

1. ક્યાં વિધાન સત્ય છે અને ક્યા અસત્ય છે ? દરેકના જવાબ માટે યોગ્ય કારણ આપો :

p : વર્તુળની દરેક ત્રિજ્યા એ વર્તુળની જીવા છે.

➔ આપેલ વિધાન અસત્ય છે. કારણ કે વર્તુળનાં કેન્દ્ર અને વર્તુળનાં બિંદુને જોડતો રેખાખંડ વર્તુળની ત્રિજ્યા છે. જ્યારે વર્તુળનાં બે ભિન્ન બિંદુઓને જોડતો રેખાખંડ એ વર્તુળની જીવા છે.

2. ક્યાં વિધાન સત્ય છે અને ક્યા અસત્ય છે ? દરેકના જવાબ માટે યોગ્ય કારણ આપો :

q : વર્તુળનું કેન્દ્ર એ વર્તુળની દરેક જીવાને દુભાગે છે.

➔ આપેલ વિધાન અસત્ય છે. કારણ કે વર્તુળનું કેન્દ્ર એ ફક્ત વર્તુળનાં વ્યાસને જ દુભાગે છે. દરેક જીવાને દુભાગતું નથી.

3. ક્યાં વિધાન સત્ય છે અને ક્યા અસત્ય છે ? દરેકના જવાબ માટે યોગ્ય કારણ આપો :

r : વર્તુળ એ ઉપવલયનું એક ખાસ ઉદાહરણ છે.

➔ આપેલ વિધાન સત્ય છે. કારણ કે, ઉપવલયનાં સમીકરણ $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ માં $a = b$ લઈએ તો વર્તુળ થાય છે. (પ્રત્યક્ષ પદ્ધતિ).

4. ક્યાં વિધાન સત્ય છે અને ક્યા અસત્ય છે ? દરેકના જવાબ માટે યોગ્ય કારણ આપો :

s : જો x અને y પૂર્ણાંકો હોય તથા $x > y$ તો $-x < -y$.

➔ આપેલ વિધાન સત્ય છે. સ્પષ્ટ છે કે, જો $5 > 2$ હોય તો $-5 < -2$ થાય (અસમતાની રીત પરથી).

5. ક્યાં વિધાન સત્ય છે અને ક્યા અસત્ય છે ? દરેકના જવાબ માટે યોગ્ય કારણ આપો :

t : $\sqrt{11}$ એ સંમેય સંખ્યા છે.

➔ આપેલ વિધાન અસત્ય છે. કારણ કે 11 અવિભાજ્ય સંખ્યા છે. તેથી $\sqrt{11}$ એ સંમેય સંખ્યા નથી. $\sqrt{11}$ અસંમેય સંખ્યા છે.

6. ક્યાં વિધાન સત્ય છે અને ક્યા અસત્ય છે ? દરેકના જવાબ માટે યોગ્ય કારણ આપો :

p : 20 એ 4 અને 5 નો ગુણિત છે.

➔ સત્ય (નોંધ : વિદ્યાર્થીએ કારણ જાતે દર્શાવવું.)

7. ક્યાં વિધાન સત્ય છે અને ક્યા અસત્ય છે ? દરેકના જવાબ માટે યોગ્ય કારણ આપો :

q : 30 એ 8 નો ગુણિત છે.

➔ અસત્ય (નોંધ : વિદ્યાર્થીએ કારણ જાતે દર્શાવવું.)

8. ક્યાં વિધાન સત્ય છે અને ક્યા અસત્ય છે ? દરેકના જવાબ માટે યોગ્ય કારણ આપો :

r : 6 નાં બધાં જ અવયવો અવિભાજ્ય છે.

➔ અસત્ય (નોંધ : વિદ્યાર્થીએ કારણ જાતે દર્શાવવું.)

9. ક્યાં વિધાન સત્ય છે અને ક્યા અસત્ય છે ? દરેકના જવાબ માટે યોગ્ય કારણ આપો :

s : જો x અને y અયુગ્મ હોય તો xy અયુગ્મ છે.

➔ સત્ય (નોંધ : વિદ્યાર્થીએ કારણ જાતે દર્શાવવું.)

10. પ્રતિઉદાહરણની રીતે બતાવો કે નીચેનું વિધાન અસત્ય છે : “કોઈપણ વાસ્તવિક સંખ્યાઓ a અને b માટે $a^2 = b^2$ સૂચિત કરે છે કે $a = b$ ”.

► p : કોઈપણ વાસ્તવિક સંખ્યાઓ a અને b માટે $a^2 = b^2$.

q : $a = b$

આપેલ વિધાન 'જો p તો q ' પ્રકારનું છે.

આપેલ વિધાન અસત્ય છે તેમ દર્શાવવા માટે આપણે બતાવવું પડે કે જો p તો $\sim q$.

સ્પષ્ટ છે કે, $3 \neq -3$ (અર્થાત્ $a \neq b$)

પરંતુ $(3)^2 = 9$ તથા $(-3)^2 = 9$

$\Rightarrow (3)^2 = (-3)^2$ (અર્થાત્ $a^2 = b^2$)

આમ, આપેલ વિધાન અસત્ય છે.

11. સમાનાર્થી પ્રેરણની રીતથી નીચેનું વિધાન સત્ય છે તેમ સાબિત કરો :

p : જો x પૂર્ણાંક હોય તથા x^2 યુગ્મ હોય તો x પણ યુગ્મ છે.

► q : x પૂર્ણાંક હોય તથા x^2 યુગ્મ છે.

r : x પણ યુગ્મ છે.

આપેલ વિધાન 'જો q તો r ' પ્રકારનું છે.

તેનું સમાનાર્થી પ્રેરણ $\sim r \Rightarrow \sim q$ છે.

અર્થાત્ x યુગ્મ ન હોય તો x^2 યુગ્મ નથી.

ધારો કે, $x \in \mathbb{R}$ તથા x યુગ્મ નથી.

$\therefore x$ અયુગ્મ છે.

$\therefore x = 2K + 1$ (જ્યાં K પૂર્ણાંક છે.)

$\therefore x^2 = (2K + 1)^2$

$\therefore x^2 = 4K^2 + 4K + 1$

$= 4K(K + 1) + 1$

$\therefore x^2$ અયુગ્મ છે.

$\therefore x^2$ યુગ્મ નથી.

$\therefore \sim r \Rightarrow \sim q$ સત્ય છે.

$\therefore q \Rightarrow r$ સત્ય છે.

12. પ્રતિઉદાહરણની રીતથી બતાવો કે નીચેનાં વિધાન અસત્ય છે :

p : જો ત્રિકોણના બધા જ ખૂણાનાં માપ સમાન હોય તો તે ગુરૂકોણ ત્રિકોણ છે.

► આપેલ વિધાન "જો q તો r " પ્રકારનું છે. જ્યાં

q : ત્રિકોણનાં બધાં જ ખૂણાનાં માપ સમાન છે.

r : ત્રિકોણ ગુરૂકોણ ત્રિકોણ છે.

આપેલ વિધાન અસત્ય છે તેમ દર્શાવવા માટે આપણે બતાવવું પડે કે જો p તો $\sim q$.

ધારો કે ત્રિકોણ ગુરૂકોણ નથી.

\therefore તેના ખૂણાઓ લઘુકોણ છે.

ત્રિકોણનો દરેક ખૂણો 60° નો લો. તો 60° એ લઘુકોણ છે.

\therefore ત્રિકોણનાં બધાં જ ખૂણાનાં માપ સમાન છે.

આમ, આપેલ વિધાન અસત્ય છે.

13. પ્રતિઉદાહરણની રીતથી બતાવો કે નીચેનાં વિધાન અસત્ય છે :

q : સમીકરણ $x^2 - 1 = 0$ ને 0 અને 2 ની વચ્ચે કોઈ બીજ નથી.

► ધારો કે સમીકરણ $x^2 - 1 = 0$ ને 0 અને 2 ની વચ્ચે બીજ છે.

$x^2 - 1 = 0$

$\therefore (x - 1)(x + 1) = 0$

$\therefore x - 1 = 0$ અથવા $x + 1 = 0$

$$\therefore x = 1, \quad x = -1$$

\therefore સમીકરણ $x^2 - 1 = 0$ નાં બીજ 1 અને -1 છે.

સ્પષ્ટ છે કે બીજ 1 એ 0 અને 2 ની વચ્ચે છે.

\therefore આપેલ વિધાન અસત્ય છે.

14. પ્રત્યક્ષ રીતનો ઉપયોગ કરી સાબિત કરો કે, જો $x, y \in \mathbb{N}$ અને x અને y અયુગ્મ હોય તો xy અયુગ્મ છે.

➔ જાતે ગણો

15. પ્રતિઉદાહરણની રીતે દર્શાવો કે નીચેનું વિધાન અસત્ય છે. “જો x એ યુગ્મ પૂર્ણાંક હોય તો x અવિભાજ્ય સંખ્યા છે.”

➔ જાતે ગણો

16. “જો $x \in \mathbb{R}$ અને $x^3 + x = 0$ તો $x = 0$ ” (i) પ્રત્યક્ષની રીતે (ii) સમાનાર્થી પ્રેરણની રીતે દર્શાવો કે આપેલ વિધાન સત્ય છે.

➔ જાતે ગણો

17. નીચેનું વિધાન સત્ય છે તેમ (i) પ્રત્યક્ષ પદ્ધતિ, (ii) અનિષ્ટાપત્તિની રીત અને (iii) સમાનાર્થી પ્રેરણની રીતથી બતાવો :

p : જો કોઈ વાસ્તવિક સંખ્યા x માટે $x^3 + 4x = 0$, તો $x = 0$.

➔ (i) પ્રત્યક્ષ પદ્ધતિ :

$$p : \text{કોઈ વાસ્તવિક સંખ્યા } x \text{ માટે } x^3 + 4x = 0$$

$$q : x = 0$$

ધારો કે, વિધાન p સત્ય છે.

$$\therefore x^3 + 4x = 0$$

$$\therefore x(x^2 + 4) = 0$$

$$\therefore x = 0 \text{ અથવા } x^2 + 4 = 0$$

પરંતુ વાસ્તવિક સંખ્યા x માટે $x^2 \geq 0$

$$\therefore x^2 + 4 > 0$$

$$\therefore x^2 + 4 \neq 0$$

$$\therefore x = 0$$

\therefore વિધાન q સત્ય છે.

$\therefore p \Rightarrow q$ સત્ય છે.

➔ (ii) અનિષ્ટાપત્તિની રીત :

$$p : x \in \mathbb{R}, x^3 + 4x = 0$$

$$q : x = 0$$

ધારો કે, “જો કોઈક વાસ્તવિક સંખ્યા x માટે $x^3 + 4x = 0$ તો $x = 0$ ” અસત્ય છે.

$$\therefore \sim (p \Rightarrow q) \text{ સત્ય છે.}$$

$$\sim (p \Rightarrow q) = p \wedge (\sim q)$$

$$\therefore x \in \mathbb{R}, x^3 + 4x = 0 \text{ અને } x \neq 0$$

$$\therefore x(x^2 + 4) = 0 \text{ અને } x \neq 0$$

$$\therefore x = 0, x^2 + 4 = 0 \text{ અને } x \neq 0$$

પરંતુ વાસ્તવિક સંખ્યા x માટે $x^2 \geq 0 \Rightarrow x^2 + 4 \neq 0$

$$\therefore x = 0 \text{ અને } x \neq 0$$

આ પરિણામ શક્ય નથી.

$\therefore \sim (p \Rightarrow q)$ અસત્ય છે.

આથી $p \Rightarrow q$ સત્ય છે.

➔ (i) પ્રત્યક્ષ પદ્ધતિ :

$$p : \text{કોઈ વાસ્તવિક સંખ્યા } x \text{ માટે } x^3 + 4x = 0$$

$$q : x = 0$$

ધારો કે, વિધાન p સત્ય છે.

$$\therefore x^3 + 4x = 0$$

$$\therefore x(x^2 + 4) = 0$$

$$\therefore x = 0 \text{ અથવા } x^2 + 4 = 0$$

પરંતુ વાસ્તવિક સંખ્યા x માટે $x^2 \geq 0$

$$\therefore x^2 + 4 > 0$$

$$\therefore x^2 + 4 \neq 0$$

$$\therefore x = 0$$

\therefore વિધાન q સત્ય છે.

$\therefore p \Rightarrow q$ સત્ય છે.

➔ (ii) અનિષ્ટાપત્તિની રીત :

$$p : x \in \mathbb{R}, x^3 + 4x = 0$$

$$q : x = 0$$

ધારો કે, “જો કોઈક વાસ્તવિક સંખ્યા x માટે $x^3 + 4x = 0$ તો $x = 0$ ” અસત્ય છે.

$\therefore \sim (p \Rightarrow q)$ સત્ય છે.

$$\sim (p \Rightarrow q) = p \wedge (\sim q)$$

$$\therefore x \in \mathbb{R}, x^3 + 4x = 0 \text{ અને } x \neq 0$$

$$\therefore x(x^2 + 4) = 0 \text{ અને } x \neq 0$$

$$\therefore x = 0, x^2 + 4 = 0 \text{ અને } x \neq 0$$

પરંતુ વાસ્તવિક સંખ્યા x માટે $x^2 \geq 0 \Rightarrow x^2 + 4 \neq 0$

$$\therefore x = 0 \text{ અને } x \neq 0$$

આ પરિણામ શક્ય નથી.

$\therefore \sim (p \Rightarrow q)$ અસત્ય છે.

આથી $p \Rightarrow q$ સત્ય છે.