



"புள்ளியியல் என்பது அறிவியலின் இலக்கணம்"

— கார்ல் பியர்ஸன்

### புரிதலின் நோக்கங்கள்

- 1 புள்ளியியல் நுட்பங்களை அறிந்து கொண்டு பொருளாதார பிரச்சனைகளை பகுப்பாய்வு செய்வதற்கான அறிவைப் பெறுவது
- 2 பொருளாதார அளவையியலின் அடிப்படைகளையும் அதன் பயன்பாட்டையும் அறிந்துகொள்வது.

#### 12.1

### புள்ளியியல் – சொல் பிறப்பியலும், புள்ளியிலின் வளர்ச்சிக் கட்டங்களும்

புள்ளியியல் (Statistics) என்ற சொல் உலகின் மேலை நாடுகளில் இருந்து பிறந்தது. இதனை 'ஸ்டேட்டஸ்' ('Status') என்று லத்தீனிலும், 'ஸ்டேட்டிஸ்டிக்' ('Statistik') என்று ஜெர்மனிலும், 'ஸ்டேட்டிஸ்க்' ('Statisque') என்று பிரெஞ்சு மொழியிலும் பலவகையாக அழைக்கப்பட்டது. பல்வேறு நாடுகளின் அரசியல் அறிவியல் என்று பொருள்படும் வகையில் 1749 ஆம் ஆண்டு காட்பிரீட் ஆக்கன்வால் என்பவர் இதனை 'ஸ்டேட்டிஸ்டிக்' ('Statistik') என அழைத்தார்.

புள்ளியியலின் முதல் புத்தகமாக "உயிர்ப் புள்ளியியலின் பங்களிப்புகள்"

(Contributions to Vital Statistics) என்ற தலைப்பில் பிரான்ஸிஸ் ஜி.பி. நெய்ஸன் 1845-ஆம் ஆண்டு வெளியிட்டார். இது மக்களின் பிறப்பு இறப்பு விவரங்களை பற்றிய முறையான தொகுப்பாக இருந்தது.

#### புள்ளியியலின் தந்தை



ரொனால்டு பிஷர்

கடந்த நூற்றாண்டில் இங்கிலாந்து நாட்டில் வாழ்ந்த தாவரவியல் அறிஞர் ரொனால்டு பிஷர் புள்ளியியலில் அடிப்படை நெறி முறைகளை ஏற்படுத்தினார். அவருடைய புள்ளியியல் ஆய்வுகள் பரிணாம வளர்ச்சியை பகுப்பாய்வு செய்யவும் நவீன மரபியல் ஆய்வுகளுக்கு அடித்தளமாகவும் அமைந்துள்ளது.

புள்ளியியல் முறைகள் மற்றும் பொருளாதார அளவையியல் ஓர் அறிமுகம்



முக்கிய புள்ளியியல் பங்களிப்பினை ஆர்.ஏ.ஃபிஷர் (1890-1962) உடற்கூறு மரபியல், உளவியல், கல்வியியல், விவசாயம் மற்றும் இதர துறைகளுக்கான பயன்பாட்டினை விரிவாக்கினார். இதனுடன், மதிப்பீட்டுக் கோட்பாடு, மாறுபாட்டுப் பகுப்பாய்வு, வடிவமைப்புச் சோதனைகள் போன்ற புள்ளியியல் பாடங்களின் முதன்மையாளராக இருந்தார். அதனால் அவர் புள்ளியியலின் தந்தை எனப்படுகிறார்.

12.2

### இந்தியாவில் புள்ளியியலின் வளர்ச்சி



பி.சி. மஹலனோபிஸ்

இந்தியாவில் சந்திரகுப்த மௌரியர் காலத்திலேயே புள்ளியியலைப் பயன்படுத்தியதற்கான ஆதாரங்கள் உள்ளன. அவர் காலத்தில் பிறப்பு, இறப்பு பதிவுகளை உள்ளடக்கிய உயிர்ப்புள்ளியியல் பதிவேடுகள் பராமரிக்கப்பட்டு வந்தன. கி.மு. 300ற்கு முன்பே இதைப்பற்றிய செய்திகள் கௌடில்யரின் அர்த்த சாஸ்திரத்தில் குறிப்பிடப்பட்டிருந்தன. அக்பரின் ஆட்சிக் காலத்தில் நடத்தப்பட்ட புள்ளிவிவர மற்றும் நிர்வாகவிவர விசாரணைகள் பற்றி "அயினி அக்பரி" (Ain-e-Akbari, 1596-97) என்ற நூலில் குறிப்பிடப்பட்டுள்ளது. நவீன புள்ளியியலின் நிறுவனர் மற்றும் இந்திய

புள்ளியியல் முறைகள் மற்றும் பொருளாதார அளவையியல் ஓர் அறிமுகம்

புள்ளியியலின் தந்தை என்றழைக்கப்படுபவர் பி.சி. மஹலனோபிஸ் ஆவார். 2007லிருந்து அவரின் பிறந்த நாளான ஜூன் 29 புள்ளியியல் நாளாகக் கொண்டாடப்பட்டு வருகிறது.

12.3

### புள்ளியியல் – விளக்கம்

'புள்ளியியல்' என்ற பதம் தனிமை மற்றும் பன்மை என இரண்டு வகைகளில் பயன்படுத்தப்படுகின்றது. 'புள்ளியியல் முறை' (It Represents a Method of Study of Statistical Information) என்ற பொருளில் அறியப்படுகிறது. அதாவது, புள்ளி விவர சேகரிப்பு, விவரங்களை முறைப்படுத்தி வழங்குதல், பகுப்பாய்வு செய்தல், மற்றும் விவாத்தல் என்று பல பகுதிகளை உள்ளடக்கிய தனிப் பாடமாமக பார்க்கப்படுகிறது. இரண்டாவதாக இது பன்மையில் புள்ளிவிவரங்களை குறிப்பிடுகிறது (It Represents the Numerical Information).

புள்ளியியல் – இலக்கணங்கள்

"புள்ளியியல் என்பது மதிப்பீடுகளை மற்றும் நிகழ்தகவுகளைப் பற்றிய அறிவியல்"

– போடிங்டன்.

"புள்ளியியல் என்பது எண்ணிலான விவரங்களை திரட்டி, ஒருங்கிணைத்து வழங்கி, பகுத்தாய்ந்து, விவரிப்பது ஆகும்"

– கிராக்ஸ்டன் மற்றும் கௌடன்

12.4

### புள்ளியியலின் பண்புகள் மற்றும் பணிகள்

i) புள்ளியியல் என்பது விவரங்களின் தொகுப்பாகும். இது தனியொரு புள்ளிவிவரத்தை மட்டும் குறிக்காமல், புள்ளி விவரங்களின் தொகுப்பைக் குறிப்பதாகும்.



உதாரணத்திற்கு, இது ஒரு நாளின் உற்பத்தி, ஒரு நாளின் விற்பனை போன்றவற்றை குறிப்பதல்ல. ஒவ்வொரு நாளிலும் செய்யப்பட்ட உற்பத்தி, ஒவ்வொரு நாளிலும் செய்யப்பட்ட விற்பனைகள் போன்ற புள்ளிவிவர தொடர்களின் தொகுப்பை குறிப்பதாகும்.

ii) புள்ளியியல் என்பது எண்ணிக்கைகளை திரட்டுவது, மதிப்பீடு செய்வது மற்றும் வெளிப்படுத்துவது ஆகும்.

iii) புள்ளிவிவர திரட்டுதல் முறையானதாகவும் முன்கூட்டியே தீர்மானிக்கப்பட்ட நோக்கத்துடனும் இருப்பது அவசியம்: புள்ளிவிவரங்களை திரட்டுவதற்கான நோக்கம் முன்னதாகவே தீர்மானிக்கப்பட்டதாக இருந்தால்தான் அவ்விவரங்கள் துல்லியமானதாக இருக்கும்.

iv) இது ஒப்பீடு செய்ய வசதியளிக்கும் நுட்பங்கள் பயன்படுத்தப்படுவதாக இருக்க வேண்டும்: இரு விவரத் தொகுப்புகள் இருக்கும்பொழுது, சராசரி, விகிதங்கள், கெழுக்கள் போன்ற கருவிகள் அவ்வேறுபட்ட இரு விவரங்களை ஒப்பிட உதவியாக இருக்க வேண்டும்.

#### புள்ளியியலின் பணிகள்

- புள்ளியியல் விவரங்களை துல்லியமான வடிவில் வழங்குகிறது.
- இது பரந்த விவரங்களை சுருக்கித் தருகிறது.
- இது ஒப்பீடுகளைச் செய்ய உதவுகிறது.
- இது எடுகோள்களை உருவாக்கவும், சோதனைக்கு உட்படுத்தவும் உதவுகிறது.
- இது மதிப்பீடுகளைச் செய்ய உதவுகிறது.
- கொள்கைகளை உருவாக்குவதில் இது உதவுகிறது.

## 12.5

### புள்ளியியலின் இயல்புகள்

புள்ளியியலில் அறிவியல், கலையியல் ஆகிய இரண்டின் தன்மைகளும் கலந்திருக்கின்றன. முறைப்படுத்தப்பட்ட அறிவின் தொகுப்பினை அறிவியலாக காண்கின்றோம். அதே வகையில் புள்ளியியல் என்பது ஒரு முறைப்படுத்தப்பட்ட தொகுப்பாகும். இது விவரங்களை பகுத்தாய்ந்து, அதன் அடிப்படையில் கோட்பாடுகளை உருவாக்கவும், உருவாக்கப்பட்ட கோட்பாடுகளை சோதனை செய்து துல்லியமான முடிவுகளை எடுக்கவும் உதவுகிறது. எனவே, புள்ளியியல் ஒரு அறிவியலாக பார்க்கப்படுகிறது. புள்ளி விவரங்களை கடந்து தனது பட்டறிவின் அடிப்படையிலும் எடுக்கப்பட்ட முடிவுகள் பார்க்கப்படுகின்றன. மேலும், விவரங்களை திரட்டுவது, அட்டவணையிடுவது, முடிவுகளை எடுப்பது, தீர்மானங்களை செய்வது என பல புள்ளிவிவர நடவடிக்கைகளில் கலையியலின் உட்கூறுகள் கலந்துள்ளன. இந்த அடிப்படையில் பார்த்தால் இது ஒரு கலையிலாகவும் விளங்குகிறது.

## 12.6

### புள்ளியியலின் பரப்பு

புள்ளியியல் பரப்பு மிகவும் விரிந்ததாகும். மனிதனின் அனைத்து நடவடிக்கைகளிலும் அது பொதிந்துள்ளது. பொருளியல், தொழில், வணிகம், கல்வியியல், திட்டமிடல், மருத்துவம் போன்று பல துறைகளிலும் அது தேவைப்படுகிறது. பின்வரும் பகுதி புள்ளியியல் எவ்வாறு பல துறைகளில் பயன்படுத்தப்படுகிறது என்பதனை நமக்கு விளக்குகிறது.

புள்ளியியல் முறைகள் மற்றும் பொருளாதார அளவையியல் ஓர் அறிமுகம்



### பொருளியலில் புள்ளியியல்

பொருளியலில் பல பிரச்சனைகள் உள்ளன. உதாரணத்திற்கு, உற்பத்தி, வருமானம், வேலைவாய்ப்பு, பகிர்வு, நுகர்ச்சி, சேமிப்பு, செலவு மற்றும் இவை தொடர்பான எண்ணற்ற ஆய்வுக்குரிய வினாக்கள் தோன்றும். வினாக்களுக்கு விடைதேடும் ஆய்வுகளுக்கு புள்ளிவிவரங்கள் இன்றியமையாதவை. எடுகோள்களை உருவாக்குவது, விவரங்களை திரட்டுவது, வகைப்படுத்துவது, பகுப்பாய்வு செய்வது, முடிவுகளை எடுப்பது, கொள்கைகளை வகுப்பது என புள்ளியியல் பொருளியலில் இரண்டறக் கலந்துள்ளது.

### தொழிலில் புள்ளியியல்

தொழிற்சாலைகளில் புள்ளியியலின் பயன்கள் குறிப்பிடத்தகுந்ததாக உள்ளது. மிக முக்கியமாக தரக்கட்டுப்பாட்டு நுட்பம் (Quality Control) இங்கு பயன்படுத்தப்படுகிறது. குறிப்பிட்ட தரத்தில் பொருட்கள் இருக்கின்றனவா என்பதை சோதிக்க இந்நுட்பம் பயன்படுகிறது.

### புள்ளியியலும் வணிகமும்

உயிர்வாழ இரத்தம் எவ்வளவு முக்கியமோ, அந்த அளவுக்கு வணிகத்திற்கு புள்ளியியல் முக்கியமானதாகும். நடப்பு நிலைகளை புரிந்துகொள்ளவும், எதிர்கால போக்கினை உணர்ந்து கொள்ளவும் சந்தை ஆய்வுகள் மிகமுக்கிய பங்காற்றுகின்றன. உற்பத்தியும், சந்தையிடலும் ஒருசேர நடப்பதில்லை. உற்பத்தியை முன்கூட்டியே திட்டமிட வேண்டியுள்ளது. அவ்வாறு திட்டமிடுவதற்கு புள்ளியியலின் தேவை அவசியமாகும்.

### புள்ளியியலும் கல்வியியலும்

மாறிவரும் சூழ்நிலைகளுக்கு ஏற்ப புதிய கல்விக்கான தேவையை கண்டறிவதில் புள்ளியியல் மிகப்பெரிய பங்கினை வகிக்கின்றது. அரசு மற்றும் தனியாரால் நடத்தப்படும் கல்வி நிலையங்களில் ஆய்வு மற்றும் மேம்பாட்டுத் துறைகள் இருக்கின்றன. இத்துறைக்கு புள்ளிவிவரங்கள் பெரிதும் உதவுகின்றன. பழைய அறிவினை சோதித்துப் பார்ப்பதும், புதிய அறிவினைப் பெறுவதும் புள்ளிவிவரங்களின் மூலமே சாத்தியமாகும்.

### புள்ளியியலும் திட்டமிடலும்

திட்டமிடலில் புள்ளியியல் தவிர்க்க இயலாத ஒன்றாகும். இன்றைய நவீன உலகு திட்டமிடல் உலகு எனப்படுகிறது. அனைத்து அரசுத் துறைகளும் சிறப்பாக இயங்கும் பொருட்டு திட்டமிடலின் அடிப்படையிலேயே செயல்படுகிறது. முக்கிய கொள்கை முடிவுகளை எடுப்பதிலும், அதை செயல்படுத்துவதிலும் புள்ளிவிவரங்கள் துணை செய்கின்றன. மேற்கூறியவைகளை செய்ய பல்வேறு புதிய புள்ளியியல் நுட்பங்கள் பயன்படுத்தப்படுகின்றன. இந்தியாவின் மைய, மாநில மற்றும் உள்ளூர் அரசுகள் திட்டமிடலின் அடிப்படையிலேயே செயல்படுகிறது.

### புள்ளியியலும் மருத்துவமும்

மருத்துவத்தில் புள்ளியியல் பெருமளவுக்குப் பயன்படுகிறது. உடல் சோதனைகள் அனைத்தும் புள்ளிவிவரங்களாக தொகுக்கப்படுகிறது. அவ்வாறு தொகுக்கப்படும் விவரங்களின் அடிப்படையிலேயே மருத்துவர் சிகிச்சை அளிக்கின்றார். தொடர் மருத்துவ கண்காணிப்பிலும், சிகிச்சைகளிலும்





புள்ளிவிவரங்களின் மற்றும் பகுப்பாய்வு முறைகளின் பங்கும் இன்றியமையாதது. மருத்துவத் துறையில் மேற்கொள்ளப்படும் ஆய்வுகள் அனைத்திலும் புள்ளியியலின் பல்வேறு பகுதிகள் பயன்படுகிறது.

### புள்ளியியலும் நவீன பயன்பாடுகளும்

கனிணி மற்றும் தகவல் தொழில்நுட்பத் துறையில் ஏற்பட்டுவரும் மாற்றங்களைத் தன்னகத்தே ஏற்றுக்கொண்ட புள்ளியியல், நிறுவனங்களின் முடிவெடுத்தலில் புதிய மாதிரிகளை உருவாக்கி துல்லியமான முடிவுகளை எடுக்க உதவுகிறது. இப்பணியினை செய்வதற்கு பல புதிய மென்பொருட்களை உருவாக்கியுள்ளனர்.

## 12.7

### புள்ளியியலின் குறைபாடுகள்

புள்ளியியலால் எண்ணற்ற நன்மைகள் இருந்தபோதிலும், அதில் பல குறைபாடுகள் இருக்கின்றன. அவற்றில் சில கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளன:

1. புள்ளியியல் பண்பு விவரங்களை திரட்டுவதற்கு சிறந்ததல்ல: புள்ளியியல் அடிப்படையிலேயே எண்களாலான விவரங்களை கையாள்கிறது, ஏனெனில் இது அளவு விவரங்களை கணக்கிடுகிறது. இதன் காரணமாக, ஏழ்மை, திறன், நேர்மை, தலைமைப்பண்பு, அதிகாரம், அறிவுக் கூர்மை போன்ற பண்பு விவரங்களை துல்லியமாக அளவிட்டு புள்ளிவிவரங்களாக தர இயலாது. அதே போன்று, மிகப்பெரும்பாலான புள்ளியில் பகுப்பாய்வு நுட்பங்களை பண்பு விவர பகுப்பாய்விற்கு நேரடியாக பயன்படுத்த இயலாது.

2. புள்ளியியல் விதிகள் துல்லியமானவை அல்ல: கணிதமும், இயல் அறிவியலும் துல்லியமானவை. ஆனால், புள்ளியியல் விதிகள் துல்லியமானவை அல்ல, அவைகள் தோராயமானவையாகும். புள்ளியியல் முடிவுகள் அனைத்து முழுத்தொகுப்பிற்கும் பொருந்திப் போவதில்லை. அம்முடிவுகள் சராசரியாக மட்டுமே சரியானதாக இருக்கும்.

3. புள்ளிவிவர கருவிகள் தவறாக பயன்படுத்தப்படுவதற்கான வாய்ப்பு: புள்ளியியல் கருவிகளை நிபுணத்துவம் பெற்றவர்கள் மட்டுமே பயன்படுத்த வேண்டும். நிபுணத்துவம் பெறாதவர்கள் புள்ளியியல் கருவிகளை பயன்படுத்தினால் அது அபாயகரமானதாக இருக்கும். தவறான முவுகளை தருவதாக அமையும்.

4. பிரச்சனைகளை ஆராய்வதில் புள்ளியியல் அணுகுமுறை பல முறைகளில் ஒன்று மட்டுமே: பிரச்சனைகளை ஆராய்வதில் பல அணுகுமுறைகள் உள்ளன. அதில் புள்ளியியல் அணுகுமுறையும் ஒன்று. இம்முறை மட்டுமே பிரச்சனையின் அனைத்து பகுதிகளையும் ஆராய்ந்து முழுத்தீர்வினை வழங்கிவிடுவதில்லை. அதனால் முடிவுகளை எடுக்கும்பொழுது மற்றவற்றையும் கவனிக்க வேண்டியுள்ளது.

## 12.8

### புள்ளியியலின் வகைகள்

புள்ளியியல் இரு வகைகள் உள்ளன. அவைகள் விவரிப்பு புள்ளியியல் (Descriptive Statistics) மற்றும் உய்த்துணர்வு புள்ளியியல் (Inferential Statistics) ஆகும்.

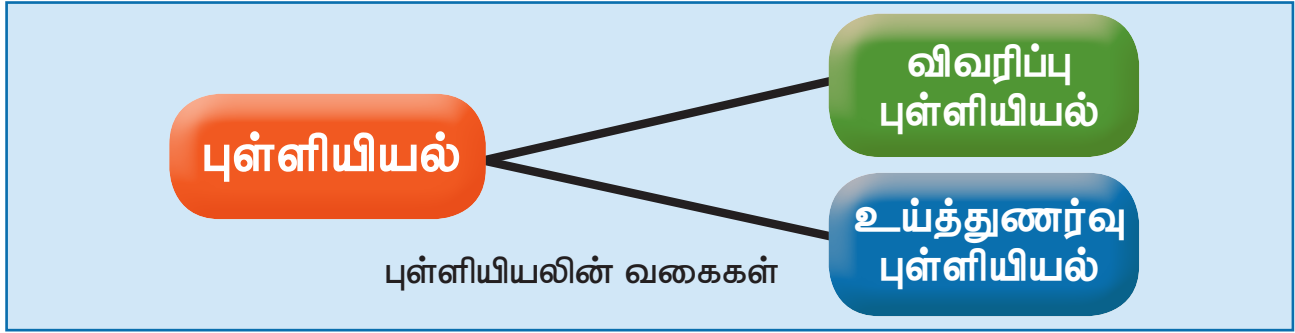
## விவரிப்பு புள்ளியியல்

விவரிப்பு புள்ளியியல் என்பது புள்ளிவிவர தொகுப்பையும், விவரிப்பையும் செய்யும் புள்ளியியலின் ஒரு பகுதியாகும்.

## உய்த்துணர்வு புள்ளியியல்

கூறுவின் (Sample) விவரங்களை பகுப்பாய்வு செய்து அதன் பண்பினை (Sample

statistic) அறிந்து கொள்வதன் மூலம் முழுத்தொகுப்பின் (Population) விவரங்களுக்கான பண்புகளை (Population Parameter) அறிந்துகொள்வது அல்லது உய்த்துணர்வதற்குப் பயன்படும் புள்ளியியலின் ஒரு பகுதி உய்த்துணர்வு புள்ளியியல் எனப்படுகிறது.



விவரிப்பு புள்ளியிலுக்கும், உய்த்துணர்வு புள்ளியிலுக்கும் உள்ள வேறுபாடுகள்

| ப.எண் | விவரிப்பு புள்ளியியல்                                               | உய்த்துணர்வு புள்ளியியல்                                               |
|-------|---------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------|
| 1.    | ஆய்வில் உள்ள முழுத்தொகுதியையும் விளக்குகின்றது                      | மாதிரி ஆய்வின் அடிப்படையில் முழுத்தொகுதி பற்றி முடிவெடுக்கப்படுகின்றது |
| 2.    | புள்ளி விவரங்களை வரைபடங்களாகவும் விளக்கப்படங்களாகவும் வழங்குகின்றது | கருதுகோள்களை சோதனை செய்து கணிக்கின்றது                                 |
| 3.    | புள்ளிவிவரங்களின் சுருக்கங்களைத் தருகின்றது                         | மாதிரியைத் தாண்டி முழுத்தொகுப்பினை அறிந்து கொள்ள பயன்படுகின்றது        |

## 12.9

### புள்ளிவிவரங்கள்

புள்ளிவிவரங்கள் என்பது உண்மைகளைப் பற்றிய விவரம் அல்லது எண்கள் ஆகும். அவைகள் முடிவுகளை எடுப்பதில் முக்கிய பங்கினை வகிக்கிறது. இவைகள் அறிந்துகொள்வதற்கும், பகுப்பாய்விற்கும் அடிப்படையானவையாகும். புள்ளிவிவரங்கள் புள்ளியிலுக்கான மூலப்பொருளாகும்.

புள்ளியியல் முறைகள் மற்றும் பொருளாதார அளவையியல் ஓர் அறிமுகம்

புள்ளிவிவரங்கள் இருவகைப்படும். அவையாவன: அளவு விவரங்கள் (Quantitative Data) மற்றும் பண்பு விவரங்கள் (Qualitative Data).

### 1. அளவு விவரங்கள் (Quantitative data)

அளவு விவரங்கள் என்பது குறிப்பிட்ட அலகில் அளவிடப்பட்டு எண்வடிவில் கூறப்படுபவை ஆகும். (உதாரணம்) வயது வருமானம், நிறுவனங்களின் எண்ணிக்கை.

## 2. பண்பு விவரங்கள் (Qualitative data)

சிலபண்புகள் இருக்கின்றனவா அல்லது இல்லையா என்று மட்டுமே கூறமுடியும் (உதாரணம் – பால் (Gender), இனம் (Community) சில பண்புகளை அளவிடமுடியாது ஆனால் வரிசைப்படுத்தலாம். (உதாரணம் – நேர்மை (Honesty), இத்தகைய பண்பு சார் விவரங்களே பண்பு விவரங்களாகும்.

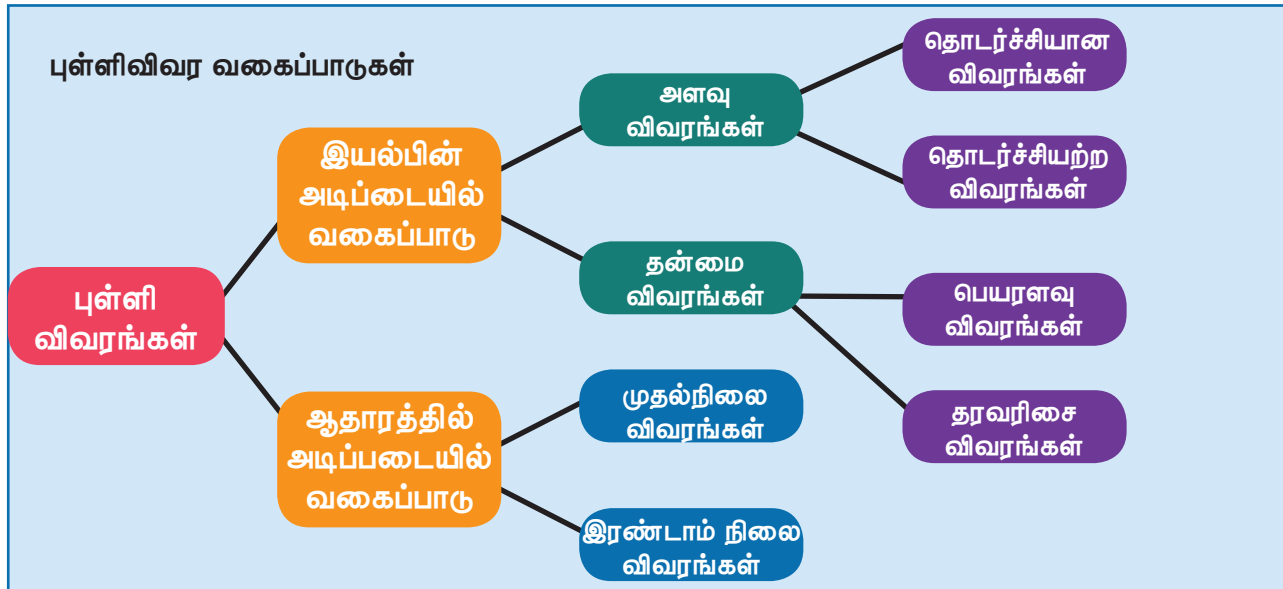
### (i) பெயரளவு விவரங்கள் (Nominal Data)

பெயரளவு விவரங்கள் குறிப்பிட்ட பண்பினை இரண்டு, மூன்றாக வகைப்படுத்துவது பெயரளவு விவரங்களாகும். அவ்வகைப்பாட்டிற்குள் வரும் உறுப்புகளின் எண்ணிக்கையை குறிப்பிடுவது பெயரளவு விவரங்கள் ஆகும். உதாரணத்திற்கு மக்களை ஆண்கள், பெண்கள், மூன்றாம் பாலினத்தினர் என வகைப்படுத்தி எண்ணிக்கையை குறிப்பது. மேலும், கல்வியறிவின் அடிப்படையில் மக்களை முறைசார்

கல்வியற்றோர், துவக்கப்பள்ளி பயின்றவர்கள், உயர்நிலைப் பள்ளி பயின்றவர்கள், மேல்நிலை வகுப்பு பயின்றவர்கள், இளநிலை பட்டப்படிப்பு பெற்றவர், முதுநிலை பட்டப்படிப்பு பயின்றவர் என வகைப்படுத்தி எண்ணிக்கையில் கூறப்படுவது.

### (ii) தரவரிசை விவரங்கள் (Rank Data)

அளவிடப்பட்ட விவரங்களை எண்களில் கொடுக்கப்படாமல் தரவரிசையில் கொடுக்கப்பட்டிருந்தால் அவைகள் தரவரிசை விவரங்கள் எனப்படும். உதாரணத்திற்கு மாணவர்கள் பெற்ற மதிப்பெண்களை தரவரிசையில் 1,2,3.....n எனக் கொடுக்கப்பட்டிருந்தால் அவைகள் தரவரிசை விவரங்கள் எனப்படும். மேலும், ஒரு ஓட்டப் பந்தய போட்டியில் கலந்து கொண்டவர்கள், போட்டித் தேர்வில் பெற்ற இடங்கள் ஆகியன தரவரிசை விவரங்களுக்கான மற்ற உதாரணங்கள் ஆகும்.



### புள்ளிவிவர ஆதாரங்களின் (Source of Data) அடிப்படையில் வகைப்பாடு

விவரங்கள் எப்படி சேகரிக்கப்பட்டன என்ற அடிப்படையில் அவைகளை இரண்டாகப் பிரிக்கலாம்: அவையாவன: முதல்நிலை

விவரங்கள் மற்றும் இரண்டாம்நிலை விவரங்கள்.

### (i) முதல்நிலை விவரங்கள் (Primary Data)

விவரங்கள் குறிப்பிட்ட நோக்கத்துடனும் முதல்முறையாகவும் விவர சேகரிப்பாளரால்



திரட்டப்பட்டிருந்தால் அவைகள் முதல்நிலை விவரங்கள் எனப்படும். இவைகள் கூறுகளிடமிருந்தோ அல்லது முழுத்தொகுப்பையோ விவர சேகரிப்பிற்கு பயன்படுத்திக் கொள்வதாகும். முதல்நிலை விவரங்களுக்கான உதாரணம்: மாணவர்களின் மதிப்பெண்ணை அவர்களிடமிருந்து நேரடியாக பெற்றுக்கொள்வது, விவசாயிகளின் நில அளவுகளை விவசாயிகளிடமிருந்து சேகரிப்பது.

## (ii) இரண்டாம் நிலை விவரங்கள் (Secondary Sources)

பொது நோக்கத்திலோ அல்லது குறிப்பிட்ட நோக்கத்திற்காக மற்றொருவர் ஏற்கனவே சேகரித்து வைத்திருக்கும் விவரங்களை நாம் அதை வைத்திருப்பவரிடம் சென்று சேகரித்தால், அவ்விவரங்களை இண்டாம்நிலை விவரங்கள் என்கிறோம். பொருளியல் ஆய்வுகளுக்குக்காக எண்ணற்ற இரண்டாம் நிலை விவரங்கள் உள்ளன. அவற்றில் சில: மக்கள்தொகை கணக்கெடுப்பு பதிவேடுகள் (Census Reports), மத்திய புள்ளிவிவர அமைப்பின் வெளியீடுகள் (Publications of Central Statistical Organization, CSO), தேசிய கூறெடுப்பு விசாரணை அமைப்பின் வெளியீடுகள் (National Sample Survey Organization, NSSO), இந்திய ரிசர்வ் வங்கியின் அறிக்கைகள் (Reserve Bank of India Bulletin), பொருளாதார ஆய்வறிக்கைகள் (Economic Surveys), மத்திய மற்றும் மாநில பொருளியல் மற்றும் புள்ளியியல் இயக்குநரக வெளியீடுகள் (Publications of Central and State Governments Directorate of Economics and Statistics), புத்தகங்கள், பொருளியலுக்கான பருவ இதழ்கள் (Economic Journals), அமைப்புக்களினால் வெளியிடப்பட்ட மற்றும் வெளியிடப்படாத விவரங்கள், அரசுத்துறை

புள்ளியியல் முறைகள் மற்றும் பொருளாதார அளவையியல் ஓர் அறிமுகம்

வெளியீடுகள், பன்னாட்டு அமைப்புகளின் வெளியீடுகள், இணைய பக்கங்கள் உள்ளிட்ட ஏராளமானவை.

## 12.10

### கூட்டுச் சராசரி அல்லது சராசரி ( $\bar{X}$ ) (Arithmetic Mean or Mean or Average)

ஒரு தொகுப்பின் மைய மதிப்பே மைய நிலைப்போக்கு அளவு அல்லது சராசரி அல்லது அமைப்பு அளவு (Measure of Location) எனப்படும். ஐந்து வகை சராசரி அளவுகள் உள்ளன. அவைகளில் கூட்டுச்சராசரி, இடைநிலை மற்றும் முகடு ஆகியவை சாதாரண அல்லது எளிய சராசரிகள் என்றும் பெருக்குச் சராசரி மற்றும் இசைச் சராசரி சிறப்புச் சராசரிகள் ஆகும்.

#### சராசரி என்பதன் பொருள்

- "மையப்போக்கு அளவை என்பது எந்த எண்ணைச் சுற்றி மற்ற எண்கள் இருக்கின்றதோ அந்த எண்ணினை கண்டறிவது."
- "எந்த ஒரு எண்ணை மற்ற எண்கள் பிரதிபலிக்கின்றதோ அந்த எண்ணை சராசரி ஆகும்."
- "மொத்தமாக அனைத்து எண்களையும் தொகுத்துச் சொல்கிறதோ அதுதான் எண்களின் மையம் எனப்படுகிறது."

ஒரு மாறியின் சராசரி என்பது மாறியின் அனைத்து எண் மதிப்புகளின் கூட்டுத் தொகையை அவ்வெண்களின் எண்ணிக்கையால் வகுத்தால் கிடைப்பது ஆகும். இப்பொழுது  $x$  என்ற மாறியின் மதிப்புக்கள்  $x_1, x_2, x_3, x_4, \dots, x_n$  என்றால் இந்த  $n$  மதிப்புகளின் கூட்டுச் சராசரி அந்த மதிப்புகளின் கூட்டுத்தொகையை  $n$  - ஆல் வகுத்தால் கிடைப்பது ஆகும்.





$$\bar{X} = \frac{X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + \dots + X_n}{n} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$$

இச் சூத்திரம் தொகுக்கப்படாத விவரங்களுக்கு மட்டுமே பயன்படுத்த வேண்டும்.

**உதாரணம் 1:** கீழ்க்கண்ட விவரங்களுக்கு கூட்டுச் சராசரியினை கணக்கிடுக:  
2, 4, 6, 8, 10.

இதில் நாம் இருமுறைகளில் கூட்டுச் சராசரியினை கண்டறியலாம். ஒன்று நேரடி முறை, மற்றொன்று சுருக்க முறை.

**நேரடி முறை:**  $\bar{X} = \frac{\sum X}{n}$

இங்கு  $\sum X$  = அனைத்து X மதிப்புக்களின் கூடுதல்.

n = மொத்தமுள்ள உறுப்புக்களின் எண்ணிக்கை.

**தீர்வு**

$$\bar{X} = \frac{2+4+6+8+10}{5} = \frac{30}{5} = 6$$

**சுருக்க முறை**

இம்முறையில் கூட்டுச் சராசரியினை கண்டறிய சூத்திரம்

$$\bar{X} = A + \frac{\sum d}{n}$$

இங்கு A = அனுமானிக்கப்பட்ட கூட்டுச் சராசரி

$\sum d$  = அனுமானிக்கப்பட்ட சராசரியிலிருந்து X-ன் விலகல்

n = மொத்தமுள்ள உறுப்பினர்களின் எண்ணிக்கை.

**உதாரணம் 2:** ஒரு வகுப்பில் பயிலும் 5 மாணவர்கள் ஒரு பாடத்தில் பெற்ற மதிப்பெண்கள் 75, 68, 80, 92, 56. இம்மதிப்பெண்களுக்கான கூட்டுச் சராசரியினை கண்டறிக.

**தீர்வு:**

| X              | d = X - A |
|----------------|-----------|
| 75             | 7         |
| 68 → A         | 0         |
| 80             | 12        |
| 92             | 24        |
| 56             | -12       |
| <b>மொத்தம்</b> | <b>31</b> |

$$\begin{aligned}\bar{X} &= A + \frac{\sum d}{n} \\ &= 68 + \frac{31}{5} \\ &= 68 + 6.2 \\ &= 74.2\end{aligned}$$

**12.11**

### விலகல் அளவைகள் (σ)

சராசரி அல்லது மையப்போக்கு அளவைகள் ஒரு எண் பரவலின் மையத்தினை மட்டுமே காட்டுகிறது. அப்பரவலின் மையத்திலிருந்து ஒவ்வொரு எண்ணும் எவ்வளவு தூரம் இருபக்கத்திலும் விலகி நிற்கிறது என்பதனை தெரிவிப்பதில்லை. இவ்விலகலைப் பற்றிய அறிவினை நமக்கு தெரிவிப்பது விலகல் அளவு முறைகளாகும் (Measures of Dispersion). அவ்விலகலை நாம் வேறுபட்ட முறைகளில் தெரிந்து கொள்ளலாம். மேலும் விலகல் முறைகளை நாம் இரு பிரிவுகளாக காணலாம்:

1. தனித்த விலகல் அளவைகள் (Absolute Measures of Dispersion)
2. ஒப்பீட்டு விலகல் அளவைகள் (Relative Measures of Dispersion)

எந்த அலகுகளில் எண்பரவல் தரப்பட்டிருக்கின்றதோ, அதே அலகுகளில் விலகல் அளவைகள் கணக்கிடப்பட்டு

தரப்பட்டால் அவைகள் தனித்த விலகல் அளவைகள் எனப்படுகிறது.

ஆனால் ஒப்பீட்டு விலகல்கள் அளவைகள் அலகுகளிலிருந்து விடுபட்டவை. அவை தனித்த எண்கள், எனவே ஒன்றுக்கும் மேற்பட்ட எண் பரவல்களின் விலகல் அளவைகளை (வேறுபட்ட அலகுகளில் அவைகள் தரப்பட்டிருந்தாலும்) நாம் ஒப்பிட முடியும்.

திட்டவிலக்கம்: கார்ல் பியர்ஸன் 1893-ஆம் ஆண்டு நமக்கு அறிமுகப்படுத்தினார். திட்டவிலக்கமானது "விலகல் வர்க்கங்களின் சராசரியின் வர்க்க மூலம்" (Root Mean-square Deviation) எனவும் அழைக்கப்படுகிறது. ஏனெனில், தொடரிலிருக்கும் ஒவ்வொரு எண் மதிப்பும் கூட்டுச்சராசரியிலிருந்து விலகியிருக்கும் தூரத்திற்கான வர்க்கங்களின் சராசரிக்கு வர்க்கமூலம் கண்டறிவது திட்டவிலக்கம் ஆகும். திட்ட விலக்கத்தின் வர்க்கம் மாறுபாடு (Variance) எனப்படுகின்றது.

### திட்ட விலக்கம் – இலக்கணம்

"ஒவ்வொரு மதிப்பும் அதன் சராசரியிலிருந்து விலகியிருக்கும் அளவின் வர்க்கத்தின் கூட்டுச்சராசரியின் நேரிடை வர்க்க மூலமதிப்பாகும்". இது  $\sigma$  எனக் குறிப்பிடப்படுகின்றது.

### திட்டவிலக்கத்தினை கணக்கிடும் முறை

தனித்த தொகுதி (தொகுக்கப்படாத விவரங்கள்) தனித்த தொகுதியில் இரு முறைகளில் திட்ட விலக்கம் கணக்கிடப்படுகின்றது.

அ) உண்மைச் சராசரியிலிருந்து விலக்க மதிப்புக்கள் காணல் (நேரடி முறை)

புள்ளியியல் முறைகள் மற்றும் பொருளாதார அளவையியல் ஓர் அறிமுகம்

ஆ) ஊகச் சராசரியிலிருந்து விலக்க மதிப்புக்கள் காணல் (மறைமுக முறை)

$$\text{திட்ட விலக்கம் } (\sigma) = \sqrt{\left(\frac{\sum (x - \bar{x})^2}{n}\right)}$$

இங்கு  $\bar{x}$  = கூட்டுச் சராசரி

$n$  = தொடரிலுள்ள உறுப்புக்களின் எண்ணிக்கை கணக்கிடுவதில் உள்ள நிலைகள்

கொடுத்துள்ள தொகுதிக்கு,

1. உண்மைச் சராசரி காணல் ( $\bar{x}$ )
2. ஒவ்வொரு மதிப்பும் சராசரியிலிருந்து விலகி இருக்கும் அளவு காணல் ( $x - \bar{x}$ )
3. விலக்கங்களின் மதிப்பை வர்க்கப்படுத்தி, வர்க்கப்படுத்தப்பட்டுள்ள விலக்கங்களின் கூட்டுத்தொகை காணல்  $\sum x^2$
4. இந்தக் கூட்டல் மதிப்பை  $\sum x^2$  தொடரிலுள்ள உறுப்புக்களின் எண்ணிக்கையால் வகுத்தல்  $\left(\frac{\sum x^2}{n}\right)$
5.  $\left(\frac{\sum x^2}{n}\right)$  இன் வர்க்க மூல மதிப்பே திட்ட விலக்கமாகும்.

$$\sigma = \sqrt{\left(\frac{\sum x^2}{n}\right)} \text{ அல்லது } \sqrt{\left(\frac{\sum (x - \bar{x})^2}{n}\right)}$$

$$\frac{\sum x^2}{n} = \text{மாறுபாடு} = \frac{\sum (x - \bar{x})^2}{n}$$

மாதிரி அளவு 30-க்கு குறைவாக இருந்தால், மாறுபாடு =  $\frac{\sum (x - \bar{x})^2}{n - 1}$

உதாரணம் 1 : பின்வரும் விவரங்களுக்கு திட்டவிலக்கத்தினை காண்க: 25, 15, 23, 42, 27, 25, 23, 25, 20.

**தீர்வு** உண்மையான சராசரியிலிருந்து  
திட்டவிலக்கத்தினை காணும் முறை

| ப.எண் | மதிப்பு(X) | $X - \bar{X}$ | $(X - \bar{X})^2$ |
|-------|------------|---------------|-------------------|
| 1     | 25         | 25-25=0       | 0                 |
| 2     | 15         | 15-25=10      | 100               |
| 3     | 23         | 23-25= -2     | 4                 |
| 4     | 42         | 42-25=17      | 289               |
| 5     | 27         | 27-25=2       | 4                 |
| 6     | 25         | 25-25=0       | 0                 |
| 7     | 23         | 23-25=-2      | 4                 |
| 8     | 25         | 25-25=0       | 0                 |
| 9     | 20         | 20-25=-5      | 25                |
| N=9   | 225        | 0             | 426               |

$$\bar{X} = \frac{225}{9} = 25$$

$$\sigma = \sqrt{\left(\frac{\sum(x-\bar{x})^2}{n}\right)} = \sqrt{\frac{426}{9}} = \sqrt{47.33} = 6.88$$

**உதாரணம் 2:** பின்வரும் விவரங்களுக்கு  
அனுமானிக்கப்பட்ட சராசரியிலிருந்து  
திட்டவிலக்கத்தினை காண்க: 43, 48, 65,  
57, 31, 60, 37, 48, 78, 59.

**தீர்வு** அனுமானிக்கப்பட்ட சராசரியிலிருந்து  
திட்ட விலக்கம் காணும் முறை

| ப.எண் | (X)  | $d=X-A$ ( $A=57$ ) | $d^2$             |
|-------|------|--------------------|-------------------|
| 1     | 43   | -14                | 196               |
| 2     | 48   | -9                 | 81                |
| 3     | 65   | 8                  | 64                |
| 4     | 57=A | 0                  | 0                 |
| 5     | 31   | -26                | 676               |
| 6     | 60   | 3                  | 9                 |
| 7     | 37   | -20                | 400               |
| 8     | 48   | -9                 | 81                |
| 9     | 78   | 21                 | 441               |
| 10    | 59   | 2                  | 4                 |
| N=10  |      | $\sum d = -44$     | $\sum d^2 = 1952$ |

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum d^2}{n} - \left(\frac{\sum d}{n}\right)^2} = \sqrt{\frac{1952}{10} - \left(\frac{-44}{10}\right)^2}$$

$$= \sqrt{195.2 - 19.36} = \sqrt{175.84} = 13.26$$

விடை = 13.26

## 12.12

### உடன்தொடர்புப் பகுப்பாய்வு(Y)

உடன்தொடர்புப் பகுப்பாய்வு

என்பது இரண்டு அல்லது  
அதற்கு மேற்பட்ட மாறிகள்  
எவ்வாறு ஒன்றுடன் ஒன்று  
தொடர்பு கொண்டு



மாறுகின்றன என்பதை பற்றி கணக்கிடுவது  
ஆகும். சர் ஃபிரான்சிஸ் கால்டன் என்பவர்  
இப்பகுப்பாய்வினைக் கண்டறிந்தார்.

#### 12.12.1. உடன் தொடர்பின் வகைகள்

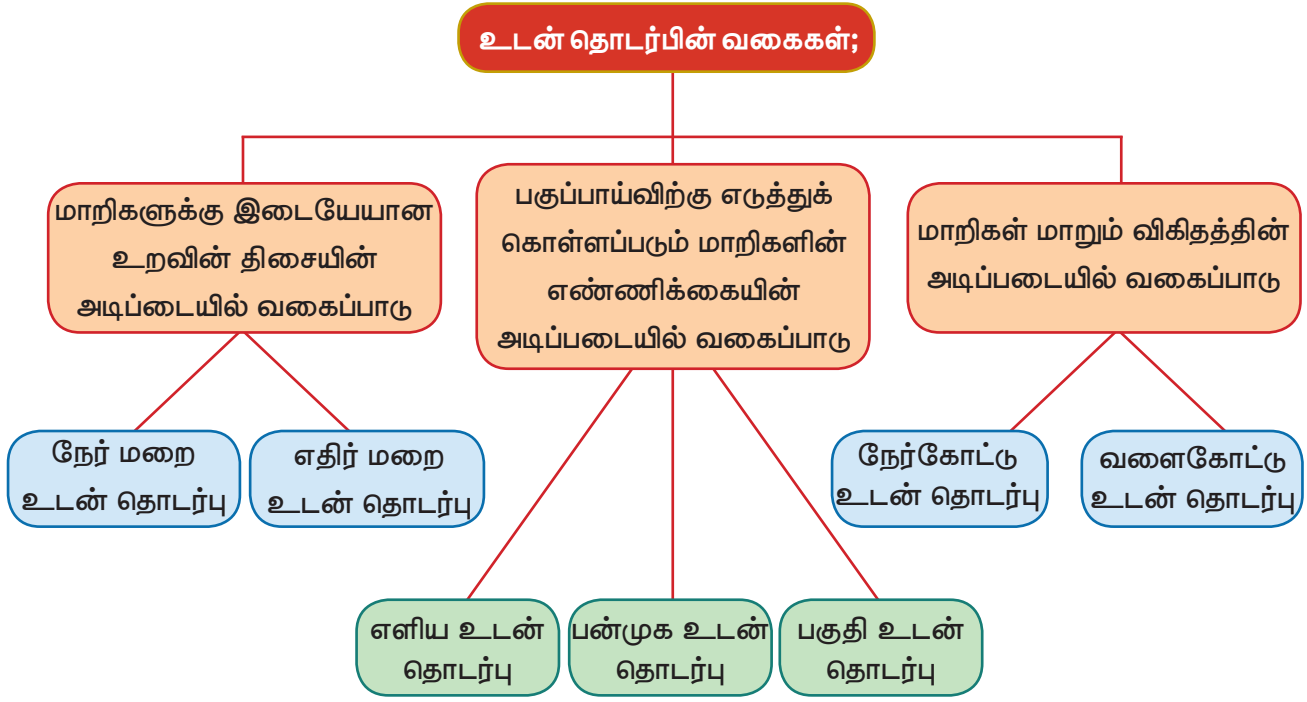


கார்ல் பியர்சன்

உடன் தொடர்பை பலவாறு  
வகைப்படுத்தலாம்.  
மாறிகளுக்கு  
இடையேயான உறவின்  
திசை, பகுப்பாய்வுக்கு  
எடுத்துக்கொள்ளும்  
மாறிகளின் எண்ணிக்கை,  
மற்றும் மாறிகளுக்கிடையேயான உறவின்  
தன்மை என்ற அடிப்படையில் நாம்  
அவைகளை வகைப்படுத்தலாம்.

#### I. மாறிகளுக்கு இடையேயான உறவின் திசை அடிப்படையில்

மாறிகள் ஒன்றுக்கொன்று  
நேர்மறையாகவோ அல்லது  
எதிர்மறையாகவோ உறவு கொண்டிருக்கும்.  
அதன் அடிப்படையில் உடன் தொடர்பினை  
நேர்மறை உடன்தொடர்பு மற்றும் எதிர்மறை  
உடன்தொடர்பு என பாகுபடுத்தப்படுகின்றது.



### நேர்மறை உடன்தொடர்பு

இரு மாறிகளின் மதிப்புகளும் ஒரே திசையில் நகர்ந்து சென்றால் அதனை நேர்மறை உடன்தொடர்பு என்கிறோம்.

**உதாரணம்:** வருமானம் அதிகரிக்கும்பொழுது செலவும் அதிகரிக்கிறது. ஆகவே வருமானம் மற்றும் செலவு மாறிகள் நேர்மறை உடன் தொடர்பைக் கொண்டிருக்கிறது என்கிறோம்.

$$\text{உதாரணம் } Y = a + bx$$

### எதிர்மறை உடன்தொடர்பு

இரு மாறிகளின் மதிப்புகள் எதிர் எதிர் திசையில் நகர்ந்து சென்றால் அதனை எதிர்மறை உடன்தொடர்பு என்கிறோம்.

**உதாரணம்:** விலை அதிகரிக்கும்பொழுது பொருளுக்கான தேவை குறைந்து செல்கிறது. உதாரணம்  $Y = a - bx$

### II. பகுப்பாய்வுக்கு

மாறிகளின்

அடிப்படையில்:

### எடுத்துக்கொள்ளும்

எண்ணிக்கையின்

உடன்தொடர்பு பகுப்பாய்வுக்கு எவ்வளவு எண்ணிக்கையிலான மாறிகளை

புள்ளியியல் முறைகள் மற்றும் பொருளாதார அளவையியல் ஓர் அறிமுகம்

எடுத்துக்கொள்கிறோம், அவற்றை எவ்வாறு பகுப்பாய்வுக்கு பயன்படுத்துகிறோம் என்ற வகையில் உடன் தொடர்பினை வகைப்படுத்தலாம். அவ்வகைகள்:

அ) எளிய உடன்தொடர்பு,

ஆ) பன்முக உடன்தொடர்பு

இ) பகுதி உடன்தொடர்பு

### எளிய உடன்தொடர்பு

உடன்தொடர்பு பகுப்பாய்வில் ஒரு நேரத்தில் இரு மாறிகளை மட்டும் எடுத்துக்கொண்டால் அதனை எளிய உடன்தொடர்பு என்கிறோம். உதாரணம்  $Y = a + bx$

### பன்முக உடன்தொடர்பு

உடன்தொடர்பு பகுப்பாய்வில் இரண்டிற்கும் மேற்பட்ட காரணிகளை ஒருசேர எடுத்துக்கொண்டால் அது பன்முக உடன்தொடர்பு என்கிறோம். உதாரணத்திற்கு, தேவைக்கும், தேவையினை தீர்மானிக்கும் மாறிகளான குறிப்பிட்ட பொருளின் விலை, நுகர்வோரின் வருமானம், தொடர்புடைய





பொருளின் விலை ஆகியவற்றை எடுத்து பகுப்பாய்வு செய்தால் அது பன்முக உடன்தொடர்பு ஆகும்.

$$\text{உதாரணம்: } Q_d = f(P, P_c, P_s, t, y)$$

இதில்  $Q_d$  பொருளின் தேவை

$f$  – சார்பு

$P$  – பொருளின் விலை

$P_c$  – போட்டிப் பொருளின் விலை

$P_s$  – பதிலீட்டுப்பொருளின் விலை

$t$  – நுகர்வோரின் விருப்பு வெறுப்புக்கள்

$y$  – வருமானம்

**பகுதி உடன்தொடர்பு**

உடன்தொடர்பு பகுப்பாய்வில் இரண்டிற்கும் மேற்பட்ட காரணிகளை எடுத்துக்கொண்டாலும், அவற்றினால் இரண்டு காரணிகளை மட்டும் (மற்றவை மாறாமல் இருக்கும் என வைத்துக்கொண்டு) பகுத்தாய்ந்தால், அதனை பகுதி உடன்தொடர்பு என்கிறோம்.

### III. பகுப்பாய்வுக்கு எடுத்துக்கொள்ளும்

#### மாறிகளின் மாறும் விகித அடிப்படையில்

நாம் பகுப்பாய்வுக்கு எடுத்துக்கொண்ட மாறிகள் மாறும் விகிதம் ஒரே அளவில் இருக்கின்றதா, அல்லது மாறிக்கொண்டே இருக்கின்றதா என்பதன் அடிப்படையில் உடன்தொடர்பினை நேர்கோட்டு உடன்தொடர்பு, மற்றும் வளைகோட்டு உடன்தொடர்பு என வகைப்படுத்துகிறோம்.

**நேர்கோட்டு உடன்தொடர்பு**

இரு மாறிகளின் மாறும் விகிதங்கள் ஒரே அளவாக இருந்தால் அதனை நேர்கோட்டு உடன்தொடர்பு என்கிறோம். வரைபடத்தில் அம்மாறிகளின் மதிப்புகளை குறித்து

பார்த்தோமானால் அவை ஒரு நேர்கோட்டினை தரும். உதாரணம்  $Y = a + bx$

**வளைகோட்டு உடன்தொடர்பு**

இரு மாறிகளின் மாறும் விகிதங்கள் ஒரே அளவாக இல்லாமல் குறைந்து வந்தாலோ, அல்லது அதிகரித்து வந்தாலோ அதனை வளைகோட்டு உடன்தொடர்பு என்கிறோம். மாறிகளின் மதிப்புக்களை வரைபடத்தில் குறித்து பார்த்தால் அவைகள் ஒரு வளைகோட்டினைத் தரும். உதாரணம்  $Y = a + bx^2$

**உடன்தொடர்பினை அளவிடும் முறைகள்**

உடன்தொடர்பினை அளவிடுதற்கு பல முறைகள் உள்ளன. அவைகள்:

1. சிதறல் விளக்கப்படம்
2. வரைபட முறை
3. கார்ல் பியர்சனின் உடன்தொடர்புக் கெழு முறை
4. மீச்சிறு வர்க்க முறை.

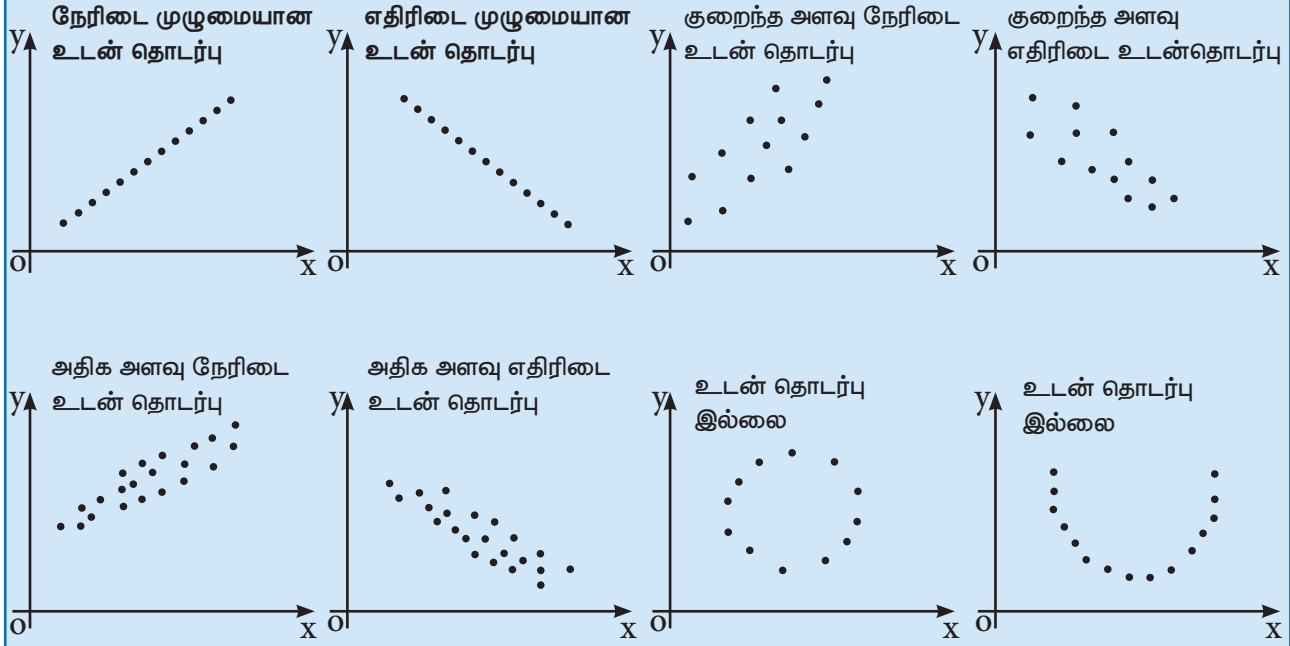
இம்முறைகளில் முதல் இரண்டும் வரைபட முறைகளாகும். அவை உடன்தொடர்பின் அளவினை பற்றி நமக்கு தோராயமான மதிப்பீட்டினை வழங்கும். பின்னர் சொல்லப்பட்ட இரண்டு முறைகளும், கணக்கீட்டின் அடிப்படையில் உடன்தொடர்பின் அளவினை நமக்கு துல்லியமாக வழங்கும்.

**1. சிதறல் விளக்கப்பட முறை**

கொடுக்கப்பட்ட மாறிகளின்  $(X, Y)$  மதிப்புக்களை வரைபடத்தில் குறித்து, அம்மதிப்புகள் எவ்வாறு சிதறியிருக்கின்றன, அவைகளின் தொடர்பின் போக்கு எவ்வாறு உள்ளது என ஆய்வதன் மூலம் நாம் உடன்தொடர்பினை கண்டறியலாம்.



## சிதறல் விளக்கப்படம்



### சிதறல் விளக்கப்பட முறையின் நன்மைகள்

- (1) இது மிகவும் எளிமையான மற்றும் கணக்கீடுகளற்ற முறையாகும்.
- (2) இது கடைநிலை மதிப்புக்களினால் பாதிக்கப்படுவதில்லை
- (3) மாறிகளுக்கிடையேயான உடன்தொடர்பைக் கண்டறிவதில் இது ஒரு அடிப்படை நிலை.

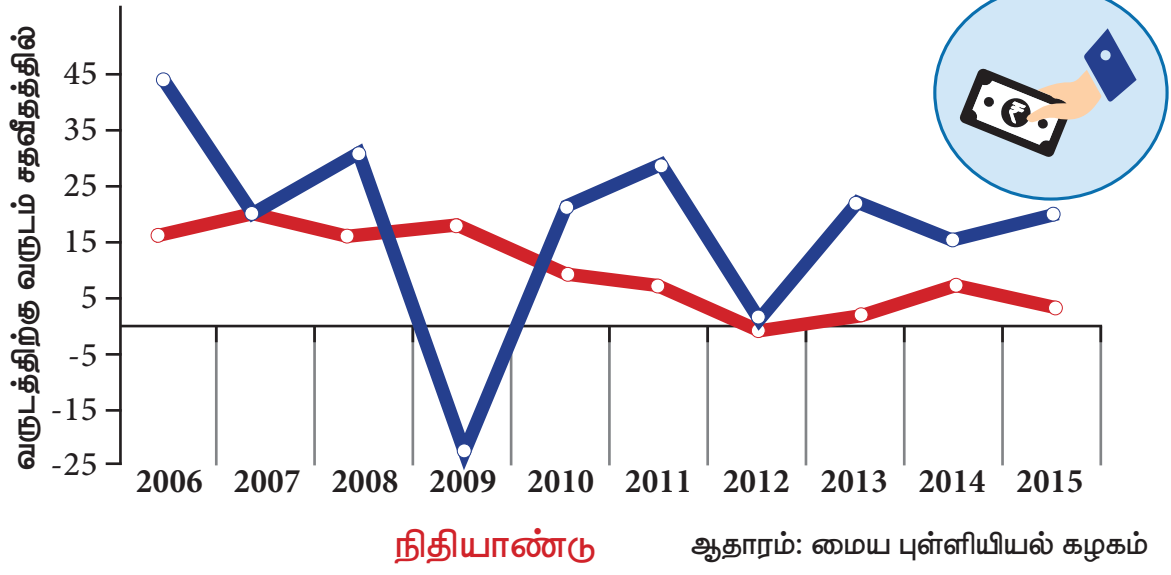
### சிதறல் விளக்கப்பட முறையின் குறைபாடுகள்

சிதறல் விளக்கப்பட முறையினை கொண்டு மாறிகளுக்கிடையேயான உடன்தொடர்பினை (ஒருசில சூழ்நிலைகளைத் தவிர) துல்லியமாக கணக்கிட முடியாது. அவைகளுக்கிடையேயான உறவு அதிகமாக இருக்கிறதா அல்லது குறைவாக இருக்கிறதா என்பதனை மட்டுமே நாம் கூற இயலும்.

### 2. வரைபட முறை

இம்முறையில் ஒரே வரைபடத்தில் நாம் உடன்தொடர்பை பகுப்பாய்வுக்கு எடுத்துக்கொண்ட மாறிகளின் மதிப்பினைக் குறித்து அந்தந்த மாறிகளின் மதிப்புகளை கோட்டினால் இணைக்க வேண்டும். இப்பொழுது இரு மாறிமதிப்புகளுக்கும் இரு தனித்தனியான கோடு கிடைக்கும். இப்பொழுது அக்கோடுகள் செல்லும் திசை, கோடுகளுக்கிடையேயான இணைந்த போக்கு ஆகியவற்றின் அடிப்படையில் நாம் உடன்தொடர்பினை தோராயமாகக் கூறலாம். கோடுகள் ஒரே திசையில் நகர்ந்தால் அவைகளுக்கு இடையே நேர்மறை உடன்தொடர்பு எனவும், எதிர் எதிர் திசையில் இருந்தால் எதிர்மறை உடன்தொடர்பு எனவும் காணலாம். கோடுகள் கிட்டத்தட்ட இணைகோடுகளாக இருந்தால் அவைகளுக்கிடையேயான உடன்தொடர்பு அளவு அதிகம் எனலாம்.

### பொது மற்றும் தனியார் முதலீடுகள்



### 3. கார்ல் பியர்ஸனின் உடன்தொடர்புக் கெழு முறை

கார்ல் பியர்ஸனின் உடன்தொடர்புக் கெழு 'r' என குறிப்பிடப்படுகிறது. இக்கெழு இரண்டு மாறிகளுக்கு இடையேயான உறவின் அளவினையும், உறவின் திசையையும் குறிப்பிடுகிறது. இதைக் கணக்கிடுவதற்கான சூத்திரங்கள்:

$$1) r = \frac{N \sum XY - (\sum X)(\sum Y)}{\sqrt{N \sum X^2 - (\sum X)^2} \sqrt{N \sum Y^2 - (\sum Y)^2}}$$

இம்முறையில் சராசரியிலிருந்தோ ஊக சராசரியிலிருந்தோ விலக்கங்களை கண்டுபிடிப்பதில்லை.

### 2) உண்மையான சராசரியிலிருந்து விலகல் முறை

$$r = \frac{\sum xy}{\sqrt{\sum x^2} \sqrt{\sum y^2}} \text{ இங்கு } x = (x - \bar{x}), y = (y - \bar{y})$$

### 3) அனுமானிக்கப்பட்ட சராசரியிலிருந்து விலகல் முறை

$$r = \frac{N \sum dxdy - (\sum dx)(\sum dy)}{\sqrt{N \sum dx^2 - (\sum dx)^2} \sqrt{N \sum dy^2 - (\sum dy)^2}}$$

இங்கு,

$dx = (x - A)$  ஒவ்வொரு  $x$  ன் மதிப்பையும் அனுமானிக்கப்பட்ட சராசரியைக் கொண்டு கழிப்பது.

$dy = (y - B)$  ஒவ்வொரு  $y$  ன் மதிப்பையும் அனுமானிக்கப்பட்ட சராசரியைக் கொண்டு கழிப்பது.

$\sum dxdy = dx$  மற்றும்  $dy$  இரண்டையும் பெருக்கி வரும் கூட்டுத்தொகை.

$\sum dx^2 =$  ஒவ்வொரு  $dx$  -க்கான வர்க்கத்தின் கூட்டுத்தொகை

$\sum dy^2 =$  ஒவ்வொரு  $dy$  -க்கான வர்க்கத்தின் கூட்டுத்தொகை

$\sum dx = (X - A)$  மதிப்பின் கூட்டுத்தொகை

$\sum dy = (Y - B)$  மதிப்பின் கூட்டுத் தொகை

சராசரியிலிருந்து விலக்க முறையில் கார்ல் பியர்ஸனின் உடன்தொடர்புக் கெழுவினை கண்டறியும் நிலைகள்

- ❖ படி-1 X மற்றும் Y மாறிகளின் கூட்டுச் சராசரிகளைக் கணக்கிடவும் ( $\bar{X}$ ,  $\bar{Y}$ )
- ❖ படி-2 X மற்றும் Y மதிப்புக்கள் அதனதன் சராசரி மதிப்பிலிருந்து உள்ள விலக்கத்தைக் கணக்கிடவும் ( $x = X - \bar{X}$ ,  $y = Y - \bar{Y}$ )
- ❖ படி-3 X விலக்கங்களின் வர்க்கத்தைக் ( $x^2$ ) கணக்கிட்டு கூட்டவும் ( $\sum x^2$ ). இதுபோல் Y விலக்கங்களின் வர்க்கத்தைக் ( $y^2$ ) கணக்கிட்டு கூட்டவும் ( $\sum y^2$ )
- ❖ படி-4 ஒவ்வொரு X மதிப்பு விலக்கத்தையும் அதனுடைய Y மதிப்பு விலக்கத்தையும் பெருக்கி ( $xy$ ) அம்மதிப்புக்களைக் கூட்டவும்  $\sum xy$ .
- ❖ படி-5 இக்கூட்டல் மதிப்புக்களை 
$$r = \frac{\sum xy}{\sqrt{\sum x^2 \sum y^2}}$$
 என்ற சூத்திரத்தில் பிரதியிட்டு Y மதிப்பு கணக்கிடவும்.



புள்ளியியல் முறைகள் மற்றும் பொருளாதார அளவையியல் ஓர் அறிமுகம்

## 1. நேரடி முறை

### 1. கூட்டுச்சராசரி விலக்கமுறை

$$1. r = \frac{\sum xy}{\sqrt{\sum x^2 \sum y^2}}$$

இங்கு  $x = (X - \bar{X})$ ,  $y = (Y - \bar{Y})$

### சுருக்குமுறை

### 2. உறுப்பு மதிப்புக்களை நேரடியாக பயன்படுத்தும் போது

$$r = \frac{N \sum XY - (\sum X)(\sum Y)}{\sqrt{N \sum X^2 - (\sum X)^2} \sqrt{N \sum Y^2 - (\sum Y)^2}}$$

### 3. ஊகச் சராசரி விலக்க முறை

$$r = \frac{N \sum dxdy - (\sum dx)(\sum dy)}{\sqrt{N \sum dx^2 - (\sum dx)^2} \sqrt{N \sum dy^2 - (\sum dy)^2}}$$

$dx = (X - A)$  மற்றும்  $dy = (Y - B)$

A, B ஊகச் சராசரிகள்

Y ஆதிப்புள்ளி மாற்றத்தால்

பாதிக்கப்படுவதில்லை

Y அளவிலும் அலகு மாற்றத்தால்

பாதிக்கப்படுவதில்லை

$$-1 \leq r \leq +1$$

### உடன் தொடர்பினைக் கணக்கிடும் முறை

### நேரடி முறை

உதாரணம் 1 : பின்வரும் விவரங்களுக்கு ஒட்டுறவுக் கெழுவினை கண்டறிந்து அதனை விளக்கவும்.

|             |    |    |    |    |    |
|-------------|----|----|----|----|----|
| விலை (X)    | 10 | 12 | 14 | 15 | 19 |
| அளிப்பு (Y) | 40 | 41 | 48 | 60 | 50 |

**தீர்வு** உறுப்பு மதிப்புக்களை நேரிடையாகப் பயன்படுத்தும் முறை

| விலை (X)        | அளிப்பு (Y)      | XY                 | X <sup>2</sup>      | Y <sup>2</sup>       |
|-----------------|------------------|--------------------|---------------------|----------------------|
| 10              | 40               | 400                | 100                 | 1600                 |
| 12              | 41               | 492                | 144                 | 1681                 |
| 14              | 48               | 672                | 196                 | 2304                 |
| 15              | 60               | 900                | 225                 | 3600                 |
| 19              | 50               | 950                | 361                 | 2500                 |
| $\Sigma x = 70$ | $\Sigma y = 239$ | $\Sigma xy = 3414$ | $\Sigma x^2 = 1026$ | $\Sigma y^2 = 11685$ |

$$r = \frac{N \Sigma XY - (\Sigma X)(\Sigma Y)}{\sqrt{N \Sigma X^2 - (\Sigma X)^2} \sqrt{N \Sigma Y^2 - (\Sigma Y)^2}}$$

$$r = \frac{(5 \times 3414) - (70 \times 239)}{\sqrt{(5 \times 1026) - (70)^2} \sqrt{5 \times 11685 - (239)^2}}$$

$$r = \frac{17,070 - 16,730}{\sqrt{230} \times \sqrt{1304}}$$

$$r = \frac{340}{547.65} = +0.621$$

மேற்கண்ட உதாரணத்தில் உடன்தொடர்புக் கெழுவின் அளவு 0.0621 என்றிருக்கிறது. ஆகவே, பொருளின் விலைக்கும், அளிப்பிற்கும் நேரடி மற்றும் குறிப்பிடத்தகுந்த அளவுக்கு உறுதியான உறவும் உள்ளது.

**உண்மைச் சராசரியின் அடிப்படையில் ஒட்டுறவினை கண்டறிதல்**

உதாரணம் 1 : பின்வரும் விவரங்களுக்கு உண்மைச் சராசரியை பயன்படுத்தும் சூத்திரத்தினை பயன்படுத்தி கார்ல் பியர்ஸனின் ஒட்டுறவுக் கெழுவினை கண்டறிக.

| காரின் வயது (ஆண்டுகளில்) (X)       | 3 | 6 | 8 | 9 | 10 | 6 |
|------------------------------------|---|---|---|---|----|---|
| பராமரிப்புச் செலவு (₹ 000 - களில்) | 1 | 7 | 4 | 6 | 8  | 4 |

**தீர்வு**

$$r = \frac{\Sigma xy}{\sqrt{\Sigma x^2 \Sigma y^2}} \quad \text{இங்கு } x = x - \bar{x}, y = y - \bar{y}$$

| ப.எண் | x  | x - $\bar{x}$<br>(x) | (x - $\bar{x}$ ) <sup>2</sup> = x <sup>2</sup> | Y  | y - $\bar{y}$<br>(y) | (y - $\bar{y}$ ) <sup>2</sup> = y <sup>2</sup> | xy |
|-------|----|----------------------|------------------------------------------------|----|----------------------|------------------------------------------------|----|
| 1     | 3  | -4                   | 16                                             | 1  | -4                   | 16                                             | 16 |
| 2     | 6  | -1                   | 1                                              | 7  | 2                    | 4                                              | -2 |
| 3     | 8  | +1                   | 1                                              | 4  | -1                   | 1                                              | -1 |
| 4     | 9  | 2                    | 4                                              | 6  | 1                    | 1                                              | 2  |
| 5     | 10 | 3                    | 9                                              | 8  | 3                    | 9                                              | 9  |
| 6     | 6  | -1                   | 1                                              | 4  | -1                   | 1                                              | +1 |
|       | 42 | 0                    | 32                                             | 30 | 0                    | 32                                             | 25 |

$$\bar{x} = \frac{42}{6} = 7 \quad \bar{y} = \frac{30}{6} = 5 \quad \Sigma x^2 = 32 \quad \Sigma y^2 = 32 \quad \Sigma xy = 25$$





$$\text{கூத்திரத்தில் பயன்படுத்தி } r = \frac{\sum xy}{\sqrt{\sum x^2 \sum y^2}} = \frac{25}{\sqrt{32 \times 32}} = \frac{25}{32} = 0.781$$

$r = 0.781$ , உடன் தொடர்புக் கெழு மிக அதிகமாகவும் நேரிடையாகவும் உள்ளது. ஆகவே, காரின் வயதிற்கும், பராமரிப்புச் செலவிற்கும் நேரடித் தொடர்பு, மிக அதிக அளவில் உள்ளது.

**ஊக சராசரியினை பயன்படுத்தும் கூத்திரத்தினை கொண்டு உடன்தொடர்பு கணக்கிடுதல்:**

**உதாரணம் 1;** பின்வரும் விவரங்களுக்கு கார்ல் பியர்ஸனின் உடன்தொடர்புக் கெழுவினை கண்டறிக.

|    |    |    |    |    |    |    |    |
|----|----|----|----|----|----|----|----|
| X: | 10 | 12 | 13 | 16 | 17 | 20 | 25 |
| Y: | 19 | 22 | 26 | 27 | 29 | 33 | 37 |

**தீர்வு**

ஒட்டுறவு கணக்கிடும் கூத்திரம்

$$r = \frac{N \sum dx dy - (\sum dx)(\sum dy)}{\sqrt{N \sum dx^2 - (\sum dx)^2} \sqrt{N \sum dy^2 - (\sum dy)^2}}$$

| ப.எண் | X            | Y            | (X-A)=dx    | (Y-A)=dy    | dx <sup>2</sup> | dy <sup>2</sup> | Dxdy            |
|-------|--------------|--------------|-------------|-------------|-----------------|-----------------|-----------------|
| 1     | 10           | 19           | -6          | -8          | 36              | 64              | 48              |
| 2     | 12           | 22           | -4          | -5          | 16              | 25              | 20              |
| 3     | 13           | 26           | -3          | -1          | 9               | 1               | 3               |
| 4     | 16           | 27           | 0           | 0           | 0               | 0               | 0               |
| 5     | 17           | 29           | 1           | 2           | 1               | 4               | 2               |
| 6     | 20           | 33           | 4           | 6           | 16              | 36              | 24              |
| 7     | 25           | 37           | 9           | 10          | 81              | 100             | 90              |
| N = 7 | $\sum X=113$ | $\sum Y=193$ | $\sum dx=1$ | $\sum dy=4$ | $\sum dx^2=159$ | $\sum dy^2=230$ | $\sum dxdy=187$ |

$$\bar{x} = \frac{\sum X}{N} = \frac{113}{7} = 16 \frac{1}{7} \quad \bar{y} = \frac{\sum Y}{N} = \frac{193}{7} = 27 \frac{4}{7}$$

$$dx = X - A \Rightarrow X - 16 \text{ மற்றும் } dy = Y - A \Rightarrow Y - 27$$

$$\begin{aligned} \therefore r &= \frac{N \sum dx dy - (\sum dx)(\sum dy)}{\sqrt{N \sum dx^2 - (\sum dx)^2} \sqrt{N \sum dy^2 - (\sum dy)^2}} \\ &= \frac{7 \times 187 - 1 \times 4}{\sqrt{7 \times 159 - (1)^2} \sqrt{7 \times 230 - (4)^2}} \\ &= \frac{1309 - 4}{\sqrt{1112} \sqrt{1610 - 16}} \end{aligned}$$

$$= \frac{1305}{\sqrt{1112}\sqrt{1594}} = \frac{1305}{(33.34)(39.92)} = \frac{1305}{1330.9} = 0.9865$$

$$r = 0.986$$

மேற்கண்ட உடன்தொடர்பு பகுப்பாய்வில் X மற்றும் Y காரணிகளுக்கிடையே நேரிடையான மிக அதிக உடன் தொடர்பு இருக்கின்றது.

12.13

### ஒட்டுறவுப் போக்குப் பகுப்பாய்வு (Regression Analysis)



பிரான்ஸின் கால்டன்

அடுத்தாக நாம் கற்கவிருப்பது ஒட்டுறவுப் பகுப்பாய்வு ஆகும். 'ரெக்கரசன்' (Regression) என்ற வார்த்தையினை முதன்முதலில் (1877ல்) உருவாக்கியவர் ஃபிரான்ஸிஸ் கால்டன்

ஆவார். தனது ஆய்விற்காக தந்தைகளின் உயரத்திற்கும் மகன்களின் உயரத்திற்கும் உள்ள தொடர்பினை அறிய முற்படும்பொழுது குறிப்பிட்ட உயரமுடைய பெற்றோர்களுக்குப் பிறந்த குழந்தைகளின் சராசரி உயரம் மொத்த தொகுதிக்குமான சராசரி மதிப்பை நோக்கிச் செல்கின்றது என்பதை உறுதிப்படுத்தினார். இப்பெயர் காரணத்தைக் கொண்டு அவர் இதற்கு 'ரெக்கரசன்' (Regression) என பெயரிட்டார். இதன் பொருள் சராசரியை நோக்கித் திரும்பிச் செல்லுதல் (Act of go back)

அல்லது திரும்பிப் பார்த்தல் (Act of see back) என்பதாகும். மேற்சொன்ன நிகழ்வினை "கால்டனின் பின்னோக்கிச் செல்லும் பொது விதி" (Galton's Law of universal Regression) 1000 குடும்பத்திலுள்ளவர்களின் உயரத்தை சேகரித்து உறுதிப்படுத்தினார். ஒட்டுறவு என்ற சொல்லின் விளக்கம் – சராசரியை நோக்கிப் பின் செல்லுதல் – ஆகும்.

ஒட்டுறவு என்பது இரு மாறிகளுக்கிடையே உள்ள உறவை விளக்குகின்றது. Y சார்பு மாறி என்றும் X தனித்த மாறி என்றும் எடுத்துக்கொண்டால் இரு மாறிகளுக்கு இடையே உள்ள நேர்கோட்டுத் தொடர்பு X இன் மீது Y சார்ந்த ஒட்டுறவுக் கோட்டுச் சமன்பாடு எனப்படுகின்றது. இதைப்பயன்படுத்தி ஒரு குறிப்பிட்ட, தெரிந்த X மதிப்புக்கு y மதிப்பு என்ன என்பதைக் கணிக்கலாம். இந்தக் கோடே ஒட்டுறவு மாற்றத்தை அல்லது பின்னோக்கிச் செல்லல் என்ற கருத்தை விளக்கும் கால்டலான் ஒட்டுறவுக்கோடு என அழைக்கப்பட்டதாகும்.

உடன் தொடர்பிற்கும் ஒட்டுறவிற்கும் இடையே உள்ள வேறுபாடுகள்

| ப.எண் | உடன்தொடர்பு                                                                                                                        | ஒட்டுறவு                                                                                                                                                       |
|-------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1     | இரண்டு அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட மாறிகளின் மதிப்பு ஒரே திசையில் மாற்றமடைகின்றதா அல்லது எதிர்த்திசையில் மாற்றமடைகின்றதா என்பதை ஆராயும் | ஒரு மாறியின் மதிப்பில் மாற்றம் மற்ற மாறியின் மதிப்பில் எத்தகைய மாற்றத்தை ஏற்படுத்தும் என்பதே ஒட்டுறவு ஆகும். இங்கு இரு மாறிகள் மட்டுமே பயன்படுத்தப்படுகின்றது. |



|   |                                                                                         |                                                                                                                                                                      |
|---|-----------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 2 | X,Y என்ற இரு மாறிகளும் தனித்த மாறிகள்                                                   | ஒருமாறி தனித்த மாறியாகவும் மற்றொன்று சார்பு மாறியாகவும் எடுத்துக் கொள்ளப்படுகின்றது                                                                                  |
| 3 | இரு மாறிகளுக்கிடையே உள்ள தொடர்பை மட்டும் ஆராய்கின்றது. காரண விளைவுகளை ஆய்வு செய்வதில்லை | இருமாறிகளுக்கிடையே காரண விளைவை ஆராய்ந்து அவைகளுக்கு இடையே சார்புத் தொடர்பை ஏற்படுத்துகின்றது                                                                         |
| 4 | இரு காரணிகளுக்கிடையே உள்ள தொடர்பை சோதனை செய்யவும் உறுதிப்படுத்தவும் பயன்படுகின்றது.     | இரு காரணிகளுக்கிடையே உள்ள தொடர்பை ஆய்வு செய்வதோடு மட்டுமல்லாது தனித்த மாறியின் குறிப்பிட்ட மதிப்பிற்கு சார்பு மாறியின் மதிப்பு எவ்வளவு என்பதை ஊகம் செய்ய உதவுகின்றது |
| 5 | உடன் தொடர்புக்காரணி r சார்பு அளவையாகும். இதன் மதிப்பு - 1 முதல் +1 வரை இருக்கும்        | ஒட்டுறவுக் காரணிகளும் சார்பு அளவைகளே இவற்றைப் பயன்படுத்தி தனித்தமாறி சார்பு மாறியின் மதிப்பில் ஏற்படுத்தும் மாற்றத்தின் அளவைக் காணலாம்.                              |
| 6 | தொடர்பில்லா இருமாறிகளுக்கு இடையில் போலி உடன்தொடர்பு ஏற்படும் (Spurious )                | ஒட்டுறவு ஆய்வில் போலி ஒட்டுறவு இல்லை                                                                                                                                 |
| 7 | நேர்கோட்டுத் தொடர்பை மட்டும் பயன்படுத்துவதால் இதன் பயன்பாடு வரையறை உடையது               | நேர்கோடு அல்லாத தொடர்புகளையும் ஆய்வு செய்வதால் இதன் பயன்பாடு விரிவடைந்துள்ளது.                                                                                       |
| 8 | இது அதிகம் மேற்கணக்கீட்டிற்கு பயன்படுவதில்லை                                            | இது அதிகம் மேற்கணக்கீட்டிற்கு பயன்படுத்தப்படுகின்றது.                                                                                                                |

### இரு ஒட்டுறவுக் கோடுகள்

$$X \text{ சார்ந்த } Y \Rightarrow X = a + by$$

$$Y \text{ சார்ந்த } X \Rightarrow Y = a + bx$$

ஒரு மாறியின் மதிப்பை மற்றொரு மாறியின் மதிப்புக்கு மதிப்பீடு செய்யும் கோடு ஒட்டுறவுக் கோடாகும். இருமாறிகளுக்கிடையே உள்ள சராசரித் தொடர்பினை இக்கோடு கணித வடிவில் தருகின்றது. மற்றொரு மாறியின் குறிப்பிட்ட மதிப்பிற்கு ஒரு மாறியின் சிறந்த கணிப்பு மதிப்பை ஒட்டுறவுக் கோடுகள் தருகின்றது.

புள்ளியியல் முறைகள் மற்றும் பொருளாதார அளவையியல் ஓர் அறிமுகம்

முந்தைய பகுதிகளில் கூட்டுச் சராசரி, திட்டவிலக்கம் மற்றும் உடன் தொடர்பு பற்றி படித்தோம். ஒட்டுறவுக்கோட்டுச் சமன்பாடுகள் பின்வருமாறு:

X இன் மதிப்பு Y இன் மதிப்பைச் சார்ந்த ஒட்டுறவுக் கோட்டுச் சமன்பாடு

$$(X - \bar{X}) = r \frac{\sigma_X}{\sigma_Y} (Y - \bar{Y})$$

Y இன் மதிப்பு X இன் மதிப்பைச் சார்ந்த ஒட்டுறவுக் கோட்டுச் சமன்பாடு

$$(Y - \bar{Y}) = r \frac{\sigma_Y}{\sigma_X} (X - \bar{X})$$



X இன் மதிப்பு Y இன் மதிப்பைச் சார்ந்த, Y இன் மதிப்பு X இன் மதிப்பைச் சார்ந்த ஒட்டுறவுக்கோடுகள் கீழ்க் கொடுக்கப்பட்டுள்ள உதாரணம் மூலம் விளக்கப்படுகின்றது.

**உதாரணம் 10**

கொடுக்கப்பட்டுள்ள விவரங்களிலிருந்து X மதிப்பு Y ஐச் சார்ந்த மற்றும் Y மதிப்பு X ஐச் சார்ந்த ஒட்டுறவுக் கோடுகளின் சமன்பாடு காண்.

$\bar{X}=12$ ,  $\bar{Y}=10$ ,  $\sigma_y=0.2$ ,  $\sigma_x=0.1$  and  $r=0.85$

**தீர்வு**

X இன் மதிப்பு Y ஐச் சார்ந்த ஒட்டுறவுக் கோட்டுச் சமன்பாடு

$$(X-\bar{X}) = r \frac{\sigma_x}{\sigma_y}(Y-\bar{Y})$$

கொடுக்கப்பட்ட மதிப்புக்கள்

$$\bar{X} = 12, \bar{Y}=10$$

$$r = 0.85, \sigma_x = 0.1 \text{ மற்றும் } \sigma_y = 0.2$$

இந்த மதிப்புக்களை சூத்திரத்தில் பிரதியிட

$$(X-12) = 0.85 (0.1/0.2) (Y-10)$$

$$(X-12) = 0.85 (0.5) (Y-10)$$

$$X = 0.425 (Y-10) + 12$$

$$X = 0.425Y - 4.25 + 12$$

$$X = 0.425Y + 7.75$$

$$\text{விடை } X = 0.425Y + 7.75$$

X இன் மதிப்பு Y ஐச் சார்ந்த ஒட்டுறவுக் கோட்டின் சமன்பாடு

Y இன் மதிப்பு X ஐச் சார்ந்த ஒட்டுறவுக் கோட்டின் சமன்பாடு

$$(Y-\bar{Y}) = r \frac{\sigma_y}{\sigma_x}(X-\bar{X})$$

கொடுக்கப்பட்ட மதிப்புக்கள்  $\bar{X} = 12$ ,  $\bar{Y}=10$

$$r = 0.85, \sigma_x = 0.1 \text{ மற்றும் } \sigma_y = 0.2$$

இந்த மதிப்புக்களை சூத்திரத்தில் பிரதியிட

$$(Y-10) = 0.85 (0.2/0.1) (X-12)$$

$$(Y-10) = 0.85 (2) (X-12)$$

$$Y = 1.7 \times (X-12) + 10$$

$$Y = 1.7X - 20.4 + 10$$

$$Y = 1.7X - 10.4$$

$$\text{விடை } Y = 1.7X - 10.4$$

Y இன் மதிப்பு X ஐச் சார்ந்த ஒட்டுறவுக் கோட்டின் சமன்பாடு

**12.14**

## பொருளாதார அளவையியல் ஓர் அறிமுகம் (Introduction to Econometrics)

பொருளியல் அறிஞர்கள் பண்டைய காலம் முதலே தங்களது கருத்துக்களை எண்விவரங்கள் மற்றும் காட்சிப் படங்களுடன் வெளிப்படுத்தினார் இர்விங் ஃபிரிஷர் முதன் முதலில் பணஅளவுக் கோட்பாட்டுச் சமன்பாட்டினை புள்ளிவிவரங்களுடன் விளக்கினார். நார்வே நாட்டு பொருளியல் மற்றும் புள்ளியியல் அறிஞர் ரேக்னர் ஃபிரிஸ்க் 1926ல் கணிதம், புள்ளியியல் முறைகள் மற்றும் பொருளியல் ஆகிய மூன்று பாடங்களையும் இணைத்து பொருளாதார அளவையியல் என்ற பாடம் உருவாக்கினார்.



நோபல் நினைவு பரிசு  
1969

ரேக்னர் ஃபிரிஸ்க்

'எக்னாமெட்டிரிக்ஸ்' என்பது 'ஆக்கோவியா' மற்றும் 'உட்பொவ்' என்ற இரு

புள்ளியியல் முறைகள் மற்றும் பொருளாதார அளவையியல் ஓர் அறிமுகம்

கிரேக்கச் சொல்லிலிருந்து உருவாகியது. இவற்றின் பொருள் முறையே 'பொருளாதாரம்' மற்றும் 'அளவிடுதல்' என்பதாகும். இது பின்னாளில் தனிப் பாடமாக உருவெடுத்தது.

பொருளாதார அளவையியல் என்பது பொருளியல், புள்ளியியல் மற்றும் கணித ஆகிய மூன்றின் ஒருங்கிணைப்பாகும்.

மூன்று பாடங்களின் கலவையே பொருளாதார அளவையியல் என்பது வென் வரைபடம் மூலமும் படவிளக்கத்தின் மூலமும் எளிதில் புரிந்து கொள்ளலாம்.

பொருளாதார அளவையியல் என்பது பொருளாதார அளவீட்டு முறை. பொருளாதார அளவையியல் பொருளாதாரத் தன்மைகளை அளவீடு செய்ய பயன்படுகிறது.

பொருளியல் + கணிதம் = கணிதப் பொருளியியல்

கணிதப் பொருளியியல் + புள்ளிவிவரங்கள் மற்றும் புள்ளியியல் முறைகள் = பொருளாதார அளவையியல்  
{பொருளாதாரம் + புள்ளியியல் + கணிதம்} + எண்வடிவ புள்ளி விவரங்கள் = பொருளாதார அளவையியல்

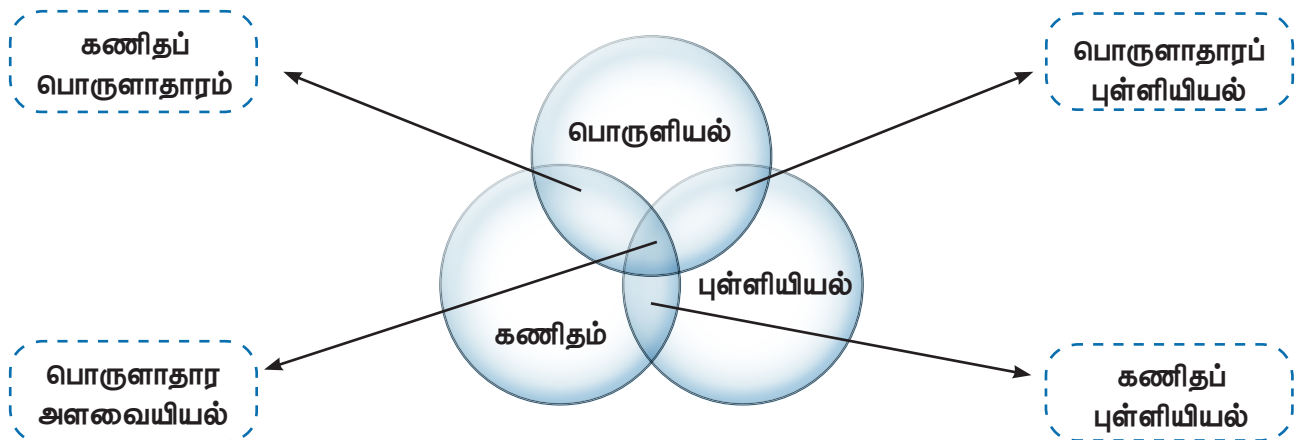
### இலக்கணங்கள்

**ஆர்தர் எஸ். கோல்ட்பெர்க்கர்** கூற்றுப்படி, "பொருளாதார அளவையியல் என்பது பொருளாதார கோட்பாடு, கணிதம், புள்ளியியல் உய்த்துணர்வு ஆகிய கருவிகளைக் கொண்டு பொருளியல் நிகழ்வுகளை ஆய்வு செய்யும் ஒரு சமூக அறிவியல் ஆகும்".

**ஜெர்ஹார்டு டின்பர்கன்** பொருளாதார அளவையியல் என்பது "பொருளாதாரம் பற்றிய சில கண்ணோட்டங்களின் விளைவாக, பொருளியல் விவரங்களின்மீது கணித புள்ளியியலை புகுத்தி கணிதப்பொருளியலால் உருவாக்கப்பட்ட பொருளியல் மாதிரிக்கு உறுதித் தன்மையை தரும் விதத்தில் எண்ணியல் முறைகளை பெறும் ஒரு பாடம்" என்கிறார்.

**தெய்ல்** அவர்களின் கூற்றுப்படி, "பொருளாதார அளவையியல் என்பது பொருளாதார விதிகளுக்கு எண் விவரங்களை அளிப்பது ஆகும்".

**ரேக்னர் ஃபிரிஷ்க்** பொருளாதார அளவையியல் கருத்தும் மற்றும் புள்ளிவிவரங்கள் பார்வைகள் ஆகிய இரண்டும் ஒன்றுக்கொண்டு பரஸ்பர ஊடுருவலை கொண்டிருப்பதாகும், எனக் கூறுகிறார்.



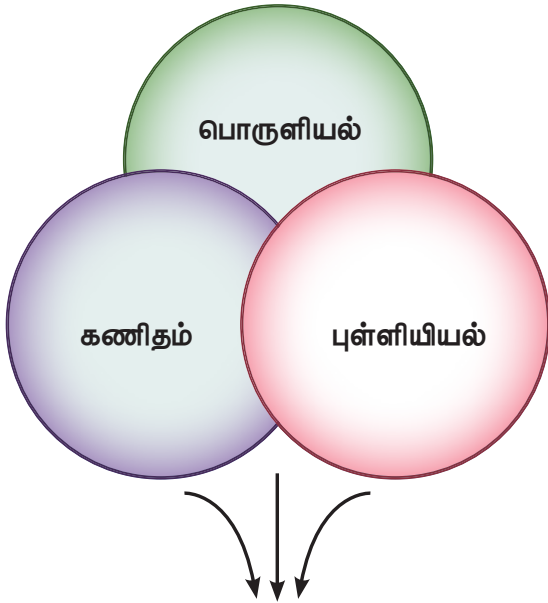
புள்ளியியல் முறைகள் மற்றும் பொருளாதார அளவையியல் ஓர் அறிமுகம்



## பொருளாதார அளவையியலின் நோக்கங்கள்

பொருளாதார கோட்பாடுகளுக்கு நடைமுறை விவரங்களை அளிப்பது பொதுவான நோக்கம் ஆகும். இது சில குறிப்பிட்ட குறிக்கோள்களையும் கொண்டுள்ளது. அவைகள்:

1. பொருளாதார நடவடிக்கைகளை முன்கணித்தல் மூலமாக அறிந்து விளக்குவதற்கு உதவுகின்றது.
2. இவைகள் மாறிகளுக்கு இடையேயுள்ள கடந்தகாலத்திலுள்ள பழைய மற்றும் நிறுவப்பட்ட உறவுகளை மீண்டும் நிரூபிப்பதற்கும் உதவுகின்றது.
3. புதிய கோட்பாடுகளையும் புதிய உறவுகளையும் நிறுவுவதற்கு உதவுகின்றது.
4. எடுகோள்களை சோதனை செய்யவும், முழுத்தொகுப்பின் பண்புகளை மதிப்பீடு செய்யவும் உதவுகின்றது.



இம்மூன்று பாடங்களும் இணைந்து பொருளாதார அளவையியல் ஆகும்.

## பொருளாதார அளவையியல் ஆய்வு முறையின் நிலைகள்

பொருளாதார அளவையியலின் தொன்மை ஆய்வு முறை கீழ்காணும் நிலைகளை கொண்டுள்ளது. அவைகள்:

1. கோட்பாடு அல்லது ஆய்வு எடுகோளை கூறுவது.
2. ஆய்வுக்கு உட்படுத்திய கோட்பாட்டிற்கான கணித மாதிரியை உருவாக்குதல்.
3. பொருளாதார அளவையியல் மாதிரியை உருவாக்குவது
4. புள்ளிவிவரங்களை திரட்டுவது.
5. பொருளாதார அளவையியல் மாதிரியின் முழுத்தொகுப்பு பண்புகளை மதிப்பீடு செய்தல்.
6. எடுகோள் சோதனை செய்தல்
7. முன்கணித்தல் மற்றும் தீர்மானம் செய்தல்
8. மாதிரியை கொள்கை முடிவெடுக்க மற்றும் நெறிப்படுத்த பயன்படுத்துதல்.

## பொருளாதார அளவையியல் ஆய்வு முறையின் கூறுகள்

- பொருளியல் கோட்பாடு
- பொருளியல் கோட்பாட்டுக்கான கணித மாதிரி
- பொருளாதார அளவையியல் மாதிரி
- புள்ளி விவரங்கள்
- மாதிரியினை நிறுவுதல்
- எடுகோள் சோதனை
- முன்கணித்தல் மற்றும் மதிப்பீடுதல்
- மாதிரியை நெறிப்படுத்துதலுக்கு கொள்கை வகுப்பிற்கும் பயன்படுத்துதல்

புள்ளியியல் முறைகள் மற்றும் பொருளாதார அளவையியல் ஓர் அறிமுகம்



பொருளாதார அளவையியல் மாதிரிக்கும், கணித மற்றும் புள்ளியியல் மாதிரிகளுக்குமிடையே உள்ள வேறுபாடுகள்

1. கணித பொருளியலில் மாதிரிகள் பொருளாதார கோட்பாடுகளின் அடிப்படையில் உருவாக்கப்படுகிறது. ஆனால் பொருளாதார அளவையியல் மாதிரிகள் கோட்பாடுகளின் நம்பகத்தன்மையை அறிய புள்ளிவிரவங்களின் அடிப்படையில் சோதனை செய்யப்படுகிறது.

2. புள்ளியியலில் இருக்கும் ஒட்டுறவு மாதிரியில் பிழைக் கருத்து இல்லை. ஆனால் பொருளாதார அளவையியல் மாதிரியில் பிழைக் கருத்து உள்ளடக்கியிருக்கிறது.

புள்ளியியலில் ஒட்டுறவு மாதிரி:

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i$$

பொருளாதார அளவையியல் ஒட்டுறவு போக்கு மாதிரி

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i + U_i$$

அல்லது, இரண்டிற்கு மேற்பட்ட மாறிகளாக இருந்தால்

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \beta_3 X_3 + U_i$$

$Y = \beta_0 + \beta_1 X + U_i$  என்பதில்  $\beta_0 + \beta_1 X$  என்ற பகுதி விளக்கப்பட்ட பகுதியாகும்.  $U_i$  என்பது பிழைக் கருத்து ஆகும். இது மாதிரியில் விடுபட்ட அனைத்து காரணிகளின் தொகுப்பாக இங்கு குறிக்கப்படுகிறது எனவே  $U_i$  காரணியைப் புறக்கணிக்க முடியாது.

**நேர்கோட்டு ஒட்டுறவு மாதிரியின் எடுகோள்கள்**

1. மாதிரியில் கொடுக்கப்பட்டுள்ள சில மாறிகள் சம வாய்ப்பு மாறிகள் (Random Variables)

2. சில மாதிரிகளில்  $u_i$  மற்றும் விளக்க மாறிகள் ( $X_1, X_2, X_3, \dots$ ) இடையேயுள்ள தொடர்பை விளக்கும்.

மதிப்புக்களின் பரவல் பற்றிய எடுகோள் சாதாரண குறைந்த வர்க்க முறை (OLS) யில் கூறப்பட்ட சமவாய்ப்பு மாறி (Stochastic) எடுகோள்கள் ஆகும். விளக்க மாறிகளின் தொடர்பும் அவற்றிற்கு இடையிலான தொடர்பு பற்றியும் மற்ற எடுகோள்கள் குறிப்பிடுகின்றது.

### எடுகோள்கள்

1.  $U$  என்பது சமவாய்ப்புள்ள உண்மையான மாறி. அதாவது  $U$  வின் மதிப்பு நேரிடையாகவோ எதிரிடையாகவோ அல்லது பூஜ்யமாகவோ இருக்கலாம். எனவே  $U$  வின் சராசரி மதிப்பு பூஜ்யமாகும்.

2. விலக்க அளவை (Variance) மதிப்பு  $U$  மாறிக்கு நிலையானதாக இருக்கும்.

3.  $U$  மாறி சமச்சீர் பரவலை உடையது

4. இணை விலக்க அளவை (Covariance) மதிப்பு  $U_i$  மாறிக்கும் வேறு எந்த  $U_j$  மாறிக்கும் பூஜ்யமாகவே இருக்கும்

5.  $U$  மாறி விளக்கமாறிகளிலிருந்து தனித்து உள்ளது

6. விளக்க மாறிகளின் மதிப்புக்கள் பிழை இல்லாமல் அளவிடப்படுகின்றது.

7. விளக்கமாறிகள் முழுமையாக நேர்கோட்டுத் தொடர்பு உடையவை அல்ல

8. மாறிகள் அனைத்தும் சரியான முறையில் தொகுக்கப்படவேண்டும்.

9. தொடர்பு சரியாக, குறிப்பிட்டதாக இருக்க வேண்டும்.

10. தொகுதி அளவுகள் நேர்கோட்டுமுறையில் அமைக்கப்பட வேண்டும்.

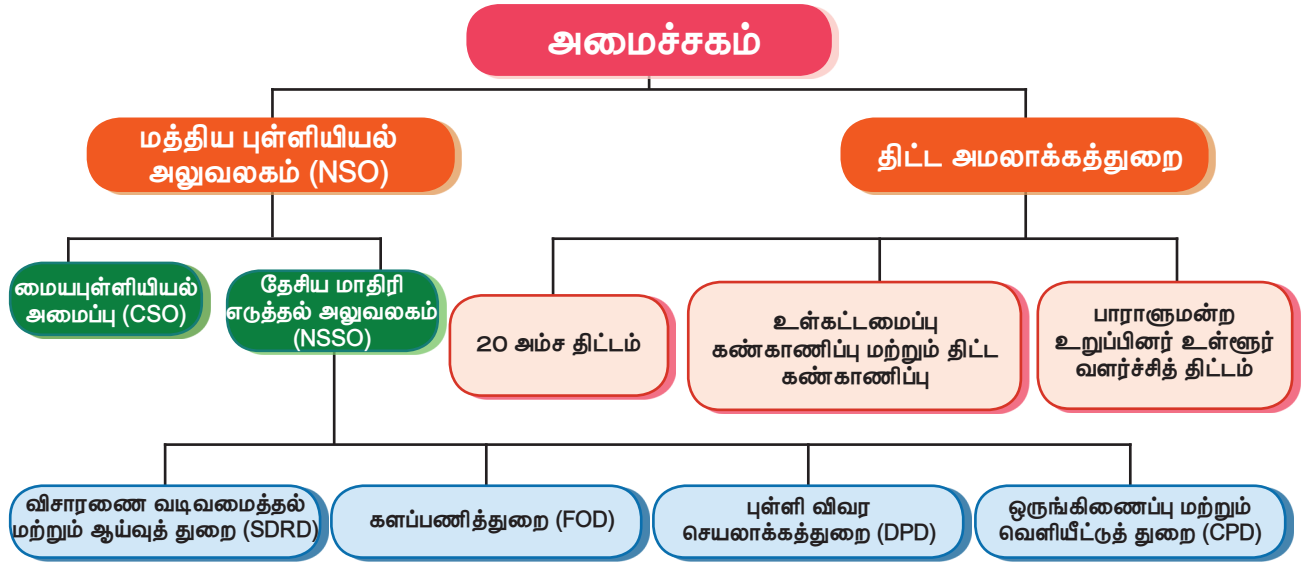
## அலுவலகப் புள்ளிவிவரங்கள்

அலுவலகப் புள்ளிவிவரங்கள் என்பது அரசு அலுவலகங்கள், பன்னாட்டு அமைப்புகள் உள்ளிட்ட மற்ற பொதுநிறுவனங்களினால் வெளியிடப்படுவதாகும். இவைகள் குடிமக்களின் வாழ்க்கைத் தொடர்பான பல அளவு மற்றும் பண்பு விவரங்களை வெளியிடுகிறது. அலுவலகப் புள்ளிவிவரங்கள் சமுதாய மற்றும் பொருளாதார மேம்பாடுபாட்டினை வெளிப்படுத்துகிறது. இது

அரசின் கொள்கைகளை மதிப்பீடு செய்ய பயன்படுகிறது. அரசின் பொறுப்புணர்வை அதிகரிக்கிறது.

புள்ளியியல் துறை திட்ட அமலாக்கத் துறையுடன் இணைக்கப்பட்டது முதல் புள்ளியியல் மற்றும் திட்ட அமலாக்க அமைச்சு தனி அமைப்பாக 1999 முதல் செயல்பட்டு வருகின்றது.

இத்துறை இரு பிரிவுகளை கொண்டது: புள்ளியியல் மற்றும் திட்ட அமலாக்கம்.



இதில் புள்ளியியல் பிரிவானது தேசிய புள்ளியியல் அலுவலகம் (National Statistical Office, NSO) என அழைக்கப்படுகிறது. இதில் மேலும் சில பிரிவுகளாக மத்திய புள்ளியியல் கழகம் (Central Statistical Organization, CSO), கனிணி மையம், மற்றும் தேசிய மாதிரிக் கூறெடுப்பு விசாரணை அலுவலகம் (National Sample Survey Office, NSSO) உள்ளன.

**மத்திய புள்ளியியல் அலுவலகம் (Central Statistical Office, CSO)**

மத்திய புள்ளியியல் அலுவலகம் இரு பிரிவுகளை கொண்ட தேசிய புள்ளியில் அமைப்பின் அங்கமாகும். இதன் முக்கிய பணி

நாடுமுழுவதிலும் நடைபெறும் புள்ளிவிவர சேகரிப்புகளை ஒருங்கிணைப்பது மற்றும் அவற்றினை பரிசோதிப்பதும், தர மேம்பாட்டினை உறுதிப்படுத்துவதும் ஆகும். இந்த அமைப்பால் செய்யப்படும் பணிகள்: தேசிய கணக்குகளை ஒருங்கிணைப்பது, ஆண்டு தொழில் துறை விசாரணையை நடத்துவது, பொருளாதார விசாரணைகளை நடத்துவது, தொழிற்சாலை உற்பத்தி விவரங்களை சேகரிப்பது, நுகர்வோர் குறியீட்டெண்ணை அமைப்பது ஆகும். மேலும், மற்ற சமுதாய புள்ளி விவரங்களை சேகரிப்பது. பயிற்சி, பன்னாட்டு ஒத்துழைப்பை பேணுதல், தொழில் பிரிவுகளை நிர்ணயித்தல் ஆகிய பணிகளையும் இது செய்கிறது.



இந்த அமைப்பில் ஐந்து பிரிவுகள் உள்ளன. அவைகள் முறையே, தேசிய கணக்குப் பிரிவு, சமூக புள்ளியியல் பிரிவு, பொருளாதார புள்ளியியல் பிரிவு, பயிற்சி பிரிவு, ஒருங்கிணைப்பு மற்றும் வெளியீட்டுப் பிரிவு. இந்த அமைப்பின் அலுவலகம் புதுடெல்லியில் அமைந்திருக்கிறது. தொழிற்சாலை விவரங்களுக்கான பிரிவு கொல்கத்தாவில் இருக்கின்றது. கனிணி மையம் புதுடெல்லி செயல்பட்டு வருகிறது.

**தேசிய மாதிரி கூறெடுத்தல் அலுவலகம்**  
(National Sample Survey Office, NSSO)

தேசிய மாதிரி கூறெடுத்தல் கழகம் தற்பொழுது, தேசிய மாதிரி கூறெடுத்தல் அலுவலகம் என அழைக்கப்படுகிறது. இது இந்திய புள்ளியியல் அமைச்சுத்தின் கீழ் செயல்படும் அமைப்பாகும். இது புள்ளியியல் பணியைப் பொறுத்தவரை மிகப் பெரிய அமைப்பாகும். இது 1950 முதல் தொடர்ச்சியாக சமூக-பொருளாதார புள்ளிவிவர விசாரணைகளை மேற்கொண்டுள்ளது. இதில் நான்கு பிரிவுகள் உள்ளன:

1. விசாரணை வடிவமைத்தல் மற்றும் ஆய்வுத் துறை.
2. களப்பணித் துறை
3. புள்ளிவிவர செயலாக்கத் துறை

4. ஒருங்கிணைப்பு மற்றும் வெளியீட்டுத் துறை.  
திட்ட அமைலாக்கத் துறையின் கீழ் மூன்று அமைப்புகள் உள்ளன.

- (i) 20 அம்ச திட்டம்
- (ii) உள்கட்டமைப்பு கண்காணிப்பு மற்றும் திட்ட கண்காணிப்பு.
- (iii) பாராளுமன்ற உறுப்பினர் உள்ளூர் வளர்ச்சித் திட்டம்.

இதைத்தவிர, இந்திய அரசின் தீர்மானத்தின்படி தேசிய புள்ளியியல் குழு உருவாக்கப்பட்டுள்ளது. பிறகு, தன்னாட்சி பெற்ற மற்றும் பாராளுமன்ற சட்டத்தால் தேசிய முக்கியத்தவம் வாய்ந்ததாக அறிவிக்கப்பட்ட இந்திய புள்ளியியல் நிறுவனமும் இருக்கின்றது.

#### தொகுப்புரை

இப்பாடத்தில் புள்ளியியலின் முக்கியத்துவம், இயல்பு, வகைகள், புள்ளிவிவர வகைகள், புள்ளிவிவர பகுப்பாய்வுகளான மைய போக்கு அளவைகள், விலகல் அளவைகள், ஒட்டுறவு, தொடர்புப் போக்கு ஆகியவை அறிந்துகொள்ளப்பட்டன. தொடர்ந்து பொருளாதார அளவையியலை பற்றி ஓர் அறிமுக பாடத்தினை கற்றோம். இறுதியாக, இந்திய புள்ளிவிவர அமைப்புகளை பற்றியும் அறிந்து கொண்டோம்.

### மாதிரி வினாக்கள்

#### பகுதி - அ

**சரியான விடையை தெரிவு செய்க:**

1. 'ஸ்டாட்டிஸ்டிக்ஸ்' (Statistics) என்ற வார்த்தை ----- ஆகும்.  
அ) ஒருமை ஆ) பன்மை  
இ) ஒருமை மற்றும் பன்மை  
ஈ) மேற்சொன்ன எதுவுமல்ல
2. புள்ளியியல் எண்விவரங்களை பற்றி படிக்கும் பயன்பாட்டுக் கணிதத்தின் ஒரு சிறப்புப் பகுதி என்று கூறியவர் யார்?  
அ) ஹெராஸ் செக்ரிஸ்ட் ஆ) ஆர். ஏ. ஃபிஷர்  
இ) யா-லன்-சூ ஈ) போடிங்டன்

3. இரண்டாம்நிலை விவரங்களுக்கான ஆதாரம் ----- .  
அ) வெளியிடப்பட்ட விவரங்கள்  
ஆ) வெளியிடப்படாத விவரங்கள்  
இ) மேற்சொன்ன இரண்டில் ஒன்று  
ஈ) அ மற்றும் ஆ
4. கேள்வித்தாள் மூலம் புள்ளிவிவரம் திரட்டப்பட்டால் அது ----- .  
அ) முதல்நிலை விவரம்  
ஆ) இரண்டாம் நிலை விவரம்  
இ) வெளியிடப்பெற்ற விவரம்  
ஈ) தொகுக்கப்பட்ட விவரம்

புள்ளியியல் முறைகள் மற்றும் பொருளாதார அளவையியல் ஓர் அறிமுகம்





5. நேர்கோட்டு உறவினை கொண்டிருக்கும் இரு மாறிகளின் உறவினை அளவினை அளக்கும் முறைக்கு ----- பெயர்.

- அ) சரிவு                      ஆ) அச்சுவெட்டு  
இ) உடன்தொடர்புக் கெழு  
ஈ) ஒட்டுறவுச் சமன்பாடு

6. X மற்றும் Y மாறிகள் இரண்டும் ஒரே திசையில் மாறினால், உடன்தொடர்புக் கெழு எவ்வாறு இருக்கும்?

- அ) நேர்மறையாக                      ஆ) எதிர்மறையாக  
இ) 0                      ஈ) 1

7. ஒரு சிதறல் விளக்கப்படத்தில் ஒரு மாறி அதிகரித்துச் செல்லும்பொழுது மற்றொரு மாறி குறைந்து சென்றால் உடன்தொடர்புக்கெழுவின் அளவு எவ்வாறாக இருக்கும்?

- அ) முழு நேர்மறையாக  
ஆ) முழு எதிர்மறையாக  
இ) எதிர்மறையாக                      ஈ) 0



8. உடன்தொடர்புக் கெழு Y-ன் அளவு எந்த எல்லைக்குள் இருக்கும்

- ஆ) 0 மற்றும் 1                      ஆ) -1 மற்றும் 0  
இ) -1 மற்றும் 1                      ஈ) -0.5 மற்றும் 0.5

9. ஒட்டுறவு என்ற கருத்தினை முதலில் பயன்படுத்தியவர்

- அ) நியூட்டன்                      ஆ) பியர்ஸன்  
இ) ஸ்பியர்மேன்                      ஈ) கால்டன்

10. ஒட்டுறவு பகுப்பாய்வின் நோக்கம்?

- அ) ஒரு காரணியின் மதிப்பினைக் கொண்டு அடுத்து காரணியின் மதிப்பினை கண்டறிவது.

ஆ) சிதறல் விளக்கப்படத்தில் உள்ள புள்ளிகளுக்கு பதிலாக கோட்டினை வரைவது

இ) இரு மாறிகளும் எந்த அளவுக்கு உறவுகொண்டுள்ளன என்பதை தெரிந்து கொள்வதற்கு.

ஈ) சாரா மாறியின் எதிர்பார்க்கப்படும் மதிப்பினை தெரிந்துகொள்ள சார்பு மாறியின் மதிப்பினை அளித்தல்.

11. சார்பு மாறியின் மதிப்பினை மதிப்பீடு செய்வதற்காக சாரா மாறிகளை

பயன்படுத்தும் செயலுக்கு ----- பெயர்

- அ) உடன் தொடர்புக் கெழு                      இ) சரிவு  
ஆ) ஒட்டுறவு                      ஈ) பிழைக் கருத்து

12.  $Y = 2 - 0.2X$  எனில், Y அச்ச வெட்டு ----- ஆகும்.

- அ) -2                      ஆ) 2  
இ) 0.2 X                      ஈ) மேற்சொன்ன அனைத்தும்

13.  $Y = \beta_0 + \beta_1 X$ , என்ற ஒட்டுறவுச் சமன்பாட்டில் Y என்பது----- .

- அ) சாரா மாறி                      ஆ) சார்பு மாறி  
இ) தொடர்ச்சி மாறி  
ஈ) மேற்சொன்ன எதுவுமல்ல.

14.  $Y = \beta_0 + \beta_1 X$  என்ற ஒட்டுறவுச் சமன்பாட்டில் X என்பது ----- .

- அ) சாரா மாறி                      ஆ) சார்பு மாறி  
இ) தொடர்ச்சி மாறி  
ஈ) மேற்சொன்ன எதுவுமல்ல.

15. பொருளாதார அளவையியல் என்பது எதன் இணைப்பு?

- அ) பொருளியல் மற்றும் புள்ளியியல்  
ஆ) பொருளியல் மற்றும் கணிதம்  
இ) பொருளியல், கணிதம், மற்றும் புள்ளியியல்  
ஈ) மேற்சொன்ன எதுவுமல்ல

16. பொருளாதார அளவையியல் என்ற வார்த்தையை உருவாக்கியவர்?

- அ) ஃபிரான்ஸி கால்டன்  
ஆ) ராக்னா; ஃபிரிஸ்க்  
இ) கார்ல் பியர்சன்                      ஈ) ஸ்பியர்மேன்

17. பொருளாதார அளவையியலுக்கான மூலப்பொருள்----- .

- அ) புள்ளிவிவரம்                      ஆ) பொருட்கள்  
இ) புள்ளியியல்                      ஈ) கணிதம்

18. U என்பது -----.

- அ) விலகல்                      ஆ) திட்டப்பிழை  
இ) பிழைக் கருத்து  
ஈ) மேற்சொன்ன எதுவும் அல்ல

19. U என்பது எதைக் குறிக்கிறது?

- அ) விடுபட்ட காரணிகள்  
ஆ) திட்டப் பிழை                      இ) பிழை  
ஈ) தொடர்ச்சியற்ற காரணி

20. பொருளாதார அளவையியல் என்பது எத்தனை பாடங்களின் இணைப்பு?

- அ) 3 பாடங்கள்                      ஆ) நான்கு பாடங்கள்  
இ) 2 பாடங்கள்                      ஈ) 5 பாடங்கள்



### விடைகள்

|    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 1  | 2  | 3  | 4  | 5  | 6  | 7  | 8  | 9  | 10 |
| இ  | ஈ  | ஈ  | அ  | இ  | அ  | இ  | இ  | ஈ  | அ  |
| 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 |
| ஆ  | ஆ  | ஆ  | அ  | இ  | ஆ  | அ  | இ  | அ  | அ  |

### பகுதி - ஆ

கீழ்க்காணும் வினாக்களுக்கு ஒரே வாய்ப்புள்ள பதில் அளிக்கவும்

21. புள்ளியியல் என்றால் என்ன?
22. புள்ளியியலின் வகைகள் யாவை?
23. உய்த்துணர் புள்ளியியல் என்றால் என்ன?
24. புள்ளிவிவர வகைகள் யாவை?
25. உடன் தொடர்பு என்பதனை வரையறு.
26. ஒட்டுறவு என்பதனை வரையறு.
27. பொருளாதார அளவையியல் என்றால் என்ன?

### பகுதி - இ

கீழ்வரும் வினாக்களுக்கு ஒரு பத்தியளவில் விடையளிக்கவும்

28. புள்ளியியலின் பணிகள் யாவை?
29. பின்வரும் விவரங்களுக்கு திட்டவிலக்கத்தினை காண்.  
14, 22, 9, 15, 20, 17, 12, 11 (விடை:  $\sigma$  4.18).
30. பல்வகையான உடன் தொடர்புகளை கூறி விளக்குக.
31. ஒட்டுறவுப் பகுப்பாய்வின் பயன்களை கூறுக.

32. பொருளாதார அளவையியலின் நோக்கங்களை கூறுக.
33. பொருளாதார மாதிரியிலிருந்து பொருளாதார அளவையியல் மாதிரியினை வேறுபடுத்துக.
34. இந்தியாவில் புள்ளியியல் ஆதார அமைப்புகளின் முக்கியத்துவத்தை விவாதி.

### பகுதி - ஈ

கீழ்க்காணும் வினாக்களுக்கு ஒரு பக்க அளவில் பதில் தருக

35. புள்ளியியலின் இயல்பு மற்றும் எல்லைகளை விளக்குக.
36. பின்வரும் விவரங்களுக்கு கார்ப் பியர்ஸனின் ஒட்டுறவுக் கெழுவினை கண்டறிக

|            |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |
|------------|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| தேவை X :   | 23 | 27 | 28 | 29 | 30 | 31 | 33 | 35 | 36 | 39 |
| விற்பனை Y: | 18 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 28 | 29 | 30 | 32 |

விடை:  $r=0.9955$

37. பின்வரும் விவரங்களிலிருந்து Y மீது X மற்றும் X மீது Y ஆகியவற்றினை கண்டறிக:

|    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| Y: | 45 | 48 | 50 | 55 | 65 | 70 | 75 | 72 | 80 | 85 |
| X: | 25 | 30 | 35 | 30 | 40 | 50 | 45 | 55 | 60 | 65 |

(விடை:  $Y = 0.787X + 7.26$ , மற்றும்  $X = 0.87Y + 26.65$ )

### பார்வை நூல்கள்

1. Agarwal.D.R (2003) "Statistics for Economists" Vrinda Publications (P) Ltd New Delhi,
2. Christopher Dougherty (2007), Introduction to Econometrics, Oxford University Press, 3rd edition, Indian Edition.
3. Greene W.H., (2003) Econometric analysis , 5ed., Prentice Hall,
4. Gujarati.N and Sangeetha (2012) Basic Econometrics, McGraw Hill, Indian Reprint
5. Gupta.S.P, Gupta.M.P (1998) "Business Statistic" Sultan Chand & Sons. 16th revised) enlarge edition.
6. Gupta.S.P(2012), "Statistical method" Sultan Chand, New Delhi.
7. Jan Kmenta (2008), Elements of Econometrics, Indian Reprint, Khosla Publishing House, 2nd edition.
8. Kapur.J.N&Saxena,H.C (2001) "Mathematical statistics" Sultan chand and Company Ltd., New Delhi.
9. Koutsoyiannis.A, Theory of Econometrics , Indian Reprint, Replika Press Pvt.LtdKundli
10. Maddala G.S. 1992 , Introduction to econometrics , 2ed., Macmillan
11. Mehta.B.C&KrantiKapoor(2005), Fundamental of Econometrics, Second Revised Edition, Himalaya Publishing House.
12. Phillips,C(2002)"Statistics – I Economics, management, Finance and the social science" Published by University of London Press, University of London.
13. Vittal P.R (1986), "Business mathematics and statistics," Marghan Publications Madras.



## சொற்களஞ்சியம்

|                          |                            |
|--------------------------|----------------------------|
| முடுக்கி                 | Accelerator                |
| அயல்நாட்டு வாணிப நிலை    | Balance of trade           |
| அயல்நாட்டு செலுத்து நிலை | Balance of payments        |
| வரவு செலவு திட்டம்       | Budget                     |
| நிதிநிலை பற்றாக்குறை     | Budgetary deficit          |
| வணிக வங்கிகள்            | Commercial Banks           |
| மத்திய வங்கி             | Central Bank               |
| கடன் உருவாக்கம்          | Credit creation            |
| ரொக்க இருப்பு வீதம்      | Cash Reserve Ratio         |
| முதலாளித்துவம்           | Capitalism                 |
| மூலதனத் உருவாக்கம்       | Capital formation          |
| மூலதனம்                  | Capital                    |
| நுகர்வுச் சார்பு         | Consumption function       |
| ஒப்பீட்டு செலவு நன்மை    | Comparative cost advantage |
| சங்க வரி ஒன்றியம்        | Customs union              |
| பொதுச் சந்தை             | Common market              |
| மூலதனத் திரட்சி          | Capital accumulation       |
| சூதாட்ட முதலாளித்துவம்   | Casino capitalism          |
| சலுகைசார் முதலாளித்துவம் | Crony capitalism           |
| கடன் கட்டுப்பாடு         | Credit control             |
| கடன் பங்கீடு             | Credit Rationing           |
| உடன் தொடர்பு கெழு        | Correlation co-efficient   |
| மேம்பாடு                 | Development                |
| செலவிடக் கூடிய வருமானம்  | Disposable income          |
| பணவாட்டம்                | Deflation                  |
| மித பணவீக்கம்            | Disinflation               |
| பண மதிப்பிழப்பு          | Demonetization             |
| நாணய மதிப்பு குறைப்பு    | Devaluation                |
| வளரும் நாடுகள்           | Developing countries       |
| வளர்ந்த நாடுகள்          | Developed countries        |
| தேவை வைப்பு              | Demand deposit             |
| பொருளியல்                | Economics                  |
| மாற்று விதம்             | Exchange rate              |
| மாற்று வீத கட்டுப்பாடு   | Exchange control           |





|                                                         |                                        |
|---------------------------------------------------------|----------------------------------------|
| பொருளாதார கூட்டு                                        | Economic union                         |
| சுற்று சூழல்                                            | Eco system                             |
| பொருளாதார அளவியல்                                       | Econometrics                           |
| முக தோற்ற மதிப்பு                                       | Face value                             |
| அயல் நாடு                                               | Foreign country                        |
| பொது நிதிக் கொள்கை, அரசோடு தொடர்புடையது                 | Fiscal policy                          |
| நிதிக் குழு                                             | Finance commission                     |
| நிதிப்பற்றாக்குறை                                       | Fiscal deficit                         |
| தலையிடா வாணிப பகுதி                                     | Free Trade Area                        |
| நிறுவனம்                                                | Firm                                   |
| வளர்ச்சி                                                | Growth                                 |
| சங்க வரி மற்றும் வாணிபம் தொடர்பான பொது ஒப்பந்தம்        | General agreement on tariffs and trade |
| சரக்கு மற்றும் சேவைவரி                                  | Goods and services Tax                 |
| தொழில்                                                  | Industry                               |
| முதலீடு                                                 | Investment                             |
| அகமதிப்பு                                               | Intrinsic value                        |
| பணவீக்கம்                                               | Inflation                              |
| ஊக்குவிக்கப்பட்ட முதலீடு                                | Induced investment                     |
| பன்னாட்டு பொருளியல்                                     | International economics                |
| பன்னாட்டு பணநிதியம்                                     | International monetary fund            |
| சுட்டிக்காட்டும் திட்டம்                                | Indicative planning                    |
| கட்டாய திட்டமிடல்                                       | Imperative planning                    |
| வரி பளு அல்லது வரிச்சுமை                                | Incidence of Taxation                  |
| தேசிய தொழில் வளர்ச்சி வங்கி                             | IDBI                                   |
| தலையிடாக் கொள்கையைக் கொண்டுள்ள முதலாளித்துவ பொருளாதாரம் | Laissez – Faire capitalist economy     |
| ரொக்கத்தன்மை அல்லது நீர்மைத்தன்மை                       | Liquidity                              |
| பேரினப் பொருளாதாரம்                                     | Macro economics                        |
| கலப்புப் பொருளாதாரம்                                    | Mixed economy                          |
| இறுதிநிலை நுகர்வு விருப்பம்                             | Marginal propensity to consume         |
| இறுதிநிலை சேமிப்பு நாட்டம்                              | Marginal propensity to save            |
| பெருக்கி                                                | Multiplier                             |
| பன்முக வாணிப ஒப்பந்தம்                                  | Multilateral Trade Agreement           |
| பணக் கொள்கை                                             | Monetary policy                        |
| அறிவுறுத்தல்                                            | Moral suasion                          |
| மையபோக்கு அளவியல்                                       | Measure of central Tendency            |
| பரவல் (அல்லது) சிதறல்                                   | Measure of dispersion                  |
| தேசிய வருமானம்                                          | National Income                        |



|                                                |                           |
|------------------------------------------------|---------------------------|
| எதிர்மறை புறவிளைவுகள்                          | Negative externalities    |
| தேசிய வேளாண் மற்றும் கிராமப்புற வளர்ச்சி வங்கி | NABARD                    |
| விடுபட்ட மாறிகள்                               | Omitted variable          |
| தனிநபர் வருமானம்                               | Personal income           |
| தலைவீத வருமானம்                                | Per capita income         |
| விகிதாச்சார வரி                                | Proportional Tax          |
| வளர்வீத வரி                                    | Progressive Tax           |
| பொதுக்கடன்                                     | Public Debt               |
| நேர்மறை புறவிளைவுகள்                           | Positive externalities    |
| பேரிடர் முதலாளித்துவம்                         | Patrimonial capitalism    |
| திட்டக் குழு                                   | Planning commission       |
| முதனிலை புள்ளி விவரம்                          | Primary data              |
| வட்டார கிராம வங்கி                             | RRB                       |
| உடன் தொகை கெழு                                 | Regression Coefficients   |
| மனஇயல் காரணிகள்                                | Subjective factors        |
| தேக்க வீக்கம்                                  | Stagflation               |
| ஊக வாணிகம்                                     | Speculation               |
| சிறப்பு எடுப்பு உரிமை                          | Special Drawing Rights    |
| நிலைத்த மேம்பாடு                               | Sustainable development   |
| சமூக நீதி                                      | Social justice            |
| சட்ட பூர்வ இருப்பு வீதம்                       | Statutory liquidity Ratio |
| புள்ளியியல்                                    | Statistics                |
| இரண்டாம் நிலை புள்ளி விவரம்                    | Secondary data            |
| நிபந்தனை                                       | Terms of Trade            |
| வர்த்தக குழுமங்கள்                             | Trade Blocs               |
| வரி ஏய்ப்பு                                    | Tax evasion               |
| வரி தவிர்ப்பு                                  | Tax avoidance             |
| கால வைப்பு                                     | Time deposit              |
| பின்தங்கிய நாடுகள்                             | Underdeveloped Countries  |
| வளர்ச்சி குறைந்த நாடுகள்                       | Undeveloped Countries     |
| வறுமையின் நச்சுச் சுழல்                        | Vicious circle of poverty |
| உலக வங்கி                                      | World Bank                |
| உலக வர்த்தக மையம்                              | World Trade Centre        |
| உலக வர்த்தக அமைப்பு                            | World Trade Organisation  |