928

822(AV)

2019

गणित

समय : तीन घण्टे 15 मिनट] [पूर्णांक : 70

नोट : प्रारम्भ के 15 मिनट परीक्षार्थियों को प्रश्नपत्र पढ़ने के लिए निर्धारित हैं ।

निर्देश :

i) इस प्रश्नपत्र में कुल **सात** प्रश्न हैं।

ii) **सभी** प्रश्न अनिवार्य हैं।

iii) प्रत्येक प्रश्न के प्रारम्भ में स्पष्ट उल्लेख है कि उसके कितने खण्ड करने हैं।

iv) प्रत्येक प्रश्न के अंक उसके सम्मुख अंकित हैं।

v) प्रथम प्रश्न से प्रारम्भ कीजिए और अन्त तक करते जाइए। जो प्रश्न न आता हो, उस पर समय नष्ट न कीजिए।

vi) यदि रफ़ कार्य के लिए स्थान अपेक्षित है तो उत्तर-पुस्तिका के बाएं पृष्ठ पर कीजिए और फिर काट (X) दीजिए। उस पृष्ठ पर कोई हल न कीजिए।

XXII916 | Turn over

vii) प्रश्न संख्या 1 के अतिरिक्त सभी प्रश्नो के हल के क्रियापद स्पष्ट रूप से लिखिए। प्रश्नों के हल को उत्तर-पुस्तिका के दोनों ओर लिखिए।

viii) रचना के प्रश्नों के हल में रचना रेखाएँ न मिटाइए। यदि पूछा गया हो तो रचना के पद संक्षेप में अवश्य लिखिए।

ix) जिन प्रश्नों के हल में चित्र खींचना आवश्यक है, उनमें स्वच्छ एवं शुद्ध चित्र अवश्य खींचिए। बिना चित्र के ऐसे हल अपूर्ण और अशुद्ध माने जायेंगे।

1. **सभी** खण्ड कीजिए :

प्रत्येक खण्ड में उत्तर के लिए **चार** विकल्प दिये गये हैं, जिनमें से केवल **एक** सही है। सही विकल्प छाँटकर उसे अपनी उत्तर-पुस्तिका में लिखिए :

क) बिन्दु (– 3, 4) की x-अक्ष से दूरी है

i) 3 ii) – 3

iii) 4 iv) 5. 1

ख) समान्तर श्रेढ़ी $-5, -\frac{5}{2}, 0, \frac{5}{2}, \ldots$ का 11 वाँ पद होगा

i) -20 ii) -30

iii) 20 iv) 30. 1

ग) एक सिक्के को उछालने पर ऊपर शीर्ष आने की प्रायिकता है

i) 1 ii) -1

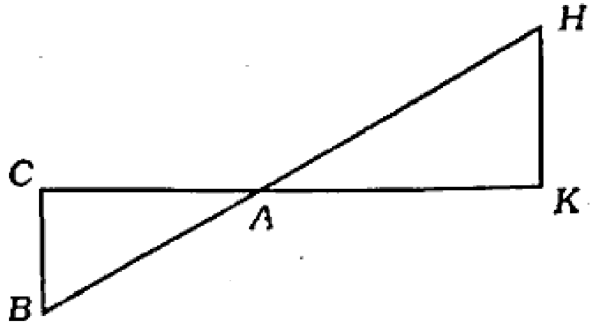
iii) $\frac{1}{2}$ iv) $\frac{1}{3}$. 1

घ) $\sin^2 60° - \sin^2 30°$ का मान होगा

i) $\frac{1}{4}$ ii) $\frac{1}{2}$

iii) $\frac{3}{4}$ iv) $-\frac{1}{2}$. 1

ङ) चित्र में ΔAHK और ΔABC समरूप त्रिभुज हैं। यदि AK = 10 सेमी, BC = 3·5 सेमी और HK = 7 सेमी तो AC का मान होगा



i) 2·5 सेमी ii) 3 सेमी

iii) 4 सेमी iv) 5 सेमी। 1

च) यदि द्विघात समीकरण $3x^2 - 6x + k = 0$ के मूल समान हैं, तो k का मान है

i) 3 ii) 6

iii) 9 iv) 12. 1

2. **सभी खण्ड कीजिए :**

क) संख्याओं 1656 और 4025 का म० स० यूक्लिड विभाजन प्रमेयिका द्वारा ज्ञात कीजिए। 1

ख) निम्नलिखित बारम्बारता बंटन का बहुलक ज्ञात कीजिए : 1

वर्ग अन्तराल	बारम्बारता
1 - 3	7
3 - 5	8
5 - 7	2
7 - 9	2
9 - 11	1

ग) निम्न का मान ज्ञात कीजिए : 1

$$\tan 30^\circ \operatorname{cosec} 60^\circ + \tan 60^\circ \sec 30^\circ .$$

घ) ΔABC और ΔPQR समरूप त्रिभुज हैं। यदि $AB = 1 \cdot 4$ सेमी और उसकी संगत भुजा $PQ = 1 \cdot 6$ सेमी हो, तो इन त्रिभुजों के क्षेत्रफलों का अनुपात ज्ञात कीजिए। 1

3. **सभी** खण्ड कीजिए :

क) सिद्ध कीजिए कि $\sqrt{3}$ एक अपरिमेय संख्या है। 2

ख) एक रेखा y-अक्ष तथा x-अक्ष को क्रमशः बिन्दुओं P तथा Q पर प्रतिच्छेद करती है। यदि $(2, -5)$, PQ का मध्य बिन्दु हो, तो P तथा Q के निर्देशांक ज्ञात कीजिए। 2

ग) एक थैले में एक लाल गेंद, एक नीली गेंद और एक पीली गेंद हैं तथा सभी गेंदें एक ही साइज की हैं। कृतिका बिना थैले के अंदर झाँके यदि इसमें से एक गेंद यादृच्छया निकालती है, तो इसकी प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि वह गेंद

i) पीली होगी

ii) लाल होगी

iii) नीली होगी। 2

घ) ΔABC में सिद्ध कीजिए

$$\sec\left(\frac{B+C}{2}\right) = \operatorname{cosec}\frac{A}{2} .$$ 2

4. **सभी** खण्ड कीजिए :

क) बिना लम्बी विभाजन प्रक्रिया किए दर्शाइए कि निम्न परिमेय संख्याओं का दशमलव प्रसार सांत होगा। प्रत्येक को दशमलव रूप में व्यक्त कीजिए :

i) $\frac{31}{2^2 \times 5^3}$ ii) $\frac{33}{50}$. 2

ख) उस त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए, जिसके शीर्षों के निर्देशांक (0, 0), (2, 0) और (0, 3) हैं। 2

ग) p के किन मानों के लिए, निम्न समीकरणों के युग्म का एक अद्वितीय हल है ?

$4x + py + 8 = 0$

$2x + 2y + 2 = 0$. 2

घ) निम्नलिखित बारम्बारता सारणी से माध्यक ज्ञात कीजिए : 2

वर्ग अन्तराल	10-25	25-40	40-55	55-70	70-85
बारम्बारता	3	10	20	13	4

5. **सभी** खण्ड कीजिए :

क) निम्नांकित समीकरणों के युग्म को हल कीजिए :

$2(ax - by) + (a + 4b) = 0$

$2(bx + ay) + (b - 4a) = 0$. 4

ख) निम्नलिखित श्रेढ़ी के पदों की संख्या ज्ञात कीजिए जिनका योग 513 होगा :

54, 51, 48, ...

दो उत्तर क्यों आते हैं ? समझाइए। 4

ग) एक ठोस शंकु के आकार का है जो एक समान आधार त्रिज्या के अर्द्धगोले पर अध्यारोपित है। यदि अर्धगोले का वक्रपृष्ठ तथा शंकु का वक्रपृष्ठ समान हो तो शंकु की त्रिज्या और ऊँचाई का अनुपात ज्ञात कीजिए। 4

घ) 60 मी ऊँचे भवन के शीर्ष से किसी मीनार के शीर्ष और पाद के अवनमन कोण क्रमशः 30° तथा 60° हैं। मीनार की ऊँचाई बताइए। 4

6. **सभी खण्ड कीजिए :**

क) निम्नलिखित सारणी से समान्तर माध्य ज्ञात कीजिए : 4

प्राप्तांक	छात्रों की संख्या
5 से कम	3
10 से कम	10
15 से कम	25
20 से कम	49
25 से कम	65
30 से कम	73
35 से कम	78
40 से कम	80

ख) सिद्ध कीजिए :

$$\frac{1-\sin\theta}{1+\sin\theta} = (\sec\theta - \tan\theta)^2.$$ 4

ग) O केन्द्र वाले वृत्त के बाहर स्थित बिन्दु T से वृत्त पर दो स्पर्श रेखाएँ TP और TQ खींची गई हैं, जो वृत्त को P और Q बिन्दुओं पर स्पर्श करती हैं, तो सिद्ध कीजिए कि $\angle PTQ = 2\angle OPQ$. 4

घ) एक धातु का गोला, जिसकी त्रिज्या 10·5 सेमी है, को पिघलाकर छोटे-छोटे शंकुओं में ढाला गया जिनमें से प्रत्येक की त्रिज्या 3·5 सेमी तथा ऊँचाई 3 सेमी है। ज्ञात कीजिए कुल कितने शंकु प्राप्त हुए। 4

7. **सभी खण्ड कीजिए :**

क) बहुपद $x^4 - 3\sqrt{2}\,x^3 + 3x^2 + 3\sqrt{2}\,x - 4$ के सभी शून्यक प्राप्त कीजिए, जबकि इसके दो शून्यक $\sqrt{2}$ और $2\sqrt{2}$ दिए गए हैं। 6

अथवा

एक नाव 10 घंटे में धारा के प्रतिकूल 30 किमी तथा धारा के अनुकूल 44 किमी जाती है। 13 घंटे में वह 40 किमी धारा के प्रतिकूल एवं 55 किमी धारा के अनुकूल जाती है। धारा की चाल तथा नाव की स्थिर पानी में चाल ज्ञात कीजिए। 6

ख) किसी समबाहु त्रिभुज ABC की भुजा BC पर एक बिन्दु D इस प्रकार स्थित है कि $BD = \frac{1}{3} BC$ है। सिद्ध कीजिए कि $9AD^2 = 7AB^2$. 6

अथवा

एक त्रिभुज ABC बनाइए जिसमें $BC = 6$ सेमी, $AB = 5$ सेमी और $\angle ABC = 60^\circ$ हों। फिर एक त्रिभुज की रचना कीजिए जिसकी भुजाएँ ΔABC की संगत भुजाओं का $\frac{3}{4}$ गुनी हों। 6

822(NB) - 3,40,000