પ્રકરણ 7

અપૂર્ણાંક સંખ્યાઓ

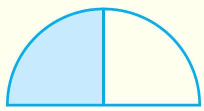
7.1 પ્રાસ્તાવિક

સુભાષ IV અને V ધોરણમાં અપૂર્ણાંકો વિશે શીખ્યો હતો. તેથી જ્યારે શક્ય હોય ત્યારે તે અપૂર્ણાંકોનો ઉપયોગ કરવાનો પ્રયત્ન કરતો હતો. એક પ્રસંગ હતો કે, જ્યારે તે તેનું બપોરનું ભોજન ઘરે ભૂલી ગયો હતો. તેની મિત્ર કોમલે તેને તેના ભોજનનો ભાગ લેવા માટે આમંત્રણ આપ્યું. તેના ભોજનમાં પાંચ પૂરીઓ હતી, તો સુભાષ અને ફરીદા બંનેએ બે પૂરીઓ લીધી. ત્યાર બાદ, ફરીદાએ પાંચમી પૂરીના બે સરખા ભાગ કર્યા અને એમાંથી એક અડધો ભાગ સુભાષને આપ્યો અને ફરીદા પાસે 2 સંપૂર્ણ પૂરીઓ અને એક અડધી પૂરી હતી.

2 સંપૂર્ણ પૂરીઓ + અડધી પૂરી : સુભાષ

2 સંપૂર્ણ પૂરીઓ + અડધી પૂરી : ફરીદા

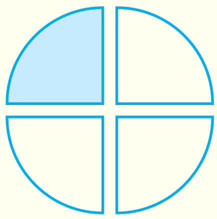
તમને તમારા જીવનની કઈ પરિસ્થિતિમાં અપૂર્ણાંકોનો ઉપયોગ કરવો પડ્યો ?



આકૃતિ 7.1

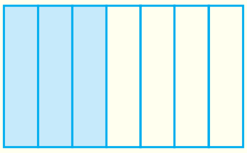
સુભાષ જાણતો હતો કે, અડધાને $\frac{1}{2}$ એમ લખાય. પૂરી ખાતાં તેણે ફરીથી પૂરીને બે ભાગમાં વહેંચી અને ફરીદાને પૂછ્યું, આ ટુકડો સંપૂર્ણ પૂરીનો કયો ભાગ છે ? (આકૃતિ 7.1)

જવાબ આપ્યા વગર ફરીદાએ પણ પોતાની અડધી પૂરીને બે સરખા ભાગોમાં વહેંચી લીધી અને સુભાષના ભાગ સાથે મૂકી દીધી. તેણે કહ્યું કે, આ ચારેય સરખા ભાગો સાથે મળીને એ સંપૂર્ણ બને છે.

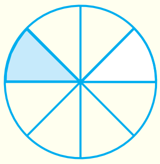


આકૃતિ 7.2

(આકૃતિ 7.2) તો, દરેક સરખા ભાગ એ પૂર્ણ પૂરીનો એક ચતુર્થાંશ ભાગ છે અને આ ચારેય ભાગો મળીને $\frac{4}{4}$ અથવા 1 પૂર્ણ પૂરી બને છે.



આકૃતિ 7.3



આકૃતિ 7.4

જમતી વખતે તેઓ અગાઉ શું શીખી ગયા તેની ચર્ચા કરી. 4 સમાન ભાગોમાંથી 3 ભાગ $\frac{3}{4}$ દર્શાવે છે. તેવી જ રીતે, આપણે એક પૂર્ણને 7 સરખા ભાગોમાં વિભાજિત કરીને 3 ભાગ લઈએ તો $\frac{3}{7}$ મળે છે. (આકૃતિ 7.3) $\frac{1}{8}$ માટે, આપણે એક પૂર્ણને 8 એકસરખા ભાગોમાં વહેંચીને અને એમાંથી એક ભાગ લઈએ છીએ. (આકૃતિ 7.4)

કોમલે કહ્યું કે, આપણે ભણી ગયાં છીએ કે, **અપૂર્ણાંક એ એવી સંખ્યા છે જે એક સમગ્રના ભાગનું પ્રતિનિધિત્વ કરે છે. આ સમગ્ર એ એકલું અથવા સમૂહમાં પણ હોઈ શકે છે.** સુભાષે એ જોયું કે **આ બધા ભાગો એકસરખા હોવા જોઈએ.**

7.2 અપૂર્ણાંકો (Fraction)

ચાલો, ઉપરની ચર્ચા પર ફરીથી વિચાર કરીએ. અપૂર્ણાંકનો અર્થ થાય છે કે સમૂહ અથવા પ્રદેશનો એક ભાગ.

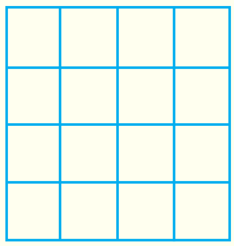
$\frac{5}{12}$ એ અપૂર્ણાંક છે. આપણે એને પાંચ-બારાંશ એમ વાંચીએ છીએ.

'12' શું દર્શાવે છે ? આ સમાન ભાગોની તે સંખ્યા છે, જેમાં એક સંપૂર્ણને વહેંચવામાં આવેલ છે. '5' શું દર્શાવે છે ? આ સમાન ભાગોની તે સંખ્યા છે, જે બધા 12 ભાગોમાંથી લીધેલ છે.

અહીં 5ને અંશ કહેવાય અને 12ને છેદ કહેવાય છે.

$\frac{3}{7}$ નો અંશ અને $\frac{4}{15}$ નો છેદ લખો.

આ રમત રમો :

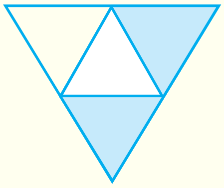


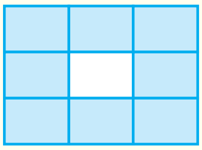
તમે તમારા મિત્રો સાથે આ રમત રમી શકો છો. અહીં દર્શાવેલ ખાનાની ઘણી નકલ કરી લો.

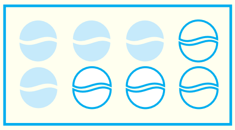
કોઈ અપૂર્ણાંક ધારો, જેમ કે $\frac{1}{2}$. દરેક વિદ્યાર્થી ખાનાનો $\frac{1}{2}$ ભાગને છાયાંકિત કરે.

સ્વાધ્યાય 7.1

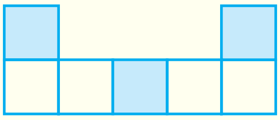
1. છાયાંકિત કરેલ ભાગનો અપૂર્ણાંક લખો :

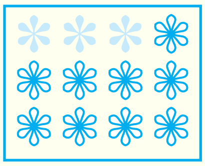

(i)

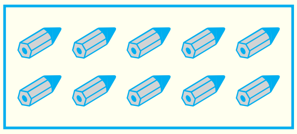

(ii)

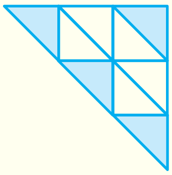

(iii)

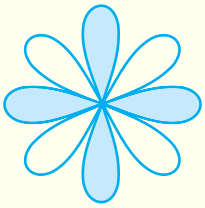
(iv)

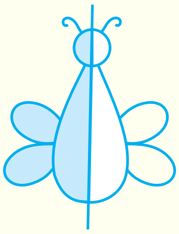

(v)


(vi)

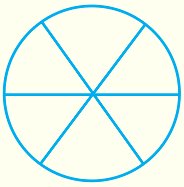

(vii)

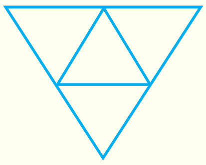

(viii)

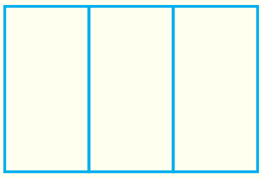

(ix)


(x)

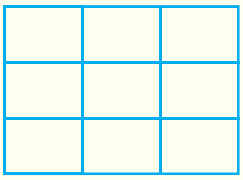
2. આપેલ અપૂર્ણાંક મુજબ રંગ ભરો :


(i) $\frac{1}{6}$

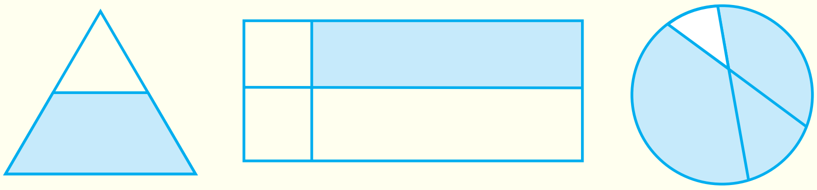

(ii) $\frac{1}{4}$


(iii) $\frac{1}{3}$

(iv) $\frac{3}{4}$


(v) $\frac{4}{9}$

3. જો કોઈ ભૂલ હોય તો ઓળખો :



$\frac{1}{2}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{3}{4}$

4. આઠ કલાક દિવસનો કેટલામો ભાગ છે ?

5. 40 મિનિટ એ કલાકનો કેટલામો ભાગ છે ?

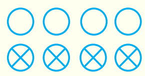
6. આર્યા, અભિમન્યુ અને વિવેક ભોજનના ભાગ પાડે છે. આર્યા બે સેન્ડવિચ લઈ આવે છે. એક શાકભાજીની અને બીજી જામની બનેલી. બીજા બે છોકરાઓ તેમનું ભોજન ભૂલી ગયાં. તે રીતે આર્યા તેની સેન્ડવિચ આપવા માટે તૈયાર થાય છે. કે જેથી દરેક વ્યક્તિને સમાન સેન્ડવિચનો ભાગ આવે.
   (a) આર્યા તેની સેન્ડવિચ કેવી રીતે વહેંચશે જેથી બધાંને એકસમાન ભાગ મળે ?
   (b) દરેક છોકરાને સેન્ડવિચનો કેટલામો ભાગ મળશે ?

7. કંચન કપડાને ડાઈ કરે છે. તે 30 કપડાને ડાઈ કરે છે. તેણે 20 કપડાંને ડાઈ કરી લીધી હતી. તો તેણે કેટલામા ભાગના કપડાને ડાઈ કરી ?

8. 2 થી 12 સુધીની પ્રાકૃતિક સંખ્યાઓ લખો. તેમાના કેટલામા ભાગની અવિભાજ્ય સંખ્યાઓ છે.

9. 102 થી 113 સુધીની પ્રાકૃતિક સંખ્યાઓ લખો. તેમાના કેટલામા ભાગની અવિભાજ્ય સંખ્યાઓ છે.

10. આપેલ વર્તુળ જેમાં X છે, એનો અપૂર્ણાંક શું છે ?



11. ક્રિસ્તિનને તેના જન્મદિન પર સી.ડી. પ્લેયર મળ્યું. તેણીએ 3 CDs ખરીદી હતી અને 5 બીજી ભેટમાં મળી. એના દ્વારા ખરીદી કરેલ સીડીની સંખ્યા અને ભેટમાં મળેલ સીડીની સંખ્યા કુલ સીડીની સંખ્યાનો કયો અપૂર્ણાંક ભાગ છે ?

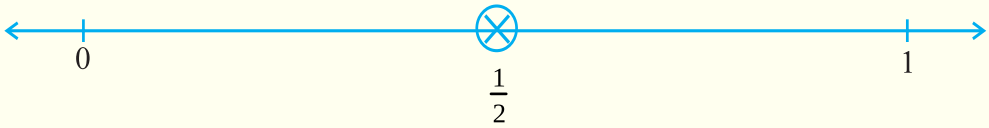
7.3 સંખ્યારેખા પર અપૂર્ણાંક

તમે સંખ્યારેખા પર પૂર્ણ સંખ્યાઓ 0, 1, 2,... દર્શાવતા શીખી ગયાં છો.

આપણે સંખ્યારેખા પર અપૂર્ણાંક પણ દર્શાવી શકીએ. ચાલો, આપણે સંખ્યારેખા દોરીએ અને તેના પર $\frac{1}{2}$ મૂકવાની કોશિશ કરીએ.

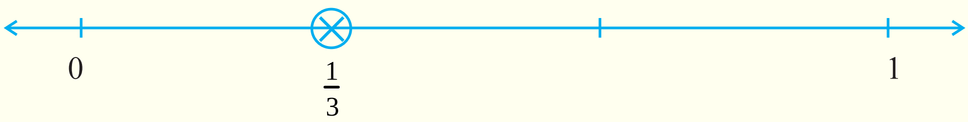
આપણે જાણીએ છીએ કે $\frac{1}{2}$ એ 0 કરતાં મોટો છે અને 1 કરતાં નાનો છે તેથી, તે 0 અને 1ની વચ્ચે આવશે.

તેથી આપણે જોઈએ કે $\frac{1}{2}$ ને આપણે 0 અને 1 વચ્ચેના તફાવતને બે સરખા ભાગોમાં વિભાજિત કરીએ છીએ અને 1 ભાગને આપણે $\frac{1}{2}$ એમ દર્શાવીએ છીએ. (આકૃતિ 7.5માં દર્શાવ્યા મુજબ)



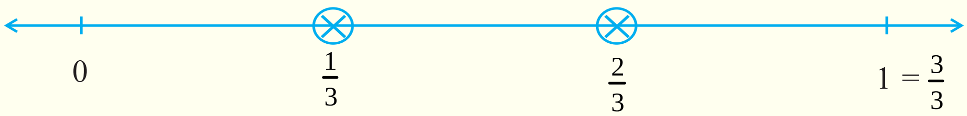
આકૃતિ 7.5

ધારો કે આપણે $\frac{1}{3}$ ને સંખ્યારેખા પર દર્શાવવા છે તો 0 અને 1 વચ્ચેની લંબાઈને કેટલા સમાન ભાગોમાં વિભાજિત કરવી જોઈએ ? આપણે 0 અને 1ની વચ્ચેની લંબાઈને 3 એકસમાન ભાગોમાં વિભાજિત કરીએ અને એક ભાગને $\frac{1}{3}$ વડે દર્શાવીએ છીએ. (જેમ કે, આકૃતિ 7.6માં બતાવ્યા મુજબ)



આકૃતિ 7.6

શું આપણે $\frac{2}{3}$ ને સંખ્યારેખા પર દર્શાવી શકીએ ? દર્શાવ્યા મુજબ $\frac{2}{3}$નો અર્થ થાય છે કે 3 સમાન ભાગોમાંથી 2 ભાગો. (આકૃતિ 7.7)



આકૃતિ 7.7

એવી જ રીતે $\frac{0}{3}$ અને $\frac{3}{3}$ ને તમે સંખ્યારેખા પર કેવી રીતે દર્શાવશો ? $\frac{0}{3}$ એ બિંદુ શૂન્ય છે જ્યારે $\frac{3}{3}$ બિંદુ એ સંપૂર્ણ છે, તે બિંદુ 1 દ્વારા દર્શાવાય છે. (આકૃતિ 7.7માં દર્શાવ્યા મુજબ)

જો હવે આપણને $\frac{3}{7}$ ને સંખ્યારેખા પર દર્શાવવી હોય તો 0 અને 1 વચ્ચેની લંબાઈ તફાવતને કેટલા સમાન ભાગોમાં વહેંચી શકાય ?

જો P એ $\frac{3}{7}$ દર્શાવે તો, 0 અને P વચ્ચે કેટલા સમાન ભાગો હોય ? $\frac{0}{7}$ અને $\frac{7}{7}$ એ ક્યાં હશે ?

પ્રયત્ન કરો.

1. $\frac{3}{5}$ ને સંખ્યારેખા પર બતાવો.
2. $\frac{1}{10}$, $\frac{0}{10}$, $\frac{5}{10}$ અને $\frac{10}{10}$ ને સંખ્યારેખા પર બતાવો.
3. શું તમે 0 અને 1ની વચ્ચે બીજો કોઈ અપૂર્ણાંક દર્શાવી શકો ? તમે દર્શાવી શકો એવી પાંચ અપૂર્ણાંક સંખ્યા લખો અને તેને સંખ્યારેખા પર બતાવો.
4. 0 અને 1 ની વચ્ચે કેટલા અપૂર્ણાંકો આવે છે ? વિચારો, ચર્ચા અને તમારો જવાબ લખો.

7.4 શુદ્ધ અપૂર્ણાંક (Proper fraction)

હવે તમે શીખી ગયાં છો કે અપૂર્ણાંકોને સંખ્યારેખા પર કેવી રીતે દર્શાવાય છે. અલગ-અલગ સંખ્યારેખા પર $\frac{3}{4}, \frac{1}{2}, \frac{9}{10}, \frac{0}{3}$ અને $\frac{5}{8}$ ને દર્શાવો.

શું આમાંથી કોઈ અપૂર્ણાંક 1ની ડાબી બાજુએ છે ?

આ બધા અપૂર્ણાંકો 1ની ડાબી બાજુ આવેલ છે કારણ કે તે 1 કરતાં નાના છે.

હકીકતમાં, અત્યાર સુધી આપણે જે બધા અપૂર્ણાંકો શીખ્યા છીએ તે 1 કરતાં નાના છે. આ **શુદ્ધ અપૂર્ણાંકો** છે. ફરીદાએ જણાવ્યું તે પ્રમાણે (આકૃતિ 7.1) શુદ્ધ અપૂર્ણાંક એ સમગ્ર ભાગનું પ્રતિનિધિત્વ કરે છે. શુદ્ધ અપૂર્ણાંકમાં છેદ એ ભાગની સંખ્યા બતાવે જે સંપૂર્ણ ભાગોથી ભાગવામાં આવેલું હોય અને અંશ એ લીધેલા ભાગની સંખ્યા બતાવે છે. તેથી શુદ્ધ અપૂર્ણાંકમાં અંશ એ હંમેશાં છેદ કરતાં નાનો હોય છે.

પ્રયત્ન કરો.

1. શુદ્ધ અપૂર્ણાંક આપો :
   - (a) જેનો અંશ 5 હોય અને છેદ 7 હોય.
   - (b) જેનો છેદ 9 હોય અને અંશ 5 હોય.
   - (c) અંશ અને છેદમાં 10 સુધી ઉમેરી કેટલા આ પ્રકારના અપૂર્ણાંકો બનાવી શકો ?
   - (d) જેનો છેદ એના અંશ કરતા 4 ગણો વધારે હોય.

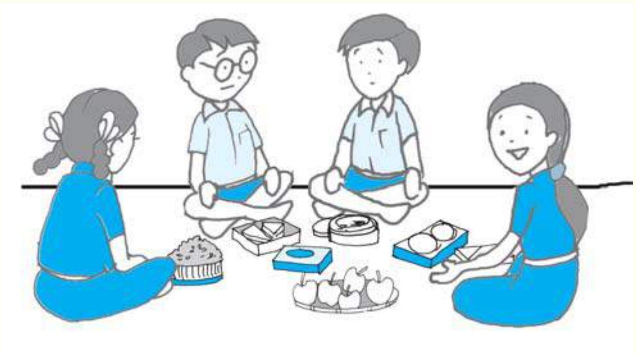
   (કોઈ પણ પાંચ અપૂર્ણાંક આપો. તમે કેટલા બનાવી શકો છો ?)
2. એક અપૂર્ણાંક આપેલ છે. તેને જોઈને તમે કેવી રીતે કહી શકો કે, આ અપૂર્ણાંક -
   - (a) 1 થી નાનો છે ?
   - (b) 1 ને સમાન છે ?
3. કોઈ પણ એકનો ઉપયોગ કરી ખાલી જગ્યા ભરો :

   '>', '<' અથવા '='

   (a) $\frac{1}{2} \square 1$ (b) $\frac{3}{5} \square 1$ (c) $1 \square \frac{7}{8}$ (d) $\frac{4}{4} \square 1$ (e) $\frac{2005}{2005} \square 1$

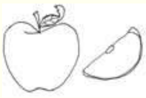
7.5 અશુદ્ધ (Improper) અને મિશ્ર અપૂર્ણાંક (Mixed fraction)

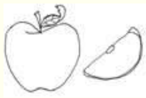
અનઘા, રવિ, રેશમા અને જહૉને ટિફિનમાં હિસ્સો કર્યો. તેમના ભોજનની સાથે તેઓ 5 સફરજન લાવ્યાં. ભોજન લીધા બાદ, ચારેય મિત્રો સફરજન ખાવા માગતા હતા.

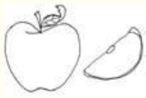


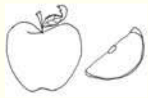
ચારેયની વચ્ચે તેઓ પાંચ સફરજન કેવી રીતે વહેંચશે ?

અનઘાએ કહ્યું, ચાલો, આપણે એક સંપૂર્ણ સફરજન લઈએ અને પાંચમા સફરજનનો ચોથો ભાગ લઈએ.

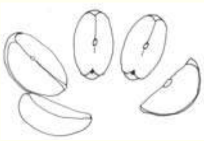

અનઘા

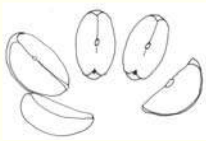

રવિ

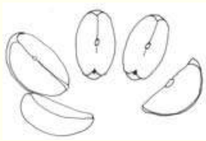

રેશમા

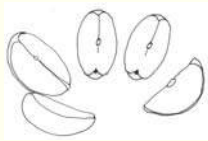

જહૉન

રેશમાએ કહ્યું, તે સારું છે, પણ આપણે એ પણ કરી શકીએ કે દરેક પાંચ સફરજનના 4 સમાન ભાગો કરી અને દરેક સફરજનનો ચોથો ભાગ દરેક લઈએ.


અનઘા


રવિ


રેશમા


જહૉન

રવિએ કહ્યું, બંને રીતે ભાગ પાડીને આપણે એકસમાન ભાગ મેળવી શકીએ. જેમ કે ચોથા ભાગના પાંચ ટુકડા

4 ભાગોથી એક સંપૂર્ણ બને છે તેથી આપણે એમ પણ કરી શકીએ કે દરેકને 1 સંપૂર્ણ અને એક ચોથો ભાગ મળશે. દરેકને મળતા ભાગની કિંમત 5 ને 4 વડે વિભાજિત કરીએ તેટલી થાય.

તેને $5 \div 4$ એમ લખાય ? જહોને કહ્યું હા, $\frac{5}{4}$ લખી શકાય. રેશમાએ ઉમેર્યું કે, $\frac{5}{4}$માં અંશ એ છેદ કરતા મોટો છે જે અપૂર્ણાંકમાં અંશ એ છેદ કરતા મોટો હોય તેને **અશુદ્ધ અપૂર્ણાંક** કહે છે.

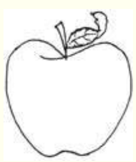
તેથી $\frac{3}{2}$, $\frac{12}{7}$ અને $\frac{18}{5}$ એ બધા અશુદ્ધ અપૂર્ણાંકો કહે છે.

1. છેદમાં 7 હોય તેવા પાંચ અશુદ્ધ અપૂર્ણાંકો લખો.

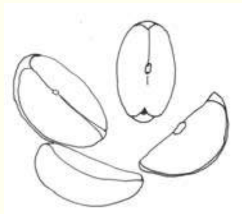
2. અંશમાં 11 હોય તેવા પાંચ અશુદ્ધ અપૂર્ણાંકો લખો.

રવિએ જહૉનને યાદ કરાવ્યું કે ભાગ પાડવાનો બીજો માર્ગ કયો છે ? શું અનઘાએ બતાવેલ યુક્તિ દ્વારા 5 સફરજન વહેંચી શકાય ?

જહૉને સહમત થતાં કહ્યું, હા, અનઘાની યુક્તિ દ્વારા કરી શકીએ. તેણીની યુક્તિ દ્વારા દરેકે એક સંપૂર્ણ અને એક ભાગ વહેંચી લીધો. એટલે $1 + \frac{1}{4}$ અને તેને ટૂંકમાં $1\frac{1}{4}$ લખાય. યાદ રાખો કે $1\frac{1}{4}$ એ $\frac{5}{4}$ બંને સમાન છે.


આ 1 છે.

(પૂર્ણ)

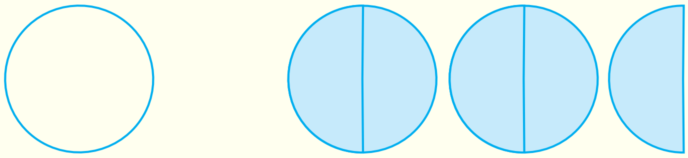

દરેક $\frac{1}{4}$ છે.

(એક ચતુર્થાંશ)

આકૃતિ 7.8

કોમલ દ્વારા ખાવામાં આવેલી પૂરીઓ, ફરીથી યાદ કરો. તેને $2\frac{1}{2}$ પૂરી મળી હતી. (આકૃતિ 7.9)

દા.ત.,



આ 1 છે.   આ $2\frac{1}{2}$ છે.

આકૃતિ 7.9

$2\frac{1}{2}$ માં કેટલા ભાગો છાયાંકિત કરેલા છે ? અહીં 5 ભાગો છાયાંકિત કરેલા છે. તેથી અપૂર્ણાંકને $\frac{5}{2}$ એમ પણ લખી શકાય.

અપૂર્ણાંકો જેવા કે $1\frac{1}{4}$ અને $2\frac{1}{2}$ એને **મિશ્ર અપૂર્ણાંક** કહે છે. મિશ્ર અપૂર્ણાંકમાં એક ભાગ પૂર્ણાંક હોય છે અને બીજો ભાગ અપૂર્ણાંક હોય છે. તમે આવા મિશ્ર અપૂર્ણાંક વિશે જાણો છો ? તેના ઉદાહરણ આપો.

શું તમે જાણો છો ?

ટેનિસ રૅકેટની ગ્રીપની સાઈઝ ઘણી વાર મિશ્ર સંખ્યામાં હોય છે. ઉદાહરણ તરીકે એક સાઈઝ '$3\frac{7}{8}$ ઈંચ' અને બીજી સાઈઝ '$4\frac{3}{8}$ ઈંચ'.

ઉદાહરણ 1 : નીચે આપેલ સંખ્યાને મિશ્ર અપૂર્ણાંકોમાં ફેરવો :

(a) $\frac{17}{4}$ (b) $\frac{11}{3}$ (c) $\frac{27}{5}$ (d) $\frac{7}{3}$

ઉકેલ : (a) $\frac{17}{4}$

$$4\overline{)17}\quad \text{ભાગફળ } 4,\quad 17-16 = 1$$

4 પૂર્ણ અને $\frac{1}{4}$ વધારે અથવા $4\frac{1}{4}$

(b) $\frac{11}{3}$

$$3\overline{)11}\quad \text{ભાગફળ } 3,\quad 11-9 = 2$$

3 પૂર્ણ અને $\frac{2}{3}$ વધારે અથવા $3\frac{2}{3}$

[તેવી જ રીતે, $\frac{11}{3} = \frac{9+2}{3} = \frac{9}{3} + \frac{2}{3} = 3 + \frac{2}{3} = 3\frac{2}{3}$]

તમારી જાતે (c) અને (d)માં બંને પદ્ધતિઓનો ઉપયોગ કરવાનો પ્રયત્ન કરો.

આ રીતે, આપણે અશુદ્ધ અપૂર્ણાંકને એક મિશ્ર સંખ્યાના રૂપમાં દર્શાવી શકીએ. એના માટે આપણે અંશને છેદ દ્વારા ભાગીને ભાગફળ અને શેષ મેળવીએ છીએ. પછી મિશ્ર અપૂર્ણાંકને ભાગફળ $\frac{\text{શેષ}}{\text{ભાજક}}$ એવા સ્વરૂપમાં લખી શકીએ.

ઉદાહરણ 2 : નીચે આપેલ મિશ્ર અપૂર્ણાંકને અશુદ્ધ અપૂર્ણાંકમાં દર્શાવો :

(a) $2\frac{3}{4}$ (b) $7\frac{1}{9}$ (c) $5\frac{3}{7}$

ઉકેલ : (a) $2\frac{3}{4} = 2 + \frac{3}{4} = \frac{2 \times 4}{4} + \frac{3}{4} = \frac{11}{4}$

(b) $7\frac{1}{9} = \frac{(7 \times 9) + 1}{9} = \frac{64}{9}$

(c) $5\frac{3}{7} = \frac{(5 \times 7) + 3}{7} = \frac{38}{7}$

તેથી આપણે મિશ્ર અપૂર્ણાંકને અશુદ્ધ અપૂર્ણાંકમાં દર્શાવવા માટે

$$\frac{(\text{પૂર્ણ} \times \text{છેદ}) + \text{અંશ}}{\text{છેદ}}$$

સ્વાધ્યાય 7.2

1. સંખ્યારેખા દોરો અને તેનાં પર બિંદુઓ દર્શાવો :

   (a) $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{3}{4}, \frac{4}{4}$ (b) $\frac{1}{8}, \frac{2}{8}, \frac{3}{8}, \frac{7}{8}$ (c) $\frac{2}{5}, \frac{3}{5}, \frac{8}{5}, \frac{4}{5}$

2. નીચે આપેલાને મિશ્ર અપૂર્ણાંક સ્વરૂપમાં દર્શાવો :

   (a) $\frac{20}{3}$ (b) $\frac{11}{5}$ (c) $\frac{17}{7}$

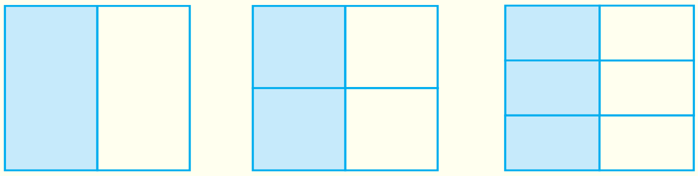
   (d) $\frac{28}{5}$ (e) $\frac{19}{6}$ (f) $\frac{35}{9}$

3. નીચે આપેલાને અશુદ્ધ અપૂર્ણાઁક સ્વરૂપમાં દર્શાવો :

   (a) $7\frac{3}{4}$ (b) $5\frac{6}{7}$ (c) $2\frac{5}{6}$ (d) $10\frac{3}{5}$ (e) $9\frac{3}{7}$ (f) $8\frac{4}{9}$

7.6 સમઅપૂર્ણાંક (Equivalent Fraction)

અપૂર્ણાંકની આપેલ તમામ રજૂઆતને જુઓ. (આકૃતિ 7.10)

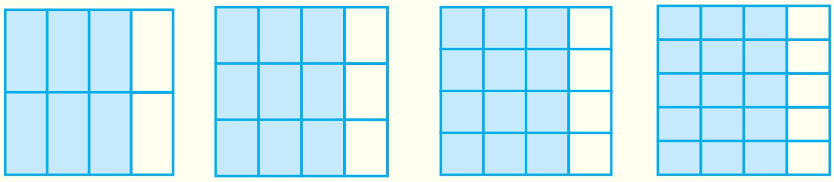


આકૃતિ 7.10

આ અપૂર્ણાંકો $\frac{1}{2}, \frac{2}{4}, \frac{3}{6}$ જે કુલ ભાગમાંથી લીધેલા ભાગને દર્શાવે છે. જો આપણે આ અપૂર્ણાંકોનાં ચિત્રોને એકબીજાં પર મૂકવામાં આવે, તો તે સમાન થશે. શું તમે એનાથી સહમત છો ?

પ્રયત્ન કરો.

1. શું $\frac{1}{3}$ અને $\frac{2}{7}$; $\frac{2}{5}$ અને $\frac{2}{7}$; $\frac{2}{9}$ અને $\frac{6}{27}$ સમાન છે ? કારણ આપો.
2. ચાર સમાન અપૂર્ણાંકોનાં ઉદાહરણો આપો.
3. દરેક અપૂર્ણાંકને ઓળખો. શું આ અપૂર્ણાંકો સમાન છે ?



આ અપૂર્ણાંકને **સમઅપૂર્ણાંક** કહે છે. એવા 3 બીજા અપૂર્ણાંક કહો. જે ઉપર આપેલા અપૂર્ણાંકો જેવા સમાન છે.

સમઅપૂર્ણાંકની સમજ :

$\frac{1}{2}, \frac{2}{4}, \frac{3}{6}, \ldots, \frac{36}{72} \ldots$, સમઅપૂર્ણાંક છે. તેઓ સંપૂર્ણના સમાન ભાગ દર્શાવે છે.

આપણે કઈ રીતે એક અપૂર્ણાંકને બીજા અપૂર્ણાંકમાંથી મેળવી શકીએ ?

આપણે નોંધ્યું $\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{1 \times 2}{2 \times 2}$

તેવી જ રીતે, $\frac{1}{2} = \frac{3}{6} = \frac{1 \times 3}{2 \times 3} = \frac{1}{2}$

$\frac{1}{2} = \frac{4}{8} = \frac{1 \times 4}{2 \times 4}$

આપેલ અપૂર્ણાંકના સમઅપૂર્ણાંક શોધવા માટે, આપેલા અપૂર્ણાંકના અંશ અને છેદનો ગુણાકાર સમાન સંખ્યા દ્વારા કરવામાં આવે છે.

રજનીએ કહ્યું કે, $\frac{1}{3}$ નો સમઅપૂર્ણાંક એ,

$\frac{1\times 2}{3\times 2} = \frac{2}{6}$; $\frac{1\times 3}{3\times 3} = \frac{3}{9}$; $\frac{1\times 4}{3\times 4} = \frac{4}{12}$ અને બીજા વધારે,

તમે તેની સાથે સહમત છો ? સમજાવો.

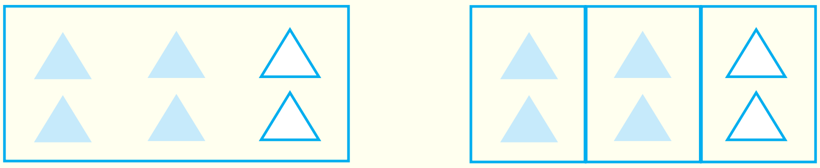
પ્રયત્ન કરો.

1. નીચે આપેલામાંથી દરેકના પાંચ સમઅપૂર્ણાંકો શોધો :

(i) $\frac{2}{3}$ (ii) $\frac{1}{5}$ (iii) $\frac{3}{5}$ (iv) $\frac{5}{9}$

બીજી રીત

સમઅપૂર્ણાંક મેળવવાનો શું કોઈ બીજો રસ્તો છે ? આકૃતિ 7.11 જુઓ.



$\frac{4}{6}$ ભાગ છાયાંકિત કરેલ છે. $\frac{2}{3}$ ભાગ છાયાંકિત કરેલ છે.

આકૃતિ 7.11

તેમાં સમાન છાયાંકિત કરેલી સંખ્યાનો સમાવેશ થાય છે. દા.ત., $\frac{4}{6} = \frac{2}{3} = \frac{4\div 2}{6\div 2}$

સમઅપૂર્ણાંક શોધવા માટે, આપણે બંને અંશ અને છેદને સરખી સંખ્યા વડે ભાગવું પડે.

એક સમઅપૂર્ણાંક $\frac{12}{15}$ નો $\frac{12\div 3}{15\div 3} = \frac{4}{5}$ છે.

શું તમે, $\frac{9}{15}$ નો સમઅપૂર્ણાંક શોધી શકો, જેનો છેદ 5 હોય ?

ઉદાહરણ 3 : $\frac{2}{5}$ નો સમઅપૂર્ણાંક શોધો જેનો અંશ 6 હોય.

ઉકેલ : આપણે જાણીએ છીએ $2 \times 3 = 6$ એનો અર્થ એ થાય છે કે, સમઅપૂર્ણાંક મેળવવા માટે બંને અંશ અને છેદને 3 વડે ગુણાકાર કરવો પડે.

તેથી, $\frac{2}{5} = \frac{2 \times 3}{5 \times 3} = \frac{6}{15}$; $\frac{6}{15}$ એ માગેલ સમઅપૂર્ણાંક છે.

શું તમે એને ચિત્રનાં રૂપમાં દર્શાવી શકો છો ?

ઉદાહરણ 4 : $\frac{15}{35}$નો સમઅપૂર્ણાંક શોધો, જેનો છેદ 7 હોય.

ઉકેલ : આપણી પાસે $\frac{15}{35} = \frac{\square}{7}$

આપણે છેદને જોતાં શોધીએ કે $35 \div 5 = 7$. તેથી, આપણે $\frac{15}{35}$ના અંશને પણ 5 વડે ભાગીશું.

તેથી, $\frac{15}{35} = \frac{15 \div 5}{35 \div 5} = \frac{3}{7}$

એક રસપ્રદ હકીકત :

અપૂર્ણાંક વિશે એક ખૂબ રસપ્રદ વાત છે. તેના માટે આપેલા કોષ્ટકને પૂર્ણ કરો. પહેલાંની બે હરોળ તમારા માટે પૂર્ણ કરેલી છે.

સમઅપૂર્ણાંક	પહેલી સંખ્યાનો અંશ અને બીજી સંખ્યાના છેદનો ગુણાકાર	બીજી સંખ્યાનો અંશ અને પહેલી સંખ્યાના છેદનો ગુણાકાર	શું ગુણાકાર સમાન છે ?
$\frac{1}{3} = \frac{3}{9}$	$1 \times 9 = 9$	$3 \times 3 = 9$	હા
$\frac{4}{5} = \frac{28}{35}$	$4 \times 35 = 140$	$5 \times 28 = 140$	હા
$\frac{1}{4} = \frac{4}{16}$			
$\frac{2}{3} = \frac{10}{15}$			
$\frac{3}{7} = \frac{24}{56}$			

આપણે શું સમજી શકીએ ? અહીં પહેલી સંખ્યાનો અંશ અને બીજી સંખ્યાના છેદનો ગુણાકાર અને બીજી સંખ્યાનો અંશ અને પહેલી સંખ્યાના છેદનો ગુણાકાર સમાન છે. આ બંને ગુણાકારને ચોકડી ગુણાકાર કહે છે. બીજી સમાન અપૂર્ણાંકની જોડ માટે ચોકડી ગુણાકાર કરો. શું તમે અપૂર્ણાંકની એવી કોઈ જોડ શોધી શકો, જેનો ચોકડી ગુણાકાર સમાન ન હોય ? આ નિયમ સમાન અપૂર્ણાંક શોધવામાં મદદરૂપ થઈ શકે.

ઉદાહરણ 5 : $\frac{2}{9}$નો સમઅપૂર્ણાંક શોધો, જેના છેદમાં 63 હોય.

ઉકેલ : આપણી પાસે $\frac{2}{9} = \frac{\square}{63}$

આ માટે, આપણી પાસે $9 \times \square = 2 \times 63$

પણ $63 = 7 \times 9$ તો $9 \times \square = 2 \times 7 \times 9 = 14 \times 9 = 9 \times 14$

અથવા $9 \times \square = 9 \times 14$

તુલના કરતાં, $\square = 14$ તેથી $\frac{2}{9} = \frac{14}{63}$.

7.7 અપૂર્ણાંકોનું અતિસંક્ષિપ્ત સ્વરૂપ (Simplest Form of a Fraction)

$\frac{36}{54}$ આપેલ અપૂર્ણાંક છે. ચાલો, આનો સમઅપૂર્ણાંક મેળવવાનો પ્રયત્ન કરીએ, જેના અંશ અને છેદમાં 1 સિવાય કોઈ સામાન્ય અવયવ ન હોય.

આપણે એવું કેવી રીતે કરીશું ? આપણે જોયું કે 36 અને 54 બંનેને 2 વડે ભાગી શકાય છે.

$$\frac{36}{54} = \frac{36 \div 2}{54 \div 2} = \frac{18}{27}$$

પણ 18 અને 27માં પણ એક સિવાય અન્ય સામાન્ય અવયવો છે.

સામાન્ય અવયવો 1, 3, 9 છે તેમાં મોટામાં મોટો 9 છે.

તેથી, $\frac{18}{27} = \frac{18 \div 9}{27 \div 9} = \frac{2}{3}$

હવે, 2 અને 3નો 1 સિવાય કોઈ પણ સામાન્ય અવયવ નથી. તેથી આપણે કહી શકીએ કે, અપૂર્ણાંક $\frac{2}{3}$ એ અતિસંક્ષિપ્ત સ્વરૂપ છે.

એક અપૂર્ણાંક અતિસંક્ષિપ્ત (અથવા ન્યૂનતમ) સ્વરૂપમાં ત્યારે કહેવાય, જ્યારે એના અંશ અને છેદમાં 1 સિવાય અન્ય કોઈ બીજા સામાન્ય અવયવ ન હોય.

ટૂંકામાં ટૂંકો રસ્તો

સરળ સ્વરૂપમાં સમઅપૂર્ણાંક શોધવાનો ટૂંકો રસ્તો એ છે કે આપેલ અપૂર્ણાંકનો અંશ અને છેદનો ગુ.સા.અ. શોધવો અને પછી અંશ અને છેદ બંનેને ગુ.સા.અ. થી ભાગાકાર કરો.

રમત

અહીં આપેલ સમઅપૂર્ણાંક રસપ્રદ છે. દરેકમાં 1 થી 9 સુધીના અંકોનો એકવાર ઉપયોગ કર્યો છે.

$$\frac{2}{6} = \frac{3}{9} = \frac{58}{174}$$

$$\frac{2}{4} = \frac{3}{6} = \frac{79}{158}$$

તમે આવા બે વધુ સમઅપૂર્ણાંકો શોધવાનો પ્રયત્ન કરો.

$\frac{36}{24}$ વિશે વિચારો.

36 અને 24નો ગુ.સા.અ. 12 છે.

તેથી, $\frac{36}{24} = \frac{36 \div 12}{24 \div 12} = \frac{3}{2}$ અપૂર્ણાંક $\frac{3}{2}$ એ અતિસંક્ષિપ્ત સ્વરૂપ છે.

તેથી, ગુ.સા.અ. એ અપૂર્ણાંકના અતિસંક્ષિપ્ત સ્વરૂપ મેળવવામાં મદદરૂપ થાય છે.

પ્રયત્ન કરો.

1. અતિસંક્ષિપ્ત સ્વરૂપ લખો :

(i) $\frac{15}{75}$ (ii) $\frac{16}{72}$

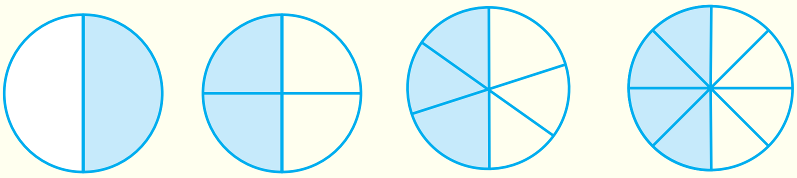
(iii) $\frac{17}{51}$ (iv) $\frac{42}{28}$ (v) $\frac{80}{24}$

2. શું $\frac{49}{64}$ એ તેના અતિસંક્ષિપ્ત સ્વરૂપમાં આપો.

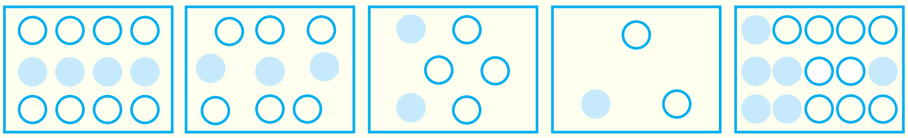
સ્વાધ્યાય 7.3

1. અપૂર્ણાંક સ્વરૂપે લખો. શું આ બધા સમઅપૂર્ણાંક છે ?

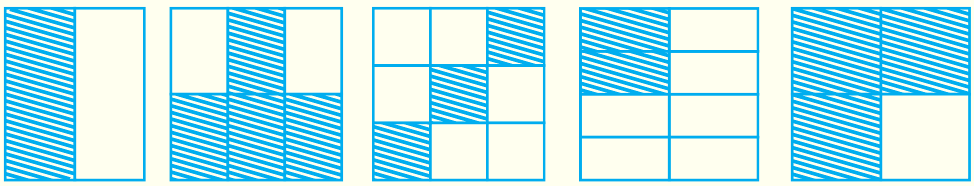
(a)



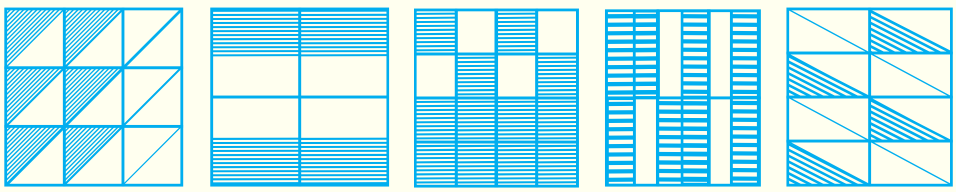
(b)



2. અપૂર્ણાંક લખો અને દરેક હરોળની સમઅપૂર્ણાંકની જોડ લખો.



(a) (b) (c) (d) (e)



(i) (ii) (iii) (iv) (v)

3. નીચે આપેલા દરેકના $\square$માં સાચી સંખ્યા મૂકો :

(a) $\frac{2}{7} = \frac{8}{\square}$ (b) $\frac{5}{8} = \frac{10}{\square}$ (c) $\frac{3}{5} = \frac{\square}{20}$ (d) $\frac{45}{60} = \frac{15}{\square}$ (e) $\frac{18}{24} = \frac{\square}{4}$

4. $\frac{3}{5}$નો સમઅપૂર્ણાંક શોધો. જેનો -

(a) છેદ 20 (b) અંશ 9

(c) છેદ 30 (d) અંશ 27

5. $\frac{36}{48}$ નો સમઅપૂર્ણાંક શોધો. કે જેનો

(a) અંશ 9 (b) છેદ 4

6. આપેલ અપૂર્ણાંક સમાન છે કે નથી, એ ચકાસો.

(a) $\frac{5}{9}, \frac{30}{54}$ (b) $\frac{3}{10}, \frac{12}{50}$ (c) $\frac{7}{13}, \frac{5}{11}$

7. નીચે આપેલા અપૂર્ણાંકને તેના અતિસંક્ષિપ્ત સ્વરૂપમાં ફેરવો :

(a) $\frac{48}{60}$ (b) $\frac{150}{60}$ (c) $\frac{84}{98}$ (d) $\frac{12}{52}$ (e) $\frac{7}{28}$

8. રમેશ પાસે 20 પેન્સિલ છે. શીલુ પાસે 50 પેન્સિલ છે. જમાલ પાસે 80 પેન્સિલ છે. 4 મહિના પછી રમેશે 10 પેન્સિલનો ઉપયોગ કરી લીધો. શીલુએ 25 પેન્સિલનો અને જમાલે 40 પેન્સિલનો ઉપયોગ કર્યો. દરેકે કેટલામા ભાગનો ઉપયોગ કર્યો ? ચકાસો તેઓએ પેન્સિલનો સરખા ભાગનો ઉપયોગ કર્યો ?

9. સમઅપૂર્ણાંકોની જોડ બનાવો અને દરેકના બીજાં બે ઉદાહરણ લખો :

(i) $\frac{250}{400}$ (a) $\frac{2}{3}$

(ii) $\frac{180}{200}$ (b) $\frac{2}{5}$

(iii) $\frac{660}{990}$ (c) $\frac{1}{2}$

(iv) $\frac{180}{360}$ (d) $\frac{5}{8}$

(v) $\frac{220}{550}$ (e) $\frac{9}{10}$

7.8 સમચ્છેદી અપૂર્ણાંક (Like Fraction)

જે અપૂર્ણાંકના છેદ સમાન હોય તેવા અપૂર્ણાંકને **સમચ્છેદી અપૂર્ણાંક** કહે છે.

તેથી $\frac{1}{15}, \frac{2}{15}, \frac{3}{15}, \frac{8}{15}$ બધા જ સમચ્છેદી અપૂર્ણાંકો છે. શું $\frac{7}{27}$ અને $\frac{7}{28}$ સમચ્છેદી અપૂર્ણાંકો છે ?

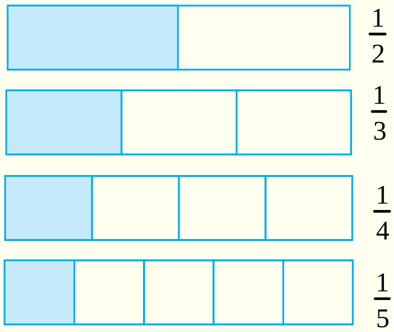
તેઓના છેદ અલગ છે, તેથી તેઓ સમચ્છેદી અપૂર્ણાંકો નથી. તેમને **વિષમચ્છેદી અપૂર્ણાંક (Unlike fractions)** કહેવાય છે.

સમચ્છેદી અપૂર્ણાંકની પાંચ જોડ તથા વિષમચ્છેદી અપૂર્ણાંકની પાંચ જોડ લખો.

7.9 અપૂર્ણાંકોની તુલના

સોહાની પાસે એની થાળીમાં $3\frac{1}{2}$ રોટલી છે અને રીટા પાસે એની થાળીમાં $2\frac{3}{4}$ રોટલી છે, તો કોની થાળીમાં વધુ રોટલીઓ છે ? સ્પષ્ટપણે કહી શકાય કે સોહાની પાસે 3 થી વધુ રોટલી છે અને રીટા પાસે 3 થી ઓછી રોટલી છે. તેથી સોહાની પાસે વધુ રોટલીઓ છે.

આકૃતિ 7.12માં દર્શાવેલ $\frac{1}{2}$ અને $\frac{1}{3}$ને ધ્યાનમાં લો.



આકૃતિ 7.12

તેથી $\frac{1}{2}$ એ $\frac{1}{3}$ કરતાં મોટો અપૂર્ણાંક છે.

આપેલા બંને અપૂર્ણાંકની જોડમાંથી કયો અપૂર્ણાંક મોટો છે તે દરેક વખતે સરળતાથી કહી શકાય નહિ. ઉદાહરણ તરીકે, $\frac{1}{4}$ અને $\frac{3}{10}$માં કઈ સંખ્યા મોટી છે ? આ માટે આકૃતિ 7.12માં અપૂર્ણાંક દર્શાવવાનો પ્રયત્ન કર્યો છે પરંતુ છેદમાં 13 હોય તો આકૃતિ દોરવી સરળ નથી. તેથી આપણે અપૂર્ણાંકોની સરખામણી કરવા માટે એક વ્યવસ્થિત પ્રક્રિયા કરવી જોઈએ. સમચ્છેદી અપૂર્ણાંકોને સરખાવવા વધુ સરળ છે. આપણે પહેલાં તે કરીશું.

પ્રયત્ન કરો.

1. તમે એક બોટલ લો. એમાં $\frac{1}{5}$ ભાગનું જ્યૂસ લો અને તમારી બહેનને પણ એક બોટલ આપો તથા તેમાં $\frac{1}{3}$ ભાગનું જ્યૂસ લો. હવે, બંને બોટલ સમાન હોય તો તમારા બંનેમાં કોનું જ્યૂસ વધારે કહેવાય ?

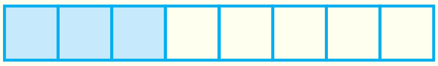
7.9.1 સમચ્છેદી અપૂર્ણાંકોની સરખામણી

સમચ્છેદી અપૂર્ણાંકો એવા હોય છે જેમના છેદ સરખા હોય છે.

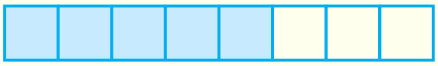
નીચેનામાંથી કયા અપૂર્ણાંકો સમચ્છેદી છે ?

$\frac{2}{5}, \frac{3}{4}, \frac{1}{5}, \frac{7}{2}, \frac{3}{5}, \frac{4}{5}, \frac{4}{7}$

હવે, $\frac{3}{8}$ અને $\frac{5}{8}$ આ બંને અપૂર્ણાંકોની સરખામણી કરીએ :



$\frac{3}{8}$



$\frac{5}{8}$

આ બંને અપૂર્ણાંકમાં આખા ભાગને 8 સરખા ભાગમાં વહેંચવામાં આવે છે. $\frac{3}{8}$ અને $\frac{5}{8}$ માટે આપણે આ સરખા 8 ભાગમાંથી અનુક્રમે 3 અને 5 ભાગ લઈએ છીએ. દેખીતું છે કે 8 સરખા ભાગમાંથી 5 ભાગ એ 3 ભાગની સરખામણીએ વધુ છે. તેથી $\frac{5}{8} > \frac{3}{8}$. હવે બંને સંખ્યાઓના અંશ અલગ છે અને છેદ સરખા છે. છેદ સરખા હોવાના કારણે મોટો અંશ એ મોટો અપૂર્ણાંક કહેવાય. આમ $\frac{4}{5}$ અને $\frac{3}{5}$ માં $\frac{4}{5}$ એ મોટો અપૂર્ણાંક છે. એ જ રીતે $\frac{11}{20}$ અને $\frac{13}{20}$ માં $\frac{13}{20}$ મોટો અપૂર્ણાંક છે.

પ્રયત્ન કરો.

1. નીચેનામાંથી કયો મોટો અપૂર્ણાંક છે ?

   (i) $\frac{7}{10}$ કે $\frac{8}{10}$ (ii) $\frac{11}{24}$ કે $\frac{13}{24}$ (iii) $\frac{17}{102}$ કે $\frac{12}{102}$

   શા માટે આ સરખામણી સરળ છે ?

2. નીચેના અપૂર્ણાંકોને ચડતા અને ઊતરતા ક્રમમાં ગોઠવો :

   (a) $\frac{1}{8}, \frac{5}{8}, \frac{3}{8}$ (b) $\frac{1}{5}, \frac{11}{5}, \frac{4}{5}, \frac{3}{5}, \frac{7}{5}$ (c) $\frac{1}{7}, \frac{3}{7}, \frac{13}{7}, \frac{11}{7}, \frac{7}{7}$

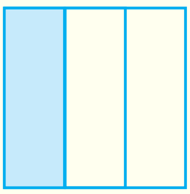
7.9.2 વિષમચ્છેદી અપૂર્ણાંકો (Unlike fraction) ની સરખામણી

જો બે વિષમચ્છેદી અપૂર્ણાંકો હોય તો તેમના છેદ અલગ-અલગ હોય છે. ઉદાહરણ તરીકે $\frac{1}{3}$ અને $\frac{1}{5}$ એ વિષમચ્છેદી અપૂર્ણાંક છે. બીજું જોઈએ તો $\frac{2}{3}$ અને $\frac{3}{5}$.

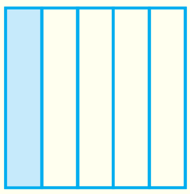
સરખા અંશવાળા વિષમચ્છેદી અપૂર્ણાંક : જેમના અંશ સરખા છે તેવા વિષમચ્છેદી અપૂર્ણાંક $\frac{1}{3}$ અને $\frac{1}{5}$ ની જોડને ધ્યાનમાં લેતાં,

કઈ સંખ્યા મોટી છે $\frac{1}{3}$ કે $\frac{1}{5}$?

$\frac{1}{3}$



$\frac{1}{5}$



$\frac{1}{3}$માં આપણે આખા ભાગને 3 એકસરખા ભાગમાં વહેંચ્યા છે. $\frac{1}{5}$માં આખા ભાગને 5 સરખા ભાગમાં વહેંચવામાં આવેલ છે. સરખા ભાગ કરતાં આપણને $\frac{1}{3}$ ભાગ એ $\frac{1}{5}$ ભાગ કરતાં મોટો મળે છે અને તેથી $\frac{1}{3} > \frac{1}{5}$. આમ $\frac{1}{3}$ એ $\frac{1}{5}$ કરતાં મોટો અપૂર્ણાંક છે.

એ જ રીતે આપણે કહી શકીએ $\frac{2}{3} > \frac{2}{5}$. આ અપૂર્ણાંક ઉપરની જેમ જ સરખા અંશ અને અલગ-અલગ છેદ ધરાવે છે. આ સરખા અપૂર્ણાંકોમાં $\frac{2}{3}$ એ $\frac{2}{5}$ કરતાં મોટો અપૂર્ણાંક છે, તેથી સમગ્રનો $\frac{2}{3}$ ભાગ એ સમગ્રના $\frac{2}{5}$ ભાગ કરતા મોટો છે. તેથી $\frac{2}{3} > \frac{2}{5}$ છે.

આપણે ઉપરનાં ઉદાહરણો જોયાં. એમાં જો બે અપૂર્ણાંકોનો અંશ સરખો હોય અને તેમાં જે અપૂર્ણાંકનો છેદ નાનો હોય તે અપૂર્ણાંક મોટો કહેવાય.

આમ, $\frac{1}{8} > \frac{1}{10}$, $\frac{3}{5} > \frac{3}{7}$, $\frac{4}{9} > \frac{4}{11}$

હવે આપેલ સંખ્યા $\frac{2}{1}$, $\frac{2}{13}$, $\frac{2}{9}$, $\frac{2}{5}$, $\frac{2}{7}$ ને ચડતા ક્રમમાં ગોઠવતાં આ બધા વિષમચ્છેદી અપૂર્ણાંકો છે, પરંતુ તેમનો અંશ સમાન છે. આમ, અમુક અપૂર્ણાંકોમાં મોટો છેદ એ નાનો અપૂર્ણાંક બને છે. $\frac{2}{13}$ એ મોટો છેદ ધરાવતો હોવા છતાં નાનો અપૂર્ણાંક છે. હવે ચડતા ક્રમ પ્રમાણે બાકીના ત્રણ અપૂર્ણાંકોના ક્રમ $\frac{2}{9}$, $\frac{2}{7}$, $\frac{2}{5}$ આ પ્રમાણે છે. સૌથી મોટો અપૂર્ણાંક $\frac{2}{1}$ છે. તે સૌથી નાના છેદવાળો છે. હવે ચડતા ક્રમ પ્રમાણે જોઈએ, તો અપૂર્ણાંકો નીચે મુજબ ગોઠવાય, તેથી $\frac{2}{13}$, $\frac{2}{9}$, $\frac{2}{7}$, $\frac{2}{5}$, $\frac{2}{1}$ છે.

પ્રયત્ન કરો.

1. નીચેના અપૂર્ણાંકોને ચડતા અને ઊતરતા ક્રમમાં ગોઠવો :

   (a) $\frac{1}{12}, \frac{1}{23}, \frac{1}{5}, \frac{1}{7}, \frac{1}{50}, \frac{1}{9}, \frac{1}{17}$

   (b) $\frac{3}{7}, \frac{3}{11}, \frac{3}{5}, \frac{3}{2}, \frac{3}{13}, \frac{3}{4}, \frac{3}{17}$

   (c) હવે, ત્રણ વધુ ઉદાહરણો લખો અને તેમને ચડતા અને ઊતરતા ક્રમમાં ગોઠવો.

ધારો કે આપણે $\frac{2}{3}$ અને $\frac{3}{4}$ ની સરખામણી કરતાં તેમના અંશ અને છેદ બંને અલગ છે. આપણે જાણીએ છીએ કે સરખા છેદ ધરાવતા સમચ્છેદી અપૂર્ણાંકની સરખામણી કેવી રીતે કરવી જોઈએ તે આપણે જાણીએ છીએ. જેમના અપૂર્ણાંકો સરખા છેદ ન ધરાવતા હોય તો સૌપ્રથમ આપણે તેમના છેદને બદલીને સરખા કરવાના પ્રયત્ન કરવા જોઈએ, જેથી તેમના છેદ સરખા થાય અને એ માટે આપણે સમઅપૂર્ણાંકો મેળવવાની રીત આગળ શીખી ગયાં છીએ. આ રીતનો ઉપયોગ કરીને આપણે અપૂર્ણાંકોની સંખ્યામાં ફેરફાર કર્યા વગર તેમના છેદ બદલી શકાય છે.

ચાલો, હવે $\frac{2}{3}$ અને $\frac{3}{4}$ ના સમાન અપૂર્ણાંક શોધીએ $\frac{2}{3}$ અને $\frac{3}{4}$ માં,

$\frac{2}{3} = \frac{4}{6} = \frac{6}{9} = \frac{8}{12} = \frac{10}{15} =$.... એ જ રીતે $\frac{3}{4} = \frac{6}{8} = \frac{9}{12} = \frac{12}{16} =$ ....

$\frac{2}{3}$ અને $\frac{3}{4}$ અપૂર્ણાંકોના સમાન 12 છેદવાળા સમઅપૂર્ણાંકો ક્રમશઃ $\frac{8}{12}$ અને $\frac{9}{12}$ થાય.

દા.ત., $\frac{2}{3} = \frac{8}{12}$ અને $\frac{3}{4} = \frac{9}{12}$

તેથી, $\frac{9}{12} > \frac{8}{12}$ તેથી $\frac{3}{4} > \frac{2}{3}$.

ઉદાહરણ 6 : $\frac{4}{5}$ અને $\frac{5}{6}$ ની સરખામણી કરો.

ઉકેલ : અહીં આ અપૂર્ણાંકો વિષમચ્છેદી અપૂર્ણાંકો છે અને તેના અંશો પણ અલગ-અલગ છે. હવે તેમના સમાન અપૂર્ણાંક નીચે મુજબ છે :

$\frac{4}{5} = \frac{8}{10} = \frac{12}{15} = \frac{16}{20} = \frac{20}{25} = \frac{24}{30} = \frac{28}{35} =$ ....

અને $\frac{5}{6} = \frac{10}{12} = \frac{15}{18} = \frac{20}{24} = \frac{25}{30} = \frac{30}{36} =$ ....

સરખા છેદવાળા સમઅપૂર્ણાંકો લેતા.

$\frac{4}{5} = \frac{24}{30}$ અને $\frac{5}{6} = \frac{25}{30}$

જ્યાં, $\frac{25}{30} > \frac{24}{30}$ તેથી $\frac{5}{6} > \frac{4}{5}$

જુઓ, આ અપૂર્ણાંકમાં સરખા છેદવાળા અપૂર્ણાંકોનો છેદ 30 છે. જેને 5 × 6 રીતે લખાય છે. 5 અને 6 એ સરખા ગુણાકારિત છેદ છે. તેથી જ્યારે આપણે વિષમચ્છેદી અપૂર્ણાંકોની સરખામણી કરીએ, ત્યારે અંશ અને છેદને સમાન સંખ્યા વડે ગુણીને બંને સંખ્યાના છેદ સમાન લાવીએ છીએ.

ઉદાહરણ 7 : $\frac{5}{6}$ અને $\frac{13}{15}$ સરખાવો.

ઉકેલ : આ વિષમચ્છેદી અપૂર્ણાંકો છે. તેમને સમચ્છેદી અપૂર્ણાંકો બનાવવા માટે સૌપ્રથમ આપણે તેના છેદને ગુણાકાર કરી સરખો કરવા 6 અને 15નો લ.સા.અ. પણ લેવો પડે છે.

હવે, $\frac{5\times5}{6\times5} = \frac{25}{30}, \frac{13\times2}{15\times2} = \frac{26}{30}$

જેથી $\frac{26}{30} > \frac{25}{30}$ આપણી પાસે $\frac{13}{15} > \frac{5}{6}$ મળે છે.

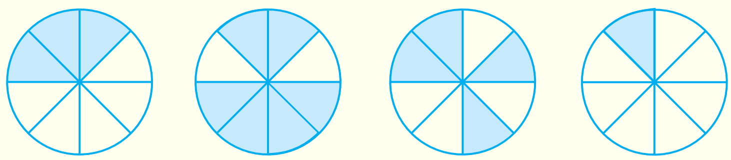
શા માટે લ.સા.અ. ?

6 અને 15નો ગુણાકાર 90 થાય છે. તે દેખીતું છે કે 90 એ 6 અને 15નો સામાન્ય અવયવી છે. આપણે 30ને બદલે 90 લઈએ તો પણ ખોટું નથી. પરંતુ આપણે જાણીએ છીએ કે નાના અંકોથી કામ કરવું વધારે સરળ અને સગવડભર્યું છે. તેથી સામાન્ય અવયવી શક્ય તેટલો નાનો હોવો જોઈએ. તેથી સમાન છેદ તરીકે અપૂર્ણાંકમાં છેદ લ.સા.અ.ને લેવામાં આવે છે.

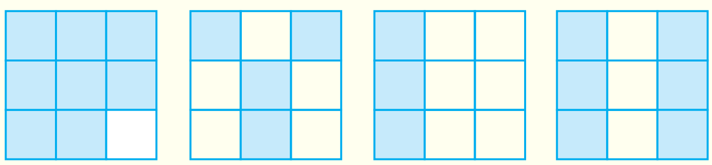
સ્વાધ્યાય 7.4

1. નીચે આપેલી આકૃતિમાં ઘાટા કરેલા ભાગને અપૂર્ણાંકની રીતે દર્શાવો અને તેમને ચડતા અને ઊતરતા ક્રમમાં ‘<’ ‘=’ ‘>’ સંકેતમાં દર્શાવો :

(a)



(b)



(c) $\frac{2}{6}, \frac{4}{6}, \frac{8}{6}$ અને $\frac{6}{6}$ આ અપૂર્ણાંકોને સંખ્યારેખા પર દર્શાવો અને તેમની વચ્ચેનાં બૉક્સમાં યોગ્ય સંકેત મૂકો.

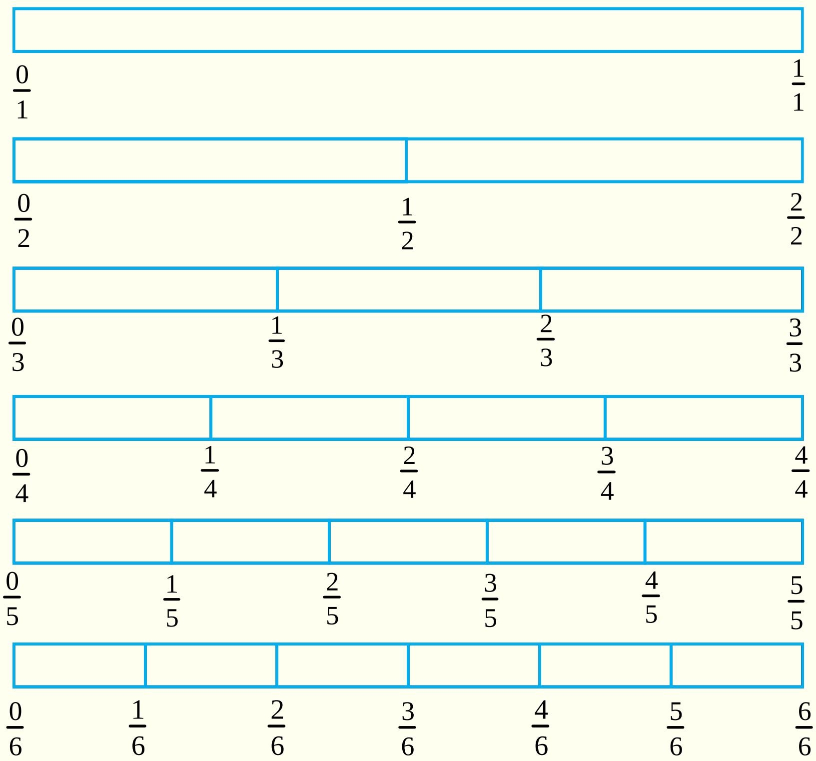
$\frac{5}{6}$ □ $\frac{2}{6}$, $\frac{3}{6}$ □ 0, $\frac{1}{6}$ □ $\frac{6}{6}$, $\frac{8}{6}$ □ $\frac{5}{6}$

2. નીચેના અપૂર્ણાંકોની સરખામણી કરો અને યોગ્ય સંકેત મૂકો :

(a) $\frac{3}{6}$ □ $\frac{5}{6}$ (b) $\frac{1}{7}$ □ $\frac{1}{4}$ (c) $\frac{4}{5}$ □ $\frac{5}{5}$ (d) $\frac{3}{5}$ □ $\frac{3}{7}$

3. આવી વધુ પાંચ જોડી બનાવી તેમની વચ્ચે યોગ્ય સંકેત મૂકો.

4. નીચેનાં અપૂર્ણાંકોની આકૃતિઓ જોઈ '<' અથવા '>' અથવા '=' ના સંકેત મૂકો :



(a) $\frac{1}{6}$ □ $\frac{1}{3}$ (b) $\frac{3}{4}$ □ $\frac{2}{6}$ (c) $\frac{2}{3}$ □ $\frac{2}{4}$ (d) $\frac{6}{6}$ □ $\frac{3}{3}$ (e) $\frac{5}{6}$ □ $\frac{5}{5}$

આવા બીજા પાંચ વધુ પ્રશ્નો બનાવો અને તમારા મિત્રો સાથે ઉકેલો.

5. શક્ય એટલા ઓછા સમયમાં મેળવો અને યોગ્ય સંકેત મૂકો. ('<', '=', '>')

(a) $\frac{1}{2}$ □ $\frac{1}{5}$ (b) $\frac{2}{4}$ □ $\frac{3}{6}$ (c) $\frac{3}{5}$ □ $\frac{2}{3}$

(d) $\frac{3}{4}$ □ $\frac{2}{8}$ (e) $\frac{3}{5}$ □ $\frac{6}{5}$ (f) $\frac{7}{9}$ □ $\frac{3}{9}$

(g) $\frac{1}{4} \square \frac{2}{8}$ (h) $\frac{6}{10} \square \frac{4}{5}$ (i) $\frac{3}{4} \square \frac{7}{8}$

(j) $\frac{6}{10} \square \frac{4}{5}$ (k) $\frac{5}{7} \square \frac{15}{21}$

6. નીચેના અપૂર્ણાંકો ત્રણ અલગ અલગ સંખ્યા નિદર્શિત કરે છે તેમનું અતિ સંક્ષિપ્ત રૂપ આપી સમ અપૂર્ણાંકોના ત્રણ જૂથમાં વહેંચો.

(a) $\frac{2}{12}$ (b) $\frac{3}{15}$ (c) $\frac{8}{50}$ (d) $\frac{16}{100}$ (e) $\frac{10}{60}$ (f) $\frac{15}{75}$

(g) $\frac{12}{60}$ (h) $\frac{16}{96}$ (i) $\frac{12}{75}$ (j) $\frac{12}{72}$ (k) $\frac{3}{18}$ (l) $\frac{4}{25}$

7. નીચેનાના જવાબ મેળવો અને તેના ઉકેલની રીત પણ દર્શાવો :

(a) શું $\frac{5}{9}$ અને $\frac{4}{5}$ સરખા છે ? (b) શું $\frac{9}{16}$ અને $\frac{5}{9}$ સરખા છે ?

(c) શું $\frac{4}{5}$ અને $\frac{16}{20}$ સરખા છે ? (d) શું $\frac{1}{15}$ અને $\frac{4}{30}$ સરખા છે ?

8. 100 પાનાંની એક ચોપડીમાંથી ઈલાએ 25 પાનાં વાંચ્યાં. લલિતાએ એ જ ચોપડીનાં $\frac{2}{5}$ જેટલાં પાનાં વાંચ્યાં, તો કોણે ઓછું વાંચ્યું ?

9. રફિકે એક કલાકમાં $\frac{3}{6}$ ભાગની કસરત પૂર્ણ કરી. રોહિતે એક કલાકમાં $\frac{3}{4}$ ભાગની કસરત પૂર્ણ કરી, તો કોણે લાંબા સમય સુધી કસરત કરી કહેવાય ?

10. A વર્ગમાં 25 વિદ્યાર્થીઓ છે, તેમાંના 20 વિદ્યાર્થીઓ પ્રથમ ક્લાસ સાથે પાસ થાય છે. બીજા B વર્ગમાં 30 વિદ્યાર્થીઓ છે, તેમાંના 24 વિદ્યાર્થીઓ પ્રથમ ક્લાસ સાથે પાસ થાય છે. તો અપૂર્ણાંકની રીતે કયા વર્ગના વધુ વિદ્યાર્થીઓ (ફર્સ્ટ) પ્રથમ ક્લાસ સાથે પાસ થયા કહેવાય ?

7.10 અપૂર્ણાંકોનો સરવાળો અને બાદબાકી

આપણે આગળ પ્રાકૃતિક સંખ્યાઓ, પૂર્ણ સંખ્યાઓ અને પૂર્ણાંક સંખ્યાઓનો અભ્યાસ કર્યો છે. આ પ્રકરણમાં આપણે જુદા જ પ્રકારની સંખ્યા અપૂર્ણાંકો વિશે અભ્યાસ કરીએ છીએ.

જ્યારે આપણે કોઈ સંખ્યાનો અભ્યાસ કરીએ ત્યારે આપણે એ સંખ્યાને કઈ રીતે ક્રિયાઓ કરી શકીએ છીએ તે વિચારવું પડે છે. શું આપણે કોઈ પણ સંખ્યાને જોડી અને એનો સરવાળો કરી શકીએ ? અને એવું થાય તો કેવી રીતે ? શું આપણે બીજા અંકમાંથી બાદ કરી શકીએ ? આપણે આ બધી વસ્તુઓ દરરોજના જીવન-વ્યવહાર સાથે આપણને કેવી રીતે કામ આવે છે, એના વિશે જોઈશું.

પ્રયત્ન કરો.

1. મારી માતાએ સફરજનના 4 સરખા ભાગ કરી આપ્યાં. એમાંથી મને બે ભાગ આપ્યા અને મારા ભાઈને 1 ભાગ આપ્યો તો અમારી માતાએ અમને બંનેને કુલ કેટલા ભાગ આપ્યા ?
2. માતાએ નીલુ અને એના ભાઈને ઘઉંમાંથી કાંકરા વીણવા માટે કહ્યું. નીલુએ $\frac{1}{4}$ કાંકરા શોધ્યા અને એના ભાઈએ પણ $\frac{1}{4}$ કાંકરા શોધ્યા. તો તેમણે કુલ કેટલા કાંકરા (અપૂર્ણાંકમાં) શોધ્યા ?
3. સોહન એની નોટબુકને કવર ચડાવે છે. તેણે $\frac{1}{4}$ ભાગ જેટલા કવર સોમવારે ચડાવ્યા. બીજા $\frac{1}{4}$ ભાગનાં કવર મંગળવારે અને બાકીનાં બુધવારે ચડાવ્યાં. તો કેટલાં કવર (અપૂર્ણાંકમાં) બુધવારે ચડાવ્યાં હશે ?

નીચે આપેલાં ઉદાહરણ જુઓ :

એક ચાની લારીવાળો એની દુકાનમાં સવારે $2\frac{1}{2}$ લિટર દૂધ લે છે અને સાંજે $1\frac{1}{2}$ લિટર દૂધ લે છે. તો તેણે તેની દુકાનમાં કુલ કેટલું દૂધ વાપર્યું હશે ?

અથવા શેખરે 2 રોટલી બપોરે અને $1\frac{1}{2}$ રોટલી રાત્રે ખાધી. તો શેખરે કુલ કેટલી રોટલી ખાધી ?

અહીં સ્પષ્ટ જણાય છે કે, અપૂર્ણાંકોનો સરવાળો કરવો પડશે. તેમાંથી કેટલાક આપણે મોઢે જવાબ આપી શકીએ અને કેટલાકની ગણતરી કરવી પડશે.

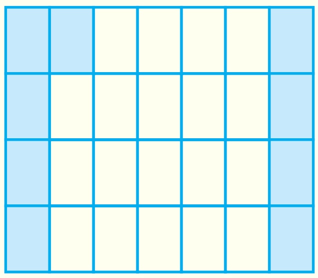
આ કરો :

ઉપરની જેમ પાંચ પ્રશ્નો લઈ તમારા મિત્રો સાથે તેનો ઉકેલ શોધવાનો પ્રયત્ન કરો.

7.10.1 અપૂર્ણાંકોનાં સરવાળા અને બાદબાકી

બધા જ અપૂર્ણાંકોના સરવાળાનો જવાબ મોઢે આપી શકાતો નથી. તેના માટે આપણે કેવી રીતે સરવાળો કરવો, એની જુદી-જુદી રીતો અને પ્રવૃત્તિઓ કરવી પડે છે. એના માટે આપણે નીચે મુજબ સમજીએ :

હવે આકૃતિ 7.13માં બતાવ્યા પ્રમાણે એક 7 × 4 ગ્રીડ શીટ લો. તેમાં 7 બૉક્સ આડાં અને 4 બૉક્સ ઊભાં હોય છે.



આકૃતિ 7.13

આ ગ્રીડ શીટમાં કેટલાં બૉક્સ છે ?

તેમાંથી પાંચમાં લીલો રંગ પૂરો.

હવે, આ ગ્રીડ શીટના કેટલા ભાગમાં (અપૂર્ણાંક) લીલો રંગ છે, એ જણાવો.

હવે, બાકીનાં ચાર બૉક્સમાં પીળો રંગ પૂરો.

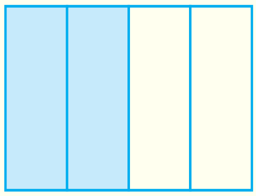
હવે, આ ગ્રીડ શીટના કેટલા ભાગમાં (અપૂર્ણાંક) પીળો રંગ છે, એ જણાવો.

બાકીનો ભાગ જેમાં રંગ નથી કર્યો, એનો પણ અપૂર્ણાંકમાં જવાબ જણાવો.

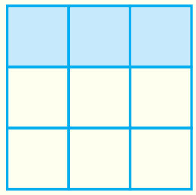
શું આપ જણાવી શકો $\frac{5}{28} + \frac{4}{28} = \frac{9}{28}$?

વધુ ઉદાહરણ જુઓ :

આકૃતિ 7.14 (i)માં આપણી પાસે આ આકૃતિના બે ભાગ છાયાંકિત છે. એનો અર્થ એ છે કે, આપણી પાસે ચાર ભાગોમાંથી બે ભાગો છાયાંકિત છે અથવા આકૃતિનો $\frac{1}{2}$ ભાગ છાયાંકિત છે.



આકૃતિ 7.14 (i)



આકૃતિ 7.14 (ii)

આ રીતે, $\frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1+1}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$

આકૃતિ 7.14 (ii) જુઓ.

આકૃતિ 7.14 (ii)માં દર્શાવ્યા પ્રમાણે,

$\frac{1}{9} + \frac{1}{9} + \frac{1}{9} = \frac{1+1+1}{9} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$

ઉપરનાં ઉદાહરણોમાંથી આપણે શું શીખી શકીએ ? બે અથવા વધુ સમચ્છેદી અપૂર્ણાંકોનો સરવાળો નીચે પ્રમાણે મેળવી શકાય છે :

પગલું 1 : અંશ ઉમેરો.

પગલું 2 : સરખો છેદ લાવો.

પગલું 3 : અપૂર્ણાંક આ રીતે લખો.

$$\frac{\text{પગલું 1નું પરિણામ}}{\text{પગલું 2નું પરિણામ}}$$

પ્રયત્ન કરો.

1. આકૃતિની મદદથી ઉમેરો.

   (i) $\frac{1}{8} + \frac{1}{8}$ (ii) $\frac{2}{5} + \frac{3}{5}$

   (iii) $\frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6}$

2. $\frac{1}{12} + \frac{1}{12}$ ઉમેરો.

   પેપર ફોલ્ડિંગનો ઉપયોગ કરીને અને ચિત્ર દ્વારા આપણે કેવી રીતે બતાવીશું ?

3. ઉપર આપવામાં આવેલા સમસ્યાઓનાં વધુ 5 ઉદાહરણો બનાવો અને તમારા મિત્ર સાથે ઉકેલો.

ચાલો, આપણે $\frac{3}{5}$ અને $\frac{1}{5}$ ને ઉમેરીએ. આપણી પાસે, $\frac{3}{5} + \frac{1}{5} = \frac{3+1}{5} = \frac{4}{5}$

તો $\frac{7}{12}$ અને $\frac{3}{12}$ નો સરવાળો શું હશે ?

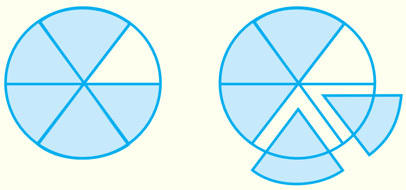
સંતુલન શોધવા

શર્મિલા પાસે $\frac{5}{6}$ કેક હતી. તેણીએ તેમાંથી $\frac{2}{6}$ જેટલી કેક તેના નાનાભાઈને આપી તો તેની પાસે કેટલી કેક બાકી રહે ?

આકૃતિ 7.15 પરિસ્થિતિને સમજાવી શકે છે. (જોયું, અહીં આપેલા અપૂર્ણાંક સમચ્છેદી છે.)

આપણને $\frac{5}{6} - \frac{2}{6} = \frac{5-2}{6} = \frac{3}{6}$ અથવા $\frac{1}{2}$ મળે છે.

(શું આ સમચ્છેદી અપૂર્ણાંકોના સરવાળા જેવું નથી ?)



આકૃતિ 7.15

આથી આપણે કહી શકીએ કે બે પૂર્ણાંકોનો તફાવત નીચે પ્રમાણે મેળવી શકાય છે :

પગલું 1 : મોટા અંશથી નાના અંશની બાદબાકી કરો.

પગલું 2 : સમાન છેદ લાવો.

પગલું 3 : અપૂર્ણાંક આવી રીતે લખો.

$$\frac{\text{પગલું 1નું પરિણામ}}{\text{પગલું 2નું પરિણામ}}$$

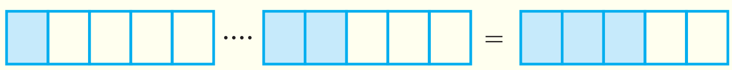
શું હવે આપણે $\frac{8}{10}$ થી $\frac{3}{10}$ ની બાદબાકી કરી શકીએ ?

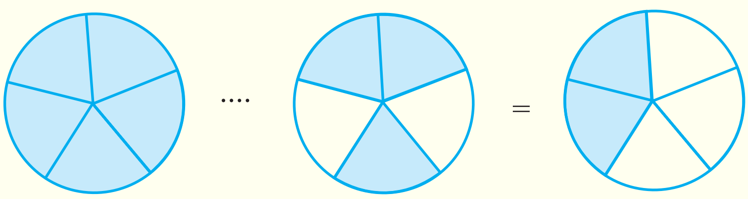
પ્રયત્ન કરો.

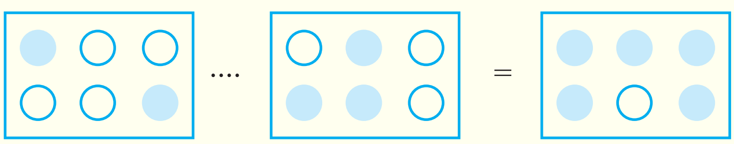
1. $\frac{7}{8}$ અને $\frac{3}{8}$ વચ્ચેનો તફાવત શોધો.
2. માતાએ ગોળાકારમાં રોટલી બનાવી. તેના તેણે 5 ભાગમાં વિભાજન કર્યું. સીમાએ તેમાંથી એક ભાગ ખાધો. જો હું બીજો એક ભાગ ખાઈ જઉં, તો રોટલીના બીજા કેટલા ભાગ બાકી રહે?
3. મારી મોટી બહેને એક તરબૂચના એકસરખા 16 ભાગો કર્યાં. હું તેમાંના 7 ભાગ ખાઈ ગયો અને મારા મિત્રે 4 ભાગ ખાધા. તો અમે બંને સાથે મળીને કેટલું તરબૂચ ખાધું ? મેં મારા મિત્રો કરતા કેટલું વધારે તરબૂચ ખાધું હશે ? તરબૂચનો કેટલો ભાગ બાકી રહી ગયા ?
4. આવી પાંચ સ્થિતિ નક્કી કરી તમારા મિત્રો સાથે ઉકેલો.

સ્વાધ્યાય 7.5

1. નીચેની આકૃતિઓ જોઈ સરવાળા છે કે બાદબાકી એ ચકાસીને અપૂર્ણાંકમાં જવાબ મેળવવાનો પ્રયત્ન કરો :

(a) 

(b) 

(c) 

2. ઉકેલો :

(a) $\frac{1}{18}+\frac{1}{18}$ (b) $\frac{8}{15}+\frac{3}{15}$ (c) $\frac{7}{7}-\frac{5}{7}$ (d) $\frac{1}{22}+\frac{21}{22}$ (e) $\frac{12}{15}-\frac{7}{15}$

(f) $\frac{5}{8}+\frac{3}{8}$ (g) $1-\frac{2}{3}$ $(1=\frac{3}{3})$ (h) $\frac{1}{4}+\frac{0}{4}$ (i) $3-\frac{12}{5}$

3. શુભમે તેના રૂમની દીવાલના $\frac{2}{3}$ ભાગ પર રંગ કર્યો અને તેની બહેન માધવીએ તેની રૂમના $\frac{1}{3}$ ભાગ પર રંગ કરવામાં મદદ કરી. તો બંને સાથે મળીને કુલ કેટલા ભાગ પર રંગ કર્યો ?

4. ખૂટતો અપૂર્ણાંક ભરો :

(a) $\frac{7}{10}-\square=\frac{3}{10}$ (b) $\square-\frac{3}{21}=\frac{5}{21}$ (c) $\square-\frac{3}{6}=\frac{3}{6}$

(d) $\square+\frac{5}{27}=\frac{12}{27}$

5. જાવેદને ટોપલીના $\frac{5}{7}$ ભાગ જેટલી નારંગી આપવામાં આવી તો હવે ટોપલીમાં બીજા કેટલા અપૂર્ણાંક જેટલા ભાગની નારંગીઓ બાકી હશે ?

7.10.2 અપૂર્ણાંકોનાં સરવાળા અને બાદબાકી

આપણે અપૂર્ણાંકોનાં સરવાળા અને બાદબાકી શીખ્યાં. જે અપૂર્ણાંકોના છેદ સરખા હોતા નથી ત્યારે તેમનો સરવાળો કરવો પણ અઘરો હોતો નથી. જ્યારે આપણે અપૂર્ણાંકોનો સરવાળો કે બાદબાકી કરવાના હોય ત્યારે સૌપ્રથમ બંને અપૂર્ણાંકોનો સરખો છેદ શોધવો જોઈએ અને ત્યાર બાદ તેની આગળની પ્રક્રિયા કરવી જોઈએ.

$\frac{1}{5}$માં કેટલા ઉમેરવાથી $\frac{1}{2}$ મળશે ? એટલે કે $\frac{1}{5}$ ને $\frac{1}{2}$ માંથી બાદ કરતાં જે સંખ્યા મળે છે, તેનો ઉમેરો થયો કહેવાય.

જો $\frac{1}{5}$ અને $\frac{1}{2}$ એ બંને અલગ છેદવાળા અપૂર્ણાંકો છે. એમની બાદબાકી કરવી હોય તો સૌપ્રથમ એમના સમાન છેદવાળા અપૂર્ણાંકો શોધવા જોઈએ અને તે અનુક્રમે $\frac{2}{10}$ અને $\frac{5}{10}$ છે. સરખામણી કરીને લઈશું.

કારણ કે $\frac{1}{2}=\frac{1\times5}{2\times5}=\frac{5}{10}$ અને $\frac{1}{5}=\frac{1\times2}{5\times2}=\frac{2}{10}$

તેથી, $\frac{1}{2}-\frac{1}{5}=\frac{5}{10}-\frac{2}{10}=\frac{5-2}{10}=\frac{3}{10}$

અહીં નોંધશું કે 10 એ 2 અને 5નો લઘુતમ સામાન્ય અવયવ (લ.સા.અ.) છે.

ઉદાહરણ 8 : $\frac{3}{4}$ ને $\frac{5}{6}$ માંથી બાદ કરતાં,

ઉકેલ : $\frac{3}{4}$ અને $\frac{5}{6}$ આ બંને અપૂર્ણાંકોમાં આપણને સૌપ્રથમ સરખા છેદ કરવાની જરૂર છે. જેથી

તેમનો છેદ સરખો થાય. આ બંને અપૂર્ણાંકોનો સરખો છેદ કરવા માટે આપણે 4 અને 6નો લ.સા.અ. લેવો. તેમનો લ.સા.અ. 12 છે.

તેથી, $\frac{5}{6} - \frac{3}{4} = \frac{5\times2}{6\times2} - \frac{3\times3}{4\times3} = \frac{10}{12} - \frac{9}{12} = \frac{1}{12}$

ઉદાહરણ 9 : $\frac{2}{5}$ ને $\frac{1}{3}$ માં ઉમેરો.

ઉકેલ : 5 અને 3નો લ.સા.અ. 15 છે.

તેથી, $\frac{2}{5} + \frac{1}{3} = \frac{2\times3}{5\times3} + \frac{1\times5}{3\times5} = \frac{6}{15} + \frac{5}{15} = \frac{11}{15}$

ઉદાહરણ 10 : $\frac{3}{5} - \frac{7}{20}$ સાદુંરૂપ આપો.

ઉકેલ : 5 અને 20નો લ.સા.અ. 20 છે.

તેથી, $\frac{3}{5} - \frac{7}{20} = \frac{3\times4}{5\times4} - \frac{7}{20}$

$= \frac{12}{20} - \frac{7}{20}$

$= \frac{12-7}{20} = \frac{5}{20} = \frac{1}{4}$

પ્રયત્ન કરો.

1. $\frac{2}{5}$ માં $\frac{3}{7}$ ઉમેરો :
2. $\frac{5}{7}$ માંથી $\frac{2}{5}$ ને બાદ કરો.

મિશ્ર અપૂર્ણાંકોના સરવાળો અને બાદબાકી કેવી રીતે કરી શકાય ?

મિશ્ર અપૂર્ણાંકો એક સંપૂર્ણ ભાગ, શુદ્ધ અપૂર્ણાંક કે અશુદ્ધ અપૂર્ણાંકની રીતે લખી શકાય છે. મિશ્ર અપૂર્ણાંકનો સરવાળા અથવા બાદબાકીની એક રીત એ છે કે સમગ્ર ભાગો માટે અલગ ક્રિયા કરવી અને ત્યાર બાદ સીધી રીતે બાદબાકી અથવા ઉમેરો કરવો.

ઉદાહરણ 11 : $2\frac{4}{5}$ માં $3\frac{5}{6}$ નો ઉમેરો.

ઉકેલ : $2\frac{4}{5} + 3\frac{5}{6} = 2 + \frac{4}{5} + 3 + \frac{5}{6} = 5 + \frac{4}{5} + \frac{5}{6}$

હવે $\frac{4}{5} + \frac{5}{6} = \frac{4\times6}{5\times6} + \frac{5\times5}{6\times5}$ (5 અને 6નો લ.સા.અ. 30 હોવાથી)

$= \frac{24}{30} + \frac{25}{30} = \frac{49}{30} = \frac{30+19}{30} = 1 + \frac{19}{30}$

આમ, $5 + \frac{4}{5} + \frac{5}{6} = 5 + 1 + \frac{19}{30} = 6 + \frac{19}{30} = 6\,\frac{19}{30}$

અને તેથી, $2\frac{4}{5} + 3\frac{5}{6} = 6\,\frac{19}{30}$

વિચારો, ચર્ચા કરો અને લખો :

શું તમે આ દાખલાને બીજી રીતે કરી શકો ?

ઉદાહરણ 12 : $4\frac{2}{5} - 2\frac{1}{5}$ શોધો :

ઉકેલ : પૂર્ણ સંખ્યા 4 અને 2 તેમ જ અપૂર્ણાંક સંખ્યાઓ $\frac{2}{5}$ અને $\frac{1}{5}$ બંનેને અલગથી બાદબાકી કરવી. (**નોંધ :** $4 > 2$ અને $\frac{2}{5} > \frac{1}{5}$)

તેથી, $4\frac{2}{5} - 2\frac{1}{5} = (4 - 2) + \left(\frac{2}{5} - \frac{1}{5}\right) = 2 + \frac{1}{5} = 2\frac{1}{5}$

ઉદાહરણ 13 : $8\frac{1}{4} - 2\frac{5}{6}$ ચકાસો.

ઉકેલ : અહીં $8 > 2$ પણ $\frac{1}{4} < \frac{5}{6}$

હવે આપણે નીચે મુજબની રીતે લખીશું :

$8\frac{1}{4} = \frac{(8 \times 4) + 1}{4} = \frac{33}{4}$ અને $2\frac{5}{6} = \frac{2 \times 6 + 5}{6} = \frac{17}{6}$

હવે, $\frac{33}{4} - \frac{17}{6} = \frac{33 \times 3}{12} - \frac{17 \times 2}{12}$ (4 અને 6 નો લ.સા.અ. = 12)

$= \frac{99 - 34}{12} = \frac{65}{12} = 5\frac{5}{12}$

પ્રયત્ન કરો. **સ્વાધ્યાય 7.6**

1. ઉકેલો :

(a) $\frac{2}{3} + \frac{1}{7}$ (b) $\frac{3}{10} + \frac{7}{15}$ (c) $\frac{4}{9} + \frac{2}{7}$ (d) $\frac{5}{7} + \frac{1}{3}$ (e) $\frac{2}{5} + \frac{1}{6}$

(f) $\frac{4}{5} + \frac{2}{3}$ (g) $\frac{3}{4} - \frac{1}{3}$ (h) $\frac{5}{6} - \frac{1}{3}$ (i) $\frac{2}{3} + \frac{3}{4} + \frac{1}{2}$

(j) $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6}$ (k) $1\frac{1}{3} + 3\frac{2}{3}$ (l) $4\frac{2}{3} + 3\frac{1}{4}$ (m) $\frac{16}{5} - \frac{7}{5}$ (n) $\frac{4}{3} - \frac{1}{2}$

2. સરિતા એ $\frac{2}{5}$ મીટરની રિબીન ખરીદી અને લલિતા એ $\frac{3}{4}$ મીટરની રિબીન ખરીદી, તો બંનેએ કુલ કેટલી લાંબી રિબીન ખરીદી કહેવાય ?

3. નેનાને $1\frac{1}{2}$ કેક અને નજમાને $1\frac{1}{3}$ કેક આપવામાં આવે છે, તો આ બંનેને કુલ કેક આપવામાં આવી હશે ?

4. ખાલી બૉક્સ ભરો :

(a) $\square - \frac{5}{8} = \frac{1}{4}$ (b) $\square - \frac{1}{5} = \frac{1}{2}$ (c) $\frac{1}{2} - \square = \frac{1}{6}$

5. નીચે આપેલાં સરવાળા અને બાદબાકીનાં બૉક્સ ભરો :

(a) (+ →, − ↓)

$\frac{2}{3}$	$\frac{4}{3}$	
$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$	

(b) (+ →, − ↓)

$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	
$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{4}$	

6. વાયરના $\frac{7}{8}$ મીટર લાંબા ટુકડાના બે ભાગ કરવામાં આવે છે. એક ટુકડો $\frac{1}{4}$ મીટર લાંબો છે, તો બીજા ટુકડાની લંબાઈ કેટલા મીટર હશે ?

7. નંદિનીનું ઘર એની શાળાથી $\frac{9}{10}$ કિલોમીટર દૂર છે. તે થોડું ચાલીને પછી બસમાં $\frac{1}{2}$ કિલોમીટર રસ્તો કાપી સ્કૂલે પહોંચે છે, તો તેણીએ કેટલો રસ્તો ચાલીને કાપ્યો ?

8. આશા અને સેમ્યુઅલ પાસે પુસ્તકોથી ભરાયેલા સરખા માપના બુક સેલ્ફ છે. આશાના બુક સેલ્ફનો $\frac{5}{6}$ ભાગ પુસ્તકોથી ભરાયેલ છે. જ્યારે સેમ્યુઅલના બુક સેલ્ફનો $\frac{2}{5}$ ભાગ પુસ્તકોથી ભરાયેલ છે. કોનો બુક સેલ્ફ વધારે ભરાયેલો છે ? કેટલો વધારે ? (અપૂર્ણાંકમાં)

9. જયદેવ $2\frac{1}{5}$ મિનિટમાં શાળાનું મેદાન ચાલીને પસાર કરે છે. રાહુલ તે જ મેદાનને $\frac{7}{4}$ મિનિટમાં ચાલીને પસાર કરે છે. કોણ ઓછા સમયમાં શાળાનું મેદાન ચાલીને પસાર કરે છે ? અને કેટલા ભાગથી ?

આપણે શી ચર્ચા કરી ?

1. (અ) અપૂર્ણાંક એ આખી વસ્તુનો ભાગ બતાવે છે.

   (બ) અપૂર્ણાંક લખવામાં આવે છે, ત્યારે વસ્તુના બાકીના બધા જ ભાગો સમાન છે એવું માનવામાં આવે છે.

2. $\frac{5}{7}$ માં 5 અંશ અને 7 છેદ છે.

3. દરેક અપૂર્ણાંક સંખ્યાઓને સંખ્યારેખા પર દર્શાવી શકાય છે. એટલે કે દરેક અપૂર્ણાંક સંખ્યાને સંગત એક બિંદુ સંખ્યારેખા પર મળે છે.

4. જે અપૂર્ણાંકમાં અંશ છેદ કરતાં નાનો હોય તેને શુદ્ધ અપૂર્ણાંક કહે છે, જ્યારે જે અપૂર્ણાંકમાં અંશ છેદ કરતાં મોટો હોય તેને અશુદ્ધ અપૂર્ણાંક કહે છે. અશુદ્ધ અપૂર્ણાંકને મિશ્ર અપૂર્ણાંકમાં ફેરવી શકાય છે. જેમાં એક પૂર્ણ અને બીજો અપૂર્ણાંક હોય છે.

5. કોઈ પણ અપૂર્ણાંક માટે તેના અંશ અને છેદને સમાન સંખ્યા વડે ભાગી અથવા ગુણી ઘણા સમાન અપૂર્ણાંકો મેળવી શકાય છે.

6. અપૂર્ણાંકનું અતિસંક્ષિપ્ત સ્વરૂપ ત્યારે જ કહેવાય કે જ્યારે તેના અંશ અને છેદનો સામાન્ય અવયવ ફક્ત 1 જ મળે.

Note