अध्याय 9

अनुपात एवं समानुपात

अनुपात

एक जैसी दो राशियों के मध्य बने सम्बन्ध को **अनुपात** कहते हैं। यह सम्बन्ध इस बात को दर्शाता है कि एक राशि, दूसरी राशि से कितनी गुनी है या एक राशि के इतना होने पर दूसरी राशि कितनी हो जाएगी। अनुपात के सम्बन्ध को चिह्न : से दर्शाते हैं। जैसे—दो सजातीय राशियाँ a और b हों, तो

$$\boxed{a \text{ अनुपात } b \Rightarrow a : b}$$

अनुपात चिह्न (:) के बाईं ओर की राशि (a) को प्रथम पद तथा दाईं ओर की राशि (b) को द्वितीय पद कहते हैं।

उदाहरण 1 एक कक्षा में 20 छात्र और 25 छात्राएँ हैं, तो इनकी संख्याओं का अनुपात क्या होगा?

(a) 1 : 4 (b) 4 : 3 (c) 4 : 5 (d) 2 : 5

हल (c) प्रश्नानुसार,

$$\text{अभीष्ट अनुपात} = \frac{\text{छात्रों की संख्या}}{\text{छात्राओं की संख्या}} = \frac{20}{25} = \frac{4}{5} = 4 : 5$$

अतः छात्र और छात्राओं की संख्या का अनुपात 4 : 5 होगा।

नोट यदि उपरोक्त उदाहरण को हम ऐसे कहें कि एक कक्षा में 45 विद्यार्थी हैं। यदि इनमें छात्र और छात्राओं का अनुपात 4 : 5 हो, तो प्रत्येक की संख्या बताइए।

माना कक्षा में, छात्रों की संख्या $4x$ तथा छात्राओं की संख्या $5x$ है।

प्रश्नानुसार, छात्र + छात्राएँ = 45

$\Rightarrow 4x + 5x = 45 \Rightarrow 9x = 45 \Rightarrow x = 5$

[यहाँ x एक अनुपातिक संख्या है]

अब पुनः छात्र = $4x$ है।

अतः कुल छात्र = 4 × अनुपातिक संख्या

= 4 × 5 = 20

इसी प्रकार, छात्राएँ = $5x$ = 5 × 5 = 25

अतः कक्षा में 20 छात्र और 25 छात्राएँ हैं।

जाँच *प्रश्न में विद्यार्थियों की संख्या का योग* = 45

20 + 25 = 45

$\Rightarrow$ 45 = 45 (सत्य है)

अनुपात के प्रकार

अनुपात के प्रकार निम्नलिखित हैं

(i) **वर्गानुपात** दो संख्याओं के वर्गों का अनुपात, वर्गानुपात कहलाता है।

जैसे—2 : 5 का वर्गानुपात = $2^2 : 5^2 = 4 : 25$

(ii) **वर्गमूलानुपात** जब दो अनुपातों का वर्गमूल लेकर लिखते हैं, तो वह वर्गमूलानुपात कहलाता है।

जैसे—16 : 49 का वर्गमूलानुपात = $\sqrt{16} : \sqrt{49} = 4 : 7$

(iii) **घनानुपात** जब दो अनुपातों का घन करके लिखते हैं तो उसे घनानुपात कहते हैं।

जैसे—3 : 5 का घनानुपात = $3^3 : 5^3 = 27 : 125$

(iv) **घनमूलानुपात** जब दो अनुपातों का घनमूल लेकर लिखते हैं, तो उसे घनमूलानुपात कहते हैं।

जैसे—1 : 8 का घनमूलानुपात = $\sqrt[3]{1} : \sqrt[3]{8} = 1 : 2$

(v) **विलोमानुपात** किसी अनुपात के अग्र पद तथा पश्च पद को आपस में बदलकर प्राप्त किए गए नये अनुपात को पहले अनुपात का विलोमानुपात कहा जाता है। दो संख्याओं a व b के बीच के अनुपात $a:b$ का विलोमानुपात $b:a$ है। *जैसे*—2:5 का विलोमानुपात = 5:2

(vi) **मिश्रित अनुपात** दो या दो से अधिक अनुपातों के प्रथम पदों का गुणनफल तथा द्वितीय पदों के गुणनफल का अनुपात मिश्रित अनुपात कहलाता है।

जैसे—2 : 3, 3 : 4 तथा 2 : 5 का मिश्रित अनुपात

= (2 × 3 × 2) : (3 × 4 × 5) = 12 : 60 = 1 : 5

उदाहरण 2 3 : 11 का वर्गानुपात क्या होगा?

(a) 11 : 3 (b) 6 : 22 (c) 4 : 12 (d) 9 : 121

हल (d) 3 : 11 का वर्गानुपात

= $3^2 : 11^2$ = 9:121

उदाहरण 3 125 : 216 का घनमूलानुपात क्या होगा?

(a) 5 : 6 (b) 25 : 8 (c) 1 : 8 (d) 25 : 36

हल (a) 125 : 216 का घनमूलानुपात = $\sqrt[3]{125} : \sqrt[3]{216} = 5 : 6$

अनुपातों की संक्रियाएँ एवं तुलना

संक्रियाएँ

(i) किसी अनुपात के दोनों पदों में एकसमान संख्या से गुणा या भाग करने पर, अनुपात में कोई बदलाव नहीं होता है।

जैसे—अनुपात $\frac{5}{7}$ के दोनों पदों में 3 से गुणा करने पर,

$$\frac{5 \times 3}{7 \times 3} = \frac{15}{21}$$

अतः $\frac{5}{7} \Leftrightarrow \frac{15}{21}$ एकसमान हैं।

(ii) $\frac{25}{35}$ के दोनों पदों में 5 से भाग करने पर,

$$\frac{(25\div 5)}{(35\div 5)}=\frac{5}{7}$$

अत: $\frac{25}{35}\Leftrightarrow\frac{5}{7}$

तुलना करना

दो अनुपातों $a:b$ तथा $c:d$ में तिरछी गुणा करें अर्थात्

$$\frac{a}{b}\times\frac{c}{d}$$

(i) यदि $ad>bc$ हो, तब $a:b>c:d$

जैसे– $\frac{2}{3}$ व $\frac{1}{3}$ में, $ad=2\times3=6$, $bc=1\times3=3$ अर्थात् $ad>bc$

$\therefore \quad \frac{2}{3}>\frac{1}{3}$

(ii) यदि $ad<bc$ हो, तब $\frac{a}{b}<\frac{c}{d}$

जैसे– $\frac{1}{5}$ व $\frac{2}{3}$ में $ad=1\times3=3$, $cd=2\times5=10$

अर्थात् $ad<cd$

$\therefore \quad \frac{1}{5}<\frac{2}{3}$

(iii) यदि $ad=bc$ हो, तब $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$

जैसे– $\frac{3}{7}$ व $\frac{9}{21}$ में,

$$ad=3\times21=63,\ cb=9\times7=63$$

अर्थात् $ad=cb$

$\therefore \quad \frac{3}{7}=\frac{9}{21}$

उदाहरण 4 2 : 7 तथा 3 : 11 में कौन-सा अनुपात बड़ा है?

(a) 3 : 11 (b) 2 : 7
(c) दोनों बराबर हैं (d) इनमें से कोई नहीं

हल (b) $\frac{2}{7}\times\frac{3}{11}\Rightarrow 22>21$

$\therefore \frac{2}{7}$ बड़ा अनुपात है।

दो या तीन अनुपात ज्ञात होने पर कोई तीसरा या चौथा (या सम्मिलित) अनुपात ज्ञात करना

(i) यदि $A:B=a:b$ तथा $B:C=c:d$ हो, तो

$$A:B:C\Rightarrow \overset{a}{c}\swarrow\nearrow\overset{b}{d}\Rightarrow a\times c:c\times b:b\times d$$

जैसे– $A:B=2:3$, $B:C=5:4$ हो, तो

$$A:B:C\Rightarrow \overset{2}{5}\swarrow\nearrow\overset{3}{4}\Rightarrow 2\times5:3\times5:3\times4$$
$$\Rightarrow 10:15:12$$

(ii) यदि $A:B=a:b$, $B:C=c:d$, $C:D=e:f$ हो, तो

$$\Rightarrow \quad A:B:C:D=ace:bce:bde:bdf$$

जैसे–
$A:B=2:3$
$B:C=\quad 5:6$
$C:D=\quad\ \ 7:8$

$$A:B:C:D=2\times5\times7:3\times5\times7:3\times6\times7:$$
$$3\times6\times8=70:105:126:144$$

उदाहरण 5 यदि $A:B=2:3$, $B:C=5:7$ हो, तो $A:B:C$ का मान है

(a) 10 : 15 : 21 (b) 5 : 12 : 23
(c) 2 : 5 : 21 (d) इनमें से कोई नहीं

हल (a) $A:B:C\Rightarrow \overset{2}{5}\swarrow\nearrow\overset{3}{7}$

$$\Rightarrow \quad 2\times5:5\times3:3\times7=10:15:21$$

उदाहरण 6 यदि A का $\frac{1}{2}=B$ का $\frac{2}{5}=C$ का $\frac{1}{3}$ हो, तो $A:B:C$ कितना होगा?

(a) 4 : 5 : 6 (b) 6 : 4 : 5
(c) 5 : 4 : 6 (d) 4 : 6 : 5

हल (a) माना $A\times\frac{1}{2}=B\times\frac{2}{5}=C\times\frac{1}{3}=k$

$$A=2k,\ B=\frac{5}{2}k,\ C=3k$$

$\therefore \quad A:B:C=2k:\frac{5}{2}k:3k=4:5:6$

समानुपात

जब दो अनुपात एक-दूसरे के बराबर या तुल्य होते हैं तो उनकी चारों राशि समानुपात में होती हैं। समानुपात को चिह्न :: से दर्शाते हैं।

जैसे–यदि दो अनुपात $a:b$ तथा $c:d$ परस्पर समान हैं, तो इन्हें $a:b::c:d$ लिखेंगे। समानुपात की शर्तानुसार, बाह्य पदों का गुणनफल $(a\times d)$ = मध्य पदों का गुणनफल $(b\times c)$

$a : b :: c : d$
bc (मध्य पद)
ad बाह्य पद

उदाहरण 7 यदि $2:3::5:x$ हो, तो x का मान क्या होगा?

(a) 1.5 (b) 2.6
(c) 7.5 (d) 8.6

हल (c)

$2 : 3 :: 5 : x$
'X' (मध्य पद)
'X' बाह्य पद

$$\Rightarrow \quad 2\times x=3\times5\Rightarrow x=\frac{15}{2}=7.5$$

या $\frac{2}{3}=\frac{5}{x}\Rightarrow 2\times x=3\times5\Rightarrow x=\frac{15}{2}=7.5$

समानुपात के नियम

1. **मध्यानुपाती** यदि $a:x::x:b$ हो, तो
मध्यानुपाती (x) = बाह्य पदों का वर्गमूल $\Rightarrow \boxed{x=\sqrt{ab}}$

2. **तृतीयानुपाती** यदि $a : b :: b : x$ हो तो

तृतीयानुपाती $(x) = \frac{\text{मध्य पदों का गुणनफल}}{\text{पहला पद}} \Rightarrow \boxed{x = \frac{b^2}{a}}$

3. **चतुर्थानुपाती** : यदि $a : b :: c : x$ हो तो

चतुर्थानुपाती $(x) = \frac{\text{मध्य पदों का गुणनफल}}{\text{पहला पद}} \Rightarrow \boxed{x = \frac{b \times c}{a}}$

✓ **उदाहरण 8** 9 तथा 4 का मध्यानुपाती क्या होगा?

(a) 2 (b) 5 (c) 6 (d) 8

हल (c) $a = 9, b = 4, x = ?$

मध्यानुपाती के लिए, $a : x :: x : b$

$9 : x :: x : 4$

$\Rightarrow \quad x = \sqrt{9 \times 4} = \sqrt{36} = 6$

✓ **उदाहरण 9** 5 व 3 का तृतीयानुपाती क्या होगा?

(a) 1.8 (b) 2 (c) 2.4 (d) 3

हल (a) तृतीयानुपाती के लिए, $a : b :: b : x$

यहाँ, $a = 5, b = 3, x = ?$

$\Rightarrow \quad x = \frac{b^2}{a} = \frac{9}{5} = 1.8$

✓ **उदाहरण 10** 3, 9 व 5 का चतुर्थानुपाती क्या होगा?

(a) 10 (b) 15 (c) 20 (d) 25

हल (b) चतुर्थानुपाती के लिए, $a : b :: c : x$

$a = 3, b = 9, c = 5, x = ?$

$\Rightarrow \quad x = \frac{b \times c}{a} = \frac{9 \times 5}{3} = 15$

✓ **उदाहरण 11** 8 : 21 के प्रत्येक पद में से क्या घटाया जाए कि अनुपात $\frac{1}{3}$ हो जाए?

(a) $\frac{5}{7}$ (b) $\frac{1}{2}$ (c) $\frac{3}{2}$ (d) $\frac{2}{3}$

हल (c) माना घटाई जाने वाली राशि a है।

प्रश्नानुसार, $8 - a : 21 - a :: 1 : 3$

$24 - 3a = 21 - a$

$\Rightarrow \quad 2a = 24 - 21 = 3$

$\therefore \quad a = \frac{3}{2}$

अनुपात एवं समानुपात से सम्बन्धित महत्त्वपूर्ण सूत्र/नियम/विधियाँ

योगानुपात यदि $a : b :: c : d$ या $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ हो, तो $\frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{d}$

अन्तरानुपात यदि $a : b :: c : d$ या $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ हो, तो $\frac{a-b}{b} = \frac{c-d}{d}$

योगान्तरानुपात यदि $a : b :: c : d$ या $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ हो, तो $\frac{a+b}{a-b} = \frac{c+d}{c-d}$

✓ **उदाहरण 12** यदि $a : b = \frac{2}{3}$ हो, तो $\frac{4a - 2b}{3a + 2b}$ का मान क्या होगा?

(a) $\frac{1}{3}$ (b) $\frac{1}{4}$

(c) $\frac{1}{5}$ (d) $\frac{1}{6}$

हल (d) माना $a = 2k$ तथा $b = 3k$

$\Rightarrow \frac{4a - 2b}{3a + 2b} \Rightarrow \frac{4 \times 2k - 2 \times 3k}{3 \times 2k + 2 \times 3k} \Rightarrow \frac{8k - 6k}{6k + 6k} = \frac{2k}{12k} = \frac{1}{6}$

राशि का विभाजन यदि ₹ R को $a : b : c$ में बाँटा जाए, तो

पहला हिस्सा $= \frac{a}{a + b + c} \times R$

दूसरा हिस्सा $= \frac{b}{a + b + c} \times R$

तीसरा हिस्सा $= \frac{c}{a + b + c} \times R$

✓ **उदाहरण 13** ₹ 360 को A, B तथा C में 4 : 3 : 5 के अनुपात में बाँटने पर B का हिस्सा कितना होगा?

(a) ₹ 10 (b) ₹ 50 (c) ₹ 90 (d) ₹ 100

हल (c) दिया है, ₹ $R = 360$, माना A का हिस्सा $4x$, B का हिस्सा $3x$ व C का हिस्सा $5x$ है।

B का हिस्सा $= \frac{b}{(a + b + c)} \times R = \frac{3x}{(4x + 3x + 5x)} \times 360$

$= \frac{3x}{12x} \times 360 = ₹ 90$

आयु पर आधारित

यदि किसी व्यक्ति की वर्तमान आयु दी गई हो, तब x वर्ष पहले या x वर्ष बाद की आयु ज्ञात करने के लिए, वर्तमान आयु में से क्रमशः x घटाया या x जोड़ा जाता है।

जैसे— x वर्ष बाद की आयु = वर्तमान आयु + 'x' वर्ष

x वर्ष पहले की आयु = वर्तमान आयु − 'x' वर्ष

✓ **उदाहरण 14** रंजना तथा राखी की आयु का अनुपात क्रमशः 15 : 17 है। 6 वर्ष के पश्चात् रंजना तथा राखी की आयु का अनुपात क्रमशः 9 : 10 होगा। 6 वर्ष के पश्चात् रंजना की आयु कितनी होगी?

(a) 36 वर्ष (b) 40 वर्ष

(c) 34 वर्ष (d) 30 वर्ष

हल (a) माना रंजना तथा राखी की आयु क्रमशः $15x$ व $17x$ वर्ष है।

तब, 6 वर्ष पश्चात् रंजना तथा राखी की आयु क्रमशः $(15x + 6)$ व $(17x + 6)$ वर्ष होगी।

प्रश्नानुसार, $\frac{15x + 6}{17x + 6} = \frac{9}{10}$

$150x + 60 = 153x + 54$

$\Rightarrow \quad 3x = 6 \Rightarrow x = 2$

अतः 6 वर्ष पश्चात् रजना की आयु $= 15x + 6 = 15 \times 2 + 6$

$= 36$ वर्ष

✓ **उदाहरण 15** एक बॉक्स में एक रुपये, 50 पैसे, 25 पैसे के सिक्कों की संख्या 1 : 4 : 4 के अनुपात में हैं। यदि उनका मूल्य ₹ 200 हो, तो 50 पैसे के सिक्कों की संख्या क्या है?

(a) 100 (b) 200 (c) 300 (d) 400

हल (b) माना एक रुपये, 50 पैसे, 25 पैसे के सिक्के क्रमशः x, $4x$ व $4x$ हैं। बॉक्स में रुपयों की कीमत $= x + \frac{4x}{2} + \frac{4x}{4} = x + 2x + x = 4x$

प्रश्नानुसार, कुल मूल्य = ₹ 200 $\therefore \quad 4x = 200 \Rightarrow x = 50$

अतः 50 पैसे के सिक्के $= 4x = 4 \times 50 = 200$

उदाहरण 16 क्रिकेट मैच में A, B और C प्रकार की टिकटों की कीमत क्रमशः ₹ 1000, ₹ 500 और ₹ 200 है। A, B और C श्रेणी में बिके टिकटों का अनुपात $3:2:5$ है। यदि टिकटों की बिक्री से कुल वसूली ₹ 2.5 करोड़ है। कुल बेचे गए टिकटों की संख्या ज्ञात करें।

(a) 50000 (b) 40000
(c) 45000 (d) 60000

हल (a) माना A, B तथा C श्रेणी के टिकटों की संख्या क्रमशः $3x, 2x$ व $5x$ हैं। प्रश्नानुसार

$$1000 \times 3x + 500 \times 2x + 200 \times 5x = 25000000$$
$$\Rightarrow \quad 3000x + 1000x + 1000x = 25000000$$
$$\Rightarrow \quad 5000x = 25000000$$
$$\Rightarrow \quad x = 5000$$
$$\therefore \text{बेचे गए टिकटों की कुल संख्या} = 3x + 2x + 5x$$
$$= 10x$$
$$= 10 \times 5000$$
$$= 50000$$

अभ्यास के लिए प्रश्न

अनुपात से सम्बन्धित प्रश्न

1. $\frac{15}{27}$ का सरल अनुपात है
(a) 5 : 4 (b) 3 : 2
(c) 5 : 9 (d) 9 : 5

2. 60 छात्रों और 30 छात्राओं की संख्याओं में अनुपात है
(a) 1 : 3 (b) 2 : 3 (c) 3 : 2 (d) 2 : 1

3. 2 लीटर पेट्रोल का 500 मिली पेट्रोल से क्या अनुपात है?
(a) 4 : 1 (b) 1 : 3 (c) 2 : 5 (d) 5 : 2

4. 200 के 80% का 300 के 50% से क्या अनुपात है?
(a) 13 : 16 (b) 16 : 15
(c) 2 : 3 (d) 15 : 17

5. $2^4 : 2^3$ का अनुपात किसके तुल्य है?
(a) 2 : 1 (b) 3 : 2 (c) 2 : 3 (d) 1 : 2

6. 36 : 121 का वर्गमूलानुपात है
(a) 6 : 11 (b) 6 : 7
(c) 11 : 6 (d) 18 : 13

7. 2 : 3 का वर्गानुपात क्या होगा?
(a) 1 : 2 (b) 8 : 27
(c) 4 : 9 (d) 9 : 4

8. 27 : 8 का घनमूलानुपात है
(a) 3 : 4 (b) 3 : 2 (c) 4 : 3 (d) 2 : 3

9. 1 : 3 का घनानुपात कितना होगा?
(a) 1 : 3 (b) 1 : 27 (c) 3 : 1 (d) 1 : 9

10. 5 : 3, 6 : 4, 2 : 3 का मिश्रित अनुपात कितना है?
(a) 5 : 3 (b) 6 : 4
(c) 2 : 3 (d) 5 : 4

11. 1 : 3 तथा 2 : 3 के व्युत्क्रमानुपातों के योग का अनुपात क्या होगा?
(a) 5 : 3 (b) 3 : 4
(c) 9 : 2 (d) 3 : 5

12. $\frac{5}{7}$ व $\frac{8}{19}$ में छोटा भिन्न कौन-सा है?
(a) $\frac{5}{7}$ (b) $\frac{8}{19}$
(c) दोनों समान हैं (d) इनमें से कोई नहीं

13. 1 : 7 व 2 : 9 में बड़ी भिन्न ज्ञात कीजिए।
(a) 1 : 7 (b) 2 : 9
(c) दोनों बराबर हैं (d) इनमें से कोई नहीं

14. 3 : 5, 7 : 9 तथा 11 : 13 में बड़ा अनुपात ज्ञात कीजिए।
(a) 3 : 5 (b) 7 : 9
(c) 11 : 13 (d) इनमें से कोई नहीं

15. 10 : 18, 7 : 21, 12 : 16, 8 : 20 का न्यूनतम अनुपात है
(a) 12 : 16 (b) 8 : 20
(c) 10 : 18 (d) 7 : 21

16. यदि $a : b = 2 : 3$, $b : c = 5 : 1$ हो, तो $a : b : c$ का मान होगा
(a) 11 : 12 : 4 (b) 5 : 3 : 2
(c) 10 : 15 : 3 (d) 6 : 8 : 3

17. यदि $a : b = 1 : 2$, $b : c = 3 : 1$ तथा $c : d = 1 : 3$ हो, तो $a : b : c : d$ का मान होगा
(a) 3 : 2 : 6 : 2 (b) 2 : 3 : 6 : 3
(c) 3 : 6 : 2 : 6 (d) 2 : 6 : 3 : 6

18. यदि $A : B = 2 : 3$, $B : C = 4 : 5$ हो, तो $A : C$ का मान है
(a) 8 : 5 (b) 15 : 8
(c) 8 : 15 (d) 8 : 7

समानुपात से सम्बन्धित प्रश्न

19. $0.4 : 1.4 :: 1.4 : x$ हो, तो x का मान है
(a) 49 (b) 4.9 (c) 0.49 (d) 0.4

20. 3 और 192 का मध्यानुपाती है
(a) 28 (b) 22 (c) 26 (d) 24

21. यदि $x : y = 6 : 5$ हो, तो $(5x + 3y) : (5x - 3y) = ?$
(a) 2 : 1 (b) 3 : 1
(c) 5 : 3 (d) 5 : 2

22. यदि m और n में 2 : 3 का अनुपात है, तो $(3m + 5n)$ और $(6m - n)$ का क्या अनुपात होगा?
(a) 3 : 7 (b) 5 : 3
(c) 7 : 3 (d) इनमें से कोई नहीं

23. यदि $\frac{A}{3} = \frac{B}{4} = \frac{C}{7}$ हो, तो $\frac{A + B + C}{C}$ का मान क्या होगा?
(a) $1/\sqrt{2}$ (b) 2
(c) 7 (d) $\frac{1}{\sqrt{7}}$

24. यदि $\frac{a}{b} = \frac{2}{3}$ और $\frac{b}{c} = \frac{4}{5}$ हो, तो $\frac{a + b}{b + c}$ किसके बराबर है?
(a) $\frac{20}{27}$ (b) $\frac{27}{20}$ (c) $\frac{6}{8}$ (d) $\frac{8}{6}$

25. राम की सम्पत्ति श्याम से $\frac{2}{5}$ गुना है और मोहन की सम्पत्ति श्याम से $\frac{8}{3}$ गुना है। मोहन की सम्पत्ति का राम की सम्पत्ति से अनुपात क्या है?
(a) 4 : 5 (b) 20 : 3
(c) 3 : 10 (d) 2 : 5

26. 300 परीक्षार्थियों के एक परीक्षा हॉल में लड़के और लड़कियों में 7 : 8 का अनुपात पाया गया। हॉल में लड़कों की संख्या कितनी थी?
(a) 110 (b) 120
(c) 130 (d) 140

27. कृतिका की मासिक आय ₹ 45000 है। यदि उसके द्वारा किए गए मासिक व्यय और बचत का अनुपात 5 : 4 हो, तो उसकी मासिक बचत क्या है?
(a) ₹ 30000 (b) ₹ 20000
(c) ₹ 25000 (d) ₹ 15000

28. वर्णिका अपनी ₹ 60000 की मासिक आय में से ₹ 35000 खर्च करके शेष रुपयों को बैंक में बचत के रूप में जमा कर देती है। उसके मासिक व्यय और बचत का क्या अनुपात है?
(a) 5 : 2 (b) 7 : 5
(c) 3 : 2 (d) 3 : 1

29. एक गाँव की 20000 आबादी में से तीन-चौथाई आबादी साक्षर है जबकि शेष निरक्षर है। गाँव की साक्षरता और निरक्षरता में क्या अनुपात है?
(a) 2 : 3 (b) 3 : 2
(c) 3 : 1 (d) 5 : 1

30. दो संख्याएँ 3 : 5 के अनुपात में हैं। यदि दोनों में से प्रत्येक में से 9 घटा दें तो परिणाम का अनुपात 12 : 23 प्राप्त होता है। छोटी संख्या है
(a) 27 (b) 33
(c) 49 (d) 55

31. दो संख्याओं का योग 36 व अन्तर 6 है, तब इनका अनुपात होगा
(a) 5 : 7 (b) 7 : 5
(c) 6 : 5 (d) 5 : 6

32. ₹ 2600, P, Q तथा R में $\frac{1}{2} : \frac{1}{3} : \frac{1}{4}$ के अनुपात में बाँटे गए हैं। इनमें R का हिस्सा कितना होगा?
(a) ₹ 1200 (b) ₹ 800
(c) ₹ 600 (d) ₹ 1200

33. एक ऑफिस में कार्य कर रहे पुरूष व महिलाओं में 4 : 7 का अनुपात है यदि महिलाओं की संख्या, पुरूषों से 330 अधिक है, तो सभी कार्य करने वालों की संख्या है
(a) 770
(b) 1210
(c) 860
(d) 660

34. एक थैले में ₹ 1, 50 पैसे तथा 25 पैसे के सिक्के 2 : 3 : 4 के अनुपात में हैं। यदि इनका मूल्य ₹ 180 हो, तो 50 पैसे के कितने सिक्के हैं?
(a) 180 (b) 150
(c) 120 (d) 240

✓ आयु सम्बन्धित प्रश्न

35. R और S की वर्तमान उम्र का अनुपात 11 : 17 है। 11 वर्ष पहले उनकी उम्र का अनुपात 11 : 20 था। R की वर्तमान उम्र (वर्षों में) क्या है?
(a) 51 (b) 33 (c) 22 (d) 40

36. तीन लड़कों की औसत आयु 15 वर्ष है। यदि उनकी आयु 3 : 5 : 7 के अनुपात में हैं, तो सबसे छोटे लड़के की आयु (वर्षों में) कितनी होगी?
(a) 18 (b) 21 (c) 9 (d) 15

37. वर्तमान में A और B की आयु का अनुपात 3 : 1 है। चार वर्ष पूर्व अनुपात 4 : 1 था। A की वर्तमान आयु कितनी है?
(a) 48 वर्ष (b) 36 वर्ष
(c) 40 वर्ष (d) 32 वर्ष

38. माँ तथा बेटी की वर्तमान आयु का योग 54 वर्ष तथा उनकी वर्तमान आयु का अन्तर 30 वर्ष है। माँ तथा बेटी की आयु का 8 वर्षों बाद क्या अनुपात होगा?
(a) 5 : 3 (b) 7 : 3 (c) 3 : 1 (d) 5 : 2

39. नेहा तथा रश्मि की वर्तमान आयु का क्रमश: अनुपात 7 : 8 है। अब से छ: वर्ष पश्चात् उनकी आयु का अनुपात क्रमश: 9 : 10 हो जाएगा। रश्मि की वर्तमान आयु कितनी है? (वर्षों में)
(a) 36 वर्ष (b) 24 वर्ष
(c) 28 वर्ष (d) 40 वर्ष

40. विशाल तथा शेखर की वर्तमान आयु का क्रमश: अनुपात 14 : 17 है। अब से 6 वर्ष पश्चात् उनकी आयु का क्रमश: अनुपात 17 : 20 होगा। शेखर की वर्तमान आयु क्या है?
(a) 17 वर्ष (b) 51 वर्ष
(c) 34 वर्ष (d) 28 वर्ष

✓ विगत् वर्षों के प्रश्न

41. दो व्यक्तियों की आयु का अनुपात 5 : 9 है और उनमें से एक की आयु दूसरे से 40 वर्ष अधिक है। उनकी आयु का योग कितने वर्ष होगा? **[SSC कांस्टेबल, 2015]**
(a) 140 (b) 180 (c) 150 (d) 160

42. 1.21 और 0.09 का माध्य अनुपात क्या है? **[SSC कांस्टेबल, 2015]**
(a) 0.33 (b) 3.03
(c) 3.3 (d) 0.033

43. यदि $A = B$ का $\frac{2}{3}$ और $B = C$ का $\frac{4}{5}$ हो, तो $A : B : C$ क्या होगा? **[SSC कांस्टेबल, 2013]**
(a) 12 : 8 : 10
(b) 15 : 10 : 8
(c) 10 : 15 : 12
(d) 8 : 12 : 15

44. यदि A, B और C की वार्षिक आय 1 : 3 : 7 के अनुपात में है और A तथा C की कुल वार्षिक आय ₹ 800000 है, तो B का मासिक वेतन (₹ में) है **[SSC कांस्टेबल, 2012]**
(a) 20000 (b) 25000
(c) 30000 (d) 15000

45. किसी स्कूल में एक परीक्षा में सफल और असफल परीक्षार्थियों का अनुपात 6 : 1 है। यदि 6 और परीक्षार्थी सफल हो जाते, तो अनुपात 9 : 1 होता। परीक्षार्थियों की कुल संख्या है **[SSC कांस्टेबल, 2012]**
(a) 140 (b) 120
(c) 200 (d) 160

46. दो संख्याओं के बीच अनुपात: 4 : 7 है। यदि प्रत्येक में 4 की वृद्धि कर दी जाए, तो अनुपात 3 : 5 हो जाता है। बड़ी संख्या है **[SSC कांस्टेबल, 2012]**
(a) 36 (b) 48
(c) 56 (d) 64

47. दो अथ्यर्थी P और Q के अंक 2 : 5 के अनुपात में हैं। यदि P का अंक 120 है, तो Q का अंक है **[SSC कांस्टेबल, 2011]**
(a) 120 (b) 240
(c) 300 (d) 360

उत्तरमाला

1 (c)	2 (d)	3 (a)	4 (b)	5 (a)
6 (a)	7 (c)	8 (b)	9 (b)	10 (a)
11 (c)	12 (b)	13 (b)	14 (c)	15 (c)
16 (c)	17 (c)	18 (c)	19 (b)	20 (d)
21 (b)	22 (c)	23 (b)	24 (a)	25 (b)
26 (d)	27 (b)	28 (b)	29 (c)	30 (b)
31 (b)	32 (c)	33 (b)	34 (c)	35 (b)
36 (c)	37 (b)	38 (d)	39 (b)	40 (c)
41 (a)	42 (a)	43 (d)	44 (b)	45 (a)
46 (c)	47 (c)			

संकेत एवं हल

1. (c) $\frac{15}{27}$ को हम 15 : 27 भी लिख सकते हैं।

[यहाँ $\frac{15}{27}$ में अंश और हर में 3 से भाग देने पर प्राप्त मान $\frac{5}{9}$ है]

अतः $15:27 = 5:9$

2. (d) 60 छात्र व 30 छात्राओं का अनुपात $= \frac{60}{30}$

$= \frac{2}{1} = 2:1$

3. (a) 2 लीटर = 2000 मिली

∴ 2 लीटर : 500 मिली $= 2000:500 = 4:1$

4. (b) 200 का 80% $= \frac{200\times 80}{100} = 160$

300 का 50% $= \frac{300\times 50}{100} = 150$

∴ अभीष्ट अनुपात $= \frac{160}{150} = 16:15$

5. (a) $2^4 : 2^3 = 16:8 = 2:1$

6. (a) 36 : 121 का वर्गमूलानुपात $= \sqrt{36}:\sqrt{121}$

$= 6:11$

7. (c) 2 : 3 का वर्गानुपात $= 2^2 : 3^2 = 4:9$

8. (b) 27 : 8 का घनमूलानुपात $= \sqrt[3]{27}:\sqrt[3]{8}$

$= 3:2$

9. (b) 1 : 3 का घनानुपात $= (1)^3 : (3)^3 = 1:27$

10. (a) 5 : 3, 6 : 4, 2 : 3 का मिश्रित अनुपात

$= (5\times 6\times 2):(3\times 4\times 3) = 60:36$

[∵ मिश्रित अनुपात = प्रथम पदों का गुणनफल : द्वितीय पदों का गुणनफल]

$= 10:6 = 5:3$

11. (c) 1 : 3 का व्युत्क्रम $= 3:1 = \frac{3}{1}$

2 : 3 का व्युत्क्रम $= 3:2 = \frac{3}{2}$

∴ अभीष्ट योग $= \frac{3}{1}+\frac{3}{2} = \frac{6+3}{2} = \frac{9}{2} = 9:2$

12. (b) $\frac{5}{7}$ व $\frac{8}{19}$ में,

यहाँ $a:b = 5:7$ तथा $c:d = 8:19$

$ad = 5\times 19 = 95$ तथा $cb = 8\times 7 = 56$

अर्थात् $ad > cb$ ∴ $\frac{5}{7} > \frac{8}{19}$

अतः $\frac{8}{19}$ न्यूनतम भिन्न है।

13. (b) यहाँ, $\frac{1}{7} = 0.14$ तथा $\frac{2}{9} = 0.22$

अतः स्पष्ट है कि 0.22, 0.14 से बड़ा है।

∴ $1:7 < 2:9$

14. (c) यहाँ $3:5 = \frac{3}{5}\times\frac{117}{117} = \frac{351}{585}$

[∵ 5, 9 व 13 का ल.स = 585]

$7:9 = \frac{7}{9}\times\frac{65}{65} = \frac{455}{585}$ तथा $\frac{11}{13} = \frac{11}{13}\times\frac{45}{45} = \frac{495}{585}$

अतः 11 : 13 बड़ी भिन्न है।

15. (c) ∵ $\frac{10}{18} = \frac{2}{9} = 0.22$ $\frac{7}{21} = \frac{1}{3} = 0.33$

$\frac{12}{16} = \frac{3}{4} = 0.75$ $\frac{8}{20} = \frac{2}{5} = 0.4$

अतः दिए हुए अनुपातों में 10:18 न्यूनतम है।

16. (c) $a:b = 2:3, b:c = 5:1$

∴ $a:b:c \Rightarrow$

$= 2\times 5 : 5\times 3 : 3\times 1 = 10:15:3$

17. (c) $a:b = 1:2, b:c = 3:1, c:d = 1:3$

$a:b:c:d$

$= (1\times 3\times 1):(2\times 3\times 1):(2\times 1\times 1):(2\times 1\times 3)$

$= 3:6:2:6$

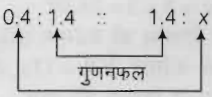
18. (c) $A:B = 2:3,\ B:C = 4:5$

∴ $A:B:C \Rightarrow$

$= 2\times 4 : 4\times 3 : 3\times 5 = 8:12:15$

∴ $A:C = 8:15$

19. (b)



गुणनफल

$\Rightarrow \quad 0.4\times x = 1.4\times 1.4$

$\Rightarrow \quad x = \frac{1.96}{0.4} = 4.9$

20. (d) 3 व 192 का मध्यानुपाती x लेने पर,

$3:x::x:192$

$\Rightarrow \quad \frac{3}{x} = \frac{x}{192} \Rightarrow x^2 = 3\times 192$

$\Rightarrow \quad x = \sqrt{3\times 192} = \sqrt{3\times 8\times 3\times 8} = 24$

21. (b) माना $x = 6k,\ y = 5k$

$\therefore \frac{5x+3y}{5x-3y} = \frac{5\times 6k + 3\times 5k}{5\times 6k - 3\times 5k}$

$= \frac{30k+15k}{30k-15k} = \frac{45k}{15k} = \frac{3k}{k} = \frac{3}{1} = 3:1$

22. (c) $m:n = 2:3$

माना $m = 2k, n = 3k$

$\therefore \frac{3m+5n}{6m-n} = \frac{3\times 2k + 5\times 3k}{6\times 2k - 3k}$

$= \frac{6k+15k}{12k-3k} = \frac{21k}{9k} = \frac{7}{3} = 7:3$

23. (b) $\frac{A}{3} = \frac{B}{4} = \frac{C}{7} = k$ (माना)

∴ $A = 3k, B = 4k, C = 7k$

तब $\frac{A+B+C}{C} = \frac{3k+4k+7k}{7k} = \frac{14k}{7k} = 2$

24. (a) $\frac{a}{b} = \frac{2}{3}, \frac{b}{c} = \frac{4}{5}$ या $\frac{c}{b} = \frac{5}{4}$

$\therefore \quad \frac{a+b}{b+c} = \frac{\frac{a}{b}+1}{1+\frac{c}{b}} = \frac{\frac{2}{3}+1}{1+\frac{5}{4}} = \frac{\frac{5}{3}}{\frac{9}{4}}$

$= \frac{5}{3}\times\frac{4}{9} = \frac{20}{27}$

25. (b) माना श्याम की सम्पत्ति = ₹ x

∴ राम की सम्पत्ति = ₹ $\frac{2}{5}x$

तथा मोहन की सम्पत्ति = ₹ $\frac{8}{3}x$

तब, $\frac{\text{मोहन की सम्पत्ति}}{\text{राम की सम्पत्ति}} = \frac{\frac{8}{3}x}{\frac{2}{5}x}$

$= \frac{8\times 5}{3\times 2} = \frac{20}{3} = 20:3$

26. (d) परीक्षा हॉल में कुल परीक्षार्थी = 300

माना लड़के = $7x$ तथा लड़कियाँ = $8x$

∴ $7x + 8x = 300 \Rightarrow 15x = 300 \Rightarrow x = 20$

∴ लड़कों की संख्या = $7x = 7\times 20 = 140$

27. (b) कृतिका की मासिक आय = ₹ 45000

व्यय : बचत = 5 : 4

माना व्यय ₹ $5x$ तथा बचत $4x$ है।

प्रश्नानुसार, $5x + 4x = 45000$

$\Rightarrow \quad 9x = 45000 \Rightarrow x = 5000$

अतः कृतिका की मासिक बचत $= 4x = 4\times 5000$

= ₹ 20000

28. (b) माना वर्णिका की बचत ₹ x है।

x(बचत) = आय − व्यय

$= 60000 - 35000 =$ ₹ 25000

अतः मासिक व्यय: बचत

$= 35000:25000 = 7:5$

29. (c) गाँव की कुल आबादी = 20000

साक्षर आबादी $= 20000\times\frac{3}{4}$

$= 15000$

निरक्षर आबादी $= 20000 - 15000$

$= 5000$

∴ अभीष्ट अनुपात $= 15000:5000 = 3:1$

30. (b) माना संख्याएँ $3x$ व $5x$ हैं।

प्रश्नानुसार, $\frac{3x-9}{5x-9} = \frac{12}{23}$

$\Rightarrow \quad 69x - 207 = 60x - 108$

$\Rightarrow \quad 9x = 207 - 108$

$\Rightarrow \quad 9x = 99 \Rightarrow x = 11$

∴ छोटी संख्या $= 3x = 3\times 11 = 33$

31. (b) माना संख्याएँ a व b हैं।

प्रश्नानुसार,

$a + b = 36$ ...(i)

$a - b = 6$ ...(ii)
$2a = 42$ (जोड़ने पर)
$\Rightarrow a = 21$
तथा $b = 36 - 21 = 15$
अभीष्ट अनुपात $= 21 : 15 = 7 : 5$

32. (c) P, Q, R की राशियों का अनुपात
$= \frac{1}{2} : \frac{1}{3} : \frac{1}{4} = 6 : 4 : 3$
प्रश्नानुसार, $6k + 4k + 3k = 2600$
$\Rightarrow 13k = 2600 \Rightarrow k = 200$
$\therefore R$ का हिस्सा $= 3k = 3 \times 200 = ₹ 600$

33. (b) माना पुरूष $= 4k$, महिलाएँ $= 7k$
प्रश्नानुसार, $7k = 4k + 330$
$\Rightarrow 3k = 330 \Rightarrow k = 110$
$\therefore$ कुल संख्या $= 4k + 7k = 11k$
$= 11 \times 110 = 1210$

34. (c) माना ₹ 1, 50 पैसे व 25 पैसे के सिक्के क्रमश: $2k$, $3k$ व $4k$ हैं।
इनका रुपयों में मूल्य $= \frac{2k}{1} + \frac{3k}{2} + \frac{4k}{4}$
$= \frac{8k + 6k + 4k}{4} = \frac{18k}{4}$
अब चूँकि थैले में रुपये का मूल्य $= 180$
$\therefore \frac{18k}{4} = 180 \Rightarrow k = 40$
तब, 50 पैसे के सिक्के $= 3k = 3 \times 40 = 120$

35. (b) माना R और S की वर्तमान आयु क्रमश: $11x$ व $17x$ है।
प्रश्नानुसार, 11 वर्ष पहले,
$\frac{11x - 11}{17x - 11} = \frac{11}{20}$
$\Rightarrow 220x - 220 = 187x - 121$
$\Rightarrow 220x - 187x = 220 - 121$
$\Rightarrow 33x = 99$
$\Rightarrow x = 3$
$\therefore R$ की वर्तमान आयु $= 11 \times 3 = 33$ वर्ष

36. (c) माना तीनों लड़कों की आयु क्रमश: $3x$, $5x$ तथा $7x$ हैं।
प्रश्नानुसार, $\frac{3x + 5x + 7x}{3} = 15$
$\Rightarrow 15x = 45 \Rightarrow x = 3$
$\therefore$ सबसे छोटे लड़के की आयु
$= 3x = 3 \times 3 = 9$ वर्ष

37. (b) माना A तथा B की वर्तमान आयु क्रमश: $3x$ तथा x वर्ष है।
4 वर्ष पूर्व A की आयु $= (3x - 4)$ वर्ष
तथा 4 वर्ष पूर्व B की आयु $= (x - 4)$ वर्ष
प्रश्नानुसार, $\frac{3x - 4}{x - 4} = \frac{4}{1}$
$\Rightarrow 3x - 4 = 4x - 16$
$\Rightarrow 4x - 3x = -4 + 16$
$\Rightarrow x = 12$ वर्ष
अत: A की वर्तमान आयु $= 3x = 3 \times 12 = 36$ वर्ष

38. (d) माना माता की वर्तमान आयु $= M$ वर्ष
तथा पुत्री की वर्तमान आयु $= D$ वर्ष
दिया है, $M + D = 54$ ...(i)
तथा $M - D = 30$ ...(ii)
समी (i) व (ii) को हल करने पर,
$M = 42$ वर्ष तथा $D = 12$ वर्ष
8 वर्ष बाद दोनों की आयु में अभीष्ट अनुपात
$= \frac{42 + 8}{12 + 8} = \frac{50}{20} = \frac{5}{2} = 5 : 2$

39. (b) माना नेहा तथा रश्मि की वर्तमान आयु क्रमश: $7x$ तथा $8x$ वर्ष है।
6 वर्ष पश्चात् नेहा की आयु $= (7x + 6)$ वर्ष
तथा 6 वर्ष पश्चात् रश्मि की आयु $= (8x + 6)$ वर्ष
प्रश्नानुसार, $\frac{7x + 6}{8x + 6} = \frac{9}{10}$
$\Rightarrow 70x + 60 = 72x + 54$
$\Rightarrow 2x = 6 \Rightarrow x = 3$ वर्ष
अत: रश्मि की वर्तमान आयु
$= 8x = 8 \times 3 = 24$ वर्ष

40. (c) माना विशाल की वर्तमान आयु $= 14x$ वर्ष
तथा शेखर की वर्तमान आयु $= 17x$ वर्ष
छ: वर्ष के पश्चात् विशाल की आयु
$= (14x + 6)$ वर्ष
तथा 6 वर्ष पश्चात् शेखर की आयु
$= (17x + 6)$ वर्ष
प्रश्नानुसार, $\frac{14x + 6}{17x + 6} = \frac{17}{20}$
$\Rightarrow 280x + 120 = 289x + 102$
$\Rightarrow 289x - 280x = 120 - 102$
$\Rightarrow 9x = 18$
$\Rightarrow x = 2$ वर्ष
$\therefore$ शेखर की वर्तमान आयु $= 17x = 17 \times 2$
$= 34$ वर्ष

41. (a) माना दो व्यक्तियों की आयु $5x$ और $9x$ है। उनकी आयु में 40 वर्ष का अन्तर है।
तब, $9x - 5x = 40$
$4x = 40, x = 10$
अत: पहले व्यक्ति की आयु $= 5x = 5 \times 10$
$= 50$ वर्ष
दूसरे व्यक्ति की आयु $= 9x = 9 \times 10 = 90$ वर्ष
दोनों का योग $= 50 + 90 = 140$ वर्ष

42. (a) हम जानते हैं, कि माध्य अनुपात $= \sqrt{ab}$
यहाँ पर $a = 1.21$ $b = 0.09$
$\therefore$ माध्य अनुपात $= \sqrt{ab} = \sqrt{1.21 \times 0.09}$
$= \sqrt{\frac{121 \times 9}{100 \times 100}}$
$= \frac{11 \times 3}{100} = \frac{33}{100} = 0.33$

43. (d) $A = B$ का $\frac{2}{3} = B \times \frac{2}{3}$
$\Rightarrow \frac{A}{B} = \frac{2}{3}$
$B = C$ का $\frac{4}{5} = C \times \frac{4}{5}$
$\Rightarrow \frac{B}{C} = \frac{4}{5}$
$\Rightarrow B : C = 4 : 5$
अब, $A : B = 2 : 3$ तथा $B : C = 4 : 5$
$\therefore A : B : C = (2 \times 4) : (3 \times 4) : (3 \times 5)$
$= 8 : 12 : 15$

44. (b) माना A, B तथा C की वार्षिक आय क्रमश: ₹ x, ₹ $3x$ तथा ₹ $7x$ है। तब
प्रश्नानुसार, $x + 7x = 800000$
$\Rightarrow x = 100000$
$\therefore B$ का मासिक वेतन $= \frac{3 \times 100000}{12} = ₹ 25000$

45. (a) माना परीक्षा में सफल छात्र $6x$ तथा असफल छात्र x है।
$\therefore$ प्रश्नानुसार,
$\frac{6x + 6}{x - 6} = \frac{9}{1}$
$\Rightarrow 6x + 6 = 9x - 54$
$\Rightarrow 3x = 60 \Rightarrow x = 20$
$\therefore$ छात्रों की कुल संख्या $= 6x + x = 7x$
$= 7 \times 20 = 140$

46. (c) माना वे संख्याएँ $4k$ तथा $7k$ हैं। तब
प्रश्नानुसार,
$\frac{4k + 4}{7k + 4} = \frac{3}{5}$
$\Rightarrow 20k + 20 = 21k + 12$
$\Rightarrow k = 8$
$\therefore$ बड़ी संख्या $= 7 \times 8 = 56$

47. (c) माना P के अंक $= 2x$ तथा Q के अंक $= 5x$
प्रश्नानुसार, $2x = 120 \Rightarrow x = 60$
अत: Q के अंक $= 5x = 5 \times 60 = 300$