அத்தியாயம்

# 12 பொருளியலுக்கான கணித முறைகள்

"பொருளியல் வித்தகர் என்பவர் அரிய கலைகளை கலந்து கற்றுணர்ந்து திகழ்பவர். அவர் கணிதவியல், வரலாறு, அரசியல், தத்துவம் முதலியன கற்றவர்.

– ஜே.எம்.கீன்ஸ்

## கற்றல் நோக்கங்கள்

5F6QA

1 பொருளியல் பாடத்திற்கு ஏன் கணிதம் தேவைப்படுகின்றது என்பதை புரிந்துகொள்ள

2 அளவைசார் பொருளியலை மட்டுமின்றி கருத்துசார் பொருளியலையும் கணித முறையில் கற்க

## 12.1 அறிமுகம்

பொருளியல் பகுப்பாய்வு என்பது (அ) பற்றாக்குறையான வளங்களை உத்தம அளவில் பயன்படுத்துவது குறித்து தீர்மானிக்கவும் (ஆ) குறிப்பிட்ட நோக்கங்களை அடைய கிடைக்கும் மாற்று பயன்பாடுடைய வழிகளிலிருந்து சிறந்த மாற்றுப் பயன்பாடுடைய வழியை ஒரு குறிப்பிட்ட நோக்கத்திற்காக தெரிவு செய்யும் முறைபடுத்தப்பட்ட அணுகுமுறையாகும். பொருளியல் பகுப்பாய்வில் நோக்கங்களை அடைவதற்கு கணித முறைகள் சிறப்பாக துணைபுரிகின்றன.

### 12.1.1 ஏன் கணிதம் கற்க வேண்டும்?

நுகர்வு, உற்பத்தி, பகிர்வு மற்றும் கொள்கை முடிவுகள் போன்றவற்றில் பல்வேறு எண்ணளவை மாறிகள் மற்றும் சார்புகள் பற்றி பொருளியல் கூறுகிறது. கணிதமுறைகள் எண்ணளவை மாறிகளை சிறந்த முறையில் பயன்படுத்தி துல்லியமான முடிவுகளைப் பெறுவதற்கு பயனுள்ளவையாக அமையும்.

நீண்ட விளக்கமான பொருளியல் பாடப்பொருளை தெளிவாக எளிய குறியீடுகள் கொண்ட கணிதமுறைகள் மூலம் எளிதாக புரிந்து கொள்ளும் வண்ணம் அமைக்கலாம். எடுத்துக்காட்டாக, மேல்நிலைப்பள்ளியொன்றில் பேனாவின்



11_Tamil Economic Chap 12_26.09.2018.indd 293 15-12-2021 17:44:21

விலை பூஜ்யமாக இருக்கும்போது ஒரு குறிப்பிட்ட காலத்தில் தேவைப்படும் பேனாக்களின் எண்ணிக்கை *200* ஆக உள்ளது. பேனாவின் விலை ஒவ்வொரு ₹1 உயரும்போதும் தேவை *10* என்ற அளவில் குறைகிறது. இதனை கணித குறியீட்டில்,

$Q = 200-10P$ என எளிதாகக் குறிப்பிடலாம். இங்கு $Q$ என்பது தேவை அளவு மற்றும் $P$ என்பது விலை. இவ்வாறு விரிவான தகவலை எளிய சார்புகள் மற்றும் சமன்பாடுகள் வடிவில் விவரிக்கவும், தொடர்புபடுத்தவும் முடிகிறது.

### 12.1.2 பொருளியலில் கணிதம்

**சர் வில்லியம் பெட்டி**
*1623–1687*

சர் வில்லியம் பெட்டி என்ற பொருளியலாளர் அரசியல் மற்றும் பொருளாதார கருத்துக்களை எண்கள், எடை மற்றும் அளவுகளில் சுருக்கி அமைக்க வேண்டும் என்ற கருத்தினை வைத்தார். பொருளியலில் கணிதத்தை முதன்முதலாக பயன்படுத்தியவர் இவரே. இத்தாலிய பொருளியலாளர் ஜியோவாணி செவா (Giovanni Ceva 1711) முதன் முதலாக கணித முறைகளைப் பயன்படுத்தி பொருளியல் கருத்துக்களை எழுதத் தொடங்கினார்.

### 12.1.3 பொருளியலில் கணிதமுறைகளின் பயன்கள்

1. பொருளியல் பிரச்சனைகளை மிகவும் சுருக்கமான வடிவில் வழங்கிட கணிதமுறைகள் துணைபுரிகின்றன.
2. பொருளியல் கருத்துகளை விளக்கிட கணித முறைகள் உதவுகின்றன.
3. பொருளியல் ஆய்வில் அதிக எண்ணிக்கையிலான மாறிகளை உபயோகிக்க கணிதமுறைகள் உதவுகின்றன.
4. அரசாங்கமோ அல்லது எந்த ஒரு அமைப்போ நடைமுறைப்படுத்தும் பொருளியல் செயல்பாடுகளின் தாக்கம் அல்லது விளைவுகளை அளவிட கணித முறைகள் பயன்படுகின்றன. அத்துடன் வேறு பல்வேறு பயன்பாடுகளும் நிச்சயம் உள்ளன.

**சிந்திக்க, செயல்பட**

- பொருளியலின் தந்தை யார்? தனது பங்களிப்புகளில் ஏதேனும் கணித முறைகளை அவர் பயன்படுத்தியுள்ளாரா? ஆம் எனில், பட்டியலிடுக.
- உனது அன்றாட வாழ்வில் பயன்படுத்தும் கணித முறைகளை கண்டறிக.

## 12.2 சார்புகள்

### 12.2.1 இலக்கணம்

ஒன்று அல்லது ஒன்றிற்கு மேற்பட்ட சாராத (தன்னிச்சையான) மாறிகளின் மதிப்பால் சார்பு மாறியின் மதிப்பில் ஏற்படும் மாற்றத்தை கணிதத் தொடர்பு மூலம் விளக்குவதே சார்பு எனப்படும்.

ஒரேயொரு சாராத மாறியைக் (Independent Variable) கொண்ட சார்புகள் எளிய ஒருமாறிச் சார்புகளாகும். இச்சார்பில் மாறிகள் ஒன்றுக்கொன்று தொடர்பு



11_Tamil Economic Chap 12_26.09.2018.indd 294 15-12-2021 17:44:21

உடையவை. ஒன்றுக்கு மேற்பட்ட சாராத மாறிகளைக் கொண்ட சார்புகள் பலமாறிச் சார்புகள் எனப்படுகின்றன. சாராத மாறியானது $X$ என குறிக்கப்படுகிறது. சார்ந்த மாறியானது (Dependent Variable) $Y$ என குறிக்கப்படுகிறது. எடுத்துக்காட்டாக, $Y$ யானது $X$ ன் சார்பு என்றால், $Y$ யானது $X$ ஐ சார்ந்தது என்று பொருளாகும். $Y$ ன் மதிப்பு $X$ ன் மதிப்பினைக் கொண்டு தீர்மானிக்கப்படுகிறது. இதனை $Y = f(X)$ என கணித வடிவில் எழுதலாம். $Y$ ன் மதிப்பு $X$ன் மதிப்பைப் பொருத்து அமைகிறது.

## 12.2.2 நேர்க்கோட்டுச் சமன்பாடுகள்

இரண்டு அளவீடுகளுக்கு இடையேயான தொடர்பினை காட்டும் கூற்றே சமன்பாடாகும். ஒரு சமன்பாட்டில், தெரியாத சாரா மாறியின் அதிகபட்ச அடுக்கு ஒன்று ஆக இருந்தால் அது நேர்க்கோட்டுச் சமன்பாடாகும். அத்தகைய சமன்பாடுகளை வரைபடத்தில் குறிப்பிட்டோமானால் அவை நேர்க்கோடுகளாக அமையும். எடுத்துக்காட்டாக $Y = 100-10X$.

ஒரு நேர்கோட்டிற்கு, $X$ மற்றும் $Y$ என்ற இரண்டு மாறிகள் பயன்படுத்தப்படுகின்றன. $X$ என்பது சாராத மாறி எனவும், $Y$ என்பது சார்ந்த மாறி எனவும் குறிப்பிடப்படுகிறது.

$X$ன் மதிப்பு ஓர் அலகு அதிகரிக்கும்போது (அல்லது குறையும்போது) அதனோடு தொடர்புடைய $Y$ன் மதிப்பில் ஏற்படும் மாற்றத்தையே, கோட்டின் சாய்வு என்கிறோம். ஒரு நேர்கோட்டின் சாய்வினை சூத்திரம் வாயிலாக கண்டறியலாம்.

$m$ = சாய்வு (இறுதிநிலை மாற்றம், $b$ எனவும் சில பாடநூல்களில் குறிப்பிடப்படுகிறது)

$$m=\frac{(Y_2-Y_1)}{(X_2-X_1)}, \quad \frac{(Y\text{இல் ஏற்படும் மாற்றம்})}{(X\text{இல் ஏற்படும் மாற்றம்})} .$$

இங்கு $(X1, Y1)$ மற்றும் $(X2, Y2)$ என்பன தன்னிச்சையான இரண்டு புள்ளிகளாகும்.

> செங்குத்து மற்றும் கிடைமட்டக் கோடுகளில் ஏற்படும் மாற்ற வீதமே கோட்டின் சாய்வாகும்.

நேர்கோடு சமன்பாட்டை அமைப்பதற்கான சூத்திரம்:

$$(Y - Y_1) = m(X - X_1)$$

$(0,0)$ மற்றும் $(X,Y)$ என்பன இரண்டு புள்ளிகள் எனில் நேர்கோட்டின் சமன்பாடு $Y = mX$

### எடுத்துக்காட்டு 12.1

$(2, 2)$ மற்றும் $(4, -8)$ ஆகிய இரண்டு புள்ளிகள் முறையே $(X1, Y1)$ மற்றும் $(X2, Y2)$ எனில், அப்புள்ளிகள் வழியேச் செல்லும் நேர்க்கோட்டின் சமன்பாடு காண்க.

**குறிப்பு:** ஒரு நேர்கோடு வரைய இரண்டு புள்ளிகள் தேவைப்படும். ஒரு புள்ளி வழியாக பல நேர்கோடுகள் வரையலாம்.

### தீர்வு

இங்கு

$$X_1 = 2, \quad Y_1 = 2$$
$$X_2 = 4, \quad Y_2 = -8$$

நேர்க்கோட்டின் சமன்பாட்டிற்கான சூத்திரம்

$$\frac{Y-Y_1}{Y_2-Y_1} = \frac{X-X_1}{X_2-X_1}$$

மதிப்புகளைப் பிரதியிட



11_Tamil Economic Chap 12_26.09.2018.indd 295 15-12-2021 17:44:22

$$\frac{Y-2}{-8-2}=\frac{X-2}{4-2}$$

$$\frac{Y-2}{-10}=\frac{X-2}{2}$$

$$2(Y-2) = -10(X-2)$$

$$2Y-4 = -10X + 20$$

$$2Y = -10X+24$$

$$\boxed{Y = -5X + 12}$$

சாய்வு $-5$ ஆகும்.

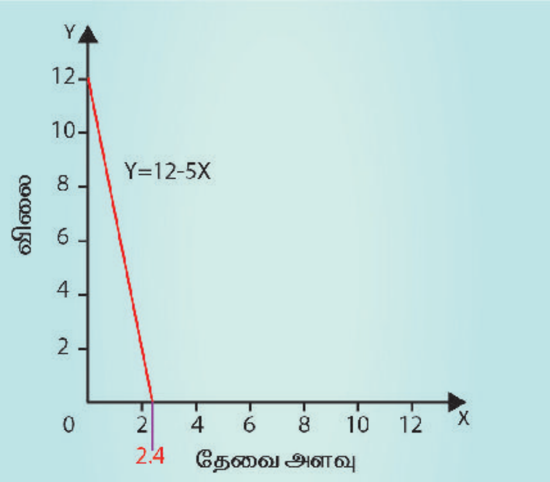
இதனை m என குறிப்பிடலாம். y வெட்டு 12 அல்லது மாறிலி c என குறிப்பிடப்படுகிறது. இது $Y = mX + C$ வடிவில் உள்ளது

$Y = 12 - 5X$

$X = 0$ எனில் $Y = 12$

$Y = 0$ எனில் $X = \frac{12}{5} = 2.4$

(இக்கோடு நுண்ணினப் பொருளியலில் தேவைக்கோடுபோல் உள்ளது)




வரைபடம் 12.1

## 12.2.3 பொருளியலில் பயன்பாடு

மேற்கண்ட முறையினைப் பயன்படுத்தி தேவை மற்றும் அளிப்புச் சார்புகளை பெறலாம்.

**தேவைச் சார்பு:** $Q_d = f(P_x)$ இங்கு $Q_d$ என்பது '$x$' என்ற பண்டத்தின் தேவையின் அளவையும், $P_x$ என்பது பண்டத்தின் விலையையும் குறிக்கும்.

**அளிப்புச் சார்பு:** $Q_s = f(P_x)$ இங்கு '$Q_s$' என்பது பண்டத்தின் அளிப்பின் அளவையும், $P_x$ என்பது பண்டத்தின் விலையையும் குறிக்கும்.

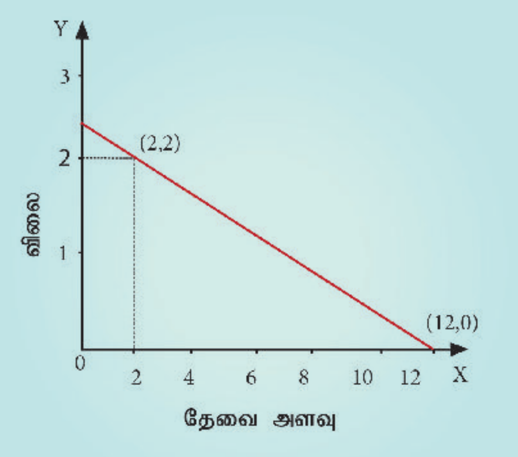
எடுத்துக்காட்டு 12.1 ல் $Y=-5X+12$ என்ற சமன்பாடு பெறப்பட்டது. இதனை நேர்க்கோட்டு சார்பு எனலாம். இங்கு, சாய்வின் மதிப்பு எதிர்மறையாக இருப்பதால் இந்தச் சார்பு தேவைச் சார்பாக அமையும். தேவைச் சார்பின்போது விலைக்கும் தேவைக்குமான உறவு எதிர்மறையாகும்.

$Q_d = 12-5X$ அல்லது $Q_d = 12-5P$

$P = 2$ என்றால் $Q_d = 2$

$P$ மதிப்பை 0, எனக் கருதினால் சமன்பாட்டின் மதிப்பு 12 மட்டுமே கிடைக்கும். அதனை வெட்டு அல்லது மாறிலி என்கிறோம். $P = 0$ என்றால் $Qd = 12$

**தேவைக்கோடு**




வரைபடம் 12.2

பணமதிப்பான மாறிகளை Y அச்சிலும், உருவம் கொண்ட மாறிகளை X அச்சிலும் குறிப்பது மார்ஷலின் மரபாக உள்ளது. எனவே விலையை Y அச்சிலும் தேவையின் அளவை X அச்சிலும் குறிக்கிறோம்.



11_Tamil Economic Chap 12_26.09.2018.indd 296 15-12-2021 17:44:23

## எடுத்துக்காட்டு 12.2

ஒரு பண்டத்திற்கான விலை ₹5 அல்லது அதைவிட குறைவாக இருக்கும்போது அளிப்பின் அளவு பூஜ்ஜியமாக உள்ளது. விலை ₹5 ஐ விட ஒவ்வொரு ₹1 அதிகரிக்கும்போது அளிப்பு (அளவு) மாறாவீதத்தில் தொடர்ச்சியாக 10 அலகுகள் என்ற வீதத்தில் அதிகரிக்கிறது. அப்படி எனில் பண்டத்திற்கான அளிப்புச்சார்பு காண்க.

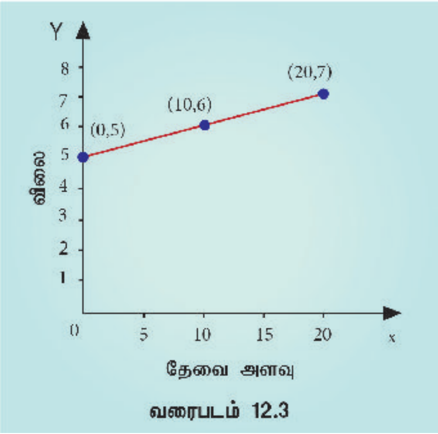
### தீர்வு

அளிப்புச்சார்பு (நேர்க்கோடு) அமைக்க குறைந்தது இரண்டு புள்ளிகள் தேவைப்படுகின்றன. விலை ₹5 எனும்போது அளிப்பின் அளவு பூஜ்ஜியம் என்பதிலிருந்து அளிப்புச்சார்பின் முதல் புள்ளி கிடைக்கிறது. அதாவது புள்ளி (0,5) ஆகும்.

விலை ஒவ்வொரு ஒரு ரூபாய் உயரும் போதும் அளிப்பு 10 அலகுகள் அதிகரிக்கின்றது என்ற கூற்றிலிருந்து அளிப்புச்சார்பின் இரண்டாவது மற்றும் மூன்றாவது புள்ளிகள் கிடைக்கின்றன. அதாவது புள்ளிகள் (10, 6) மற்றும் (20, 7) ஆகும்.

(10, 6) மற்றும் (20, 7) ஆகிய இரண்டு புள்ளிகளை இணைக்கும் நேர்க்கோடு வரைபடம் 12.3ல் தரப்பட்டுள்ளது.

**அளிப்புக்கோடு**




வரைபடம் 12.3

$(X1, Y1), (X2, Y2)$ என்ற புள்ளிகளின் வழியே செல்லும் நேர்கோட்டின் சமன்பாடு

$$\frac{Y - Y_1}{Y_2 - Y_1} = \frac{X - X_1}{X_2 - X_1}$$

*P = 5 என்றால் அளிப்பு பூஜ்யமாகும். P = 6 என்றால் அளிப்பு 10 ஆகும். Pயின் மதிப்பு 5க்கு குறைவாக, உதாரணமாக 4 என்றால் அளிப்பு −10 ஆகும். இது கணிதத்தில் இயலும். ஆனால் பொருளாதாரத்தில் மாறிகளின் மதிப்பு எதிரிடை மதிப்பாக இருந்தால் சரியான பொருள் தராது. பொதுவாக அளிப்புக் கோடு ஆதிப் புள்ளியிலிருந்து தொடங்கும். விலை பூஜ்யமென்றால் அளிப்பும் பூஜ்யமாகவே இருக்கும்.*

$(X1, Y1), (X2, Y2)$ க்குப் பதிலாக $(10, 6), (20, 7)$ மதிப்புகளை முறையே பிரதியிட

$$\frac{Y-6}{7-6} = \frac{X-10}{20-10}$$

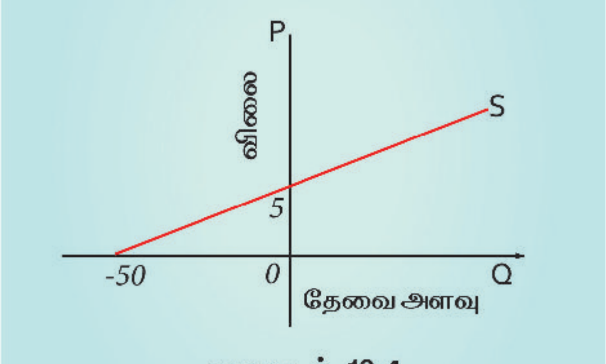
$$\frac{Y-6}{1} = \frac{X-10}{10}$$

$$Y - 6 = \frac{X-10}{10}$$

$$10(Y - 6) = X - 10$$

$$10Y - 60 = X - 10$$

$$10Y - 60 + 10 = X$$




வரைபடம் 12.4

$$10Y - 50 = X$$

$$-X = -10Y + 50$$



11_Tamil Economic Chap 12_26.09.2018.indd 297 15-12-2021 17:44:24

இருபுறமும் ( – ) ஆல் பெருக்க

$$X = -50 + 10Y$$

$X$ என்பதை அளிப்பின் அளவு $(X)$ மற்றும் $Y$ என்பதை விலை $(P)$ எனவும் கருதினால்,

$X = 10P - 50$ (அல்லது)

$$\boxed{X = -50 + 10\,P}$$

விலை $P = 0$ எனில் $Q = -50$

$Q = 0$ எனில் $P = 5$

**குறிப்பு:** தேவைச்சார்பில் $P$ யின் குணகம் – ஆகும்.

அளிப்புச்சார்பில் $P$ யின் குணகம் + ஆகும்.

## 12.2.4 சமநிலை

தேவைக்கோடும் அளிப்புக்கோடும் வெட்டும் புள்ளியே சமநிலையாகும். இரண்டு சமன்பாடுகளை தீர்ப்பதன் மூலம் சமநிலைப்புள்ளியை காணலாம். இரண்டு சமன்பாடுகளை தீர்ப்பதன் மூலம் இரண்டு தெரியாத மதிப்புகளை அறியலாம்.

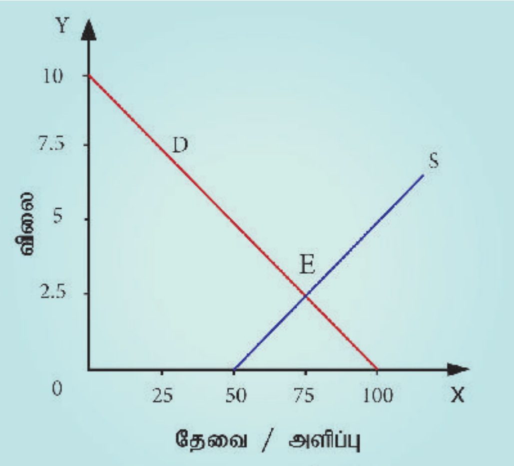
**சமநிலைப் புள்ளியில்,**

தேவை = அளிப்பு
(இவை அனுமான உதாரணங்கள்)

$$100 - 10P = 50 + 10\,P$$
$$100 - 50 = 20P$$
$$50 = 20P$$
$$\frac{50}{20} = P$$
$$P = 2.5$$

$P = 2.5$ எனில் தேவை $= 100 - 10\,(2.5)$
$= 75$

$P = 2.5$, எனில் அளிப்பு $= 50 + 10\,(2.5)$
$= 75$



வரைபடம் 12.5

$E$ என்ற புள்ளியில் தேவையும் அளிப்பும் சமமாகும்.

**எடுத்துக்காட்டு:12.3**

$Qd = 100 - 5\,P$ மற்றும் $Qs = 5\,P$ என்பன முறையே தேவை மற்றும் அளிப்புச்சார்புகள் ஆகும். இதனைக் கொண்டு சமநிலை விலை மற்றும் அளவைக் காண்க.

**தீர்வு:**

$Qs = Qd$ எனும் போது சமநிலை ஏற்படுகிறது.

$$Q_s = Q_d$$
$$5\,P = 100 - 5\,P$$
$$10P = 100$$
$$P = 10$$

$P = 10$ எனில்

அளிப்புச்சார்பில்,

$$Q_s = 5\,P = 5 \times 10 = 50$$

தேவைச்சார்பில்,

$$Q_d = 100 - 5\,P = 100 - 5(10) = 50$$

எனவே

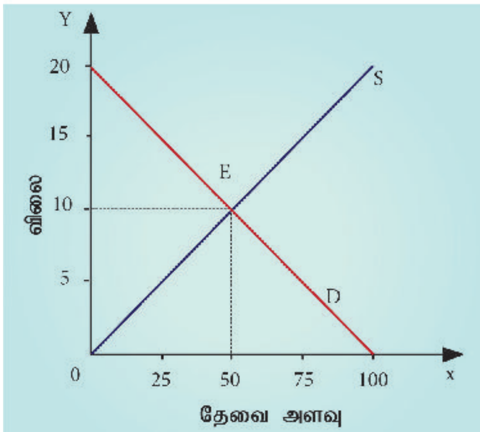
$$\boxed{P = 10,\ Q_d = 50,\ Qs = 50.}$$

விலை ₹10 என்கின்றபோது தேவையின் அளவு அளிப்பின் அளவிற்குச் சமமாக 50



11_Tamil Economic Chap 12_26.09.2018.indd 298 15-12-2021 17:44:25

அலகுகளாக உள்ளது. வரைபடம் 12.6 ஐப் பார்க்கவும்.




வரைபடம் 12.6

## எடுத்துக்காட்டு:12.4

*D = 50 – 5P* என்பது அங்காடி தேவைக் கோடாகும். எந்த அதிகபட்ச விலைக்கு மேல் பண்டத்திற்கான விலை தரமாட்டார்கள் என்பதை காண்க.

### தீர்வு:

*Qd = 50 – 5P* தரப்பட்டுள்ளது

$5P = 50 - Q_d$

*Qd* மதிப்பானது பூஜ்ஜியம் எனில்,

$5P = 50$

$$P = \frac{50}{5}$$

*P = 10* என்கின்றபோது தேவை பூஜ்ஜியமாகும்.

எனவே *P = 10* என்பது அதிகபட்ச விலையாகும். இந்த விலைக்குமேல் பண்டத்தை ஒருவரும் வாங்க மாட்டார்கள்.

## எடுத்துக்காட்டு:12.5

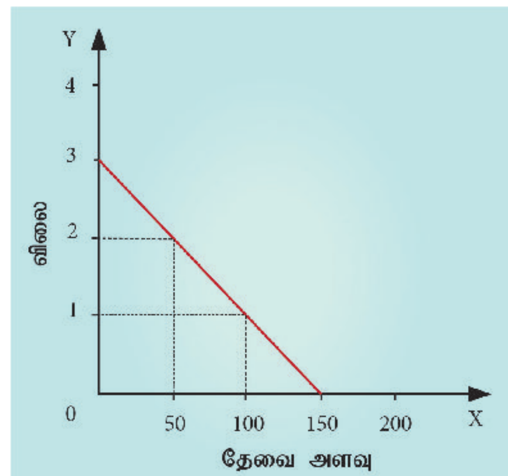
பாலுக்கான தேவை அட்டவணை

| | | | |
|---|---|---|---|
| விலை: *Y* | 1 | 2 | 3 |
| தேவை: *X* | 100 | 50 | 0 |

நேர்கோட்டு தேவைச்சார்பு மற்றும் சாய்வை காண்க.

### தீர்வு:

(100, 1) மற்றும் (50, 2) ஆகிய புள்ளிகள் முறையே $(X_1,Y_1)$ மற்றும் $(X_2,Y_2)$ ஆகும். இப்புள்ளிகளை இணைப்பதன் மூலம் தேவைச்சார்புக்கான சமன்பாடு கிடைக்கும்.




வரைபடம் 12.7

$$\frac{Y - Y_1}{Y_2 - Y_1} = \frac{X - X_1}{X_2 - X_1}$$

$$\frac{Y - 1}{2 - 1} = \frac{X - 100}{50 - 100}$$

$$\frac{Y - 1}{1} = \frac{X - 100}{-50}$$

$$-50\ (Y - 1) = 1\ (X - 100)$$

$$-50Y + 50 = X - 100$$

$$-50Y + 50 + 100 = X$$

$$-50Y + 150 = X$$

$$X = 150 - 50Y$$

எனவே தேவைச்சார்பானது

*Qd = 150 – 50P* மேலும் சாய்வு *m = – 50*

**உனது பகுதியில் நீர் மேலாண்மை பற்றி சிந்திக்கவும்.** தினசரி அனைத்து பயன்பாடுகளுக்கும் எவ்வளவு லிட்டர் நீர் தேவைப்படுகிறது மற்றும் உனது தெருவில் தேவைப்படும் நீரின் அளவுக்கான தேவைச்சார்பினைக் காண்க.




11_Tamil Economic Chap 12_26.09.2018.indd 299 15-12-2021 17:44:27

## 12.3 அணிகள்

### 12.3.1 அணிகள்

அணி (Matrix) என்பது ஒருமை வடிவம், அணிகள் (Matrices) என்பது பன்மை வடிவமாகும். அணிகள் என்பது செவ்வக வடிவில் ( ) அடைப்புக்குறிக்குள் நிரைகளாகவும், நிரல்களாகவும் வரிசைப்படுத்தப்பட்ட எண்களின் தொகுப்பாகும். ஓர் அணியில் நிரை மற்றும் நிரல்களின் எண்ணிக்கை சமமாக இருப்பின் அது சதுர அணியாகும்.

### 12.3.2 அணிக்கோவைகள்

ஒவ்வொரு சதுர அணிக்கும் அணிக்கோவை உள்ளது. அணிக்கோவை என்பது அந்த அணியின் அதே உறுப்புகளைக் கொண்டு நிரைகளாகவும், நிரல்களாகவும் குத்துக் கோடுகளுக்குள் அடைபட்ட அமைப்பாகும்.

எடுத்துக்காட்டாக,

$\begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 6 & 2 & 4 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}$ என்பது 3 x 3, வரிசை கொண்ட சதுர அணி.

இதன் அணிக்கோவை $\begin{vmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 6 & 2 & 4 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix}$ ஆகும்.

$\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 5 & 7 \end{pmatrix}$ என்பது 2 x 2 வரிசை கொண்ட சதுர அணி.

இதன் அணிக்கோவை $\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 5 & 7 \end{vmatrix}$ ஆகும்.

பொதுவாக, $A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}$ என்பது ஒரு அணி எனில்,

A அணியின் அணிக்கோவை $\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$ ஆகும். இது $|A|$ என குறிப்பிடப்படும்..

அணிக்கோவையின் மதிப்பானது எண் மதிப்பில் குறிப்பிடப்படுகிறது.

2 x 2 வரிசை கொண்ட அணியின் அணிக்கோவை மதிப்பு கணக்கிடும் முறை கீழே தரப்பட்டுள்ளது.

$|A| = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}$ என்றால் $|A| = a_1b_2 - a_2b_1$ ஆகும்.

3 x 3 வரிசையுடைய அணியின் அணிக்கோவை மதிப்பினை பின்வருமாறு கணக்கிடலாம்.

$$\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} = a_1\begin{vmatrix} b_2 & c_2 \\ b_3 & c_3 \end{vmatrix} - b_1\begin{vmatrix} a_2 & c_2 \\ a_3 & c_3 \end{vmatrix} + c_1\begin{vmatrix} a_2 & b_2 \\ a_3 & b_3 \end{vmatrix}$$

$$= a_1(b_2c_3 - b_3c_2) - b_1(a_2c_3 - a_3c_2) + c_1(a_2b_3 - a_3b_2)$$

**எடுத்துக்காட்டு: 12.6**

$A \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 10 & -2 \end{pmatrix}$ = என்ற அணியின் அணிக்கோவை மதிப்பு காண்க.

**தீர்வு:**

$A = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 10 & -2 \end{pmatrix}$ அணி தரப்பட்டுள்ளது.

எனவே,

$$|A| = \begin{vmatrix} 3 & 4 \\ 10 & -2 \end{vmatrix} = 3(-2) - 10(4)$$

$$= -6 - 40 = -46$$

அணிக்கோவையின் மதிப்பு −46 ஆகும்.



11_Tamil Economic Chap 12_26.09.2018.indd 300 15-12-2021 17:44:31

**எடுத்துக்காட்டு:12.7**

$$A=\begin{pmatrix}3 & 4 & 7\\ 2 & 1 & 3\\ 7 & 2 & 1\end{pmatrix}$$

என்ற அணியின் அணிக்கோவை மதிப்பு காண்க.

**தீர்வு:**

தரப்பட்ட அணியின் அணிக்கோவை மதிப்பானது

$$|A|=\begin{vmatrix}3 & 4 & 7\\ 2 & 1 & 3\\ 7 & 2 & 1\end{vmatrix}=3\begin{vmatrix}1 & 3\\ 2 & 1\end{vmatrix}-4\begin{vmatrix}2 & 3\\ 7 & 1\end{vmatrix}+7\begin{vmatrix}2 & 1\\ 7 & 2\end{vmatrix}$$

$= 3\ (1 - 6) -4\ (2 - 21) + 7\ (4 - 7)$

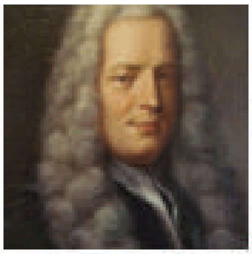
$= 3\ (-5) -4\ (-19) + 7\ (-3)$

$= -15 +76 -21$

$$\boxed{|A| = 40}$$

*அணிக்கோவை மதிப்பு 40.*

### 12.3.3 கிராமரின் விதி [Cramer's Rule]



G. கிராமர்
(1704-1752)

'n' மாறிகள் மற்றும் 'n' சமன்பாடுகளைக் கொண்ட நேரிய சமன்பாடுகளின் தீர்வினை கிராமர் விதியை பயன்படுத்தி காணலாம். தனித்த தீர்வுகள் உடைய சமன்பாடுகளுக்கு மட்டுமே கிராமரின் விதியைப் பயன்படுத்தி தெரியாத மாறிகளின் மதிப்புக்களைக் காணமுடியும்.

தரப்பட்ட சமன்பாடுகள்

$$a_{11}x + a_{12}\, y + a_{13}\, z = b_1$$
$$a_{21}x + a_{22}\, y + a_{23}\, z = b_2$$
$$a_{31}x + a_{32}\, y + a_{33}\, z = b_3$$

எனில்

$$x=\frac{\Delta x}{\Delta},\quad y=\frac{\Delta y}{\Delta},\quad z=\frac{\Delta z}{\Delta}$$

இதில், $\Delta=\begin{vmatrix}a_{11} & a_{12} & a_{13}\\ a_{21} & a_{22} & a_{23}\\ a_{31} & a_{32} & a_{33}\end{vmatrix}$

$$\Delta_x=\begin{vmatrix}b_1 & a_{12} & a_{13}\\ b_2 & a_{22} & a_{23}\\ b_3 & a_{32} & a_{33}\end{vmatrix},\ \Delta_y=\begin{vmatrix}a_{11} & b_1 & a_{13}\\ a_{21} & b_2 & a_{23}\\ a_{31} & b_3 & a_{33}\end{vmatrix},$$

$$\Delta z=\begin{vmatrix}a_{11} & a_{12} & b_1\\ a_{21} & a_{22} & b_2\\ a_{31} & a_{32} & b_3\end{vmatrix}$$

**குறிப்பு:**

*அணிக்கோவை மதிப்பு $\Delta = 0$, எனில் தீர்வு கிடையாது.*

**எடுத்துக்காட்டு:12.8**

கிராமர் விதியைப் பயன்படுத்தி சமன்பாடுகளின் $x$ மற்றும் $y$ மதிப்புகளைக் காண்க. $x + 3y = 1$ மற்றும் $3x - 2y = 14$

**தீர்வு:**

கொடுக்கப்பட்டுள்ள சமன்பாடுகள்

$x + 3y = 1$

$3x - 2y = 14$ ஆகும்.

சமன்பாடுகளை அணி வடிவில் அமைத்திட

$$\begin{pmatrix}1 & 3\\ 3 & -2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x\\ y\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1\\ 14\end{pmatrix}$$

$\Delta$ மதிப்புகாணல் $\quad \Delta=\begin{vmatrix}1 & 3\\ 3 & -2\end{vmatrix}$

$= -2 -9$

$= - 11$



11_Tamil Economic Chap 12_26.09.2018.indd 301 15-12-2021 17:44:33

இங்கு $\Delta \neq 0$, எனவே தீர்வு உண்டு.

$$\Delta_x = \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 14 & -2 \end{vmatrix} = -2 - 42 = -44$$

$$\Delta_y = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 3 & 14 \end{vmatrix} = 14 - 3 = 11$$

$$x = \frac{\Delta x}{\Delta} = \frac{-44}{-11} = 4, \quad y = \frac{\Delta y}{\Delta} = \frac{11}{-11} = -1$$

$\therefore x = 4$ மற்றும் $y = -1$

**தீர்வை சரிபார்த்தல்:**

சமன்பாட்டில் பிரதியிட,

$4 + 3(-1) = 1,$

$3(4) - 2(-1) = 14$

## எடுத்துக்காட்டு: 12.9

$5x_1 + 3x_2 = 30$

$6x_1 - 2x_2 = 8$ என்ற சமன்பாட்டு அமைப்பின் தீர்வு காண்க.

**தீர்வு:**

சமன்பாடுகளின் கெழு மற்றும் மாறிலி உறுப்புகள் பின்வருமாறு தரப்படுகின்றன.

$$\Delta = \begin{vmatrix} 5 & 3 \\ 6 & -2 \end{vmatrix} = -10 - 18 = -28$$

$$\Delta x_1 = \begin{vmatrix} 30 & 3 \\ 8 & -2 \end{vmatrix} = -60 - 24 = -84$$

$$\Delta x_2 = \begin{vmatrix} 5 & 30 \\ 6 & 8 \end{vmatrix} = +40 - 180 = -140$$

$$\therefore x_1 = \frac{\Delta x_1}{\Delta} = \frac{-84}{-28} = 3$$

$$x_2 = \frac{\Delta x_2}{\Delta} = \frac{-140}{-28} = 5$$

$\therefore x_1 = 3, \quad x_2 = 5$

## எடுத்துக்காட்டு: 12.10

$7x_1 - x_2 - x_3 = 0$

$10x_1 - 2x_2 + x_3 = 8$

$6x_1 + 3x_2 - 2x_3 = 7$ என்ற சமன்பாடுகளின் தீர்வு காண்க.

**தீர்வு:**

கொடுக்கப்பட்ட சமன்பாட்டின் அணி வடிவம் பின்வருமாறு

$$\begin{bmatrix} 7 & -1 & -1 \\ 10 & -2 & 1 \\ 6 & 3 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 8 \\ 7 \end{bmatrix}$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} 7 & -1 & -1 \\ 10 & -2 & +1 \\ 6 & 3 & -2 \end{vmatrix}$$

$= 7(4-3)-(-1)(-20-6)+(-1)(30+12)$

$= 7(1) + 1(-26) - 1(42)$

$= 7 - 26 - 42 = -61$

$$\Delta x_1 = = \begin{vmatrix} 0 & -1 & -1 \\ 8 & -2 & 1 \\ 7 & 3 & -2 \end{vmatrix}$$

$= 0(4-3)-(-1)(-16-7) + (-1)(24 + 14)$

$= 0 + 1(-23)-1(38)$

$= -23 - 38 = -61$

$$\Delta x_2 = = \begin{vmatrix} 7 & 0 & -1 \\ 10 & 8 & 1 \\ 6 & 7 & -2 \end{vmatrix}$$

$= 7(-16-7)-0(-20-6)+(-1)(70-48)$

$= 7(-23) + 0 - 1(22)$

$= -161-22 = -183$



11_Tamil Economic Chap 12_26.09.2018.indd 302 15-12-2021 17:44:36

$$\Delta x_3 = \begin{vmatrix} 7 & -1 & 0 \\ 10 & -2 & 8 \\ 6 & 3 & 7 \end{vmatrix}$$

$= 7(-14-24) - (-1)(70-48) + 0(30+12)$

$= 7(-38) + 1(22) + 0$

$= -266 + 22 = -244$

$$x_1 = \frac{\Delta x_1}{\Delta} = \frac{-61}{-61} = 1$$

$$x_2 = \frac{\Delta x_2}{\Delta} = \frac{-183}{-61} = 3$$

$$x_3 = \frac{\Delta x_3}{\Delta} = \frac{-244}{-61} = 4$$

### 12.3.4 பொருளியலில் பயன்பாடு

**எடுத்துக்காட்டு 12.11**

திரு. அன்பு 2 பேனாக்கள், 3 பென்சில்கள் மற்றும் 1 நோட்டு புத்தகம் வாங்கினார். திரு.பரக்கத் 4 பேனாக்கள், 3 பென்சில்கள் மற்றும் 2 நோட்டு புத்தகங்கள் வாங்கினார். திரு. சார்லஸ் 2 பேனாக்கள், 5 பென்சில்கள் மற்றும் 3 நோட்டு புத்தகங்கள் வாங்கினார். அவர்கள் முறையே ₹32, ₹52 மற்றும் ₹60 செலவழித்துள்ளனர். எனில், ஒரு பேனா, ஒரு பென்சில் மற்றும் ஒரு நோட்டு புத்தகத்தின் விலையைக் காண்க.

**தீர்வு:**

$x$ என்பது ஒரு பேனாவின் விலையையும் $y$ என்பது ஒரு பென்சிலின் விலையையும் $z$ என்பது ஒரு நோட்டு புத்தகத்தின் விலையையும் குறிப்பிடும் என்க.

சமன்பாடு வடிவில்:

$2x + 3y + 1z = 32,$

$4x + 3y + 2z = 52,$

$2x + 5y + 3z = 60$

அணி வடிவில்

$$\begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 4 & 3 & 2 \\ 2 & 5 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 32 \\ 52 \\ 60 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} \Delta &= 2(9-10) - 3(12-4) + 1(20-6) \\ &= 2(-1) - 3(8) + 1(14) \\ &= -2 - 24 + 14 = -12 \end{aligned}$$

$\Delta_x$ மதிப்பு காண,

$$\Delta_x = \begin{vmatrix} 32 & 3 & 1 \\ 52 & 3 & 2 \\ 60 & 5 & 3 \end{vmatrix}$$

$$\begin{aligned} \Delta_x &= 32(9-10) - 3(156-120) + 1(260-180) \\ &= 32(-1) - 3(36) + 1(80) \\ &= -32 - 108 + 80 = -60 \end{aligned}$$

$\Delta_y$ மதிப்பு காண,

$$\Delta_y = \begin{vmatrix} 2 & 32 & 1 \\ 4 & 52 & 2 \\ 2 & 60 & 3 \end{vmatrix}$$

$$\begin{aligned} \Delta y &= 2(156-120) - 32(12-4) + 1(240-104) \\ &= 2(36) - 32(8) + 1(136) \\ &= 72 - 256 + 136 = -48 \end{aligned}$$

$\Delta_z$ மதிப்பு காண,

$$\Delta_z = \begin{vmatrix} 2 & 3 & 32 \\ 4 & 3 & 52 \\ 2 & 5 & 60 \end{vmatrix}$$

$$\begin{aligned} \Delta z &= 2(180-260) - 3(240-104) + 32(20-6) \\ &= 2(-80) - 3(136) + 32\,(14) \\ &= -160 - 408 + 448 = -120 \end{aligned}$$

$x = \frac{-60}{-12} = 5$ (ஒரு பேனாவின் விலை)

$y = \frac{-48}{-12} = 4$ (ஒரு பென்சிலின் விலை)

$z = \frac{-120}{-12} = 10$ (ஒரு நோட்டு புத்தகத்தின் விலை)



11_Tamil Economic Chap 12_26.09.2018.indd 303 15-12-2021 17:44:38

**விடையைச் சரிபார்த்தல்**

$2x + 3y + 1z = 32$

$2(5)+3(4)+1(10)=10+12+10 = 32$

$4x + 3y + 2z = 52$

$4(5)+3(4)+2(10)= 20+12+20 =52$

$2x + 5y + 3z = 60$

$2(5)+5(4)+3(10)=10+20+30 = 60$

**சிந்தித்து செயல்படு**

பாத்திமா ₹49 செலவழித்து 6 பேனாக்கள் மற்றும் 5 பென்சில்கள் வாங்கினாள். இராணி ₹32 செலவழித்து 3 பேனாக்கள் மற்றும் 4 பென்சில்கள் வாங்கினாள். எனில் 1 பேனா மற்றும் 1 பென்சிலின் விலையைக் காண்க.

$$\begin{bmatrix} 6 & 5 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 49 \\ 32 \end{bmatrix}$$

தீர்வு : ஒரு பேனாவின் விலை = ₹4

ஒரு பென்சிலின் விலை = ₹5

## 12.4 வகை நுண்கணிதம் [Differential Calculus]

### 12.4.1 பொருள்

நுண்கணிதத்தின் அடிப்படை செயலி வகையீடு (differentiation) ஆகும். எந்த ஒரு சார்பின் மாற்ற வீதத்தை விளக்கிட வகைக்கெழு பயன்படுகிறது. வகைக்கெழு என்பது சார்பற்ற மாறியில் ஏற்படும் சிறிய மாற்றத்திற்கு (பூஜ்ஜியத்திற்கு நெருக்கமாக) ஏற்ப சார்ந்த மாறியில் ஏற்படும் மாற்றமாகும்.

$y = f(x)$ ஒரு சார்பு என்க.

$x$ ஐப் பொறுத்து $y$ ஐ வகைப்படுத்திட

$$\frac{d(y)}{dx} = \frac{df(x)}{dx}$$

### 12.4.2 வகையீட்டின் சில முக்கிய சூத்திரங்கள் (திட்ட வடிவங்கள்)

**(மாறிலி, கூட்டல், கழித்தல் மட்டும்)**

1. $\frac{d(c)}{dx} = 0$ இங்கு $C$ ஒரு மாறிலி

( '$x$' ஐப் பொறுத்து '$C$' ஐ வகையிட மதிப்பு பூஜ்ஜியம் என படிக்கவும்)

2. $\frac{d(x^n)}{dx} = nx^{n-1}$

3. $\frac{d(x)}{dx} = 1x^{1-1} = 1x^0 = 1$

4. $\frac{d(u+v)}{dx} = \frac{du}{dx} + \frac{dv}{dx}$

5. $\frac{d(u-v)}{dx} = \frac{du}{dx} - \frac{dv}{dx}$

**குறிப்பு:**

எந்த ஒரு பூஜ்யம் அல்லாத மெய் எண்ணிற்கும் அடுக்கு பூஜ்ஜியமெனில் மதிப்பு 1. $x \neq 0$ என்றால் $x^0 = 1$

**எடுத்துக்காட்டு: 12.12**

$Y = 4$, எனில் $\frac{dy}{dx}$ மதிப்பு காண்.

**தீர்வு:**

$Y = 4$, இங்கு 4 மாறிலி மதிப்பு. மாறிலிச்சார்பின் வகைக்கெழு பூஜ்ஜியம்.

எனவே, $\frac{dy}{dx} = \frac{d(4)}{dx} = 0$



11_Tamil Economic Chap 12_26.09.2018.indd 304 15-12-2021 17:44:41

**எடுத்துக்காட்டு:12.13**

$y = 6x^3$ என்ற சார்பின் சாய்வினைக் காண்க

**தீர்வு:**

$y = 6x^3$ தரப்பட்டுள்ளது

சாய்வு $= \frac{dy}{dx}$

$\frac{dy}{dx} = 6(3)x^{3-1} = 18x^2$ ($x$ ன் எந்த ஒரு மதிப்பிற்கும்)

**எடுத்துக்காட்டு:12.14**

$y=5x^4$ என்ற சார்புக்கு $x = 10$ எனும் போது சாய்வு என்ன ?

**தீர்வு:**

$y = 5x^4$ சமன்பாடு தரப்பட்டுள்ளது

சாய்வு $= \frac{dy}{dx}$

$$\frac{dy}{dx} = 5(4)x^{4-1}$$

$$= 20x^3$$

$x = 10$ என இருக்கும் போது சாய்வு $= 20\,(10)^3$

$$= 20{,}000,$$

சாய்வு $= 20{,}000$

**எடுத்துக்காட்டு:12.15**

$Y = 3x^2 + 16x^3$ என்ற சார்பினை $x$ ஐ பொருத்து வகையிடுக.

**தீர்வு:**

$Y = 3x^2 + 16x^3$ ஐ வகையிட

$$\frac{dy}{dx} = 3(2)x^{2-1} + 16(3)x^{3-1}$$

$$= 6x^1 + 48x^2$$

$$\frac{dy}{dx} = 6x + 48x^2$$

**எடுத்துக்காட்டு:12.16**

$Y = 2x^3 - 6x$, எனில் $\frac{dy}{dx}$ ஐ காண்க.

**தீர்வு:**

$Y = 2x^3 - 6x$

$x$ஐ பொருத்து '$y$' யினை வகையிட,

$$\frac{dy}{dx} = 2(3)x^{3-1} - 6(1)x^{1-1}$$

$$= 6x^2 - 6x^0$$

$$\frac{dy}{dx} = 6x^2 - 6$$

## 12.4.3 வகை நுண்கணிதத்தின் பயன்பாடு

இரண்டு அல்லது இரண்டுக்கு மேற்பட்ட மாறிகளின் உறவினை சார்பாக விளக்கலாம். தொடர்ச்சியான சார்பினை மட்டுமே வகைபடுத்த முடியும். உதாரணமாக, வகை நுண்கணிதமானது பின்வருவனவற்றை காண பயன்படுகிறது.

1. விலையைப் பொறுத்து தேவையில் ஏற்படும் மாற்ற வீதம். (நுண்ணினப் பொருளியலில்)
2. முதலீட்டினை பொறுத்து வருமானத்தில் ஏற்படும் மாற்ற வீதம் (பேரினப் பொருளியலில்)

## 12.4.4 இறுதிநிலை கருத்துகள்

$X$ ல் ஏற்படும் சிறு மாறுபாட்டிற்கு ஏற்ப $Y$ ல் ஏற்படும் மாறுபாடுகள் இறுதிநிலை கருத்து எனப்படுகிறது. ($X$ என்பது சாராத மாறியாகும், $Y$ என்பது சார்ந்த மாறியாகும்)



11_Tamil Economic Chap 12_26.09.2018.indd 305 15-12-2021 17:44:46

### 12.4.5 இறுதிநிலை உற்பத்தி

உற்பத்தி காரணியின் இறுதிநிலை உற்பத்தி என்பது ஒரு கூடுதல் அலகு உற்பத்திக் காரணியை பயன்படுத்துவதால் மொத்த உற்பத்தியில் ஏற்படும் கூடுதல் அளவாகும்.

$$MP = \frac{d(TP)}{dQ} \text{ அல்லது } \frac{\Delta TP}{\Delta Q}$$

### 12.4.6 இறுதிநிலை செலவு

இறுதிநிலை செலவு என்பது ஓர் அலகு உற்பத்தி அதிகரிப்பினால் மொத்த செலவில் ஏற்படுகிற கூடுதல் செலவாகும்.

குறியீட்டில்,

$$MC = \frac{d(TC)}{dQ} \text{ அல்லது } MC = \frac{\Delta TC}{\Delta Q}$$

இங்கு $\Delta TC$ என்பது மொத்தச் செலவில் ஏற்படும் மாற்றத்தை குறிக்கிறது; $\Delta Q$ என்பது அளவு அல்லது வெளியீட்டில் ஏற்படும் சிறு மாற்றத்தை குறிப்பிடுகிறது. (பொருளியலில் ஒரு வேலை செய்யும் நபர், ஒரு வெளியீடு என்பன மிகச்சிறிய அலகாக கருதப்படுகிறது)

**எடுத்துக்காட்டு: 12.17**

$TC = 15 + 3Q^2 + 7Q^3$ என்பது மொத்த செலவுச் சார்பு என தரப்படின் இறுதிநிலைச் செலவுச் சார்பினை வருவி.

**தீர்வு:**

$$TC = 15 + 3Q^2 + 7Q^3$$

$$MC = \frac{d(15)}{dQ} + \frac{d(3Q^2)}{dQ} + \frac{d(7Q^3)}{dQ}$$

$$= 0+3(2)Q^{2-1} + 7(3)Q^{3-1}$$

$$MC = 6Q + 21Q^2$$

### 12.4.7 இறுதிநிலை வருவாய்

இறுதிநிலை வருவாய் என்பது கூடுதல் ஓர் அலகு உற்பத்தியினை விற்பதனால் ஈட்டப்பட்ட வருவாய் ஆகும். வேறு விதமாகக் கூறினால், இறுதிநிலை வருவாய் என்பது ஒரு அலகு கூடுதல் பொருளை விற்பதால் மொத்த வருவாயில் ஏற்படும் கூடுதலாகும்.

$$MR = \frac{d(TR)}{dQ} \text{ அல்லது } = \frac{\Delta TR}{\Delta Q}$$

இங்கு $\Delta TR$ என்பது மொத்த வருவாயில் ஏற்படும் மாற்றத்தையும், $\Delta Q$ என்பது வெளியீட்டில் ஏற்படும் மாற்றத்தையும் குறிக்கும்.

**எடுத்துக்காட்டு: 12.18**

$TR = 50Q - 4Q^2$ என தரப்பட்டுள்ளது. $Q = 3$ எனில் இறுதிநிலை வருவாயைக் காண்க.

**தீர்வு:**

$$TR = 50Q - 4Q^2$$

$$MR = d(TR)/dQ$$

$$MR = 50(1)Q^{1-1} - 4(2)Q^{2-1}$$

$$= 50(1)Q^0 - 8\,Q^1$$

$$= 50(1) - 8Q \quad (\therefore Q^0 = 1, Q^1 = Q)$$

$$MR = 50 - 8Q$$

$Q = 3$ எனும்போது

$$MR = 50 - 8(3) = 26$$

**எடுத்துக்காட்டு: 12.19**

ஓர் உற்பத்தியாளரின் மொத்த செலவுச் சார்பு $TC(Q) = Q^3 - 18Q^2 + 91Q + 10$ ஆகும். இங்கு செலவுகள் ரூபாயில் உள்ளன. $Q = 3$



11_Tamil Economic Chap 12_26.09.2018.indd 306 15-12-2021 17:44:47

என்கின்றபோது இறுதிநிலை செலவு ($MC$) மற்றும் சராசரி மாறும் செலவு ($AVC$) காண்க.

**தீர்வு:**

$TC(Q) = Q^3 - 18Q^2 + 91Q + 10$ தரப்பட்டுள்ளது. இறுதிநிலை செலவுச்சார்பினை காண $Q$ ஐ பொருத்து வகைப்படுத்த,

$$MC(Q) = \frac{d(TC)}{dQ} = 3Q^{3-1} - 18(2)Q^{2-1} + 91(1)Q^{1-1} + 0$$

$$= 3Q^2 - 36Q^1 + 91Q^0 + 0$$

$$MC(Q) = 3Q^2 - 36Q + 91 \quad (\therefore Q^0 = 1)$$

$Q = 3$ எனில்

$$MC(Q) = 3(3^2) - 36(3) + 91$$
$$= 3(9) - 108 + 91$$
$$= 27 - 108 + 91$$
$$= 118 - 108$$
$$= 10$$

சராசரி மாறும் செலவு காண ($AVC$)

$TC(Q) = Q^3 - 18Q^2 + 91Q + 10$ தரப்பட்டுள்ளது.

$TVC(Q) = Q^3 - 18Q^2 + 91Q$ என அறிகிறோம்.

(மாறிலி மதிப்பு என்பது மாறாச் செலவு ஆகும்.)

$$AVC(Q) = TVC(Q)/Q$$

$$\boxed{AVC(Q) = Q^2 - 18Q + 91}$$

$Q = 3$ எனில்,

$$AVC(Q) = 3^2 - 18(3) + 91$$
$$= 9 - 54 + 91$$
$$= 100 - 54 = 46$$

$$\therefore AVC(Q) = \frac{Q^3 - 18Q^2 + 91Q}{Q}$$

$$= Q^2 - 18Q + 91$$

குறிப்பு : மாறாச் செலவு = 10

சராசரி மாறாச்செலவு = $\frac{10}{Q}$.

சராசரி செலவு = $\frac{Q^3 - 18Q^2 + 91Q + 10}{Q}$

$$= Q^2 - 18Q + 91 + \frac{10}{Q}$$

எனவே சராசரி செலவு = $AVC + AFC$

$$AC = AVC + AFC$$

$$AC = \frac{TC}{Q}$$

**எடுத்துக்காட்டு: 12.20**

ஒரு குறிப்பிட்ட பண்டத்தை உற்பத்தி செய்ய ஒவ்வொரு மாதத்தின் மொத்தச் செலவுகளை தயாரிப்பாளர் ஒருவர் $TC(Q) = 128 + 60Q + 8Q^2$ என மதிப்பிடுகிறார். இறுதிநிலை செலவு, சராசரி செலவு, மாறாச் செலவு, மாறும் செலவு, சராசரி மாறாச் செலவு, சராசரி மாறும் செலவு ஆகியவற்றைக் காண்க.

**தீர்வு:**

$TC(Q) = 128 + 60Q + 8Q^2$ கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.

$TC$ = மாறாச் செலவு + மாறும் செலவு என்பதை அறிவோம்

$$MC(Q) = \frac{d(TC)}{dQ}$$

$$= 0 + 60(1)Q^{1-1} + 8(2)Q^{2-1}$$
$$= 0 + 60Q^0 + 16Q^1 (\text{Since, } Q^0 = 1)$$

$$\boxed{MC = 60 + 16Q}$$



11_Tamil Economic Chap 12_26.09.2018.indd 307 15-12-2021 17:44:50

சராசரி செலவு$=\frac{TC}{Q}$

$$=\frac{128+60Q+8Q^2}{Q}$$

$$AC=\frac{128}{Q}+60+8Q$$

மாறிலி மதிப்பினை மாறாச்செலவு என்கிறோம்

மாறாச் செலவு = 128

$$FC = 128$$

சராசரி மாறாச்செலவு $=\frac{128}{Q}$

$$AFC=\frac{128}{Q}$$

சராசரி மாறும் செலவு =60 + 8Q (மாறும் செலவினை Q ஆல் வகுக்க)

$$\therefore AVC = 60 + 8Q$$

## 12.4.8 தேவை நெகிழ்ச்சி

ஒரு பொருளின் விலையில் ஏற்படும் விகிதாச்சார மாற்றத்திற்கும் அதன் காரணமாக தேவையில் ஏற்படும் விகிதாச்சார மாற்றத்திற்கான விகிதமே தேவை நெகிழ்ச்சி எனப்படும். கணிதக் குறியீடுகளில்

$$e_d=\left(\frac{P}{x}\right)\left(\frac{dx}{dp}\right)$$

தேவைச் சார்பு $Q=a-bP$ எனில்

$$e_d=\left(\frac{dQ}{dP}\right)\left(\frac{P}{Q}\right)$$

**எடுத்துக்காட்டு:12.21**

தேவைச்சார்பு $x=\frac{100}{P}$ என்கிறபோது விலையைப்பொருத்து தேவை நெகிழ்ச்சி e யை விலை P= 2 ஆக இருக்கும் போது காண்க.

**தீர்வு:**

$x=\frac{100}{P}=100P^{-1}$ என தரப்பட்டுள்ளது

**குறிப்பு:**

அளிப்பு சார்பை பயன்படுத்தி அளிப்பு நெகிழ்ச்சிக்கெழு மதிப்பைக் காணலாம்.

$$\therefore \frac{dx}{dp}=100(-1)P^{-1-1}$$

$$=100(-1)P^{-2}$$

$$=-100(P^{-2})$$

$$=\frac{-100}{P^2}$$

P=2 என்றால்

$\frac{dx}{dp}=\frac{-100}{4}=-25$ மற்றும் $x=\frac{100}{2}=50$

சூத்திரத்தில் மதிப்புகளைப் பிரதியிட

$$e_d=\frac{Pdx}{xdp}=\left(\frac{2}{50}\right)\left(\frac{-100}{4}\right)=\frac{-200}{200}=-1$$

$$e_d=-1$$

# 12.5 தொகை நுண்கணிதம்

## 12.5.1 தொகையீடு

வகை நுண்கணிதம் சார்புகளின் மாற்ற வீதத்தை அளவிடுகிறது. அம்மாற்ற வீதங்கள் தரப்படின் $F(x)$ என்ற சார்பினைக் காண்பதற்கு வகையிடலின் எதிர்மறை முறையும் பொருளியலில் தேவைப்படுகிறது. இதனை தொகையிடல் என்கிறோம். $F(x)$ என்ற சார்பானது $f(x)$ என்ற சார்பின் தொகையிடல் அல்லது எதிர் வகையிடல் என அழைக்கப்படுகிறது.



11_Tamil Economic Chap 12_26.09.2018.indd 308 15-12-2021 17:44:54

$f(x)$ என்ற சார்பின் தொகையீட்டினை கணிதரீதியில்

$\int f(x)dx = F(x)+C$ என குறிப்பிடலாம்.

சமன்பாட்டின் இடதுபுற பகுதியானது $x$ ஐப் பொருத்து $f(x)$ ஐ தொகையிட என குறிப்பிடப்படுகிறது. இங்கு, $\int$ என்பது தொகைக்குறியையும், $f(x)$ என்பது தொகைப்படுத்த வேண்டிய சார்பினையும், $C$ என்பது தொகையிடல் மாறிலியையும் $F(x)+c$ என்பது வரையறைக்குட்படாத தொகையீட்டினையும் குறிக்கின்ற குறியீடுகளாகும். $x$ சார்பு குறிப்பாக சொல்லப்படாததால் பல்வேறு மதிப்புகளை ஏற்க முடியும்.

## 12.5.2 பொருள்

$F(x)$ ஐ $x$ ஐப் பொருத்து வகையிட $f(x)$ கிடைக்கும். எனவே $f(x)$ ஐ $x$ ஐப்பொருத்து தொகையிட $F(x)$ கிடைக்கும். தொகையிடல் என்பது வகையிடலின் எதிர்மறை முறையாகும்.

குறியீட்டில்,

$$\frac{d[F(x)]}{d_x} = f(x), \text{ எனில்}$$

$$\int f(x)dx = F(x)+C$$

**நினைவிற்கொள்ள வேண்டிய கருத்துக்கள்:**

அ) தொகையிடல் என்பது $\int$ என்ற குறியீட்டில் குறிப்பிடப்படுகிறது. அதாவது 'SUM' (தொகை) என்ற ஆங்கில வார்த்தையின் முதல் எழுத்தான $S$ என்பதன் நீட்சி வடிவமாகும்.

ஆ) தொகைப்படுத்த வேண்டிய சார்பினை ஒட்டி வகையிடல் குறி '$dx$' இடப்படுகிறது.

இ) $\int f(x)\,dx = F(x)+C$, $C$ என்பது தொகையிடல் மாறிலியாகும். இங்கு $\int f(x)\,dx$ என்பதன் பொருள் $x$ பொருத்து $f(x)$ ஐ தொகையிடல் ஆகும்.

## 12.5.3 தொகையிடல் அடிப்படை விதிகள்:

I) அடுக்கு விதி $\int X^n\,dx = \dfrac{x^{(n+1)}}{n+1}+C$

II) $\int k.dx = x+c$, இதில் $K$ மாறிலி மதிப்பாகும்.

III) $\int a.x^n\,dx = a\int x^n\,dx$

**எடுத்துக்காட்டு 12.22**

$$\int 4x^3dx = 4\int x^3dx$$
$$= 4\frac{x^{3+1}}{3+1}+c$$
$$= 4\frac{x^4}{4}+c$$
$$= x^4+c$$

**எடுத்துக்காட்டு 12.23**

$$\int (x^2+x-1)dx = \int x^2dx+\int xdx-\int dx$$
$$= \frac{x^{2+1}}{2+1}+\frac{x^{1+1}}{1+1}-x+c$$
$$= \frac{x^3}{3}+\frac{x^2}{2}-x+c$$

**எடுத்துக்காட்டு 12.24**

$$\int 5dx = 5x+c$$

**எடுத்துக்காட்டு 12.25**

$$\int 4xdx = 4\frac{x^{1+1}}{1+1}+c$$
$$= 4\frac{x^2}{2}+c$$
$$= 2x^2+c$$



11_Tamil Economic Chap 12_26.09.2018.indd 309 15-12-2021 17:44:58

### 12.5.4 தொகையிடலின் பயன்பாடு

**எடுத்துக்காட்டு 12.26**

ஒரு நிறுவனத்தின் வெளியீடு $x$ ஆக இருக்கும்போது அதன் இறுதிநிலை செலவுச்சார்பு $100-10x+0.1x^2$ என்க. அந்நிறுவனத்தின் மாறாச் செலவு ₹500 என்றால் மொத்தச் செலவுச் சார்பு காண்.

**தீர்வு**

$$MC = 100 - 10x + 0.1\,x^2$$

$$TC = \int \left(100 - 10x + 0.1x^2\right) dx$$

$$= 100x - 10\frac{x^2}{2} + 0.1\frac{x^3}{3} + c$$

$$= 100x - 5x^2 + \frac{x^3}{30} + c$$

மாறாச் செலவு ₹500 தரப்பட்டுள்ளது.

$$\therefore TC = 100x - 5x^2 + \frac{x^3}{30} + 500$$

$$= \frac{x^3}{30} - 5x^2 + 100x + 500$$

**எடுத்துக்காட்டு 12.27**

$x$ அலகுகள் உற்பத்தி செய்வதற்கான இறுதிநிலை செலவுச்சார்பு $y = 23 + 16x - 3x^2$ ஆகும். மேலும் பூஜ்ஜிய அலகு உற்பத்திக்கு மொத்தச் செலவு ₹40 ஆகின்றது. மொத்த செலவுச் சார்பினையும், சராசரி செலவுச் சார்பினையும் காண்க.

**தீர்வு:**

இறுதிநிலை செலவுச்சார்பு $y = 23 + 16x - 3x^2$; $c = 40$ ஆகியன தரப்பட்டுள்ளன. மாறாச்செலவு ₹40 ஆகும்.

மாறாச்செலவு ₹40

மொத்த செலவுச்சார்பு = ∫(இறுதிநிலை செலவுச்சார்பு) $dx+c$ என அறிவோம்.

$$TC = \int y\,dx + c$$

$$= \int (23 + 16x - 3x^2)dx + c\ ,$$

இங்கு $c$ ஒரு மாறிலி

$$= \int 23dx + \int 16x dx - \int 3x^2\,dx + c$$

$$= 23x + 16\left[\frac{x^2}{2}\right] - 3\left[\frac{x^3}{3}\right] + c$$

$$TC = 23x + 8x^2 - x^3 + c$$

$c=40$ என கொடுக்கப்பட்டுள்ளது

$$TC = 23x + 8x^2 - x^3 + 40$$

$$\text{சராசரி செலவுச்சார்பு} = \frac{TC}{x}$$

$$= 23 + 8x - x^2 + \frac{40}{x}$$

### 12.5.5 நுகர்வோர் உபரி

ஆல்ஃபிரட் மார்ஷல் இக்கோட்பாட்டினை விரிவாகத் தந்துள்ளார். குறிப்பிட்ட விலையில் மக்கள் பண்டங்களை வாங்கிடும் அளவிற்கான தொடர்பினை தேவைச்சார்பு $P(X)$ காட்டுகிறது.

இதனை $P = F(X)$ எனலாம்.

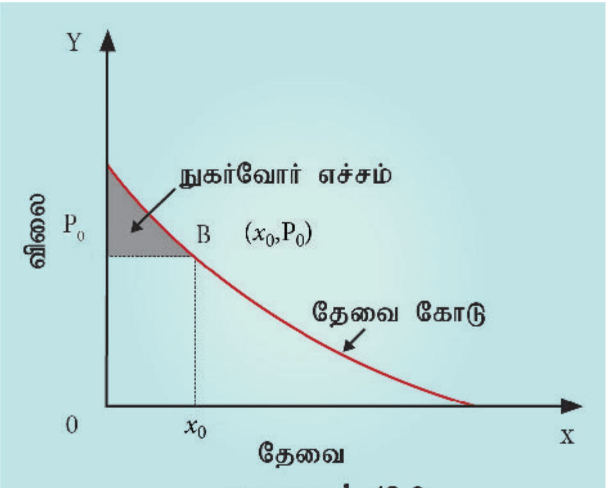
நுகர்வோர் உபரி என்பது ஒருவர் கொடுக்க நினைக்கும் விலைக்கும் உண்மையில் கொடுத்த விலைக்கும் இடையேயான வேறுபாடாகும்.

இதனை பின்வரும் வரைபடம் காட்டுகிறது.

நுகர்வோர் உபரி $(CS)$ யினை கணிதரீதியில் பின்வருமாறு வரையறுக்கலாம்.



11_Tamil Economic Chap 12_26.09.2018.indd 310 15-12-2021 17:45:02



வரைபடம் 12.8

$CS$ = ($x = 0$ முதல் $x = x_0$ வரையிலான தேவை வளைகோட்டிற்கு உட்பட்ட பரப்பு) – (செவ்வகம் $OX0BP0$ யின் பரப்பு)

$$CS = [\int_0^{x_0} p(x)\,dx] - x_0 P_0$$

**எடுத்துக்காட்டு 12.28**

$P = 35 - 2X - X^2$ ஆகவும் தேவை $X_0$ என்பது 3 எனவும் அமையுமெனில் நுகர்வோர் உபரி என்ன?

**தீர்வு:**

தரப்பட்ட தேவைச்சார்பு,

$$P = 35 - 2x - x^2$$

$x = 3$ எனில்,

$$P = 35 - 2(3) - 3^2$$
$$= 35 - 6 - 9$$
$$P = 20$$

எனவே,

$CS$ = (தேவை வளைக்கோட்டின் 0 முதல் 3 வரையிலான வளைக்கோட்டிற்கு கீழுள்ள பகுதியின் பரப்பு) – செவ்வகத்தின் பரப்பு ($20 \times 3 = 60$)

$$CS = \int_0^3 (35 - 2x - x^2)\,dx - (20 \times 3)$$

$$= \left[35x - 2\frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{3}\right]_0^3 - 60$$

$$= 35(3) - 2\left(\frac{3^2}{2}\right) - \frac{3^3}{3} - 60$$

$$= 105 - 9 - 9 - 60$$

= 27 அலகுகள்

## 12.5.6 உற்பத்தியாளர் உபரி:

$$PS = p_o x_o - \int_0^{x_o} g(x)\,dx$$

**எடுத்துக்காட்டு 12.29**

தேவைச்சார்பு $P_D = 25 - Q^2$ மற்றும் அளிப்புச்சார்பு $PS = 2Q+1$. ஆகியன தரப்பட்டுள்ளன.தூயபோட்டிநிலவும்போது (அ) நுகர்வோர் உபரி மற்றும் (ஆ) உற்பத்தியாளர் உபரி ஆகியவற்றைக் காண்க. ($P_D$= தேவை விலை; $PS$=அளிப்பு விலை)

**தீர்வு:**

அங்காடி சமநிலையில், $P_d = P_s$

$$25 - Q^2 = 2Q + 1$$
$$0 = -25 + Q^2 + 2Q + 1$$
$$0 = -24 + Q^2 + 2Q$$
$$Q^2 + 2Q - 24 = 0$$
$$Q^2 + 6Q - 4Q - 24 = 0$$
$$Q(Q+6) - 4(Q+6) = 0$$
$$(Q+6)(Q-4) = 0$$

எனவே, $Q=4$ அல்லது $Q=-6$. $Q$ மதிப்பு $-6$ ஆக பொருளாதாரத்தில் பொருளற்றது. எனவே $Q=4$ ஆக இருக்கும்போது,

$$P_D = 25 - 4^2 = 9;$$

$$P_S = 2(4) + 1 = 9$$

நுகர்வோர் உபரி $= \int_0^4 (25 - Q^2)\,DQ - (9 \times 4)$

$$= \left[25Q - \frac{Q^3}{3}\right]_0^4 - 36$$



11_Tamil Economic Chap 12_26.09.2018.indd 311 15-12-2021 17:45:04

$$=[\ (25)(4)-\frac{1}{3}\ (4)^3\ ]-(0)-36$$

$$=[100-\frac{64}{3}\ ]-(0)-36=42.67$$

உற்பத்தியாளர் உபரி *PS*

$$P_S=(9\times4)-\int_0^4(\ 2Q+1)DQ$$

$$=36-\left[(Q^2+Q)\right]_0^4$$

$$=36-(16+4)=16$$

**சிந்தித்து செயல்படு**

- ஏதேனும் ஒரு பாடத்தில் கூடுதல் மணி நேரம் படிப்பதால் உனது மதிப்பெண்ணில் ஏற்படும் மாற்றத்தைக் காண்க.
- கூடுதல் அலகு கிமீ பயணிக்கும்போது பெட்ரோல் நுகர்வின் அளவினை காண்க.
- ஒவ்வொரு கூடுதல் அலகு கூலி அல்லது சம்பளம் அல்லது வருமானத்தை பொருத்து உனது பெற்றோரின் செலவழிப்பில் ஏற்படும் மாற்றம் குறித்துக் கேள்.

## 12.6 தகவல் தொடர்பு தொழில்நுட்பம் (ICT)

தகவல் தொடர்பு தொழில்நுட்பம் (ICT) என்பது தகவல்களை விரைவாகவும், துல்லியமாகவும் தொகுக்கக்கூடிய ஓர் உள்கட்டமைப்பாகும். பின்வரும் அட்டவணையில் ICTயின் தொழில்நுட்பக் கருவிகள் மற்றும் பணிகளின் பயன்களைக் காணலாம்.

| வ.எண் | தகவல் | தொழில்நுட்பக் கருவிகள் மற்றும் பணிகள் |
|---|---|---|
| 1 | உருவாக்கம் | தனிப்பட்ட கணினிகள், டிஜிட்டல் கேமரா, ஸ்கேனர், ஸ்மார்ட் போன் |
| 2 | செயலாக்கம் | கால்குலேட்டர், PC, ஸ்மார்ட் போன் |
| 3 | சேமிப்பு | CD, DVD, பென் டிரைவ், மைக்ரோசிப், கிளவ்டு |
| 4 | காட்சிப்படுத்தல் | PC, TV, Projector, Smart Phone |
| 5 | ஊடகவழி பரிமாற்றம் | இணையம், டெலிகான்பரன்ஸ், வீடியோகான்பரன்ஸ், மொபைல் தொழில்நுட்பம், வானொலி |
| 6 | தகவல் பரிமாற்றம் | e – mail, அலைபேசி |

ICT வளர்ச்சி ஐந்து கட்டங்களை கடந்துள்ளது. அவை

(A) கணினி (COMPUTER)

(B) PC

(C) நுண் செயலி (MICROPROCESSOR)

(D) இணையம் (INTERNET) மற்றும்

(E) வயர்லெஸ் தொடர்புகள் (WIRELESS LINKS)

புள்ளி விவரங்களை தொகுத்தல், ஒழுங்குற அமைத்தல், கையாளுதல், கணக்கிடுதல் மற்றும் முடிவுகளை காட்சிப்படுத்துதல் ஆகிய கணித புள்ளியியல் கருத்துகள் பொருளியலுக்கு தேவைப்படுகின்றன. அவற்றை தகவல் தொடர்பு தொழில் நுட்பம் (ICT) வேகமாகவும், அதிகமாகவும், துல்லியமாகவும் செய்கிறது. பொதுவாக,



11_Tamil Economic Chap 12_26.09.2018.indd 312 15-12-2021 17:45:05

SPSS மற்றும் EXCEL தொகுப்புகள் பொருளியல் ஆய்வாளர்களால் பயன்படுத்தப்படுகின்றன. சில குறிப்பிட்ட பணிகளுக்குகென சில மென்பொருள்கள் வடிவமைக்கப்பட்டுள்ளன. WORD PROCESSOR, SPREAD SHEET, WEB BROWSER முதலியன பொருளியல் ஆய்வுகளுக்கு அடிக்கடி உபயோகப்படும் சில மென்பொருள்களாகும்.

### 12.6.1 MS Word

MS WORD என்பது ஒரு வார்த்தை செயலியாகும் (WORD PROCESSOR) இச்செயலி செய்திகளையும், புள்ளி விவரங்களையும் உருவாக்க, ஒழுங்குற அமைக்க, அச்சிட மற்றும் தகவல்களை ஆவணமாக பாதுகாக்க உதவுகிறது.

**வார்த்தை செயலி (WORD PROCESSOR) யின் அம்சங்கள் :**

அ) ஆவணத்தை உருவாக்க, நகலெடுக்க, திருத்தியமைக்க, வடிவமைக்க முடியும்.

ஆ) வார்த்தைகள் மற்றும் வாக்கியங்களை இடையில் செருகிட, மாற்றிட அல்லது நீக்கிட முடியும்.

இ) வடிவமைப்பினை பயன்படுத்த முடியும்.

ஈ) பக்கங்களின் அளவு மற்றும் விளிம்பு அளவுகளை சரிசெய்து கொள்ள முடியும்.

உ) பிழை திருத்தம் செய்யும் வசதியுள்ளது.

ஊ) பல ஆவணங்கள் மற்றும் கோப்புகளை ஒன்றாக இணைக்க முடிகிறது.

**WORD DOCUMENT –ஐ திறப்பது எப்படி ?**

பல்வேறு முறைகளில் MS WORD DOCUMENT ஐ திறக்கலாம்.

CLICK START → ALL PROGRAM → MS WORD அல்லது DESKTOPல் MS WORD ஐகானை (ICON) இருமுறை கிளிக் செய்க.

**தெரிவுசெய் நிரல்பட்டியலின் பயன்கள் (USES OF MENU )**

| | | |
|---|---|---|
| தெரிவுசெய் நிரல்பட்டி (Home menu) | → | எழுத்துக்கள் (fonts), எழுத்துரு வடிவம் (font size) ஆகியவற்றை மாற்றிட உதவுகிறது. எழுத்து வடிவச் செய்தி வண்ணத்தினை மாற்றிடவும், எழுத்து நடையினை தடிமனாக்கல், சாய்வாக எழுதுதல் (Italic), அடிக்கோடிட்டு எழுதுதல் போன்றவற்றை செயல்படுத்த முடியும். |
| நுழைவு (Insert) | → | பக்கங்களுக்கு இலக்கமிட, வரைபடங்கள், அட்டவணைகள், வடிவங்கள், வார்த்தை கலை வடிவங்கள், சமன்பாடுகள், குறியீடுகள் மற்றும் படங்கள் ஆகியவற்றை தேவைப்படும் இடங்களில் நுழைக்க (Insert) முடியும். |
| பக்க வடிவமைப்பு (Page Layout) | → | பக்கங்களின் விளிம்பு அளவினை (margin size) மாற்றி அமைத்திட, செய்திகளை பல்வேறு நிரல்களாக பிரிக்க, பக்கத்தின் பின்புல வண்ணத்தை மாற்றி அமைக்க பயன்படுகிறது. |



11_Tamil Economic Chap 12_26.09.2018.indd 313 15-12-2021 17:45:05

| | | |
|---|---|---|
| பார்வை குறிப்பு (Reference) | → | அடிக்குறிப்பு, முடிவுக்குறிப்பு, ஆசிரியர்கள் பற்றிய அட்டவணைகளை நுழைக்க. |
| மீள் பார்வை (Review) | → | பிழைதிருத்தம், இலக்கணம், மொழிபெயர்ப்பு செய்ய. |
| பார்வையிடல் (View) | → | வடிவமைத்த பக்கங்களை அச்சிட, முழுத்திரையில் படிக்க, ஆவணங்களை பார்வையிட |

## 12.6.2 Microsoft Office Excel

சூத்திரங்களைப் பயன்படுத்தி தரவுகளை ஆய்வு செய்யப் பயன்படுகிறது. நிரைகளையும் நிரல்களையும் கொண்ட பெரிய தாள் விரிதாள் Spread sheet எனப்படுகிறது. நிரைகளும், நிரல்களும் ஒன்றையொன்று வெட்டிக்கொள்ளும் சிறு அலகிலான அறைகள் 'Cell' எனப்படுகிறது. *MS Excel 2007* வடிவம் (version) *10* இலட்சம் நிரைகள் மற்றும் *16* ஆயிரம் நிரல்களைக் கொண்ட பணித்தாளில் (Work Sheet) விவரங்கள் பதிய முடியும்.

### ஆரம்பம் (Start )

பல்வேறு முறைகளில் MS Excel ஐ பயன்படுத்தலாம்.

Click Start → Program →Micro Soft Excel அல்லது Desktopல் MS Excel ஐகானை இருமுறை கிளிக் செய்க.

### பணித்தாள் (Work sheet)

சூத்திரம் மற்றும் தரவுகளை நிரைகளாகவும் நிரல்களாகவும் தருவதற்கு ஏற்ப அட்டவணை வடிவிலான ஆவணமே பணித்தாள் (Worksheet) எனப்படுகிறது. அதில் நான்கு வகையான கணக்கீட்டு செயலிகள் உள்ளன. அவை கணித செயல், ஒப்பிடுதல், உரையை ஒன்றாக இணைத்தல் மற்றும் குறிப்புகள் ஆகும். MS Excel தரவுகளை ஆராயவும் அவற்றை படங்கள், வரைபடங்கள், பகுதி வரைபடங்கள், கோட்டு வரைபடங்கள் என விளக்குவதற்கும் பயன்படுகின்றது.

## 12.6.3 Microsoft Power Point

இது கணினி வாயிலாக தகவல்களை வழங்கிட உதவும் ஒரு மென்பொருள் ஆகும்.

தகவல்களை வழங்குவதில் உள்ள படிநிலைகள்:

(i) துவங்கு (Start) செயலியை அமுக்கு

(ii) செயற்கட்டளை (Program) யை அமுக்கு

(iii) Microsoft Power point ஐ தெரிவு செய்

(iv) புதிய Power point கோப்பானது திறக்கும். அதன்பிறகு தலைப்பு மற்றும் துணை தலைப்புகளை விரும்பினால் தட்டச்சு செய்யவும்.

(v) புதிய படிமம் ('new slide') என்ற குறியீடு (Icon) அல்லது 'Ctrl+M' என்ற பொத்தானை அமுக்குவதன் மூலம் புதிய படிமத்தை நுழைக்கலாம்.

(vi) பாடப்பொருள், அட்டவணையை உள்நுழைத்தல், படங்கள், இயங்கு படங்கள் (movies), ஒலிகள் போன்றவற்றை உள்ளடக்கமாக தர முடியும்.

(vii) வடிவமைப்பு 'Design' என்ற செயலி நழுமங்களை வடிவமைக்க உதவுகிறது. (அனைத்து நழுமங்களுக்கும் (slides) ஒரே பொதுவான வடிவமைப்பு அல்லது



11_Tamil Economic Chap 12_26.09.2018.indd 314 15-12-2021 17:45:05

ஒவ்வொரு நழுமத்திற்கும் தனித்த வடிவமைப்புகளை தெரிவு செய்யலாம்).

(viii) நழுமக்காட்சி (slide show) என்ற செயலியை அழுத்துவதன் மூலம் ஒருவர் நழுமக்காட்சிகளை துவக்கத்திலிருந்தோ அல்லது தற்போதைய நழுமக் காட்சியிலிருந்தோ இயக்க முடியும்.

குறிப்பிட்ட தலைப்பிலான தகவல்களை புரிந்துகொண்டு நினைவில் வைப்பதற்குரிய குறிப்புகளை Power Point Presentation வசதிப்படுத்துகிறது. சமீபத்தில் மிடுக்கான வகுப்பறை (Smart Class room) கற்பித்தலில் தகவல் தொழில் நுட்பத்தை திறம்பட பயன்படுத்தி உயர்ந்த தரம் வாய்ந்த கல்வியினை வழங்கிட Power Point Presentation (PPT) உதவுகிறது.

**சிந்தித்து செயல்படு**

- சிறப்புகள் வாய்ந்த இந்தியா ("Incredible India") குறித்தான MS Word ஆவணம் தயார் செய்க.
- கடந்த மாதத்தில் உனது தினப்படி செலவினத்தை ஒவ்வொரு வகை/ உருப்படி வாரியாக Excel Sheet ல் தயார் செய்க.
- உனது பெற்றோருடன் வெளியில் சென்று வந்தது குறித்து "Power Point" தயார் செய்து வழங்கிடுக.

## 12.7 தொகுப்புரை

இந்த அலகில் நேரிய இயற்கணிதம், நுண்கணிதம் மற்றும் தகவல் தொழில்நுட்ப பயன்பாடுகளை கற்பதன் மூலம் பொருளியலில் கணிதத்தின் தேவையை அறியலாம். குறிப்பாக சார்புகள், அணிகள், வகை நுண்கணிதம், தொகை நுண்கணிதம், MS Word, MS Excel மற்றும் Power Point Presentation ஆகியன பற்றிய அறிவானது பொருத்தமான பயன்பாடுகளுடன் விளக்கப்படுகின்றன. பொருளியலில் கணித முறைகளின் பயன்பாடு பற்றிய உண்மையை கற்க மாணவர்களுக்கு கற்றல் செயல்பாடுகளும் சேர்க்கப்பட்டுள்ளன.

**சூத்திரங்கள்**

1. சாய்வு $m = \frac{(Y_2 - Y_1)}{(X_2 - X_1)}$
2. $(y - y_1) = m(x - x_1)$ என்பது நேர்கோட்டின் சமன்பாடு.
3. 3x3 உடைய A என்ற அணியின் அணிக்கோவை மதிப்பு. $|\mathbf{A}| = a_1(b_2c_3 - b_3c_2) - a_2(b_1c_3 - b_3c_1) + a_3(b_1c_2 - b_2c_1)$
4. மாறிலியின் வகையீட்டு கெழு மதிப்பு பூஜ்யமாகும்.
5. $x^n$ ன் வகையீடு $nx^{(n-1)}$
6. $e_d$ = இறுதிநிலைச் சார்பு / சராசரிச் சார்பு
7. $ed = \frac{-P}{x}\frac{dx}{dp}$
8. $x^n$ என்ற சார்பின் தொகையீடு $\frac{x^{n+1}}{n+1} + C$
9. நுகர்வோர் உபரி $CS = \left[\int_0^{x_0} f(x)dx\right] - x_o p_o$
10. உற்பத்தியாளர் உபரி
$$PS = x_o p_o - \int_0^{x_0} g(x)\,dx$$

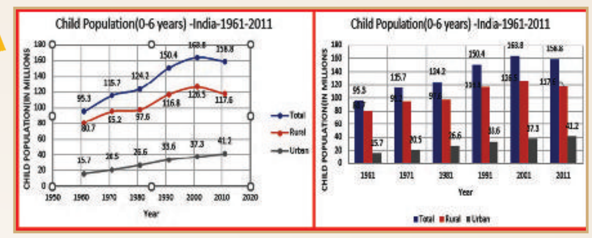


11_Tamil Economic Chap 12_26.09.2018.indd 315 15-12-2021 17:45:06

# ICT CORNER

## வகுப்பு: XI – பாடம்: பொருளியல்
## அத்தியாயம் .12 .பொருளியலுக்கான கணித முறைகள்

**வரைபடம் வரைதல் எனும் இந்தச் செயல்பாடானது EXCEL தாளில் எளிமையான முறையில் வரைபடம்வரையும் முறையினை விளக்குகிறது.**



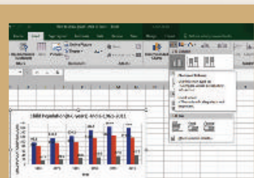

**படி 1:** Ms – Excel பணித்தாளை எடுத்துக் கொள்ளவும். X – அச்சிற்குரிய விவரங்களை முதல் நிரலிலும் (column) அதற்குரிய மற்ற விவரங்களை அடுத்தடுத்த நிரல்களிலும் தட்டச்சு செய்யவும்.

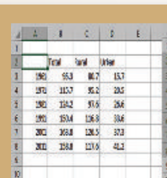
**படி 2:** தட்டச்சு செய்த விவரங்களை (select) தேர்வு செய்து, விளக்க வரைபடத்தைப் பெறுவதற்கு Insert-ஐ அழுத்தவும். 'Scroll down' பட்டியலைப் பெறுவதற்கு, அங்கு கொடுக்கப்பட்டுள்ள விளக்க வரைபடங்களில் 'Scatter type' ஐத் தேர்வு செய்யவும்.

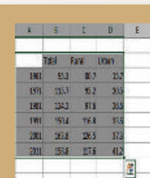
**படி 3:** 'Scroll down' பட்டியலில்,'Scatter with Smooth lines and Markers' –ஐத் தேர்வு செய்தால் தேவையான வரைபடம் கிடைக்கும். தற்போது வலப்புறமுள்ள மூன்று பாவைகளைத் தேர்ந்தெடுத்து விளக்க அட்டவணையின் அமைப்பை மாற்றவும். முதலில், முதல் பொத்தானை அழுத்தி 'Chart elements'- ஐ மாற்றியமைக்கவும். குறிப்பாக 'Axis Titles' மற்றும் Chart title –ஐ தேர்வு செய்யவும்.

**படி 4 :** 'Axis Titles' மற்றும் Chart title –ஐத் தேர்வு செய்து x- அச்சு , Y- அச்சு மற்றும் தலைப்புகளைத் தட்டச்சு செய்யவும். வரைபடத்தாளின் நிலையை மாற்ற, 'Legend' ஐ அழுத்தி (Right, Top, Left, Bottom) என தேவையான இடத்தைத் தேர்ந்தெடுத்து அங்கே வைக்கவும். வரைபடத்தாளின் மீது ' Right Click' செய்து Copy செய்து 'word' பக்கத்தில் 'Paste' செய்யலாம் அல்லது Move Chart – ஐ தேர்வு செய்து வேறு 'excel' பக்கத்திற்கும் நகர்த்தலாம்.

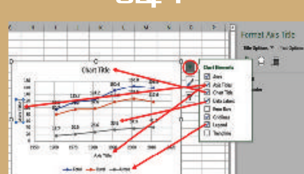
**படி 5 :** புதிய தாளுக்கு மாற்றுவதற்கு அங்கே ஒரு பட்டியல் தோன்றும். வரைபடத்தை பட்டை விளக்கப் படமாகவோ அல்லது வேறு வகையான வரைபடமாகவோ மாற்றுவதற்கு 'graph'ஐ தேர்வு செய்து மேல் மெனுவில் கொடுக்கப்பட்டுள்ள வரைபட வகைகளில் ஒன்றைத் தேர்ந்தெடுக்கவும்.

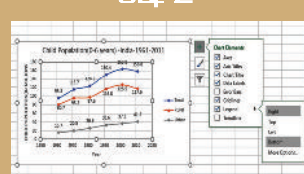

படி 1

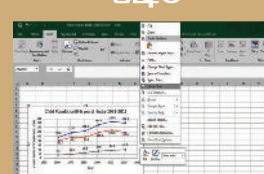

படி 2

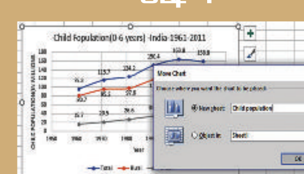

படி 3

படி 4


படி 5


படி 6


படி 7


படி 8

உரலி:

https://youtu.be/Xn7Sd5Uu42A

* படங்கள் அடையாளத்திற்கு மட்டுமே.



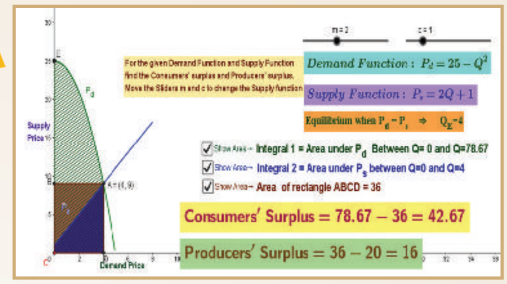

11_Tamil Economic Chap 12_26.09.2018.indd 316 15-12-2021 17:45:09

# ICT CORNER

## வகுப்பு: XI – பாடம்: பொருளியல்

## 12. பொருளியலில் கணித முறைகள் – நுகர்வோர் மற்றும் உற்பத்தியாளர் உபரி

**கணித முறைகளைப் பயன்படுத்தும் இச்செயல்பாட்டின் தொகையீட்டின் மூலம் நுகர்வோர் மற்றும் உற்பத்தியாளர் உபரிகள் எளிதாக விளக்கப்பட்டுள்ளது.**




**படி 1 :** கொடுக்கப்பட்டிருக்கும் உரலி / விரைவுக்குறியீடைப் பயன்படுத்தி GeoGebra பக்கத்திற்குச் செல்க.

**படி 2 :** 'நுகர்வோர் மற்றும் உற்பத்தியாளர் உபரி' என்னும் பணித்தாளை எடுத்துக் கொள்ளவும்.

**படி 3 :** வளைகோடுகளால் அடைபடும் பரப்பைக் காண தொகை நுண் கணிதம் தெரிந்திருக்க வேண்டும். அத்தகைய கணக்கீடுகளைச் செய்ய பல்வேறு செயலிகள் உள்ளன. எனினும் அவை எங்கே எப்படி பயன் படுகிறது என்பதைத் தெரிந்து கொள்வது அவசியமாகும்

**படி 4 :** பணித்தாளில் தேவை வளைவு பச்சை நிறத்திலும், விநியோக வளைவு நீல நிறத்திலும் இருக்கும். A(4,9) என்னும் புள்ளியில் இரண்டும் வெட்டிக் கொள்கின்றன. O மற்றும் A க்கு இடையேயான தேவை வளைவைத் தொகுக்கும் போது கிடைக்கும் பரப்பானது அடுத்த படியில் காட்டப்பட்டுள்ளது அப்பரப்பைக் காண்பதற்கு 'Show Area Integral 1' ஐச் சொடுக்கவும்.

**படி 5 :** இங்கே காட்டப்படும் பரப்பானது O மற்றும் A க்கு இடையேயான தேவை விலையின் தொகுக்கப்பட்ட மதிப்பாகும்

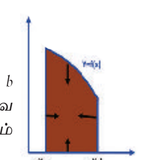
**படி 6 :** 'Area of Rectangle' ன் மீது சொடுக்கும் போது செவ்வகப் பரப்பு கிடைக்கும். இது நீளம் 4 மற்றும் அகலம் 9 ன் பெருக்கிய மதிப்பேயாகும் (கவனிக்க-புள்ளி A (4,9)) ஆக நுகர்வோர் உபரி = (f(x) என்னும் வளைகோட்டுக்குகீழ் அடைபடும் பரப்பு) – (செவ்வகப் பரப்பு)

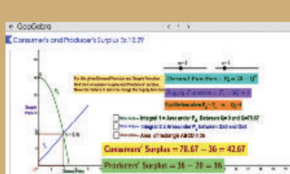
**படி 7 :** Show Area Integral 2' ஐச் சொடுக்கவும். O வுக்கும் A வுக்கும் இடைப்பட்ட விநியோக விலையின் தொகுப்பு நீல நிறத்தில் இருக்கும். உற்பத்தியாளர் உபரி =(செவ்வகப்பகுதியின் பரப்பு) – (Ps என்னும் கோட்டின் கீழ் வரும் பரப்பு) 'm' மற்றும் 'c' Sliders – ஐ நகர்த்தி மாற்றுவதன் மூலம் Ps கோட்டில் மாற்றம் ஆகும். நுகர்வோர் உபரி மற்றும் உற்பத்தியாளர் உபரியில் ஏற்படும் மாற்றங்களைக் காணலாம்.

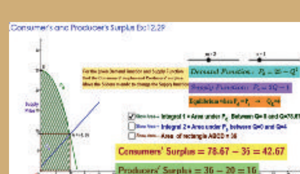
**தொகை நுண்கணிதம் அறிக:**
நிழலிடப்பட்ட பகுதியின் பரப்பு = x அச்சுக்கு மேல், x=a மற்றும் x=b என்னும் புள்ளிகளுக்கிடையே f(x) என்னும் வளைகோட்டுக்கு கீழ் அடைபடும் பகுதியின் பரப்பு = அதாவது a,b எல்லைகளுக்குட்பட்ட f(x) எனும் சார்பின் தொகையீடு

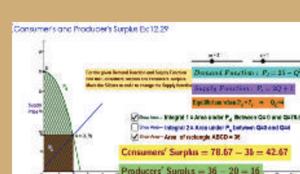
$$=\int_a^b f(x)dx$$

f(x) ஆனது x அச்சின் மீது a மற்றும் b எல்லைகளுக்கிடையே தேவை வளைவு சமன்பாட்டின் வலப்பக்கம் அமைந்துள்ளது




படி 1


படி 2


படி 3

படி 4

உரலி:

https://ggbm.at/ddY3wkjp

* படங்கள் அடையாளத்திற்கு மட்டுமே.



11_Tamil Economic Chap 12_26.09.2018.indd 317 15-12-2021 17:45:11

## மாதிரி வினாக்கள்

### பகுதி– அ

**சரியான (அல்லது) பொருத்தமான விடையைத் தேர்ந்தெடுக்கவும்.**

1) ______________ இவற்றின் ஒருங்கிணைப்பே கணிதவியல் பொருளாதாரம் எனப்படும்.

அ) கணிதம் மற்றும் பொருளாதாரம்

ஆ) பொருளாதாரம் மற்றும் புள்ளியியல்

இ) பொருளாதாரம் மற்றும் சமன்பாடுகள்

ஈ) வரைபடங்கள் மற்றும் பொருளாதாரம்

2) தேவைக் கோடு அல்லது அளிப்புக் கோடு வரைவதில் _______ பயன்படுத்தப்படுகின்றது.

அ) அணிகள்

ஆ) நுண்கணிதம்

இ) இயற்கணிதம்

ஈ) பகுமுறை வடிவியல்

3) பொருளியலில் கணிதத்தை முதன்முதலாக பயன்படுத்தியவர் _________.

அ) சர் வில்லியம் பெட்டி

ஆ) ஜியோவானி செவா

இ) ஆடம் ஸ்மித்

ஈ) இர்விங் பிஷர்

4) ஒரு சாராத மாறியுடன் கூடிய சார்பு __________ எனப்படுகின்றது.

அ) பல மாறிச் சார்பு

ஆ) இரு மாறிச் சார்பு

இ) ஒரு மாறிச் சார்பு

ஈ) பல்லுறுப்புச் சார்பு

5) இரு அளவுகளுக்கு இடையே சமநிலை என்ற சொற்றொடர் ___________ குறிக்கின்றது.

அ) சமமின்மையை

ஆ) சமநிலைமை

இ) சமன்பாட்டை

ஈ) சார்பை

6) சாராத மாறியின் மதிப்பில் ஏற்படும் மாற்றம் காரணமாக சார்ந்த மாறியின் மதிப்பில் ஏற்படும் கூடுதல் முறை மாற்றம் ___________ எனப்படும்.

அ) சாய்வு விகிதம்

ஆ) வெட்டு

இ) மாறுபாடு

ஈ) மாறிலி

7) $(y-y_1) = m(x-x_1)$ என்பது __________ குறிக்கும்.

அ) சாய்வை

ஆ) நேர்கோட்டை

இ) மாறிலியை

ஈ) வளைகோட்டை

8) $D = 50 - 5P$ எனக்கொள்க. $D = 0$ எனில், $P$யின் மதிப்பு

அ) $P = 10$

ஆ) $P = 20$

இ) $P = 5$

ஈ) $P = -10$

9) $D = 150 - 50P$ எனில் சாய்வு _________ ஆகும்.

அ) $-5$

ஆ) $50$

இ) $5$

ஈ) $-50$

10) ஒரு அணியின் அணிக்கோவை மதிப்பு $\Delta=0$ என்றால் அச் சார்புகளுக்குத் தீர்வு ___________,

அ) உண்டு

ஆ) கிடையாது

இ) எண்ணிலி (infinity)

ஈ) பூஜ்யம்



11_Tamil Economic Chap 12_26.09.2018.indd 318 15-12-2021 17:45:11

11) நிலை நிற்கும் புள்ளி (State of rest) ________ எனப்படும்.

அ) சமநிலை

ஆ) சமநிலையின்மை

இ) குறைந்தபட்ச புள்ளி

ஈ) அதிகபட்ச புள்ளி

12) நிலையான மதிப்பின் வகையீட்டுக்கெழு மதிப்பு _______ ஆகும்.

அ) ஒன்று

ஆ) பூஜ்யம்

இ) எண்ணிலி (infinity)

ஈ) எண்ணிலியல்ல

13) $x^n$ என்பதன் வகையீட்டுக்கெழு _______ ஆகும்.

அ) $nx^{(n-1)}$

ஆ) $n\,x^{(n+1)}$

இ) பூஜ்யம்

ஈ) ஒன்று

14) கணித முறையில் வெளிப்படுத்தப்பட்ட மொத்த செலவுச் சார்பில் நிலையான செலவு ______ உறுப்பால் குறிப்பிடப்படும்.

அ) நடுவான

ஆ) விலை

இ) அளவு

ஈ) நிலையான மதிப்பு

15) மொத்த வருவாய்ச் சார்பின் முதல் வகையீடு ________ ஆகும்.

அ) சராசரி வருவாய்

ஆ) இலாபம்

இ) இறுதிநிலை வருவாய்

ஈ) பூஜ்ஜியம்

16) தேவை நெகிழ்ச்சி ______ உள்ள விகிதம் ஆகும்.

அ) இறுதிநிலை தேவைச் சார்பிற்கும் வருவாய் சார்பிற்கும்

ஆ) இறுதிநிலை தேவைச் சார்பிற்கும் சராசரி தேவைச் சார்பிற்கும்

இ) நிலையான மற்றும் மாறும் வருவாய்

ஈ) இறுதிநிலை தேவைச் சார்பிற்கும், மொத்த தேவைச் சார்பிற்கும்.

17) $x+y = 5$, $x-y= 3$ என்றால் $x$ ன் மதிப்பு ______ ஆகும்.

அ) 4

ஆ) 3

இ) 16

ஈ) 8

18) தொகையீடு என்பது _______ என்பதின் தலைகீழ் செயல்பாடாகும்.

அ) வேறுபாடு

ஆ) கலவை

இ) கலந்தகலவை

ஈ) வகையீடு

19) Data processing_________ ல் மேற்கொள்ளப்படுகின்றது.

அ) PC யில் மட்டும்

ஆ) கணக்கீடு கருவியில் மட்டும்

இ) PC மற்றும் கணக்கீடு கருவி

ஈ) விரலி (Pen Drive)

20) Ctrl + M என்ற ஆணை ______ பயன்படுத்தப்படுகின்றது.

அ) சேமிக்க

ஆ) நகலெடுக்க

இ) புதிய நழுமத்தைப் பெற

ஈ) நழுமத்தை நீக்க

## விடைகள் (பகுதி – அ)

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| அ | ஈ | ஆ | இ | இ | அ | ஆ | அ | ஈ | ஆ |
| 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 |
| அ | ஆ | அ | ஈ | இ | ஆ | அ | ஈ | இ | இ |



11_Tamil Economic Chap 12_26.09.2018.indd 319 15-12-2021 17:45:11

## பகுதி–ஆ

**பின்வரும் வினாக்களுக்கு ஓரிரு வரிகளில் விடையளி.**

21. $62 = 34 + 4X$ என்றால் $X$ இன் மதிப்பு காண். (தீர்வு $x=7$)

22. தேவைச் சார்புச் சமன்பாடு $q = 150 - 3p$ என்றால் இறுதிநிலை வருவாய் சார்பினை வருவி.

23. மொத்த செலவுச் சார்பு $TC = 60 + 10x + 15x^2$ என்றால் சராசரிச் செலவுச் சார்பு காண்.

24. தேவைச் சார்புச் சமன்பாடு $x = 20 - 2p - p^2$ இல் $p$ விலையையும் $x$ அளவையும் குறிப்பிடும் என்றால் $p=2.5$ என்ற மதிப்பில் தேவை நெகிழ்ச்சிகெழு மதிப்பு காண்.

25. ஒரு பொருளின் விலை $p$யும் அளவு $q$வும் $q = 30 - 4p - p2$ என்ற சமன்பாட்டால் இணைக்கப்பட்டால் (i) $p = 2$ என்ற மதிப்பில் தேவை நெகிழ்ச்சிகெழு மதிப்பு மற்றும் (ii) இறுதிநிலை வருவாய் மதிப்பு காண்.

26. அளிப்புச் சார்பு கொடுக்கப்பட்டுள்ளபோது அளிப்பு நெகிழ்ச்சி கெழு காண சூத்திரம் என்ன?

27. MS Word ன் முக்கிய அம்சங்கள் யாவை?

## பகுதி–இ

**பின்வரும் வினாக்களுக்கு ஒரு பத்தி அளவில் விடையளி.**

28. கணித முறையின் பொருளாதாரப் பயன்பாடுகளை விளக்குக.

29. $16x - 4 = 68 + 7x$ என்றால் தேவையளவு $x$ மதிப்பினை தீர்க்க. (தீர்வு $x=8$)

30. ஒரு நிறுவனத்தின் வருவாய்ச் சார்பு $R = 600q - 0.03q^2$ மற்றும் செலவுச் சார்பு $C = 150q + 60{,}000$ என்றால் அந்த நிறுவனத்தின் சராசரி வருவாய்ச் சார்பு, சராசரி செலவுச் சார்பு, இறுதிநிலை வருவாய்ச் சார்பு மற்றும் இறுதிநிலை செலவுச் சார்பு ஆகியவற்றைக் காண்.

    (தீர்வு: $AR = 600 - 0.03q$ $MR = 600 - 0.06q$ $AC = 150 + (60000/q)$ $MC=150$ )

31. கிராமர் விதியைப் பயன்படுத்தி கொடுக்கப்பட்டுள்ள நேர்கோட்டுச் சமன்பாடுகளை தீர்வு காண்.

    $x_1 - x_2 + x_3 = 2$; $x_1 + x_2 - x_3 = 0$ : $-x_1 - x_2 - x3 = -6$

32. ஒரு நிறுவனத்தின் மொத்தச் செலவுச் சார்பு $TC = 5 + x^2$ ஆகும் $x = 10$ என்ற அளவில் மொத்தச் செலவினைக் காண்.

33. $TC = 2.5q^3 - 13q^2 + 50q + 12$ என்றால் இறுதிநிலை செலவுச் சார்பு, சராசரி செலவுச் சார்பு ஆகியவற்றைக் காண்.

34. MS Excel Sheet செயல்படுத்துவதில் உள்ள நிலைகளை விளக்குக.

## பகுதி–ஈ

**பின்வரும் வினாக்களுக்கு ஒரு பக்க அளவில் விடையளி.**

35. பதப்படுத்தப்படாத பாலின் அங்காடியை ஆய்வு செய்யும் ஒரு ஆராய்ச்சியாளர் $Qt= f(Pt,Y,A,N,Pc)$ என்ற சார்பினை எடுத்துக் கொண்டார். இதில் $Qt$ என்பது பதப்படுத்தப்படாத பாலின் தேவை, $Pt$ என்பது பதப்படுத்தப்படாத பாலின் விலை, $Y$ என்பது ஒரு குடும்பத்தின் சராசரி வருமானம், $A$ என்பது பதப்படுத்தப்பட்ட பாலுக்கு செய்யப்படும் விளம்பரச் செலவு, $N$ என்பது அங்காடியிள்ள மக்களின் எண்ணிக்கை மற்றும் $Pc$ என்பது பதப்படுத்தப்பட்ட பாலின் விலையையும் குறிக்கும் எனில்

    அ. $Qt= f(Pt,Y,A,N,Pc)$ என்பதை வார்த்தைகளால் விளக்குக.

    ஆ. இம்மாறிகளில் சார்பற்ற மாறிகளைக் குறிப்பிடுக.

    இ. இச்சார்பிற்கு குறிப்பிட்ட வடிவம் தருக. (பொருளியல் அறிவைப் பயன்படுத்தி சார்பற்ற மாறிகளின் குணகம் நேரிடை அல்லது எதிரிடை எனக் குறிப்பிடு.

36. வகைக்கெழு கணித முறையைப் பயன்படுத்தி தேவையின் சமன்பாடு $P = 60 - 0.2Q$ ஆக இருக்கும்போது (i) $P =0$, (ii) $P =20$, (iii) $P =40$ என்றால் தேவை நெகிழ்ச்சிக் கெழு மதிப்பு காண்.



11_Tamil Economic Chap 12_26.09.2018.indd 320 15-12-2021 17:45:11

37. $P_d = 1600 - x^2$ , $Ps = 2x^2 + 400$ ஆகியவை தேவை மற்றும் அளிப்பு சமன்பாடு எனில் சமநிலைப் புள்ளியில் நுகர்வோர் உபரி மற்றும் உற்பத்தியாளர் உபரி மதிப்பு காண்.

38. பொருளியல் துறையில் தகவல் தொழில்நுட்பங்கள் எவ்வாறு பயன்படுத்தப்படுகின்றன?

## செயல்பாடுகள்

1. உங்களுடைய கார் ஒரு லிட்டர் பெட்ரோலுக்கு 16 கிலோமீட்டர் செல்லும் என்றால் நீங்கள் செல்ல வேண்டிய தூரம் $X$ கிலோ மீட்டர் என்றும் பெட்ரோலின் விலை $Y$ என்றும் எடுத்துக் கொண்டால், பெட்ரோலின் தேவைக்கான சார்பு காண்.
2. ஒரு தேவைச் சார்பினை ஏற்படுத்தி, அதிலிருந்து இறுதிநிலை வருவாய் சார்பு காண். இறுதிநிலை வருவாய் பூஜ்யமாக இருந்தால் மொத்த உற்பத்தியைக் காண்.
3. Excel spread sheet ஐப் பயன்படுத்தி $Q = 100-10P$ என்ற சார்பிற்கு பல்வேறு P மதிப்புக்களுக்கு Q மதிப்பு காண். இந்த புள்ளிகளை வரைபடத்தில் குறித்து தேவைக் கோடு வரைக.
4. MS-Word ஐத் திறந்து வருகை தந்த, வருகை தராத மாணவர்களை குறிக்கும் அட்டவணையை ஏற்படுத்து. உங்கள் பள்ளியிலுள்ள அனைத்து வகுப்புகளிலும் வருகை தந்த, வருகை தராத மாணவர்களின் எண்ணிக்கையை சேகரித்து பதிவிடுக. எந்த வகுப்பில் அதிக எண்ணிக்கையில் மாணவர்கள் வராமல் இருக்கிறார்கள் என்பதைக் காண்க. இதற்கான காரணங்களை MS-Word ஐப் பயன்படுத்தி ஒரு பத்தி அளவில் விவரிக்க.

## பார்வை நூல்கள்


1. Chiang A.C. and K. Wainwright, Fundamental Methods of Mathematical Economics, Tata McGraw-Hill Education; Fourth edition (2013).
2. Dowling E.T, Introduction to Mathematical Economics, 2nd Edition, Schaum's Outline Series, McGraw-Hill, New York, 2003(ETD).
3. Henderson, J. M. and R.E. Quandt (1980), Microeconomic Theory: A Mathematical Approach, McGraw Hill, New Delhi.
4. James Bradfield, Jeffrey Baldani, An Introduction to Mathematical Economics, Cengage Learning India Pvt Ltd (2008)
5. Koutsoyiannis. A Modern Microeconomics, Palgrave Macmillan; 2nd Revised edition (2003)(– see mathematical appendices for each topic given at the bottom of the page)
6. Mike Rosser. Basic Mathematics for Economists Second Edition, Routledge Taylor& Francis group London and New York group ( This edition published in the Taylor & Francis e-Library, 2003).
7. Mehta and Maddani Mathematics for Economics Sultan Chand and Sons 9th editions 2008





11_Tamil Economic Chap 12_26.09.2018.indd 321 15-12-2021 17:45:11