ত্ৰয়োদশ অধ্যায়

পৃষ্ঠকালি আৰু আয়তন
(Surface Area and Volumes)

13.1 অৱতাৰণা (Introduction) :

আমি যিফালেই চাওঁ, সাধাৰণতে গোটা বস্তুবিলাকেই আমাৰ চকুত পৰে। আমি এতিয়ালৈকে কৰি অহা অধ্যায়বিলাকত টোকাবহী, কাগজ ব্লেক্ ব'ৰ্ডত সহজে অংকন কৰিব পৰা চিত্ৰবিলাকহে পাই আহিছোঁ। এনে চিত্ৰবোৰেই হৈছে সমতলীয় বা সামতলিক চিত্ৰ। আয়ত, বৰ্গ আৰু বৃত্তবোৰনো কি, সিহঁতৰ পৰিসীমা আৰু কালি বুলিলে কি বুজায় আৰু সেইবোৰ কেনেকৈ নিৰ্ণয় কৰিব পাৰি তাক ইতিমধ্যে আমি জানি আহিছোঁ। আগৰ শ্ৰেণীবিলাকতে আমি এইবোৰ শিকিছোঁ। আমি যদি একে আকাৰ আৰু একে জোখৰ এনে এক সমতলীয় ক্ষেত্ৰৰ বহুতো টুকুৰা কাৰ্ড ব'ৰ্ডৰ পাতবোৰ কাটি উলিয়াই উলম্বভাৱে ঠাক ঠাক কৰি থওঁ, তেন্তে ই দেখাত আকৰ্ষণীয় হৈ পৰিব। এই পদ্ধতিৰে একোটা আয়তীয় ঘনক, একোটা চুঙা আদিৰ দৰে গোটা আকাৰ কিছুমান আমি পাম। আগৰ শ্ৰেণীবিলাকত আয়তীয় ঘনক, ঘনক আৰু চুঙাৰ পৃষ্ঠকালি আৰু আয়তন নিৰ্ণয় কৰিবলৈও শিকি আহিছা। আমি এতিয়া আয়তীয় ঘনক আৰু চুঙাৰ পৃষ্ঠকালি আৰু আয়তন নিৰ্ণয়ৰ বিষয়ে বিশদভাৱে শিকিম আৰু এই অধ্যায়ক শংকু আৰু গোলকৰ নিচিনা আন কিছুমান গোটা বস্তুলৈও সম্প্ৰসাৰিত কৰিম।

13.2 আয়তীয় ঘনক আৰু ঘনকৰ পৃষ্ঠকালি (Surface Area of a Right Circular Cone) :

একে জোখৰ কাগজৰ এনেক খিলা পাতৰ ঠাক একোটা মন কৰিছানে? ই দেখাত কাক কেনে হ'ব? চিত্ৰ 13.1ত তুমি দেখাৰ দৰেই ই হ'বনে?

চিত্ৰ : 13.1

...কটো ঢাকিবলৈ (বা মেৰাবলৈ) তোমাক বাৰু কিমান মুগা বৰণৰ কাগজ (brown paper) লাগিব? এইটোকে আমি চাওঁ আহা—

ঠাকটোৰ তলিখন ঢাকিবলৈ প্ৰথমে আমাক আয়তীয় টুকুৰা এটা লাগিব যিটো দেখাত চিত্ৰ 13.2 (a)ৰ দৰে হ'ব।

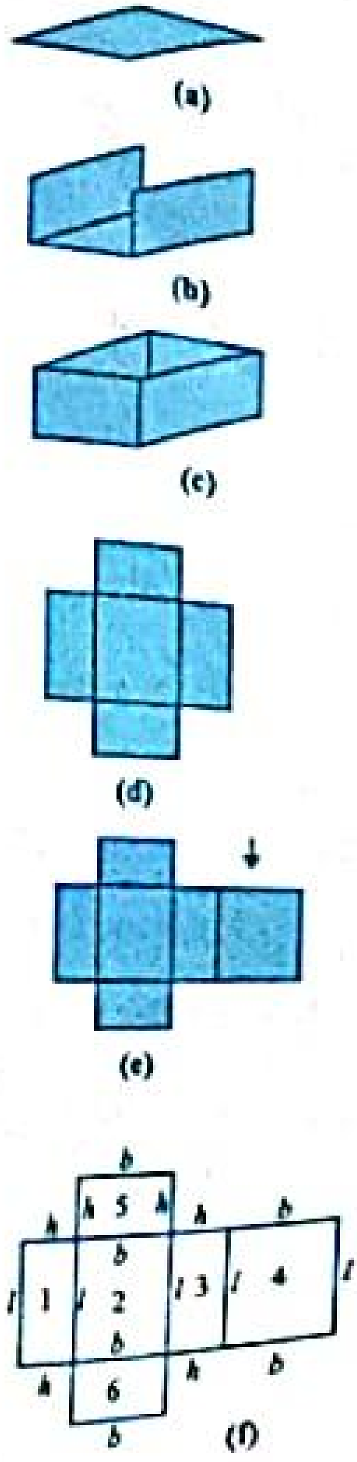
তাৰ পাছত কাষ দুটা ঢাকিবলৈ আমাক দীঘলীয়া টুকুৰা দুটা লাগিব। এতিয়া ই দেখাত চিত্ৰ 13.2 (b)ৰ দৰে হ'ব।

সন্মুখৰ আৰু পাছফালৰ কাষ দুটা ঢাকিবলৈ এতিয়া লাগিব ভিন্ন জোখৰ দুটা আয়তীয় টুকুৰা আৰু ইয়াৰ সৈতে আকাৰটো চিত্ৰ 13.2(c)ত দেখুৱাৰ দৰে হৈ পৰিব।

ওপৰৰ আকাৰটো মেলি দিলে চিত্ৰ 13.2 (d)ত দেখুৱাৰ দৰে হ'ব।

শেষত ঠাকটোৰ ওপৰৰ ফালটো ঢাকিবলৈ, তলিখন ঢাকিবলৈ লোৱা আয়তীয় টুকুৰাটোৰ সৈতে একেবাৰে একে আন এটা টুকুৰা লাগিব যিটোক ওপৰৰ চিত্ৰটোৰ সোঁফালে লগাই দিলে দেখাত চিত্ৰ 13.2(e)ৰ দৰে হৈ পৰিব।

সেয়েহে আয়তীয় ঘনকটোৰ সমগ্ৰ বাহিৰৰ পৃষ্ঠ ঢাকিবলৈ আমি ছয়টা টুকুৰা ব্যৱহাৰ কৰিব লগা হ'ল।



চিত্ৰ : 13.2

ইয়াৰপৰা দেখা গ'ল যে, আয়তীয় ঘনক এটাৰ বহিৰ্ভাগটো ছয়টা আয়ত (প্ৰকৃতাৰ্থত আয়তীয় ঘনকটোৰ আয়তীয় পৃষ্ঠ)ৰে গঠিত যাৰ মুঠ কালি আয়ত ছয়টাৰ দীঘ আৰু প্ৰস্থক বেলেগে বেলেগে পূৰণ কৰি যোগ কৰিলে পোৱা যায়।

আয়তীয় ঘনকটোৰ দীঘ, প্ৰস্থ আৰু উচ্চতাক ক্ৰমে l, b আৰু hৰে সূচিত কৰিলে চিত্ৰ 13.2(e)ৰ আকাৰটো চিত্ৰ 13.2(f)ৰত দেখুৱাৰ দৰে হ'ব।

সেয়েহে, আয়ত ছয়টাৰ কালিৰ যোগফল হ'ব—

আয়ত-1ৰ কালি $= (l \times h)$
+
আয়ত-2ৰ কালি $= (l \times b)$
+
আয়ত-3ৰ কালি $= (l \times h)$
+
আয়ত-4ৰ কালি $= (l \times b)$
+
আয়ত-5ৰ কালি $= (b \times h)$
+
আয়ত-6ৰ কালি $= (b \times h)$

$$= 2(l \times b) + 2(b \times h) + 2(l \times h)$$
$$= 2(lb + bh + hl)$$

ইয়াৰপৰা পাওঁ যে—

এটা আয়তীয় ঘনকৰ পৃষ্ঠকালি $= 2(lb + bh + hl)$

য'ত l, b আৰু h আয়তীয় ঘনকটোৰ ক্ৰমে দীঘ, প্ৰস্থ আৰু উচ্চতা।

টোকা : কালিৰ একক বৰ্গ একক বুলি লোৱা হয় কাৰণ একক দৈৰ্ঘ্যৰ বাহবিশিষ্ট বৰ্গৰে সম্পূৰ্ণ কৰিহে কোনো এক বিস্তৃত অঞ্চলৰ জোখ আমি লওঁ।

উদাহৰণ স্বৰূপে, যদি এটা আয়তীয় ঘনকৰ দীঘ, প্ৰস্থ আৰু উচ্চতা ক্ৰমে 15 চে.মি., 10 চে.মি. আৰু 20 চে.মি. হয়, তেন্তে ইয়াৰ পৃষ্ঠকালি হ'ব—

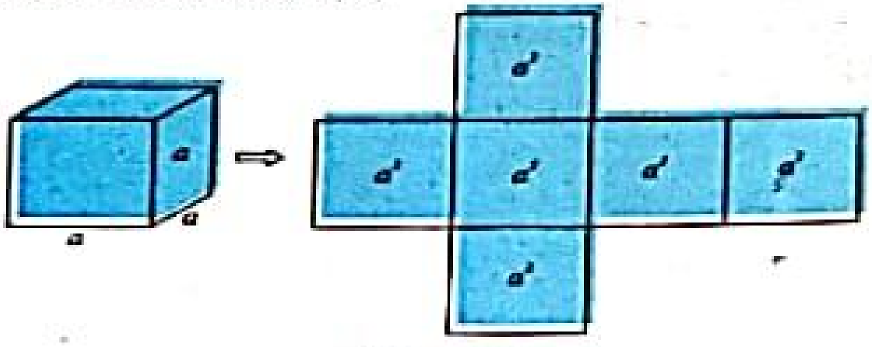
$2[(15 \times 10) + (10 \times 20) + (20 \times 15)]$ বৰ্গ চে.মি.
$= 2(150 + 200 + 300)$ বৰ্গ চে.মি.
$= 2 \times 650$ বৰ্গ চে.মি.
$= 1300$ বৰ্গ চে.মি.

মনত পেলোৱাচোন যে এটা আয়তীয় ঘনকৰ দীঘ, প্ৰস্থ আৰু উচ্চতা আটাইকেইটা সমান

হ'লে ইয়াক এটা ঘনক বোলে। ঘনকটোৰ প্ৰতিটো কাষেই a হ'লে, ঘনকটোৰ পৃষ্ঠকালি হ'ব—
$2(a \times a + a \times a + a \times a)$ অৰ্থাৎ $6a^2$ (চিত্ৰ 13.3 চোৱা)।
ইয়াৰপৰা পালো যে—

এটা ঘনকৰ পৃষ্ঠকালি = $6a^2$

য'ত a ঘনকটোৰ প্ৰতিটো কাষৰ দীঘ।



চিত্ৰ : 13.3

মন কৰা, এটা আয়তীয় ঘনকৰ তলিৰ আৰু ওপৰৰ পৃষ্ঠ দুখন বাদ দি আমি কেৱল বাকী চাৰিখন পৃষ্ঠৰহে কালি উলিয়াইছোঁ। এনে ক্ষেত্ৰত, এই চাৰিখন পৃষ্ঠৰ কালিক আয়তীয় ঘনকটোৰ পাৰ্শ্বপৃষ্ঠকালি বুলি কোৱা হয়। সেয়েহে দীঘ l, প্ৰস্থ b আৰু উচ্চতা h যুক্ত এটা আয়তীয় ঘনকৰ পাৰ্শ্বপৃষ্ঠকালি হ'ব $2lh + 2bh$ বা $2(l + b)h$। সেইদৰে, a বাহুযুক্ত ঘনক এটাৰ পাৰ্শ্বপৃষ্ঠকালি হ'ব $4a^2$।

ওপৰৰ কথাখিনি লক্ষ্য ৰাখি কেতিয়াবা এটা আয়তীয় ঘনকৰ (বা ঘনকৰ) পৃষ্ঠকালিক মুঠ পৃষ্ঠকালি বুলি উল্লেখ কৰা হয়।

আমি এতিয়া কিছু উদাহৰণ সমাধান কৰোঁ আহা।

উদাহৰণ 1 : মেৰীয়ে তাইৰ খ্ৰীষ্টমাচ বৃক্ষজোপা ছান্টা ক্লজৰ চিত্ৰৰে সৈতে ৰঙীন কাগজেৰে মেৰিওৱা এটা কাঠৰ বাকচৰ ওপৰত ৰাখি সজাবলৈ মনস্থ কৰিলে (চিত্ৰ 13.4 চোৱা)। ইয়াৰ বাবে প্ৰকৃততে তেওঁ কিমান কাগজ কিনিব লাগিব সেইটো জনাটো জৰুৰী হৈ পৰিল। বাকচটোৰ দীঘ, প্ৰস্থ আৰু উচ্চতা ক্ৰমে 80 চে.মি., 40 চে.মি. আৰু 20 চে.মি. হ'লে 40 চে.মি. বাহু বিশিষ্ট বৰ্গাকাৰ কাগজৰ পাত কেইখিলা তেওঁক লাগিব?

চিত্ৰ : 13.4

সমাধান : মেৰীয়ে যিহেতু বাকচটোৰ বাহিৰৰ পৃষ্ঠ কেইটাত কাগজ লগাব বিচাৰিছে, তেওঁক লগা মুঠ কাগজৰ পৰিমাণ

আয়তীয় ঘনক আকৃতিৰ বাকচটোৰ মুঠ পৃষ্ঠকালিৰ সমান হ'ব। বাকচটোৰ জোখবিলাক হৈছে—

দীঘ = 80 চে.মি., প্ৰস্থ = 40 চে.মি., উচ্চতা = 20 চে.মি.

বাকচটোৰ পৃষ্ঠকালি = $2(lb + bh + hl)$

= $2[(80 \times 40) + (40 \times 20) + (20 \times 80)]$ বৰ্গ চে.মি.

= $2[3200 + 800 + 1600]$ বৰ্গ চে.মি.

= 2×5600 বৰ্গ চে.মি.

= 11200 বৰ্গ চে.মি.

প্ৰতিখিলা কাগজৰ কালি = 40×40 বৰ্গ চে.মি.

= 1600 বৰ্গ চে.মি.

গতিকে প্ৰয়োজনীয় কাগজৰ পাতৰ সংখ্যা = $\dfrac{\text{বাকচটোৰ পৃষ্ঠ কালি}}{\text{এখিলা কাগজৰ কালি}}$

$$= \frac{11200}{1600} = 7$$

সেয়েহে তেওঁক 7 খিলা কাগজ লাগিব।

উদাহৰণ 2 : হামীদে তেওঁৰ ঘৰৰ কাৰণে বাহিৰৰ প্ৰতিটো কাষৰ দীঘ 1.5 মি. হোৱাকৈ ঢাকনিবে সৈতে এটা ঘনক আকৃতিৰ পানীৰ টেংকি সাজিলে। তেওঁ টেংকিটোৰ তলিখন (ভূমিতল) বাদ দি বাকী বাহিৰৰ পৃষ্ঠত 25 চে.মি. বাহুবিশিষ্ট বৰ্গাকাৰ টাইল লগালে (চিত্ৰ 13.5 চোৱা)। প্ৰতি ডজন টাইলৰ দাম 360 টকা হ'লে, টাইল লগাওঁতে তেওঁৰ মুঠ খৰচ কিমান হ'ল?

সমাধান : হামীদে যিহেতু টেংকিটোৰ পাঁচখন বাহিৰৰ পৃষ্ঠত টাইল লগাইছে, সেয়েহে তেওঁক লগা টাইলৰ সংখ্যা উলিয়াবলৈ টেংকিটোৰ পৃষ্ঠকালি জানিবলগীয়া হ'ল।

ঘনক আকৃতিৰ টেংকিটোৰ প্ৰতিটো কাষৰ দীঘ = 1.5 মি. = 150 চে.মি. (= a)

গতিকে টেংকিটোৰ টাইল লগাবলগীয়া পৃষ্ঠকালি = $5 \times 150 \times 150$ বৰ্গ চে.মি.

প্ৰতি টুকুৰা বৰ্গাকাৰ টাইলৰ কালি = বাহু × বাহু = 25×25 বৰ্গ চে.মি.

সেয়েহে প্ৰয়োজনীয় হোৱা টাইলৰ সংখ্যা = $\dfrac{\text{টেংকিটোৰ পৃষ্ঠকালি}}{\text{প্ৰতি টুকুৰা টাইলৰ কালি}}$

$$= \frac{5 \times 150 \times 150}{25 \times 25}$$

$$= 180$$

চিত্ৰ : 13.5

এক ডজন অৰ্থাৎ 12 টুকুৰা টাইলৰ দাম = 360 টকা

গতিকে 1 টুকুৰা টাইলৰ দাম = $\frac{360}{12}$ টকা = 30 টকা

সেয়েহে, 180 টুকুৰা টাইলৰ দাম = 180 × 30 টকা = 5400 টকা

অনুশীলনী 13.1

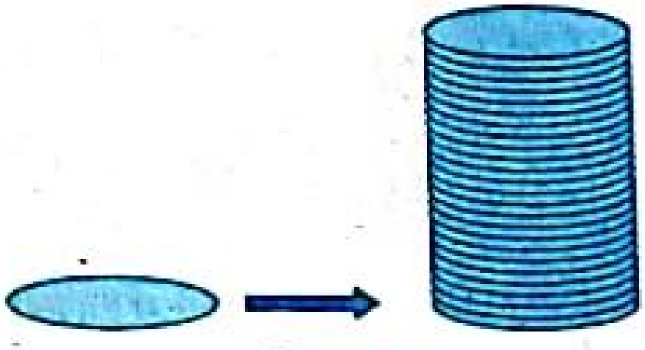
1. 1.5 মি. দৈৰ্ঘ্য, 1.25 মি. প্ৰস্থ আৰু 65 চে.মি. গভীৰতাৰ এটা প্লাষ্টিকৰ বাকচ সাজিব লাগে। ইয়াৰ উপৰিভাগ খোলা। প্লাষ্টিকৰ পাতৰ বেধ (বা স্থূলতা) টোক উপেক্ষা কৰি তলৰ কথাকেইটা নিৰ্ণয় কৰা :
   (i) বাকচটো সাজিবলৈ লগা প্লাষ্টিকৰ পাতৰ কালি।
   (ii) প্ৰতি বৰ্গ মিটাৰত 20 টকাকৈ, প্ৰয়োজন হোৱা প্লাষ্টিকৰ পাতৰ মূল্য।
2. এটা কোঠাৰ দীঘ, প্ৰস্থ আৰু উচ্চতা ক্ৰমে 5 মি., 4 মি. আৰু 3 মি.। প্ৰতি বৰ্গ মিটাৰত 7.50 টকাকৈ কোঠাটোৰ বেৰ আৰু চিলিঙত চুণ লগোৱাৰ খৰচ নিৰ্ণয় কৰা।
3. এটা আয়তীয় কোঠালি (হল ঘৰ)ৰ মজিয়াৰ পৰিসীমা 250 মি.। যদি প্ৰতি বৰ্গ মিটাৰত 10 টকাকৈ ইয়াৰ চাৰি বেৰত ৰং লগোৱাৰ খৰচ 15000 টকা হয়, তেন্তে কোঠালিটোৰ উচ্চতা নিৰ্ণয় কৰা। [ইংগিত : চাৰিখন বেৰৰ কালি = পাৰ্শ্বিয় পৃষ্ঠকালি]
4. কোনো এটা পাত্ৰত থকা ৰংখিনি 9.375 বৰ্গ মিটাৰ কালিৰ ঠাই এটুকুৰা ৰং কৰাৰ বাবে পৰ্যাপ্ত। 22.5 চে.মি. × 10 চে.মি. × 7.5 চে.মি. জোখৰ কিমান টুকুৰা ইটা এইখিনিৰে ৰং কৰিব পৰা যাব?
5. এটা ঘনক আকৃতিৰ বাকচৰ প্ৰতিটো কাষৰ দীঘ 10 চে.মি. আৰু আন এটা আয়তীয় ঘনক আকৃতিৰ বাকচৰ দীঘ 12.5 চে.মি., প্ৰস্থ 10 চে.মি. আৰু উচ্চতা 8 চে.মি.।
   (i) কোনটো বাকচৰ পাৰ্শ্ব পৃষ্ঠকালি বেছি আৰু কিমান বেছি?
   (ii) কোনটো বাকচৰ মুঠ পৃষ্ঠকালি কম আৰু কিমান কম?
6. ঘৰৰ ভিতৰত ৰাখিব পৰা এটা গ্ৰীণ হাউছ (সেউজ-গৃহ অৰ্থাৎ কাঁচেৰে নিৰ্মিত সৰু গছ ৰুব পৰা ঘৰ) তাৰ তলিৰে সৈতে টেপখোৱা সংযুক্ত কাঁচৰ পাতেৰে তৈয়াৰী। ইয়াৰ দীঘ, প্ৰস্থ আৰু উচ্চতা ক্ৰমে 30 চে.মি., 25 চে.মি. আৰু 25 চে.মি.।
   (i) ইয়াত ব্যৱহৃত কাঁচৰ পাতৰ মুঠ কালি কিমান?
   (ii) ইয়াৰ মুঠ 12 টা দাঁতি (বা প্ৰান্ত)ত লগোৱা টে'পৰ দীঘ কিমান?
7. 'শান্তি ছুইটছ ষ্টল' নামৰ দোকানখনে তেওঁলোকৰ মিঠাইবিলাক পেকেট কৰিবলৈ লগা কাৰ্ডব'ৰ্ডৰ কিছু বাকচ সাজিবলৈ এটা অৰ্ডাৰ উলিয়ালে। দুবিধ বাকচৰ ডাঙৰ বিধৰ প্ৰতিটোৰ জোখ 25 চে.মি. × 20 চে.মি. × 5 চে.মি. আৰু সৰু বিধৰ প্ৰতিটোৰ জোখ 15 চে.মি. × 12 চে.মি. × 5 চে.মি.। ইখনৰ লগত সিখন জোৰা লগাবৰ বাবে বাকচবিলাকৰ মুঠ

পৃষ্ঠকালিৰ 5% আৰু অধিক কাৰ্ডব'ৰ্ডৰ প্ৰয়োজন হ'ল। কাৰ্ডব'ৰ্ডৰ প্ৰতি 1000 বৰ্গ চেণ্টিমিটাৰৰ দাম 4 টকা হ'লে, প্ৰতিবিধৰ 250 টাকৈ বাকচ সাজিবৰ বাবে লগা কাৰ্ড ব'ৰ্ডৰ দাম কিমান হ'ল?

8. পাৰ্বতীয়ে তেওঁৰ মটৰ গাড়ীখন থ'বলৈ চাৰিওটা ফাল আৰু উপৰিভাগ ত্ৰিপালেৰে ঢাকি এটা বাকচ আকৃতিৰ গাঁথনি অস্থায়ীভাৱে সাজিবলৈ মনস্থ কৰিলে যাৰ সন্মুখৰ ফালৰ ত্ৰিপালখন প্ৰয়োজনত পকাই ওপৰলৈ তুলি থ'ব পাৰি। 2.5 মি. উচ্চতাৰ আৰু ভূমিৰ জোখ 4 মি. × 3 মি. হোৱা এই গাঁঠনিটোত কিমান ত্ৰিপাল লাগিব যদিহে দুখন ত্ৰিপাল চিলাই কৰা কাপকেইটা অতি ঠেক বুলি উপেক্ষা কৰা হয়?

13.3 লম্ব বৃত্তাকাৰ চুঙাৰ পৃষ্ঠকালি (Surface Area of a Right Circular Cylinder) :

আগতে আয়তাকাৰ কাগজৰ পাত ঠাক ঠাককৈ জপাৰ দৰে, আমি যদি কিছুমান সমান জোখৰ বৃত্তাকাৰ কাগজৰ পাত এটা ঠাকত সজাও, আমি বাৰু কি পাম (চিত্ৰ 13.6 চোৱা)?

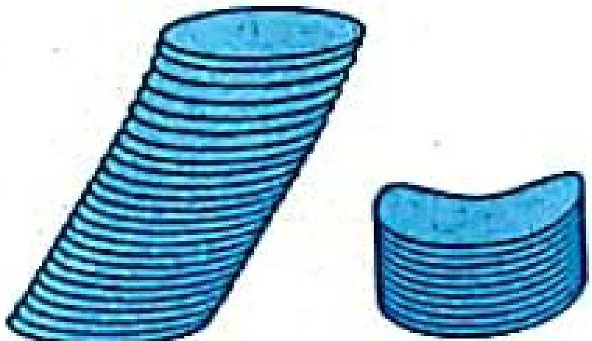


চিত্ৰ : 13.6

যদিহে আমি ঠাকটো উলম্ব দিশত সজাও, আমি পোৱা বস্তুটো হ'ব এটা লম্ব বৃত্তাকাৰ চুঙা যিহেতু ভূমিৰ সৈতে ই সমকোণ কৰে আৰু ইয়াৰ ভূমি বৃত্তাকাৰ। কোনবোৰনো লম্ব বৃত্তাকাৰ চুঙা নহয় আমি চাওঁ আহা।

চিত্ৰ 13.7 (a)ত তোমালোকে এটা চুঙা দেখিছা যিটো নিশ্চয়কৈ বৃত্তাকাৰ কিন্তু ভূমিৰ সৈতে ই সমকোণ কৰা নাই। সেয়েহে আমি ইয়াক লম্ব বৃত্তাকাৰ চুঙা বুলি অভিহিত কৰিব নোৱাৰো।

অৱশ্যে চিত্ৰ 13.7 (b)ত দেখুৱাৰ দৰে আমাৰ চুঙাৰ ভূমি যদি বৃত্তাকাৰ নহয়, তেতিয়াও আমি ইয়াক লম্ব বৃত্তাকাৰ চুঙা বুলি ক'ব নোৱাৰো।



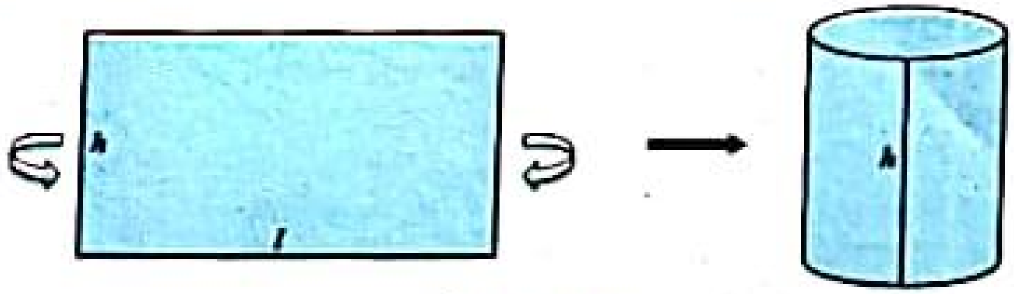
(a) (b)

চিত্ৰ : 13.7

টোকা : ইয়াত আমি কেৱল লম্ব বৃত্তাকাৰ চুঙাৰ

কথাহে আলোচনা কৰিম। সেয়েহে অন্য ধৰণেৰে উল্লেখ নাথাকিলে চুঙা শব্দটোৰে আমি কেৱল লম্ব বৃত্তাকাৰ চুঙাহে বুজিম।

এতিয়া, যদিহে এটা চুঙা ৰঙীণ কাগজেৰে মেৰিয়াব লাগে, নূন্যতম পৰিমাণৰ কাগজেৰে আমি কামটো কি দৰে সমাধা কৰিম? প্ৰথমতে চিত্ৰ 13.8ত দেখুৱাৰ দৰে এখন আয়তীয় কাগজৰ পাত লোৱা যাৰ দীঘ চুঙাটোৰ গাত মেৰিয়াবলৈ যথেষ্ট আৰু প্ৰস্থ চুঙাটোৰ উচ্চতাৰ সমান।



চিত্ৰ : 13.8

কাগজৰ পাতখিলাৰ কালিয়ে আমাক চুঙাটোৰ বক্ৰতলৰ কালিৰ পৰিমাণ দিব। মন কৰা যে কাগজখিলাৰ দীঘ বৃত্তাকাৰ ভূমিৰ পৰিধিৰ সমান যিটো আকৌ $2\pi r$ৰ সমান।

সেয়েহে, চুঙাটোৰ বক্ৰতলৰ কালি = আয়তাকাৰ কাগজখিলাৰ কালি = দীঘ × প্ৰস্থ

= চুঙাটোৰ ভূমিৰ পৰিধি × h

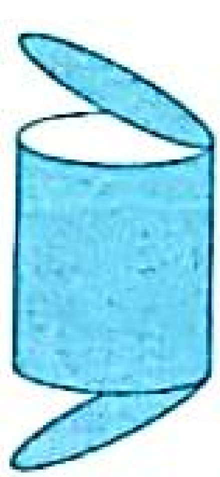
= $2\pi r \times h$

গতিকে, **এটা চুঙাৰ বক্ৰতলৰ কালি = $2\pi rh$**

য'ত r চুঙাটোৰ ভূমি-ব্যাসাৰ্ধ আৰু h চুঙাটোৰ উচ্চতা।

মন্তব্য : এটা চুঙাৰ ক্ষেত্ৰত, অন্য ধৰণেৰে উল্লেখ কৰা নাথাকিলে, 'চুঙা এটাৰ ব্যাসাৰ্ধ' বুলিলে 'চুঙাটোৰ ভূমি-ব্যাসাৰ্ধ' বুজাব।

যদিহে চুঙাটোৰ ওপৰ আৰু তলৰ ফাল দুটাও কাগজেৰে মেৰিয়াব লাগে, তেতিয়া আমাক দুটা বৃত্ত (প্ৰকৃততে বৃত্তাকাৰ অংশ) লাগিব যাৰ প্ৰতিটোৰে ব্যাসাৰ্ধ r আৰু সেইসূত্ৰে কালি πr^2 হ'ব। (চিত্ৰ 13.9 চোৱা) ইয়াৰপৰা আমি পালো যে—



চিত্ৰ : 13.9

চুঙাটোৰ মুঠ পৃষ্ঠকালি = $2\pi rh + 2\pi r^2 = 2\pi r(r + h)$

সেয়েহে, **এটা চুঙাৰ মুঠ পৃষ্ঠকালি = $2\pi r(r + h)$**

য'ত h চুঙাটোৰ উচ্চতা আৰু r ইয়াৰ ব্যাসাৰ্ধ।

মন্তব্য : প্ৰথম অধ্যায়ৰপৰা তুমি স্মৰণ কৰিব পাৰা যে π এটা অপৰিমেয়

সংখ্যা। গতিকে π ৰ মান এটা অবিৰত অপুনৰাবৰ্ত্তিত দশমিক সংখ্যা। কিন্তু গণনাত ব্যৱহাৰ কৰোঁতে π ৰ আসন্ন মান আমি $\frac{22}{7}$ বা 3.14 বুলি ধৰি লওঁ।

উদাহৰণ 3 : সাবিত্ৰীয়ে তেওঁৰ বিজ্ঞান বিষয়ৰ এটা প্ৰ'জেক্ট হিচাপে এটা চুঙাকৃতিৰ কেলিডস্ক'প (নানা ৰঙী নক্সা দেখুৱা যন্ত্ৰ)ৰ আৰ্হি সাজিব লগা হ'ল। ইয়াৰ বক্ৰ পৃষ্ঠৰ বাবে তেওঁ চাৰ্ট পেপাৰ (নক্সা অঁকা কাকত) ব্যৱহাৰ কৰিব খুজিলে (চিত্ৰ 13.10 চোৱা)। কেলিডস্ক'পটোৰ দীঘ 25 চে.মি. আৰু ব্যাসাৰ্ধ 3.5 চে.মি. হ'লে, তেওঁক লগা চাৰ্ট পেপাৰৰ কালি নিৰ্ণয় কৰা। তুমি $\pi = \frac{22}{7}$ ধৰিব পাৰা।

সমাধান : চুঙাকৃতিৰ কেলিডস্ক'পৰ ভূমি ব্যাসাৰ্ধ (r) = 3.5 চে.মি.।

কেলিডস্ক'পটোৰ উচ্চতা (দীঘ) = (h) = 25 চে.মি.।

আৱশ্যক হোৱা চাৰ্ট পেপাৰৰ কালি

= কেলিডস্ক'পটোৰ বক্ৰ পৃষ্ঠৰ কালি

$= 2\pi rh$

$= 2 \times \frac{22}{7} \times 3.5 \times 25$ বৰ্গ চে.মি.

= 550 বৰ্গ চে.মি.

চিত্ৰ : 13.10

অনুশীলনী 13.2

আনভাৱে দিয়া নাথাকিলে $\pi = \frac{22}{7}$ বুলি ধৰিবা।

1. 14 চে.মি. উচ্চতাৰ লম্ব বৃত্তাকাৰ চুঙা এটাৰ বক্ৰ পৃষ্ঠৰ কালি 88 বৰ্গ চে.মি.। চুঙাটোৰ ভূমিৰ ব্যাস নিৰ্ণয় কৰা।
2. এখন ধাতুপাতৰ পৰা 1 মি. উচ্চতাৰ আৰু ভূমি-ব্যাস 140 চে.মি. হোৱাকৈ এটা বন্ধ চুঙাকৃতিৰ টেঙ্কি তৈয়াৰ কৰিব লাগে। ইয়াৰ বাবে কিমান বৰ্গ মিটাৰ ধাতুপাত লাগিব?
3. ধাতুৰ পাইপ এডালৰ দীঘ 77 চে.মি.। ইয়াৰ কোনো এক প্ৰস্থচ্ছেদৰ অন্তঃ ব্যাস 4 চে.মি. আৰু বহিঃ ব্যাস 4.4 চে.মি. (চিত্ৰ 13.11 চোৱা)। এতিয়া তলৰ কথাকেইটা নিৰ্ণয় কৰা :

(i) ভিতৰৰ বক্ৰ পৃষ্ঠৰ কালি।

(ii) বাহিৰৰ বক্ৰ পৃষ্ঠৰ কালি।

(iii) মুঠ পৃষ্ঠকালি।

চিত্ৰ : 13.11

4. এটা ৰোলাৰৰ ব্যাস 84 চে.মি. আৰু দীঘ 120 চে.মি.। এখন খেল পথাৰ সমান কৰিবলৈ ইয়াৰ ওপৰেৰে এবাৰ পাৰ হওঁতে ৰোলাৰটোক 500 সম্পূৰ্ণ পাকৰ প্ৰয়োজন হয়। খেল পথাৰখনৰ কালি বৰ্গ মিটাৰত উলিওৱা।

5. এটা চুঙাকৃতিৰ স্তম্ভৰ ব্যাস 50 চে.মি. আৰু ইয়াৰ উচ্চতা 3.5 মি.। প্ৰতি বৰ্গ মিটাৰত 12.50 টকাকৈ স্তম্ভটোৰ বক্ৰ পৃষ্ঠত ৰং দিয়াৰ খৰচ নিৰ্ণয় কৰা।

6. লম্ব বৃত্তাকাৰ চুঙা এটাৰ বক্ৰ পৃষ্ঠৰ কালি 4.4 বৰ্গ মিটাৰ। যদি চুঙাটোৰ ভূমি-ব্যাসাৰ্ধ 0.7 মিটাৰ হয়, তেন্তে ইয়াৰ উচ্চতা নিৰ্ণয় কৰা।

7. এটা লম্ব বৃত্তাকাৰ চুঙা আকৃতিৰ নাদৰ ভিতৰফালৰ ব্যাস 3.5 মি. আৰু ইয়াৰ গভীৰতা 10 মি.। এতিয়া তলত দিয়াকেইটা নিৰ্ণয় কৰা :

(i) ইয়াৰ ভিতৰফালৰ বক্ৰ পৃষ্ঠৰ কালি।

(ii) প্ৰতি বৰ্গ মিটাৰত 40 টকাকৈ এই বক্ৰ পৃষ্ঠত প্লাষ্টাৰ লগোৱা খৰচৰ পৰিমাণ।

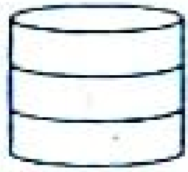
8. গৰম পানীৰ সহায়ত তাপ বিকিৰণ কৰা পদ্ধতি এটাত 28 মি. দীঘ আৰু 5 চে.মি. ব্যাসৰ এডাল চুঙাকৃতিৰ পাইপ লগোৱা আছে। পদ্ধতিটোত তাপ বিকিৰণ কৰা মুঠ পৃষ্ঠভাগৰ কালি নিৰ্ণয় কৰা।

9. নিৰ্ণয় কৰা :

(i) 4.2 মি. ব্যাস আৰু 4.5 মি. উচ্চতাযুক্ত বন্ধ চুঙাকৃতিৰ পেট্ৰ'ল সংৰক্ষণ কৰা টেংকি এটাৰ পাৰ্শ্ব বা বক্ৰপৃষ্ঠৰ কালি।

(ii) টেংকিটো সাজোঁতে প্ৰকৃততে ব্যৱহাৰ কৰা মুঠ তীখাৰ যদি $\frac{1}{12}$ অংশ পেলনি যায়, তেন্তে প্ৰকৃততে ব্যৱহাৰ কৰা তীখাৰ পৰিমাণ কিমান?

10. চিত্ৰ 13.12ত তোমালোকে এটা লেম্পৰ আচ্ছাদনৰ গাঁথনি দেখিছা। এই গাঁথনিটোত সজোৱা ৰঙীণ কাপোৰ লগাব লাগে। গাঁথনিটোৰ ভূমি-ব্যাস 20 চে.মি. আৰু উচ্চতা 30 চে.মি.। ইয়াৰ উপৰিভাগ আৰু তলিখনত ভাঁজ লগাবৰ বাবে কাপোৰৰ 2.5 চে.মি.ৰ দীঘি এটা কৰাটো প্ৰয়োজনীয়। গাঁথনিটোত লগাবলৈ লগা কাপোৰৰ পৰিমাণ নিৰ্ণয় কৰা।



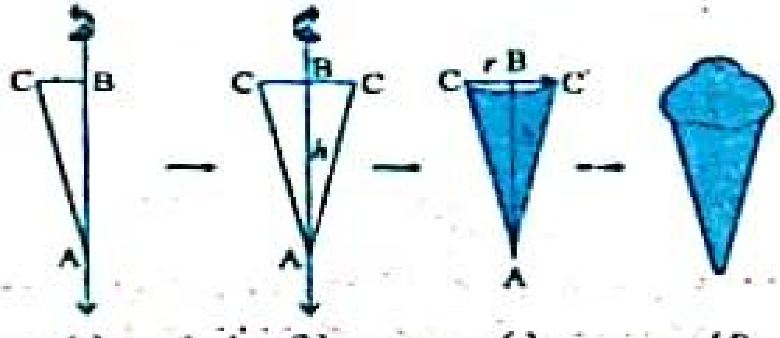
চিত্ৰ : 13.12

11. এখন বিদ্যালয়ৰ ছাত্ৰ-ছাত্ৰীসকল কাৰ্ডব'ৰ্ড ব্যৱহাৰ কৰি ভূমিযুক্ত চুঙাকৃতিৰ পেন হোল্ডাৰ তৈয়াৰ কৰা আৰু সজোৱা এটা প্ৰতিযোগিতাত অংশ গ্ৰহণ কৰিবলৈ কোৱা হ'ল। প্ৰতিটো পেন হোল্ডাৰৰ ব্যাসাৰ্ধ 3 চে.মি. আৰু উচ্চতা 10.5 চে.মি. ৰাখিবলৈ কোৱা হ'ল। ইয়াৰ বাবে লগা কাৰ্ড ব'ৰ্ডবিলাক বিদ্যালয়ৰ ফালৰ পৰা যোগান দিব। প্ৰতিযোগীৰ সংখ্যা 35 হ'লে, প্ৰতিযোগিতাৰ বাবে কিমান কাৰ্ড ব'ৰ্ড কিনিব লাগিব?

13.4 লম্ব বৃত্তাকাৰ শংকুৰ পৃষ্ঠকালি (Surface Area of Right Circular Cone) :

এতিয়ালৈকে আমি সৰ্বসম আকাৰ কিছুমান ঠাক কৰি গোটা বস্তু পাইছিলোঁ। প্ৰসংগক্ৰমে, এনেৰে পোৱা আকাৰবিলাকক প্ৰিজম্ বোলা হয়। এতিয়া আমি আন এবিধ গোটা আকাৰ লক্ষ্য কৰোঁ যিবিলাক কিন্তু প্ৰিজম্ নহয়। (এনে প্ৰকাৰৰ গোটা আকাৰক পিৰামিড্ বোলা হয়)। এইবিলাক আকাৰ কেনেকৈ পাব পাৰি চাওঁ আহা।

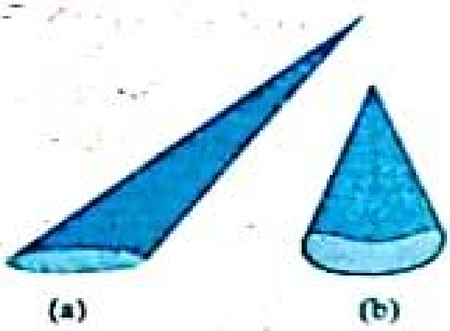
কাৰ্য : ডাঠ কাগজৰ পৰা ∠B সমকোণ হোৱাকৈ ABC ত্ৰিভুজটো কাটি উলিওৱা। সমকোণৰ এটা বাহুত, ধৰা ABত, এডাল দীঘল আৰু ডাঠ তাঁৰ আঠাৰ দ্বাৰা লগাই লোৱা (চিত্ৰ 13.13(a) চোৱা)। এতিয়া তাঁৰডালৰ দুই মূৰ হাতেৰে ধৰি ত্ৰিভুজটো তাঁৰডালৰ চাৰিওফালে কেইপাকমান ঘূৰোৱা। কি দেখিছা? ত্ৰিভুজটোৱে তাঁৰডালৰ চাৰিওফালে ঘূৰি উৎপন্ন কৰা আকাৰটো ধৰিব পাৰিছানে [চিত্ৰ 13.13 (b) চোৱা]? এনে আকাৰৰ আধাৰ এটাত দ'ম কৰি থোৱা আইচ-ক্ৰীম খোৱা কথাটো ই বাৰু তোমাৰ মনলৈ আনিছেনে [চিত্ৰ 13.13 (c) আৰু (d) চোৱা]?



(a) (b) (c) (d)

চিত্ৰ : 13.13

এই আকাৰটোক লম্ব বৃত্তাকাৰ শংকু বোলা হয়। চিত্ৰ 13.13(c)ত দেখা লম্ব বৃত্তাকাৰ শংকুটোৰ A বিন্দুটোক শীৰ্ষবিন্দু, ABক উচ্চতা, BCক ব্যাসাৰ্ধ আৰু ACক ইয়াৰ হেলনীয়া উচ্চতা বোলে। ইয়াত B বিন্দুটো হ'ল শংকুটোৰ বৃত্তাকাৰ ভূমিৰ কেন্দ্ৰ। সাধাৰণতে শংকু এটাৰ উচ্চতা, ব্যাসাৰ্ধ আৰু হেলনীয়া উচ্চতাক ক্ৰমে h, r আৰু l ৰে সূচোৱা হয়। আমি আকৌ এবাৰ চাওঁ আহা কোনবোৰ শংকুক লম্ব বৃত্তাকাৰ শংকু বুলিব পৰা নাযায়। এইয়া, তুমি পালাই দেখোন (চিত্ৰ 13.14 চোৱা)!


(a) (b)

চিত্ৰ : 13.14

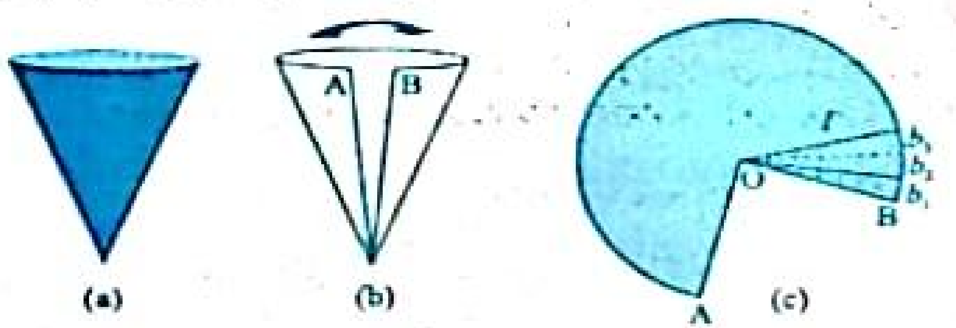
ইয়াত দেখা আকাৰ দুটা লম্ব বৃত্তাকাৰ শংকু নহয়, কিয়নো (a)ত শীৰ্ষবিন্দু আৰু ভূমিৰ কেন্দ্ৰ সংযোগী ৰেখাখণ্ডই ভূমিৰ সৈতে সমকোণ কৰা নাই আৰু (b)ত ভূমি বৃত্তাকাৰ নহয়।

চুত্তাৰ ক্ষেত্ৰত উল্লেখ কৰাৰ দৰেই, আমি যিহেতু কেৱল লম্ব বৃত্তাকাৰ শংকুৰ কথাহে আলোচনা

কৰিব, মনত ৰাখিবা যে এই অধ্যায়ত পোৱা 'শংকু' শব্দটোৰে আমি 'লম্ব বৃত্তাকাৰ শংকু'কহে বুজাম।

কার্য : (i) কাগজৰ কাষ ওপৰা-উপৰি নকৰাকৈ নিখুঁটভাৱে তৈয়াৰ কৰা এটা শংকুক ইয়াৰ কাষেৰে পোনে পোনে কাটি লৈ তাক খুলি দিলে শংকুটোৰ পৃষ্ঠই উৎপন্ন কৰা কাগজৰ আকাৰটো দেখিবলৈ পাবা (চিত্ৰ 13.15 চোৱা)। (যি ৰেখাখণ্ডৰে তুমি শংকুটো কাটিছা সিয়েই শংকুটোৰ নতি উচ্চতা অৰ্থাৎ l)। এই আকাৰটো এটা ঘূৰণীয়া কে'কৰ অংশ যেন দেখা যাব।

(ii) মূৰ দুটাক A আৰু B ৰে নিৰ্দেশ কৰা কাষ দুটা লগ লগালে, তুমি দেখিবা যে চিত্ৰ 13.15 (c)ৰ বক্ৰ অংশটোৱে শংকুটোৰ বৃত্তাকাৰ ভূমি গঠন কৰিব।



চিত্ৰ : 13.15

(iii) চিত্ৰ 13.15 (c)ত দেখুওৱা কাগজখিলাক যদি O বিন্দুৰ পৰা টনা ৰেখাখণ্ডৰে শ শ সৰু টুকুৰাত কাটি লোৱা, প্ৰতিটো কাটি লোৱা অংশই প্ৰায় একোটা ত্ৰিভুজৰ সৃষ্টি কৰিব যাৰ উচ্চতা শংকুটোৰ নতি উচ্চতা l।

(iv) এতিয়া, প্ৰতিটো ত্ৰিভুজৰ কালি $= \frac{1}{2} \times$ প্ৰতিটো ত্ৰিভুজৰ ভূমি $\times\, l$.

গতিকে, কাগজৰ আটাইখিলাক টুকুৰাৰ কালি

= আটাইবিলাক ত্ৰিভুজৰ কালিৰ সমষ্টি

$$= \frac{1}{2} b_1 l + \frac{1}{2} b_2 l + \frac{1}{2} b_3 l + \ldots\ldots$$

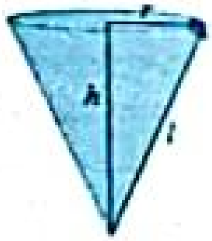
$$= \frac{1}{2} l(b_1 + b_2 + b_3 + \ldots\ldots)$$

$= \frac{1}{2} \times l \times$ চিত্ৰ 13.15(c)ৰ সম্পূৰ্ণ বক্ৰসীমা

(যিহেতু $b_1 + b_2 + b_3 + \ldots$ যে চিত্ৰটোৰ বক্ৰ অংশটো নিৰ্দেশ কৰে।)

কিন্তু এই বক্ৰ অংশটোৱেই হৈছে শংকুটোৰ ভূমিৰ পৰিসীমা আৰু শংকুটোৰ ভূমিৰ পৰিধি = $2\pi r$, য'ত r শংকুটোৰ ভূমি-ব্যাসাৰ্ধ। সেয়েহে

> এটা শংকুৰ বক্ৰ পৃষ্ঠৰ কালি = $\frac{1}{2} \times l \times 2\pi r = \pi r l$



চিত্ৰ : 13.16

য'ত r ইয়াৰ ভূমি-ব্যাসাৰ্ধ আৰু l ইয়াৰ নতি উচ্চতা।

মন কৰা যে, $l^2 = r^2 + h^2$ (চিত্ৰ 13.16ত দেখুৱা) যিটো পাইথাগোৰাছৰ সূত্ৰৰ পৰা পাব পাৰি। ইয়াত h হৈছে শংকুটোৰ উচ্চতা।

গতিকে, $l = \sqrt{r^2 + h^2}$

এতিয়া, শংকুটোৰ ভূমিৰ ফালটো যদি বন্ধ কৰিব লাগে, তেতিয়া r ব্যাসাৰ্ধৰ এটুকুৰা বৃত্তাকাৰ কাগজ লাগিব যাৰ কালি πr^2।

গতিকে,

> শংকু এটাৰ মুঠ পৃষ্ঠ কালি = $\pi r l + \pi r^2 = \pi r(l + r)$

উদাহৰণ 4 : এটা লম্ব বৃত্তাকাৰ শংকুৰ বক্ৰ পৃষ্ঠ কালি নিৰ্ণয় কৰা যাৰ নতি উচ্চতা 10 চে.মি. আৰু ভূমি-ব্যাসাৰ্ধ 7 চে.মি.।

সমাধান : বক্ৰ পৃষ্ঠ কালি = $\pi r l$

$$= \frac{22}{7} \times 7 \times 10 \text{ চে.মি.}^2$$

$$= 220 \text{ বৰ্গ চে.মি.}$$

উদাহৰণ 5 : এটা শংকুৰ উচ্চতা 16 চে.মি. আৰু ইয়াৰ ভূমি ব্যাসাৰ্ধ 12 চে.মি.। শংকুটোৰ বক্ৰ পৃষ্ঠৰ কালি আৰু মুঠ পৃষ্ঠ কালি নিৰ্ণয় কৰা। ($\pi = 3.14$ ধৰিবা)।

সমাধান : ইয়াত, $h = 16$ চে.মি. আৰু $r = 12$ চে.মি.

গতিকে, $l^2 = h^2 + r^2$ৰ পৰা আমি পাওঁ

$$l = \sqrt{16^2 + 12^2} \text{ চে.মি.} = 20 \text{ চে.মি.}$$

গতিকে, বক্ৰ পৃষ্ঠকালি = $\pi r l$

$$= 3.14 \times 12 \times 20 \text{ চে.মি.}^2$$

$$= 753.6 \text{ চে.মি.}^2$$

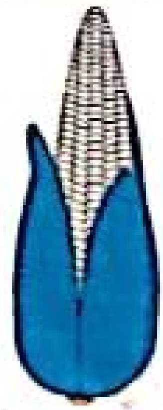
আকৌ, মুঠ পৃষ্ঠকালি = $\pi r l + \pi r^2$

$$= (753.6 + 3.14 \times 12 \times 12) \text{ চে.মি.}^2$$

$$= (753.6 + 452.16) \text{ চে.মি.}^2$$

$$= 1205.76 \text{ চে.মি.}^2$$

উদাহৰণ 6 : দেখাত প্ৰায় এটা শংকুৰ নিচিনা (চিত্ৰ 13.17 চোৱা) এটা গোম ধানৰ (বা মাকৈৰ) ডিলাৰ বহল তলিশনৰ ব্যাসাৰ্ধ 2.1 চে.মি. আৰু ইয়াৰ দীঘ (উচ্চতা) 20 চে.মি.। যদি ইয়াৰ পৃষ্ঠভাগৰ প্ৰতি বৰ্গ চেণ্টিমিটাৰত গড়ে চাৰিটাকৈ গোম ধানৰ গুটি (বা বীজ) থাকে, গোটেই ডিলাটোতে কিমান গুটি (বা বীজ) থাকিব নিৰ্ণয় কৰা।



চিত্ৰ : 13.17

সমাধান : যিহেতু গোম ধানৰ গুটিবোৰ (বা বীজ) ডিলাটোৰ বক্ৰ পৃষ্ঠাংশতহে থাকিব, গতিকে গোম ধানৰ গুটিৰ মুঠ সংখ্যা নিৰ্ণয় কৰিবলৈ আমি ডিলাটোৰ বক্ৰ পৃষ্ঠৰ কালি জানিব লাগিব। প্ৰশ্নত যিহেতু শংকুটোৰ উচ্চতা দিয়া আছে, আমি এতিয়া ইয়াৰ নতি উচ্চতা উলিয়াই ল'ব লাগিব।

ইয়াত, $l = \sqrt{r^2 + h^2} = \sqrt{(2.1)^2 + 20^2}$ চে.মি.

$= \sqrt{404.41}$ চে.মি.

$= 20.11$ চে.মি.

গতিকে, ডিলাটোৰ বক্ৰ পৃষ্ঠ কালি $= \frac{22}{7} \times 2.1 \times 20.11$ চে.মি.^{2}

$= 132.726$ চে.মি.^{2}

$= 132.73$ চে.মি.^{2} (প্ৰায়)

পৃষ্ঠৰ 1 বৰ্গ চে.মি. স্থানত থকা গুটিৰ সংখ্যা = 4

গতিকে, ডিলাটোৰ সমগ্ৰ বক্ৰপৃষ্ঠত থকা গুটিৰ সংখ্যা $= 132.73 \times 4$

$= 530.92$

$= 531$ (প্ৰায়)

সেয়েহে, গোম-ধানৰ ডিলাটোত প্ৰায় 531 টা গুটি থাকিব।

অনুশীলনী 13.3

অন্য ধৰণেৰে দিয়া নাথাকিলে, $\pi = \frac{22}{7}$ ধৰিবা।

1. এটা শংকুৰ ভুমিৰ ব্যাস 10.5 চে.মি. আৰু ইয়াৰ নতি উচ্চতা 10 চে.মি.। শংকুটোৰ বক্ৰপৃষ্ঠৰ কালি নিৰ্ণয় কৰা।
2. এটা শংকুৰ মুঠ পৃষ্ঠকালি নিৰ্ণয় কৰা, যদি ইয়াৰ নতি উচ্চতা 21 মি. আৰু ভুমিৰ ব্যাস 24 মি. হয়।

3. এটা শংকুৰ বক্ৰ পৃষ্ঠকালি 308 চে.মি.^{2} আৰু ইয়াৰ নতি উচ্চতা 14 চে.মি.। শংকুটোৰ
(i) ভূমিৰ ব্যাসাৰ্ধ আৰু (ii) মুঠ পৃষ্ঠকালি নিৰ্ণয় কৰা।

4. এটা শংকু আকৃতিৰ তম্বু 10 মি. ওখ আৰু ইয়াৰ ভূমিৰ ব্যাসাৰ্ধ 24 মি.। এতিয়া তলৰ কথাকেইটা নিৰ্ণয় কৰা ঃ
(i) তম্বুটোৰ নতি উচ্চতা।
(ii) প্ৰতি বৰ্গমিটাৰত 70 টকাকৈ তম্বুটো নিৰ্মাণত ব্যৱহৃত কেন্‌ভাচ্ (এবিধ বৰ ডাঠ কাপোৰ)ৰ দাম।

5. 8 মি. উচ্চতাৰ আৰু 6 মি. ভূমি ব্যাসাৰ্দ্ধৰ শংকু আকৃতিৰ তম্বু এটা নিৰ্মাণ কৰিবলৈ 3 মি. বহল ত্ৰিপাল কিমান দীঘৰ প্ৰয়োজন হ'ব? ধৰি লোৱা যে দাঁতিবোৰ চিলাই কৰোতে আৰু কটা-মেলা কৰোতে লোকচান হোৱা অতিৰিক্ত ত্ৰিপালৰ পৰিমাণ 20 চে.মি.। ($\pi = 3.14$ ধৰিবা)

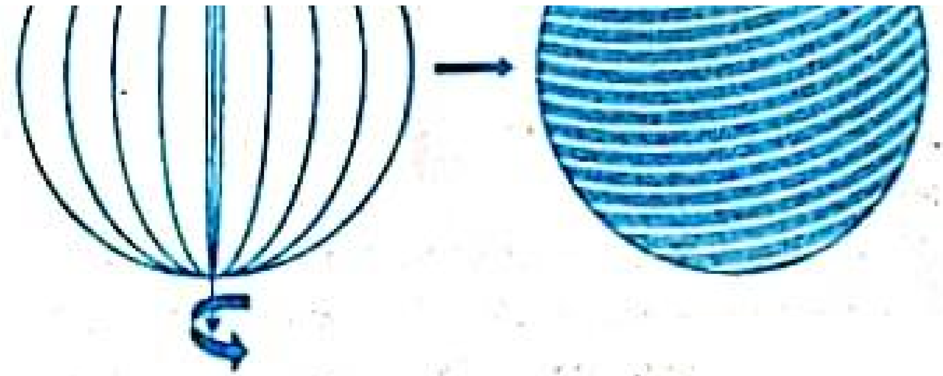
6. এটা শংকু আকৃতিৰ সমাধিৰ নতি উচ্চতা আৰু ভূমিৰ ব্যাস ক্ৰমে 25 মি. আৰু 14 মি.। প্ৰতি 100 বৰ্গ মিটাৰত 210 টকাকৈ ইয়াৰ বক্ৰ পৃষ্ঠত চূণ সনা খৰচ নিৰ্ণয় কৰা।

7. এজন কৌতুক অভিনেতাৰ টুপীটো এটা লম্ব বৃত্তাকাৰ শংকুৰ আকাৰৰ যাৰ ভূমি ব্যাসাৰ্ধ 7 চে.মি. আৰু উচ্চতা 24 চে.মি.। এনে 10 টা টুপী সাজিবলৈ লগা কাপোৰ (বা কাগজ)ৰ কালি নিৰ্ণয় কৰা।

8. পুনৰ ব্যৱহাৰোপযোগী কৰি লোৱা কাৰ্ড ব'ৰ্ডেৰে তৈয়াৰী 50 টা ফোঁপোলা শংকুৰ সহায়ত এটা বাছ আস্থান পথৰ অন্য অংশবোৰা পৰিবেষ্টিত কৰি ৰখা হৈছে। প্ৰতিটো শংকুৰ ভূমিৰ ব্যাস 40 চে.মি. আৰু উচ্চতা 1 মি.। যদি প্ৰতিটো শংকুৰে বাহিৰৰ ফালটো ৰং কৰিব লাগে আৰু ৰং দিয়াৰ খৰচ প্ৰতি বৰ্গ মিটাৰত 12 টকা হয়, তেন্তে আটাইকেইটা শংকু ৰং কৰোতে কিমান খৰচ পৰিব?
($\pi = 3.14$ আৰু $\sqrt{1.04} = 1.02$ বুলি ধৰিবা।)

13.5 এটা গোলকৰ পৃষ্ঠকালি (Surface Area of a Sphere) ঃ

গোলক নো কি? ই বৃত্তৰ সৈতে একে নে? কাগজত বৃত্ত এটা আঁকিব পাৰিবানে? তুমি নিশ্চয় পাৰিবা, কাৰণ এটা বৃত্ত হৈছে এক সমতলীয় আবদ্ধ আকাৰ যাৰ প্ৰতিটো বিন্দুৱেই বৃত্তটোৰ কেন্দ্ৰ বুলি কোৱা নিৰ্দিষ্ট বিন্দুটোৰ পৰা এক স্থিৰ দূৰত্ব (যাক ব্যাসাৰ্দ্ধ বোলা হয়)ত অৱস্থান কৰে। এতিয়া তুমি যদি বৃত্তাকাৰ ডিস্ক এখনৰ যিকোনো এডাল ব্যাসৰ ওপৰত এডাল তাঁৰ আঠাৰে সংযুক্ত কৰা আৰু আগৰ অনুচ্ছেদত ত্ৰিভুজটো ঘূৰোৱাৰ দৰে তাঁৰডালৰ চাৰিওফালে ডিস্কখন ঘূৰোৱা, তুমি এটা নতুন গোটা আকাৰ দেখিবলৈ পাবা (চিত্ৰ 13.18 চোৱা)। ই দেখিবলৈ কিহৰ নিচিনা? এটা বলৰ দৰে হয়নে? হয়, ইয়াকে এটা গোলক বোলা হয়।



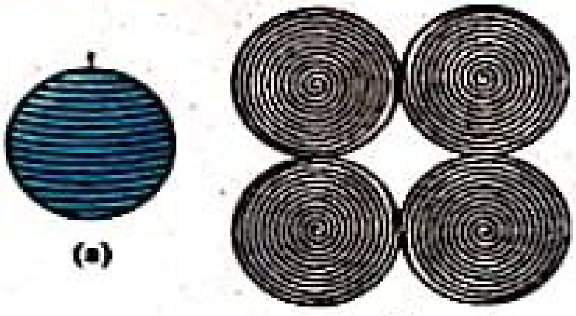
চিত্ৰ : 13.18

তুমি অনুমান কৰিব পাৰিছানে ঘূৰি ঘূৰি গোলকটো গঠন কৰোঁতে বৃত্তটোৰ কেন্দ্ৰটো কি হৈ পৰে? স্বাভাৱিকতে ই গোলকটোৰ কেন্দ্ৰ হৈ পৰে। গতিকে, গোলক হৈছে এটা ত্ৰিমাত্ৰিক আকাৰ (গোটা আকাৰ) যিটো এটা নিৰ্দিষ্ট বিন্দুৰ পৰা এক স্থিৰ দূৰত্বত থকা বিন্দুবিলাকেৰে গঠিত, নিৰ্দিষ্ট বিন্দুটো ইয়াৰ কেন্দ্ৰ আৰু স্থিৰ দূৰত্বটো ইয়াৰ ব্যাসাৰ্ধ।

টোকা : এটা গোলক বল এটাৰ উপৰিভাগৰ নিচিনা। এটা গোটা আকাৰৰ উপৰিভাগ এটা গোলক হ'লে ইয়াক এটা *গোটা গোলক* (*solid sphere*) বোলে।

কাৰ্য : তুমি কেতিয়াবা লাটুমৰ সৈতে খেলিছানে নাইবা আন কোনোবাই খেলা দেখিছানে? লাটুমটোৰ চাৰিওফালে এডাল জৰী কেনেকৈ পকোৱা থাকে তুমি নিশ্চয় জানা। এতিয়া, এটা ৰবৰৰ বল লওঁ আৰু ইয়াৰ ভিতৰলৈ এটা গজাল সুমুৱাই দিওঁ আহা। গজালটোক আশ্ৰয় কৰি বলটোৰ উপৰিভাগত এডাল জৰী মেৰিয়াওঁ। তুমি যেতিয়া আহি আহি বলটোৰ পূৰ্ণতাপ্ৰাপ্ত (fullest) অংশটো পাবাহি তাতে কেইটামান পিন লগাই জৰীডালক যথাস্থানত বান্ধা আৰু বলটোৰ বাকী অংশত জৰীডাল পকাই গৈ থাকা যেতিয়ালৈকে বলটো সম্পূৰ্ণৰূপে ঢাক খাই নপৰে [চিত্ৰ 13.19(a) চোৱা]। জৰীডালৰ আৰম্ভণি বিন্দুটো আৰু পকাই শেষ হোৱা স্থানৰ বিন্দুটো চিহ্নিত কৰা আৰু ধীৰে ধীৰে বলটোৰ পৃষ্ঠভাগৰ পৰা জৰীডাল খুলি পেলোৱা।

এতিয়া বলটোৰ ব্যাস নিৰ্ণয় কৰিবলৈ শিক্ষকৰ সহায় লোৱা আৰু ইয়াৰপৰা সহজেই বলটোৰ ব্যাসাৰ্ধ পাবা। ইয়াৰ পাছত এখিলা কাগজত বলটোৰ ব্যাসাৰ্ধৰ চাৰিটা বৃত্ত আঁকা। বলটোত পকাওঁতে লগা জৰীডালৰ অংশটোৰে এটা এটাকৈ বৃত্তকেইটাৰ ক্ষেত্ৰবিলাক পকাই গৈ থাকা [চিত্ৰ 13.19(b) চোৱা]।



(a) (b)

চিত্ৰ : 13.19

এইবোৰ কৰি তুমি কি পালা?

গোলকটোৰ পৃষ্ঠকালি সম্পূৰ্ণৰূপে ঢাকি নিব পৰা জৰীডাল, গোলকটোৰ সমান ব্যাসাৰ্ধৰ চাৰিটা বৃত্তক্ষেত্ৰ সম্পূৰ্ণৰূপে পূৰ কৰাত ব্যৱহৃত হ'ল।

তেনেহ'লে ই নো কি বুজালে? ই ইংগিত দিলে যে r ব্যাসাৰ্ধযুক্ত এটা গোলকৰ পৃষ্ঠকালি

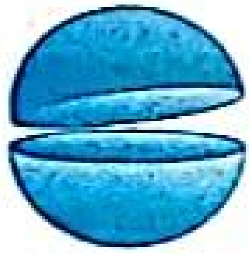
= r ব্যাসাৰ্ধযুক্ত বৃত্ত এটাৰ কালিৰ 4 গুণ

$= 4 \times (\pi r^2)$

সেয়েহে, **এটা গোলকৰ পৃষ্ঠকালি = $4\pi r^2$**

য'ত r হ'ল গোলকটোৰ ব্যাসাৰ্ধ।

গোলক এটাৰ পৃষ্ঠভাগত কিমানখন তল দেখিছা? ইয়াত কেৱল এখনেই তল আছে যিখন বক্ৰাকাৰ। এতিয়া, এটা গোটা গোলক লৈ ইয়াৰ ঠিক 'সোঁমাজেৰে' দুভাগ কৰোঁ যাতে এখন সমতল ইয়াৰ কেন্দ্ৰৰ মাজেৰে যায়। গোলকটোৰ অৱস্থা এতিয়া কি হ'ল?



চিত্ৰ : 13.20

হয়, ই দুটা সমান ভাগত বিভক্ত হ'ল (চিত্ৰ 13.20)। প্ৰতিটো অৰ্ধাংশকে কি বোলা হ'ব? ইয়াক এটা *অৰ্ধগোলক (hemisphere)* বোলে। ('hemi' মানে আধা)। এটা অৰ্ধগোলকৰ উপৰিভাগ কি হ'ব? ইয়াৰ তল কেইখন? দুখন! এখন বক্ৰতল আৰু আনখন সমতল (ভূমি)। এটা অৰ্ধগোলকৰ বক্ৰ পৃষ্ঠৰ কালি গোলকটোৰ পৃষ্ঠকালিৰ আধা আৰু ই হ'ব $4\pi r^2$ৰ $\frac{1}{2}$।

সেয়েহে, **এটা অৰ্ধগোলকৰ বক্ৰ পৃষ্ঠকালি = $2\pi r^2$**

য'ত r হ'ল অৰ্ধগোলক উৎপন্ন কৰা গোলকটোৰ ব্যাসাৰ্ধ। এতিয়া দুয়োখন তল ধৰিলে অৰ্ধগোলক এটাৰ পৃষ্ঠকালি হ'ব $2\pi r^2 + \pi r^2$

গতিকে, **এটা অৰ্ধগোলকৰ মুঠ পৃষ্ঠকালি = $3\pi r^2$**

উদাহৰণ 7 : 7 চে.মি. ব্যাসাৰ্ধৰ গোলক এটাৰ পৃষ্ঠকালি নিৰ্ণয় কৰা।

সমাধান : 7 চে.মি. ব্যাসাৰ্ধৰ গোলক এটাৰ পৃষ্ঠকালি

$$= 4\pi r^2 = 4 \times \frac{22}{7} \times 7 \times 7 \text{ চে.মি.}^2 = 616 \text{ চে.মি.}^2$$

উদাহৰণ 8 : 21 চে.মি. ব্যাসাৰ্ধযুক্ত অৰ্ধগোলক এটাৰ (i) বক্ৰ পৃষ্ঠকালি (ii) মুঠ পৃষ্ঠকালি নিৰ্ণয় কৰা।

সমাধান : (i) 21 চে.মি. ব্যাসাৰ্ধৰ অৰ্ধগোলকৰ বক্ৰপৃষ্ঠ কালি

$$= 2\pi r^2 = 2 \times \frac{22}{7} \times 21 \times 21 \text{ চে.মি.}^2 = 2772 \text{ চে.মি.}^2$$

(ii) অৰ্ধগোলকটোৰ মুঠ পৃষ্ঠকালি

$$= 3\pi r^2 = 3 \times \frac{22}{7} \times 21 \times 21 \text{ চে.মি.}^2 = 4158 \text{ চে.মি.}^2$$

উদাহৰণ 9 : চাৰ্কাছৰ মটৰ চাইকেল চালক জনে বিভিন্ন কলা-কৌশল প্ৰদৰ্শন কৰা ফোঁপোলা গোলক এটাৰ ব্যাস 7 মি.। মটৰ চাইকেল চালকজনে চাইকেলখন চলাবলৈ পোৱা ঠাইৰ কালি নিৰ্ণয় কৰা।

সমাধান : গোলকটোৰ ব্যাস 7 মি.। গতিকে ব্যাসাৰ্ধ হ'ব 3.5 মি.। গতিকে মটৰ চাইকেল চলাবলৈ পোৱা ঠাইৰ কালি হ'ব গোলকটোৰ পৃষ্ঠকালি যিটো হ'ব—

$$4\pi r^2 = 4 \times \frac{22}{7} \times 3.5 \times 3.5 \text{ মি.}^2$$

$$= 154 \text{ মি.}^2$$

উদাহৰণ 10 : এটা অট্টালিকাৰ অৰ্দ্ধগোলাকাৰ গম্বুজটো ৰং কৰিব লাগে (চিত্ৰ 13.21 চোৱা)। গম্বুজটোৰ ভূমিৰ পৰিধি 17.6 মি. হ'লে, ইয়াক ৰং কৰাৰ খৰচ নিৰ্ণয় কৰা, যদি প্ৰতি 100 চে.মি.²ৰ ৰং কৰাৰ খৰচ 5 টকা হয়।

সমাধান : গম্বুজটোৰ ধুৰণীয়া তলখনহে যিহেতু ৰং কৰিব লাগে, গতিকে কিমান ঠাই ৰং কৰিব লাগিব উলিয়াবলৈ আমি অৰ্ধগোলকটোৰ বক্ৰ পৃষ্ঠকালি জানিব লাগিব। এতিয়া, গম্বুজটোৰ ভূমিৰ পৰিধি 17.6 মি.। গতিকে $17.6 = 2\pi r$.

$$\text{তেতিয়া হ'লে গম্বুজটোৰ ব্যাসাৰ্ধ} = 17.6 \times \frac{7}{2 \times 22} \text{ মি.}$$

$$= 2.8 \text{ মি.}$$

গম্বুজটোৰ বক্ৰ পৃষ্ঠৰ কালি = $2\pi r^2$

$$= 2 \times \frac{22}{7} \times 2.8 \times 2.8 \text{ মি.}^2$$

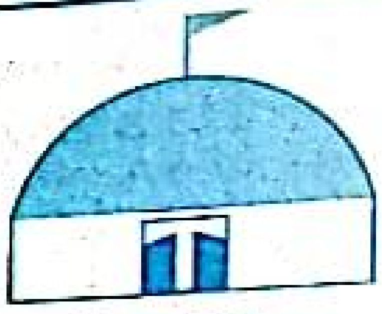
$$= 49.28 \text{ মি.}^2$$

এতিয়া, 100 চে.মি.^{2} বং কৰাৰ খৰচ = 5 টকা

গতিকে, 1 মি.^{2} বং কৰাৰ খৰচ = 500 টকা

সেয়েহে, গম্বুজটো বং কৰাৰ খৰচ = 500 টকা × 49.28

= 24640 টকা



চিত্ৰ : 13.21

অনুশীলনী 13.4

অন্য ধৰণেৰে দিয়া নাথাকিলে, $\pi = \frac{22}{7}$ ধৰিবা।

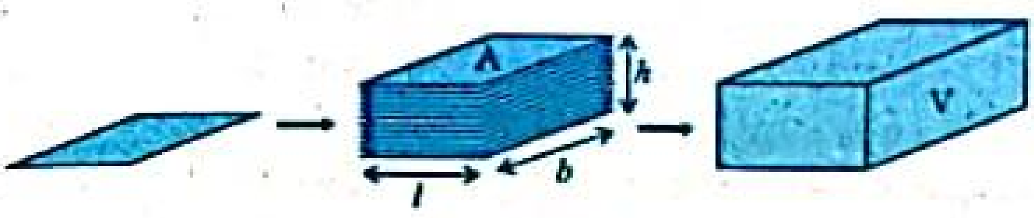
1. তলৰ ব্যাসাৰ্ধৰ গোলক এটাৰ পৃষ্ঠকালি নিৰ্ণয় কৰা :
   (i) 10.5 চে.মি. (ii) 5.6 চে.মি. (iii) 14 চে.মি.
2. তলৰ ব্যাসৰ গোলক এটাৰ পৃষ্ঠকালি নিৰ্ণয় কৰা :
   (i) 14 চে.মি. (ii) 21 চে.মি. (iii) 3.5 মি.
3. 10 চে.মি. ব্যাসাৰ্ধৰ অৰ্ধগোলক এটাৰ মুঠ পৃষ্ঠকালি নিৰ্ণয় কৰা। ($\pi = 3.14$ ধৰিবা)
4. বতাহ ভৰালে গোলাকাৰ বেলুন এটাৰ ব্যাসাৰ্ধ 7 চে.মি.ৰ পৰা 14 চে.মি.লৈ বাঢ়ি যায়। দুয়োটা অৱস্থাতে থাকোতে বেলুনটোৰ পৃষ্ঠকালিৰ অনুপাত উলিওৱা।
5. পিতলেৰে নিৰ্মিত অৰ্ধগোলাকাৰ বাটি এটাৰ অন্তঃ ব্যাস 10.5 চে.মি.। প্ৰতি 100 বৰ্গ চে.মি.ত 16 টকা হিচাপে বাটিটোৰ ভিতৰৰ ফালটোত টিনৰ আৱৰণ লগোৱাৰ খৰচ নিৰ্ণয় কৰা।
6. এটা গোলকৰ পৃষ্ঠকালি 154 চে.মি.^{2} হ'লে, ইয়াৰ ব্যাসাৰ্ধ নিৰ্ণয় কৰা।
7. চন্দ্ৰৰ ব্যাস পৃথিৱীৰ ব্যাসৰ প্ৰায় এক চতুৰ্থাংশ। দুয়োটাৰে পৃষ্ঠকালিৰ অনুপাত উলিওৱা।
8. এটা অৰ্ধগোলকীয় পাত্ৰ 0.25 চে.মি. ডাঠ তীখাৰে তৈয়াৰী। পাত্ৰটোৰ অন্তঃ ব্যাসাৰ্ধ 5 চে.মি.। পাত্ৰটোৰ বাহিৰফালৰ বক্ৰ পৃষ্ঠৰ কালি নিৰ্ণয় কৰা।
9. এটা লম্ব বৃত্তাকাৰ চুঙাৰ ভিতৰত r ব্যাসাৰ্ধৰ গোলক এটা কোনোমতেহে সোমাব পাৰে (চিত্ৰ 13.22 চোৱা)। এতিয়া তলৰকেইটা নিৰ্ণয় কৰা :
   (i) গোলকটোৰ পৃষ্ঠকালি,
   (ii) চুঙাটোৰ বক্ৰ পৃষ্ঠকালি,
   (iii) ওপৰৰ (i) আৰু (ii)ত পোৱা কালিৰ অনুপাত।

চিত্ৰ : 13.22

কিছুমান আকাৰ (বস্তু)ৰ আয়তন কেনেকৈ নিৰ্ণয় কৰিব পাৰি আগৰ শ্ৰেণীত তোমালোকে শিকি আহিছা। স্মৰণ কৰা যে গোটা বস্তুবিলাকে ত্ৰিমাত্ৰিক ঠাই আগুৰি থাকে। এই আগুৰা ঠাইকে বস্তুটোৰ আয়তন বোলে।

টোকা : যদি এটা বস্তু গোটা হয়, তেতিয়া এনে বস্তুৱে আগুৰা ঠাইখিনি জুখিব পাৰি আৰু ইয়াকে বস্তুটোৰ আয়তন বোলা হয়। আনহাতে, যদি বস্তুটো ফোঁপোলা হয়, তেতিয়া ভিতৰভাগ খালী থাকে আৰু এই খালী ঠাই বায়ু বা কোনো জুলীয়া পদাৰ্থৰে পূৰ কৰিব পাৰি আৰু পূৰ কৰা বস্তুখিনিয়ে পাত্ৰটোৰ আকাৰ ধাৰণ কৰে। এই ক্ষেত্ৰত, ভিতৰৰ খালী ঠাই পূৰ কৰা পদাৰ্থখিনিৰ আয়তনক পাত্ৰটোৰ ধাৰকত্ব বোলে। চমুকৈ ক'বলৈ গ'লে, এটা বস্তুৰ আয়তন হৈছে ই আগুৰি থকা ঠাইৰ পৰিমাণ আৰু এটা বস্তুৰ ধাৰকত্ব হৈছে ইয়াৰ ভিতৰভাগত ধৰা পদাৰ্থৰ আয়তন। গতিকে, ওপৰৰ দুয়োটাৰে জোখৰ একক হৈছে ঘন একক।

সেয়েহে, আমি এটা আয়তীয় ঘনকৰ আয়তনৰ কথা ক'বলৈ যাওঁতে আমি আয়তীয় ঘনকটোৱে আগুৰা ঠাইৰ পৰিমাণৰ কথা বিবেচনা কৰিম। তাৰোপৰি, কালি নাইবা আয়তনক এটা অঞ্চলৰ পৰিমাণ হিচাপে জোখা হয়। গতিকে, শুদ্ধকৈ ক'বলৈ হ'লে, আমি এটা বৃত্তাকাৰ অঞ্চলৰ কালি উলিয়াওঁ, বা আয়তীয় ঘনক আকাৰৰ অঞ্চলৰ আয়তন উলিয়াওঁ, নাইবা গোলাকাৰ অঞ্চল এটাৰ আয়তন উলিয়াওঁ, ইত্যাদি। কিন্তু সৰলীকৰণৰ বাবে আমি কওঁ বৃত্তৰ কালি, আয়তীয় ঘনক নতুবা গোলকৰ আয়তন, ইত্যাদি যদিও এইবিলাকে সিহঁতৰ সীমাটোহে নিৰ্দেশ কৰে।



চিত্ৰ : 13.23

চিত্ৰ 13.23 মন কৰা। ধৰা আমি কৈছো যে প্ৰতিটো আয়তৰ কালি A, আয়তবোৰ ঠাক কৰি পোৱা উচ্চতা h আৰু আয়তীয় ঘনকটোৰ আয়তন V। V, A আৰু hৰ মাজৰ সম্পৰ্কটো ক'ব পাৰিবানে?

প্ৰতিটো আয়তে আগুৰা সমতলীয় অংশৰ কালি × উচ্চতা

= আয়তীয় ঘনকটোৱে আগুৰা ঠাইৰ পৰিমাণ

গতিকে, আমি পালো যে, $A \times h = V$

অৰ্থাৎ, **আয়তীয় ঘনক এটাৰ আয়তন = ভূমিৰ কালি × উচ্চতা = দীঘ × প্ৰস্থ × উচ্চতা**

নাইবা, $V = l \times b \times h$, য'ত l, b আৰু h ক্ৰমে আয়তীয় ঘনকটোৰ দীঘ, প্ৰস্থ আৰু উচ্চতা।

পৰিমাণ জুখি উলিয়াওঁ, আমি এই ঠাইত প্ৰকৃততে ধৰা একক দৈৰ্ঘ্যৰ বাহু বিশিষ্ট ঘনকৰ সংখ্যা গণনা কৰিহে কামটো সম্পন্ন কৰোঁ। সেয়েহে, আয়তন জোখা এককটো এটা ঘন একক।

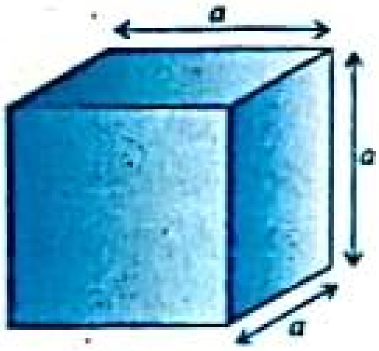
আকৌ, **ঘনক এটাৰ আয়তন = বাহু × বাহু × বাহু = a^3**

য'ত a ঘনকটোৰ এটা বাহুৰ দীঘ (চিত্ৰ 13.24 চোৱা)।

গতিকে, যদি ঘনক এটাৰ বাহুৰ দীঘ 12 চে.মি.,

তেন্তে ঘনকটোৰ আয়তন = 12 × 12 × 12 চে.মি.^{3}

= 1728 চে.মি.^{3}



চিত্ৰ : 13.24

স্মৰণ কৰা যে এই সূত্ৰকেইটা তোমালোকে আগৰ শ্ৰেণীত শিকিছা। এতিয়া এই সূত্ৰকেইটাৰ প্ৰয়োগ দেখুৱাই কেইটামান উদাহৰণ লওঁ আহা :

উদাহৰণ 11 : এটুকুৰা মুকলি ঠাইত 10 মি. দীঘৰ এখন বেৰ (প্ৰাচীৰ) দিব লগা আছিল। বেৰখনৰ উচ্চতা 4 মি. আৰু ই 24 চে.মি. ডাঠ। যদি 24 চে.মি. × 12 চে.মি. × 8 চে.মি. জোখৰ ইটাৰে বেৰখন সাজিব লাগে, তেন্তে বেৰখনৰ বাবে কিমান ইটা লাগিব?

সমাধান : ইয়াৰ সকলোবোৰ ইটাৰে সৈতে বেৰখনে আগুৰা ঠাইৰ আকাৰ এটা আয়তীয় ঘনকৰ দৰে হোৱাৰ বাবে আমি বেৰখনৰ আয়তন জানিব লাগিব।

ইয়াত, দীঘ = 10 মি. = 1000 চে.মি.

বেধ = 24 চে.মি.

উচ্চতা = 4 মি. = 400 চে.মি.

গতিকে, বেৰখনৰ আয়তন = দীঘ × বেধ × উচ্চতা

= 1000 × 24 × 400 চে.মি.^{3}

আকৌ, ইটাৰ প্ৰতিটুকুৰাই এক আয়তীয় ঘনক যাৰ দীঘ = 24 চে.মি., প্ৰস্থ = 12 চে.মি. আৰু উচ্চতা = 8 চে.মি.।

গতিকে, প্ৰতিটুকুৰা ইটাৰ আয়তন = দীঘ × প্ৰস্থ × উচ্চতা

= 24 × 12 × 8 চে.মি.^{3}

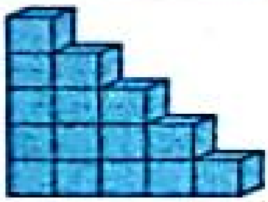
সেয়েহে, বেৰৰ বাবে লগা ইটাৰ সংখ্যা = $\dfrac{\text{বেৰখনৰ আয়তন}}{\text{এটা ইটাৰ আয়তন}}$

$= \dfrac{1000 \times 24 \times 400}{24 \times 12 \times 8}$

= 4166.6

গতিকে বেৰখন নিৰ্মাণ কৰিবলৈ 4167 টুকুৰা ইটা লাগিব।

উদাহৰণ 12 : এটি শিশুৱে ঘনক আকাৰৰ আহিঁ নিৰ্মাণ কৰিব পৰা সামগ্ৰী (building blocks)ৰে চিত্ৰ 13.25ত দেখুৱাৰ নিচিনা এটা গাঁথনি সাজিলে। প্ৰতিটো ঘনকৰ বাহুৰ দীঘ 3 চে.মি. হ'লে, শিশুটিয়ে সজা গাঁথনিটোৰ আয়তন নিৰ্ণয় কৰা।



চিত্ৰ : 13.25

সমাধান : প্ৰতিটো ঘনকৰ আয়তন = বাহু × বাহু × বাহু

= 3 × 3 × 3 চে.মি.^{3} = 27 চে.মি.^{3}

গাঁথনিটোত থকা ঘনকৰ সংখ্যা = 15

গতিকে, গাঁথনিটোৰ আয়তন = 27 × 15 চে.মি.^{3}

= 405 চে.মি.^{3}

অনুশীলনী 13.5

1. এটা জুইশলা বাকচৰ জোখ 4 চে.মি. × 2.5 চে.মি. × 1.5 চে.মি.। এনে 12 টা বাকচ থকা পেকেট এটাৰ আয়তন কিমান?
2. এটা আয়তীয় ঘনক আকাৰৰ পানীৰ টেংকিৰ দীঘ 6 মি., প্ৰস্থ 5 মি. আৰু গভীৰতা 4.5 মি.। টেংকিটোত কিমান লিটাৰ পানী ধৰিব? (1 m^3 = 1000 লিটাৰ)
3. এটা আয়তীয় ঘনক আকাৰৰ পাত্ৰৰ দীঘ 10 মি. আৰু প্ৰস্থ 8 মি.। 380 ঘন মিটাৰ তুলীয়া পদাৰ্থ ধৰিবলৈ পাত্ৰটোৰ উচ্চতা কিমান হ'ব লাগিব?
4. 8 মি. দীঘ, 6 মি. প্ৰস্থ আৰু 3 মি. গভীৰ এটা আয়তীয় ঘনক আকাৰৰ গাঁত খান্দিবলৈ কিমান খৰচ পৰিব নিৰ্ণয় কৰা যদিহে প্ৰতি ঘন মিটাৰ খান্দোতে 30 টকা লাগে।
5. এটা আয়তীয় ঘনক আকাৰৰ টেংকিত 50000 লিটাৰ পানী ধৰে। ইয়াৰ দীঘ আৰু গভীৰতা ক্ৰমে 2.5 মি. আৰু 10 মি. হ'লে প্ৰস্থ নিৰ্ণয় কৰা।
6. 4000 জনসংখ্যাৰ এখন গাঁৱত প্ৰতিদিনে জনমূৰি 150 লিটাৰকৈ পানীৰ আৱশ্যক। গাঁওখনত 20 মি. × 15 মি. × 6 মি. জোখৰ এটা টেংকি আছে। এবাৰ ভৰ্তি হোৱা টেংকিটোৰ পানীৰে কিমান দিন চলাব পৰা যাব?
7. এটা গুদাম ঘৰৰ জোখ 40 মি. × 25 মি. × 10 মি.। প্ৰতিটোৰ জোখ 1.5 মি. × 1.25 মি. × 0.5 মি. হোৱা কাঠৰ সজা এই গুদাম ঘৰত সৰ্বাধিক কিমানটা থ'ব পৰা যাব নিৰ্ণয় কৰা।
8. 12 চে.মি. বাহু বিশিষ্ট এটা গোটা ঘনক কাটি সমান আয়তনৰ আঠটা ঘনক পোৱা গ'ল। নতুনকৈ পোৱা ঘনক এটাৰ বাহুৰ জোখ কিমান হ'ব? ইয়াৰ উপৰিও, ডাঙৰ ঘনকটো আৰু সৰু ঘনক এটাৰ পৃষ্ঠকালিৰ অনুপাত উলিওৱা।
9. 3 মি. গভীৰ আৰু 40 মি. বহল নদী এখন ঘণ্টাত 2 কি.মি. বেগেৰে সাগৰলৈ বৈ গৈছে। এক মিনিটত কিমান পানী বৈ সাগৰত পৰিব?

13.7 চুঙাৰ আয়তন (Volume of a Cylinder) :

একে আকাৰৰ আয়তৰ দ্বাৰা এটা আয়তীয় ঘনক গঠন কৰাৰ নিচিনাকৈয়ে একে আকাৰৰ বৃত্তৰ দ্বাৰা এটা লম্ব বৃত্তীয় চুঙা গঠন কৰা আমি পাই আহিছোঁ। গতিকে, আয়তীয় ঘনকৰ ক্ষেত্ৰত প্ৰয়োগ কৰা একে যুক্তিৰেই এটা চুঙাৰ আয়তন আমি এনেদৰে পাব পাৰোঁ :

ভূমিৰ কালি × উচ্চতা = বৃত্তাকাৰ ভূমিৰ কালি × উচ্চতা = $\pi r^2 h$

সেয়েহে, **চুঙা এটাৰ আয়তন = $\pi r^2 h$**

য'ত r চুঙাটোৰ ভূমি ব্যাসাৰ্ধ আৰু h ইয়াৰ উচ্চতা।

উদাহৰণ 13 : এটা মন্দিৰৰ স্তম্ভবিলাক চুঙাৰ আকৃতিৰ (চিত্ৰ 13.26 চোৱা)। যদি প্ৰতিটো স্তম্ভৰ 20 চে.মি. ব্যাসাৰ্ধৰ বৃত্তাকাৰ ভূমি থাকে আৰু প্ৰতিটোৰে উচ্চতা 10 মি., তেন্তে এনেকুৱা 14 টা স্তম্ভ নিৰ্মাণ কৰিবলৈ কিমান শিল, বালি আৰু চিমেণ্টৰ মিশ্ৰণ লাগিব?

সমাধান : যিহেতু স্তম্ভবিলাকে আগুৰি থকা ঠাইখিনি মিশ্ৰণটোৰে পূৰাব লাগিব, আমি জানিব লগা বস্তুটো হ'ল চুঙা আকৃতিৰ স্তম্ভবিলাকৰ আয়তন।

এটা চুঙাৰ ভূমি ব্যাসাৰ্ধ = 20 চে.মি.

ইয়াৰ উচ্চতা = 10 মি. = 1000 চে.মি.

গতিকে, প্ৰতিটো চুঙাৰ আয়তন = $\pi r^2 h$

$$= \frac{22}{7} \times 20 \times 20 \times 1000 \text{ চে.মি.}^3$$

$$= \frac{8800000}{7} \text{ চে.মি.}^3$$

$$= \frac{8.8}{7} \text{ মি.}^3 \text{ (যিহেতু } 1000000 \text{ চে.মি.}^3 = 1 \text{ মি.}^3\text{)}$$

চিত্ৰ : 13.26

সেয়েহে, 14 টা স্তম্ভৰ আয়তন = প্ৰতিটো চুঙাৰ আয়তন × 14

$$= \frac{8.8}{7} \times 14 \text{ মি.}^3 = 17.6 \text{ মি.}^3$$

গতিকে, 14 টা স্তম্ভৰ বাবে 17.6 মি.^{3} মিশ্ৰণ লাগিব।

উদাহৰণ 14 : এখন বনভোজ মেলাত থকা খাদ্য-বস্তুৰ বিপণী এখনৰ দোকানীজনে 15 চে.মি. ভূমি ব্যাসাৰ্ধৰ ডাঙৰ চুঙা আকৃতিৰ পাত্ৰ এটাৰ 32 চে.মি. উচ্চতালৈ কমলাৰ ৰসেৰে পূৰ্ণ কৰি ৰাখিছে। এই ৰসখিনি 3 চে.মি. ভূমি ব্যাসাৰ্ধৰ চুঙা আকৃতিৰ গিলাচত 8 চে.মি. উচ্চতালৈ ঢালি লৈ (চিত্ৰ 13.27 চোৱা) প্ৰতি গিলাচত 3 টকাকৈ বিক্ৰী কৰিছে। পাত্ৰটোৰ আটাইখিনি ৰস বিক্ৰী কৰি দোকানীজনে কিমান টকা পাব?

চিত্ৰ : 13.27

সমাধান : পাত্ৰটোত থকা বসৰ আয়তন = চুঙা আকৃতিৰ পাত্ৰটোৰ আয়তন

$= \pi R^2 H$

(য'ত R আৰু H পাত্ৰটোৰ ক্ৰমে ব্যাসাৰ্ধ আৰু উচ্চতা

$= \pi \times 15 \times 15 \times 32$ চে.মি.^{3}

সেইদৰে, প্ৰতিটো গিলাচত থকা বসৰ আয়তন $= \pi r^2 h$

(য'ত r আৰু h এটা গিলাচৰ ক্ৰমে ব্যাসাৰ্ধ আৰু উচ্চতা)

$= \pi \times 3 \times 3 \times 8$ চে.মি.^{3}

গতিকে, বিক্ৰী হোৱা মুঠ গিলাচৰ সংখ্যা $= \dfrac{\text{পাত্ৰটোৰ আয়তন}}{\text{প্ৰতিটো গিলাচৰ আয়তন}}$

$$= \frac{\pi \times 15 \times 15 \times 32}{\pi \times 3 \times 3 \times 8}$$

$= 100$

গতিকে, দোকানীজনে পোৱা ধনৰ পৰিমাণ = 3 টকা × 100

= 300 টকা।

অনুশীলনী 13.6

অন্য ধৰণেৰে উল্লেখ নকৰিলে $\pi = \frac{22}{7}$ ধৰিবা।

1. এটা চুঙাৰ আকৃতিৰ পাত্ৰৰ ভূমিৰ পৰিধি 132 চে.মি. আৰু ইয়াৰ উচ্চতা 25 চে.মি.। পাত্ৰটোত কিমান লিটাৰ পানী ধৰিব? (1000 চে.মি.^{3} = 1 লিটাৰ)
2. চুঙা আকৃতিৰ কাঠৰ পাইপ এটাৰ অন্তঃ ব্যাস 24 চে.মি. আৰু বহিঃ ব্যাস 28 চে.মি.। পাইপটোৰ দীঘ 35 চে.মি.। পাইপটোৰ ভৰ (পদাৰ্থৰ পৰিমাণ) নিৰ্ণয় কৰা, যদি 1 চে.মি.^{3} কাঠৰ ভৰ 0.6 গ্ৰাম হয়।
3. এটা নৰম পানীয় দুই ধৰণৰ আধাৰত পোৱা যায়—
   (i) এটা টিনৰ টেমাত যাৰ আয়তীয় ভূমিৰ দীঘ 5 চে.মি. আৰু প্ৰস্থ 4 চে.মি. আৰু উচ্চতা 15 চে.মি. আৰু
   (ii) এটা প্লাষ্টিকৰ চুঙাত যাৰ বৃত্তাকাৰ ভূমিৰ ব্যাস 7 চে.মি. আৰু উচ্চতা 10 চে.মি.। কোনটো আধাৰৰ ধাৰকত্ব বেছি আৰু কিমান বেছি?
4. যদি এটা চুঙাৰ পাৰ্শ্ব পৃষ্ঠকালি 94.2 চে.মি.^{2} আৰু ইয়াৰ উচ্চতা 5 চে.মি., তেন্তে
   (i) ইয়াৰ ভূমি ব্যাসাৰ্ধ আৰু (ii) ইয়াৰ আয়তন নিৰ্ণয় কৰা ($\pi = 3.14$ বুলি ধৰিবা)।
5. 10 মি. গভীৰতাৰ চুঙা আকৃতিৰ পাত্ৰ এটাৰ অন্তৰ ভাগৰ বক্ৰ পৃষ্ঠ বং কৰোতে খৰচ হয় 2200 টকা। বং কৰাৰ খৰচ প্ৰতি মি.^{2} অত 20 টকা হয়, তেন্তে তলৰকেইটা নিৰ্ণয় কৰা :

(i) পাত্রটোৰ অন্তৰভাগৰ বক্রপৃষ্ঠ কালি,

(ii) ভূমিৰ ব্যাসার্ধ,

(iii) পাত্রটোৰ ধাৰকত্ব।

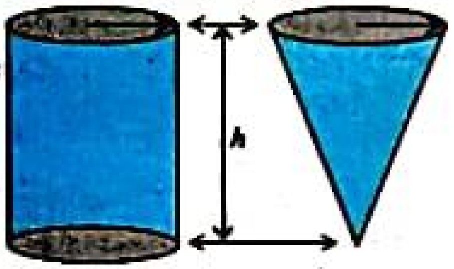
6. 1 মি. উচ্চতা বিশিষ্ট বন্ধ চুঙা আকাৰৰ পাত্র এটাৰ ধাৰকত্ব 15.4 লিটাৰ। এইটো সাজিবলৈ কিমান বর্গ মিটাৰ ধাতুৰ পাত লাগিব?

7. এডাল কাঠ পেন্সিল, ভিতৰত গ্রেফাইটৰ গোটা চুঙা এটা ভৰোৱা এটা কাঠৰ চুঙাৰে গঠিত। পেন্সিলডালৰ ব্যাস 7 মি.মি. আৰু গ্রেফাইটৰ ব্যাস 1 মি.মি.। পেন্সিলডালৰ দীঘ 14 চে.মি. হ'লে, ইয়াত লগা কাঠ আৰু গ্রেফাইটৰ আয়তন নির্ণয় কৰা।

8. হস্পিতালত থকা এজন ৰোগীক প্রতিদিনে 7 চে.মি. ব্যাসৰ চুঙা আকৃতিৰ বাতি এটাত চুৰুহা (চুপ্) খাবলৈ দিয়া হয়। বাতিটোৰ 4 চে.মি. উচ্চতালৈ যদি চুৰুহা ভৰোৱা হয়, 250 জন ৰোগীৰ বাবে এদিনত হস্পিতালখনে কিমান চুৰুহাৰ যোগান ধৰিব লাগিব?

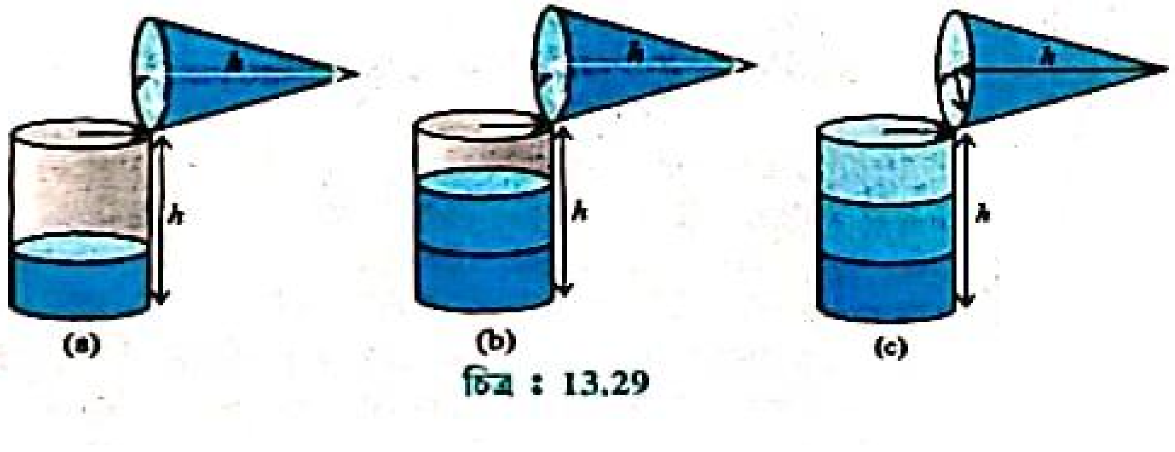
13.8 লম্ব বৃত্তাকাৰ শংকুৰ আয়তন (Volume of a Right Circular Cone) ঃ

চিত্র 13.28 অত একে ভূমি ব্যাসার্ধ আৰু একে উন্নতিৰ এটা লম্ব বৃত্তাকাৰ চুঙা আৰু এটা লম্ব বৃত্তকাৰ শংকু লক্ষ্য কৰিছানে?



চিত্র ঃ 13.28

কার্য ঃ একে ভূমি ব্যাসার্ধ আৰু একে উচ্চতাৰ এটা ফোপোলা চুঙা আৰু এটা ফোপোলা শংকু সাজিবলৈ চেষ্টা কৰি চোৱা (চিত্র 13.28 চোৱা)। তাৰ পাছত আমি এটা পৰীক্ষা কৰিম যাৰদ্বাৰা এটা লম্ব-বৃত্তাকাৰ শংকুৰ আয়তন কি হ'ব পাৰে কার্যক্ষেত্রত আমি দেখা পাম।



চিত্র ঃ 13.29

তেনেহ'লে, আমি এনেদৰে আৰম্ভ কৰোঁ আহা।

শংকুটো এবাৰ বালিৰে ওপচকৈ ভৰোৱা আৰু চুঙাটোত বালিখিনি ঢালি দিয়া। আমি দেখিম যে ই চুঙাটোৰ এটা অংশহে পূৰ কৰিব [চিত্ৰ 13.29(a) চোৱা]।

আকৌ এবাৰ শংকুটো বালিৰে ওপচকৈ ভৰাই চুঙাটোত ঢালিলে আমি দেখিম যে এতিয়াও চুঙাটো সম্পূৰ্ণকৈ পূৰ হোৱা নাই [চিত্ৰ 13.29(b) চোৱা]।

তৃতীয়বাৰৰ বাবে শংকুটো বালিৰে ওপচকৈ ভৰাই চুঙাটোত ঢালিলে চুঙাটো ওপচকৈ পূৰ হোৱা আমি লক্ষ্য কৰিব পাৰিম [চিত্ৰ 13.29(c) চোৱা]।

ইয়াৰপৰা আমি বিনাদ্বিধাই এটা সিদ্ধান্তত উপনীত হ'ব পাৰো যে একে ভূমি ব্যাসাৰ্ধ আৰু একে উচ্চতাৰ শংকু এটাৰ আয়তনৰ তিনিগুণ চুঙা এটাৰ আয়তনৰ সমান, যিটোৱে আকৌ বুজায় যে শংকুটোৰ আয়তন চুঙাটোৰ আয়তনৰ এক তৃতীয়াংশ।

গতিকে, **শংকু এটাৰ আয়তন = $\frac{1}{3}\pi r^2 h$**

য'ত r শংকুটোৰ ভূমি ব্যাসাৰ্ধ আৰু h ইয়াৰ উচ্চতা।

উদাহৰণ 15 : এটা শংকুৰ উচ্চতা আৰু নতি উচ্চতা ক্ৰমে 21 চে.মি. আৰু 28 চে.মি.। শংকুটোৰ আয়তন নিৰ্ণয় কৰা।

সমাধান : $l^2 = r^2 + h^2$ৰ পৰা আমি পাওঁ—

$$r = \sqrt{l^2 - h^2}$$

$$= \sqrt{28^2 - 21^2} \text{ চে.মি.}$$

$$= 7\sqrt{7} \text{ চে.মি.}$$

গতিকে শংকুটোৰ আয়তন $= \frac{1}{3}\pi r^2 h$

$$= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 7\sqrt{7} \times 7\sqrt{7} \times 21 \text{ চে.মি.}^3$$

$$= 7546 \text{ চে.মি.}^3$$

উদাহৰণ 16 : মণিকাৰ 551 মি.^{2} কালিৰ এটুকুৰা কেন্‌ভাচ্ (ডাঠ কাপোৰ) আছে। 7 মি. ভূমি ব্যাসাৰ্ধৰ এটা শংকু আকৃতিৰ তম্বু তৈয়াৰ কৰাত তেওঁ এই টুকুৰাটো ব্যৱহাৰ কৰিবলৈ লৈছে। তম্বুটোৰ দাঁতিবোৰ চিলাই কৰোতে আৰু কটা-মেলা কৰোতে লোকচান হোৱা কেন্‌ভাচ্‌ৰ পৰিমাণ প্ৰায় 1 মি.^{2} বুলি ধৰি ল'লে, ইয়াৰে তৈয়াৰ কৰিব পৰা তম্বুটোৰ আয়তন নিৰ্ণয় কৰা।

সমাধান : যিহেতু, কেন্‌ভাচ্ টুকুৰাৰ কালি 551 মি.^{2} আৰু লোকচান হোৱা অংশৰ কালি 1 মি.^{2},

গতিকে তম্বুটোৰ বাবে থকা কেন্‌ভাচ্‌ৰ কালি = (551 − 1) মি.^{2} = 550 মি.^{2}। এতিয়া, তম্বুটোৰ পৃষ্ঠকালি = 550 মি.^{2} আৰু তম্বুটোৰ থাকিব লগা ভূমি ব্যাসাৰ্ধ = 7 মি.।

মন কৰিবা যে, এটা তম্বুৰ কেৱল বক্ৰ পৃষ্ঠহে থাকে (তম্বুৰ মজিয়াখন কেন্‌ভাচ্‌ৰ নাথাকে)।

গতিকে, তম্বুটোৰ বক্ৰ পৃষ্ঠৰ কালি = 550 মি.^{2}

অৰ্থাৎ, $\pi rl = 550$

বা, $\frac{22}{7} \times 7 \times l = 550$

বা, $l = \frac{550}{22}$ মি. = 25 মি.

এতিয়া, $l^2 = r^2 + h^2$

গতিকে $h = \sqrt{l^2 - r^2}$

$= \sqrt{25^2 - 7^2}$ মি.

$= \sqrt{625 - 49}$ মি.

$= \sqrt{576}$ মি.

= 24 মি.

সেয়েহে, শংকু আকাৰৰ তম্বুটোৰ আয়তন $= \frac{1}{3}\pi r^2 h$

$= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 7 \times 7 \times 24$ মি.^{2}

= 1232 মি.^{2}

অনুশীলনী 13.7

অন্য ধৰণেৰে উল্লেখ নকৰিলে $\pi = \frac{22}{7}$ ধৰিবা।

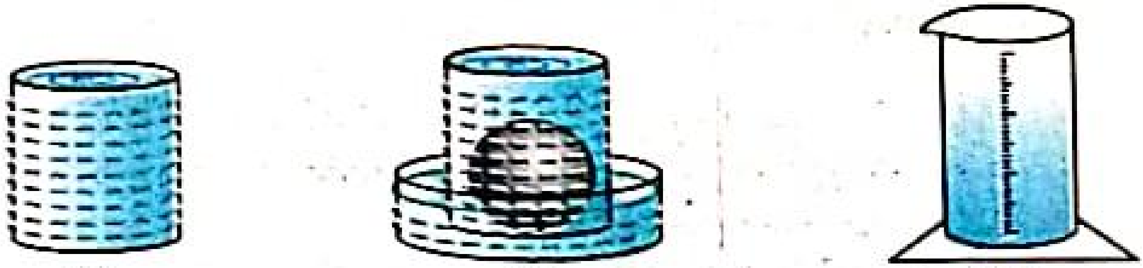
1. এটা লম্ব বৃত্তাকাৰ শংকুৰ আয়তন নিৰ্ণয় কৰা, যদিহে ইয়াৰ
   (i) ব্যাসাৰ্ধ 6 চে.মি., উচ্চতা 7 চে.মি.
   (ii) ব্যাসাৰ্ধ 3.5 চে.মি., উচ্চতা 12 চে.মি.
2. এটা শংকু আকাৰৰ পাত্ৰৰ ধাৰকত্ব লিটাৰত নিৰ্ণয় কৰা, যদিহে ইয়াৰ
   (i) ব্যাসাৰ্ধ 7 চে.মি., নতি উচ্চতা 25 চে.মি.
   (ii) উচ্চতা 12 চে.মি., নতি উচ্চতা 13 চে.মি.
3. এটা শংকুৰ উচ্চতা 15 চে.মি.। যদি ইয়াৰ আয়তন 1570 চে.মি.^{3} হয়, ইয়াৰ ভূমি ব্যাসাৰ্ধ নিৰ্ণয় কৰা। (π = 3.14 ধৰিবা)

4. 9 চে.মি. উচ্চতাৰ লম্ব বৃত্তাকাৰ শংকু এটাৰ আয়তন 48π চে.মি.^{3} হ'লে, ইয়াৰ ভূমিৰ ব্যাস নিৰ্ণয় কৰা।
5. এটা শংকু আকাৰৰ গাঁতৰ উপৰিভাগৰ ব্যাস 3.5 মি. আৰু ইয়াৰ গভীৰতা 12 মি.। ইয়াৰ ধাৰকত্ব কিলোলিটাৰত কিমান হ'ব?
6. এটা লম্ব বৃত্তাকাৰ শংকুৰ আয়তন 9856 চে.মি.^{3}। ভূমিৰ ব্যাস 28 চে.মি. হ'লে, তলৰবোৰ নিৰ্ণয় কৰা :
   (i) শংকুটোৰ উচ্চতা
   (ii) শংকুটোৰ নতি উচ্চতা
   (iii) শংকুটোৰ বক্ৰ পৃষ্ঠকালি।
7. 5 চে.মি., 12 চে.মি. আৰু 13 চে.মি. বাহু বিশিষ্ট এটা সমকোণী ত্ৰিভুজ ABCক 12 চে.মি. বাহুটোৰ সাপেক্ষে ঘূৰোৱা হ'ল। এনে কৰোতে উৎপন্ন হোৱা গোটা আকাৰটোৰ আয়তন নিৰ্ণয় কৰা।
8. প্ৰশ্ন নং 7ত উল্লেখ কৰা ABC ত্ৰিভুজটো 5 চে.মি. বাহুটোৰ সাপেক্ষে ঘূৰালে ই উৎপন্ন কৰা গোটা আকাৰটোৰ আয়তন নিৰ্ণয় কৰা। প্ৰশ্ন নং 7 আৰু 8ত পোৱা গোটা আকাৰ দুটাৰ আয়তনৰ অনুপাতো লগতে নিৰ্ণয় কৰিবা।
9. এটা ঘেঁহুৰ দ'মৰ আকাৰটো এটা শংকুৰ নিচিনা যাৰ ব্যাস 10.5 মি. আৰু উচ্চতা 3 মি.। দ'মটোৰ আয়তন নিৰ্ণয় কৰা। বৰষুণৰ পৰা ৰক্ষা কৰিবলৈ এই দ'মটো কেন্‌ভাচেৰে ঢাকিব লাগে। ইয়াৰ বাবে লগা নূন্যতম কেন্‌ভাচৰ কালি নিৰ্ণয় কৰা।

13.9 গোলকৰ আয়তন (Volume of Sphere) :

এটা গোলকৰ আয়তন জুখিবলৈ কি দৰে আগবাঢ়িব পাৰি চাওঁ আহাঁ। প্ৰথমতে, বিভিন্ন ব্যাসাৰ্ধৰ দুটা বা তিনিটা গোলক লোৱা আৰু এনে এটা ডাঙৰ পাত্ৰ লোৱা যাৰ ভিতৰত গোলককেইটা এটা এটাকৈ বেলেগে বেলেগে সোমাব পাৰে। এটা ডাঙৰ চৰিয়াও লোৱা যাৰ ভিতৰত ওপৰত কোৱা পাত্ৰটো সুমুৱাব পাৰি। তাৰ পাছত পাত্ৰটো ওপচ্ হোৱাকৈ পানীৰে পূৰ কৰা [চিত্ৰ 13.30(a) চোৱা]।

এতিয়া, অতি সাৱধানেৰে এটা গোলক পাত্ৰটোৰ ভিতৰত ৰাখা। কিছু পানী পাত্ৰটোৰ পৰা চৰিয়াটোত বাগৰি পৰিব [চিত্ৰ 13.30(b) চোৱা]। জুলীয়া পদাৰ্থ জুখিব পৰা চুঙা (অৰ্থাৎ দাগ কটা চুঙা আকৃতিৰ ঘট (jar) এটাত চৰিয়াটোৰ পানীখিনি সাৱধানেৰে ঢালা আৰু বাগৰি পৰা এই পানীখিনিৰ জোখ লোৱা [চিত্ৰ 13.30(c) চোৱা]। ধৰা, পাত্ৰৰ পানীত ডুবাই দিয়া গোলকটোৰ ব্যাসাৰ্ধ r (গোলকটোৰ ব্যাস জুখি ইয়াৰ পৰা ব্যাসাৰ্ধ উলিয়াব পাৰিবা) তাৰ পাছত $\frac{4}{3}\pi r^3$ৰ মান নিৰ্ণয় কৰা। এই মানটো বাগৰিপৰা পানীখিনিৰ আয়তনৰ জোখৰ সৈতে প্ৰায় একে পাইছানে?



চিত্ৰ ঃ 13.30

এইমাত্ৰ সম্পন্ন কৰা প্ৰক্ৰিয়াটোৰ পুনৰাবৃত্তি আন এটা গোলক লৈ কৰি চোৱা। এইটো গোলকৰ ব্যাসাৰ্ধ R উলিয়াই $\frac{4}{3}\pi R^3$ৰ মান নিৰ্ণয় কৰা। আকৌ এবাৰ দেখিবা যে এই মানটো গোলকটোৱে অপসাৰিত কৰা (বাগৰি পৰা) পানীখিনিৰ আয়তনৰ জোখৰ সমান। ই আমাক কি কয়? আমি জানোঁ যে গোলকটোৰ আয়তন ই অপসাৰিত কৰা পানীৰ আয়তনৰ জোখৰ সমান। বেলেগ বেলেগ ব্যাসাৰ্ধৰ গোলক লৈ এই পৰীক্ষাটো বাৰে বাৰে কৰিলে, আমি একেটা ফলকে পাই থাকিম, অৰ্থাৎ এটা গোলকৰ আয়তন ইয়াৰ ব্যাসাৰ্ধৰ ঘনফলৰ $\frac{4}{3}\pi$ গুণ। ইয়াৰপৰা আমি এটা ধাৰণা কৰিব পাৰোঁ যে—

$$\text{গোলক এটাৰ আয়তন} = \frac{4}{3}\pi r^3$$

য'ত r হ'ল গোলকটোৰ ব্যাসাৰ্ধ।

পাচলৈ ওপৰৰ শ্ৰেণীবিলাকত ইয়াক প্ৰমাণ কৰিবও পাৰি। কিন্তু, এইটো পৰ্যায়ত আমি ইয়াকে সত্য বুলি ধৰিম।

যিহেতু এটা অৰ্ধগোলক এটা গোলকৰ আধা, তুমি অনুমান কৰিব পাৰিছানে এটা অৰ্ধগোলকৰ আয়তন কি হ'ব? হয়, ই $\frac{4}{3}\pi r^3$ৰ $\frac{1}{2} = \frac{2}{3}\pi r^3$।

সেয়েহে,

$$\text{এটা অৰ্ধগোলকৰ আয়তন} = \frac{2}{3}\pi r^3$$

য'ত r অৰ্ধগোলকটোৰ ব্যাসাৰ্ধ।

এই সূত্ৰকেইটাৰ প্ৰয়োগ ব্যাখ্যা কৰা কেইটামান উদাহৰণ লওঁ আহা।

উদাহৰণ 17 ঃ 11.2 চে.মি. ব্যাসাৰ্ধৰ গোলক এটাৰ আয়তন নিৰ্ণয় কৰা।

সমাধান : নিৰ্ণেয় আয়তন $= \frac{4}{3}\pi r^3$

$= \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times 11.2 \times 11.2 \times 11.2$ চে.মি.^{3} = 5887.32 চে.মি.^{3}

উদাহৰণ 18 : এটা শ্বট্-পুট্ 4.9 চে.মি. ব্যাসাৰ্ধৰ ধাতৱীয় গোলক। যদি ধাতুটোৰ ঘনত্ব প্ৰতি ঘন চে.মি.ত 7.8 গ্ৰাম হয়, শ্বট্-পুট্‌টোৰ ভৰ নিৰ্ণয় কৰা।

সমাধান : যিহেতু শ্বট্-পুট্‌টো ধাতুৰে নিৰ্মিত এটা ঘনক আৰু ইয়াৰ ভৰ, আয়তন আৰু ঘনত্বৰ পূৰণফলৰ সমান, গতিকে আমি গোলকটোৰ আয়তন নিৰ্ণয় কৰিব লাগিব।

এতিয়া, গোলকটোৰ আয়তন $= \frac{4}{3}\pi r^3$

$= \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times 4.9 \times 4.9 \times 4.9$ চে.মি.^{3}

= 493 চে.মি.^{3} (প্ৰায়)

দিয়া আছে,

এক ঘন চে.মি.^{3} ধাতুৰ ভৰ = 7.8 গ্ৰাম

গতিকে, শ্বট্-পুট্‌টোৰ ভৰ = 7.8 × 493 গ্ৰাম

= 3845.44 গ্ৰাম

= 3.85 কিলোগ্ৰাম (প্ৰায়)

উদাহৰণ 19 : এটা অৰ্ধগোলাকাৰ বাটিৰ ব্যাসাৰ্ধ 3.5 চে.মি.। ইয়াত ধৰা পানীৰ আয়তন কিমান হ'ব?

সমাধান : বাটিটোত ধৰা পানীৰ আয়তন $= \frac{2}{3}\pi r^3$

$= \frac{2}{3} \times \frac{22}{7} \times 3.5 \times 3.5 \times 3.5$ চে.মি.^{3}

= 89.8 চে.মি.^{3}

অনুশীলনী 13.8

অন্য প্ৰকাৰেৰে উল্লেখ নাথাকিলে $\pi = \frac{22}{7}$ ধৰিবা।

1. এটা গোলকৰ আয়তন নিৰ্ণয় কৰা যাৰ ব্যাসাৰ্ধ হৈছে
   (i) 7 চে.মি. (ii) 0.63 মি.
2. এটা গোটা গোলক আকৃতিৰ বলে অপসাৰিত কৰা পানীৰ পৰিমাণ নিৰ্ণয় কৰা যেতিয়া ইয়াৰ ব্যাস হ'ব
   (i) 28 চে.মি. (ii) 0.21 মি.

3. ধাতুৰে নিৰ্মিত বল এটাৰ ব্যাস 4.2 চে.মি.। যদি ধাতুবিধৰ ঘনত্ব প্ৰতি চে.মি.^{3} অত 8.9 গ্ৰাম, তেন্তে বলটোৰ ভৰ কিমান?

4. চন্দ্ৰটোৰ ব্যাস, পৃথিৱীৰ ব্যাসৰ প্ৰায় এক-চতুৰ্থাংশ। পৃথিৱীৰ আয়তনৰ কিমান অংশ চন্দ্ৰটোৰ আয়তনৰ সমান হ'ব?

5. 10.5 চে.মি. ব্যাসযুক্ত এটা অৰ্ধগোলাকাৰ বাটিত কিমান লিটাৰ গাখীৰ ধৰিব?

6. এটা অৰ্ধগোলাকাৰ টেংকি 1 চে.মি. ডাঠ লোৰ পাতেৰে তৈয়াৰী। যদি ভিতৰভাগৰ ব্যাসাৰ্ধ 1 মি., তেন্তে টেংকিটো সাজিবলৈ লগা লোৰ আয়তন নিৰ্ণয় কৰা।

7. 154 চে.মি.^{2} পৃষ্ঠকালিৰ এটা গোলকৰ আয়তন নিৰ্ণয় কৰা।

8. এটা অট্টালিকাৰ গম্বুজটো অৰ্ধগোলাকাৰ। ইয়াৰ ভিতৰভাগত 498.96 টকা খৰচ কৰি চুণ লগোৱা হ'ল। যদি প্ৰতি বৰ্গমিটাৰত চুণ লগোৱাৰ খৰচ 2.00 টকা হয়, তেন্তে তলৰকেইটা নিৰ্ণয় কৰা

(i) গম্বুজটোৰ ভিতৰভাগৰ পৃষ্ঠকালি

(ii) গম্বুজটোৰ ভিতৰৰ বায়ুৰ আয়তন

9. প্ৰতিটোৰে ব্যাসাৰ্ধ r আৰু পৃষ্ঠকালি S থকা সাতাইশটা গোটা লোৰ গোলক গলাই আন এটা গোলক পোৱা গ'ল যাৰ পৃষ্ঠকালি S′ এতিয়া নিৰ্ণয় কৰা

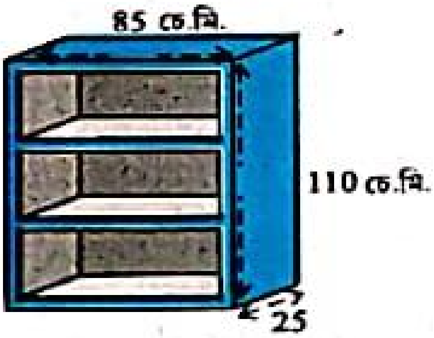
(i) নতুন গোলকটোৰ ব্যাসাৰ্ধ r'

(ii) S আৰু S′ৰ অনুপাত।

10. ঔষধৰ কেপচুল্ (ঔষধ থোৱা আধাৰ) এটাৰ আকাৰ এটা গোলকৰ দৰে যাৰ ব্যাস 3.5 মি.মি.। এই কেপচুলটোত ধ'বলৈ কিমান ঔষধ (মি.মি.^{3} অত) লাগিব?

অনুশীলনী 13.9 (ঐচ্ছিক)*

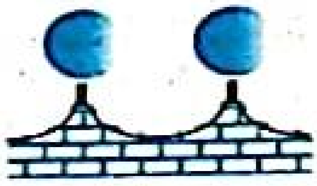
1. কাঠেৰে নিৰ্মিত এটা কিতাপৰ শ্বেল্ফৰ বাহিৰফালৰ জোখ এনে ধৰণৰ— উচ্চতা = 110 চে.মি., গভীৰতা = 25 চে.মি., প্ৰস্থ = 85 চে.মি. (চিত্ৰ 13.31 চোৱা)। সকলো ঠাইতে কাঠৰ তক্তাৰ গাঢ়তা (ডাঠ) 5 চে.মি.। বাহিৰৰ তলকেইখন মসৃণ (পলিছ) আৰু ভিতৰৰ তলকেইখন ৰং কৰিব লাগে। যদি মসৃণ কৰাৰ খৰচ প্ৰতি চে.মি.^{2}অত 20 পইচা আৰু ৰং কৰা খৰচ প্ৰতি চে.মি.^{2}অত 10 পইচা হয়, তেনেহ'লে শ্বেল্ফটোৰ তলকেইখন মসৃণ আৰু ৰং কৰাৰ মুঠ খৰচ কিমান হ'ব উলিওৱা।



চিত্ৰ ঃ 13.31

* এই অনুশীলনীৰোৰ পৰীক্ষাৰ দৃষ্টিকোণৰ পৰা নহয়।

2. এটা ঘৰৰ চৌহদৰ সন্মুখৰ বেৰখন সৰু অৱলম্বনৰ ওপৰত স্থাপন কৰা 21 চে.মি. ব্যাসৰ কাঠৰ গোলক কিছুমানৰদ্বাৰা সজোৱা হৈছে (চিত্ৰ 13.32 চোৱা)। এই উদ্দেশ্য ব্যৱহাৰ কৰা আঠটা এনে গোলকত ৰূপালী বং কৰিব লাগে। গোলক স্থাপন কৰা প্ৰতিটো অৱলম্বনেই একেটা চুঙা যাৰ ব্যাসাৰ্ধ 1.5 চে.মি. আৰু উচ্চতা 7 চে.মি. আৰু ইহঁতক ক'লা বং লগাব লাগে। যদি ৰূপালী বং কৰাৰ খৰচ প্ৰতি চে.মি.²ত 25 পইচা আৰু ক'লা বং লগোৱাৰ খৰচ প্ৰতি চে.মি.²ত 5 পইচা, তেন্তে ইয়াৰ বাবে লগা বঙৰ দাম নিৰ্ণয় কৰা।



চিত্ৰ : 13.32

3. এটা গোলকৰ ব্যাস 25% কমোৱা হ'ল। শতকৰা কি হাৰত ইয়াৰ বক্ৰ পৃষ্ঠকালি কমি যাব?

13.10 সাৰাংশ (Summary) :

এই অধ্যায়ত তোমালোকে শিকা কথাকেইটা হ'ল—

1. এটা আয়তীয় ঘনকৰ পৃষ্ঠকালি = $2(lb + bh + hl)$
2. এটা ঘনকৰ পৃষ্ঠকালি = $6a^2$
3. এটা চুঙাৰ বক্ৰ পৃষ্ঠকালি = $2\pi rh$
4. এটা চুঙাৰ মুঠ পৃষ্ঠকালি = $2\pi r(r + h)$
5. এটা শংকুৰ বক্ৰ পৃষ্ঠকালি = πrl
6. এটা লম্ব বৃত্তাকাৰ চুঙাৰ মুঠ পৃষ্ঠকালি = $\pi rl + \pi r^2$ বা $\pi r(l + r)$
7. r ব্যাসাৰ্ধৰ এটা গোলকৰ পৃষ্ঠকালি = $4\pi r^2$
8. এটা অৰ্ধগোলকৰ বক্ৰ পৃষ্ঠকালি = $2\pi r^2$
9. এটা অৰ্ধগোলকৰ মুঠ পৃষ্ঠকালি = $3\pi r^2$
10. এটা আয়তীয় ঘনকৰ আয়তন = $l \times b \times h$
11. এটা ঘনকৰ আয়তন = a^3
12. এটা চুঙাৰ আয়তন = $\pi r^2 h$
13. এটা শংকুৰ আয়তন = $\frac{1}{3}\pi r^2 h$
14. r ব্যাসাৰ্ধৰ এটা গোলকৰ আয়তন = $\frac{4}{3}\pi r^3$
15. অৰ্ধগোলক এটাৰ আয়তন = $\frac{2}{3}\pi r^3$

(ইয়াত, l, b, h, a, r, আদি বৰ্ণবোৰ প্ৰসংগক্ৰমে সিহঁতৰ গতানুগতিক অৰ্থতে ব্যৱহাৰ কৰা হৈছে।)