉം $(a - b)^2$ ന്റെയും മൂല്യങ്ങൾ കാണുക.

   (ii) $(a - b)$, ab എന്നിവയുടെ മൂല്യങ്ങൾ യഥാക്രമം 6, 40 എങ്കിൽ $a^2 + b^2$, $(a + b)^2$ എന്നിവയുടെ മൂല്യങ്ങൾ കാണുക.

9. $(x + a)(x + b) = x^2 - 5x - 300$ എങ്കിൽ $a^2 + b^2$ എന്നിവയുടെ മൂല്യങ്ങൾ കാണുക.

10. $(x + a)(x + b)(x + c)$ ഗുണന സൂത്രവാക്യം ഉപയോഗിച്ച് ഗുണനഫലം കാണുക
[കുറിപ്പ് : $(x + a)(x + b)(x + c) = (x + a)[(x + b)(x + c)]$]

1.5 ഘടകങ്ങളാക്കൽ

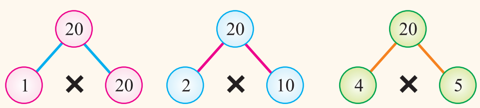
20 എന്ന നിസ്സർഗ്ഗസംഖ്യ എടുക്കുക.

20 ന്റെ ഘടകങ്ങൾ

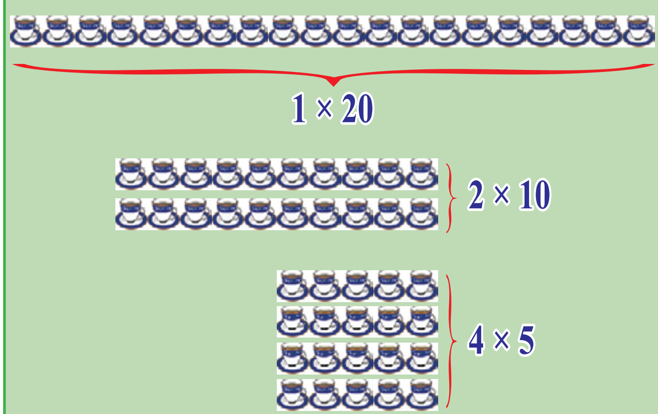
$20 = 1 \times 20$

$20 = 2 \times 10$

$20 = 4 \times 5$



നമുക്ക് 20 കപ്പുകളെ താഴെ തന്നിട്ടുള്ളതു പോലെ പലവിധത്തിൽ അടുക്കാം

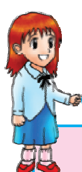


20 ന് 6 ഘടകങ്ങൾ 1, 2, 4, 5, 10 , 20.

ഇതിൽ 2 ഉം 5 ഉം അഭാജ്യഘടകങ്ങൾ

20 ന്റെ അഭാജ്യഘടകങ്ങൾ $2 \times 2 \times 5$

2	20
2	10
	5



നിങ്ങൾക്കറിയാമോ?

1. ഒന്നിനെക്കാൾ വലതും എന്നാൽ 1 കൊണ്ടും അതേ സംഖ്യ കൊണ്ടും മാത്രം ഹരിക്കാൻ സാധിക്കുന്ന പൂർണ്ണ സംഖ്യകളെ **അഭാജ്യ സംഖ്യകൾ** എന്നു പറയുന്നു. ഉദാ: 2, 3, 5, 7.....
2. ഒന്നിനെക്കാൾ വലതും രണ്ടിലധികം ഭാജകങ്ങളുള്ള പൂർണ്ണസംഖ്യകളെ **ഭാജ്യസംഖ്യ** എന്നു പറയുന്നു. ഉദാഹരണം 4, 6, 8, 9, 10 ......
3. മറ്റു സംഖ്യകളെ പോലെയല്ലാതെ 1 എന്നത് എല്ലാ സംഖ്യകളുടേയും ഘടകമാണ്.
4. 1 ഒഴികെ എല്ലാ നിസ്സർഗ്ഗസംഖ്യകളും ഭാജ്യ സംഖ്യകളോ അഭാജ്യ സംഖ്യകളോ ആകുന്നു.
5. 1 ഭാജ്യസംഖ്യയോ അഭാജ്യസംഖ്യയോ അല്ല.
6. 2 പൂർണ്ണ സംഖ്യയുടെ ഇരട്ടസംഖ്യയാണ്.

1.5.1. ഘടകങ്ങളാക്കൽ എന്നാൽ എന്ത്?

ഒരു ബീജഗണിത വ്യംജകത്തെ അതിന്റെ ഘടകങ്ങളുടെ ഗുണന ഫലമായിട്ടെഴുതുന്നതിന് ഘടകങ്ങളാക്കൽ എന്നു പറയുന്നു.

ഘടകങ്ങളാക്കൽ : ഒരു ബഹുപദത്തെ അതിന്റെ ഘടകങ്ങളുടെ ഗുണന ഫലമായി എഴുതുന്ന പ്രക്രിയ ഘടകങ്ങളാക്കൽ ആകുന്നു.

തന്നിട്ടുള്ള ഗണിത വ്യംജകങ്ങൾ അവയുടെ ഘടകങ്ങളുടെ ഗുണനഫലം ആകുന്നു.

(i) $6x^3 = (2x)(3x^2)$

(ii) $3a^2b + 3ab^2 = (3ab)(a+b)$

(iii) $2x^2 + x - 6 = (2x-3)(x+2)$

മുകളിൽ കൊടുത്തിട്ടുള്ള ഉദാഹരണങ്ങളെ ഇങ്ങനെ എഴുതാം.

ബീജഗണിത വ്യംജകം	ഘടകം 1	ഘടകം 2	ഘടകങ്ങളെ വീണ്ടും ഘടകങ്ങളാക്കാൻ സാധിക്കുമോ?	
			ഘടകം 1	**ഘടകം 2**
$6x^3$	$2x$	$3x^2$	അതെ. $2x = 2 \times x$	അതെ. $3x^2 = 3 \times x \times x$
$3a^2b + 3ab^2$	$(3ab)$	$(a+b)$	അതെ. $3ab = 3 \times a \times b$	ഇല്ല. $(a+b)$ ഇതിനെ ഘടകങ്ങളാക്കാൻ സാധിക്കില്ല
$2x^2 + x - 6$	$(2x-3)$	$(x+2)$	ഇല്ല. $(2x-3)$ ഇതിനെ ഘടകങ്ങളാക്കാൻ സാധിക്കില്ല	ഇല്ല. $(x+2)$ ഇതിനെ ഘടകങ്ങളാക്കാൻ സാധിക്കില്ല

കുറിപ്പ്: ലഘൂകരിക്കാൻ സാധിക്കാത്ത ഘടകങ്ങളെ **irreducible factor** എന്നു പറയുന്നു. ഉദാഹരണം $(a+b), (2x-3), (x+2)$ ലഘൂകരിക്കാൻ കഴിയാത്തവയാണ്.

1.5.2. പൊതുഘടകം കണ്ടുപിടിച്ച് ഘടകങ്ങളാക്കൽ

ഈ രീതിയിൽ പൊതുവായ ഘടകം കണ്ടുപിടിച്ച് ബ്രാക്കറ്റിന് വെളിയിൽ എഴുതുക. പദങ്ങളെ പൊതുഘടകമുള്ള രണ്ടോ മൂന്നോ പദങ്ങളാക്കി തരം തിരിയ്ക്കുക.

ഉദാഹരണം ***1.16***

താഴെ തന്നിട്ടുള്ളവയെ ഘടകങ്ങളാക്കുക.

(i) $2x + 6$ (ii) $4x^2 + 20xy$ (iii) $3x^2 - 12xy$ (iv) $a^2b - ab^2$

(v) $3x^3 - 5x^2 + 6x$ (vi) $7l^3 m^2 - 21\, lm^2\, n + 28\, lm$

നിർദ്ധാരണം

(i) $2x + 6 = 2x + (2 \times 3)$

$\therefore 2x + 6 = 2(x+3)$ ('2' പൊതുഘടകം)

കുറിപ്പ് : (i) $(2x+6)$ ന്റെ ഘടകങ്ങൾ $2, (x+3)$

(ii) $2, (x+3)$ എന്നിവയെ ചുരുക്കാൻ സാധിക്കില്ല.

അതിനാൽ $2, (x+3)$ നെ ചുരുക്കാൻ സാധിക്കാത്ത ഘടകം എന്നു പറയുന്നു.

(ii) $4x^2 + 20xy = (4 \times x \times x) + (4 \times 5 \times x \times y)$

$= 4x\,(x + 5y)$ [$4x$ പൊതുഘടകം]

(iii) $3x^2 - 12xy = (3 \times x \times x) - (3 \times 4 \times x \times y)$

$= 3x\,(x - 4y)$ [$3x$ പൊതുഘടകം]

(iv) $a^2b - ab^2 = (a \times a \times b) - (a \times b \times b)$

$= ab\,(a - b)$ [ab പൊതുഘടകം]

(v) $3x^3 - 5x^2 + 6x = (3 \times x \times x \times x) - (5 \times x \times x) + (6 \times x)$

$= x\,(3x^2 - 5x + 6)$ [x പൊതുഘടകം]

(vi) $7l^3m^2 - 21\,lm^2n + 28lm$

$= (7 \times l \times l \times l \times m \times m) - (7 \times 3 \times l \times m \times m \times n) + (7 \times 4 \times l \times m)$

$= 7lm\,(l^2m - 3mn + 4)$ [$7lm$ പൊതുഘടകം]

1.5.3. ഗ്രൂപ്പുകളാക്കുന്ന രീതിയിലൂടെ ഘടകങ്ങളാക്കൽ

ഈ രീതിയിൽ പദങ്ങളെ രണ്ടോ മൂന്നോ പദങ്ങളായിട്ട് ക്രമീകരിച്ച് പൊതുഘടകം വെളിയിൽ എടുക്കുക.

ഉദാഹരണം ***1.17***

ഘടകങ്ങളാക്കുക.

(i) $x^3 - 3x^2 + x - 3$ (ii) $2xy - 3ab + 2bx - 3ay$

(iii) $2m^2 - 10mn - 2m + 10n$ (iv) $ab\,(x^2 + 1) + x\,(a^2 + b^2)$

നിർദ്ധാരണം

(i) $\underbrace{x^3 - 3x^2} + \underbrace{x - 3} = x^2\,(x - 3) + 1\,(x - 3)$ [ആദ്യത്തെ രണ്ട് പദങ്ങളിലും അവസാനത്തെ രണ്ട് പദങ്ങളിലും ഉള്ള പൊതുപദം]

$= (x^2 + 1)\,(x - 3)$

(ii) $2xy - 3ab + 2bx - 3ay = \underbrace{2xy + 2bx} - \underbrace{3ab - 3ay}$ [പദത്തെ മാറ്റി എഴുതുക]

$= 2x\,(y + b) - 3a\,(y + b)$ [പൊതുപദം എടുക്കുക]

$= (2x - 3a)\,(y + b)$

(iii) $\underbrace{2m^2 - 10mn} - \underbrace{2m + 10n} = 2m\,(m - 5n) - 2\,(m - 5n)$

$= (2m - 2)\,(m - 5n)$ [പദത്തെ മാറ്റി എടുക്കുക]

(iv) $ab\,(x^2 + 1) + x\,(a^2 + b^2) = abx^2 + ab + xa^2 + xb^2$

$= \underbrace{abx^2 + a^2\,x} + \underbrace{b^2\,x + ab}$ [പദങ്ങളെ മാറ്റി എഴുതുക]

$= ax\,(bx + a) + b\,(bx + a)$ [പൊതുപദം]

$= (ax + b)\,(bx + a)$

1.5.4. സൂത്രവാക്യങ്ങളിലൂടെ ഘടകങ്ങളാക്കൽ

ഓർമ്മിക്കുക:

(i) $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

(ii) $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

(iii) $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

ഒരു ബഹുപദത്തെ ഘടകങ്ങളാക്കാൻ ചിലപ്പോൾ നമ്മൾ മുകളിൽ കൊടുത്തിട്ടുള്ള സൂത്രവാക്യങ്ങൾ ഉപയോഗിക്കാറുണ്ട്. സൂത്രവാക്യങ്ങൾ വലതു വശത്തു നിന്നും (LHS) ഇടതുവശത്തേക്ക് (RHS) വായിച്ചാൽ നമുക്ക് ഘടകസൂത്രവാക്യങ്ങൾ കിട്ടും.

വ്യംജകം	ഘടകങ്ങൾ
$a^2 + 2ab + b^2$	$(a+b)$, $(a+b)$
$a^2 - 2ab + b^2$	$(a-b)$, $(a-b)$
$a^2 - b^2$	$(a+b)$, $(a-b)$

ഈ രീതിയിൽ താഴെ കൊടുത്തിട്ടുള്ള ഉദാഹരണങ്ങളിൽ നിന്നും സൂത്രവാക്യങ്ങൾ ഉപയോഗിച്ച് ഘടകങ്ങളാക്കാൻ പഠിക്കാം.

ഉദാഹരണം ***1.18***

സൂത്രവാക്യങ്ങൾ ഉപയോഗിച്ച് ഘടകങ്ങളാക്കുക

(i) $x^2 + 6x + 9$ (ii) $x^2 - 10x + 25$ (iii) $49m^2 - 56m + 16$

(iv) $x^2 - 64$ (v) $9x^2y - 4y^3$ (vi) $m^8 - n^8$

നിർദ്ധാരണം

(i) $x^2 + 6x + 9$

$x^2 + 6x + 9$ നെ $a^2 + 2ab + b^2$ നോട് $a = x, b = 3$ താരതമ്യപ്പെടുത്തുക.

ഇപ്പോൾ, $x^2 + 6x + 9 = x^2 + 2(x)(3) + 3^2$

ഉപയോഗിച്ച്, $a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)^2$, $a = x$ and $b = 3$,

നമുക്ക് കിട്ടുന്നു $x^2 + 6x + 9 = (x+3)^2$.

$\therefore$ $x^2 + 6x + 9$ന്റെ ഘടകങ്ങൾ $(x+3)$, $(x+3)$ ആകുന്നു.

(ii) $x^2 - 10x + 25$

$x^2 - 10x + 25$ നെ $a^2 - 2ab + b^2$ നോട് താരതമ്യപ്പെടുത്തുക. $a = x, b = 5$.

ഇപ്പോൾ, $x^2 - 10x + 25 = x^2 - 2(x)(5) + 5^2$

ഉപയോഗിച്ച്, $a^2 - 2ab + b^2 = (a-b)^2$, $a = x$, $b = 5$,

നമുക്ക് കിട്ടുന്നു $x^2 - 10x + 25 = (x-5)^2$.

$\therefore$ $x^2 - 10x + 25$ ന്റെ ഘടകങ്ങൾ $(x-5)$, $(x-5)$ ആകുന്നു.

(iii) $49m^2 - 56m + 16$

$49m^2 = (7m)^2$, $16 = 4^2$ എന്നെഴുതാം

സൂത്രവാക്യം $a^2 - 2ab + b^2 = (a-b)^2$ ഉപയോഗിച്ചാൽ $a = 7m, b = 4,$

$$49m^2 - 56m + 16 = (7m)^2 - 2(7m)(4) + 4^2$$
$$= (7m - 4)^2$$

$\therefore$ $49m^2 - 56m + 16$ ന്റെ ഘടകങ്ങൾ $(7m-4)$, $(7m-4)$ ആകുന്നു.

(iv) $x^2 - 64$ നെ $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$ യുമായി താരതമ്യപ്പെടുത്തുക $a = x$ ഉം $b = 8$

ഉപയോഗിച്ച് $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b),$

$$x^2 - 64 = x^2 - 8^2$$
$$= (x+8)(x-8)$$

$\therefore$ $x^2 - 64$ ന്റെ ഘടകങ്ങൾ $(x+8)$ ഉം $(x-8)$ ഉം ആണ്.

(v) $$9x^2y - 4y^3 = y\,[9x^2 - 4y^2]$$
$$= y[(3x)^2 - (2y)^2]$$

$(3x)^2 - (2y)^2$ നെ $a^2 - b^2$ നോട് താരതമ്യം ചെയ്താൽ $a = 3x$, $b = 2y$ എന്ന് കിട്ടുന്നു

ഉപയോഗിച്ച് $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$ ഇവിടെ $a = 3x, b = 2y,$

$$9x^2y - 4y^3 = y[(3x+2y)(3x-2y)]$$

(vi) $m^8 - n^8 = (m^4)^2 - (n^4)^2$

$= (m^4 + n^4)(m^4 - n^4)$ [സൂത്രവാക്യം $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$]

$= (m^4 + n^4)[(m^2)^2 - (n^2)^2]$

$= (m^4 + n^4)[(m^2 + n^2)(m^2 - n^2)]$ [$\because m^2 - n^2 = (m+n)(m-n)$]

$= (m^4 + n^4)(m^2 + n^2)[(m+n)(m-n)]$

$m^8 - n^8 = (m^4 + n^4)(m^2 + n^2)(m+n)(m-n)$

1.5.5 സൂത്രവാക്യം ഉപയോഗിച്ച് ഘടകങ്ങളാക്കൽ $(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$

$(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$ ഉപയോഗിച്ച് ഘടകങ്ങളാക്കുന്നത് എങ്ങനെ എന്ന് നോക്കാം.

ഉദാഹരണം ***1.19***

ഘടകങ്ങളാക്കുക $x^2 + 5x + 6$

നിർദ്ധാരണം

$x^2 + 5x + 6$ എന്നത് $x^2 + (a+b)x + ab$ എന്ന രൂപത്തിലാണ്

നമുക്ക്, $ab = 6, a + b = 5$ എന്നും $x = x.$

$ab = 6,$ ആയാൽ a യുടെയും b യുടെ ഗുണനഫലം 6.

$a = 2$ ഉം $b = 3.$ എങ്കിൽ $ab = 6$ ഉം $a + b = 5.$

അതുകൊണ്ട് $a = 2$ ഉം $b = 3$ ഉം ശരിയായ മൂല്യം.

> ഇവിടെ $ab = 2 \times 3 = 6$,
> $a + b = 2 + 3 = 5.$

ഉപയോഗിച്ച് $x^2 + (a+b)x + ab = (x+a)(x+b)$

$$\therefore x^2 + 5x + 6 = x^2 + (2+3)x + (2 \times 3)$$
$$= (x+2)(x+3)$$

$x^2 + 5x + 6$ ന്റെ ഘടകങ്ങൾ $(x+2)$ ഉം $(x+3)$ ഉം ആണ്.

ഉദാഹരണം 1.20

ഘടകങ്ങളാക്കുക. $x^2 + x - 6$

നിർദ്ധാരണം

$x^2 + x - 6$ നെ $x^2 + (a+b)x + ab = (x+a)(x+b)$ യുമായി താരതമ്യം ചെയ്യുക.

,$ab = -6$, $a + b = 1$

$ab = -6, a + b = 1$ എന്ന വരുന്ന 2 സംഖ്യകൾ a , b യെ എഴുതുക.

a	b	ab	$a + b$	തെരഞ്ഞെടുക്കൽ
1	6	6	7	×
1	– 6	– 6	– 5	×
2	3	6	5	×
2	– 3	– 6	– 1	×
– 2	3	– 6	1	✓

$a = -2$, $b = 3$ എന്നീ ഘടകങ്ങൾ ഉപയോഗിക്കാം
കാരണം $ab = -6$ ഉം $a + b = 1$ ഉം ലഭിക്കുന്നു.

$(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$ നമുക്ക് കിട്ടുന്നത്

$$x^2 + x - 6 = (x-2)(x+3).$$

ഉദാഹരണം 1.21

ഘടകങ്ങളാക്കുക. $x^2 + 6x + 8$

നിർദ്ധാരണം

$x^2 + 6x + 8$ നെ $x^2 + (a+b)x + ab = (x+a)(x+b)$ യുമായി താരതമ്യം ചെയ്യുക

നമുക്ക് കിട്ടുന്നത് $ab = 8, a + b = 6.$

$$\therefore x^2 + 6x + 8 = x^2 + (2+4)x + (2 \times 4)$$
$$= (x+2)(x+4)$$

$x^2 + 6x + 8$ ന്റെ ഘടകങ്ങൾ $(x+2)$, $(x+4)$

8 ന്റെ ഘടകങ്ങൾ	ഘടകങ്ങളുടെ സങ്കലനം
1, 8	9
2, 4	6

ശരിയായിട്ടുള്ള ഘടകം 2, 4

അഭ്യാസം 1.4

1. ശരിയായ ഉത്തരം തെരഞ്ഞെടുത്തെഴുതുക.

(i) $3a + 21ab$ യുടെ ഘടകങ്ങൾ ______

(A) a , $(3 + 21b)$ (B) 3, $(a + 7b)$ (C) $3a$, $(1 + 7b)$ (D) $3ab$, $(a + b)$

(ii) $x^2 - x - 12$ ന്റെ ഘടകങ്ങൾ ______

(A) $(x + 4), (x - 3)$ (B) $(x - 4), (x - 3)$ (C) $(x + 2), (x - 6)$ (D) $(x + 3), (x - 4)$

(iii) $6x^2 - x - 15$ ന്റെ ഘടകങ്ങൾ $(2x + 3)$ ഉം ______

(A) $(3x - 5)$ (B) $(3x + 5)$ (C) $(5x - 3)$ (D) $(2x - 3)$

(iv) $169l^2 - 441m^2$ ന്റെ ഘടകങ്ങൾ ______

(A) $(13l - 21m), (13l - 21m)$ (B) $(13l + 21m), (13l + 21m)$

(C) $(13l - 21m), (13l + 21m)$ (D) $13(l + 21m), 13(l - 21m)$

(v) $(x - 1)(2x - 3)$ ന്റെ ഗുണനഫലം ______

(A) $2x^2 - 5x - 3$ (B) $2x^2 - 5x + 3$ (C) $2x^2 + 5x - 3$ (D) $2x^2 + 5x + 3$

2. താഴെ തന്നിട്ടുള്ളവയെ ഘടകങ്ങളാക്കുക.

(i) $3x - 45$ (ii) $7x - 14y$ (iii) $5a^2 + 35a$ (iv) $-12y + 20y^3$

(v) $15a^2b + 35ab$ (vi) $pq - pqr$ (vii) $18m^3 - 45mn^2$ (viii) $17l^2 + 85m^2$

(ix) $6x^3y - 12x^2y + 15x^4$ (x) $2a^5b^3 - 14a^2b^2 + 4a^3b$

3. ഘടകങ്ങളാക്കുക.

(i) $2ab + 2b + 3a$ (ii) $6xy - 4y + 6 - 9x$ (iii) $2x + 3xy + 2y + 3y^2$

(iv) $15b - 3bx^2 - 5b + x^2$ (v) $a^2x^2 + axy + abx + by$

(vi) $a^2x + abx + ac + aby + b^2y + bc$ (vii) $ax^3 + bx^2 + ax + by$

(viii) $mx - my - nx + ny$ (ix) $2m^3 + 3m - 2m^2 - 3$ (x) $a^2 + 11b + 11ab + a$

4. ഘടകങ്ങളാക്കുക.

(i) $a^2 + 14a + 49$ (ii) $x^2 - 12x + 36$ (iii) $4p^2 - 25q^2$

(iv) $25x^2 - 20xy + 4y^2$ (v) $169m^2 - 625n^2$ (vi) $x^2 + \frac{2}{3}x + \frac{1}{9}$

(vii) $121a^2 + 154ab + 49b^2$ (viii) $3x^3 - 75x$

(ix) $36 - 49x^2$ (x) $1 - 6x + 9x^2$

5. ഘടകങ്ങളാക്കുക.

(i) $x^2 + 7x + 12$ (ii) $p^2 - 6p + 8$ (iii) $m^2 - 4m - 21$

(iv) $x^2 - 14x + 45$ (v) $x^2 - 24x + 108$ (vi) $a^2 + 13a + 12$

(vii) $x^2 - 5x + 6$ (viii) $x^2 - 14xy + 24y^2$

(ix) $m^2 - 21m - 72$ (x) $x^2 - 28x + 132$

1.6 ഗണിത വ്യംജകങ്ങളുടെ ഹരണം

1.6.1 ഏകപദത്തെ ഏകപദം കൊണ്ടുള്ള ഹരണം

$10 \div 2$ നെ $\frac{10}{2} = \frac{5 \times 2}{2} = 5$ എന്ന് എഴുതാം.

ഇതുപോലെ (i) $10x \div 2$ m എന്നതിനെ $\frac{10x}{2} = \frac{5 \times 2 \times x}{2} = 5x$ ഇങ്ങനെ എഴുതാം

(ii) $10x^2 \div 2x = \frac{10x^2}{2x} = \frac{5 \times 2 \times x^2}{2x} = \frac{5 \times 2 \times x \times x}{2 \times x} = 5x$

(iii) $10x^3 \div 2x = \frac{10x^3}{2x} = \frac{5 \times 2 \times x \times x \times x}{2 \times x} = 5x^2$

(iv) $10x^5 \div 2x^2 = \frac{10x^5}{2x^2} = \frac{5 \times 2 \times x \times x \times x \times x \times x}{2 \times x \times x} = 5x^3$

ഇതിനെ ഘാതാങ്ക നിയമം $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$ ഉപയോഗിച്ചും ചുരുക്കാം.

ഇങ്ങനെ (iv) നെ നമുക്ക് എഴുതാം

$$\frac{10x^5}{2x^2} = \frac{10}{2}x^{5-2} = 5x^3$$

(v) $5a^2b^2c^2 \div 15abc = \frac{5a^2b^2c^2}{15abc} = \frac{5 \times a \times a \times b \times b \times c \times c}{5 \times 3 \times a \times b \times c} = \frac{abc}{3} = \frac{1}{3}abc$

(അല്ലെങ്കിൽ) $5a^2b^2c^2 \div 15abc = \frac{5a^2b^2c^2}{15abc}$

$= \frac{5}{15}a^{2-1}b^{2-1}c^{2-1} = \frac{1}{3}abc$ [ഉപയോഗിച്ച് $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$]

1.6.2 ബഹുപദത്തെ ഏക പദം ദ്വിപദം എന്നിവ കൊണ്ടുള്ള ഹരണം

തന്നിട്ടുള്ള ഉദാഹരണം നോക്കുക.

ഉദാഹരണം **1.22**

ലഘൂകരിക്കുക (i) $(7x^2 - 5x) \div x$ (ii) $(x^6 - 3x^4 + 2x^2) \div 3x^2$ (iii) $(8x^3 - 5x^2 + 6x) \div 2x$

നിർദ്ധാരണം

(i) $(7x^2 - 5x) \div x = \frac{7x^2 - 5x}{x}$

$= \frac{7x^2}{x} - \frac{5x}{x}$

$= \frac{7 \times x \times x}{x} - \frac{5 \times x}{x}$

$= 7x - 5$

മറ്റൊരു രീതി

$\frac{7x^2 - 5x}{x} = 7x^{2-1} - 5x^{1-1}$

$= 7x^1 - 5x^0 = 7x - 5 (1)$

$[\because a^0 = 1]$

$= 7x - 5$

(ii) $(x^6 - 3x^4 + 2x^2) \div 3x^2$

$= \frac{x^6 - 3x^4 + 2x^2}{3x^2}$

$= \frac{x^6}{3x^2} - \frac{3x^4}{3x^2} + \frac{2x^2}{3x^2}$

$= \frac{1}{3}x^4 - x^2 + \frac{2}{3}$

മറ്റൊരു രീതി

x^2 പൊതുഘടകം

$\frac{x^6 - 3x^4 + 2x^2}{3x^2} = \frac{x^2(x^4 - 3x^2 + 2)}{3x^2}$

$= \frac{1}{3}(x^4 - 3x^2 + 2)$

$= \frac{x^4}{3} - x^2 + \frac{2}{3}$

(iii) $(8x^3 - 5x^2 + 6x) \div 2x$

$$= \frac{8x^3 - 5x^2 + 6x}{2x}$$

$$= \frac{8x^3}{2x} - \frac{5x^2}{2x} + \frac{6x}{2x}$$

$$= 4x^2 - \frac{5}{2}x + 3$$

മറ്റൊരു രീതി

$2x$ പൊതുഘടകം എടുക്കുക $8x^3 - 5x^2 + 6x$

$$8x^3 - 5x^2 + 6x = 2x(4x^2) - 2x\left(\frac{5}{2}x\right) + 2x(3)$$

$$= 2x\left(4x^2 - \frac{5}{2}x + 3\right)$$

$$\frac{8x^3 - 5x^2 + 6x}{2x} = \frac{2x(4x^2 - \frac{5}{2}x + 3)}{2x}$$

$$= 4x^2 - \frac{5}{2}x + 3$$

ഉദാഹരണം ***1.23***

ലഘൂകരിക്കുക : $(5x^2 + 10x) \div (x + 2)$.

നിർദ്ധാരണം

$$(5x^2 + 10x) \div (x + 2) = \frac{5x^2 + 10x}{x + 2}$$

അംശത്തെ ഘടകങ്ങളാക്കുക $(5x^2 + 10x)$.

$$5x^2 + 10x = (5 \times x \times x) + (5 \times 2 \times x)$$

$$= 5x(x + 2) \quad [5x \text{ ഘടകം}]$$

ഇവിടെ $(5x^2 + 10x) \div (x + 2) = \frac{5x^2 + 10x}{x + 2}$

$$= \frac{5x\cancel{(x + 2)}}{\cancel{(x + 2)}} = 5x. \quad [(x + 2) \text{ നെ നീക്കുക}]$$

അഭ്യാസം 1.5

1. ലഘൂകരിക്കുക

(i) $16x^4 \div 32x$ (ii) $-42y^3 \div 7y^2$ (iii) $30a^3b^3c^3 \div 45abc$

(iv) $(7m^2 - 6m) \div 2m$ (v) $25x^3y^2 \div 15x^2y$ (vi) $(-72l^4m^5n^8) \div (-8l^2m^2n^3)$

2. ഹരിക്കുക

(i) $5y^3 - 4y^2 + 3y \div y$ (ii) $(9x^5 - 15x^4 - 21x^2) \div (3x^2)$

(iii) $(5x^3 - 4x^2 + 3x) \div (2x)$ (iv) $4x^2y - 28xy + 4xy^2 \div (4xy)$

(v) $(8x^4yz - 4xy^3z + 3x^2yz^4) \div (2xyz)$

3. തന്നിട്ടുള്ള വ്യംജകങ്ങളെ ചുരുക്കുക.

(i) $(x^2 + 7x + 10) \div (x + 2)$ (ii) $(a^2 + 24a + 144) \div (a + 12)$

(iii) $(m^2 + 5m - 14) \div (m + 7)$ (iv) $(25m^2 - 4n^2) \div (5m + 2n)$

(v) $(4a^2 - 4ab - 15b^2) \div (2a - 5b)$ (vi) $(a^4 - b^4) \div (a - b)$

1.7 രേഖീയ സമീകരണങ്ങളുടെ നിർദ്ധാരണം

ഏഴാം ക്ലാസ്സിൽ ഗണിത വ്യംജകങ്ങളും ഒരു ചരമുളള രേഖീയ സമീകരണങ്ങളും പഠിച്ചിട്ടുണ്ട്. ഓർമ്മിക്കുക.

തന്നിട്ടുളള ഉദാഹരണം നോക്കുക.

(i) $2x = 8$ (ii) $3x^2 = 50$ (iii) $5x^2 - 2 = 102$ (iv) $2x - 3 = 5$

(v) $\frac{2}{5}x + \frac{3}{4}y = 4$ (vi) $3x^3 = 81$ (vii) $2(5x + 1) - (2x + 1) = 6x + 2$

ഇവ സമീകരണങ്ങളാണ്.

> രണ്ട് വ്യംജകങ്ങൾ തുല്യമാണെന്ന് (=) കാണിക്കുന്ന പ്രസ്താവനയെ **സമീകരണം** എന്നു പറയുന്നു. മറ്റൊരു തരത്തിൽ പറഞ്ഞാൽ, ഒന്നോ അതിലധികമോ ചരങ്ങളേയും സംഖ്യകളേയും ബന്ധപ്പെടുത്തുന്നതാണ് സമീകരണങ്ങൾ.

മുകളിൽ കൊടുത്തിട്ടുളള സമീകരണത്തിൽ (i), (iv), (v), (vii), എന്നിവയുടെ ചരങ്ങളുടെ ഘാതങ്ങൾ 1 അതുകൊണ്ട് ഇവ രേഖീയ സമീകരണം ആകുന്നു.

ഒരു സമീകരണത്തിൽ ഒന്നിൽ കൂടുതൽ ചരങ്ങളുടെ ഘാതങ്ങൾ 1 ആയാൽ അവയെ രേഖീയ സമീകരണം എന്നു പറയുന്നു.

മുകളിൽ തന്നിട്ടുളള സമീകരണത്തിൽ (ii), (iii) , (vi) എന്നിവ രേഖീയ സമീകരണം അല്ല. (ചരത്തിന്റെ കൃതി > 1)

സമീകരണങ്ങളെ ശ്രദ്ധിക്കുക.

$2x - 3 = 5$ എന്ന സമീകരണം നോക്കുക.

ചരം സമം

$2x - 3 = 5$

സമീകരണം

(i) ചരങ്ങളും സ്ഥിരങ്ങളും ബീജഗണിതത്തിൽ ഉൾപ്പെടുന്നു.

(ii) എല്ലാ സമീകരണത്തിനും സമം ചിഹ്നം ഉണ്ട്. സമചിഹ്നത്തിന്റെ ഇടത് വശത്തുളള വ്യംജകത്തെ (LHS). എന്നും വലത് വശത്തുളള വ്യംജകത്തെ (RHS) എന്നും കുറിക്കുന്നു.

$2x - 3$ = LHS

5 = RHS

(iii) ഒരു സമീകരണത്തിലെ LHS ഉം RHS സമം. ചിലചരങ്ങൾ നിശ്ചിത മൂല്യങ്ങൾക്കു മാത്രം ശരിയാകുന്നു. ഈ മൂല്യം ആ **സമീകരണത്തിന്റെ നിർദ്ധാരണം** എന്നു പറയുന്നു.

$x = 4$ സമീകരണത്തിന്റെ നിർദ്ധാരണം

$2x - 3 = 5$ അപ്പോൾ $x = 4$,

LHS $= 2(4) - 3$

$= 8 - 3 = 5 =$ RHS

$x = 5$ സമീകരണത്തിന്റെ നിർദ്ധാരണം അല്ല

If $x = 5$, LHS $= 2(5) - 3$

$= 10 - 3 = 7 \neq$ RHS.

സമീകരണം നിർദ്ധാരണം ചെയ്യുന്നതിനുള്ള നിയമങ്ങൾ

നമുക്ക് സമീകരണത്തിന്റെ നിർദ്ധാരണത്തിന് താഴെ തന്നിട്ടുള്ള നിയമങ്ങൾ ഉപയോഗിക്കാം.

1. ഒരു സമീകരണത്തിന്റെ രണ്ട് വശങ്ങളിലും ഏതെങ്കിലും ഒരു സംഖ്യയെ കൂട്ടുകയോ കുറയ്ക്കുകയോ ചെയ്താൽ അതിന്റെ മൂല്യം മാറുന്നില്ല.
2. ഒരു സമീകരണത്തിന്റെ രണ്ട് വശങ്ങളിലും ഏതെങ്കിലും സംഖ്യകൊണ്ട് ഗുണിക്കുകയോ, ഹരിക്കുകയോ ചെയ്താൽ അതിന്റെ മൂല്യം മാറുന്നില്ല.
3. ക്രമംമാറ്റ് രീതി : ഒരു സമീകരണം നിർദ്ധാരണം ചെയ്യാൻ, ചരങ്ങളുള്ള പദങ്ങളെ സമീകരണത്തിന്റെ ഒരു വശത്തേയ്ക്കും സ്ഥിരങ്ങളെ മറ്റേ വശത്തേയ്ക്കും മാറ്റുക. പദങ്ങളെ മാറ്റുമ്പോൾ ചിഹ്നങ്ങളും മാറും. ഇതിനെ ക്രമംമാറ്റ് രീതി എന്നു പറയുന്നു.

1.7.1 ഒരു ചരമുള്ള രേഖീയ സമീകരണം

ഒരു ചരമുള്ള രേഖീയ സമവാക്യം നിർദ്ധാരണം ചെയ്യാൻ 7-ാം ക്ലാസ്സിൽ പഠിച്ചിട്ടുണ്ട്. $ax + b = 0$ എന്ന സമവാക്യത്തിൽ $a \neq 0$.

ഉദാഹരണം ***1.24***

ഒരു ചരമുള്ള രേഖീയ സമീകരണത്തിൽ ഒരു നിർദ്ധാരണം മാത്രമേ ഉണ്ടായിരിക്കുകയുള്ളൂ.

നിർദ്ധാരണം ചെയ്യുക $5x - 13 = 42$.

നിർദ്ധാരണം

വഴി 1 : 13 ഇരുവശത്തും കൂട്ടുക $5x - 13 + 13 = 42 + 13$

$$5x = 55$$

വഴി 2 : ഇരുവശവും 5 കൊണ്ട് ഹരിക്കുക $\frac{5x}{5} = \frac{55}{5}$

$$x = 11$$

ശരിനോക്കൽ:

LHS $= 5 \times 11 - 13$
$= 55 - 13$
$= 42$
= RHS

ക്രമം മാറ്റ് രീതി:

$$5x - 13 = 42$$

$$5x = 42 + 13$$ [– 13 നെ RHS ലേക്ക് മാറ്റുക]

$$5x = 55$$

$$\frac{5x}{5} = \frac{55}{5}$$ [2 വശവും 5 കൊണ്ട് ഹരിക്കുക]

$$x = 11$$

ഉദാഹരണം ***1.25***

നിർദ്ധാരണം ചെയ്യുക $5y + 9 = 24$

നിർദ്ധാരണം

$$5y + 9 = 24$$

നമുക്ക് കിട്ടുന്നത് $5y + 9 - 9 = 24 - 9$ (സമീകരണത്തിന്റെ 2 വശത്തുനിന്നും 9 കുറയ്ക്കുക)

$$5y = 15$$

$$\frac{5y}{5} = \frac{15}{5}$$ [2 വശത്തും 5 കൊണ്ട് ഹരിക്കുക]

$$y = 3$$

സൂക്ഷ്മപരിശോധന

LHS = 5 (3) + 9 = 24 = RHS

മറ്റൊരു രീതി

$5y + 9 = 24$

$5y = 24 - 9$ [9 നെ വലതുവശത്ത് കൊണ്ടുവരിക]

$5y = 15$ ആണെങ്കിൽ $y = \frac{15}{5}$

അതിനാൽ $y = 3$

ഉദാഹരണം 1.26

നിർദ്ധാരണം ചെയ്യുക $2x + 5 = 23 - x$

നിർദ്ധാരണം

$2x + 5 = 23 - x$

$2x + 5 - 5 = 23 - x - 5$

[– 5 ഇരുവശത്തും കൂട്ടുക]

$2x = 18 - x$

$2x + x = 18 - x + x$

$3x = 18$

$\frac{3x}{3} = \frac{18}{3}$ [ഇരുവശത്തും 3 കൊണ്ട് ഹരിക്കുക]

$x = 6$

മറ്റൊരു രീതി

$2x + 5 = 23 - x$

$2x + x = 23 - 5$ [ക്രമമാറ്റ് രീതി]

$3x = 18$

$x = \frac{18}{3}$ [ഇരുവശവും3 കൊണ്ട് ഹരിക്കുക]

$x = 6$

സൂക്ഷ്മപരിശോധന: LHS = $2x + 5 = 2(6) + 5 = 17$,

RHS = $23 - x = 23 - 6 = 17$.

ഉദാഹരണം 1.27

നിർദ്ധാരണം ചെയ്യുക $\frac{9}{2}m + m = 22$

നിർദ്ധാരണം

$\frac{9}{2}m + m = 22$

$\frac{9m + 2m}{2} = 22$ [LHS ല.സാ.ഗു]

$\frac{11m}{2} = 22$

$m = \frac{22 \times 2}{11}$ [*വജ്രഗുണന രീതി*]

$m = 4$

സൂക്ഷ്മപരിശോധന

LHS = $\frac{9}{2}m + m = \frac{9}{2}(4) + 4$

= $18 + 4 = 22$ = RHS

ഉദാഹരണം 1.28

നിർദ്ധാരണം ചെയ്യുക $\frac{2}{x} - \frac{5}{3x} = \frac{1}{9}$

നിർദ്ധാരണം

$\frac{2}{x} - \frac{5}{3x} = \frac{1}{9}$

$\frac{6-5}{3x} = \frac{1}{9}$ [LHS ല.സാ.ഗു]

$\frac{1}{3x} = \frac{1}{9}$

$3x = 9;\ x = \frac{9}{3};\ x = 3.$

സൂക്ഷ്മപരിശോധന

LHS = $\frac{2}{x} - \frac{5}{3x}$

= $\frac{2}{3} - \frac{5}{3(3)} = \frac{2}{3} - \frac{5}{9}$

= $\frac{6-5}{9} = \frac{1}{9}$ = RHS

ഉദാഹരണം 1.29

അടുത്തടുത്ത രണ്ട് ധന ഒറ്റസംഖ്യകളുടെ തുക 32. എങ്കിൽ സംഖ്യകൾ ഏത്?

നിർദ്ധാരണം

സംഖ്യകൾ x ഉം $(x+2)$ ഉം എന്നിരിക്കട്ടെ.

സംഖ്യകളുടെ തുക = 32.

$$\therefore (x) + (x+2) = 32$$
$$2x + 2 = 32$$
$$2x = 32 - 2$$
$$2x = 30$$
$$x = \frac{30}{2} = 15$$

ഇവിടെ $x = 15$, രണ്ടാമത്തെ സംഖ്യ $x + 2 = 15 + 2 = 17$

$\therefore$ ആവശ്യമായ അടുത്തടുത്ത രണ്ട് ധനഒറ്റ സംഖ്യകൾ 15 ഉം 17 ഉം.

> **സൂക്ഷ്മപരിശോധന**
>
> $15 + 17 = 32$

ഉദാഹരണം 1.30

ഒരു സംഖ്യയുടെ മൂന്നിൽ ഒരു ഭാഗവും രണ്ടിൽ ഒരു ഭാഗവും അഞ്ചിൽ ഒരു ഭാഗവും 15 ആകുന്നു. എന്നാൽ സംഖ്യ ഏത് ?

നിർദ്ധാരണം

സംഖ്യ x എന്നിരിക്കട്ടെ

എങ്കിൽ $\frac{1}{3}$ ന്റെ $\frac{1}{2}$ ന്റെ $\frac{1}{5}$ ന്റെ x = 15.

$$\text{i.e. } \frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{5}\times x = 15$$
$$x = 15\times 3\times 2\times 5$$
$$x = 45 \times 10 = 450$$

ആവശ്യമായ സംഖ്യ 450.

> **സൂക്ഷ്മപരിശോധന**
>
> $$\text{LHS} = \frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{5}\times x$$
> $$= \frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{5}\times 450$$
> $$= 15 = \text{RHS}$$

ഉദാഹരണം 1.31

ഒരു പരിമേയ സംഖ്യയെ $\frac{5}{2}$ കൊണ്ട് ഗുണിക്കുകയും $\frac{2}{3}$ കൊണ്ട് കൂട്ടുകയും ചെയ്താൽ കിട്ടുന്ന ഫലം $\frac{-7}{12}$. എന്നാൽ ആ സംഖ്യ ഏത് ?

നിർദ്ധാരണം

ആ സംഖ്യ x എന്നിരിക്കട്ടെ

$\frac{5}{2}$ കൊണ്ട് ഗുണിച്ച് $\frac{2}{3}$ കൂട്ടിയാൽ കിട്ടുന്ന സംഖ്യ $\frac{-7}{12}$.

$$\text{i.e., } x\times\frac{5}{2}+\frac{2}{3} = \frac{-7}{12}$$
$$\frac{5x}{2} = \frac{-7}{12} - \frac{2}{3}$$
$$= \frac{-7-8}{12}$$
$$= \frac{-15}{12}$$

$$= \frac{-15}{12} \times \frac{2}{5}$$

$$= \frac{-1}{2}.$$

ആവശ്യമായ സംഖ്യ $\frac{-1}{2}$.

സൂക്ഷ്മപരിശോധന

$$\text{LHS} = \frac{-1}{2} \times \frac{5}{2} + \frac{2}{3} = \frac{-5}{4} + \frac{2}{3}$$

$$= \frac{-15+8}{12} = \frac{-7}{12} = \text{RHS}.$$

*ഉദാഹരണം **1.32***

അരുണിന്റെ ഇപ്പോഴത്തെ വയസ്സ് അച്ഛന്റെ വയസ്സിന്റെ പകുതി. 12 വർഷങ്ങൾക്കു മുമ്പ് അച്ഛന്റെ വയസ്സ് അരുണിന്റെ വയസ്സിന്റെ 3 മടങ്ങ്. എന്നാൽ ഇപ്പോൾ അവരുടെ വയസ്സ് എത്ര ?

നിർദ്ധാരണം

അരുണിന്റെ വയസ്സ് ഇപ്പോൾ x എന്നിരിക്കട്ടെ.

അച്ഛന്റെ വയസ്സ് = $2x$ വർഷം

12 വർഷങ്ങൾക്കുമുമ്പ് അരുണിന്റെ വയസ്സ് = $(x - 12)$ വർഷം,

12 വർഷങ്ങൾക്കുമുമ്പ് അച്ഛന്റെ വയസ്സ് = $(2x - 12)$ വർഷം

തന്നിട്ടുള്ളത്, $(2x - 12) = 3(x - 12)$

$$2x - 12 = 3x - 36$$

$$36 - 12 = 3x - 2x$$

$$x = 24$$

അരുണിന്റെ ഇപ്പോഴത്തെ വയസ്സ് = 24 വയസ്സ്

അച്ഛന്റെ ഇപ്പോഴത്തെ വയസ്സ് = 2 (24) = 48 വയസ്സ്

സൂക്ഷ്മപരിശോധന

അരുണിന്റെ വയസ്സ്	അച്ഛന്റെ വയസ്സ്
ഇപ്പോൾ : 24	48
12 വർഷങ്ങൾക്കു മുമ്പ് 24 – 12 = 12	48 – 12 = 36 36 = 3 (അരുണിന്റെ വയസ്സ്) = 3 (12) = 36

*ഉദാഹരണം **1.33***

ഒരാൾ തന്റെ കാർ ₹ 1,40,000 ന് വിറ്റപ്പോൾ 20% നഷ്ടം. എന്നാൽ കാറിന്റെ വാങ്ങിയ വില എന്ത് ?

നിർദ്ധാരണം

കാറിന്റെ വില x എന്നിരിക്കട്ടെ

നഷ്ടം $20\% = \frac{20}{100}$ ന്റെ $x = \frac{1}{5} \times x = \frac{x}{5}$

നമുക്ക് അറിയാം

വാങ്ങിയവില - നഷ്ടം = വിറ്റവില

$$x - \frac{x}{5} = 140000$$

$$\frac{5x - x}{5} = 140000$$

$$\frac{4x}{5} = 140000$$

$$x = 140000 \times \frac{5}{4}$$

$$x = 175000$$

കാറിന്റെ വില = ₹ 1,75,000.

സൂക്ഷ്മപരിശോധന

നഷ്ടം = 20% of 175000

$$= \frac{20}{100} \times 175000$$

= ₹ 35,000

വിറ്റവില = വാങ്ങിയവില - നഷ്ടം

= 175000 – 35000

= 140000

അഭ്യാസം 1.6

1. തന്നിട്ടുള്ള സമവാക്യങ്ങളെ നിർദ്ധാരണം ചെയ്യുക.

(i) $3x + 5 = 23$ (ii) $17 = 10 - y$ (iii) $2y - 7 = 1$

(iv) $6x = 72$ (v) $\frac{y}{11} = -7$ (vi) $3(3x - 7) = 5(2x - 3)$

(vii) $4(2x - 3) + 5(3x - 4) = 14$ (viii) $\frac{7}{x-5} = \frac{5}{x-7}$

(ix) $\frac{2x+5}{3x+7} = \frac{3}{5}$ (x) $\frac{m}{3} + \frac{m}{4} = \frac{1}{2}$

2. താഴെ തന്നിട്ടുള്ളവയ്ക്ക് സമവാക്യം കണ്ടു പിടിച്ച് നിർദ്ധാരണം ചെയ്യുക.

(i) ഒരു സംഖ്യയുടെ പകുതിയെ അതിന്റെ മൂന്നിൽ ഒന്നിനോട് കൂട്ടിയാൽ 15 കിട്ടും. എന്നാൽ ആ സംഖ്യ ഏത് ?

(ii) അടുത്തടുത്തുള്ള 3 സംഖ്യകളുടെ തുക 90. എങ്കിൽ ആ സംഖ്യകൾ ഏത്?

(iii) ഒരു ദീർഘചതുരത്തിന്റെ വീതി നീളത്തെക്കാൾ 8 സെ.മീ കുറവ്. അതിന്റെ ചുറ്റളവ് 60 സെ.മീ എന്നാൽ അതിന്റെ നിളവും, വീതിയും കാണുക.

(iv) 2 സംഖ്യകളുടെ തുക 60. വലിയ സംഖ്യ ചെറിയ സംഖ്യയേക്കാൾ 4 മടങ്ങ് അധികമാണ്. എന്നാൽ ആ സംഖ്യകൾ ഏവ?

(v) 2 സംഖ്യകളുടെ തുക 21. വ്യത്യാസം 3 എന്നാൽ സംഖ്യകൾ ഏവ? (കുറിപ്പ് : വലിയസംഖ്യ x ചെറിയ സംഖ്യ $x - 3$ എന്നിരിക്കട്ടെ)

(vi) 2 സംഖ്യകളുടെ അംശബന്ധം 5:3. അവയുടെ വ്യത്യാസം 18. എന്നാൽ സംഖ്യകൾ ഏവ?

(vii) 3800 ൽ നിന്നും 5% കുറച്ചാൽ എത്ര കിട്ടും?

(viii) ഒരു ഭിന്നസംഖ്യയുടെ ഛേദം, അംശത്തിനെക്കാളും 2 അധികം. അംശത്തിലും ഛേദത്തിലും 1 കൂട്ടിയാൽ ആ ഭിന്നം $\frac{2}{3}$ ആകുന്നു. ആ ഭിന്നം ഏത്?

(ix) മേരിയുടെ വയസ്സ് നന്ദിനിയുടെ വയസ്സിന്റെ 3 മടങ്ങ്. 10 വർഷങ്ങൾക്കുശേഷം അവരുടെ വയസ്സുകളുടെ തുക 80 എന്നാൽ അവരുടെ ഇപ്പോഴത്തെ വയസ്സ് എത്ര ?

(x) മുരളി തന്റെ ധനത്തിന്റെ പകുതി ഭാര്യയ്ക്കും ബാക്കിയുള്ളതിന്റെ മൂന്നിൽ രണ്ട് ഭാഗം മകനും ബാക്കി ₹ 50,000 മകൾക്കും കൊടുത്തു. എന്നാൽ ഭാര്യയുടെയും മകന്റെയും പങ്ക് എത്ര ?

ആശയ സംഗ്രഹം

- **ഏകപദം :** ഒരു ബീജഗണിത വ്യംജകത്തിൽ ഒരു പദം മാത്രം ഉണ്ടായിരുന്നാൽ അതിനെ ഏകപദം എന്നു പറയുന്നു.

- **ദ്വിപദം :** ഒരു ബീജഗണിത വ്യംജകത്തിൽ രണ്ട് പദങ്ങൾ ഉണ്ടായിരുന്നാൽ അതിനെ ദ്വിപദം എന്നു പറയുന്നു.

- **ത്രിപദം :** ഒരു ബീജഗണിത വ്യംജകത്തിൽ മൂന്ന് പദങ്ങളുണ്ടായിരുന്നാൽ അതിനെ ത്രിപദം എന്നു പറയുന്നു.

- **ബഹുപദങ്ങൾ :** ഒരു ബീജഗണിത വ്യംജകത്തിൽ മൂന്നിൽ കൂടുതൽ പദങ്ങളുണ്ടായിരുന്നാൽ അതിനെ ബഹുപദങ്ങൾ എന്നു പറയുന്നു.

- **ബഹുപദത്തിന്റെ കൃതി :** ഒരു പദത്തിന്റെ ഏറ്റവും കൂടിയ ഘാതത്തെ ബഹുപദത്തിന്റെ കൃതി എന്നു പറയുന്നു.

സദൃശ്യ പദങ്ങളുടെ ചരങ്ങളും ഘാതങ്ങളും തുല്യമായിരിക്കും.

- സദൃശ്യപദങ്ങളെ മാത്രമേ കൂട്ടാനോ കുറയ്ക്കാനോ സാധിക്കുകയുള്ളൂ.
- ഏകപദങ്ങളുടെ ഗുണന ഫലം ഏകപദം.
- ഏകപദത്തിന്റെയും ദ്വിപദത്തിന്റെയും ഗുണനഫലം ദ്വിപദമാകുന്നു.

സർവ്വസമവാക്യങ്ങൾ
$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
$a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$
$(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$

- **ഘടകങ്ങളാക്കൽ** : ഒരു ബഹുപദ വ്യംജകത്തെ അതിന്റെ ഘടകങ്ങളുടെ ഗുണനഫലമായി പ്രദർശിപ്പിക്കുന്ന പ്രക്രിയയെ ഘടകങ്ങളാക്കൽ എന്നു പറയുന്നു.

- **രേഖീയസമവാക്യം** : ഒന്നോ അതിലധികമോ ചരങ്ങൾ ഉൾകൊണ്ടതും എന്നാൽ കൃതി ഒന്നും ആയിട്ടുള്ള സമവാക്യങ്ങളെ രേഖീയ സമവാക്യം എന്നു പറയുന്നു.

$ax + b = 0$ എന്നത് ഒരു ചരമുള്ള രേഖീയ സമീകരണത്തിന്റെ പൊതു രൂപമാണ്. ഇതിൽ $a \neq 0, a, b$ എന്നിവ സ്ഥിരവും, x ചരവുമാകുന്നു.

രേഖീയ സമവാക്യത്തിൽ ഒരു ചരമുള്ളതുകൊണ്ട് ഒരു മൂല്യം.

ഗണിത സമാജപ്രവൃത്തികൾ

ബീജഗണിത തമാശ

പ്രിയപ്പെട്ട വിദ്യാർത്ഥികളെ,

നമുക്ക് ചില സൂത്രങ്ങൾ ഉപയോഗിച്ച് $2 = 3$ എന്ന് തെളിയിക്കാം. എവിടെയാണ് തെറ്റെന്ന് കണ്ടുപിടിക്കാൻ കഴിയുമോ?

നമുക്ക് ശരിയായ ഒരു സമീകരണം രൂപീകരിക്കാം.

$$4 - 10 = 9 - 15$$

ഇരുവശങ്ങളിലും $6\frac{1}{4}$ നെ കൂട്ടാം.

$$4 - 10 + 6\frac{1}{4} = 9 - 15 + 6\frac{1}{4}$$

$$2^2 - 2(2)(\frac{5}{2}) + (\frac{5}{2})^2 = 3^2 - 2(3)(\frac{5}{2}) + (\frac{5}{2})^2$$

$$(2 - \frac{5}{2})^2 = (3 - \frac{5}{2})^2$$

ഇരുവശങ്ങളിലും വർഗ്ഗമൂലം എടുത്താൽ നമുക്ക് കിട്ടുന്നത് $(2 - \frac{5}{2}) = (3 - \frac{5}{2})$

ഇരുവശങ്ങളിലും $\frac{5}{2}$ നെ കൂട്ടിയാൽ

$$2 - \frac{5}{2} + \frac{5}{2} = 3 - \frac{5}{2} + \frac{5}{2}$$

നമുക്ക് കിട്ടുന്നത് $2 = 3$

ഇതിൽ നിന്ന് നമ്മൾ $2 = 3$ എന്ന് തെളിയിച്ചു.

എവിടെയാണ് തെറ്റുപറ്റിയത് ?

വിശദമായി പരിശോധിച്ചപ്പോൾ തെറ്റ് പറ്റിയത് $\left(2 - \frac{5}{2}\right)^2 = \left(3 - \frac{5}{2}\right)^2$ ഇവിടെയാണ് എന്ന് എത്തിച്ചേർന്നു. $2 - \frac{5}{2} = 3 - \frac{5}{2}$ ഇതിൽ

വർഗ്ഗസംഖ്യകൾ തുല്യം. എന്നാൽ ഘാതം ഒറ്റസംഖ്യയായാൽ ഈ നിയമത്തിന് യോജിച്ചതല്ല.

ഉദാഹരണമായി, $(-5)^2 = 5^2$ $[\because (-5)(-5) = (5)(5) = 25]$

പക്ഷെ -5 എന്നത് 5 ന് സമമല്ല.

മുകളിലുള്ള ഉദാഹരണങ്ങളിൽ നിന്ന് നാം എത്തിച്ചേർന്നത് $\left(\frac{-1}{2}\right)^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2$

പക്ഷെ $\frac{-1}{2}$ എന്നത് $\frac{1}{2}$ ന് സമമല്ല.

ഇപ്പോൾ മനസ്സിലായി കാണുമല്ലോ?

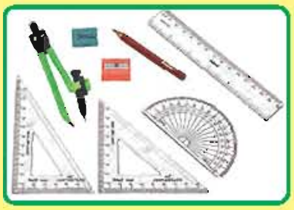
പ്രായോഗിക ജ്യാമിതി

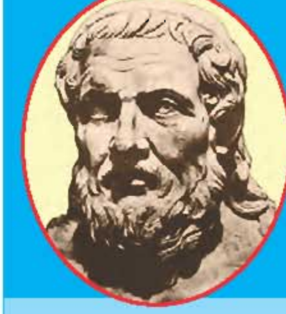
2

2.1 ആമുഖം

2.2 സമചതുർഭുജം

2.3 ദീർഘ ചതുരവും സമചതുരവും





അപ്പൊളോണിയസ്
[262-200 B.C]

പ്രശസ്ത ഗണിത ശാസ്ത്രജ്ഞനും, ജ്യോതി ശാസ്ത്രജ്ഞനുമായ അപ്പൊളോണിയസ് തെക്കേ ഏഷ്യൻ മൈനറിലുള്ള പേർഗ എന്ന സ്ഥലത്താണ് ജനിച്ചത്. അദ്ദേഹം അലക്സാൺഡ്രിയയിൽ പോവുകയും യൂക്ലീഡിന്റെ പിൻഗാമികളുടെ കീഴിൽ പഠിക്കുകയും ചെയ്തു. അദ്ദേഹം വിവിധ ഗണിത ശാസ്ത്ര വിഷയങ്ങളിൽ രചനകൾ നടത്തിയിട്ടുണ്ട്. വൃത്ത സ്തൂപികയുടെ വിവിധ തരത്തിലുള്ള ഛേദകങ്ങളായ ഹൈപർബോള എലിപ്സ് എന്നിവയെ അദ്ദേഹം കണ്ടുപിടിച്ചു.

2.1 ആമുഖം

നമ്മുടെ ദൈനംദിന ജീവിതത്തിൽ ജ്യാമിതീയ രൂപങ്ങളായ സമചതുരം, ദീർഘചതുരം, സമചതുർഭുജം എന്നിവ സാധാരണയായി ഉപയോഗിക്കാറുണ്ട്. നമ്മുടെ പൗരാണിക ശാസ്ത്രജ്ഞർ ഈ രൂപങ്ങളുടെ സഹായത്താൽ വിസ്തീർണ്ണം കണക്കാക്കിയാരുന്നു. നമുക്ക് കൂടുതൽ ഉപയോഗപ്രദവും, ആകർഷണീയവുമായ പുതിയ രൂപങ്ങൾ ഇവയുടെ സഹായത്താൽ ഉണ്ടാക്കാവുന്നതാണ്. നമ്മുടെ പല യന്ത്രങ്ങൾ, സാധനങ്ങൾ, രൂപങ്ങൾ എന്നിവ ഇവയിലേതെങ്കിലും മാതൃകയിലായിരിക്കും. സമചതുരം, ദീർഘചതുരം, സമചതുർഭുജം എന്നീ രൂപങ്ങളുടെ പഠനം വാസ്തുവിദ്യ ഉപകരണങ്ങളുടെ രൂപ കല്പന, സിവിൽ എഞ്ചിനീയറിങ്, തുണി വ്യവസായം, തുകൽ സംസ്കരണം എന്നീ മേഖലകളിൽ നൈപുണ്യം പ്രകടിപ്പിക്കുന്നതിന് അടിസ്ഥാന പരമായ അറിവ് നൽകുന്നു.

ആദ്യ പകുതിയിൽ നാം ചതുർഭൂജം, ലംബകം, സാമാന്തരികം എന്നിവ വരയ്ക്കാൻ പഠിച്ചു കഴിഞ്ഞു. ഈ പകുതിയിൽ നമുക്ക് സമചതുർഭുജം, ദീർഘചതുരം, സമചതുരം എന്നിവ വരയ്ക്കുന്നതിന് പഠിക്കാം.

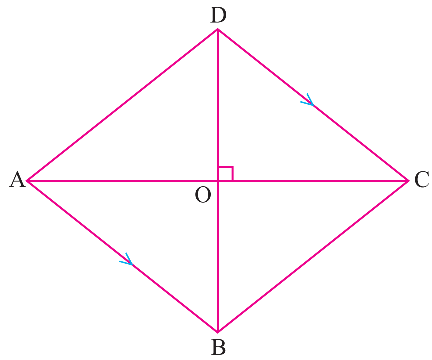
ഗണിതം

2.2 സമചതുർഭുജം

2.2.1.മുഖവുര

സമീപവശങ്ങൾ തുല്യമായിട്ടുള്ള ചതുർഭുജത്തെ സമചതുർഭുജം എന്നുപറയുന്നു.

സമചതുർഭുജം ABCD ൽ ചിത്രം 2.1 നോക്കുക



ചിത്രം. *2.1*

(i) എല്ലാ വശങ്ങളും തുല്യ അളവുകൾ

i.e., AB = BC = CD = DA

(ii) എതിർകോണുകളുടെ അളവിൽ തുല്യം.

i.e., $\angle A = \angle C$ കൂടാതെ $\angle B = \angle D$

(iii) വികർണ്ണങ്ങൾ പരസ്പരം സമകോണുകളിൽ ഛേദിക്കുന്നു.

i.e., AO = OC ; BO = OD,

'O', എന്ന ബിന്ദുവിൽ $\overline{AC}$ കൂടാതെ $\overline{BD}$ എന്നിവ പരസ്പരം ലംബമാകുന്നു.

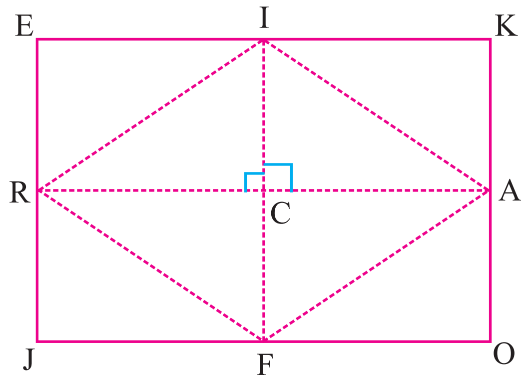
(iv) ഏതു രണ്ടു സമീപകോണുകളുടേയും തുക 180^0 ആകുന്നു.

(v) ഓരോവികർണ്ണവും സമചതുർഭുജത്തെ രണ്ടു സമഭുജത്രികോണങ്ങളായി വിഭജിക്കുന്നു.

(vi) വികർണ്ണങ്ങൾ സമനീളമുള്ളവയല്ല.

2.2.2 സമചതുർഭുജത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം

താഴെ കാണിച്ചിട്ടുള്ള രീതിയിൽ ദീർഘ ചതുരാകൃതിയിലുള്ള JOKE എന്ന പേപ്പർ ഷീറ്റ് പരിഗണിക്കുക.



ചിത്രം. *2.2*

വശങ്ങളുടെ മദ്ധ്യബിന്ദുക്കൾ അടയാളപ്പെടുത്തുക (പേപ്പർ മടക്കുന്ന വിദ്യ ഉപയോഗിച്ച് മദ്ധ്യ ബിന്ദു കണ്ടുപിടിക്കാം) $\overline{JO}$ യുടെ മദ്ധ്യബിന്ദു F ആകുന്നു, $\overline{OK}$ യുടെ മദ്ധ്യബിന്ദു A ആകുന്നു. $\overline{KE}$ യുടെ മദ്ധ്യബിന്ദു I ആകുന്നു. $\overline{EJ}$ യുടെ മദ്ധ്യബിന്ദു R ആകുന്നു. $\overline{RA}$ കൂടാതെ $\overline{IF}$ എന്നിവ യോജിപ്പിക്കുക. അവ C യിൽ ഛേദിക്കുന്നു FAIR ഒരു സമചതുർഭുജം ആകുന്നു.

എട്ട് സർവ്വസമ സമകോണത്രികോണങ്ങൾ നമുക്ക് കിട്ടി. ആവശ്യമായ സമചതുർഭുജം FAIR ന്റെ വിസ്തീർണ്ണം. നാല് സമകോണ ത്രികോണങ്ങളുടെ വിസ്തീർണ്ണത്തിന് തുല്യമാണ്.

നമ്മൾ മറ്റൊരു രീതിയിൽ പറയുകയാണെങ്കിൽ സമചതുർഭുജം FAIR ന്റെ വിസ്തീർണ്ണം ദീർഘ ചതുരം JOKE യുടെ വിസ്തീർണ്ണത്തിന്റെ പകുതി ആയിരിക്കും.

ദീർഘചതുരത്തിന്റെ നീളം $\overline{JO}$ എന്നത് സമചതുർഭുജത്തിന്റെ വികർണ്ണങ്ങളിലൊന്നാകുന്നു $(\overline{RA})$. എന്നത് നമുക്ക് വ്യക്തമാകുന്നു. സമചതുർഭുജത്തിന്റെ മറ്റൊരു വികർണ്ണം $(\overline{IF})$ ആകുന്നു.

സമചതുർഭുജം FAIR ന്റെ വിസ്തീർണ്ണം $= \frac{1}{2} d_1 \times d_2$

സമചതുർഭുജത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം $A = \frac{1}{2} \times d_1 \times d_2$ ചതുരശ്രമാത്രകൾ

ഇവിടെ d_1 കൂടാതെ d_2 എന്നിവ സമചതുർഭുജത്തിന്റെ വികർണ്ണങ്ങളാകുന്നു.

2.2.3 സമചതുർഭുജത്തിന്റെ നിർമ്മിതി

അനുയോജ്യമായ ത്രികോണങ്ങളായ് വിഭജിച്ച് സമചതുർഭുജത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം കണ്ടുപിടിക്കാം. തന്നിട്ടുള്ള വിവരങ്ങളിൽ നിന്ന് ഒരു ത്രികോണം പൂർത്തിയാക്കുക. അതിനുശേഷം നാലാമത്തെ ശീർഷം കണ്ടുപിടിക്കുക. നമുക്ക് ഒരു സമചതുർഭുജം നിർമ്മിക്കുന്നതിന് രണ്ട് സ്വതന്ത്രഅളവുകൾ ആവശ്യമാണ്.

താഴെയുള്ള അളവുകൾ തന്നിരുന്നാൽ സമചതുർഭുജം നിർമ്മിക്കാം.

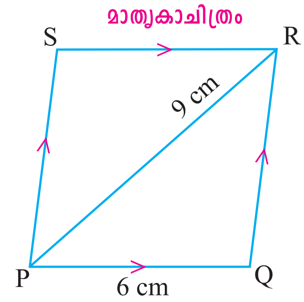
(i) ഒരു വശവും ഒരു വികർണ്ണവും	**(iii)** രണ്ടു വികർണ്ണങ്ങൾ
(ii) ഒരുവശവും ഒരു കോണും	**(iv)** ഒരു വികർണ്ണവും ഒരു കോണും

2.2.4 ഒരു വശവും ഒരു വികർണ്ണവും തന്നിരുന്നാൽ സമചതുർഭുജം നിർമ്മിക്കുന്നവിധം

ഉദാഹരണം 2.1

PQ = 6 സെ.മീ. കൂടാതെ PR = 9 സെ.മീ. എന്നീ അളവുകളിൽ സമചതുർഭുജം PQRS നിർമ്മിക്കുക. അതിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം കണ്ടുപിടിക്കുക.

മാതൃകാചിത്രം

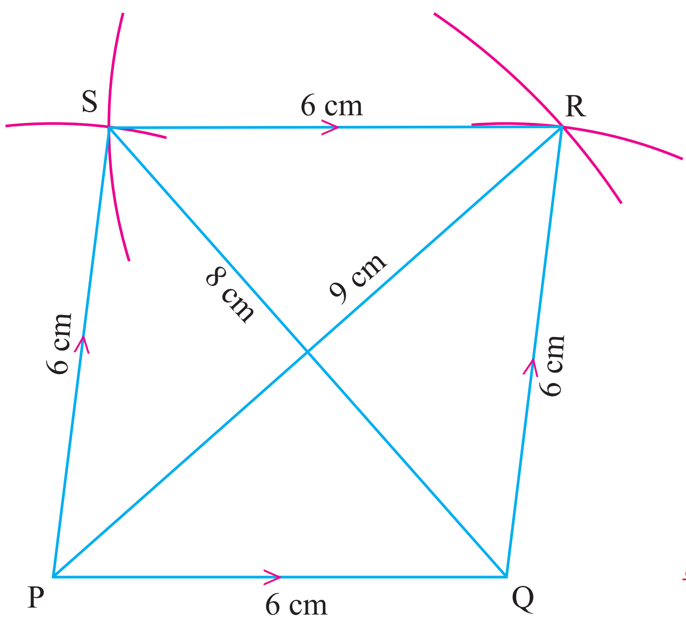


ചിത്രം.2.3

നിർദ്ധാരണം

തന്നിട്ടുള്ളവ : PQ = 6 സെ.മീ. കൂടാതെ PR = 9 സെ.മീ.

സമചതുർഭുജത്തിന്റെ നിർമ്മിതി



ചിത്രം.2.4

നിർമ്മിതിയുടെ വഴികൾ

വഴി 1 : ഒരു മാതൃകാചിത്രം വരച്ച് തന്നിട്ടുള്ള അളവുകൾ അടയാളപ്പെടുത്തുക.

വഴി 2 : PQ = 6 സെ.മീ. രേഖാഖണ്ഡം വരയ്ക്കുക.

വഴി 3 : P കൂടാതെ Q എന്നിവ കേന്ദ്രങ്ങളാക്കി യഥാക്രമം 9 സെ.മീ. കൂടാതെ 6 സെ.മീ. എന്നീ അളവുകളിൽ രണ്ടു ചാപങ്ങൾ വരയ്ക്കുക. അവ R ൽ ഛേദിക്കുന്നു.

വഴി 4 : $\overline{PR}$ കൂടാതെ $\overline{QR}$. എന്നിവ യോജിപ്പിക്കുക.

വഴി 5 : P കൂടാതെ R എന്നിവ കേന്ദ്രങ്ങളാക്കി 6 സെ.മീ. വീതം വ്യാസാർദ്ധങ്ങളിൽ രണ്ടു ചാപങ്ങൾ വരയ്ക്കുക അവ S ൽ ഛേദിക്കുന്നു.

വഴി 6 : $\overline{PS}$ കൂടാതെ $\overline{RS}$ എന്നിവ യോജിപ്പിക്കുക

PQRS ആവശ്യമായ സമചതുർഭുജം.

വഴി 7 : QS ന്റെ നീളം അളക്കുക.

$QS = d_2 = 8$ സെ.മീ. $PR = d_1 = 9$ സെ.മീ.

വിസ്തീർണ്ണം കണക്കാക്കൽ :

സമചതുർഭുജം PQRS, ൽ $d_1 = 9$ സെ.മീ. കൂടാതെ $d_2 = 8$ സെ.മീ.

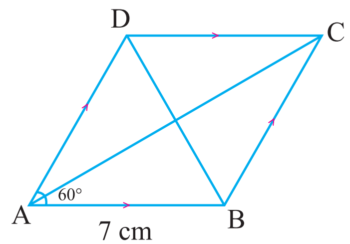
സമചതുർഭുജം PQRS ന്റെവിസ്തീർണ്ണം $= \frac{1}{2} \times d_1 \times d_2 = \frac{1}{2} \times 9 \times 8 = 36$ സെ.മീ^{2}.

2.2.5 ഒരു വശവും ഒരു കോണും തന്നിരുന്നാൽ സമചതുർഭുജം നിർമ്മിക്കുന്നവിധം

ഉദാഹരണം 2.2

AB = 7 സെ.മീ. കൂടാതെ $\angle A = 60°$ എന്നീ അളവുകളിൽ സമചതുർഭുജം ABCD നിർമ്മിക്കുക. അതിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം കണ്ടുപിടിക്കുക.

മാതൃകാചിത്രം

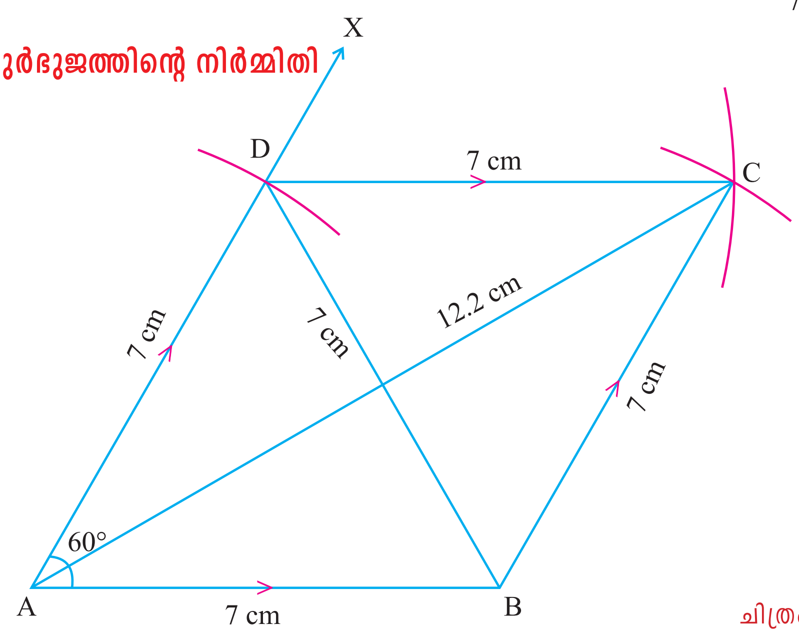


ചിത്രം. 2.5

നിർദ്ധാരണം

തന്നിട്ടുള്ളവ : AB = 7 സെ.മീ. കൂടാതെ $\angle A = 60°$.

സമചതുർഭുജത്തിന്റെ നിർമ്മിതി



ചിത്രം. 2.6

നിർമ്മിതിയുടെ വഴികൾ

വഴി 1 : ഒരു മാതൃകാ ചിത്രം വരച്ച് തന്നിട്ടുള്ള അളവുകൾ അടയാളപ്പെടുത്തുക.

വഴി 2 : രേഖാഖണ്ഡം $AB = 7$ സെ.മീ. വരയ്ക്കുക

വഴി 3 : $\overline{AB}$ യിന്മേൽ A യിൽ നിന്ന് $60°$ കോണിൽ $\angle BAX$ നിർമ്മിക്കുക

വഴി 4 : A കേന്ദ്രമാക്കി 7 സെ.മീ. വ്യാസാർദ്ധത്തിൽ ഒരു ചാപം വരയ്ക്കുക അത് $\overrightarrow{AX}$ നെ D ൽ ഛേദിക്കുന്നു.

വഴി 5 : B കൂടാതെ D എന്നിവ കേന്ദ്രങ്ങളാക്കി 7 സെ.മീ. വീതം വ്യാസാർദ്ധങ്ങളിൽ രണ്ടു ചാപങ്ങൾ വരയ്ക്കുക . അവ C യിൽ ഛേദിക്കുന്നു.

വഴി 6 : $\overline{BC}$ കൂടാതെ $\overline{DC}$ എന്നിവ യോജിപ്പിക്കുക
ABCD ആവശ്യമായ സമചതുർഭുജം

വഴി 7 : AC കൂടാതെ BD യുടെ നീളം അളക്കുക. $AC = d_1 = 12.2$ സെ.മീ.കൂടാതെ $BD = d_2 = 7$ സെ.മീ.

വിസ്തീർണ്ണം കണക്കാക്കൽ :

സമചതുർഭുജം ABCD, ൽ $d_1 = 12.2$ സെ.മീ. കൂടാതെ $d_2 = 7$ സെ.മീ.

സമചതുർഭുജം ABCD യുടെ വിസ്തീർണ്ണം $= \frac{1}{2} \times d_1 \times d_2$

$= \frac{1}{2} \times 12.2 \times 7$

$= 42.7$ സെ.മീ.^{2}.

2.2.6 രണ്ടു വികർണ്ണങ്ങൾ തന്നിട്ടുണ്ടെങ്കിൽ സമചതുർഭുജം നിർമ്മിക്കുന്നവിധം

ഉദാഹരണം *2.3*

$PR = 8$ സെ.മീ. കൂടാതെ $QS = 6$ സെ.മീ. എന്നീ അളവുകളിൽ സമചതുർഭുജം PQRS നിർമ്മിച്ച് വിസ്തീർണ്ണം കണ്ടുപിടിക്കുക.

നിർദ്ധാരണം

തന്നിട്ടുള്ളവ : $PR = 8$ സെ.മീ. കൂടാതെ $QS = 6$ സെ.മീ.

സമചതുർഭുജത്തിന്റെ നിർമ്മിതി

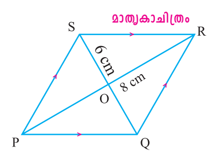
നിർമ്മിതിയുടെ വഴികൾ

വഴി 1 : ഒരു മാതൃകാചിത്രം വരച്ച് തന്നിട്ടുള്ള അളവുകൾ അടയാളപ്പെടുത്തുക

വഴി 2 : $PR =$ 8 സെ.മീ. രേഖാഖണ്ഡം വരയ്ക്കുക

വഴി 3 : $\overline{PR}$ ന് ലംബദ്വിഭാജകം $\overleftrightarrow{XY}$ വരയ്ക്കുക. അത് $\overline{PR}$ നെ “O” യിൽ ഛേദിക്കുന്നു.

വഴി 4 : ചിത്രം 2.10 ൽ കാണിച്ചിട്ടുള്ളതുപോലെ O യുടെ ഇരുവശങ്ങളിലുമായി $\overleftrightarrow{XY}$ യെ Q, S എന്നീ ബിന്ദുക്കളിൽ ഛേദിക്കുമാറ് O കേന്ദ്രമാക്കി 3 സെ.മീ. (QS ന്റെ പകുതി)വ്യാസാർദ്ധത്തിൽ ചാപങ്ങൾ വരയ്ക്കുക.

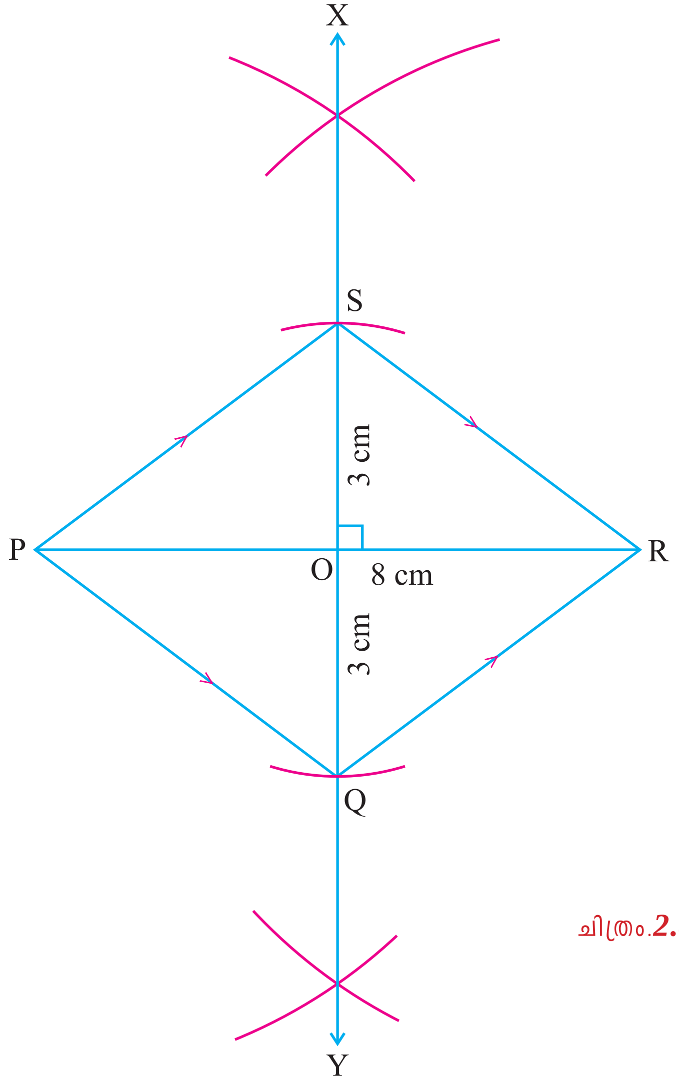


ചിത്രം *2.7*

വഴി 5 : $\overline{PQ}, \overline{QR}, \overline{RS}$ കൂടാതെ $\overline{SP}$ എന്നിവ യോജിപ്പിക്കുക
PQRS ആവശ്യമായ സമചതുർഭുജം

വഴി 6 : നമുക്കറിയാം, $PR = d_1 = 8$ സെ.മീ., $QS = d_2 = 6$ സെ.മീ.

ഒരു സമചതുർഭുജത്തിന്റെ നിർമ്മിതി



ചിത്രം.*2.8*

വിസ്തീർണ്ണം കണക്കാക്കൽ :

സമചതുർഭുജം PQRS, ൽ $d_1 = 8$ സെ.മീ. കൂടാതെ $d_2 = 6$ സെ.മീ.

സമചതുർഭുജം PQRS ന്റെ വിസ്തീർണ്ണം $= \frac{1}{2} \times d_1 \times d_2$

$= \frac{1}{2} \times 8 \times 6$

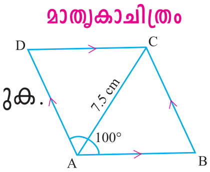
$= 24$ സെ.മീ.^{2}

2.2.7 ഒരു വികർണ്ണവും ഒരു കോണും തന്നിരുന്നാൽ സമചതുർഭുജം നിർമ്മിക്കുന്നവിധം

ഉദാഹരണം 2.4

AC = 7.5 സെ.മീ. കൂടാതെ ∠A = 100°. എന്നീ അളവുകളിൽ ABCD സമചതുർഭുജം നി ർമ്മിച്ച് അതിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം കണ്ടുപിടിക്കുക.

മാതൃകാചിത്രം

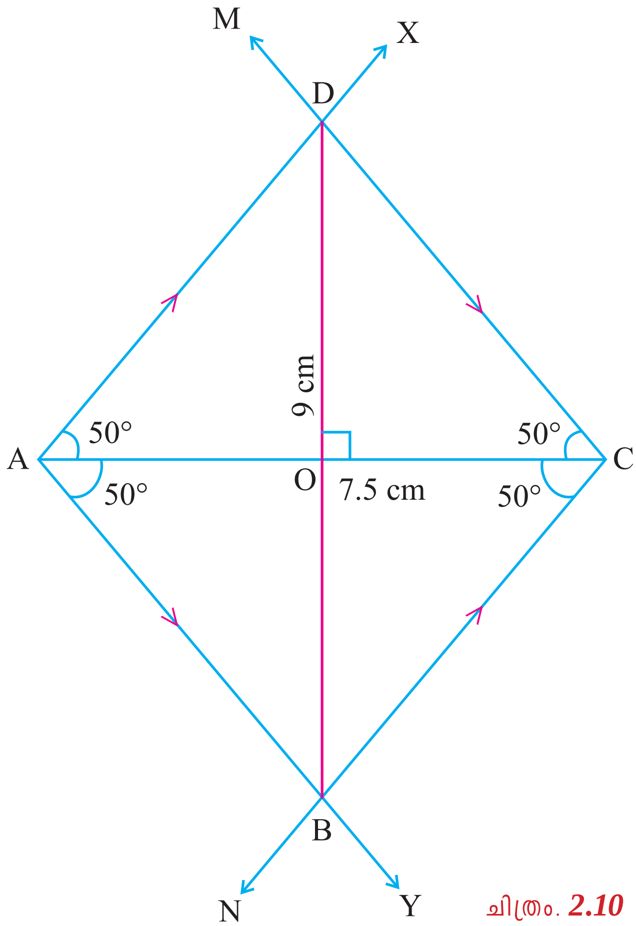


ചിത്രം.*2.9*

നിർദ്ധാരണം

തന്നിട്ടുള്ളവ : AC = 7.5 സെ.മീ. കൂടാതെ ∠A = 100°.

സമചതുർഭുജത്തിന്റെ നിർമ്മിതി



ചിത്രം. ***2.10***

നിർമ്മിതിയുടെ വഴികൾ

വഴി 1 : ഒരു മാതൃകാചിത്രം വരച്ച് തന്നിട്ടുള്ള അളവുകൾ അടയാളപ്പെടുത്തുക.

വഴി 2 : AC = 7.5 സെ.മീ. രേഖാഖണ്ഡം വരയ്ക്കുക.

വഴി 3 : $\overline{AC}$ യുമായി 50° ഉണ്ടാകുന്ന വിധത്തിൽ $\overline{AC}$ യുടെ ഇരുവശങ്ങളിലുമായി A യിൽ നി ന്ന് $\overrightarrow{AX}$ കൂടാതെ $\overrightarrow{AY}$ എന്നിവ വരയ്ക്കുക.

വഴി 4 : $\overline{CA}$ യുമായി 50° വരത്തക്കവിധത്തിൽ $\overline{CA}$ യുടെ ഇരുവശങ്ങളിലുമായി C യിൽ നിന്ന് $\overrightarrow{CM}$ കൂടാതെ $\overrightarrow{CN}$ എന്നിവ വരയ്ക്കുക.

വഴി 5 : $\overrightarrow{AX}$ കൂടാതെ $\overrightarrow{CM}$ എന്നിവ D യിലും AY കൂടാതെ CN ഇവ B യിലും ഛേദിക്കുന്നു.

ABCD ആവശ്യമായ സമചതുർഭുജം.

വഴി 6 : BD യുടെ നീളം അളക്കുക. BD = d_2 = 9 സെ.മീ. AC = d_1 = 7.5 സെ.മീ.

വിസ്തീർണ്ണം കണക്കാക്കൽ :

സമചതുർഭുജം ABCD ൽ d_1 = 7.5 സെ.മീ. കൂടാതെ d_2 = 9 സെ.മീ.

സമചതുർഭുജം ABCD ന്റെ വിസ്തീർണ്ണം $= \frac{1}{2} \times d_1 \times d_2$

$= \frac{1}{2} \times 7.5 \times 9 = 7.5 \times 4.5 = 33.75$ സെ.മീ.^{2}.

അഭ്യാസം 2.1

താഴെ തന്നിട്ടുള്ള അളവുകളോടുകൂടിയ സമചതുർഭുജം BEST വരച്ച് വിസ്തീർണ്ണം കാണുക.

1. BE = 5 സെ.മീ. കൂടാതെ BS = 8 സെ.മീ.
2. BE = 6 സെ.മീ. കൂടാതെ ET = 8.2 സെ.മീ.
3. BE = 6 സെ.മീ. കൂടാതെ $\angle$ B = 45°.
4. BE = 7.5 സെ.മീ. കൂടാതെ $\angle$ E = 65°.
5. BS = 10 സെ.മീ. കൂടാതെ ET = 8 സെ.മീ.
6. BS = 6.8 സെ.മീ. കൂടാതെ ET = 8.4 സെ.മീ.
7. BS = 10 സെ.മീ. കൂടാതെ $\angle$ B = 60°.
8. ET = 9 സെ.മീ. കൂടാതെ $\angle$ E = 70°.

2.3 ദീർഘ ചതുരങ്ങളും സമചതുരങ്ങളും

2.3.1 ദീർഘചതുരം

ഒരോ കോണും സമകോൺ (90^0) ആയിട്ടുള്ള ഒരു സാമാന്തരികത്തെ ഒരു ദീർഘചതുരം എന്നു പറയുന്നു.

അതിന്റെ ഗുണങ്ങൾ

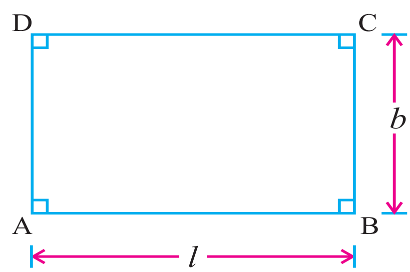
(i) എതിർവശങ്ങൾ തുല്യം

(ii) എല്ലാ കോണുകളും തുല്യം

(iii) ഓരോ കോണും സമകോൺ

(iv) വികർണ്ണങ്ങൾ തുല്യനീളം ഉള്ളവയാകുന്നു

(v) വികർണ്ണങ്ങൾ പരസ്പരം ഛേദിയ്ക്കുന്നു



ചിത്രം.2.11

ദീർഘചതുരത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം:

ദീർഘചതുരം ABCD യുടെ വിസ്തീർണ്ണം = നീളം × വീതി

A = l × b ചതുരശ്രമാത്രകൾ

2.3.2 ദീർഘചതുരങ്ങളുടെ നിർമ്മിതി

താഴെ തന്നിട്ടുള്ള അളവുകൾ തന്നിട്ടുണ്ടെങ്കിൽ നമുക്ക് ഒരു ദീർഘചതുരം നിർമ്മിക്കാം

(i) നീളവും വീതിയും

(ii) ഒരു വശവും ഒരു വികർണ്ണവും

2.3.3. നീളവും വീതിയും തന്നിട്ടുണ്ടെങ്കിൽ ദീർഘചതുരം നിർമ്മിക്കുന്നവിധം

ഉദാഹരണം 2.5

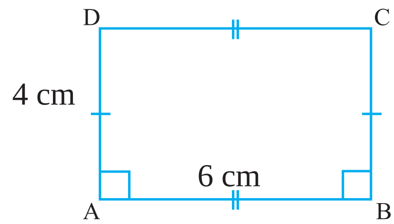
സമീപവശങ്ങൾ 6 സെ.മീ. കൂടാതെ 4 സെ.മീ. എന്നീ അളവുകളുള്ള ദീർഘ ചതുരം നിർമ്മിച്ച് വിസ്തീർണ്ണം കാണുക.

നിർദ്ധാരണം

തന്നിട്ടുള്ളവ :

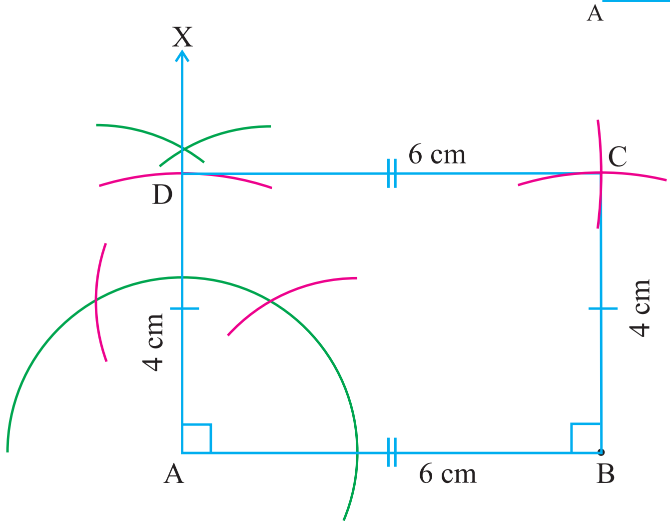
സമീപ വശങ്ങൾ 6 സെ.മീ. കൂടാതെ 4 സെ.മീ.

മാതൃകാചിത്രം



ചിത്രം.*2.12*

ദീർഘ ചതുരത്തിന്റെ നിർമ്മിതി



ചിത്രം.*2.13*

നിർമ്മിതിയുടെ വഴികൾ

വഴി 1 : ഒരു മാതൃകാ ചിത്രം വരച്ച് തന്നിട്ടുള്ള അളവുകൾ അടയാളപ്പെടുത്തുക.

വഴി 2 : AB = 6 സെ.മീ. രേഖാഖണ്ഡം വരയ്ക്കുക.

വഴി 3 : A യിൽക്കൂടി കോമ്പസ്സിന്റെ സഹായത്തോടുകൂടി $\overrightarrow{AX} \perp \overline{AB}$ വരയ്ക്കുക.

വഴി 4 : A കേന്ദ്രമാക്കി $\overrightarrow{AX}$ -നെ D യിൽ ഛേദിക്കുമാറ് 4 സെ.മീ. വ്യാസാർദ്ധത്തിൽ ഒരു ചാപം വരയ്ക്കുക .

വഴി 5 : D കേന്ദ്രമാക്കി $\overline{AB}$ യ്ക്ക് മുകളിൽ 6 സെ.മീ. വ്യാസാർദ്ധത്തിൽ ഒരു ചാപം വരയ്ക്കുക.

വഴി 6 : B കേന്ദ്രമാക്കി 4 സെ.മീ. വ്യാസാർദ്ധത്തിൽ ആദ്യചാപത്തെ C യിൽ ഛേദിക്കുമാറ് വേറൊരു ചാപം വരയ്ക്കുക. $\overline{BC}$ കൂടാതെ $\overline{CD}$ എന്നിവ യോജിപ്പിക്കുക. ABCD ആവശ്യമായ ദീർഘചതുരം.

വഴി 7 : AB = l = 6 സെ.മീ. കൂടാതെ BC = b = 4 സെ.മീ.

വിസ്തീർണ്ണം കണക്കാക്കൽ :

ദീർഘചതുരം ABCD, യിൽ l = 6 സെ.മീ. കൂടാതെ b = 4 സെ.മീ.

ദീർഘചതുരം ABCD യുടെ വിസ്തീർണ്ണം $= l \times b$

$= 6 \times 4 = 24$ സെ.മീ^{2}.

2.3.4 ഒരു വികർണ്ണവും ഒരു വശവും തന്നിട്ടുണ്ടെങ്കിൽ ദീർഘചതുരം നിർമ്മിക്കുന്നവിധം

ഉദാഹരണം 2.6

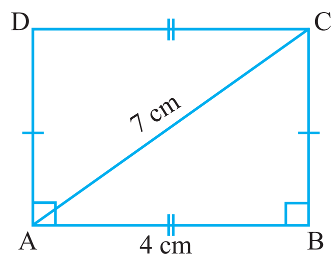
വികർണ്ണം 7 സെ.മീ. ഉം ഒരു വശത്തിന്റെ നീളം 4 സെ.മീ. ഉം ഉള്ള ദീർഘ ചതുരം നിർമ്മിച്ച് വിസ്തീർണ്ണം കാണുക

നിർദ്ധാരണം

തന്നിട്ടുള്ളവ :

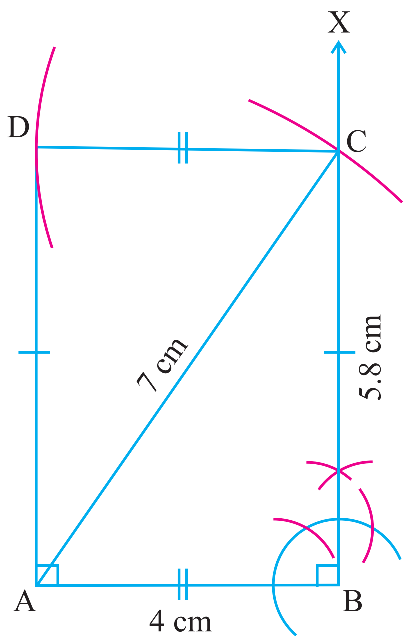
വകർണ്ണം = 7 സെ.മീ., നീളം = 4 സെ.മീ.

മാതൃകാചിത്രം



ചിത്രം. *2.14*

ദീർഘ ചതുരത്തിന്റെ നിർമ്മിതി



ചിത്രം. *2.15*

നിർമ്മിതിയുടെ വഴികൾ

വഴി 1 : ഒരു മാതൃകാചിത്രം വരച്ച് തന്നിട്ടുള്ള അളവുകൾ അടയാളപ്പെടുത്തുക.

വഴി 2 : രേഖാഖണ്ഡം AB = 4 സെ.മീ.

വഴി 3 : $\overrightarrow{BX} \perp \overline{AB}$ നിർമ്മിക്കുക.

വഴി 4 : A കേന്ദ്രമാക്കി വ്യാസാർദ്ധത്തിൽ $\overrightarrow{BX}$ നെ C യിൽ ഛേദിക്കുമാറ് ഒരു ചാപം വരയ്ക്കുക.

വഴി 5 : BC വ്യാസാർദ്ധത്തിൽ $\overline{AB}$ യ്ക്ക് മുകളിൽ A കേന്ദ്രമാക്കി ഒരു ചാപം വരയ്ക്കുക.

വഴി 6 : C കേന്ദ്രമാക്കി 4 സെ.മീ. വ്യാസാർദ്ധത്തിൽ ആദ്യചാപത്തെ D യിൽ ഛേദിക്കുമാറ് വേറൊരു ചാപം വരയ്ക്കുക.

വഴി 7 : $\overline{AD}$ കൂടാതെ $\overline{CD}$ എന്നിവ യോജിപ്പിക്കുക ABCD ആവശ്യമായ ദീർഘചതുരം.

വഴി 8 : BC യുടെ നീളം അളക്കുക, BC = l = 5.8 സെ.മീ.

വിസ്തീർണ്ണം കണക്കാക്കൽ :

ദീർഘചതുരം ABCD, യിൽ l = 5.8 സെ.മീ. കൂടാതെ b = 4 സെ.മീ.

ദീർഘചതുരം ABCD യുടെ വിസ്തീർണ്ണം **= $l \times b$ = 5.8 × 4 = 23.2** സെ.മീ^{2}**.**

2.3.5 സമചതുരത്തിന്റെ നിർമ്മിതി

സമചതുരം

സമീപവശങ്ങൾ തുല്യമായിട്ടുള്ള ദീർഘചതുരത്തെ സമചതുരം എന്നു പറയുന്നു.

സമചതുരത്തിന്റെ ഗുണങ്ങൾ :

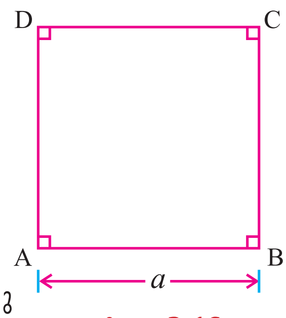
(i) എല്ലാ കോണുകളും തുല്യമായിരിക്കും

(ii) എല്ലാ വശങ്ങളും തുല്യ നീളമായിരിക്കും

(iii) ഓരോ കോണും സമകോൺ ആയിരിക്കും

(iv) വികർണ്ണങ്ങൾ തുല്യനീളം ഉള്ളവയായിരിക്കും

(v) വികർണ്ണങ്ങൾ പരസ്പരം സമകോണുകളിൽ ഛേദിക്കുന്നു



ചിത്രം.*2.16*

സമചതുരത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം = വശം × വശം

$$A = a \times a$$

$$A = a^2$$ ചതുരശ്രമാത്രകൾ

വികർണ്ണത്തിന്റെ നീളം അറിയാമെങ്കിൽ വിസ്തീർണ്ണം = $\frac{d^2}{2}$

ഒരു സമചതുരം നിർമ്മിക്കാൻ ഒരു അളവ് മതിയാകും

താഴെ തന്നിട്ടുള്ള അളവുകൾ തന്നിട്ടുണ്ടെങ്കിൽ നമുക്ക് ഒരു സമചതുരം നിർമ്മിക്കാം.

(i) ഒരു വശം, (ii) ഒരു വികർണ്ണം

2.3.6 ഒരു വശം തന്നിട്ടുണ്ടെങ്കിൽ സമചതുരം നിർമ്മിക്കുന്നവിധം

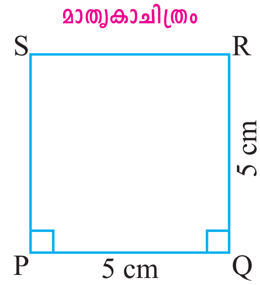
ഉദാഹരണം 2.7

5 സെ.മീ. വശമുള്ള ഒരു സമചതുരം നിർമ്മിക്കുക. വിസ്തീർണ്ണവും കാണുക.

നിർദ്ധാരണം

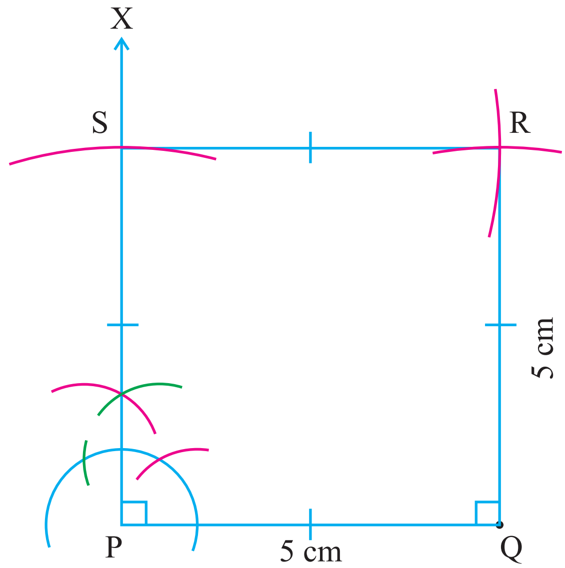
തന്നിട്ടുള്ളവ :

വശം = 5 സെ.മീ.



ചിത്രം.*2.17*

സമചതുരത്തിന്റെ നിർമ്മിതി



ചിത്രം.*2.18*

നിർമ്മിതിയുടെ വഴികൾ

വഴി 1 : ഒരു മാതൃകാ ചിത്രം വരച്ച് തന്നിട്ടുള്ള അളവുകൾ അടയാളപ്പെടുത്തുക.

വഴി 2 : രേഖാഖണ്ഡം PQ = 5 സെ.മീ. വരയ്ക്കുക

വഴി 3 : കോമ്പസ്സുപയോഗിച്ച് P യിൽ $\overrightarrow{PX} \perp \overline{PQ}$ വരയ്ക്കുക.

വഴി 4 : P കേന്ദ്രമാക്കി 5 സെ.മീ. വ്യാസാർദ്ധത്തിൽ $\overrightarrow{PX}$ നെ S-ൽ ഛേദിക്കുമാറ് ഒരു ചാപം വരയ്ക്കുക

വഴി 5 : S കേന്ദ്രമാക്കി 5 സെ.മീ. വ്യാസാർദ്ധത്തിൽ ഒരു ചാപം $\overline{PQ}$ എന്ന രേഖയ്ക്ക് മുകളിൽ വരയ്ക്കുക.

വഴി 6 : Q കേന്ദ്രമാക്കി അതേ വ്യാസാർദ്ധത്തിൽ ആദ്യചാപത്തെ R ൽ ഛേദിക്കുമാറ് വേറൊരു ചാപം വരയ്ക്കുക.

വഴി 7 : $\overline{QR}$ കൂടാതെ $\overline{RS}$ എന്നിവ യോജിപ്പിക്കുക
PQRS ആവശ്യമായ സമചതുരം

വിസ്തീർണ്ണം കണക്കാക്കൽ :

സമചതുരം PQRS ന്റെ, വശം a = 5 സെ.മീ.

സമചതുരം PQRS ന്റെ വിസ്തീർണ്ണം = a × a

= 5 × 5 = 25 സെ.മീ.^{2}.

2.3.7 ഒരു വികർണ്ണം തന്നിട്ടുണ്ടെങ്കിൽ സമചതുരം നിർമ്മിക്കുന്നവിധം

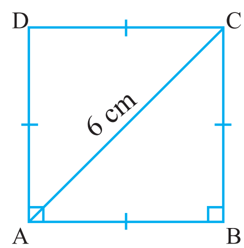
ഉദാഹരണം 2.8

6 സെ.മീ. വികർണ്ണമുള്ള ഒരു സമചതുരം നിർമ്മിക്കുക അതിന്റെ വശം അളക്കുക. വിസ്തീർണ്ണവും കാണുക.

നിർദ്ധാരണം

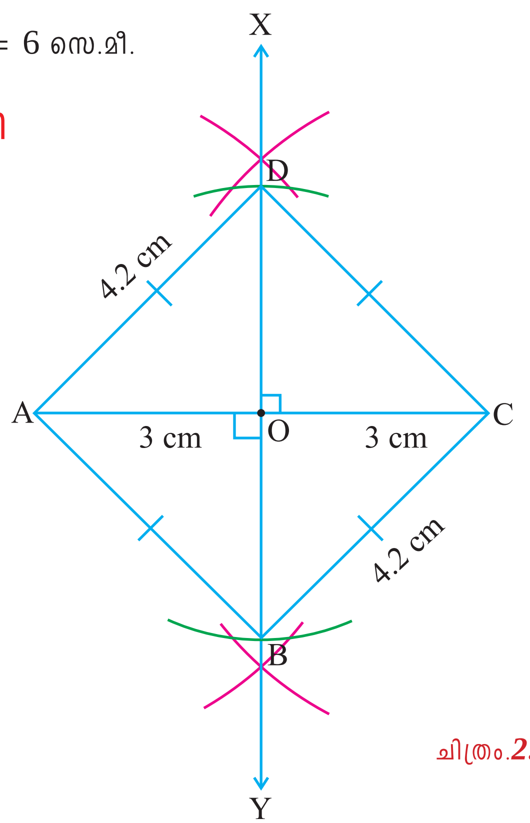
തന്നിട്ടുള്ളവ : വികർണ്ണം = 6 സെ.മീ.

മാതൃകാചിത്രം



ചിത്രം.2.19

സമചതുരത്തിന്റെ നിർമ്മിതി



ചിത്രം.2.20

നിർമ്മിതിയുടെ വഴികൾ

വഴി 1 : ഒരു സഹായചിത്രം വരച്ച് തന്നിട്ടുള്ള അളവുകൾ അടയാളപ്പെടുത്തുക.

വഴി 2 : രേഖാഖണ്ഡം AC = 6 സെ.മീ. വരയ്ക്കുക

വഴി 3 : $\overline{AC}$ യുടെ ലംബദ്വിഭാജകം XY വരയ്ക്കുക.

വഴി 4 : $\overleftrightarrow{XY}$, $\overline{AC}$ യെ O ൽ ഛേദിക്കുന്നു OC = AO = 3 സെ.മീ. എന്ന് നമുക്ക് ലഭിക്കുന്നു.

വഴി 5 : O കേന്ദ്രമാക്കി 3 സെ.മീ. വ്യാസാർദ്ധത്തിൽ $\overleftrightarrow{XY}$ യെ B കൂടാതെ D എന്നീ ബിന്ദുക്കളിൽ ഛേദിക്കുമാറ് രണ്ട് ചാപങ്ങൾ വരയ്ക്കുക.

വഴി 6 : $\overline{AB}, \overline{BC}, \overline{CD}$ കൂടാതെ $\overline{DA}$ എന്നിവ യോജിപ്പിക്കുക.

ABCD ആവശ്യമായ സമചതുരം.

വിസ്തീർണ്ണം കണക്കാക്കൽ :

സമചതുരം ABCDയിൽ വികർണ്ണം d = 6 സെ.മീ.

സമചതുരം ABCDയുടെ വിസ്തീർണ്ണം = $\frac{d^2}{2} = \frac{6 \times 6}{2}$ = 18 സെ.മീ.^{2}.

അഭ്യാസം 2.2

1. താഴെ തന്നിട്ടുള്ള അളവുകളോടുകൂടിയ ദീർഘചതുരം JUMP വരച്ച് വിസ്തീർണ്ണം കാണുക
   (i) JU = 5.4 സെ.മീ. കൂടാതെ UM = 4.7 സെ.മീ.
   (ii) JU = 6 സെ.മീ. കൂടാതെ JP = 5 സെ.മീ.
   (iii) JP = 4.2 സെ.മീ. കൂടാതെ MP= 2.8 സെ.മീ.
   (iv) UM = 3.6 സെ.മീ. കൂടാതെ MP = 4.6 സെ.മീ.

2. താഴെ തന്നിട്ടുള്ള അളവുകളോടുകൂടിയ ദീർഘചതുരം MORE വരച്ച് വിസ്തീർണ്ണം കാണുക
   (i) MO = 5 സെ.മീ. കൂടാതെ വികർണ്ണം MR = 6.5 സെ.മീ.
   (ii) MO = 4.6 സെ.മീ. കൂടാതെ വികർണ്ണം OE = 5.4 സെ.മീ.
   (iii) OR = 3 സെ.മീ. കൂടാതെ വികർണ്ണം MR = 5 സെ.മീ.
   (iv) ME = 4 സെ.മീ. കൂടാതെ വികർണ്ണം OE = 6 സെ.മീ.

3. താഴെ തന്നിട്ടുള്ള അളവുകളോടുകൂടിയ സമചതുരം EASY വരച്ച് വിസ്തീർണ്ണം കാണുക
   (i) വശം 5.1 സെ.മീ. (ii) വശം 3.8 സെ.മീ.
   (iii) വശം 6 സെ.മീ. (iv) വശം 4.5 സെ.മീ.

4. താഴെ തന്നിട്ടുള്ള വികർണ്ണത്തോടുകൂടിയ സമചതുരം GOLD വരച്ച് വിസ്തീർണ്ണം കാണുക
   (i) 4.8 സെ.മീ. (ii) 3.7 സെ.മീ.
   (iii) 5 സെ.മീ. (iv) 7 സെ.മീ.

ആശയ സംഗ്രഹം

- ഒരു ചതുർഭുജത്തിന്റെ ഒരു ജോടി എതിർവശങ്ങൾ സമാന്തരമായിരിക്കുകയും സമീപവശങ്ങൾ തുല്യമായിരിക്കുകയും ചെയ്താൽ അതൊരു സമചതുർഭുജമാകുന്നു.
- ഒരു സമചതുർഭുജം നിർമ്മിക്കുന്നതിന് രണ്ട് സ്വതന്ത്ര അളവുകൾ ആവശ്യമാണ്.
- സമചതുർഭുജത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം $A = \frac{1}{2} d_1 d_2$ ചതുരശ്രമാത്രകൾ ഇവിടെ d_1 , d_2 എന്നിവ സമചതുർഭുജത്തിന്റെ രണ്ടു വികർണ്ണങ്ങളാണ്.
- ഒരു സാമാന്തരികത്തിന്റെ ഓരോ കോണും സമകോൺ (90^0) ആണെങ്കിൽ അതൊരു ദീർഘചതുരം ആയിരിക്കും

  ഒരു ദീർഘചതുരത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം = l x b ചതുരശ്രമാത്രകൾ, l ദീർഘചതുരത്തിന്റെ നീളവും, b വീതിയുമാണ്.

  ഓരോ ജോടി സമീപവശങ്ങളും തുല്യമായിട്ടുള്ള ദീർഘചതുരത്തെ സമചതുരം എന്നു പറവുന്നു.

  സമചതുരത്തിൻെ വിസ്തീർണ്ണം = a x a ചതുരശ്രമാത്രകൾ, a സമചതുരത്തിന്റെ വശം.

ഗ്രാഫുകൾ

3

3.1 മുഖവുര

3.2 അക്ഷങ്ങളോടുകൂടിയ കാർട്ടീഷ്യൻ പ്രതലത്തിന്റെ മുഖവുര

3.3 വ്യത്യസ്ഥ പരിസ്ഥിതികളിൽ ബിന്ദുക്കൾ അടയാളപ്പെടുത്തൽ

3.4 നിർദ്ദേശാങ്ക അക്ഷങ്ങളിൽ നേർരേഖകളും സമാന്തരരേഖകളും വരയ്ക്കൽ

3.5 ലീനിയർ ഗ്രാഫ്

3.6 ലീനിയർ ഗ്രാഫുകളുടെ വ്യാഖ്യാനം

റെനെ ഡെസ്കാർട്ടസ്
(1596- 1650 A.D)

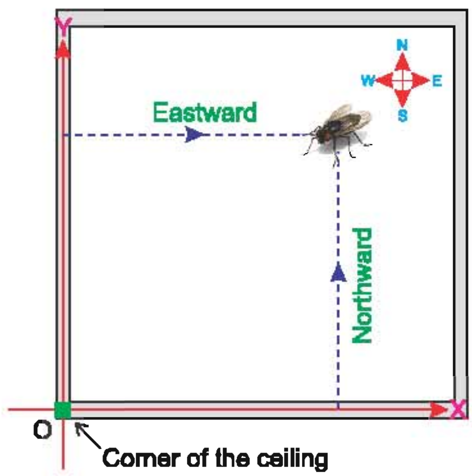
"Descourse on Method" എന്ന പുസ്തകമെഴുതിയ ഫ്രഞ്ചുകാരനും ഗണിതശാസ്ത്ര തത്വചിന്തകനുമായ റെനെ ഡെസ്കാർട്ടസ് ബീജഗണിതത്തെയും ജ്യാമിതിയേയും ഒന്നിപ്പിച്ച് ഗണിതത്തിൽ പുതിയ ശാഖകളായ നിർദ്ദേശാങ്ക ജ്യാമിതിയ്ക്കും ഗ്രാഫുകൾക്കും അദ്ദേഹം ജന്മം നൽകി. അദ്ദേഹത്തിന്റെ പ്രശസ്തമായ വാചകം ഇങ്ങനെയാണ്.

"I think, therefore I am".

3.1 മുഖവുര

ഈച്ചയുടെയും ഗ്രാഫിന്റെയും കഥ

ഗണിത ശാസ്ത്രജ്ഞനായ റെനെ ഡെസ്കാർട്ടസ്, എന്ന ഫ്രഞ്ചുകാരനാണ് ഗ്രാഫ് പ്രാബല്യത്തിൽ കൊണ്ടുവന്നത്. 17-ാം നൂറ്റാണ്ടിൽ ജീവിച്ചിരുന്ന അദ്ദേഹത്തിന്റെ ജീവിതത്തിലെ രസകരമായ ഒരു കഥ കേൾക്കൂ.



റെനെ ഡെസ്കാർട്ട്സ് ഒരു രോഗിയായ കുട്ടിയായിരുന്നു. അതുകാരണം മിക്കപ്പോഴും വളരെ വൈകിയാണ് കിടക്കയിൽ നിന്നും എഴുന്നേറ്റിരുന്നത് പിന്നെ അത് ശീലമായിമാറി. ഒരു ദിവസം അദ്ദേഹം കിടക്കയിലായിരുന്നപ്പോൾ വീട്ടിലെ മച്ചിലെ ഒരു മൂലയിൽ ഒരു ഷഢ്പദം (ഈച്ച) ഇരിയ്ക്കുന്നതു കണ്ടു ആ ജീവിയുടെ സഞ്ചാരം കണ്ടപ്പോൾ അദ്ദേഹത്തിന് ആ ഷഢ്പദത്തിന് മച്ചിൻമേലുള്ള സഞ്ചാരദിശയെ കുറിച്ചറിയാൻ സാധിച്ചു. അദ്ദേഹം 'O' യിൽ നിന്നും കിഴക്കോട്ടും വടക്കോട്ടുമുള്ള (ചിത്രം ശ്രദ്ധിക്കുക) ഈച്ചയുടെ ദൂരം മനസ്സിലാക്കി. അതായിരുന്നു ഗ്രാഫിന്റെ ഉത്ഭവം.

അങ്ങനെ രണ്ടു അളവുകളുടെ സഹായത്താൽ ഒന്ന് ചെങ്കുത്തായും മറ്റേത് തിരശ്ചീനമായിട്ടും ഒരു ബിന്ദുവിനെ പ്രതിഷ്ഠിക്കാൻ സഹായിക്കുന്ന രീതിയെ കാർട്ടീഷ്യൻ രീതി എന്നു പറയുന്നു. കാർട്ടസ് എന്ന വാക്ക് റെനെ ഡെസ്കാർട്ട്സ് എന്ന പേരിൽ നിന്നും എടുത്തതിനാൽ ഈ രീതിയെ കാർട്ടീഷ്യൻ രീതി എന്നു പറയുന്നു. രണ്ട് അക്ഷങ്ങൾ x, y എന്നതിനെ കാർട്ടീഷ്യൻ അക്ഷങ്ങൾ എന്നു പറയുന്നു.

3.2 അക്ഷങ്ങളോടുകൂടിയ കാർട്ടീഷ്യൻ പ്രതലത്തിന്റെ മുഖവുര

3.2.1 ബിന്ദു അടയാളപ്പെടുത്താൻ ചിത്രം 3.1 നോക്കുക

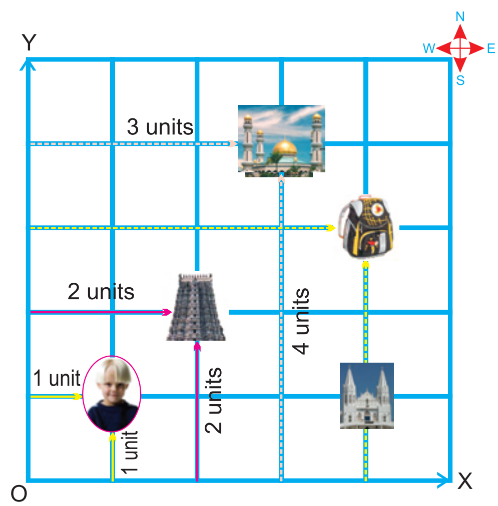
ചിത്രം. *3.1*

ചിത്രത്തിൽ കുട്ടി, പള്ളി, ക്ഷേത്രം, സഞ്ചി, മസ്ജിദ് എന്നിവയുടെ സ്ഥാനം കൃത്യമായി പറയാൻ കഴിയുമോ ? ഇല്ല. കുട്ടി, പള്ളി, ക്ഷേത്രം, സഞ്ചി, മസ്ജിദ് എന്നിവയുടെ സ്ഥാനങ്ങൾ എങ്ങനെ കൃത്യമായി അടയാളപ്പെടുത്തും

1 മാത്ര അകലത്തിൽ സമാന്തരമായും ചെങ്കുത്തായും രേഖകൾ വരയ്ക്കുക ചുവടിലുള്ള രേഖ OX ഇപ്പോൾ ചിത്രം 3.1 ഉം ചിത്രം 3.2 ഉം ശ്രദ്ധിക്കുക.

ചിത്രം. *3.2*

ഇനി കുട്ടി, പള്ളി, ക്ഷേത്രം, സഞ്ചി മസ്ജിദ് ഇവയുടെ സ്ഥാനം കൃത്യമായി കാണാൻ ശ്രമിയ്ക്കുക. കുട്ടിയും പള്ളിയും ആദ്യത്തെ തിരശ്ചീനരേഖയിൽ ഇരിക്കുന്നതുകാണാം. ഇവരണ്ടും താഴത്തെ OX എന്ന രേഖയിൽ നിന്നും ഒരു മാത്ര അകലെയാണ് എന്നാലും അവയുടെ ശരിയായ സ്ഥാനം നിർണയിക്കാൻ സാധിക്കുന്നില്ല. ചില സംശയങ്ങൾ കാണുന്നു. അതുപോലെ ക്ഷേത്രം, സഞ്ചി, മസ്ജിദ് എന്നിവയും വേറെ വ്യത്യസ്ത സമാന്തരരേഖകളിൽ സ്ഥിതി ചെയ്യുന്നതുകൊണ്ട് ശരിയായസ്ഥാനം നിർണയിക്കാൻ സാധിക്കുന്നില്ല. ഈ സംശയ നിവാരണത്തിന് ഒരു മാത്ര അകലത്തിൽ ലംബരേഖകൾ ചിത്രം 3.2 ൽ കാണുന്നതുപോലെ വരയ്ക്കുക. ഇടത്തേ അറ്റത്തെ ലംബരേഖ OY ഇനി ചിത്രം 3.3 ശ്രദ്ധിക്കുക.



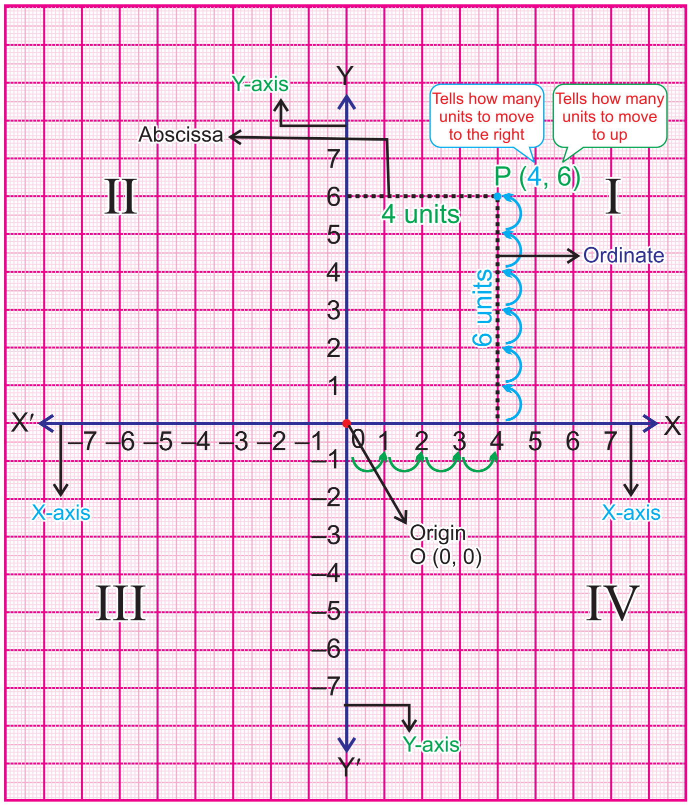
ചിത്രം.*3.3*

ഇപ്പോൾ തിരശ്ചീന രേഖയുടെയും ലംബരേഖയുടെ സഹായത്താൽ നമുക്ക് ആ വസ്തുക്കളുടെ ശരിയായ സ്ഥാനം നിർണ്ണയിക്കാം. ആദ്യം കുട്ടിയുടെ സ്ഥാനം നോക്കാം. അവൻ തിരശ്ചീന രേഖ OX ൽ നിന്നും ലംബ രേഖ OY ൽ നിന്നും 1 മാത്ര അകലെയാണ്. അവന്റെ സ്ഥാനം (1,1) എന്ന് കുറിക്കുന്നു. അതുപോലെ പള്ളിയുടെ സ്ഥാനം (4,1) എന്നു ക്ഷേത്രത്തിന്റെ സ്ഥാനം (2,2) എന്നും സഞ്ചിയുടെ സ്ഥാനം (4,3) എന്നും മസ്ജിദിന്റെ സ്ഥാനം (3,4) എന്നും കുറിയ്ക്കാം.

3.2.2. നിർദ്ദേശാങ്ക സമ്പ്രദായം

നമുക്ക് നിർദ്ദേശാങ്ക സമ്പ്രദായത്തെ ഔപചാരികമായി നിർവ്വചിക്കാം

X′OX കൂടാതെ Y′OY എന്നീ രേഖൾ പരസ്പരം ലംബമായി പൂജ്യത്തിൽ ഛേദിക്കുന്നു എന്നിരിക്കട്ടെ. ഈ രേഖകൾ ആ പൂർണ്ണതലത്തെ നാലു ഭാഗങ്ങളായി വിഭജിക്കുന്നു നാം അവയെ ചതുർത്ഥാംശങ്ങൾ എന്നു പറയുന്നു. [I, II, III കൂടാതെ IV] ചിത്രം കാണുക രേഖ X′OX നെ x അക്ഷം എന്നും രേഖY′OY നെ y അക്ഷം എന്നും പറയുന്നു. ബിന്ദു 'O' മൂലബിന്ദു എന്നറിയപ്പെടുന്നു. അത് x അക്ഷവും, y അക്ഷവും ഛേദിക്കുന്ന ബിന്ദുവാകുന്നു. കൂടാതെ ഇതിനെ കാർട്ടീഷ്യൻ നിർദ്ദേശാങ്ക സമ്പ്രദായം എന്നും പറയുന്നു.



കുറിപ്പ് : ഒരു ബിന്ദു അടയാളപ്പെടുത്തുന്നതിന് നാം എല്ലായ്പ്പോഴും x നിർദ്ദേശാങ്കം (അല്ലെങ്കിൽ തിരശ്ചീന രേഖയിലെ സംഖ്യ) ആദ്യവും y നിർദ്ദേശാങ്കം (അല്ലെങ്കിൽ ലംബരേഖയിന്മേലുള്ള സംഖ്യ) പിന്നിടും എഴുതുന്നു. ക്രമജോടിയിലെ ആദ്യ അക്കത്തെ x നിർദ്ദേശാങ്കം എന്നും രണ്ടാമത്തെ അക്കത്തെ y നിർദ്ദേശാങ്കം എന്നും പറയുന്നു.

നിരീക്ഷണം : ചിത്രത്തിൽ P (4, 6) എന്ന ബിന്ദു പരിഗണിക്കുക. അത് y അക്ഷത്തിൽ നിന്നും 4 മാത്രകൾ അകലെയായി സ്ഥിതിചെയ്യുന്നു. കൂടാതെ x അക്ഷത്തിൽ നിന്നും 6 മാത്രകൾ അകലെയായും സ്ഥിതി ചെയ്യുന്നു. ബിന്ദു P യുടെ നിർദ്ദേശാങ്കങ്ങൾ (4,6) എന്നു പറയുന്നു.

3.3 വ്യത്യസ്തങ്ങളായ പരിതസ്ഥിതികളിൽ ബിന്ദുക്കൾ അടയാളപ്പെടുത്തൽ

3.3.1 തന്നിട്ടുള്ള ബിന്ദുവിനെ ഗ്രാഫ് പേപ്പറിൽ അടയാളപ്പെടുത്തൽ

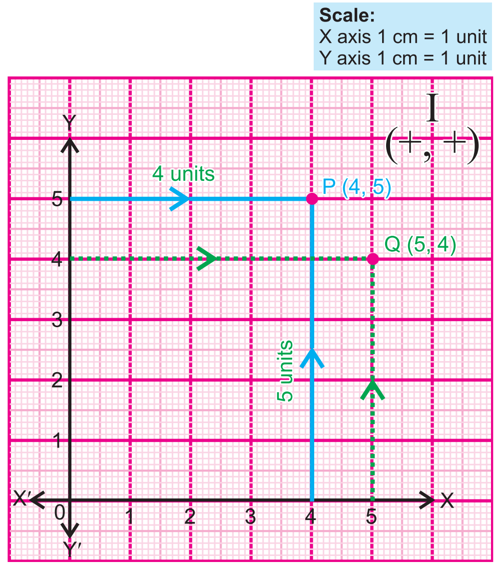
ഉദാഹരണം *3.1*

ഗ്രാഫ് പേപ്പറിൽ (4, 5) എന്ന ബിന്ദു നമുക്ക് അടയാളപ്പെടുത്താം. അത് (5,4) എന്ന ബിന്ദുവിന് തുല്ല്യമാണോ ?

നിർദ്ധാരണം

X′OX കൂടാതെ Y′OY എന്നീ രേഖകൾ മൂല ബിന്ദു O യിൽ ഛേദിക്കുമാറ് വരക്കുക അനുയോജ്യമായ തോതിൽ x അക്ഷത്തിന്മേലും y അക്ഷത്തിന്മേലും അളവുകൾ അങ്കനം ചെയ്യുക കൊടുക്കപ്പെട്ടിട്ടുള്ള ബിന്ദു P (4, 5) ആകുന്നു. ഇവിടെ P യുടെ x നിർദ്ദേശാങ്കം 4 ആകുന്നു. കൂടാതെ y നിർദ്ദേശാങ്കം 5 ആകുന്നു.

രണ്ടും ധനസംഖ്യകളാകുന്നു. അതിനാൽ P (4, 5) ഒന്നാം ചതുർത്ഥാംശത്തിൽ സ്ഥിതിചെയ്യുന്നു.



അടയാളപ്പെടുത്തുന്നതിന്, മൂല ബിന്ദു O (0,0) യിൽ തുടങ്ങുക x അക്ഷത്തിൽ 4 മാത്രകൾ വലത്തോട്ട് പോകുക അവിടെ നിന്നും അക്ഷത്തിന് സമാന്തരമായി 5 മാത്രകൾ മുകളിലോട്ടു പോകുക P (4, 5) എന്ന ബിന്ദുവിൽ വന്നെത്തുന്നു. ആ ബിന്ദു അടയാളപ്പെടുത്തുക (സമീപത്തുള്ള ചിത്രത്തിൽ കാണിച്ചിട്ടുള്ളതുപോലെ)

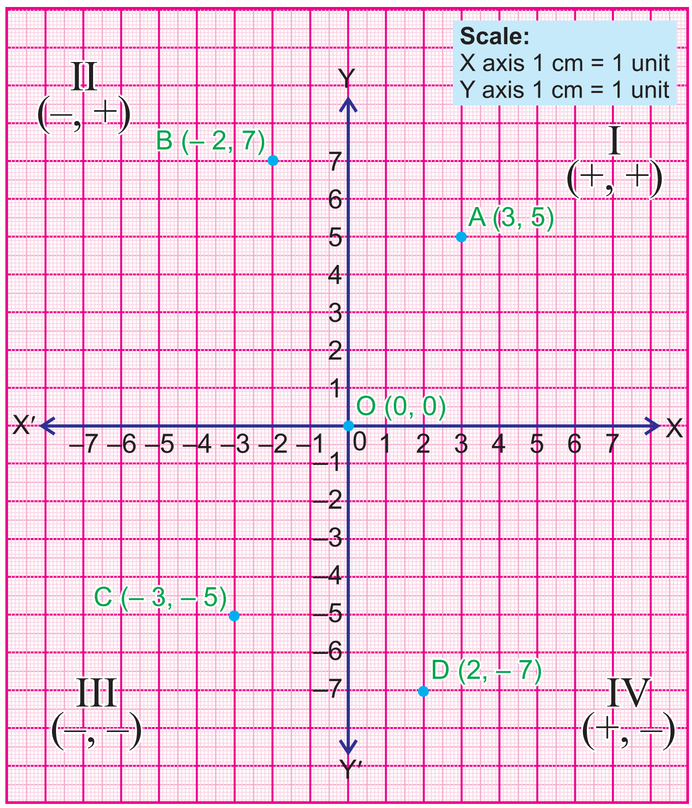
അടുത്തതായി Q (5, 4) എന്ന ബിന്ദു അടയാളപ്പെടുത്താം. ഇവിടെ Q വിന്റെ xനിർദ്ദേശാങ്കം '5' ഉം y നിർദ്ദേശാങ്കം '4' ഉം ആകുന്നു. കൂടാതെ രണ്ടും ധന സംഖ്യകളാകുന്നു. അതിനാൽ Q (5, 4) എന്ന (ബിന്ദു ഒന്നാം ചതുർത്ഥാംശത്തിൽ സ്ഥിതി ചെയ്യുന്നു. Q (5, 4) എന്ന ബിന്ദു അടയാളപ്പെടുത്തുന്നതിന് ആരംഭ ബിന്ദുവിൽ തുടങ്ങുക. x അക്ഷത്തിൽ 5 മാത്രകൾ വലത്തോട്ട് നീങ്ങുക, അവിടെ നിന്നും y അക്ഷത്തിന് ലംബമായി 4 മാത്രകൾ മുകളിലോട്ടു നീങ്ങുക Q (5, 4) എന്ന ബിന്ദുവിൽ എത്തിച്ചേരുന്നു. ആ ബിന്ദുവിനെ അടയാളപ്പെടുത്തുക (മുകളിൽ കൊടുത്തിട്ടുള്ള ചിത്രത്തിൽ കാണിച്ചിട്ടുള്ളതുപോലെ)

പരിസമാപ്തി : ചിത്രത്തിൽ P(4,5) കൂടാതെ Q(5, 4) എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ വ്യത്യസ്തങ്ങളാണ് എന്നുള്ളത് വളരെ വ്യക്തമാണ്.

ഉദാഹരണം *3.2*

താഴെ തന്നിട്ടുള്ള ബിന്ദുക്കൾ ഗ്രാഫിൽ അടയാളപ്പെടുത്തി അവ ഏതു ചതുർത്ഥാംശത്തിൽ സ്ഥിതി ചെയ്യുന്നു എന്ന് കണ്ടുപിടിക്കുക

(i) A (3,5) (ii) B (–2 , 7)
(iii) C (–3,–5) (iv) D (2, – 7)
(v) O (0, 0)



നിർദ്ധാരണം

x കൂടാതെ y അക്ഷങ്ങൾ വരയ്ക്കുക. അനുയോജ്യമായ തോതിൽ x,y അക്ഷങ്ങളിന്മേൽ അളവുകൾ അങ്കനം ചെയ്യുക

(i) ബിന്ദു A(3,5) അടയാളപ്പെടുത്തുന്നതിന്

ഇവിടെ A യുടെ x നിർദ്ദേശാങ്കം '3'ഉം y നിർദ്ദേശാങ്കം '5'ഉം ആകുന്നു അവ രണ്ടും ധനസംഖ്യകളാകുന്നു. അതുകൊണ്ട് A(3 ,5) എന്ന ബിന്ദു ഒന്നാം ചതുർത്ഥാംശത്തിൽ സ്ഥിതി ചെയ്യുന്നു. ആരംഭബിന്ദുവിൽ തുടങ്ങുക. x അക്ഷത്തിൽ 3 മാത്രകൾ വലത്തോട്ടു നീങ്ങുക അവിടെ നിന്നും y അക്ഷത്തിനു ലംബമായി 5 മാത്രകൾ മുകളിലേക്കു നീങ്ങുക. അതിനുശേഷം ബിന്ദു A(3 ,5) അടയാളപ്പെടുത്തുക.

(ii) ബിന്ദു B(-2, 7) അടയാളപ്പെടുത്തുന്നതിന്

ഇവിടെ B യുടെ x നിർദ്ദേശാങ്കമായ ‘-2’ ഒരു ഋണസംഖ്യയാകുന്നു കൂടാതെ B യുടെ y നിർദ്ദേശാങ്കമായ ‘7’ ഒരു ധനസംഖ്യയും ആകുന്നു. അതിനാൽ B(-2,7) എന്ന ബിന്ദു II-ാം ചതുർത്ഥാംശത്തിൽ സ്ഥിതി ചെയ്യുന്നു. ആരംഭ ബിന്ദുവിൽ തുടങ്ങുക. *x* അക്ഷത്തിൽ ‘2’ മാത്രകൾ ഇടത്തോട്ടു നീങ്ങുക. അവിടെ നിന്നും *y* അക്ഷത്തിനു സമാന്തരമായി 7 മാത്രകൾ മുകളിലേക്കുനീങ്ങുക. B(-2,7) എന്ന ബിന്ദു അടയാളപ്പെടുത്തുക.

(iii) ബിന്ദു C(-3,-5) അടയാളപ്പെടുത്തുന്നതിന്

ഇവിടെ ‘C’ യുടെ *x* നിർദ്ദേശാങ്കം ‘-3’ ഉം y നിർദ്ദേശാങ്കം ‘-5’ ഉം ആകുന്നു. അതിനാൽ C(-3,-5) എന്ന ബിന്ദു III-ാം ചതുർത്ഥാംശത്തിൽസ്ഥിതിചെയ്യുന്നു. ആരംഭബിന്ദുവിൽ തുടങ്ങുക. *x* അക്ഷത്തിൽ 3 മാത്രകൾ ഇടത്തോട്ടു നീങ്ങുക അവിടെ നിന്നും y അക്ഷത്തിനു സമാന്തരമായി 5 മാത്രകൾ താഴേക്ക് നീങ്ങുക C(-3,-5) എന്ന ബിന്ദു അടയാളപ്പെടുത്തുക.

(iv) ബിന്ദു D(2,-7) അടയാളപ്പെടുത്തുന്നതിന്

ഇവിടെ ‘D’ യുടെ *x* നിർദ്ദേശാങ്കം ‘2’ ഉം y നിർദ്ദേശാങ്കം ‘-7’ ഉം ആകുന്നു അതിനാൽ D(2,-7) എന്ന ബിന്ദു IV-ാം ചതുർത്ഥാംശത്തിൽ സ്ഥിതി ചെയ്യുന്നു. ആരംഭ ബിന്ദുവിൽ തുടങ്ങുക. *x* അക്ഷത്തിൽ 2 മാത്രകൾ വലത്തോട്ടു നീങ്ങുക. അവിടെ നിന്നും y അക്ഷത്തിനു സമാന്തരമായി 7 മാത്രകൾ താഴേക്ക് നീങ്ങുക. D (2,-7) എന്ന ബിന്ദു അടയാളപ്പെടുത്തുക.

(v) ബിന്ദു O(0,0) അടയാളപ്പെടുത്തുന്നതിന്

ഇത് ആരംഭബിന്ദു ആകുന്നു ഇവിടെ *x* കൂടാതെ *y* നിർദ്ദേശാങ്കങ്ങൾ പൂജ്യം ആകുന്നു. അത് *x*,*y* എന്നീ അക്ഷങ്ങളുടെ പ്രതിഛേദ ബിന്ദുവാകുന്നു. O(0,0) എന്ന ബിന്ദു അടയാളപ്പെടുത്തുക.

ഉദാഹരണം *3.3*

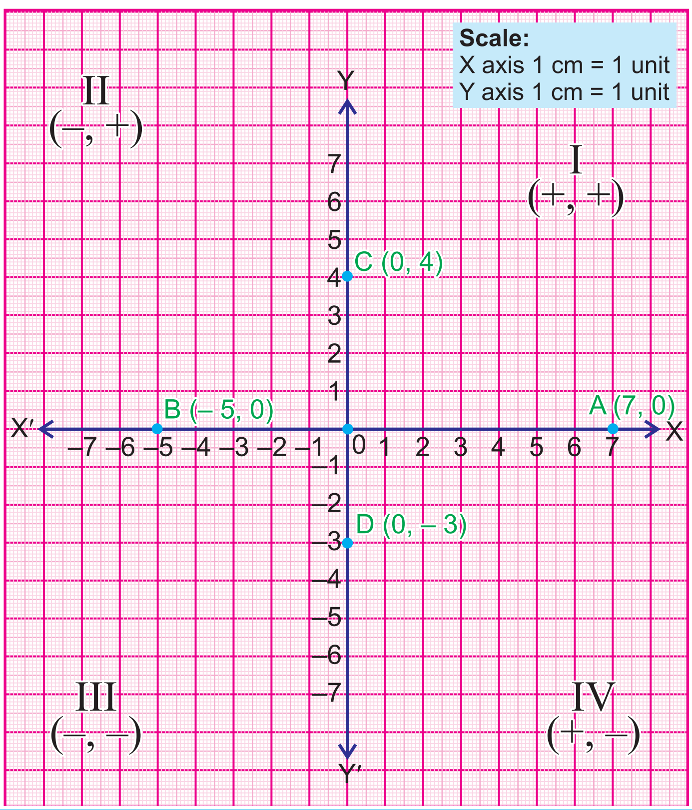
താഴെ തന്നിട്ടുള്ള ബിന്ദുക്കൾ ഗ്രാഫ് പേപ്പറിൽ അടയാളപ്പെടുത്തി അവ എവിടെ സ്ഥിതി ചെയ്യുന്നുവെന്ന് കാണുക

(i) A (7, 0) (ii) B (– 5, 0)

(iii) C (0 , 4) (iv) D (0, – 3)

നിർദ്ധാരണം

x,*y* എന്നീ അക്ഷങ്ങൾ വരയ്ക്കുക അനുയോജ്യമായ തോതിൽ *x*,*y* അക്ഷങ്ങളിന്മേൽ അളവുകൾ അങ്കനം ചെയ്യുക



(i) ബിന്ദു A(7,0) അടയാളപ്പെടുത്തുന്നതിന്

ഇവിടെ ‘A’ യുടെ *x* നിർദ്ദേശാങ്കമായ '7' ഒരു ധനസംഖ്യയാകുന്നു കൂടാതെ *y* യുടെ നിർദ്ധേശാങ്കം

പൂജ്യമാകുന്നു. അതിനാൽ A(7,0) എന്ന ബിന്ദു x അക്ഷത്തിന്മേൽ സ്ഥിതി ചെയ്യുന്നു. ആരംഭ ബിന്ദുവിൽ തുടങ്ങുക x അക്ഷത്തിൽ 7 മാത്രകൾ വലത്തോട്ടു നീങ്ങി ബിന്ദു അടയാളപ്പെടുത്തുക.

(ii) ബിന്ദു B(-5,0) അടയാളപ്പെടുത്തുന്നതിന്

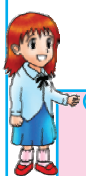
ഇവിടെ B യുടെ x നിർദ്ദേശാങ്കമായ ‘-5’ ഒരു ഋണസംഖ്യയാകുന്നു. കൂടാതെ y യുടെ നിർദ്ദേശാങ്കം പൂജ്യമാകുന്നു. അതിനാൽ B(-5,0) എന്ന ബിന്ദു x അക്ഷത്തിന്മേൽ സ്ഥിതി ചെയ്യുന്നു. ആരംഭ ബിന്ദുവിൽ തുടങ്ങുക x അക്ഷത്തിൽ 5 മാത്രകൾ ഇടത്തോട്ടു നീങ്ങി ബിന്ദു അടയാളപ്പെടുത്തുക.

(iii) ബിന്ദു C(0,4) അടയാളപ്പെടുത്തുന്നതിന്

ഇവിടെ ‘C’ യുടെ x നിർദ്ദേശാങ്കം പൂജ്യമാകുന്നു. C യുടെ y നിർദ്ദേശാങ്കമായ ‘4’ ഒരു ധന സംഖ്യയാകുന്നു. അതിനാൽ C(0,4) എന്ന ബിന്ദു y അക്ഷത്തിന്മേൽ സ്ഥിതി ചെയ്യുന്നു. ആരംഭ ബിന്ദുവിൽ തുടങ്ങുക y അക്ഷത്തിൽ 4 മാത്രകൾ മുകളിലേക്കു നീങ്ങി ബിന്ദു അടയാളപ്പെടുത്തുക.

(iv) ബിന്ദു D(0,-3) അടയാളപ്പെടുത്തുന്നതിന്

ഇവിടെ x നിർദ്ദേശാങ്കം പൂജ്യമാകുന്നു. കൂടാതെ y നിർദ്ദേശാങ്കമായ ‘-3’ ഒരു ഋണസംഖ്യയാകുന്നു. അതിനാൽ D(0,-3) എന്ന ബിന്ദു y അക്ഷത്തിന്മേൽ സ്ഥിതി ചെയ്യുന്നു. ആരംഭ ബിന്ദുവിൽ തുടങ്ങുക y അക്ഷത്തിന്മേൽ 3 മാത്രകൾ താഴേക്കു നീങ്ങി ബിന്ദു അടയാളപ്പെടുത്തുക.



നിങ്ങൾക്കറിയാമോ?

ബിന്ദുക്കൾ എവിടെ സ്ഥിതി ചെയ്യുന്നു ? ഗ്രാഫിൽ അടയാളപ്പെടുത്താതെ നമുക്ക് അതെങ്ങനെ പറയാൻ സാധിക്കും ? അറിയുന്നതിന് താഴെ തന്നിട്ടുള്ള പട്ടിക ശ്രദ്ധിക്കുക.

ക്രമ നമ്പർ	ഉദാഹരണങ്ങൾ	ബിന്ദുവിന്റെ x നിർദ്ദേശാങ്കം	ബിന്ദുവിന്റെ y നിർദ്ദേശാങ്കം	ബിന്ദുവിന്റെ സ്ഥാനം
1.	(3,5)	ധനം (+)	ധനം (+)	ചതുർത്ഥാംശം I
2.	(–4,10)	ഋണം (–)	ധനം (+)	ചതുർത്ഥാംശം II
3.	(–5,–7)	ഋണം (–)	ഋണം (–)	ചതുർത്ഥാംശം III
4.	(2,–4)	ധനം (+)	ഋണം (–)	ചതുർത്ഥാംശം IV
5.	(7,0)	പൂജ്യമല്ല	പൂജ്യം	X -അക്ഷത്തിന്മേൽ
6.	(0,–5)	പൂജ്യം	പൂജ്യമല്ല	Y -അക്ഷത്തിന്മേൽ
7	(0,0)	പൂജ്യം	പൂജ്യം	ആരംഭബിന്ദു

ശ്രമിച്ചുനോക്കൂ

താഴെ തന്നിട്ടുള്ള ബിന്ദുക്കൾ ഗ്രാഫ് പേപ്പറിൽ അടയാളപ്പെടുത്താതെ എവിടെ സ്ഥിതി ചെയ്യുന്നു എന്ന് പറയാൻ സാധിക്കുമോ ?

(i) (2 , 7) (ii) (–2 , 7) (iii) (–2 , –7) (iv) (2 , –7)
(v) (2 , 0) (vi) (–2 , 0) (vii) (0 , 7) (viii) (0 , –7)

3.4 നിർദ്ദേശാങ്ക അക്ഷങ്ങളിൽ നേർരേഖകളും സമാന്തരരേഖകളും വരയ്ക്കൽ

ഈ വിഭാഗത്തിൽ നാം പഠിക്കാൻ പോകുന്നത്, തന്നിട്ടുള്ള രണ്ടു ബിന്ദുക്കൾക്ക് നേർരേഖകൾ എങ്ങനെ വരയ്ക്കാം എന്നുള്ളതും നിർദ്ദേശാങ്ക അക്ഷങ്ങൾക്ക് സമാന്തര രേഖകൾ എങ്ങനെ വരയ്ക്കാം എന്നുള്ളതും ആകുന്നു സമതല രൂപങ്ങളുടെ വിസ്തീർണ്ണം കാണുന്നതിനും പഠിക്കേതുണ്ട്.

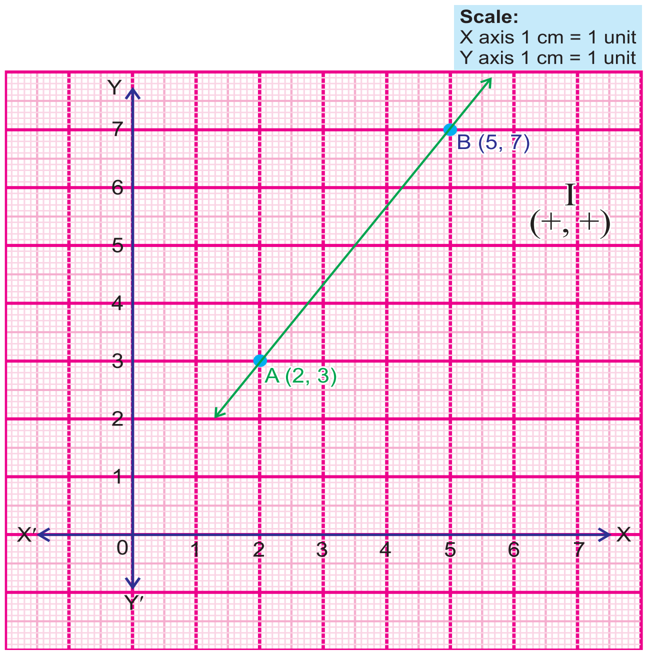
3.4.1 തന്നിട്ടുള്ള രണ്ടു ബിന്ദുക്കളെ യോജിപ്പിക്കുന്ന രേഖ

ഉദാഹരണം 3.4

തന്നിട്ടുള്ള രണ്ടു ബിന്ദുക്കളെ യോജിപ്പിക്കുന്ന രേഖ വരയ്ക്കുക.

(i) A (2,3) കൂടാതെ B (5, 7),

(ii) P (–4,5) കൂടാതെ Q (3,–4).



നിർദ്ധാരണം

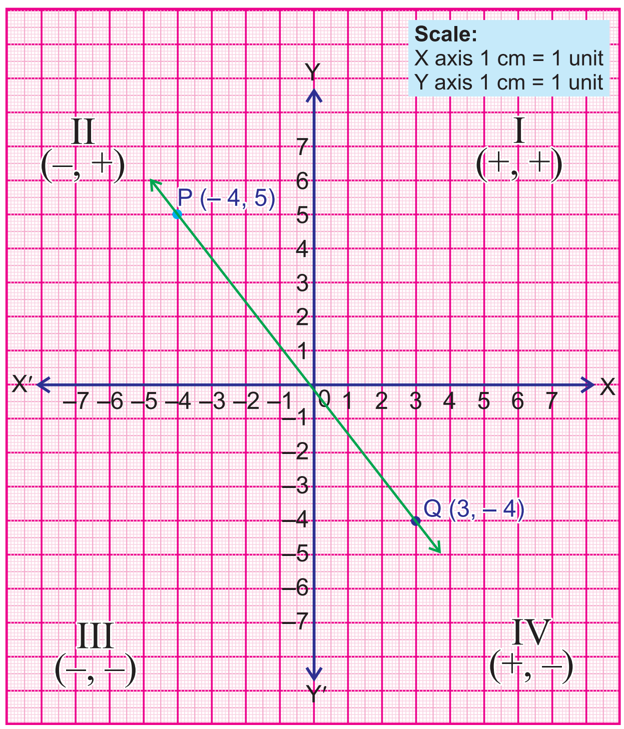
(i) (2,3), (5,7) എന്നീ ബിന്ദുക്കളെ യോജിപ്പിക്കുന്ന രേഖ വരയ്ക്കുക.

ആദ്യം (2,3)എന്ന ബിന്ദുവിനെ അടയാളപ്പെടുത്തി അതിനെ A എന്ന് കുറിക്കുക.

എന്നിട്ട് (5,7) എന്ന ബിന്ദുവിനെ അടയാളപ്പെടുത്തി അതിനെ 'B' എന്ന് കുറിക്കുക. എന്നിട്ട് A യും B യും യോജിപ്പിക്കുക A , B യാണ് ആവശ്യപ്പെട്ട രേഖ.

(ii) (–4,5), (3,–4) എന്നീ ബിന്ദുക്കളെ യോജിപ്പിക്കുന്ന രേഖ വരയ്ക്കുക.

ആദ്യം (–4,5) എന്ന ബിന്ദുവിനെ അടയാളപ്പെടുത്തി അതിനെ 'P' എന്ന് കുറിക്കുക. എന്നിട്ട് (3,–4) എന്ന ബിന്ദുവിനെ അടയാളപ്പെടുത്തി അതിനെ 'Q'എന്ന് കുറിക്കുക എന്നിട്ട് 'P' യും 'Q' യും യോജിപ്പിച്ച് ഒരു രേഖ വരയ്ക്കുക PQ ആണ് ആവശ്യപ്പെട്ട രേഖ.



3.4.2 അക്ഷങ്ങൾക്ക് സമാന്തരരേഖകൾ വരയ്ക്കൽ

ഉദാഹരണം 3.5

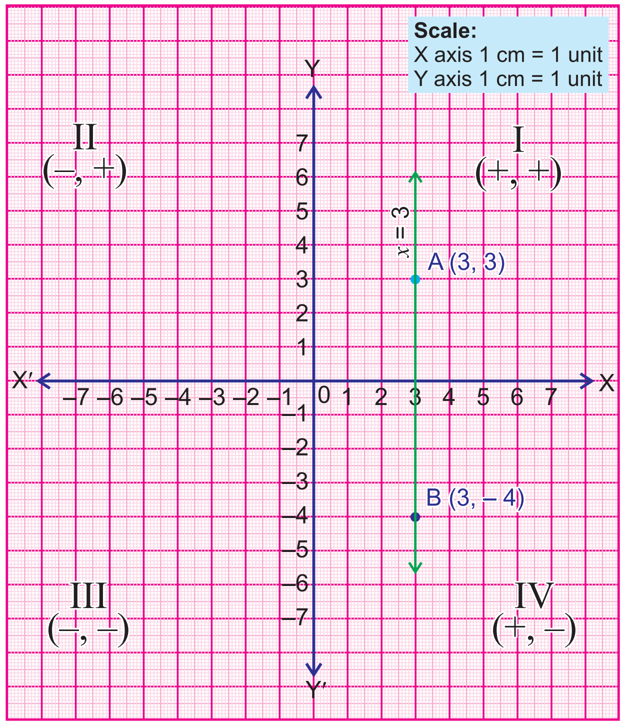
(i) $x = 3$- ന്റെ ഗ്രാഫ് വരയ്ക്കുക (ii) $y = -5$- ന്റെ ഗ്രാഫ് വരയ്ക്കുക

(iii) $x = 0$ യുടെ ഗ്രാഫ് വരയ്ക്കുക

നിർദ്ധാരണം

(i) $x = 3$ എന്ന സമീകരണം അർത്ഥമാക്കുന്നത് y നിർദ്ദേശാങ്കം എന്തുതന്നെ ആയാലും x- നിർദ്ദേശാങ്കം എല്ലായ്പോഴും '3' തന്നെയാകുന്നു അതിനാൽ ബിന്ദുക്കൾ ഇങ്ങനെയാകുന്നു.

x	3	3
y	3	–4

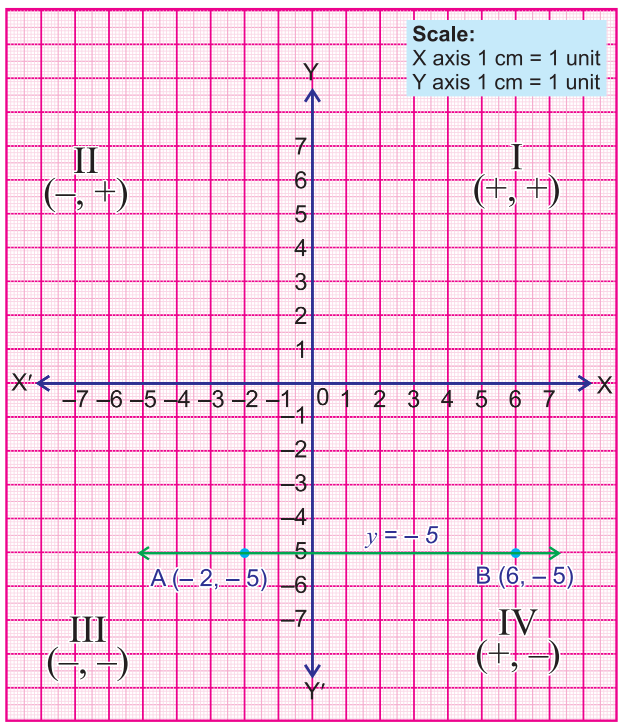


A(3,3) ,B(3,–4) എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ അടയാളപ്പെടുത്തുക രണ്ടു ബിന്ദുക്കളും യോജിപ്പിച്ച് രേഖയെ ഇരുവശങ്ങളിലേയ്ക്കും നീട്ടുമ്പോൾ $x = 3$ ന്റെ ഗ്രാഫ് കിട്ടുന്നു.

(ii) $y = -5$ അർത്ഥമാക്കുന്നത് x നിർദ്ദേശാങ്കം എന്തുതന്നെ ആണെങ്കിലും y നിർദ്ദേശാങ്കം എല്ലായ്പോഴും -5 ആകുന്നു.

അതിനാൽ ബിന്ദുക്കൾ ഇങ്ങനെയാകുന്നു.

x	–2	6
y	–5	–5



A (–2, –5), B (6 , –5) എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ അടയാളപ്പെടുത്തുക രണ്ടു ബിന്ദുക്കളും യോജിപ്പിച്ച് രേഖയെ ഇരുവശങ്ങളിലേക്കും നീട്ടുമ്പോൾ $y = -5$ ന്റെ ഗ്രാഫ് ലഭിക്കുന്നു.

(iii) $x = 0$ എന്ന സമീകരണം അർത്ഥമാക്കുന്നത് y നിർദ്ദേശാങ്കം എന്തുതന്നെ ആണെങ്കിലും x നിർദ്ദേശാങ്കം എല്ലായ്പ്പോഴും 'O' ആകുന്നു.

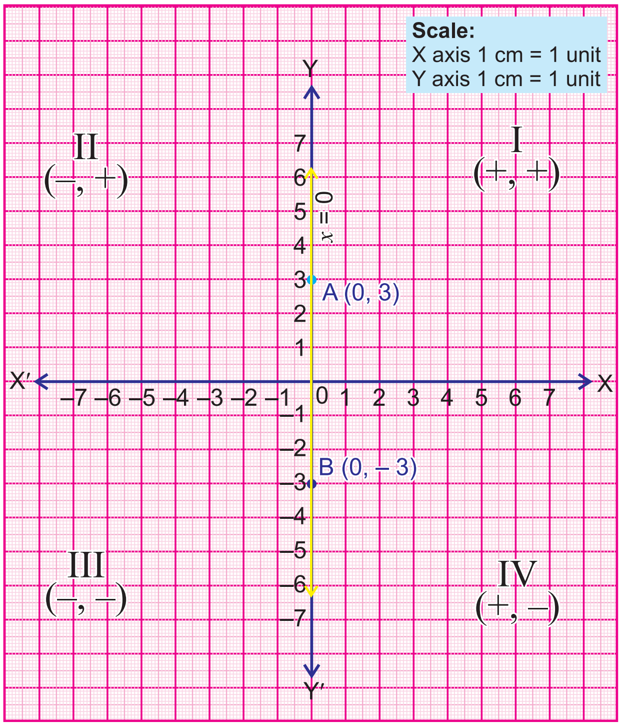
അതിനാൽ ബിന്ദുക്കൾ ഇങ്ങനെയാകുന്നു

x	0	0
y	3	–3

(0 , 3), (0, – 3).

എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ അടയാളപ്പെടുത്തുക

A യും B യും യോജിപ്പിച്ച് രേഖയെ ഇരുവശങ്ങളിലേയ്ക്കും. നീട്ടുമ്പോൾ $x = 0$ യുടെ ഗ്രാഫ് ലഭിക്കുന്നു.



3.4.3 സമതല രൂപങ്ങളുടെ വിസ്തീർണ്ണം

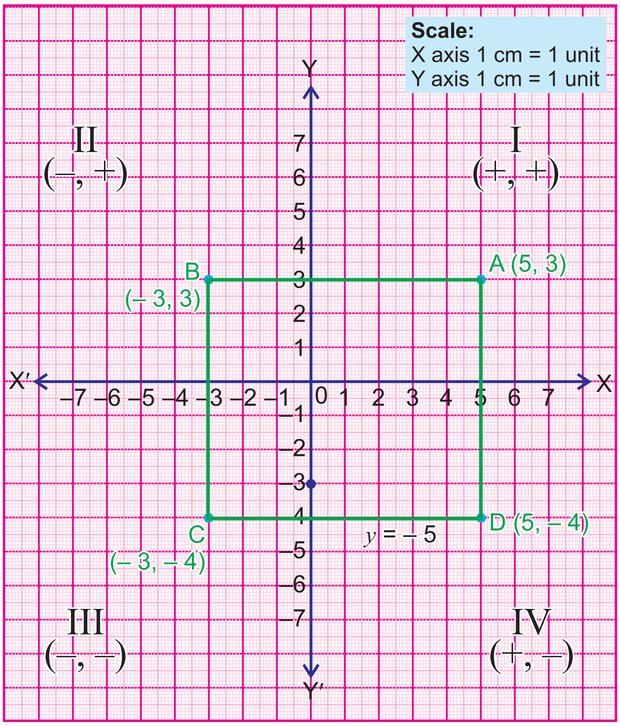
ഗ്രാഫ് പേപ്പറിലെ ഒരു ചതുരശ്ര മാത്ര വിസ്തീർണ്ണമുള്ള സമചതുരങ്ങളെ എണ്ണിനോക്കി സമതല രൂപങ്ങളായ സമചതുരം, ദീർഘചതുരം, സാമാന്തരികം, ലംബകം കൂടാതെ ത്രികോണം എന്നിവ ഉള്ളടക്കിയിരിക്കുന്ന ഭാഗങ്ങളുടെ വിസ്തീർണ്ണം കണ്ടുപിടിക്കുന്നതിന് സാധിക്കും

ഉദാഹരണം : 3.6

A (5,3), B (–3 , 3), C (–3 , –4), D (5 , –4) എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ അടയാളപ്പെടുത്തി ABCD യ്ക്കുള്ളിൽ അടങ്ങിയിട്ടുള്ള ഭാഗത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം കാണുക.

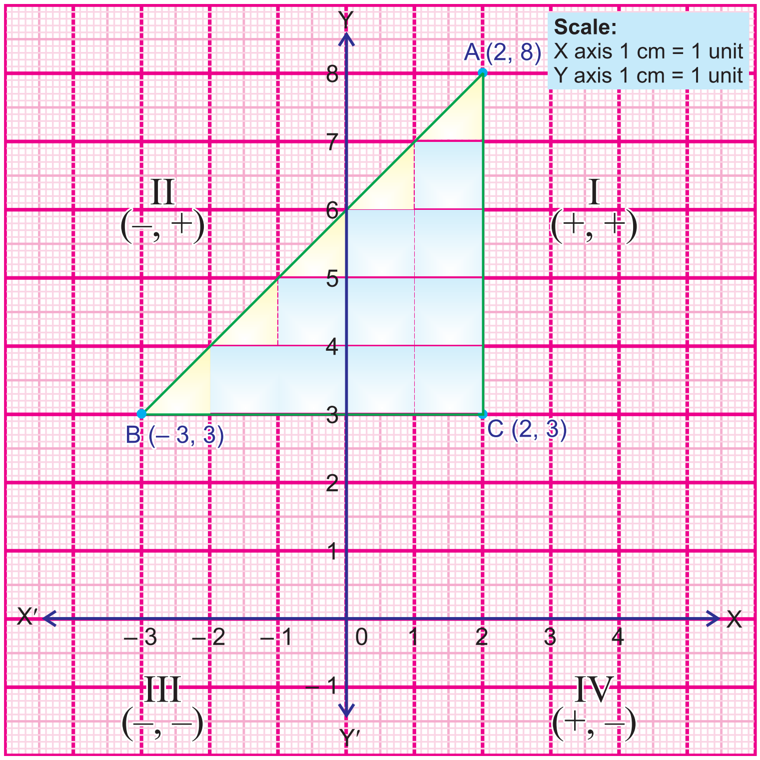
നിർദ്ധാരണം

അനുയോജ്യമായ തോതിൽ x അക്ഷവും y അക്ഷവും വരയ്ക്കുക A (5, 3), B (– 3, 3), C (–3 , –4), D (5 , –4) എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ അടയാളപ്പെടുത്തുക A,B എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ യോജിപ്പിക്കുക. അതുപോലെ B യും C യും യോജിപ്പിക്കുക CD, DA എന്നിവയും യോജിപ്പിക്കുക. നമുക്ക് ABCD എന്ന ഒരു അടഞ്ഞ രൂപം ലഭിക്കുന്നു. അതൊരു ദീർഘ ചതുരമാണെന്നുള്ളത് വ്യക്തമാണ്. നാലു വശങ്ങൾക്കുള്ളിലും ഉള്ള 1സെ.മീ.^{2} വിസ്തീർണ്ണമുള്ള സമചതുരങ്ങളെ എണ്ണിനോക്കുക. ആകെ 56 യൂണിറ്റ് സമചതുരങ്ങൾ ഉണ്ട്. അതിനാൽ ദീർഘചതുരം ABCD യുടെ വിസ്തീർണ്ണം 56 ചതുരശ്ര മാത്രകൾ ആകുന്നു.



ഉദാഹരണം 3.7

A (2 , 8), B (–3 , 3) കൂടാതെ C (2 , 3) എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ അടയാളപ്പെടുത്തി ABC രൂപീകരിക്കുന്ന ഭാഗത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം കാണുക



നിർദ്ധാരണം

അനുയോജ്യമായ തോതിൽ x അക്ഷവും y അക്ഷവും വരയ്ക്കുക A (2,8), B (– 3, 3), C (2 , 3)എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ അടയാളപ്പെടുത്തി AB, B C, CA എന്നിവ യോജിപ്പിക്കുക. നമുക്ക് ABCഎന്ന അടഞ്ഞ രൂപം ലഭിക്കുന്നു.

അതൊരു ത്രികോണമാണെന്നുള്ളത് വ്യക്തമാണ് പൂർണ്ണമായിട്ടുള്ള സമചതുരങ്ങളെ എണ്ണിനോക്കുക. 10 പൂർണ്ണസമചതുരങ്ങൾ എണ്ണി നോക്കുക. 5 അർദ്ധ സമചതുരങ്ങളുണ്ട്. അതിനാൽ ത്രികോണത്തിന്റെ

വിസ്തീർണ്ണം $10 + \frac{5}{2} = 10 + 2.5 = 12.5$ ചതുരശ്ര മാത്രകൾ

അഭ്യാസം 3.1

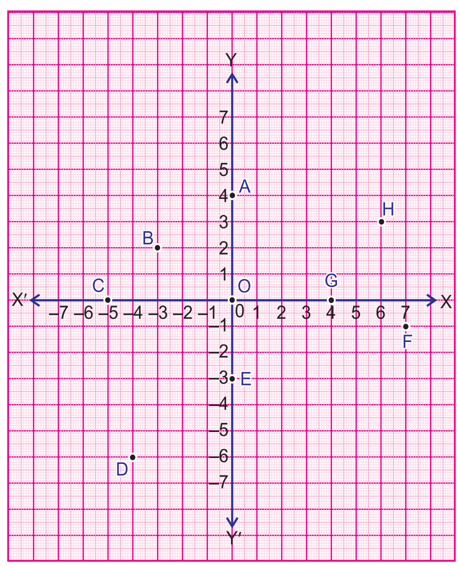
1. താഴെ തന്നിട്ടുള്ള ബിന്ദുക്കളെ ഗ്രാഫ് പേപ്പറിൽ അടയാളപ്പെടുത്തി അവ എവിടെ സ്ഥിതി ചെയ്യുന്നുവെന്ന് കണ്ടുപിടിക്കുക?

   (i) A (2 , 3) (ii) B (– 3 , 2) (iii) C (–5 ,–5) (iv) D (5 , –8)
   (v) E (6 , 0) (vi) F (–4 , 0) (vii) G (0 , 9) (viii) H (0 , –3)
   (ix) J (7 , 8) (x) O (0 , 0)

2. ഗ്രാഫ് പേപ്പറിൽ അടയാളപ്പെടുത്താതെ താഴെ തന്നിട്ടുള്ള ബിന്ദുക്കൾ ഏതു ചതുർത്ഥാംശത്തിൽ സ്ഥിതി ചെയ്യുന്നുവെന്ന് കാണുക.

   (i) (8 , 15) (ii) (–15 , 2)
   (iii) (–20 , –10) (iv) (6 , –9)
   (v) (0 , 18) (vi) (–17 , 0)
   (vii) (9 , 0) (viii) (–100 , –200)
   (ix) (200 , 500) (x) (–50 , 7500).

3. തന്നിട്ടുള്ള ചിത്രത്തിൽ നിന്നും A,B,C,D,E,F,G,H കൂടാതെ Oഎന്നീ ബിന്ദുക്കളുടെ നിർദ്ദേശാങ്കങ്ങളും അവ സ്ഥിതി ചെയ്യുന്ന ചതുർത്ഥാംശങ്ങളും കാണുക.



4. താഴെ തന്നിട്ടുള്ള ബിന്ദുക്കളെ ഗ്രാഫ് പേപ്പറിൽ അടയാളപ്പെടുത്തി അവയിൽകൂടി നേർ രേഖകൾ വരയ്ക്കുക.

   (i) (2 , 7) , (–2 ,– 3) (ii) (5 , 4), (8 , –5)

   (iii) (–3 , 4), (–7 , –2) (iv) (–5 , 3), (5 , –1)

   (v) (2 , 0), (6 , 0) (vi) (0 , 7), (4 , –4)

5. താഴെ തന്നിട്ടുള്ള സമീകരണങ്ങൾക്ക് അനുയോജ്യമായ ഗ്രാഫ് വരയ്ക്കുക:

   (i) $y = 0$ (ii) $x = 5$ (iii) $x = -7$ (iv) $y = 4$ (v) $y = -3$

6. താഴെ തന്നിട്ടുള്ള ബിന്ദുക്കളെ ഗ്രാഫ് പേപ്പറിൽ അടയാളപ്പെടുത്തി അവയാൽ രേഖീകൃതമാകുന്ന രൂപങ്ങളുടെ വിസ്തീർണ്ണം കണ്ടുപിടിക്കുക.

   (i) A (3 , 1), B (3 , 6), C (–5 , 6), D (–5 , 1)

   (ii) A (– 2 , – 4), B (5 , – 4), C (5 , 4), D (–2 , 4)

   (iii) A (3 , 3), B (–3 , 3), C (–3 , –3), D (3 , –3)

   (iv) O (0 , 0), A (0 , 7), B (–7 , 7), C (–7 , 0)

   (v) A (0 , – 2), B (–4 , – 6), C (4 ,– 6)

   (vi) A (1 , 2), B (9,2), C (7 , 4), D (3 , 4)

   (vii) A (–4, 1), B (–4, 7), C (–7, 10), D (–7 , 4)

7. മുൻ ചോദ്യം 6 (i), (ii), (iii) കൂടാതെ (iv) എന്നിവയിലെ ദീർഘചതുരങ്ങളുടെയും സമചതുരങ്ങളുടെയും ചുറ്റളവ് കാണുക.

3.5 ലീനിയർ ഗ്രാഫുകൾ

ഗ്രാഫ് പേപ്പറിൽ നേർരേഖകളും സമാന്തര രേഖകളും വരയ്ക്കുന്നതിന് നാം പഠിച്ചു. രണ്ടു ബിന്ദുക്കളെ തമ്മിൽ യോജിപ്പിക്കുമ്പോൾ ഒരു നേർരേഖ ലഭിക്കുന്നു എങ്കിൽ, ആ ഗ്രാഫിനെ ലീനിയർ ഗ്രാഫ് എന്നു വിളിക്കുന്നു.

3.5.1 സമയ – ദൂര ഗ്രാഫ്

സമയത്തിനും ദൂരത്തിനും തമ്മിലുള്ള ബന്ധം കാണിക്കുന്നതിന് താഴെ തന്നിട്ടുള്ള ഉദാഹരണം പരിഗണിക്കാം.

ഉദാഹരണം *3.8*

അമുത മണിക്കൂറിന് 100 കി.മീ. വേഗത്തിൽ യാത്രചെയ്യുന്നു. സമയദൂര ബന്ധത്തെ വ്യക്തമാക്കുന്ന ഒരു ലീനിയർ ഗ്രാഫ് വരയ്ക്കുക.

നിർദ്ധാരണം

അമുത മണിക്കൂറിൽ 3 കി.മീ. വേഗത്തിൽ യാത്രചെയ്യുന്നു. അതായത് ഒരു മണിക്കൂറിൽ 3 കി.മീറ്ററും 2 മണിക്കൂറിൽ 6 കി.മീറ്ററും 3 മണിക്കൂറിൽ 9 കി.മീറ്ററും യാത്ര ചെയ്യുന്നു. ഈ വിവരങ്ങളെ ഒരു പട്ടികയിലാക്കിയാൽ

സമയം മണിക്കൂറിൽ (x)	0	1	2	3	4	5
ദൂരം കിലോമീറ്ററിൽ (y)	0	3	6	9	12	15

ബിന്ദുക്കൾ: (0 , 0), (1 , 3), (2 , 6), (3 , 9), (4 , 12), കൂടാതെ (5 , 15).

എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ അടയാളപ്പെടുത്തി എല്ലാ ബിന്ദുക്കളും യോജിപ്പിക്കുക. നമുക്ക് ഒരു നേർരേഖ ലഭിക്കുന്നു. അതിനാൽ അതൊരു ലീനിയർ ഗ്രാഫ് ആകുന്നു.

x,y എന്നിവയ്ക്കു തമ്മിലുള്ള ബന്ധം,

ദൂരം = വേഗത x സമയം എന്ന് നമുക്കറിയാം.

മുകളിലുള്ള പട്ടികയിൽ നിന്നും

$0 = 3 \times 0$

$3 = 3 \times 1$

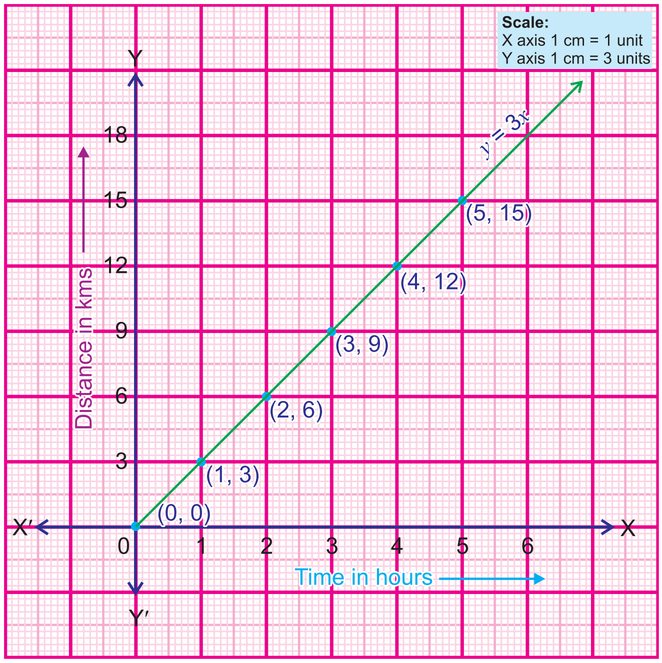
$6 = 3 \times 2$

$9 = 3 \times 3$

$12 = 3 \times 4$

$15 = 3 \times 5$

$\Longrightarrow y = 3x$



[ഇവിടെ, y =ദൂരം, x = സമയം മണിക്കൂറുകളിൽ കൂടാതെ 3 എന്നത് വേഗതയും ആകുന്നു.]

ഈ പ്രശ്നത്തിന്റെ രേഖീയ സമീകരണം **(linear equation) y = $3x$** എന്നാകുന്നു.

3.5.2 ഒരു സമചതുരത്തിന്റെ ചുറ്റളവ് – വശം ഗ്രാഫ്

ഉദാഹരണം 3.9

ഒരു സമചതുരത്തിന്റെ ചുറ്റളവിനും വശത്തിനും തമ്മിലുള്ള ബന്ധത്തെ കണക്കാക്കുന്ന ലീനിയർ ഗ്രാഫ് വരയ്ക്കുക.

നിർദ്ധാരണം

ഒരു സമചതുരത്തിന്റെ ചുറ്റളവ് അതിന്റെ ഒരു വശത്തിന്റെ നാലുമടങ്ങാണ് എന്നുള്ളത് നമുക്കറിയാം (i.e) P = $4a$.

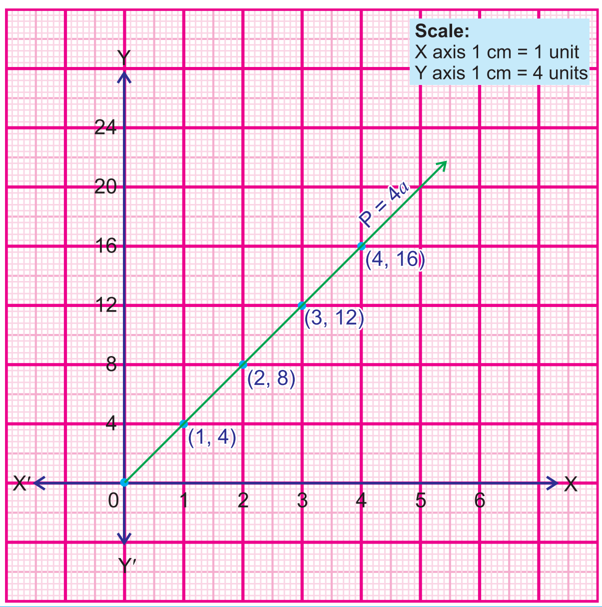
(ഇവിടെ, P = ചുറ്റളവ് കൂടാതെ a = വശം)

'a' യുടെ വ്യത്യസ്തങ്ങളായ മൂല്യങ്ങൾക്കുള്ള 'p' യുടെ മൂല്യങ്ങൾ താഴെയുള്ള പട്ടികയിൽ കൊടുത്തിട്ടുണ്ട്.

a (സെ.മീ)	1	2	3	4
P = 4a (സെ.മീ)	4	8	12	16

ബിന്ദുക്കൾ: (1, 4), (2, 8), (3, 12), (4, 16).

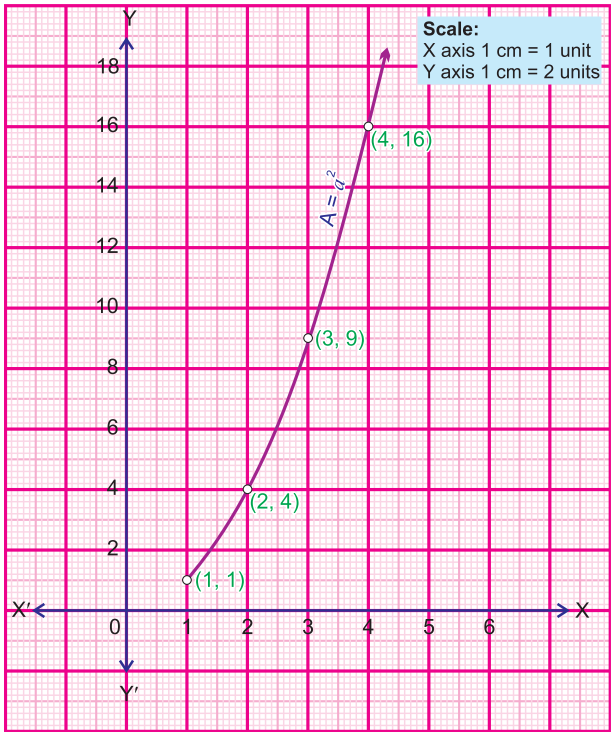
മുകളിൽ കൊടുത്തിട്ടുള്ള ബിന്ദുക്കളെ അടയാളപ്പെടുത്തുക. എല്ലാ ബിന്ദുക്കളേയും യോജിപ്പിക്കുക. P = $4a$. യുടെ ലീനിയർ ഗ്രാഫ് നമുക്ക് ലഭിക്കുന്നു.



3.5.3 ഒരു സമചതുരത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണത്തിനും വശത്തിനും തമ്മിലുള്ള ബന്ധം

ഉദാഹരണം 3.10

ഒരു സമചതുരത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം-വശം ബന്ധത്തെ സൂചിപ്പിക്കുന്ന ഗ്രാഫ് വരയ്ക്കുക.



നിർദ്ധാരണം

ഒരു സമചതുരത്തിന്റ വിസ്തീർണ്ണമെന്നത് അതിന്റെ ഒരു വശത്തിന്റെ വർഗ്ഗമാകുന്നു എന്ന് നിങ്ങൾക്കറിയാം (i.e) $A = a^2$.

(ഇവിടെ, A = വിസ്തീർണ്ണം, a = വശം).

'a' യുടെ വ്യത്യസ്ത മൂല്യങ്ങൾക്ക് A യുടെ മൂല്യം താഴെയുള്ള പട്ടികയിൽ തന്നിട്ടുണ്ട്.

a (in cm)	1	2	3	4	5
$A = a^2$ (in cm^2)	1	4	9	16	25

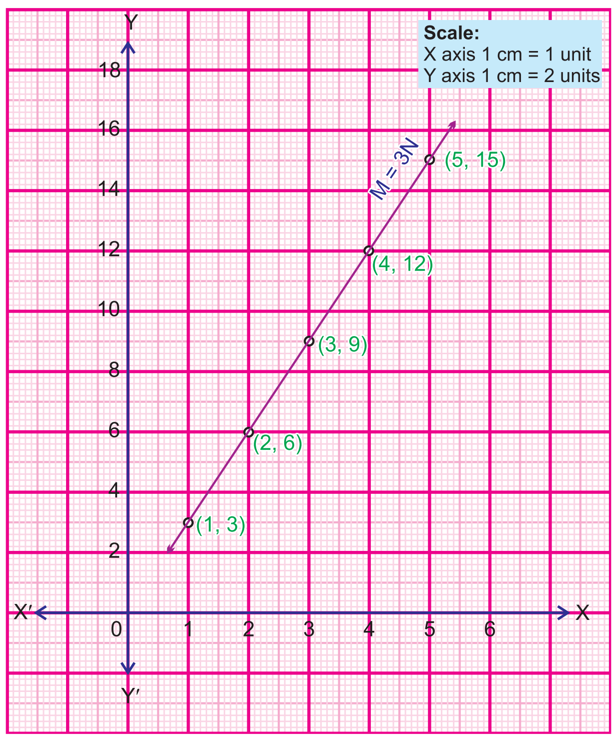
ബിന്ദുക്കൾ: (1 , 1), (2 , 4), (3 , 9), (4 ,16), (5 , 25)

മുകളിൽ കൊടുത്തിട്ടുള്ള ബിന്ദുക്കളെ അടയാളപ്പെടുത്തുക എല്ലാ ബിന്ദുക്കളും യോജിപ്പിക്കുക ഗ്രാഫ് നിരീക്ഷിക്കുക. അതൊരു ലീനിയർ ഗ്രാഫ് ആണോ ? അല്ല, അതൊരു വക്രമാകുന്നു.

3.5.4 സംഖ്യകളുടെ വ്യത്യസ്ത ഗുണിതങ്ങളെ ഗ്രാഫിൽ അടയാളപ്പെടുത്തൽ

ഉദാഹരണം 3.11

3-ന്റെ ഗുണിതങ്ങളുടെ ഗ്രാഫ് വരയ്ക്കുക



നിർദ്ധാരണം

നമുക്ക് 3-ന്റെ ഗുണിതങ്ങൾ എഴുതാം 3-ന്റെ ഗുണിതങ്ങൾ 3, 6, 9, 12, 15... etc. എന്നിങ്ങനെയാണ് നമുക്കിതിനെ 3 - ന്റെ ഗുണിതങ്ങളായി എഴുതാം

$3 = 3 \times n$, ഇവിടെ $n = 1, 2, 3, ...$

$m = 3\ n$. (ഇവിടെ m എന്നത് 3 -ന്റെ ഗുണിതം)

നമുക്ക് താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന പട്ടിക ലഭിക്കുന്നു

n	1	2	3	4	5
$m = 3n$	3	6	9	12	15

ബിന്ദുക്കൾ: (1 , 3), (2 , 6), (3 , 9), (4 , 12), (5 , 15).

എല്ലാ ബിന്ദുക്കളേയും യോജിപ്പിക്കുക 3-ന്റെ ഗുണിതങ്ങളുടെ ഗ്രാഫ് കിട്ടുന്നു.

3.5.5. സാധാരണ പലിശ–കാലം എന്നിവ തമ്മിലുള്ള ബന്ധത്തിന്റെ ഗ്രാഫ്

ഉദാഹരണം 3.12

അശോക് 8% വാർഷിക പലിശനിരക്കിൽ ₹ 10,000 ബാങ്കിൽ നിക്ഷേപിച്ചു. സാധാരണ പലിശ-കാലം ബന്ധത്തെ കുറിക്കുന്ന ലീനിയർ ഗ്രാഫ് വരയ്ക്കുക 5 വർഷത്തെയ്ക്കുള്ള സാധാരണ പലിശ കണക്കാക്കുക.

നിർദ്ധാരണം

നമുക്കറിയാം,

സാധാരണ പലിശ, $I = \frac{Pnr}{100}$

[ഇവിടെ P = മുതൽ, n = കാലം വർഷങ്ങളിൽ, r = പലിശനിരക്ക്]

ഇവിടെ, $P = 10000$

കാലം, $n = ?$

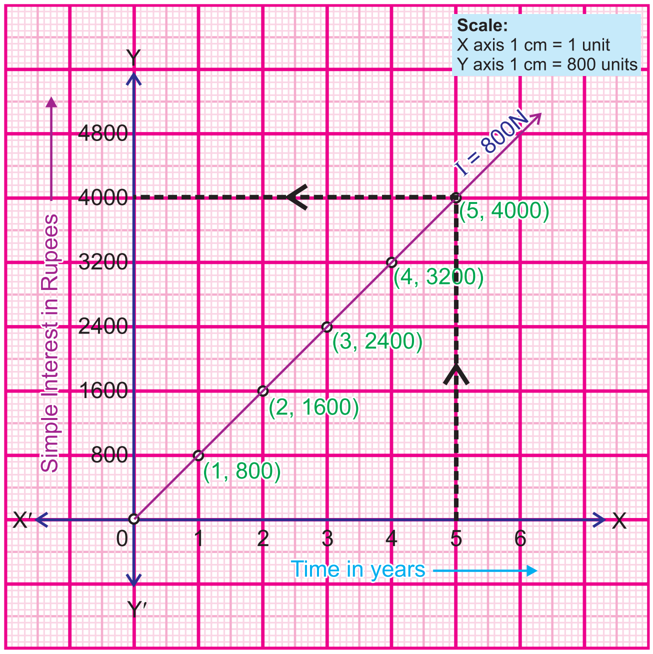
പലിശനിരക്ക്, $r = 8\%$

$$I = \frac{P \times n \times r}{100}$$

$$I = \frac{10000 \times n \times 8}{100}$$

$$I = 800\,n.$$

(ഇവിടെ സാധാരണ പലിശ I,N ന്റെ, മൂല്യത്തെ ആശ്രയിച്ചിരിക്കുന്നു)



n ന്റെ വ്യത്യസ്ത മൂല്യങ്ങൾക്കുള്ള 'I' യുടെ മൂല്യങ്ങൾ താഴെയുള്ള പട്ടികയിൽ കൊടുത്തിട്ടുണ്ട്.

N (കാലം വർഷങ്ങളിൽ)	1	2	3	4	5
I = 800 *n* (₹)	800	1600	2400	3200	4000

ബിന്ദുക്കൾ: (1, 800), (2, 1600), (3, 2400), (4, 3200), (5, 4000)

എല്ലാ ബിന്ദുക്കളും അടയാളപ്പെടുത്തുക. ലീനിയർ ഗ്രാഫ് വരയ്ക്കുക 5 വർഷങ്ങൾ കഴിയുമ്പോൾ സാധാരണ പലിശയായി അശോകിന് ₹ 4000 ലഭിക്കും. (ഗ്രാഫിൽ ഉത്തരത്തെ വിട്ടുവിട്ടുള്ള രേഖയിൽ വരച്ചിട്ടുണ്ട്).

3.6 ലീനിയർ ഗ്രാഫുകളുടെ വ്യാഖ്യാനം

പണം കൈമാറ്റം: ലോകം ഇന്ന് വളരെ ചെറുതായി മാറിയിട്ടുണ്ട്. വിദേശ രാജ്യങ്ങളുമായുള്ള വ്യാപാരം ഒഴിച്ചുകൂടാനാകാത്ത ഒന്നാകുന്നു. മറ്റു രാജ്യങ്ങളുമായി വ്യാപാരം നടത്തുമ്പോൾ നമ്മുടെ പണത്തെ അവരുടെ നാണയമായി മാറ്റേതുണ്ട്. വ്യത്യസ്ത രാജ്യങ്ങൾ വ്യത്യസ്തമായ പേരുകളിൽ വെവ്വേറെ നാണയങ്ങൾ ഉപയോഗിക്കുന്നു അതിനാൽ പണം കൈമാറ്റത്തെക്കുറിച്ചുള്ള ആശയങ്ങൾ മനസ്സിലാക്കേണ്ടതുണ്ട്. താഴെ തന്നിട്ടുള്ള ഉദാഹരണം പരിഗണിക്കാം

ഉദാഹരണം 3.13

ഒരു പ്രത്യേക ദിനത്തിൽ ഒരു യൂറോയുടെ വിനിമയ നിരക്ക് ₹ 55 ആകുന്നു. രണ്ടു നാണയങ്ങൾക്കും തമ്മിലുള്ള ബന്ധത്തെ താഴെ തന്നിട്ടുള്ള ലീനിയർ ഗ്രാഫിൽ കൊടുത്തിട്ടുണ്ട്. ഗ്രാഫ് ശ്രദ്ധിച്ച് വായിച്ച് കൊടുത്തിട്ടുള്ള ചോദ്യങ്ങൾക്ക് ഉത്തരം തരിക.

(i) 4 യൂറോസിന്റെ മൂല്യം രൂപയിലാക്കുക.

(ii) 6 യൂറോസിന്റ മൂല്യം രൂപയിലാക്കുക.

(iii) ₹ 275 യൂറോയിലാക്കുക

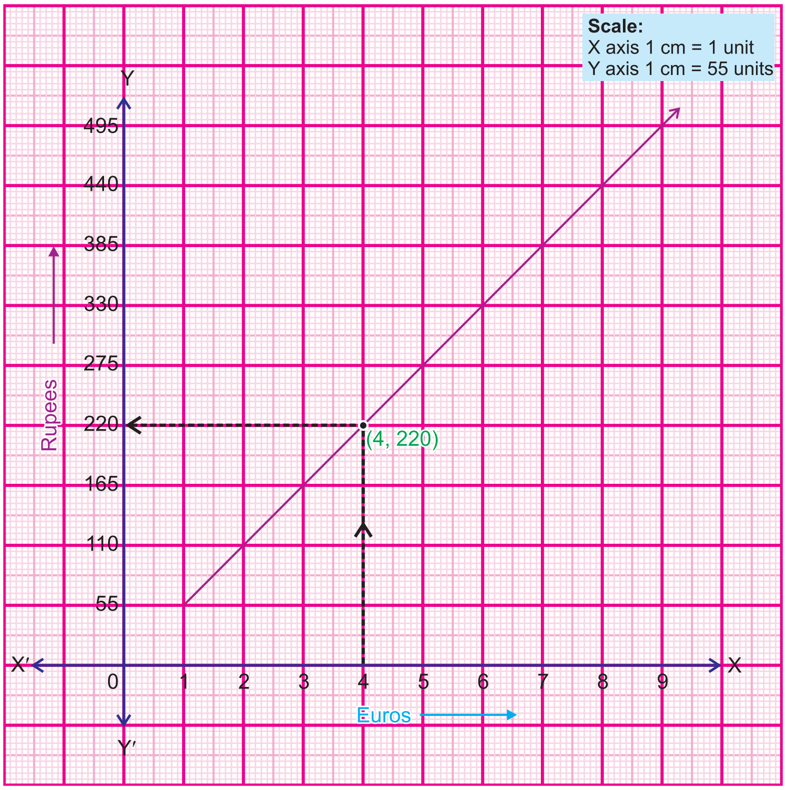
(iv) ₹ 440 യൂറോയിലാക്കുക

നിർദ്ധാരണം

4 യൂറോയുടെ മൂല്യം y അക്ഷത്തിനു സമാന്തരമായി x = 4 ന്റെ ഗ്രാഫ് വിട്ടുവിട്ടുള്ള രേഖ (dotted line) യായി വരയ്ക്കുക ഈ രേഖയുടേയും തന്നിട്ടുള്ള രേഖയുടേയും പ്രതിച്ഛേദബിന്ദു കാണുക.

ഈ ബിന്ദുവിൽ നിന്നും x അക്ഷത്തിനു സമാന്തരമായി (dotted line) വരയ്ക്കുക രേഖ y അക്ഷത്തെ 220-ൽ ഛേദിക്കുന്നു.

(ചിത്രം കാണുക) അതിനാൽ 4 യൂറോയുടെ വില ₹220 (Rs.220) ആകുന്നു.



പ്രവർത്തി

(ii), (iii), (iv) എന്നീ ചോദ്യങ്ങളുടെ ഉത്തരങ്ങൾക്കുവേണ്ടി ശ്രമിക്കുക

അഭ്യാസം 3.2

1. താഴെ തന്നിട്ടുള്ള വിവരങ്ങൾക്ക് ലീനിയർ ഗ്രാഫ് വരയ്ക്കുക

x	5	5	5	5	5	5
y	1	2	3	4	5	6

x	1	2	3	4	5
y	1	2	3	4	5

2. ലീനിയർ ഗ്രാഫു വരച്ച് വിട്ടുപോയ ഭാഗം പൂരിപ്പിക്കുക.

x	1	2	3	4	-
y	6	12	-	-	30

3. ഒരു സമചതുരത്തിന്റെ വശം-വിസ്തീർണ്ണം ബന്ധത്തിന്റെ ഗ്രാഫ് വരയ്ക്കുക.
വശം വിസ്തീർണ്ണം

വശം (മീ)	2	3	4	5	6
വിസ്തീർണ്ണം (മീ^{2})	4	9	16	25	36

4. $y = 7x$ ന്റെ ഗ്രാഫ് വരയ്ക്കുക

5. അക്ബർ 40 കി.മീ./ മണിക്കൂർ സ്ഥിര വേഗത്തിൽ കാറോടിക്കുന്നു. ദൂര-സമയം ഗ്രാഫ് വരയ്ക്കുക. 200 കി. മീ. ദൂരം സഞ്ചരിക്കുന്നതിന് അക്ബർ എത്ര സമയമെടുത്തു എന്ന് കണ്ടുപിടിക്കുക.

6. 10% വാർഷിക പലിശനിരക്കിൽ ₹20000 ഒരു ബാങ്കിൽ നിക്ഷേപിക്കുന്നു. സാധാരണ പലിശ, കാലം എന്നിവ തമ്മിലുള്ള ബന്ധത്തിന്റെ ഗ്രാഫ് വരയ്ക്കുക. 4 വർഷത്തേയ്ക്കുള്ള സാധാരണ പലിശകാണുക.

ഉത്തരങ്ങൾ

അദ്ധ്യായം 1

അഭ്യാസം 1.1

1. i) C ii) B iii) D iv) A v) D

   vi) D vii) C

2.

ക്രമസംഖ്യ	പദങ്ങൾ	ചരങ്ങളുടെ ഗുണാങ്കങ്ങൾ
i)	$3\,abc$ $-5\,ca$	3 – 5
ii)	$1, x, y^2$	സ്ഥിരപദം, 1, 1
iii)	$3x^2y^2$ $-3xyz$ y^2	3 -3 1
iv)	-7 $2\,pq$ $\frac{-5}{7}qr$ rp	സ്ഥിരപദം 2 $\frac{-5}{7}$ 1
v)	$\frac{x}{2}$ - $\frac{-y}{2}$ $-0.3\,xy$	$\frac{1}{2}$ $\frac{-1}{2}$ – 0.3

3. ഏകപദങ്ങൾ : $3x^2$

   ദ്വിപദങ്ങൾ : $3x + 2$, $x^5 - 7$, $a^2b + b^2c$, $2l + 2m$.

   ത്രിപദങ്ങൾ : $x^2 - 4x + 2$, $x^2 + 3xy + y^2$, $s^2 + 3st - 2t^2$

4. i) $5x^2 - x - 2$ ii) $2x^2 + x - 2$ iii) $-3t^2 - 2t - 3$

   iv) 0 v) $2(a^2 + b^2 + c^2 + ab + bc + ca)$

5. i) a ii) $-4x - 18y$ iii) $5ab - 7bc + 13ca$

   iv) $-x^5 + x^3 + 5x^2 + 3x + 1$ v) $5x^2y - 9xy - 7x + 12y + 25$

6. i) 7, 5 ii) 13, – 1 iii) 7, – 1 iv) 8, 1 v) 8, – 2

അഭ്യാസം 1.2

1. i) $21\,x$ ii) $-21\,xy$ iii) $-15a^2b$ iv) $-20a^3$ v) $\frac{2}{3}x^7$ vi) x^3y^3

   vii) x^4y^7 viii) $a^2b^2c^2$ ix) $x^3y^2z^2$ x) $a^3b^3c^5$

2.

ഒന്നാമത്തെ ഏകപദം → രണ്ടാമത്തെ ഏകപദം ↓	$2x$	$-3y$	$4x^2$	$-5xy$	$7x^2y$	$-6x^2y^2$
$2x$	$4x^2$	$-6xy$	$8x^3$	$-10x^2y$	$14x^3y$	$-12x^3y^2$
$-3y$	$-6xy$	$9y^2$	$-12x^2y$	$15xy^2$	$-21x^2y^2$	$18x^3y^3$
$4x^2$	$8x^3$	$-12x^2y$	$16x^4$	$-20x^3y$	$28x^4y$	$-24x^4y^2$
$-5xy$	$-10x^2y$	$15xy^2$	$-20x^3y$	$25x^2y^2$	$35x^3y^2$	$30x^3y^3$
$7x^2y$	$14x^3y$	$-21x^2y^2$	$28x^4y$	$-35x^3y^2$	$49x^4y^2$	$-42x^4y^3$
$-6x^2y^2$	$-12x^3y^2$	$18x^2y^3$	$-24x^4y^2$	$30x^3y^3$	$-42x^4y^3$	$36x^4y^4$

3. i) $30a^7$ ii) $72xyz$ iii) $a^2b^2c^2$ iv) $-72m^7$ v) $x^3y^4z^2$
vi) $l^2m^3n^4$ vii) $-30p^3q$

4. i) $8a^{23}$ ii) $-2x^2-3x+20$ iii) $3x^2+8xy-3y^2$ iv) $12x^2-x-6$
iv) $\frac{-5}{4}a^3b^3$

5. i) $2a^3-3a^2b-2ab^2+3b^3$ ii) $2x^3+x^2y-xy^2+3y^3$
iii) $x^2+2xy+y^2-z^2$ iv) $a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$ v) m^3-n^3

6. i) $2(x^2-2xy+yz-xz-y^2)$ ii) $17a^2+14ab-21ac$

അഭ്യാസം 1.3

1. i) C ii) D iii) B iv) D v) A vi) B

2. i) x^2+6x+9 ii) $4m^2+12m+9$ iii) $4x^2-20x+25$
iv) $a^2-2+\frac{1}{a^2}$ v) $9x^2-4$ vi) $25a^2-30ab+9b^2$
vii) $4l^2-9m^2$ viii) $\frac{9}{16}-x^2$ ix) $\frac{1}{x^2}-\frac{1}{y^2}$ x) 9991

3. i) $x^2+11x+28$ ii) $25x^2+35x+12$ iii) $49x^2-9y^2$
iv) $64x^2-56x+10$ v) $4m^2+14mn+12n^2$ vi) $x^2y^2-5xy+6$
x^2
vii) $a^2+\left(\frac{x+y}{xy}\right)a+\frac{1}{xy}$ viii) $4+2x-2y-xy$

4. i) $p^2-2pq+q^2$ ii) $a^2-10a+25$ iii) $9x^2+30x+25$
iv) $25x^2-40x+16$ v) $49x^2+42xy+9y^2$ vi) $100m^2-180mn+81n^2$
vii) $0.16a^2-0.4ab+0.25b^2$ viii) $x^2-2+\frac{1}{x^2}$
ix) $\frac{x^2}{4}-\frac{xy}{3}+\frac{y^2}{9}$ x) 0.08

5. i) 10609 ii) 2304 iii) 2916 iv) 8464 v) 996004 vi) 2491
vii) 9984 viii) 896 ix) 6399 x) 7.84 xi) 84 xii) 95.06

7. $ab=\frac{9}{4}$, $a^2+b^2=\frac{41}{1}$ 8. i) 80, 16, ii) 196, 196 9. 625

10. $x^3+(a+b+c)x^2+(ab+bc+ca)x+abc.$

അഭ്യാസം 1.4

1. i) C ii) D iii) A iv) C v) B

2. i) $3(x-15)$ ii) $7(x-2y)$ iii) $5a(a+7)$
   iv) $4y(5y^2-3)$ v) $5ab(3a+7)$ vi) $pq(1-r)$
   vii) $9m(2m^2-5n^2)$ viii) $17(l^2+5m^2)$ ix) $3x^2(2xy-4y+5x^2)$
   x) $2a^2b(a^3b^2-7b+2a)$

3. i) $a(2b+3)+2b$ (or) $2b(a+1)+3a$ vi) $(a+b)(ax+by+c)$
   ii) $(3x-2)(2y-3)$ vii) $(ax-b)(x^2+1)$
   iii) $(x+y)(3y+2)$ viii) $(x-y)(m-n)$
   iv) $(5b-x^2)(3b-1)$ ix) $(2m^2+3)(m-1)$
   v) $(ax+y)(ax+b)$ x) $(a+11b)(a+1)$

4. i) $(a+7)^2$ ii) $(x-6)^2$ iii) $(2p+5q)(2p-5q)$ iv) $(5x-2y)^2$
   v) $(13m+25n)(13m-25n)$ vi) $\left(x+\frac{1}{3}\right)^2$
   vii) $(11a+7b)^2$ viii) $3x(x+5)(x-5)$ ix) $(6+7x)(6-7x)$
   x) $(1-3x)^2$

5. i) $(x+3)(x+4)$ ii) $(p-2)(p-4)$ iii) $(m-7)(m+3)$
   iv) $(x-9)(x-5)$ v) $(x-18)(x-6)$ vi) $(a+12)(a+1)$
   vii) $(x-2)(x-3)$ viii) $(x-2y)(x-12y)$
   ix) $(m-24)(m+3)$ x) $(x-22)(x-6)$

അഭ്യാസം 1.5

1. i) $\frac{x^3}{2}$ ii) $-6y$ iii) $\frac{2}{3}a^2b^2c^2$ iv) $7m-6$
   v) $\frac{5}{3}xy$ vi) $9l^2m^3n^5$

2. i) $5y^2-4y+3$ ii) $3x^3-5x^2-7$ iii) $\frac{5}{2}x^2-2x+\frac{3}{2}$
   iv) $x+y-7$ v) $8x^3-4y^2+3xz^3$.

3. i) $(x+5)$ ii) $(a+12)$ iii) $(m-2)$ iv) $(5m-2n)$
   v) $(2a+3b)$ vi) $(a^2+b^2)(a+b)$

അഭ്യാസം 1.6

1. i) $x = 6$ ii) $y = -7$ iii) $y = 4$ iv) $x = 12$ v) $y = -77$

vi) $x = -6$ vii) $x = 2$ viii) $x = 12$ ix) $x = 6$ x) $m = \frac{6}{7}$

2. i) 18 ii) 29, 30, 31 iii) l = 19സെ.മീ, b = 11സെ.മീ iv) 12, 48

v) 12, 9 vi) 45, 27 vii) 4000 viii) $\frac{3}{5}$

ix) നന്ദിനിയുടെ ഇപ്പോഴത്തെ വയസ്സ് 15ഉം മേരിയുടെ ഇപ്പോഴത്തെ വയസ്സ് 45 ഉം ആകുന്നു.

x) ഭാര്യയുടെ പങ്ക് = ₹1,50,000 മകന്റെ പങ്ക് = ₹1,00,000

അദ്ധ്യായം 3

അഭ്യാസം 3.1

2. i) ചതുർത്ഥാംശം I ii) ചതുർത്ഥാംശം II iii) ചതുർത്ഥാംശം III

iv) ചതുർത്ഥാംശം IV v) y-അക്ഷത്തിൽ vi) x-അക്ഷത്തിൽ

vii) x-അക്ഷത്തിൽ viii) ചതുർത്ഥാംശം III ix) ചതുർത്ഥാംശം I

x) ചതുർത്ഥാംശം II

3.

ബിന്ദു	ചതുർത്ഥാംശം/അക്ഷം	ജോടി
A	y -അക്ഷത്തിൽ	(0,4)
B	ചതുർത്ഥാംശം II	(-3,2)
C	x-അക്ഷത്തിൽ	(-5,0)
D	ചതുർത്ഥാംശം III	(-4,-6)
E	y-അക്ഷത്തിൽ	(0.-3)
F	ചതുർത്ഥാംശം IV	(7,-1)
G	x-അക്ഷത്തിൽ	(4,0)
H	ചതുർത്ഥാംശം I	(6,3)
O	കേന്ദ്രത്തിൽ	(0,0)

6. i) 40 സെ.മീ^{2} ii) 56സെ.മീ^{2} iii)36സെ.മീ^{2} iv) 49സെ.മീ^{2}

v) 16 സെ.മീ^{2} vi) 12സെ.മീ^{2} vii)18 സെ.മീ^{2}

7. i) 26 സെ.മീ ii) 30സെ.മീ iii)24സെ.മീ iv) 28സെ.മീ

അഭ്യാസം 3.2

5. 5 മണിക്കൂർ 6. ₹ 8,000

'എനിക്കും സാധിക്കും, ഞാൻ ചെയ്തു'
('I can, I did')
വിദ്യാർത്ഥികളുടെ പ്രവർത്തനവിവരസൂചിക

വിഷയം

ക്രമ നമ്പർ	തിയതി	പാഠഭാഗം	പാഠത്തിന്റെ തലക്കെട്ട്	പ്രവർത്തനം	കുറിപ്പ്