

Total number of Pages : 16

Subject Code : 19

**B15-AM
EN/AS/BN**

1049

2015

ADVANCED MATHEMATICS (E)

(For both New and Old Course)

Full Marks : 100

Pass Marks : 30

Time : Three hours

***The figures in the margin indicate full marks
for the questions.***

- .. (a) Write down three sets A, B, C such that $A \cup B = A \cup C$, but $B \neq C$. 1

তিনিটা সংহতি A, B, C লিখাঁ যাতে $A \cup B = A \cup C$, কিন্তু $B \neq C$.

তিনটি সংহতি A, B, C লেখো যাতে $A \cup B = A \cup C$, কিন্তু $B \neq C$.

- (b) If $A \subseteq B$, prove that $B' \subseteq A'$.

where A' denotes the complement of A. 2

যদি $A \subseteq B$, প্রমাণ করাঁ যে $B' \subseteq A'$.

য'ত A' এ A র পূরক সংহতি বুজাইছে ।

যদি $A \subseteq B$, তাহলে প্রমাণ করো যে, $B' \subseteq A'$.

যখানে A' হচ্ছে A র পূরক সংহতি ।

- (c) Let A and B be two sets. If $n(A - B) = 26$, $n(B - A) = 17$, and $n(A \cap B) = 12$; find $n(A)$, $n(B)$, $n(A \cup B)$. 3

A আর B দুটা সংহতি । যদি $n(A - B) = 26$, $n(B - A) = 17$, আর $n(A \cap B) = 12$; $n(A)$, $n(B)$, $n(A \cup B)$ উলিওরাঁ ।

A এবং B দুটি সংহতি । যদি $n(A - B) = 26$, $n(B - A) = 17$, এবং $n(A \cap B) = 12$; তাহলে $n(A)$, $n(B)$ এবং $n(A \cup B)$ নির্ণয় করো ।

- (d) A function f is defined as follows :

$$f(x) = \sqrt{(2-x)(x-1)}.$$

write down the domain of f. 1

এটা ফলন f অর সংজ্ঞা এনেদৰে দিয়া আছে :

$$f(x) = \sqrt{(2-x)(x-1)}.$$

f অর আদিক্ষেত্রটো লিখাঁ ।

একটি ফলন f এর সংজ্ঞা নিম্নরূপ :

$$f(x) = \sqrt{(2-x)(x-1)}.$$

f এর আদিক্ষেত্রটি লেখো ।

- (e) Let $R = \{(a, b) : a, b \in \mathbb{Z}, a - b \text{ is divisible by } 5\}$ be a relation on $\mathbb{Z}$, the set of integers.

Examine if R is an equivalence relation.

3

অখণ্ড সংখ্যার সংহতি $\mathbb{Z}$ অত

$R = \{(a, b) : a, b \in \mathbb{Z}, a - b, 5 \text{ এবে বিভাজ্য}\}$ এটা সম্পর্ক ।

R সম্পর্কটো সমতুল্যতা সম্পর্ক হয়নে নহয় পরীক্ষা কবাঁ ।

অখণ্ড সংখ্যার সংহতি $\mathbb{Z}$ এর উপর

$R = \{(a, b) : a, b \in \mathbb{Z}, a - b, 5 \text{ দ্বারা বিভাজ্য}\}$ একটি সম্পর্ক ।

R সম্পর্কটি সমতুল্য সম্পর্ক হয় কি না পরীক্ষা করো ।

2. (a) If $a + ib = 0$; prove that $a - ib = 0$.

1

যদি $a + ib = 0$; প্রমাণ কবাঁ যে $a - ib = 0$.

যদি $a + ib = 0$; তাহলে প্রমাণ করো যে, $a - ib = 0$.

- (b) Find the modulus of the following complex number :

2

তলব জটিল সংখ্যাটোর মাপাংক উলিওরাঁ :

নীচের জটিল সংখ্যাটির মাপাংক নির্ণয় করো :

$$\frac{7 - 24i}{4 + 3i}$$

3

(c) Find the cube roots of 64.

64 অৰ ঘনমূল কেইটা উলিওৱা।

64 এর ঘনমূল গুলো নির্ণয় কৰো।

2

(d) Find the square roots of

বৰ্গমূল নির্ণয় কৰা

বৰ্গমূল নির্ণয় কৰো

$$3 - 4i$$

1

(e) Express $\sqrt{3} + i$ in polar form.

$\sqrt{3} + i$ ক ধ্রুৱীয় আকাৰত প্রকাশ কৰা।

$\sqrt{3} + i$ কে ধ্রুৱীয় আকাৰে প্রকাশ কৰো।

(f) If z is a complex number and $\bar{z}$ denotes its conjugate, prove that

(i) $z + \bar{z}$ is real

(ii) $z \bar{z}$ is real

(iii) The real part of z is $\frac{z + \bar{z}}{2}$.

$$1 + 1 + 1 = 3$$

যদি z এটা জটিল সংখ্যা আৰু $\bar{z}$ এ ইয়াৰ সংযুগী বৃজায়, প্রমাণ কৰা যে

(i) $z + \bar{z}$ বাস্তৱ

(ii) $z \bar{z}$ বাস্তৱ

(iii) z অৰ বাস্তৱ অংশ $\frac{z + \bar{z}}{2}$.

যদি z একটি জটিল সংখ্যা এবং $\bar{z}$ এটিয় সংযুগ্ম জটিল সংখ্যা বুঝায়, তাহলে প্রমাণ করো যে,

(i) $z + \bar{z}$ বাস্তব

(ii) $z \bar{z}$ বাস্তব

(iii) z এর বাস্তব অংশ $\frac{z + \bar{z}}{2}$.

3. (a) One root of a quadratic equation is $5 + i$. Form the equation. 2

এটা দ্বিঘাত সমীকরণের এটা মূল $5 + i$ । সমীকরণটো গঠন করো।

কোনো দ্বিঘাত সমীকরণের একটি মূল $5 + i$ হলে সমীকরণটি গঠন করো।

- (b) The roots of the equation $px^2 + x + q = 0$ are real and unequal ($p \neq 0, q \neq 0$). Show that the roots of $x^2 - 4\sqrt{pq}x + 1 = 0$ are complex. 3

$px^2 + x + q = 0$ সমীকরণের মূল দুটা বাস্তব আৰু অসমান ($p \neq 0, q \neq 0$)। দেখুওৱা যে $x^2 - 4\sqrt{pq}x + 1 = 0$ সমীকরণের মূল দুটা জটিল।

যদি $px^2 + x + q = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয় বাস্তব এবং অসমান, ($p \neq 0, q \neq 0$), তাহলে দেখাও যে, $x^2 - 4\sqrt{pq}x + 1 = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয় জটিল।

- (c) Find the condition such that the difference of the roots of the equation $ax^2 + bx + c = 0, (a \neq 0)$ is equal to the product of the roots. 2

কি চৰ্তৰ অধীনত $ax^2 + bx + c = 0, (a \neq 0)$ সমীকরণের মূল দুটাৰ অন্তৰ সিহঁতৰ পূৰণফলৰ সমান হ'ব?

$ax^2 + bx + c = 0, (a \neq 0)$ সমীকরণটির মূল দুয়ের অন্তরফল তাদের পূৰণফলের সমান হওয়ার সৰ্তটি নিৰ্ণয় করো।

- (d) The sum of the areas of two squares is 225 cm^2 . If the side of one square is 3 cm more than that of the other, find the lengths of the sides of the squares.

3

দুটা বর্গক্ষেত্রৰ কালিৰ যোগফল 225 ছে.মি^2 । যদি এটা বৰ্গৰ বাহুৰ দৈৰ্ঘ্য আনটোৰ বাহুৰ দৈৰ্ঘ্যতকৈ 3 ছে.মি. বেছি হয়, তেনেহ'লে প্ৰতিটো বৰ্গৰ বাহুৰ দৈৰ্ঘ্য উলিওৱা।

দুটি বর্গক্ষেত্রের কালির সমষ্টি 225 সেমি^2 । যদি একটি বর্গের বাহুর দৈর্ঘ্য অন্য বর্গটির বাহুর দৈর্ঘ্য অপেক্ষা 3 সেমি বেশি হয় তাহলে প্ৰতিটি বর্গের বাহুর দৈর্ঘ্য নিৰ্ণয় কৰো।

4. (a) Find x if $\log_2 32 = x$.

1

x অৰ মান উলিওৱা যদি $\log_2 32 = x$.

$\log_2 32 = x$ হলে x এর মান নিৰ্ণয় কৰো।

- (b) If $x = \log_a bc$, $y = \log_b ca$, $z = \log_c ab$, prove that

2

যদি $x = \log_a bc$, $y = \log_b ca$, $z = \log_c ab$, প্ৰমাণ কৰা য়ে

যদি $x = \log_a bc$, $y = \log_b ca$, $z = \log_c ab$, তাহলে প্ৰমাণ কৰো য়ে,

$$\frac{1}{x+1} + \frac{1}{y+1} + \frac{1}{z+1} = 1$$

- (c) If $\log_{10} 2 = 0.30103$, find the number of digits in 2^{64} .

2

যদি $\log_{10} 2 = 0.30103$, 2^{64} সংখ্যাটোত কিমানটা অংক থাকিব নিৰ্ণয় কৰা।

যদি $\log_{10} 2 = 0.30103$ তাহলে 2^{64} সংখ্যাটিতে কতটি অংক থাকবে নিৰ্ণয় কৰো।

5. (a) Find the coordinates of the points at which the y-axis intersects the curve.

1

$$2x^2 + 5xy + 3y^2 - 27 = 0$$

তলৰ সমীকৰণে নিৰ্দেশ কৰা বক্ৰক y-অক্ষই ছেদ কৰা বিন্দুবোৰৰ স্থানাংক নিৰ্ণয় কৰা।

$$2x^2 + 5xy + 3y^2 - 27 = 0$$

$2x^2 + 5xy + 3y^2 - 27 = 0$ সমীকৰণে নিৰ্দেশ কৰা বক্ৰটিকে y-অক্ষ যে বিন্দুগুলোতে ছেদ কৰে তাদেৰ স্থানাংক নিৰ্ণয় কৰো।

- (b) Solve :

4

সমাধান কৰা :

সমাধান কৰো :

$$x + \frac{1}{y-2} = 3$$

$$y + \frac{1}{x-1} = 4$$

6. (a) How many four-digit numbers can be formed from the five digits 2, 3, 4, 5, 6, if no digit is used more than once ?

1

2, 3, 4, 5, 6 অংক পাঁচটাৰপৰা চাৰিটা অংকবিশিষ্ট সংখ্যা কিমানটা গঠন কৰিব পাৰি, যদি এটা অংক এবাৰতকৈ বেছি ব্যৱহাৰ কৰা নহয় ?

2, 3, 4, 5, 6 অংক পাঁচটি দ্বাৰা চাৰ অংক বিশিষ্ট কয়টি সংখ্যা গঠন কৰা যাবে, যদি কোনো অংকই একবাৰেৰে বেছি ব্যৱহাৰ কৰা না হয় ?

(b) If ${}^nC_4 + 2 {}^nC_3 + {}^nC_2 = {}^9C_4$,

2

find the value of n.

যদি ${}^nC_4 + 2 {}^nC_3 + {}^nC_2 = {}^9C_4$,

n অৰ মান নিৰ্ণয় কৰা।

n এর মান নিৰ্ণয় কৰো যদি,

$${}^nC_4 + 2 {}^nC_3 + {}^nC_2 = {}^9C_4,$$

- (c) The number of diagonals of a regular polygon is equal to the number of sides of the polygon. Find the number of sides of the polygon.

3

এটা সুষম বহুভুজৰ কৰ্ণৰ সংখ্যা বহুভুজটোৰ বাহুৰ সংখ্যাৰ সমান। বহুভুজটোৰ বাহুৰ সংখ্যা নিৰ্ণয় কৰা।

একটি সুষম বহুভুজৰ কৰ্ণৰ সংখ্যা যদি বহুভুজটিৰ বাহুৰ সংখ্যাৰ সমান হয়, তাহলে বহুভুজটিৰ বাহুৰ সংখ্যা নিৰ্ণয় কৰো।

7. (a) Evaluate :

1

মান নিৰ্ণয় কৰা :

মান নিৰ্ণয় কৰো :

$$\tan 1^\circ \tan 2^\circ \tan 3^\circ \dots \tan 87^\circ \tan 88^\circ \tan 89^\circ$$

(b) If ABCD is a cyclic quadrilateral, prove that :

2

ABCD এটা চক্রীয় চতুর্ভুজ হ'লে প্রমাণ করাঁ যে

ABCD একটি চক্রীয় চতুর্ভুজ হলে প্রমাণ করো

$$\cos A + \cos B + \cos C + \cos D = 0$$

(c) If A, B are acute angles and $A > B$, prove that :

5

A, B সূক্ষ্ম কোণ আৰু $A > B$ হ'লে, প্রমাণ করাঁ যে :

A, B সূক্ষ্ম কোণ এবং $A > B$ হলে প্রমাণ করো যে :

$$\sin (A - B) = \sin A \cos B - \cos A \sin B.$$

(d) Show that :

2

দেখুওৱাঁ যে :

দেখাও যে :

$$\tan 15^\circ = 2 - \sqrt{3}$$

(e) Show that :

2

দেখুওৱাঁ যে :

দেখাও যে :

$$\tan 3A \tan 2A \tan A = \tan 3A - \tan 2A - \tan A$$

(f) Show that :

3

দেখুওঁ যা :

দেখাও যা :

$$\frac{1 - \cos 2\theta + \sin 2\theta}{1 + \cos 2\theta + \sin 2\theta} = \tan \theta$$

8. (a) Prove that the angles made by a tangent to a circle with a chord drawn from the point of contact are respectively equal to the angles in the alternate segments of the circle.

Using this results, show that the tangents to a circle from an external point are equal.

$$5 + 3 = 8$$

প্রমাণ কৰা য়ে বৃত্তৰ স্পৰ্শকে স্পৰ্শবিন্দুগামী জ্যাৰ লগত কৰা কোণ সেই কোণৰ একান্তৰ বৃত্তাংশত জ্যাডালে কৰা যি কোনো কোণৰ সমান ।

ইয়াৰ সহায়ত দেখুওঁ যা এটা বহিঃস্থ বিন্দুৰপৰা এটা বৃত্তলৈ টনা স্পৰ্শক দুডাল সমান ।

প্রমাণ কৰো য়ে, বৃত্তৰ স্পৰ্শক দ্বাৰা স্পৰ্শবিন্দুগামী জ্যাৰ সঙ্গত উৎপন্ন কৰা কোণ সেই কোণৰ একান্তৰ বৃত্তাংশে জ্যাটি দ্বাৰা উৎপন্ন কৰা য়ে কোনো কোণৰ সমান ।

এৰ সাহায্যে দেখাও য়ে, একটি বহিঃস্থ বিন্দু থেকে কোনো বৃত্ত পৰ্যন্ত অংকিত স্পৰ্শক দুয়োর দৈর্ঘ্য সমান ।

(b) If two chords intersect at

(i) one internal points of a circle,

(ii) one external point of a circle,

Prove that, in both the cases, the areas of the rectangles formed by the segments of the chords are equal.

4

যদি এটা বৃত্তৰ দুডাল জ্যাই

(i) বৃত্তৰ ভিতৰত

(ii) বৃত্তৰ বাহিৰত

কটাকটি কৰে, প্রমাণ কৰা যে, দুয়োটা ক্ষেত্ৰতে জ্যা দুডালৰ ছেদাংশৰ দ্বাৰা গঠিত আয়তক্ষেত্ৰ দুটাৰ কালি সমান।

যদি কোনো বৃত্তৰ দুটি জ্যা

(i) বৃত্তৰ ভিতৰে

(ii) বৃত্তৰ বাহিৰে পরস্পৰকে ছেদ কৰে, তাহলে প্রমাণ কৰো যে, উভয় ক্ষেত্ৰেই জ্যা দুটিৰ অংশ দ্বাৰা গঠিত আয়তক্ষেত্ৰ দুটিৰ কালি সমান।

(c) O is an internal point of the triangle ABC. The bisectors of $\angle AOB$, $\angle BOC$, and $\angle COA$ intersect AB, BC and CA at D, E, F respectively.

3

Show that $AD \cdot BE \cdot CF = DB \cdot EC \cdot FA$

ABC ত্ৰিভুজৰ O এটা অন্তঃস্থ বিন্দু । $\angle AOB$, $\angle BOC$, $\angle COA$ ৰ সমদ্বিখণ্ডকে ক্ৰমে AB, BC, CA-ক D, E, F বিন্দুত ছেদ কৰে ।

দেখুওৱাঁ যে $AD \cdot BE \cdot CF = DB \cdot EC \cdot FA$

ABC ত্ৰিভুজৰ এটি অন্তঃস্থ বিন্দু O । $\angle AOB$, $\angle BOC$ এবং $\angle COA$ এর সমদ্বিখণ্ডকে AB, BC এবং CA বাহুকে ক্ৰমে D, E এবং F বিন্দুতে ছেদ কৰে ।

দেখাও যে $AD \cdot BE \cdot CF = DB \cdot EC \cdot FA$

9. (a) Find the gradient of the line passing through the points (4, 1) and (5, $1 + \sqrt{3}$). What is the angle made by the line with the positive direction of the x-axis ? 1 + 1 = 2

(4, 1) আৰু (5, $1 + \sqrt{3}$) বিন্দু দুটাৰ মাজেৰে যোৱা ৰেখাৰ প্ৰৱণতা উলিওৱাঁ ।

ৰেখাডালে x-অক্ষৰ ধনাত্মক দিশৰ লগত কৰা কোণটো কি ?

(4, 1) এবং (5, $1 + \sqrt{3}$) বিন্দুগামী ৰেখাৰ প্ৰৱণতা নিৰ্ণয় কৰো ।

ৰেখাটি দ্বাৰা x-অক্ষৰ ধনাত্মক দিকৈৰ সসে উৎপন্ন কৰা কোণটি কী ?

- (b) Express the equation of the line $15x - 8y = 17$ in

(i) intercept form

(ii) normal form 1 + 1 = 2

$15x - 8y = 17$ ৰেখাৰ সমীকৰণটোক

(i) ছেদাংশ আকাৰত

(ii) অভিলম্ব আকাৰত

প্ৰকাশ কৰাঁ ।

$15x - 8y = 17$ রেখাৰ সমীকৰণটি কে

(i) ছেদাংশ আকাৰে

(ii) অভিলম্ব আকাৰে

প্রকাশ কৰো ।

(c) Obtain the intercept form of equation of a line.

3

এডাল বেখাৰ ছেদাংশ আকাৰৰ সমীকৰণ নিৰ্ণয় কৰা ।

একটি বেখাৰ ছেদাংশ আকাৰেৰ সমীকৰণ নিৰ্ণয় কৰো ।

(d) Obtain the equation of the line passing through the points $(-3, 4)$ and $(2, 7)$.

2

$(-3, 4)$ আৰু $(2, 7)$ বিন্দুৰ মাজেৰে যোৱা বেখাৰ সমীকৰণ নিৰ্ণয় কৰা ।

$(-3, 4)$ এবং $(2, 7)$ বিন্দু সংযোগী বেখাৰ সমীকৰণ নিৰ্ণয় কৰো ।

(e) Find the equation of the line passing through the point $(3, 5)$ and perpendicular to the line $4x + y - 2 = 0$.

3

এডাল বেখা $(3, 5)$ বিন্দুৰ মাজেৰে যায় আৰু বেখাডাল $4x + y - 2 = 0$ বেখাডালৰ লম্ব । বেখাডালৰ সমীকৰণ নিৰ্ণয় কৰা ।

$(3, 5)$ বিন্দুগামী একটি বেখা $4x + y - 2 = 0$ বেখাৰ লম্ব হলে বেখাটিৰ সমীকৰণ নিৰ্ণয় কৰো ।

10. (a) Find the mean deviation with respect to mean of the following observations.

3

অধোলিখিত বিভাজনটোৰ মাধ্যমৰপৰা গড় বিচ্যুতি নিৰ্ণয় কৰা :

নিম্নলিখিত বিভাজনটিৰ মধ্য থেকে গড় বিচ্যুতি নিৰ্ণয় কৰো :

24, 41, 33, 15, 35, 40, 29, 38, 5, 40, 25, 20, 45

- (b) The distribution of marks of 50 students in an examination are as follows :

Marks 5 15 25 35 45

No. of students 5 8 15 16 6

Find the mean deviation from the median of the above distribution.

3

এটা পৰীক্ষাত 50 গৰাকী বিদ্যার্থীৰ গুণাংকৰ বিভাজন এনে ধৰণৰ :

গুণাংক 5 15 25 35 45

বিদ্যার্থীৰ সংখ্যা 5 8 15 16 6

বিভাজনটোৰ মধ্যমাৰপৰা গড়-বিচ্যুতি নিৰ্ণয় কৰা ।

কোনো পৰীক্ষায় 50 জন ছাত্ৰছাত্ৰীৰ প্ৰাপ্ত নম্বৰেৰ বিভাজন নিম্নৰূপ:

নম্বৰ 5 15 25 35 45

ছাত্ৰছাত্ৰীৰ সংখ্যা 5 8 15 16 6

বিভাজনটিৰ মধ্যমা থেকে গড় বিচ্যুতি নিৰ্ণয় কৰো ।

- (c) The variance of 12 observations is found to be 6. If 5 is added to each of the observations, show that the new variance is also 6.

4

12 টা পর্যবেক্ষণৰ প্ৰসৰণ 6 পোৱা গ'ল। যদি প্ৰতিটো পৰ্য্যবেক্ষণৰ লগত 5 যোগ কৰা হয়, দেখুওৱা যে নতুন বিভাজনৰ প্ৰসৰণো 6.

12 টি পৰ্যবেক্ষণৰ প্ৰসৰণ 6 পাওয়া গেল। যদি পৰ্যবেক্ষণৰ প্ৰতিটি মানৰ সসে 5 যোগ কৰা হয়। তাহলে দেখাও যে, নতুন প্ৰসৰণে 6 ই হবে।
