Kinetic Theory (अणुगति सिद्धान्त)

परीक्षोपयोगी प्रश्नोत्तर

बहुविकल्पीय प्रश्न

प्रश्न 1.

27°C ताप पर एक बर्तन में भरी हुई एक मोल हाइड्रोजन गैस का दाब P है। उसी आयतन के दूसरे बर्तन में 127°C ताप पर एक मोल हीलियम गैस भरी है। इसका दाब होगा

(i) $\frac{8}{3}P$ (ii) $\frac{3}{8}P$ (iii) $\frac{4}{3}P$ (iv) $\frac{3}{4}P$

उत्तर-

(iii) $\frac{4}{3}p$

प्रश्न 2.

किसी बर्तन में P_0 दाब पर गैस है। यदि सभी अणुओं के द्रव्यमान आधे और उनकी चाल दोगुनी कर दी जाये तो परिणामी दाब होगा

(i) $4P_0$

(ii) $2P_0$

(iii) P_0

(iv) $P_0/2$

उत्तर-

(ii) $2P_0$

प्रश्न 3.

सामान्य ताप एवं दाब पर 1 सेमी3 हाइड्रोजन एवं 1 सेमी3 ऑक्सीजन गैसें ली गयी हैं। हाइड्रोजन के अणुओं की संख्या n1 तथा ऑक्सीजन के अणुओं की संख्या n2 है। सही विकल्प होगा

(i) $\frac{n_1}{n_2} = \frac{1}{16}$

(ii) $\frac{n_1}{n_2} = \frac{16}{1}$

(iii) $\frac{n_1}{n_2} = 1$

(iv) $\frac{n_1}{n_2} = 6.023 \times 10^{23}$

उत्तर-

(i) $\frac{n_1}{n_2} = \frac{1}{16}$

प्रश्न 4.

एक आदर्श गैस का दाब P और इसके एकांक आयतन की गतिज ऊर्जा E में परस्पर सम्बन्ध है।

(i) $P = E$

(ii) $P = \frac{1}{2} E$

(iii) $P = \frac{2}{3} E$

(iv) $P = \frac{3}{5} E$

उत्तर-

(iii) $P = \frac{2}{3} E$

प्रश्न 5.

एक ग्राम-अणु गैस की गतिज ऊर्जा सामान्य ताप तथा दाब पर E है। 273°C पर इसकी गतिज ऊर्जा होगी।

(i) $\frac{E}{4}$

(ii) $\frac{E}{2}$

(iii) 2E

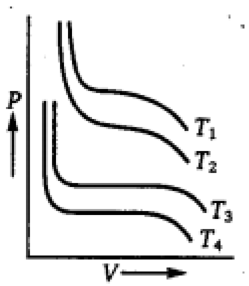
(iv) 4E

उत्तर-

(iii) 2E

प्रश्न 6.

किसी वास्तविक गैस के लिए P तथा v में परिवर्तन चार विभिन्न तपों T1, T2, T3 व T4 पर प्रदर्शित है। गैस का क्रान्तिक ताप है। विभिन्न तापों T1, T2, T3 तथा T4 पर किसी वास्तविक गैस का दाब P बढ़ाने पर आयतन v में परिवर्तन चित्र 13.3 में प्रदर्शित है। गैस का क्रान्तिक ताप है।



चित्र 13.3

(i) T1

(ii) T2

(iii) T3

(iv) T4

उत्तर-

(ii) T2

प्रश्न 7.

40°C पर किसी गैस के अणुओं की औसत गतिज ऊर्जा है। वह ताप, जिस पर यह ऊर्जा 2E हो जाएगी, है।

(i) 80°C

(ii) 160° C

(ii) 273°C

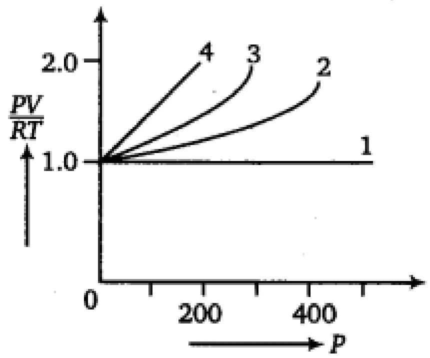
(iv) 353°C

उत्तर-

(i) 80°C

प्रश्न 8.

1 मोल नाइट्रोजन गैस के दाब व ताप बदल जाते हैं। जब प्रयोग को उच्च दाब तथा उच्च ताप पर किया 2.0 जाता है। प्राप्त परिणाम चित्र 13.4 में प्रदर्शित है। $\frac{PV}{RT}$ का P के साथ सही परिवर्तन प्रदर्शित होगा



चित्र 13.4

(i) वक्र 1 से

(ii) वक्र 4 से।

(iii) वक्र 3 से

(iv) वक्र 2 से

उत्तर-

(ii) वक्र 4 से

प्रश्न 9.

कमरे के ताप पर हाइड्रोजन तथा ऑक्सीजन के अणुओं की वर्ग-माझ्य-मूल चालों का अनुपात है

(i) 4:1

(ii) 8:1

(iii) 12:1

(iv) 16:1

उत्तर-

(i) 4:1

प्रश्न 10.

किसी गैस का परमताप चार गुना बढ़ा दिया जाता है। गैस के अणुओं की वर्ग-माध्य-मूल चाल हो जायेगी।

(i) 4 गुना

(ii) 16 गुना

(iii) 1/4 गुना

(iv) 2 गुना

उत्तर-

(iv) 2 गुना

प्रश्न 11.

दो आदर्श गैसों के अणुओं के वर्ग-माध्य-मूल वेग समान हैं। गैसों के अणुभार क्रमशः M1 और M2 एवं परमताप क्रमशः T1 और T2 हैं तो,

(i) $\frac{T_1}{T_2} = \frac{M_2}{M_1}$ (ii) $\frac{T_1}{T_2} = \frac{M_1}{M_2}$

(iii) $\frac{T_1}{T_2} = \sqrt{\frac{M_2}{M_1}}$ (iv) $\frac{T_1}{T_2} = \sqrt{\frac{M_1}{M_2}}$.

उत्तर-

(ii) $\frac{T_1}{T_2} = \frac{M_1}{M_2}$

प्रश्न 12.

समान ताप पर दो गैसों के वाष्प घनत्वों का अनुपात 4 : 5 है। इनके अणुओं के वर्ग-माध्य-मूल वेगों का अनुपात होगा।

(i) 1 : 2.25

(ii) 2:3

(iii)3:2

(iv) 4:9

उत्तर-

(iii) 3 : 2

प्रश्न 13.

एक पक्षी आकाश में उड़ रहा है। इसके गति की स्वातन्त्र्य कोटि की संख्या है।

(i) 3

(ii) 2

(iii) 1

(iv) 0

उत्तर-

(i) 3

प्रश्न 14.

किसी द्विपरमाणविक अणु की स्थानान्तरीय तथा घूर्णीय स्वातन्त्र्य कोटियों की कुल संख्या होगी

(i) 2

(ii) 3

(iii) 4

(iv) 5

उत्तर-

(iv) 5

प्रश्न 15.

किसी एकपरमाणविक गैस के एक अणु की स्वातन्त्र्य कोटियों की संख्या होगी।

(i) 1

(ii) 2

(iii) 3

(iv) 4

उत्तर-

(iii) 3

प्रश्न 16.

एक चींटी मेज के पृष्ठ पर चल रही है। इसके चलने की स्वातन्त्रय कोटि है।

(i) शून्य

(ii) 1

(iii) 2

(iv) 3

उत्तर-

(iii) 2

अतिलघु उत्तरीय प्रश्न

प्रश्न 1.

आदर्श गैस का अवस्था समीकरण किसे कहते हैं?

उत्तर-

किसी आदर्श गैस के निश्चित द्रव्यमान के आयतन, ताप व दाब में सम्बन्ध बताने वाले समीकरण को आदर्श गैस समीकरण या आदर्श गैस को अवस्था समीकरण कहते हैं।

प्रश्न 2.

वास्तविक गैसों के लिए वाण्डरवाल्स समीकरण लिखिए तथा प्रमुख प्रतीकों के अर्थ बताइए।

उत्तर-

वास्तविक गैसों के लिए वाण्डरवाल्स समीकरण निम्न है।

$$\left(P+\frac{a}{V^2}\right)(V-b)=RT$$

जहाँ P = दाब, V = आयतन, R = सार्वत्रिक गैस नियतांक

a तथा b = त्रुटि सुधार नियतांक

प्रश्न 3.

अणुगति सिद्धान्त के आधार पर गैस के दाब का सूत्र लिखिए। प्रयुक्त संकेतांकों का अर्थ लिखिए।

उत्तर-

$$\cdot P = \frac{1}{3}\left(\frac{mn}{V}\right)\overline{v}^2$$

जहाँ m = एक अणु का द्रव्यमान,n = V आयतन में अणुओं की संख्या तथा $\overline{v}^2$ = अणुओं का वर्ग-माध्य-मूल वेग।

प्रश्न 4.

दो गैसें समान ताप, दाब तथा आयतन पर मिश्रित की गयी हैं। यदि तप्प और आयतन में । परिवर्तन न हो तो मिश्रण का परिणामी दाब क्या होगा?

उत्तर-

डाल्टने के आंशिक दाब के अनुसार परिणामी दाब = P1 + P2

परन्तु यहाँ P1 = P2 = P (माना) अतः परिणामी दाब = P+ P = 2P

अतः मिश्रण का दाब एक गैस के दाब का दोगुना होगा।

प्रश्न 5.

1 सेमी3 ऑक्सीजन और 1 सेमी3 नाइट्रोजन सामान्य ताप एवं दाब पर हैं। इन गैसों में अणुओं की संख्याओं का अनुपात क्या है?

हल-

अणुगति सिद्धान्त से,

$$PV = \frac{1}{3}m_1 n_1 \overline{v}_1^2 = \frac{1}{3}m_2 n_2 \overline{v}_2^2$$

चूँकि दोनों एक ही ताप पर हैं, अत: अणुओं की माध्य गतिज ऊर्जाएँ बराबर होंगी। तब

$$\frac{n_1}{n_2} = \frac{1}{1} = \mathbf{1:1}$$

प्रश्न 6.

किसी ठोस को दबाने पर उनके परमाणुओं की स्थितिज ऊर्जा घटती है अथवा बढ़ती है।

उत्तर-

बढ़ती है।

प्रश्न 7.

किसी गैस के दाब तथा प्रति एकांक आयतन की गतिज ऊर्जा में सम्बन्ध स्थापित कीजिए।

उत्तर-

गैसों के अणुगति सिद्धान्त के अनुसार

$$P = \frac{1}{3}\left(\frac{mn}{v}\right) v_{rms}{}^2 = \frac{1}{3}\rho\ v_{rms}{}^2$$

$$\therefore \quad P = \frac{2}{3}\left(\frac{1}{2}\rho v_{rms}{}^2\right)$$

$$\Rightarrow \quad \rho = \frac{2}{3} \times \text{एकांक आयतन की गतिज ऊर्जा} = \mathbf{2/3 \times E}$$

प्रश्न 8.

किस ताप पर किसी गैस के अणुओं की माध्य गतिज ऊर्जा 27°C ताप पर गतिज ऊर्जा की 1/3 होगी?

हल-

चूँकि

$$E \propto T$$

$$\frac{E_t}{E_{27}} = \frac{t+273}{27+273}$$

$$\frac{E_{27}/3}{E_{27}} = \frac{t+273}{300}$$

$$\frac{1}{3} = \frac{t+273}{300}$$

$$300 = 3t + 819; \qquad 3t = -819 + 300$$

$$3t = -519; \quad \therefore \quad \mathbf{t = -173°C}$$

प्रश्न 9.

किसी गैस के परमताप को चार गुना बढ़ा दिया गया। इसके अणुओं के वर्ग-माध्य-मूल वेग में क्या परिवर्तन होगा?

उत्तर-

∴ $v_{rms} \propto \sqrt{t}$; यदि परमताप को 4 गुना बढ़ा देने से वर्ग-माध्य-मूल वेग √4 गुना अर्थात् 2 गुना बढ़ जायेगा।

प्रश्न 10.

किसी गैस में ध्वनि की चाल तथा उसकी गैस के अणुओं की वर्ग-माध्य-मूल चाल (v_{rms}) में सम्बन्ध का सूत्र लिखिए।

उत्तर-

गैस में ध्वनि की चाल $(v) = \sqrt{\frac{\gamma p}{\rho}}$ ...(1)

वर्ग-माध्य-मूल चाल $(v_{rms}) = \sqrt{\frac{3p}{\rho}}$ ...(2)

समी० (1) को समी० (2) से भाग देने पर, $v = \sqrt{\frac{\gamma}{3}}\, v_{rms}$

लनु उत्तरीय प्रश्न

प्रश्न 1.

अणुगति सिद्धान्त के आधार पर बॉयल तथा चार्ल्स के नियमों की व्याख्या कीजिए।

उत्तर-

बॉयल के नियम की व्याख्या-अणुगति सिद्धान्त से एक निश्चित द्रव्यमान की गैस द्वारा आरोपित दाब

$$P = \frac{1}{3}\frac{mn}{V}(\overline{v^2}) \quad ...(1)$$

यहाँ V = गैस का आयतन, m = गैस के प्रत्येक अणु का द्रव्यमान, n = गैस के निश्चित द्रव्यमान में अणुओं की कुल संख्या तथा $\overline{v^2}$ अणुओं का वर्ग-माध्य-वेग है।

अतः
$$PV = \frac{1}{3}mn(\overline{v^2}) \quad ...(2)$$

उपर्युक्त सूत्र में mn गैस का द्रव्यमान है जो कि निश्चित है। यदि गैस का ताप स्थिर रहे तो वर्ग-माध्य-वेग $\overline{v^2}$ भी नियत रहेगा।

इस दशा में उपर्युक्त समीकरण (2) से PV = नियतांक। यही बॉयल का नियम है।

चार्ल्स के नियम की व्याख्या—अणुगति सिद्धान्त से एक निश्चित द्रव्यमान की गैस का दाब

$$P = \frac{1}{3}\left(\frac{mn}{V}\right)(\overline{v^2})$$

या
$$PV = \frac{1}{3}mn(\overline{v^2}) \quad \text{अथवा} \quad V = \frac{2}{3}\frac{n}{P}\left(\frac{1}{2}m\overline{v^2}\right)$$

चूँकि एक अणु की औसत गतिज ऊर्जा $= \frac{1}{3}m\overline{v^2} = \frac{3}{2}KT$

अतः
$$V = \frac{2}{3}\left(\frac{n}{P}\right)\left(\frac{3}{2}KT\right) = \frac{nKT}{P}$$

यदि गैस का दाब P नियत हो, तब एक निश्चित द्रव्यमान की गैस के लिए n भी नियत होगा तथा K स्वयं नियतांक है।

अतः
$$V \propto T$$

यही चार्ल्स का नियम है।

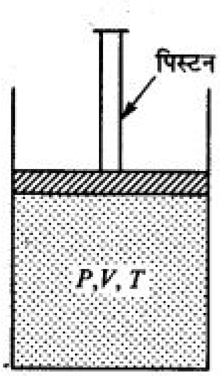
प्रश्न 2.

किसी गैस को सम्पीडित करने में किये गये कार्य को समझाइए।

उत्तर-

गैस को सम्पीडित करने में किया गया कार्य-माना एक आदर्श गैस एक पिस्टन लगे सिलिण्डर में भरी है, गैस का दाब P, आयतन V तथा ताप T है, जब गैस को सम्पीडित किया जाता है, तो उसके लिए μ मोलों के लिए आदर्श गैस समीकरण । PV = μT से, $\frac{PV}{T}$ = μR का मान नियत रहता है। गैस

को सम्पीडित करने में गैस पर कुछ कार्य करना पड़ता है। यदि P दाब पर गैस का आयतन dV कम हो जाये, तो गैस पर कृत कार्य,



चित्र 13.5

dw = PdV

गैस का आयतन V1 से V2 तक सम्पीडित करने में गैस पर किया गया कार्य

$$W = \int_{V_2}^{V_1} PdV \, (V_1 > V_2)$$

कृत कार्य का मान गैस को सम्पीडित करने के प्रक्रम पर भी निर्भर करता है। उदाहरण के लिए, समदाबी, समतापी व रुद्धोष्म प्रक्रमों में कृत कार्य भिन्न-भिन्न होते हैं। यदि गैस वास्तविक है, तो गैस को सम्पीडित करने में अन्तरआण्विक बलों के विरुद्ध भी कार्य करना पड़ता है।

प्रश्न 3.

अन्तरिक्ष के किसी क्षेत्र में प्रति घन सेमी में औसतन केवल 5 अणु हैं तथा वहाँ ताप 3 है। उस क्षेत्र में गैस का दाब क्या है? बोल्ट्ज मैन नियतांक R= 1.38 x 10^{-23} जूल/K

हल-

यदि गैस के किसी द्रव्यमान में n अणु हों तब गैस के इस द्रव्यमान के लिए निम्नलिखित समीकरण होगी

$$PV = nK_BT \qquad \therefore \qquad P = \frac{n}{V}K_BT$$

प्रश्नानुसार, $n/v = 5/\text{सेमी}^3 = 5 \times 10^6/\text{मी}^3$

$$P = (5 \times 10^6/\text{मी}^3) \times (1.38 \times 10^{-23} \text{ जूल/K}) \times 3\text{K}$$

$$= 2.07 \times 10^{-16} \text{ जूल/मी}^3 = \mathbf{2.07 \times 10^{-16}} \textbf{ न्यूटन/मी}^2$$

प्रश्न 4.

एक बर्तन में भरी गैस का ताप 400 Kहै और दाब 2.78×10^{-3} न्यूटन/मी^{2} है। बर्तन के 1 सेमी^{3} आयतन में अणुओं की संख्या ज्ञात कीजिए। बोल्ट्जमैन नियतांक $K = 1.38 \times 10^{-23}$ जूल/केल्विन।

हल-

आदर्श गैस समीकरण $PV = nK_BT$ से,

$$\text{अणुओं की संख्या } n = \frac{PV}{K_BT}$$

$$\text{दाब } (P) = 2.78 \times 10^{-3}$$

$$\text{आयतन } (V) = 1 \text{ सेमी}^3 = 1.0 \times 10^{-6} \text{ M}^3$$

$$K_B = 1.38 \times 10^{-23} \text{ जूल/केल्विन}$$

$$T = 400 \text{ K}$$

$$\text{अणुओं की संख्या } (n) = \frac{2.78 \times 10^{-3} \times 1.0 \times 10^{-6}}{1.38 \times 10^{-23} \times 400} = \mathbf{5.03 \times 10^7}$$

प्रश्न 5.

वायु से भरे हुए एक कमरे का आयतन 41.4 मी^{3} है। वायु का ताप 27°C तथा दाब 1.0×10^5 न्यूटन/मी^{2} है। वायु के कुल अणुओं की संख्या ज्ञात कीजिए।

हल-

आदर्श गैस समीकरण $PV = nK_BT$ से,

अणुओं की संख्या $n = \frac{PV}{K_B T}$

यहाँ $P = 1.0 \times 10^5$ न्यूटन/मी^{2}, $T = 27° C + 273° C = 300 K$

$V = 41.4$ मी^{3}, $K_B = 1.38 \times 10^{-23}$ J/K

$$n = \frac{1.0 \times 10^5 \times 41.4}{1.38 \times 10^{-23} \times 300} = 1.0 \times 10^{27}$$

प्रश्न 6.

क्रान्तिक ताप के आधार पर वाष्प तथा गैस में अन्तर स्पष्ट कीजिए।

उत्तर-

वाष्प तथा गैस दोनों ही किसी पदार्थ की गैसीय अवस्था के दो नाम हैं। इनमें अन्तर यह है कि जो पदार्थ साधारण ताप व दाब पर द्रव या ठोस अवस्था में होते हैं उनके गैसीय अवस्था में आ जाने पर उनको वाष्प कहते हैं; जैसे—कपूर की वाष्प, जलवाष्प आदि। परन्तु जो पदार्थ साधारण ताप व दाब पर ही गैसीयं अवस्था में होते हैं, वे गैस कहलाते हैं। उदाहरणार्थ-वायु, ऑक्सीजन आदि। गैस को दाब डालकर द्रवित करने के लिए पहले उसे क्रान्तिक ताप तक ठण्डा करना पड़ता है, परन्तु वाष्प को केवल दाब डालकर ही द्रवित किया जा सकता है। अतः क्रान्तिक ताप से ऊपर पदार्थ गैस तथा नीचे वाष्प की भाँति व्यवहार करता है।

प्रश्न 7.

दिखाइए कि गैस के अणुओं का वर्ग-माध्य-मूल वेग गैस के परमताप के वर्गमूल के अनुक्रमानुपाती होता है।

हल-

गैस के अणुओं के वेगों के वर्गों का माध्य का वर्गमूल, गैस के अणुओं का वर्ग-माध्य-मूल वेग कहलाता है। उसे v_{rms} से प्रदर्शित करते हैं।

गैस के N अणुओं की वर्ग-माध्य-मूल चाल $v_{rms} = \sqrt{\frac{v_1^2 + v_2^2 + \ldots + v_n^2}{N}}$

आदर्श गैस का दाब, $p = \frac{1}{2}\frac{mN}{V}v_{rms}^2$

गैस की 1 मोल मात्रा के लिए, $mN = M =$ गैस का अणुभार

$\therefore \quad p = \frac{1}{2}\frac{M}{V}v_{rms}^2$ या $v_{rms} = \sqrt{\frac{3pV}{M}}$

परन्तु $PV = RT$,

$$v_{rms} = \sqrt{\frac{3RT}{M}} \Rightarrow \frac{v_{rms}^2}{T} = \frac{3R}{M}$$

$\therefore \quad v_{rms} \propto \sqrt{T}$

अत: किसी गैस के अणुओं का वर्ग-माध्य-मूल वेग गैस के परमताप के वर्गमूल के अनुक्रमानुपाती होता है।

प्रश्न 8.

27°C पर ऑक्सीजन (आणविक भार = 32) के लिए अणुओं का वर्ग-माध्य-मूल वेग तथा 4 ग्राम गैस की गतिज ऊर्जा भी ज्ञात कीजिए। (गैस नियतांक R = 8.31 जूल/मोल-K)

हल-

T = 27°C = 27 + 273 = 300 K, M = 32

$\because$ वर्ग-माध्य-मूल वेग $v^2 = \frac{3RT}{M}$

$$v^2 = \frac{3 \times 8.31 \times 300}{32} = 233.71$$

$\therefore \quad v =$ **15.28 किमी/से**

$\because$ 4 ग्राम गैस की गतिज ऊर्जा $= \frac{5}{2}RT$

$$= \frac{5}{2} \times 8.31 \times 300 = \mathbf{6.23 \times 10^{-3}} \textbf{ जूल}$$

प्रश्न 9.

किसी गैस का प्रारम्भिक ताप – 73°c है। इसे किस ताप तक गर्म करना चाहिए जिससे

(i) गैस के अणुओं का वर्ग-माध्य-मूल वेग दोगुना हो जाये?

(ii) अणुओं की औसत गतिज ऊर्जा दोगुनी हो जाए?

हल-

प्रारम्भिक परमताप T1 = (-73 + 273) K = 200 K; माना इसको t2°C तक गर्म किया जाना चाहिए जिसका संगत परमताप T2K.

(i) $\because \quad v_{rms} \propto \sqrt{T}$ अत: $\dfrac{(v_{rms})_2}{(v_{rms})_1} = \sqrt{\left(\dfrac{T_2}{T_1}\right)}$

या $$\frac{T_2}{T_1} = \left[\frac{(v_{rms})_2}{(v_{rms})_1}\right]^2 = \left[\frac{2 \times (v_{rms})_1}{(v_{rms})_1}\right]^2 = 4$$

या $$T_2 = 4T_1 + 4 \times 200\,K = 800\,K$$

$\therefore$ $$t_2 = (T_2 - 273)°C = (800 - 273)°C = \mathbf{527°C}$$

(ii) $\because$ $E \propto T$ अत: $\dfrac{E_2}{E_1} = \dfrac{T_2}{T_1}$

तथा $\dfrac{2E_1}{E_1} = \dfrac{T_2}{T_1}$ या $\dfrac{T_2}{T_1} = 2$

$\therefore$ $$T_2 = 2T_1 = 2 \times 200\,K = 400\,K$$

अथवा $$t_2 = (T_2 - 273)°C = (400 - 273)°C = \mathbf{127°C}$$

प्रश्न 10.

यदि किसी गैस का ताप 127°C से बढ़ाकर 527°C कर दिया जाये तो उसके अणुओं का वर्ग-माध्य-मूल वेग कितना हो जायेगा?

हल-

$\because \quad v_{rms} \propto \sqrt{T} \quad \dfrac{(v_{rms})_1}{(v_{rms})_2} = \sqrt{\left(\dfrac{T_1}{T_2}\right)}$

$T_1 = (127 + 273)\,K = 400\,K, T_2 = (527 + 273)\,K = 800\,K$

$$\frac{(v_{rms})_1}{(v_{rms})_2} = \sqrt{\frac{400}{800}}$$

अत: $$(v_{rms})_1 = \frac{\mathbf{1}}{\sqrt{\mathbf{2}}}(\boldsymbol{v_{rms}})_{\mathbf{2}}$$

प्रश्न 11.

किस ताप पर ऑक्सीजन के अणुओं का औसत वेग पृथ्वी से पलायन कर जाने के लिए पर्याप्त होगा? पृथ्वी का पलायन वेग = 11.2 किमी/से, ऑक्सीजन के एक अणु का द्रव्यमान = 5.34 x 10-26 किग्रा, बोल्ट्जमैन नियतांक K = 1.38 x 10-23 जूल/K

हल-

माना ऑक्सीजन के एक अणु का द्रव्यमान m है। अणु की पलायन ऊर्जा $\frac{1}{2}mv_e{}^2$ होगी, जहाँ v_e पृथ्वी से पलायन करने का वेग है।

अणुगति सिद्धान्त के अनुसार, TK ताप पर एक अणु की माध्य गतिज ऊर्जा $E = \frac{3}{2}K_BT$ होती है, जहाँ K_B बोल्ट्जमैन नियतांक है।

प्रश्न 12.

4.0 ग्राम ऑक्सीजन गैस की 27°C ताप पर कुल आन्तरिक ऊर्जा की गणना कीजिए। (ऑक्सीजन गैस की स्वातन्त्रय कोटियों की संख्या 5 तथा गैस नियतांक R = 2.0 कैलोरी/मोल-केल्विन है)

हल-

∵ 4 ग्राम ऑक्सीजन गैस के लिए कुल आन्तरिक ऊर्जा $(U) = 4 \times \frac{5}{2} \times R \times T$

जहाँ $T = 27 + 273 = 300$ K, $R = 2.0$ कैलोरी

तब, आन्तरिक ऊर्जा $(U) = 4 \times \frac{5}{2} \times 2 \times 300 = \mathbf{6 \times 10^3}$ **जूल**

विस्तृत उत्तरीय प्रश्न

प्रश्न 1.

आदर्श गैस समीकरण PV = RT स्थापित कीजिए तथा R का विमीय सूत्र एवं मात्रक ज्ञात कीजिए।

आदर्श गैस के अवस्था समीकरण की सहायता से गैस नियतांक (R) का विमीय-सूत्र ज्ञात कीजिए।

उत्तर-

आदर्श गैस समीकरण—किसी आदर्श गैस के निश्चित द्रव्यमान के आयतने, ताप व दाब में सम्बन्ध बतलाने वाले समीकरण को आदर्श गैस समीकरण अथवा आदर्श गैस का अवस्था समीकरण (equation of state) कहते हैं।

माना आदर्श गैस की प्रारम्भिक अवस्था में इसके निश्चित द्रव्यमान के दाब, आयतन व ताप क्रमशः P1 V1 तथा T1 हैं। किसी अन्य अवस्था में इनके मान बदलकर माना P2, V2 तथा T2 हो जाते हैं। गैस की अवस्था में होने वाले इस परिवर्तन को निम्न दो पदों में पूर्ण हुआ माना जा सकता है|

(i) ताप नियत रखते हुए यदि ताप T1 स्थिर रखते हुए दाब P1 से बदलकर P2 कर दिया जाए। तथा आयतन V1 से बदलकर V' हो जाए तो बॉयल के नियम से

P1V1 = P2V'

अथवा V'= P1V1/P2 …(1)

(ii) दाब नियत रखते हुए-यदि दाब P2 नियत रखते हुए परमताप T1 से बदलकर T2 कर दिया जाये तो आयतन V' से बदलकर V2 हो जायेगा। अत: चार्ल्स के नियम के अनुसार,

$$\frac{V'}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$$

$$\Rightarrow \quad V' = \frac{V_2 T_1}{T_2} \quad \ldots(2)$$

समीकरण (1) तथा समीकरण (2) से

$$\frac{P_1 V_1}{P_2} = \frac{V_2 T_1}{T_2}$$

या $$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2}$$

या $$\frac{PV}{T} = \text{नियतांक}$$

अत: स्पष्ट है कि किसी गैस के लिए PV/T **का मान नियत रहता है। माना कि यह नियतांक** r **के बराबर है। तब**

$$\frac{PV}{T} = r$$

या $$PV = rT \quad \ldots(3)$$

यही गैस समीकरण है। नियतांक । को विशिष्ट गैस नियतांक (specific gas constant) कहते हैं। इसका मान गैस की प्रकृति तथा द्रव्यमान पर निर्भर करता है, अर्थात् भिन्न-भिन्न गैसों के एक ही द्रव्यमान के लिए अथवा एक ही गैस के भिन्न-भिन्न द्रव्यमानों के लिए इसका मान भिन्न-भिन्न होता है। यदि हम एक ग्राम-अणु अर्थात् 1मोल गैस लें तो गैस-नियतांकr का मान सभी गैसों के लिए बराबर

होगा। तब इसको सार्वत्रिक-गैस-नियतांक (universal gas constant) कहते हैं तथा । इसे R से व्यक्त करते हैं।

अतः 1 मोल अर्थात् 1 ग्राम-अणु गैस के लिए समीकरण (3) को नया रूप निम्नलिखित होगा

PV = RT …(4)

समीकरण (4) गैस-नियमों के आधार पर प्राप्त की गयी है। चूंकि गैस के नियम एक आदर्श गैस के लिए पूर्णत: सत्य हैं; अतः समीकरण PV = RT भी एक आदर्श गैस के 1 ग्राम मोल के लिए पूर्णतः सत्य होगी। अतः इसको आदर्श गैस समीकरण कहते हैं। R का विमीय सूत्र तथा मात्रक,

सूत्र $PV = \mu RT$ से, $$R = \frac{PV}{\mu T}$$

$$R \text{ का मात्रक} = \frac{\text{दाब का मात्रक} \times \text{आयतन का मात्रक}}{\text{गैस की मात्रा का मात्रक} \times \text{परमताप का मात्रक}}$$

$$= \frac{\text{न्यूटन}^2\text{-मीटर}^3}{\text{मोल} \times \text{K}} = \frac{\text{न्यूटन-मीटर}}{\text{मोल} \times \text{K}} = \frac{\text{जूल}}{\text{मोल-K}}$$

चूँकि परमताप पैमाने पर 1K तापान्तर सेल्सियस पैमाने पर 1°C तापान्तर के बराबर ही होता है। अत: R के मात्रक को जूल/मोल-°C भी लिखा जा सकता है।

$$R = PV / \mu T$$

अत:
$$R \text{ की विमाएँ} = \frac{P \text{ की विमा} \times V \text{ की विमा}}{\mu \text{ की विमा} \times T \text{ की विमा}}$$

$$= \frac{[\text{ML}^{-1}\text{T}^{-2}][\text{L}^3]}{[\theta]} = [\text{ML}^2\text{T}^{-2}\theta^{-1}]$$

प्रश्न 2.

गैस के अणुगति सिद्धान्त की परिकल्पनाओं का उल्लेख कीजिए।

उत्तर-

गैस के अणुगति सिद्धान्त की परिकल्पनाएँ-गैसों का अणुगति सिद्धान्त निम्नलिखित परिकल्पनाओं पर आधारित है–

1. प्रत्येक गैस छोटे-छोटे कणों से मिलकर बनी होती है जिन्हें अणु कहते हैं।

2. किसी गैस के अणु दृढ़, पूर्णतः प्रत्यास्थ (perfectly elastic), गोलाकार व सभी प्रकार से एकसमान होते हैं।

3. अणुओं का आकार अत्तराणुक अन्तराल की तुलना में नगण्य होता है। अतः अणुओं का अपना आयतन गैस के आयतचे की तुलना में नगण्य होता है।

4. साधारणत: अणुओं के बीच किसी प्रकार का बल नहीं लगता; अत: ये नियत चाल से ऋजु-रेखीय पथों पर गति करते हैं। परन्तु जब दो अणु एक-दूसरे के अत्यन्त निकट आ जाते हैं तो उनके बीच प्रतिकर्षण बल कार्य करने लगता है जिससे उनकी चाल तथा गति की दिशा बदल जाती है। फलस्वरूप, अणु नये सरल रेखीय पथ पर गति प्रारम्भ करते हैं। इस घटना को दो अणुओं के बीच 'टक्कर' (collision) कहते हैं। अत: दो क्रमागत टक्करों के बीच गैस के अणु सरल रेखा में गति करते हैं। दो क्रमागत टक्करों के बीच गैस के अणु द्वारा तय की गयी औसत दूरी को 'औसत मुक्त पथ' (mean free path) कहते हैं। इस प्रकार अणु सभी सम्भव वेग से सभी सम्भव दिशाओं में अनियमित गति करते हैं।

5. ये अणु बर्तन की दीवारों से टकराते हैं किन्तु इन टक्करों से गैस का आयतन नहीं बदलता अर्थात् गैस के प्रति एकांक आयतन में अणुओं की संख्या स्थिर रहती है।

6. दो अणुओं की टक्कर पूर्णतः प्रत्यास्थ होती है। टक्कर के समय उनके मध्य आकर्षण या प्रतिकर्षण बल नहीं लगता जिससे टक्कर में गतिज ऊर्जा संरक्षित रहती है।

7. दो अणुओं की टक्कर क्षणिक होती है अर्थात् टक्कर का समय उनके द्वारा स्वतन्त्रतापूर्वक चलने | में लिए गये समय की तुलना में नगण्य होता है।

8. अणुओं की गति पर गुरुत्वाकर्षण के प्रभाव को नगण्य माना जा सकता है। अतः गुरुत्वाकर्षण बल के कारण भी अणुओं के वितरण पर कोई प्रभाव नहीं पड़ता।

प्रश्न 3.

आदर्श गैस समीकरण लिखिए। वास्तविक गैसों के लिए वाण्डर वाल्स के संशोधनों को समझाइए तथा इससे संशोधित गैस समीकरण प्राप्त कीजिए।

उत्तर-

आदर्श गैस समीकरण-1 मोल गैस के लिए आदर्श गैस समीकरण है $PV = RT$, जहाँ P = दाब,V = आयतन, R = गैस नियतांक तथा T = परमताप है।

वाण्डर वाल्स गैस समीकरण-बॉयल के नियमानुसार, स्थिर ताप पर गैस के एक निश्चित द्रव्यमान के लिए दाब (P) व्र आयतन (V) का गुणनफल PV एक नियतांक होता है। प्रयोगों द्वारा देखा गया है। कि कोई भी वास्तविक गैस इस नियम का पूर्णतः पालन नहीं करती। उच्च दाबों तथा निम्न तापों पर

गैस बॉयल के नियम से बहुत अधिक विचलित हो जाती है। अतः वाण्डर वाल्स ने वास्तविक गैसों के इस व्यवहार की व्याख्या करने के लिए आदर्श मॉडल में निम्न लिखित दो संशोधन किये

1. अणुओं का अशून्य आकार (Finite size of molecules)–आदर्श गैस समीकरण PV = RT को प्राप्त करने में यह माना गया था कि गैस के अणुओं का आयतन, गैस के आयतन V की तुलना में नगण्य है तथा गैस का सम्पूर्ण आयतन अणुओं की गति के लिए उपलब्ध है। परन्तु सभी अणुओं का आयतन कुछ स्थान घेरता है जिससे आदर्श गैस के आयतन का प्रभावी आयतन (V – b) होगा, जहाँ । एक नियतांक है। अत: हम आदर्श गैस समीकरण PV = RT में v के स्थान पर (V – b) रखेंगे।

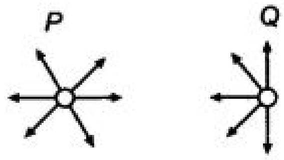
2. अन्तरा-अणुक बल (Inter-molecular force)–आदर्श गैस मॉडल में यह भी माना गया था कि गैस के अणुओं के मध्ये कोई बल आरोपित नहीं होता। यह मान्यता वास्तविक गैसों पर लागू नहीं होती है। गैस का प्रत्येक अणु दूसरे अणु पर बल लगाता है जिसे अन्तर आणविक बल कहते हैं। साधारण दाबों पर गैस के अणु बहुत दूर-दूर होते हैं; अत: उनके बीच अन्तर आणविक बल लगभग शून्य होता है। दाब बढ़ने के साथ-साथ अणु भी पास-पास आ जाते हैं और वे एक-दूसरे को आकर्षित करने लगते हैं। बर्तन के मध्य स्थित अणु (जैसे P) पर चारों ओर से आकर्षण बल कार्य करते हैं; अत: उस पर कोई प्रभावी बल नहीं लगता। जो अणु दीवार के पास होता है उस पर एक बल अन्दर की ओर लगता है, जिससे दीवार के टकराते समय उसके संवेग में कुछ कमी आ जाती है। अतः अणु द्वारा दीवार पर आरोपित बल आदर्श गैस मॉडल में प्राप्त बल से कम होता है। इसके फलस्वरूप दीवार पर वास्तविक गैस का दाब, आदर्श गैस के दाब से कम होता है। यदि यह कमी β है तो आदर्श गैस समीकरण में P के स्थान पर (P + β) रखेंगे। β का मान दीवार के समीप अंणु को आकर्षित करने वाले अणुओं की प्रति एकांक आयतन में संख्या पर तथा दीवार के प्रति एकांक क्षेत्रफल पर प्रति सेकण्ड टकराने वाले अणुओं की संख्या पर निर्भर करता है। ये दोनों ही गैस के घनत्व के अनुक्रमानुपाती होते हैं।

$\therefore \quad \beta \propto \text{घनत्व} \times \text{घनत्व} \propto \text{घनत्व}^2$

परन्तु गैस के एक निश्चित द्रव्यमान के लिए

$$\text{घनत्व} \propto \frac{1}{\text{आयतन}}$$

$\therefore \quad \beta \propto \dfrac{1}{V^2}$ अथवा $\beta = \dfrac{a}{V^2}$



चित्र 13.6

जहाँ a गैस के 1 ग्राम-अणु के लिए नियतांक है। अत: आदर्श गैस समीकरण $PV = RT$ में हमें P के स्थान पर $\left(P + \dfrac{a}{V^2}\right)$ रखना होगा।

अणुओं के अशून्य आकार तथा अणुओं के बीच लगने वाले अन्तरा-अणुक बल का संशोधन लगाने पर आदर्श गैस समीकरण का निम्न रूप प्राप्त होता है—

$$\left(P + \frac{a}{V^2}\right)(V - b) = RT$$

इसे वाण्डर वाल्स समीकरण कहते हैं। वास्तविक गैसें इस समीकरण का निम्न ताप तथा उच्च दाब पर भी पालन करती हैं।

प्रश्न 4.

गैसों के अणु गतिज सिद्धान्त के आधार पर किसी आदर्श गैस के दाब का सूत्र लिखिए और इसके आधार पर बॉयल के नियम की व्याख्या कीजिए।

उत्तर-

गैसों के गतिज सिद्धान्त के आधार पर किसी आदर्श गैस का दाब सूत्र निम्नवत् है

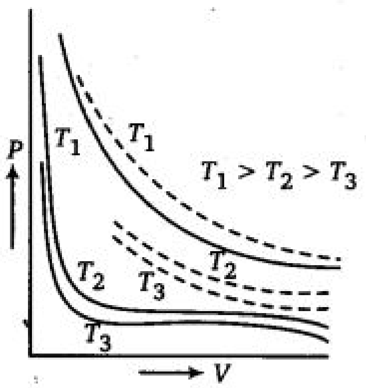
$$P = \frac{1}{3} e v^2$$

बॉयल का नियम इस नियम के अनुसार, नियत ताप पर किसी गैस के एक निश्चित द्रव्यमान का आयतन V उसके दाब P के व्युत्क्रमानुपाती होता है।

$$V = \propto \frac{1}{P}$$

PV = नियतांक …(1)

इस प्रकार, यदि हम किसी गैस के ताप को नियत रखते हुए उसके दाब को दोगुना कर दें तो उसका आयतन आधा रह जायेगा अथवा दाब को आधा कर देने पर आयतन दोगुना हो जायेगा।



चित्र 13.7

व्यापक रूप में, नियत ताप पर किसी दिये गये द्रव्यमान की गैस के प्रारम्भिक दाब व आयतन P1 व V1 हों तथा अन्तिम दाब व आयतन P2 व V2 हों, तो बॉयल के नियम से, P1V1 = P2V2, चित्र 13.7 में किसी गैस के लिए विभिन्न नियत तापों T1, T2, व T3 (T1 > T2 > T3) पर P तथा v के बीच प्रायोगिक वक्र तथा सैद्धान्तिक वक्र तुलना के लिए साथ-साथ दर्शाये गये हैं। बिन्दुकित वक्र समीकरण (1) के आधार पर खींचे गये हैं जो सैद्धान्तिक वक्र दर्शाते हैं, जबकि चिकने (smooth line) वक्र प्रायोगिक रूप से P तथा V के प्राप्त मानों के आधार पर खींचे गये हैं। इनसे यह स्पष्ट है कि निम्न दाब तथा उच्च ताप पर सैद्धान्तिक तथा प्रायोगिक वक्रों में संगति स्पष्ट दृष्टिगोचर होती है, परन्तु उच्च दाबों तथा निम्न तापों पर उनमें बहुत अधिक विचलन पाया जाता है। इसका कारण यह है

कि निम्न दाबों तथा उच्च तापों पर गैस के अणु दूर-दूर होते हैं और उनके बीच अन्तरआणविक बल उपेक्षणीय होते हैं। अन्तरआणविक बलों की अनुपस्थिति में गैस आदर्श गैस की तरह व्यवहार करती है। इस प्रकार, दाब व ताप की सभी अवस्थाओं में गैसें बॉयल के नियम का पूर्ण रूप से पालन नहीं करती , हैं, केवल निम्न दाब तथा उच्च ताप पर ही वे ऐसा करती हैं।

प्रश्न 5.

गैसों के अणुगति सिद्धान्त के आधार पर किसी आदर्श गैस के दाब का व्यंजक लिखिए तथा इसकी सहायता से अणुओं की गतिज ऊर्जा तथा गैस के ताप में सम्बन्ध स्थापित कीजिए।

उत्तर-

दाब

$$P = \frac{1}{3}\left(\frac{mn}{V}\right) \cdot {v_{rms}}^2 \qquad ...(1)$$

आणविक गतिज ऊर्जा एवं ताप में सम्बन्ध–माना किसी गैस के 1 ग्राम-अणु (1 मोल) का द्रव्यमान अर्थात् अणुभार M तथा इसके अणुओं का वेग-वर्ग-माध्य $\overline{v}^2$ है तो 1 ग्राम-अणु गैस की गतिज ऊर्जा

$$\therefore \quad = \frac{1}{2} M\overline{v^2} = \frac{1}{2} M\,(v_{rms})^2$$

परन्तु समी० (1) से $\quad v_{rms} = \sqrt{\frac{3PV}{mn}}$

1 ग्राम मोल के लिए $n = N$ तथा $mN = M$ एवं $PV = RT$

$$\therefore \quad v_{rms} = \sqrt{\left(\frac{3RT}{M}\right)} \quad \text{या} \quad {v_{rms}}^2 = \frac{3RT}{M}$$

$\therefore$ **1 ग्राम-अणु गैस की गतिज ऊर्जा** $= \frac{1}{2} M \left(\frac{3RT}{M}\right) = \frac{3}{2} RT \qquad ...(2)$

परन्तु 1 ग्राम-अणु गैस में अणुओं की संख्या = आवोगाद्रो संख्या, N

अतः $\quad N$ अणुओं की गतिज ऊर्जा $= \frac{3}{2} RT$

$\therefore \quad$ 1 अणु की औसत गतिज ऊर्जा $\bar{E} = \frac{\frac{3}{2}RT}{N} = \frac{3}{2}\left(\frac{R}{N}\right)T$

यहाँ अनुपात R/N एक नियतांक है जिसे K से व्यक्त करते हैं। K को **बोल्ट्ज़मैन नियतांक** (Boltzmann's constant) कहते हैं तथा इसका मान 1.38×10^{23} जूल/केल्विन होता है।

1 अणु की औसत गतिज ऊर्जा $\boldsymbol{\bar{E} = \frac{3}{2} KT} \qquad ...(3)$

अर्थात् $\quad \bar{E} \propto T$

$$\therefore \quad \frac{\bar{E}_2}{\bar{E}_1} = \frac{T_2}{T_1} = \frac{(273+273)\,\text{K}}{(0+273)\,\text{K}} = 2$$

$$\Rightarrow \quad \bar{E}_2 = 2\bar{E}_1$$

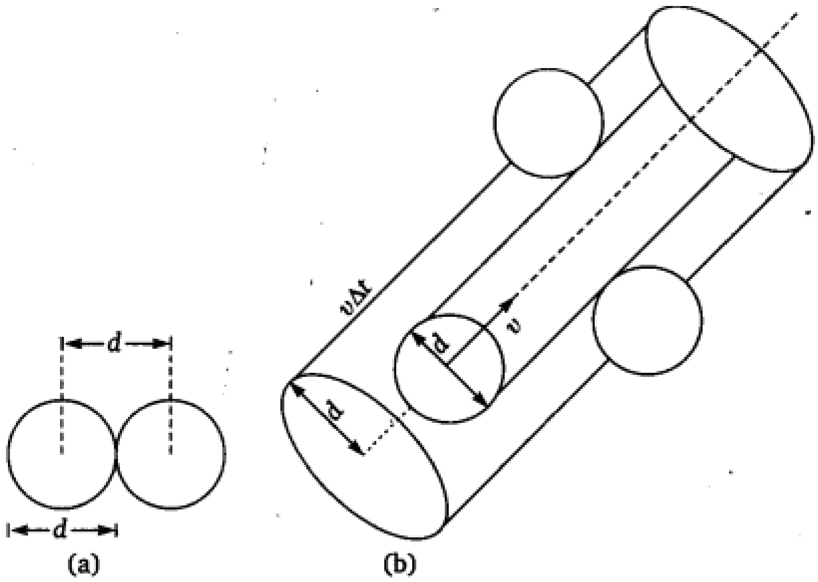
अर्थात् औसत गतिज ऊर्जा प्रारम्भिक औसत गतिज ऊर्जा की दोगुनी हो जायेगी।

प्रश्न 6.

माध्य-मुक्त पथ के लिए व्यंजक का निगमन कीजिए।

उत्तर-

माध्य-मुक्त पथ के लिए व्यंजक-माना कि किसी बर्तन में एक अणु के अतिरिक्त अन्य सभी अणु स्थिर हैं। माना कि प्रत्येक अणु d व्यास का गोला है। गतिशील अणु उन सभी अणुओं से टकरायेगा जिनके केन्द्र इसके केन्द्र से d दूरी पर स्थित होंगे [चित्र-13.8 (a)]।



चित्र 13.8

माना कि एक बर्तन में गैस भरी है तथा उसके प्रति एकांक आयतन में n अणु हैं। प्रत्येक अणु का व्यास d है। माना इस गैस का केवल एक अणु ७ वेग से गतिमान है तथा शेष सभी अणु स्थिर हैं। गतिमान अणु उन सभी अणुओं से टकरायेगा जिनके केन्द्र इसके केन्द्र से d दूरी पर हैं [चित्र 13.8 (b)]। Δt समय में इस अणु द्वारा चली दूरी = v Δt. अतः Δt समय में यह अणु उन सभी अणुओं से टकराएगा जो d त्रिज्या तथा) v Δt लम्बाई के सिलिण्डर में हैं।

सिलिण्डर का आयतन = $\pi d^2 v \Delta t$

सिलिण्डर में अणुओं की संख्या = $(\pi d^2 v \Delta t) \times n$

यह गतिशील अणु द्वारा Δt समय में अन्य अणुओं से टक्करों की संख्या है। गतिशील अणु Δt समय में vΔt दूरी तय करता है। अतः अणु का ।

$$\text{माध्य-मुक्त पथ } \lambda = \frac{v\,\Delta t}{(\pi d^2 v \Delta t)\,n} = \frac{1}{\pi d^2 n} \qquad ...(1)$$

इस सूत्र की उत्पत्ति में हमने यह माना है कि केवल एक अणु ही गतिशील है अन्य सभी अणु स्थिर हैं, परन्तु वास्तव में ऐसा नहीं है। वास्तव में सभी अणु सभी सम्भव चालों से सभी दिशाओं में गतिमान हैं। यदि हम सभी अणुओं की गति पर भी विचार करें, तो अणु का माध्य-मुक्त पथ

$$\lambda = \frac{1}{\sqrt{2}\pi d^2 n} \qquad ...(2)$$

यही अभीष्ट व्यंजक है। इसके अनुसार, अणु का माध्य-मुक्त पथ प्रति एकांक आयतन में अणुओं की संख्या n के व्युत्क्रमानुपाती है। दूसरे शब्दों में, यह गैस के घनत्व के व्युत्क्रमानुपाती है।

आदर्श गैस के N अणुओं के लिए

$$PV = KNT$$

$$\therefore \quad n = \frac{N}{V} = \frac{P}{KT}$$

समीकरण (2) में n का मान रखने पर,

$$\text{अणु का माध्य-मुक्त पथ} \quad \lambda = \frac{KT}{\sqrt{2}\pi\, d^2 p}$$

अर्थात् गैस के अणुओं का माध्य मुक्त पथ परमताप के अनुक्रमानुपाती तथा गैस के दाब के व्युत्क्रमानुपाती होता है।