

# घन एवं घनमूल

## In Text Exercise

पृष्ठ 24

प्रश्न 1: रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए

क्र.सं	बड़े घन की एक भुजा	बड़े घन को बनाने में जोड़े गए इकाई घन की संख्या
1.	1	1
2.	2	8
3.	3	27
4.	4	.....
5.	5	.....

हल:

क्र.सं	बड़े घन की एक भुजा	बड़े घन को बनाने में जोड़े गए इकाई घन की संख्या
1.	1	1
2.	2	8
3.	3	27
4.	4	65
5.	5	125

पृष्ठ 25.

प्रश्न: रिक्त स्थानों में आने वाली घन संख्याएँ भी ज्ञात कीजिए

संख्या	घन
1	$1^3 = 1 \times 1 \times 1 = 1$
2	$2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$

3	$3^3 = 3 \times 3 \times 3 = 27$
4	$4^3 = 4 \times 4 \times 4 = 64$
5	$5^3 = 5 \times 5 \times 5 = \dots$
6	$6^3 = 6 \times 6 \times 6 = \dots$
7	$7^3 = 7 \times 7 \times 7 = \dots$
8	$8^3 = 8 \times 8 \times 8 = \dots$
9	$9^3 = 9 \times 9 \times 9 = \dots$
10	$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = \dots$

हल:

संख्या	घन
1	$1^3 = 1 \times 1 \times 1 = 1$
2	$2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$
3	$3^3 = 3 \times 3 \times 3 = 27$
4	$4^3 = 4 \times 4 \times 4 = 64$
5	$5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125$
6	$6^3 = 6 \times 6 \times 6 = 216$
7	$7^3 = 7 \times 7 \times 7 = 343$
8	$8^3 = 8 \times 8 \times 8 = 512$
9	$9^3 = 9 \times 9 \times 9 = 729$
10	$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1000$

**प्रश्न 1:**  $2^2 = 4 = 2 \times 2 = 2 + 2$

क्या इसी प्रकार  $2^3 = 2 + 2 + 2$

अथवा  $2 \times 2 \times 2$  ?

हल:

$2^3 = 2 + 2 + 2$  असत्य है।

$2^3 = 2 \times 2 \times 2$  सत्य है।

**पृष्ठ 26: करो और सीखो**

**प्रश्न 1: नीचे दी गई संख्याओं की घन संख्याओं के इकाई का अंक बताइए।**

(i) 1331

(ii) 4444

(iii) 159

(iv) 1005

**हल:** (i) 1331

दी हुई संख्या में इकाई का अंक = 1

∴ दी हुई संख्या की घन संख्या में इकाई का अंक = 1

(ii) 4444

दी हुई संख्या में इकाई का अंक = 4

∴ दी हुई संख्या की घन संख्या में इकाई का अंक = 4

(iii) 159

दी हुई संख्या में इकाई का अंक = 9

∴ दी हुई संख्या की घन संख्या में इकाई का अंक = 9

(iv) 1005

दी हुई संख्या में इकाई का अंक = 5

∴ दी हुई संख्या की घन संख्या में इकाई का अंक = 5

**प्रश्न 2: संख्या 46 का घन सम होगा या विषम?**

**हल:** संख्या 46 एक सम संख्या है।

∴ संख्या 46 का घन सम संख्या होगा।

∴ सम संख्याओं को घन सदैव सम संख्या होती है।

**प्रश्न 3: विषम संख्याओं के योग के निम्न प्रतिरूप देखिए**

$$1 = 1 = 1^3$$

$$3 + 5 = 8 = 2^3$$

$$7 + 9 + 11 = 27 = 3^3$$

$$13 + 15 + 17 + 19 = 64 = 4^3$$

$$21 + 23 + 25 + 27 + 29 = 125 = 5^3$$

इस पैटर्न को देखते हुए बताएं कि योग द्वारा 10 प्राप्त करने के लिए कितनी क्रमागत विषम संख्याओं की आवश्यकता होगी?

**हल:** प्रदत्त पैटर्न को देखते हुए योग  $10^3$  प्राप्त करने के लिए 10 क्रमागत विषम संख्याओं की आवश्यकता होगी।

## करो और सीखो

**प्रश्न 4:** ऊपर दिए पैटर्न के अनुसार निम्न को विषम संख्याओं के योग के रूप में प्रदर्शित कीजिए।

(i)  $7^3$

(ii)  $8^3$

**हल:** (i)  $7^3$

$$7^3 = 43 + 45 + 47 + 49 + 51 + 53 + 55$$

(ii)  $8^3$

$$8^3 = 57 + 59 + 61 + 63 + 65 + 67 + 69 + 71$$

**प्रश्न 5:** रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए।

संख्या	घन संख्या
$4 = 2 \times 2$	$4^3 = 64 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^3 \times 2^3$
$6 = 2 \times 3$	$6^3 = 216 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 = 2^3 \times 3^3$
$10 = 2 \times 5$	$10^3 = 1000 = 2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 5 \times 5 = 2^3 \times 5^3$
$12 = 2 \times 2 \times 3$	$12^3 = 1728 = \dots\dots\dots$

**हल:**  $1728 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3$

$$= 2^3 \times 2^3 \times 3^3$$

नोट-घन संख्याओं के अभाज्य गुणनखण्डों में प्रत्येक गुणनखण्ड तीन-तीन बार आता है अर्थात् गुणनखण्डों के तीन-तीन के समूह बनाये जा सकते हैं।

## पृष्ठ 28 : करो और सीखो

**प्रश्न 1:** जाँच कीजिए कि निम्नलिखित में से कौनसी संख्याएँ पूर्ण घन हैं।

(i) 2700

(ii) 16000

(iii) 64000

- (iv) 900
- (v) 125000
- (vi) 36000
- (vii) 21600
- (viii) 10000
- (ix) 27000000
- (x) 11000

**हल:** (i) 2700

अभाज्य गुणनखण्ड करने पर

2	2700
2	1350
3	675
3	225
3	75
5	25
5	5
	1

$$\therefore 2700 = 2 \times 2 \times \underline{3 \times 3 \times 3} \times 5 \times 5$$

संख्या 2700 के अभाज्य गुणनखण्ड में गुणनखण्ड 3 का | तीन-तीन का समूह है परन्तु गुणनखण्ड 2 और 5 तीन| तीन के समूह में नहीं आ रहे हैं। अतः संख्या 2700 एक पूर्ण घन संख्या नहीं है।

(ii) 16000

अभाज्य गुणनखण्ड करने पर

2	16000
2	8000
2	4000
2	2000
2	1000
2	500
2	250
5	125
5	25
5	5
	1

$$\therefore 16000 = \underline{2 \times 2 \times 2} \times \underline{2 \times 2 \times 2} \times \underline{2 \times 2} \times \underline{5 \times 5 \times 5}$$

यहाँ तीन-तीन संख्याओं का समूह बनाने के पश्चात् 2 शेष रह जाता है। अतः यह एक पूर्ण घन संख्या नहीं है।

(iii) 64000

अभाज्य गुणनखण्ड करने पर

2	64000
2	32000
2	16000
2	8000
2	4000
2	2000
2	1000
2	500
2	250
5	125
5	25
5	5
	1

$$\therefore 64000 = \underbrace{2 \times 2 \times 2}_{2^3} \times \underbrace{2 \times 2 \times 2}_{2^3} \times \underbrace{2 \times 2 \times 2}_{2^3} \times \underbrace{5 \times 5 \times 5}_{5^3}$$

यहाँ हम देखते हैं कि अभाज्य गुणनखण्ड में तीन-तीन संख्याओं का समूह बनाया जा सकता है। अतः 64000 एक पूर्ण घन संख्या है।

(iv) 900

अभाज्य गुणनखण्ड करने पर

2	900
2	450
3	225
3	75
5	25
5	5
	1

$$\therefore 900 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5$$

अभाज्य गुणनखण्ड 2, 3 और 5 तीन-तीन के समूह में नहीं आ रहे हैं। अतः 900 एक पूर्ण घन संख्या नहीं है।

(v) 125000

अभाज्य गुणनखण्ड करने पर

2	125000
2	62500
2	31250
5	15625
5	3125
5	625
5	125
5	25
5	5
	1

$$\therefore 125000 = \underline{2 \times 2 \times 2} \times \underline{5 \times 5 \times 5} \times \underline{5 \times 5 \times 5}$$

अभाज्य गुणनखण्ड में तीन-तीन संख्याओं का समूह बनाया जा सकता है। अतः 125000 एक पूर्ण घन संख्या है।

(vi) 36000

अभाज्य गुणनखण्ड करने पर

2	36000
2	18000
2	9000
2	4500
2	2250
3	1125
3	375
5	125
5	25
5	5
	1

$$\therefore 36000 = \underline{2 \times 2 \times 2} \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times \underline{5 \times 5 \times 5}$$

अभाज्य गुणनखण्ड 2 और 3 तीन-तीन के समूह में नहीं आ रहे हैं। अतः 36000 एक पूर्ण घन संख्या नहीं है।

(vii) 21600

अभाज्य गुणनखण्ड करने पर

$$\begin{array}{r|l}
2 & 21600 \\
\hline
2 & 10800 \\
\hline
2 & 5400 \\
\hline
2 & 2700 \\
\hline
2 & 1350 \\
\hline
3 & 675 \\
\hline
3 & 225 \\
\hline
3 & 75 \\
\hline
5 & 25 \\
\hline
5 & 5 \\
\hline
& 1
\end{array}$$

$$\therefore 21600 = \underline{2 \times 2 \times 2} \times 2 \times 2 \times \underline{3 \times 3 \times 3} \times 5 \times 5$$

अभाज्य गुणनखण्ड 2 और 5 तीन-तीन के समूह में नहीं आ रहे हैं। अतः 21600 एक पूर्ण घन संख्या नहीं है।

(viii) 10000 अभाज्य गुणनखण्ड करने पर

$$\begin{array}{r|l}
2 & 10000 \\
\hline
2 & 5000 \\
\hline
2 & 2500 \\
\hline
2 & 1250 \\
\hline
5 & 625 \\
\hline
5 & 125 \\
\hline
5 & 25 \\
\hline
5 & 5 \\
\hline
& 1
\end{array}$$

$$\therefore 10000 = \underline{2 \times 2 \times 2} \times 2 \times \underline{5 \times 5 \times 5} \times 5$$

तीन-तीन संख्याओं का समूह बनाने के पश्चात् 2 और 5 शेष रह जाते हैं। अतः 10000 एक पूर्ण घन संख्या नहीं है।

(ix) 27000000

अभाज्य गुणनखण्ड करने पर

2	27000000
2	13500000
2	6750000
2	3375000
2	1687500
2	843750
3	421875
3	140625
3	46875
5	15625
5	3125
5	625
5	125
5	25
5	5
	1

$$\therefore 27000000 = \underbrace{2 \times 2 \times 2}_{2^3} \times \underbrace{2 \times 2 \times 2}_{2^3} \times \underbrace{3 \times 3 \times 3}_{3^3} \times \underbrace{5 \times 5 \times 5}_{5^3} \times \underbrace{5 \times 5 \times 5}_{5^3}$$

अभ्यास गुणनखण्ड में तीन-तीन संख्याओं के समूह बनाए जा सकते हैं। अतः 27000000 एक पूर्ण घन संख्या है।

(x) 11000

अभाज्य गुणनखण्ड करने पर

2	11000
2	5500
2	2750
5	1375
5	275
5	55
11	11
	1

$$\therefore 11000 = \underbrace{2 \times 2 \times 2}_{2^3} \times \underbrace{5 \times 5 \times 5}_{5^3} \times 11$$

तीन-तीन संख्याओं के समूह बनाने के पश्चात् 11 शेष रह जाता है। अतः 11000 एक पूर्ण घन संख्या नहीं है।

## Exercise 2.1

प्रश्न 1: निम्नलिखित में से कौनसी संख्याएँ पूर्ण घन नहीं हैं

- (i) 512
- (ii) 243
- (iii) 1000
- (iv) 100
- (v) 2700

हल: (i) 512

अभाज्य गुणनखण्ड करने पर

2	512
2	256
2	128
2	64
2	32
2	16
2	8
2	4
2	2
	1

$$\therefore 512 = \underline{2 \times 2 \times 2} \times \underline{2 \times 2 \times 2} \times \underline{2 \times 2 \times 2}$$

अभाज्य गुणनखण्ड में तीन-तीन संख्याओं का समूह बनाया जा सकता है। अतः 512 एक पूर्ण घन संख्या है।

(ii) 243 अभाज्य गुणनखण्ड करने पर

3	243
3	81
3	27
3	9
3	3
	1

$$\therefore 243 = \underline{3 \times 3 \times 3} \times \underline{3 \times 3}$$

अभाज्य गुणनखण्ड में तीन-तीन संख्याओं का समूह नहीं बनाया जा सकता है। अतः 243 एक पूर्ण घन संख्या नहीं।

(iii) 1000

अभाज्य गुणनखण्ड करने पर

2	1000
2	500
2	250
5	125
5	25
5	5
	1

$$\therefore 1000 = 2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 5 \times 5$$

अभाज्य गुणनखण्ड में तीन-तीन संख्याओं का समूह बनाया जा सकता है। अतः 1000 एक पूर्ण घन संख्या है।

(iv) 100

अभाज्य गुणनखण्ड करने पर

2	100
2	50
5	25
5	5
	1

$$\therefore 100 = 2 \times 2 \times 5 \times 5$$

अभाज्य गुणनखण्ड में 2 और 5 के तीन-तीन के समूह पूरे नहीं हो पा रहे हैं। अतः 100 एक पूर्ण घन संख्या नहीं है।

(v) 2700

अभाज्य गुणनखण्ड करने पर

2	2700
2	1350
3	675
3	225
3	75
5	25
5	5
	1

$$\therefore 2700 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5$$

अभाज्य गुणनखण्ड में 3 का तो तीन-तीन का समूह है।

परन्तु 2 और 5 के तीन-तीन के समूह पूरे नहीं हो पा रहे हैं। अतः 2700 एक पूर्ण घन संख्या नहीं है।

**प्रश्न 2:** वह सबसे छोटी संख्या ज्ञात कीजिए जिससे निम्नलिखित संख्याओं को गुणा करने पर पूर्ण घन प्राप्त हो जाए

- (i) 108
- (ii) 500
- (iii) 5400
- (iv) 10584

**हल:** (i) 108 अभाज्य गुणनखण्ड करने पर

2	108
2	54
3	27
3	9
3	3
	1

$$\therefore 108 = 2 \times 2 \times \underline{3 \times 3 \times 3}$$

अभाज्य गुणनखण्ड में 3 का तो तीन-तीन का समूह है। परन्तु 2 का तीन-तीन का समूह पूरा नहीं हो पा रहा है।

अतः 108 एक पूर्ण घन संख्या नहीं है।

इसे पूर्ण घन संख्या बनाने के लिए 2 से गुणा करना होगा, जिससे 2 का तीन-तीन का समूह पूरा हो जाएगा।

अतः अभीष्ट सबसे छोटी संख्या 2 है।

- (ii) 500

अभाज्य गुणनखण्ड करने पर

2	500
2	250
5	125
5	25
5	5
	1

$$\therefore 500 = 2 \times 2 \times \underline{5 \times 5 \times 5}$$

अभाज्य गुणनखण्ड में 5 का तो तीन-तीन का समूह है। परन्तु 2 का तीन-तीन का समूह पूरा नहीं हो पा रहा है। अतः 500 एक पूर्ण घन संख्या नहीं है।

इसे पूर्ण घन संख्या बनाने के लिए 2 से गुणा करना होगा, जिससे 2 का तीन-तीन का समूह पूरा हो जाएगा।

अतः अभीष्ट सबसे छोटी संख्या 2 है।

- (iii) 5400

अभाज्य गुणनखण्ड करने पर

2	5400
2	2700
2	1350
3	675
3	225
3	75
5	25
5	5
	1

$$\therefore 5400 = \underline{2 \times 2 \times 2} \times \underline{3 \times 3 \times 3} \times 5 \times 5$$

अभाज्य गुणनखण्ड में 2 और 3 के तो तीन-तीन के समूह हैं परन्तु 5 का तीन-तीन का समूह पूरा नहीं हो पा रहा है। अतः 5400 एक पूर्ण घन संख्या नहीं है।

इसे पूर्ण घन संख्या बनाने के लिए 5 से गुणा करना होगा जिससे 5 का तीन-तीन का समूह पूरा हो जाये। अतः अभीष्ट सबसे छोटी संख्या 5 है।

(iv) 10584

अभाज्य गुणनखण्ड करने पर

2	10584
2	5292
2	2646
3	1323
3	441
3	147
7	49
7	7
	1

$$\therefore 10584 = \underline{2 \times 2 \times 2} \times \underline{3 \times 3 \times 3} \times 7 \times 7$$

अभाज्य गुणनखण्ड में 2 तथा 3 के तीन-तीन के समूह हैं। परन्तु 7 का तीन-तीन का समूह पूरा नहीं हो पा रहा है।

अतः 10584 एक पूर्ण घन संख्या नहीं है। इसे पूर्ण घन संख्या बनाने के लिए 7 से गुणा करना होगा जिससे 7 का तीन-तीन का समूह पूरा हो जाए।

अतः अभीष्ट सबसे छोटी संख्या 7 है।

**प्रश्न 3:** वह सबसे छोटी संख्या ज्ञात कीजिए जिससे निम्नलिखित संख्याओं को भाग देने पर एक पूर्ण घन प्राप्त होगा।

(i) 24

(ii) 250

(iii) 192

(iv) 135

**हल:** (i) 24

अभाज्य गुणनखण्ड करने पर

2	24
2	12
2	6
3	3
	1

$$\therefore 24 = 2 \times 2 \times 2 \times 3$$

अभाज्य गुणनखण्ड में 2 तीन-तीन के समूह में है परन्तु 3 का तीन-तीन का समूह पूरा नहीं हो पा रहा है। अतः 24 एक पूर्ण घन संख्या नहीं है।

24 के अभाज्य गुणनखण्ड में अभाज्य गुणनखण्ड 3 केवल एक बार आ रहा है। अतः यदि हम 24 को 3 से भाग दें तो भागफल के अभाज्य गुणनखण्ड में 3 नहीं आयेगा।

अतः वह सबसे छोटी संख्या 3 होगी जिससे 24 का भाग देने पर भागफल एक पूर्ण घन संख्या प्राप्त होगी। साथ ही परिणामी पूर्ण घन संख्या =  $24 \div 3 = 8 = 2^3$

(ii) 250

अभाज्य गुणनखण्ड करने पर

2	250
5	125
5	25
5	5
	1

$$\therefore 250 = 2 \times 5 \times 5 \times 5$$

अभाज्य गुणनखण्ड 5 तीन-तीन के समूह में है परन्तु 2 का तीन-तीन का समूह पूरा नहीं हो पा रहा है। अतः 250 एक पूर्ण घन संख्या नहीं है।

250 के अभाज्य गुणनखण्ड में अभाज्य गुणनखण्ड 2 केवल एक बार आ रहा है। अतः यदि हम 250 को 2 से भाग दें तो भागफल के अभाज्य गुणनखण्ड में 2 नहीं आयेगा। अतः वह सबसे छोटी संख्या 2 होगी जिससे 250 को भाग देने पर भागफल एक पूर्ण घन संख्या प्राप्त होगा।

साथ ही परिणामी पूर्ण घन संख्या =  $250 \div 2 = 125 = 5^3$

(iii) 192

अभाज्य गुणनखण्ड करने पर

2	192
2	96
2	48
2	24
2	12
2	6
3	3
	1

$$\therefore 192 = \underline{2 \times 2 \times 2} \times \underline{2 \times 2 \times 2} \times 3$$

अभाज्य गुणनखण्ड में 2 और 2 तीन-तीन के समूह में हैं। परन्तु 3 का तीन-तीन का समूह पूरा नहीं हो पा रहा है।

अतः 192 एक पूर्ण घन संख्या नहीं है।

192 के अभाज्य गुणनखण्ड में 3 केवल एक बार आ रहा है। अतः यदि हम 192 को 3 से भाग दें तो भागफल के अभाज्य गुणनखण्ड में 3 नहीं आयेगा। अतः वह सबसे छोटी संख्या 3 होगी जिससे 192 को भाग देने पर भागफल एक पूर्ण घन संख्या प्राप्त होगा।

$$\text{साथ ही परिणामी पूर्ण घन संख्या} = 192 \div 3 = 64 = (2 \times 2)^3 = 4^3$$

(iv) 135

अभाज्य गुणनखण्ड करने पर

3	135
3	45
3	15
5	5
	1

$$\therefore 135 = \underline{3 \times 3 \times 3} \times 5$$

अभाज्य गुणनखण्ड में 3 तीन-तीन के समूह में है परन्तु 5 का तीन-तीन का समूह पूरा नहीं हो पा रहा है।

अतः 135 एक पूर्ण घन संख्या नहीं है।

135 के अभाज्य गुणनखण्ड में अभाज्य गुणनखण्ड 5 केवल एक बार आ रहा है। अतः यदि हम 135 को 5 से भाग दें तो भागफल के अभाज्य गुणनखण्ड में 5 नहीं आयेगा। अतः वह सबसे छोटी संख्या 5 होगी जिससे 135 को भाग देने पर भागफल एक पूर्ण घन संख्या प्राप्त होगा।

$$\text{साथ ही परिणामी पूर्ण घन संख्या} = 135 \div 5 = 27 = 3^3$$

प्रश्न 4

रेहान एक साबुन फैक्ट्री में काम करता है, वह घनाकार साबुन को जमाकर घन बनाकर खेल रहा है। बताइए यदि 216 साबुन जमाने हों तो बनने वाले घन की पहली पंक्ति में कितने साबुन होंगे?

हल:

$$\text{कुल साबुन} = 216$$

अभाज्य गुणनखण्ड करने पर

2	216
2	108
2	54
3	27
3	9
3	3
	1

$$\therefore 216 = \underline{2 \times 2 \times 2} \times \underline{3 \times 3 \times 3}$$

(समान अंकों के तीन-तीन के समूह बनाने पर)

$$= 2^3 \times 3^3$$

$$= (2 \times 3)^3 = 6^3$$

अतः  $\sqrt[3]{216} = 6$

अतः घन की पहली पंक्ति में 6 साबुन होंगे।

## Exercise 2.2

**प्रश्न 1:** निम्न कथनों में सही/गलत बताइए।

- (i) प्रत्येक सम संख्या का घन सम होता है।
- (ii) एक पूर्ण घन संख्या दो शून्यों (00) पर समाप्त नहीं होती है।
- (iii) ऐसा कोई पूर्ण घन नहीं है जो 8 पर समाप्त होता
- (iv) यदि किसी संख्या का वर्ग 5 पर समाप्त होता है। तो उसका घन 25 पर समाप्त होता है।
- (v) एक अंक वाली संख्या का घन एक अंक का ही होता है।
- (vi) दो अंकों वाली संख्या का घन 4 से 6 अंकों का होता है।

**हल:** (i) सही (ii) सही (iii) गलत (iv) सही (v) गलत (vi) सही

**प्रश्न 2:** आकलन विधि एवं अभाज्य गुणनखण्ड विधि द्वारा निम्नलिखित संख्याओं को घनमूल ज्ञात कीजिए तथा अपने उत्तर की जाँच कीजिए।

- (i) 64
- (ii) 343
- (iii) 5832
- (iv) 74088
- (v) 3375
- (vi) 10648
- (vii) 46656
- (viii) 91125

**हल: (i) 64**

**(a) आकलन विधि द्वारा**

दी गई संख्या 64 है।

चरण 1

दाईं ओर से आरम्भ करते हुए तीन-तीन अंकों के समूह बनायें।

64

चरण 2

पहला समूह 64 है तथा इसका इकाई का अंक 4 है जो कि केवल 4 इकाई वाले अंक के घन से ही प्राप्त होगा। ( $4^3 = 64$ ) अतः इकाई का अंक 4 होगा।

अतः दी हुई संख्या का घनमूल 4 होगा।

इस प्रकार  $\sqrt[3]{64} = 4$

**(b) अभाज्य गुणनखण्ड विधि द्वारा**

अभाज्य गुणनखण्ड करने पर

2	64
2	32
2	16
2	8
2	4
2	2
	1

$$\therefore 64 = \underline{2 \times 2 \times 2} \times \underline{2 \times 2 \times 2}$$

$$\text{अतः } \sqrt[3]{64} = 2 \times 2 = 4$$

**(ii) 343**

**(a) आकलन विधि द्वारा**

दी गई संख्या 343 है।

चरण 1

दाईं ओर से आरम्भ करते हुए तीन-तीन अंकों के समूह बनाएं।

343

चरण 2

पहला समूह 343 है तथा इसका इकाई का अंक 3 है जो कि केवल 7 इकाई वाले अंक के घन से ही प्राप्त होगा। ( $7^3 = 343$ )

अतः इकाई का अंक 7 होगा।

अतः दी हुई संख्या का घनमूल 7 होगा।  
इस प्रकार  $\sqrt[3]{343} = 7$

**(b) अभाज्य गुणनखण्ड विधि द्वारा**

अभाज्य गुणनखण्ड करने पर

$$\begin{array}{r|l} 7 & 343 \\ \hline 7 & 49 \\ \hline 7 & 7 \\ \hline & 1 \end{array}$$

$$\therefore 343 = \underline{7 \times 7 \times 7}$$

$$\text{अतः } \sqrt[3]{343} = 7$$

**(iii) 5832**

**(a) आकलन विधि द्वारा**

दी गई संख्या 5832 है।

चरण 1

दाईं ओर से आरम्भ करते हुए तीन-तीन अंकों के समूह बनाएं।

$$\underline{5 \ 832}$$

चरण 2

पहला समूह 832 है तथा इसका इकाई का अंक 2 है जो कि केवल 8 इकाई वाले अंक के घन से ही प्राप्त होगा। ( $8^3 = 512$ )

अतः इकाई का अंक 8 होगा।

चरण 3

दूसरा समूह 2 प्राप्त हुआ।

$$1^3 < 2 < 2^3$$

अतः दहाई का अंक 1 प्राप्त हुआ।

अतः दी हुई संख्या का घनमूल 18 होगा।

$$\text{इस प्रकार } \sqrt[3]{5832} = 18$$

**(b) अभाज्य गुणनखण्ड विधि द्वारा**

अभाज्य गुणनखण्ड करने पर

2	5832
2	2916
2	1458
3	729
3	243
3	81
3	27
3	9
3	3
	1

$$\therefore 5832 = \underbrace{2 \times 2 \times 2}_{2^3} \times \underbrace{3 \times 3 \times 3}_{3^3} \times \underbrace{3 \times 3 \times 3}_{3^3}$$
$$= (2 \times 3 \times 3)^3$$

$$\text{अतः } \sqrt[3]{5832} = 2 \times 3 \times 3 = 18$$

**(iv) 74088**

**(a) आकलन विधि द्वारा**

दी गई संख्या 74088 है।

चरण 1

दाईं ओर से आरम्भ करते हुए तीन-तीन अंकों के समूह बनाएं।

74 088

चरण 2

पहला समूह 088 है तथा इसका इकाई का अंक 8 है जो कि केवल 2 इकाई वाले अंक के घन से ही प्राप्त होगा। ( $2^3 = 8$ )

अतः इकाई का अंक 2 होगा।

चरण 3

दूसरा समूह 74 प्राप्त हुआ।

$$4^3 < 74 < 5^3$$

अतः दहाई का अंक 4 प्राप्त हुआ।

अतः दी गई संख्या का घनमूल 42 होगा।

$$\text{इस प्रकार } \sqrt[3]{74088} = 42$$

**(b) अभाज्य गुणनखण्ड विधि द्वारा**

अभाज्य गुणनखण्ड करने पर

2	74088
2	37044
2	18522
3	9261
3	3087
3	1029
7	343
7	49
7	7
	1

$$\therefore 74088 = \underline{2 \times 2 \times 2} \times \underline{3 \times 3 \times 3} \times \underline{7 \times 7 \times 7}$$
$$= (2 \times 3 \times 7)^3$$

$$\text{अतः } \sqrt[3]{74088} = 2 \times 3 \times 7 = 42$$

**(v) 3375**

**(a) आकलन विधि द्वारा**

दी गई संख्या 3375 है।

चरण 1

दाईं ओर से आरम्भ करते हुए तीन-तीन अंकों के समूह बनाएं।

3 375

चरण 2

पहला समूह 375 है तथा इसका इकाई का अंक 5 है जो कि केवल 5 इकाई वाले अंक के घन से ही प्राप्त होगा। ( $5^3 = 125$ )

अतः इकाई का अंक 5 होगा।

चरण 3

दूसरा समूह 3 प्राप्त हुआ।

$$1^3 < 3 < 2^3$$

अतः दहाई का अंक 1 प्राप्त हुआ।

अतः दी गई संख्या का घनमूल 15 होगा।

$$\text{इस प्रकार } \sqrt[3]{3375} = 15$$

**(b) अभाज्य गुणनखण्ड विधि द्वारा**

अभाज्य गुणनखण्ड करने पर

$$\begin{array}{r|l} 3 & 3375 \\ \hline 3 & 1125 \\ \hline 3 & 375 \\ \hline 5 & 125 \\ \hline 5 & 25 \\ \hline 5 & 5 \\ \hline & 1 \end{array}$$

$$\therefore 3375 = \underline{3 \times 3 \times 3} \times \underline{5 \times 5 \times 5}$$
$$= (3 \times 5)^3$$

$$\text{अतः } \sqrt[3]{3375} = 3 \times 5 = 15$$

**(vi) 10648**

**(a) आकलन विधि द्वारा**

दी गई संख्या 10648 है।

चरण 1

दाईं ओर से आरम्भ करते हुए तीन-तीन अंकों के समूह बनाएं।

10 648

चरण 2

पहला समूह 648 है तथा इसका इकाई का अंक 8 है जो कि केवल 2 इकाई वाले अंक के घन से ही प्राप्त होगा। ( $2^3 = 8$ )

अतः इकाई का अंक 2 होगा।

चरण 3

दूसरा समूह 10 प्राप्त हुआ।

$$2^3 < 10 < 3^3$$

अतः दहाई का अंक 2 प्राप्त हुआ।

अतः दी गई संख्या का घनमूल 22 होगा।

$$\text{इस प्रकार } \sqrt[3]{10648} = 22$$

**(b) अभाज्य गुणनखण्ड विधि द्वारा**

अभाज्य गुणनखण्ड करने पर

$$\begin{array}{r|l} 2 & 10648 \\ \hline 2 & 5324 \\ \hline 2 & 2662 \\ \hline 11 & 1331 \\ \hline 11 & 121 \\ \hline 11 & 11 \\ \hline & 1 \end{array}$$

$$\therefore 10648 = \underline{2 \times 2 \times 2} \times \underline{11 \times 11 \times 11}$$
$$= (2 \times 11)^3$$

$$\text{अतः } \sqrt[3]{10648} = 2 \times 11 = 22$$

**(vii) 46656**

**(a) आकलन विधि द्वारा**

दी गई संख्या 46656 है।

चरण 1

दाईं ओर से आरम्भ करते हुए तीन-तीन अंकों के समूह बनायें।

46 656

चरण 2

पहला समूह 656 है तथा इसका इकाई का अंक 6 है जो कि 6 इकाई वाले अंक के घन से ही प्राप्त होगा।

$$(6^3 = 216)$$

अतः इकाई का अंक 6 होगा।

चरण 3

दूसरा समूह 46 प्राप्त हुआ।

$$3^3 < 46 < 4^3$$

अतः दहाई का अंक 3 प्राप्त हुआ।

अतः दी गई संख्या का घनमूल 36 होगा।

$$\text{इस प्रकार } \sqrt[3]{46656} = 36$$

**(b) अभाज्य गुणनखण्ड विधि द्वारा**

अभाज्य गुणनखण्ड करने पर

2	46656
2	23328
2	11664
2	5832
2	2916
2	1458
3	729
3	243
3	81
3	27
3	9
3	3
	1

$$\begin{aligned}\therefore 46656 &= \underbrace{2 \times 2 \times 2}_{2^3} \times \underbrace{2 \times 2 \times 2}_{2^3} \times \\ &\quad \underbrace{3 \times 3 \times 3}_{3^3} \times \underbrace{3 \times 3 \times 3}_{3^3} \\ &= (2 \times 2 \times 3 \times 3)^3\end{aligned}$$

$$\text{अतः } \sqrt[3]{46656} = 2 \times 2 \times 3 \times 3 = 36$$

**(viii) 91125**

**(a) आकलन विधि द्वारा**

दी गई संख्या 91125 है।

चरण 1

दाईं ओर से आरम्भ करते हुए तीन-तीन अंकों के समूह बनाएं।

91 125

चरण 2

पहला समूह 125 है तथा इसका इकाई का अंक 5 है जो कि 5 इकाई वाले अंक के घन से ही प्राप्त होगा।

$$(5^3 = 125)$$

अतः इकाई का अंक 5 होगा।

चरण 3

दूसरा समूह 91 प्राप्त हुआ।

$$4^3 < 91 < 5^3$$

अतः दहाई का अंक 4 प्राप्त हुआ।

अतः दी गई संख्या का घनमूल 45 होगा।  
इस प्रकार  $\sqrt[3]{91125} = 45$

(b) अभाज्य गुणनखण्ड विधि द्वारा

अभाज्य गुणनखण्ड करने पर

$$\begin{array}{r|l} 3 & 91125 \\ \hline 3 & 30375 \\ \hline 3 & 10125 \\ \hline 3 & 3375 \\ \hline 3 & 1125 \\ \hline 3 & 375 \\ \hline 5 & 125 \\ \hline 5 & 25 \\ \hline 5 & 5 \\ \hline & 1 \end{array}$$

$$\begin{aligned} \therefore 91125 &= \underbrace{3 \times 3 \times 3} \times \underbrace{3 \times 3 \times 3} \times \underbrace{5 \times 5 \times 5} \\ &= (3 \times 3 \times 5)^3 \end{aligned}$$

$$\text{अतः } \sqrt[3]{91125} = 3 \times 3 \times 5 = 45$$

## Additional Questions

### I. बहुविकल्पात्मक प्रश्न

प्रश्न 1: संख्या 64 का घनमूल है।

- (a) 4
- (b) 8
- (c) 16
- (d) 32

प्रश्न 2: योग  $10^3$  प्राप्त करने के लिए कितनी क्रमागत विषम संख्याओं की आवश्यकता होगी?

- (a) 5
- (b) 8
- (c) 10
- (d) 100

**प्रश्न 3: 7 का घन है**

- (a) 49
- (b) 243
- (c) 343
- (d) 21

**प्रश्न 4: 13824 का घनमूल क्या होगा?**

- (a) 24
- (b) 56
- (c) 18
- (d) 124

**प्रश्न 5: किसी संख्या के इकाई में 0 अंक होने पर उस संख्या के घन का इकाई अंक होगा**

- (a) 1
- (b) 0
- (c) 2
- (d) 9

**प्रश्न 6: किसी संख्या की घन संख्या तब प्राप्त होती है। जब उसे संख्या को उसी संख्या से**

- (a) दो बार
- (b) तीन बार
- (c) चार बार
- (d) पाँच बार गुणा किया जाता है।

**प्रश्न 7: निम्नलिखित संख्याओं में से पूर्ण घन संख्या है**

- (a) 125
- (b) 60
- (c) 24
- (d) 36

**प्रश्न 8: ऐसी सबसे छोटी प्राकृत संख्या कौन-सी है। जिससे 392 को गुणा करने पर गुणनफल एक पूर्ण घन प्राप्त हो जाए?**

- (a) 2
- (b) 3
- (c) 5
- (d) 7

**प्रश्न 9: 1000 को घनमूल है**

- (a) 1

- (b) 10
- (c) 100
- (d) 1000

**उत्तरमाला** 1. (a) 2. (c) 3. (c) 4. (a) 5. (b) – 6. (b) 7. (a) 8. (d) 9. (b) ।

## II. रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए।

1. सम संख्याओं के घन..... होते हैं।
2. संख्या 18 के घन का इकाई का अंक.....होगा।
3. ....ज्ञात करने की संक्रिया घन ज्ञात करने की संक्रिया की विपरीत प्रक्रिया है।
4. संकेत.....घनमूल को व्यक्त करता है।
5. 857375 का घनमूल.....होगा।

**उत्तरमाला:** 1. सम; 2. 2; 3. घनमूल; 4.  $\sqrt{\quad}$  ; 5. 95

## III. सत्य/असत्य

1. किसी भी विषम संख्या का घन सम होता है।
2. एक पूर्ण घन दो शून्यों पर समाप्त नहीं होता है।
3. ऐसा कोई पूर्ण घन नहीं है जो 8 पर समाप्त होता है।
4. दो अंकों वाली संख्या का घन तीन अंकों वाली संख्या हो सकती है।

## उत्तरमाला

1. असत्य
2. सत्य
3. असत्य
4. असत्य

## IV. मिलान/सुमेलन वाले प्रश्न

खण्ड (1) में दिए गए भागों का खण्ड (2) में दिए गए भागों से मिलान कीजिए

**खण्ड ( 1 )**

- (a) हार्डी-रामानुजन संख्या
- (b) 343
- (c) 100
- (d) संख्या 1331 के घनमूल का इकाई का अंक

**खण्ड ( 2 )**

- (A) एक पूर्ण घन
- (B) एक पूर्ण घन नहीं
- (C) 1
- (D) 1729

**उत्तरमाला:**

- (a)  (D)  
(b)  (A)  
(c)  (B)  
(d)  (C)

## V. अतिलघूत्तरात्मक प्रश्न

**प्रश्न 1: निम्नलिखित प्रतिरूप को देखिए**

$$2^3 - 1^3 = 1 + 2 \times 1 \times 3$$

$$3^3 - 2^3 = 1 + 3 \times 2 \times 3$$

$$4^3 - 3^3 = 1 + 4 \times 3 \times 3$$

उपर्युक्त प्रतिरूप का प्रयोग करते हुए निम्नलिखित के मान ज्ञात कीजिए।

- (i)  $7^3 - 6^3$   
(ii)  $12^3 - 11^3$   
(iii)  $20^3 - 19^3$   
(iv)  $51^3 - 50^3$

**हल:** दिए हुए प्रतिरूप का प्रयोग करते हुए

$$(i) 7^3 - 6^3 = 1 + 7 \times 6 \times 3 = 1 + 126 = 127$$

$$(ii) 12^3 - 11^3 = 1 + 12 \times 11 \times 3 = 1 + 396 = 397$$

$$(iii) 20^3 - 19^3 = 1 + 20 \times 19 \times 3 = 1 + 1140 = 1141$$

$$(iv) 51^3 - 50^3 = 1 + 51 \times 50 \times 3 = 1 + 7650 = 7651$$

**प्रश्न 2: परीक्षित प्लास्टिसिने का एक घनाभ बनाना है। जिसकी भुजाएँ 5 सेमी., 2 सेमी. और 5 सेमी. हैं। एक घन बनाने के लिए ऐसे कितने घनाभों की आवश्यकता होगी?**

**हल:** घनाभ का आयतन =  $5 \times 2 \times 5$   
 $= 2 \times 5 \times 5$

हम देखते हैं कि 2 और 5 तीन-तीन के समूह में नहीं आ रहे हैं। 2 केवल 1 बार आ रहा है और 5 केवल 2 बार। अतः घन बनाने के लिए  $2 \times 2 \times 5 (= 20)$  से गुणा करना होगा। अतः घन बनाने के लिए 20 घनाभों की आवश्यकता होगी।

**प्रश्न 3: वह सबसे छोटी संख्या ज्ञात कीजिए जिससे 1188 में भाग देने पर वह पूर्ण घन संख्या बन जाए।**

**हल:** अभाज्य गुणनखण्ड करने पर

2	1188
2	594
3	297
3	99
3	33
11	11
	1

$$\therefore 1888 = 2 \times 2 \times \underline{3 \times 3 \times 3} \times 11$$

यहाँ 2 और 11 तीन-तीन के समूह में नहीं आ रहे हैं। 2 केवल दो बार आ रहा है तथा 11 केवल एक बार।

अतः 1188 में  $2 \times 2 \times 11$  से भाग देने पर भागफल में अभाज्य गुणनखण्ड 2 और 11 नहीं आयेंगे।

अतः सबसे छोटी अभीष्ट संख्या =  $2 \times 2 \times 11 = 44$

पुनश्च  $1188 \div 44 = 27 = 3$  जो एक पूर्ण घन है।

**प्रश्न 4: बताइए कि निम्नलिखित कथन सत्य है या असत्य?**

‘किसी पूर्णांक  $m$  के लिए  $m^2 < m^3$  होता है। क्यों?’

**हल:** दिया है

$$m^2 < m^3$$

$m = 1$  के लिए

$$m^2 = (1)^2 = 1$$

$$m^3 = (1)^3 = 1$$

$$\therefore m^2 = m^3$$

$$\therefore m^2 < m^3$$

अतः प्रदत्त कथन असत्य है।

**प्रश्न 5: सिद्ध कीजिए कि यदि किसी संख्या को तिगुना कर दिया जाये तो नई संख्या का घन दी हुई संख्या के घन का 27 गुना हो जाता है।**

**हल:**

माना कोई संख्या  $a$  दी गई है।

$$\text{इसका घन} = a^3$$

$$\text{इसकी तिगुनी संख्या} = 3a$$

$$\text{नई संख्या का घन} = (3a)^3$$

$$= 3a \times 3a \times 3a$$

$$= 3 \times 3 \times 3 \times a \times a \times a$$

$$= 27a^3$$

$$= 27 \text{ (प्रदत्त संख्या का घन)}$$

**प्रश्न 6:** तीन विभिन्न उदाहरण लेकर निम्नलिखित कथन को सत्यापित कीजिए यदि  $n$  विषम है, तो  $n^3$  भी विषम है।

**हल:**

(1)  $n = 11$  लीजिए  
 $n^3 = 11 \times 11 \times 11$   
 $= 1331$  जो विषम है।

(2)  $n = 37$  लीजिए ।  
 $n^3 = 37 \times 37 \times 37 = 50653$  जो विषम है।

(3)  $n = 49$  लीजिए।  
 $n^3 = 49 \times 49 \times 49$   
 $= 117649$  जो विषम है।  
अतः प्रदत्त कथन सत्यापित हुआ।

**प्रश्न 7:** उस घन का आयतन ज्ञात कीजिए जिसकी एक सतह का क्षेत्रफल  $625$  मी<sup>2</sup> है।

**हल:**

माना घन की भुजा  $a$  मी. है।  
तब एक सतह का क्षेत्रफल  $= a \times a = a^2$  मी<sup>2</sup>  
प्रश्नानुसार  $a^2 = 625$

$$\begin{aligned} \Rightarrow a &= \sqrt{625} \\ \Rightarrow a &= \sqrt{25 \times 25} \\ \Rightarrow a &= 25 \text{ मी.} \\ \therefore \text{घन का आयतन} &= a^3 \\ &= (25)^3 \\ &= 25 \times 25 \times 25 \\ &= 15625 \text{ मी.}^3 \end{aligned}$$

**प्रश्न 8:** अभाज्य गुणनखण्ड विधि द्वारा  $9261$  का घनमूल ज्ञात कीजिए।

**हल:** 9261 के अभाज्य गुणनखण्ड करने पर

$$\begin{array}{r|l} 3 & 9261 \\ \hline 3 & 3087 \\ \hline 3 & 1029 \\ \hline 7 & 343 \\ \hline 7 & 49 \\ \hline 7 & 7 \\ \hline & 1 \end{array}$$

$$\therefore 9261 = \underbrace{3 \times 3 \times 3}_3 \times \underbrace{7 \times 7 \times 7}_7$$
$$= 3^3 \times 7^3$$

$$\therefore \sqrt[3]{9261} = 3 \times 7 = 21$$

## VI. लघूत्तरात्मक प्रश्न

**प्रश्न 1:** तीन संख्याएँ 2 : 3 : 4 के अनुपात में हैं। उनके घनों का योग 33957 है। सबसे बड़ी संख्या को ज्ञात कीजिए।

**हल:** माना तीन संख्याएँ  $2x$ ,  $3$  और  $4x$  हैं।

प्रश्नानुसार

$$(2x)^3 + (3x)^3 + (4x)^3 = 33957$$

$$\Rightarrow 8x^3 + 27x^3 + 64x^3 = 33957$$

$$\Rightarrow 99x^3 = 33957$$

$$\Rightarrow x^3 = \frac{33957}{99}$$

$$\Rightarrow x^3 = 343$$

$$\Rightarrow x^3 = 7 \times 7 \times 7 \mid 343 \text{ के अभाज्य गुणनखण्ड करने पर}$$

$$\Rightarrow x^3 = (7)^3$$

$$\Rightarrow x = \sqrt[3]{(7^3)}$$

$$\Rightarrow x = 7$$

$$\therefore \text{सबसे बड़ी संख्या} = 4x = 4 \times 7 = 28$$

**प्रश्न 2:** एक घन का आयतन 9261000 मी<sup>3</sup> है। घन की भुजा ज्ञात कीजिए।

**हल:** माना घन की भुजा  $4$  मी. है।

तब, घन का आयतन =  $a^3$  मी<sup>3</sup> .

प्रश्नानुसार  $a^3 = 9261000$

$$a = \sqrt[3]{9261000}$$

9261000 के अभाज्य गुणनखण्ड करने पर

2	9261000
2	4630500
2	2315250
3	1157625
3	385875
3	128625
5	42875
5	8575
5	1715
7	343
7	49
7	7
	1

$$\therefore 9261000 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5 \times 5 \times 7 \times 7 \times 7$$

$$\therefore a = \sqrt[3]{2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5 \times 5 \times 7 \times 7 \times 7}$$

$$= \sqrt[3]{2^3 \times 3^3 \times 5^3 \times 7^3}$$

$$= \sqrt[3]{2^3} \sqrt[3]{3^3} \sqrt[3]{5^3} \sqrt[3]{7^3}$$

$$= 2 \times 3 \times 5 \times 7 = 210 \text{ मी.}$$

अतः घन की भुजा 210 मी. है।

**प्रश्न 3:** निम्न प्रतिरूप को देखिए

$$1^3 = 1$$

$$1^3 + 2^3 = (1 + 2)^3$$

$$1^3 + 2^3 + 3^3 = (1 + 2 + 3)^3$$

अगली तीन पंक्तियों को लिखिए और उपर्युक्त प्रतिरूप के आधार पर  $1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + 10^3$  का मान परिकलित कीजिए।

**हल:** अगली तीन पंक्तियाँ निम्नानुसार हैं

$$1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 = (1 + 2 + 3 + 4)^3$$

$$1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 + 5^3 = (1 + 2 + 3 + 4 + 5)^3$$

$$1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 + 5^3 + 6^3 = (1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6)^3$$

आगे

$$1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 + \dots + 10^3$$

$$= (1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 10)^3$$

$$\begin{aligned}
&= (55)^3 \\
&= 55 \times 55 \times 55 \\
&= 166375
\end{aligned}$$

**प्रश्न 4:**  $\sqrt[3]{4096}$  का घनमूल ज्ञात कीजिए।

हल:

$$\sqrt[3]{\frac{1331}{4096}} = \frac{\sqrt[3]{1331}}{\sqrt[3]{4096}} \quad \dots(1)$$

**$\sqrt[3]{1331}$**

1331 के अभाज्य गुणनखण्ड करने पर

$$\begin{array}{r|l}
11 & 1331 \\
\hline
11 & 121 \\
\hline
11 & 11 \\
\hline
& 1
\end{array}$$

$$\therefore 1331 = 11 \times 11 \times 11$$

$$\therefore \sqrt[3]{1331} = \sqrt[3]{11 \times 11 \times 11} = 11 \quad \dots(2)$$

**$\sqrt[3]{4096}$**

4096 के अभाज्य गुणनखण्ड करने पर

$$\begin{array}{r|l}
2 & 4096 \\
\hline
2 & 2048 \\
\hline
2 & 1024 \\
\hline
2 & 512 \\
\hline
2 & 256 \\
\hline
2 & 128 \\
\hline
2 & 64 \\
\hline
2 & 32 \\
\hline
2 & 16 \\
\hline
2 & 8 \\
\hline
2 & 4 \\
\hline
2 & 2 \\
\hline
& 1
\end{array}$$

$$\begin{aligned}
 \therefore 4096 &= \underline{2 \times 2 \times 2} \times \underline{2 \times 2 \times 2} \times \underline{2 \times 2 \times 2} \\
 &\quad \times \underline{2 \times 2 \times 2} \\
 &= 2^3 \times 2^3 \times 2^3 \times 2^3 \\
 &= (2 \times 2 \times 2 \times 2)^3 \\
 &= (16)^3
 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \sqrt[3]{4096} = 16 \quad \dots(3)$$

(1), (2) व (3) से

$$\sqrt[3]{\frac{1331}{4096}} = \frac{11}{16}$$