അധ്യായം 9

ഖരവസ്തുക്കളുടെ ബലതന്ത്രസവിശേഷതകൾ (MECHANICAL PROPERTIES OF SOLIDS)

9.1 ആമുഖം
9.2 ഖരവസ്തുക്കളുടെ ഇലാസ്തിക സ്വഭാവം
9.3 പ്രതിബലവും രൂപമാറ്റവും
9.4 ഹുക്കിന്റെ നിയമം
9.5 സ്ട്രെസ്സ് - സ്ട്രെയിൻ ഗ്രാഫ്
9.6 ഇലാസ്തിക മോഡുലസ്സുകൾ
9.7 പദാർഥങ്ങളുടെ ഇലാസ്തിക സ്വഭാവത്തിന്റെ പ്രായോഗികത

സംഗ്രഹം
വിചിന്തനവിഷയങ്ങൾ
പരിശീലനപ്രശ്നങ്ങൾ
അധിക പരിശീലനപ്രശ്നങ്ങൾ

Y4E7N7

9.1 ആമുഖം

കറങ്ങുന്ന വസ്തുക്കളെപ്പറ്റി അധ്യായം 7 ൽ നാം പഠിച്ചു. അവയ്ക്കുള്ളിലെങ്ങനെയാണ് മാസ് വിതരണം ചെയ്തിരിക്കുന്നതെന്നതിനെ ആശ്രയിച്ചാണ് അത്തരം ചലനം സംഭവിക്കുന്നത് എന്ന് മനസ്സിലാക്കി. ഒരു ദൃഢവസ്തു (rigid body) എന്നത് പൊതുവായി അർഥമാക്കുന്നത് നിശ്ചിത ആകൃതിയും വലുപ്പവുമുള്ള കട്ടിയുള്ള ഖരപദാർഥമെന്നാണ്. എന്നാൽ യഥാർഥത്തിൽ ഇത്തരം വസ്തുക്കൾ വലിച്ചുനീട്ടാവുന്നതും വളയ്ക്കാവുന്നതും ഞെരുക്കാവുന്നതുമാണ്. അനുയോജ്യമായ ബാഹ്യബലം പ്രയോഗിച്ചാൽ ദൃഢമായ സ്റ്റീൽ ദണ്ഡിന്റെ പോലും ആകൃതിക്ക് വ്യത്യാസം വരുത്താം. ഇത് അർഥമാക്കുന്നത് ഖരപദാർഥങ്ങൾ പൂർണ അർത്ഥത്തിൽ ദൃഢമല്ലായെന്നാണ്.

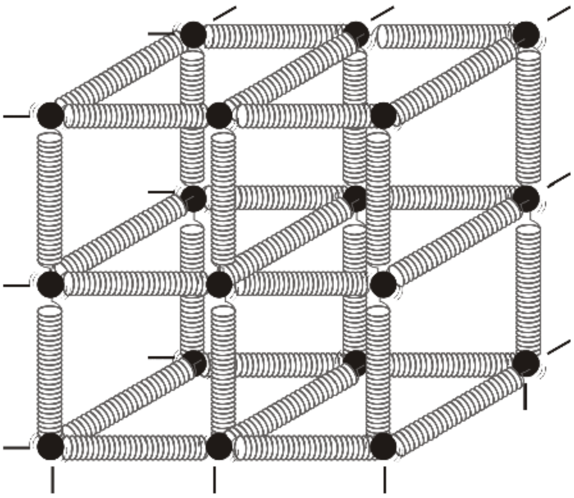
ഒരു ഖരപദാർഥത്തിന് നിശ്ചിത വലുപ്പവും ആകൃതിയുമുണ്ട്. ഈ പദാർഥത്തിന്റെ ആകൃതിക്കോ വലുപ്പത്തിനോ വ്യത്യാസം വരുത്തുന്നതിന് ബലം ആവശ്യമാണ്. സർപ്പിളാകൃതിയിലുള്ള (ഹെലിക്കൽ) ഒരു സ്പ്രിംഗിന്റെ രണ്ടഗ്രങ്ങൾ വലിച്ചുനീട്ടിയാൽ അതിന്റെ നീളത്തിൽ വർധനവുണ്ടാകുന്നു. പ്രസ്തുത ബലം നീക്കം ചെയ്താൽ സ്പ്രിംഗ് അതിന്റെ ആദ്യ ആകൃതിയിലും വലുപ്പത്തിലുമായിത്തീരുന്നു. പ്രയോഗിക്കുന്ന ബലം നീക്കം ചെയ്താൽ ഒരു വസ്തു അതിന്റെ പ്രാരംഭ ആകൃതിയും വലുപ്പവും കൈവരിക്കുന്ന പ്രത്യേകതയെ **ഇലാസ്തികത** (elasticity) എന്ന് വിളിക്കുന്നു. ഇത്തരം രൂപാന്തരത്തെ **ഇലാസ്തിക രൂപാന്തരണ**മെന്നും (elastic deformation) വിളിക്കുന്നു. എന്നാൽ ചെളിയുടെയോ മെഴുകിന്റെയോ കട്ടയിൽ ബലം പ്രയോഗിച്ചാൽ അവ പിന്നീട് അതിന്റെ പൂർവ്വാവസ്ഥയിലേക്ക് വരാനുള്ള പ്രവണത കാണിക്കാതിരിക്കുകയും അവ സ്ഥിരമായ രൂപമാറ്റത്തിന് വിധേയമാകുകയും ചെയ്യുന്നു. ഇത്തരം പദാർഥങ്ങളെ **പ്ലാസ്റ്റിക്** പദാർഥങ്ങളെന്നും ഈ പ്രത്യേകതയെ **പ്ലാസ്റ്റികത** (Plasticity) എന്നും വിളിക്കുന്നു.

പദാർഥങ്ങളുടെ ഇലാസ്തികസ്വഭാവം എഞ്ചിനീയറിംഗ് രൂപകൽപ്പനയിൽ (engineering design) വളരെ പ്രധാനപ്പെട്ട പങ്ക് വഹിക്കുന്നു.

ഉദാഹരണത്തിന് ഒരു കെട്ടിടം രൂപകൽപ്പന ചെയ്യുമ്പോൾ സ്റ്റീൽ, കോൺക്രീറ്റ് മുതലായ പദാർഥങ്ങളുടെ ഇലാസ്തിക സ്വഭാവത്തെക്കുറിച്ചുള്ള അറിവ് അനിവാര്യമാണ്. ഇതുപോലെ പാലങ്ങൾ, ഓട്ടോമൊബൈലുകൾ, റോപ്പ്‌വേകൾ മുതലായവയുടെ രൂപകൽപ്പനയിലും ഇത്തരം അറിവുകൾ അത്യാവശ്യമാണ്. ആവശ്യത്തിന് ദൃഢതയുള്ളതും വളരെ ഭാരം കുറഞ്ഞതുമായ ഒരു വിമാനം നമുക്ക് രൂപകൽപന ചെയ്യാൻ സാധിക്കുമോ? ഭാരം കുറഞ്ഞതും കാഠിന്യമേറിയതുമായ കൃത്രിമക്കാലുണ്ടാക്കാൻ നിങ്ങൾക്ക് കഴിയുമോ? എന്തുകൊണ്ടാണ് റെയിൽവേ പാളങ്ങൾക്ക് I ആകൃതി നൽകിയിരിക്കുന്നത്? എന്തുകൊണ്ട് ഗ്ലാസ്സ് പൊട്ടുന്നു, എന്നാൽ ബ്രാസ്സ് (ഓട്) പൊട്ടുന്നില്ല? ഇത്തരത്തിലുള്ള ചോദ്യങ്ങളുടെ ഉത്തരങ്ങൾ കണ്ടെത്തുവാൻ, വ്യത്യസ്ത ഖരവസ്തുക്കളിൽ വിവിധതരത്തിലുള്ള ഭാരവും ബലവും പ്രയോഗിക്കുമ്പോഴുണ്ടാകുന്ന വ്യതിയാനങ്ങളെക്കുറിച്ച് അറിയേണ്ടി വരും. ഈ അധ്യായത്തിൽ ഖരവസ്തുക്കളുടെ ഇലാസ്തിക സ്വഭാവവും അവയുടെ ബലതന്ത്ര സവിശേഷതകളും നാം മനസ്സിലാക്കുകയും അവ മുകളിൽ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന തരത്തിലുള്ള ചോദ്യങ്ങൾക്ക് ഉത്തരം ലഭിക്കാൻ സഹായിക്കുകയും ചെയ്യും.

9.2 ഖരവസ്തുക്കളുടെ ഇലാസ്തികസ്വഭാവം (Elastic behaviour of Solids)

ഒരു ഖരവസ്തുവിലെ ഓരോ ആറ്റവും അല്ലെങ്കിൽ തന്മാത്രയും സമീപസ്ഥങ്ങളായ ആറ്റങ്ങളാലോ തന്മാത്രകളാലോ വലയം ചെയ്യപ്പെട്ടിരിക്കുന്നു എന്ന് നിങ്ങൾക്കറിയാമല്ലോ. സന്തുലനാവസ്ഥയിൽ സ്ഥിരമായി നിൽക്കുമ്പോൾ ഇവ തന്മാത്രാന്തരബല (inter molecular force) ത്താലോ അറ്റോമികാന്തരബലത്താലോ ബന്ധിതമാണ്. ഒരു ഖരപദാർഥത്തിന് രൂപാന്തരം (deformation) സംഭവിക്കുമ്പോൾ അവയിലെ ആറ്റങ്ങൾക്കും തന്മാത്രകൾക്കും അവയുടെ സന്തുലിത സ്ഥാനങ്ങളിൽ നിന്നും സ്ഥാനാന്തരം സംഭവിക്കുന്നു. അതിനാൽ ആറ്റമികാന്തര (തന്മാത്രാന്തര) ദൂരങ്ങൾക്ക് വ്യതിയാനം സംഭവിക്കുന്നു. രൂപാന്തരബലം (deforming force) നീക്കം ചെയ്താൽ തന്മാത്രാന്തരബലം ഈ ആറ്റങ്ങളെ (തന്മാത്രകളെ) അതിന്റെ ആദ്യ സ്ഥാനത്തേക്ക് തിരികെയെത്തിക്കും. തൽഫലമായി വസ്തുവിന് അതിന്റെ പൂർവ ആകൃതിയും വലുപ്പവും തിരിച്ചു കിട്ടും. പൂർവാവസ്ഥയിലേക്കുള്ള പുനഃക്രമീകരണത്തെക്കുറിച്ചു മനസ്സിലാക്കുവാനായി ചിത്രം 9.1 ലെ സ്പ്രിംഗ് ബോൾ വ്യൂഹത്തിന്റെ മാതൃക സഹായകമാകുന്നു. ഇവിടെ ബോളുകൾ ആറ്റങ്ങളേയും സ്പ്രിംഗുകൾ ആറ്റമികാന്തര ബലങ്ങളെയും സൂചിപ്പിക്കുന്നു.



ചിത്രം 9.1 ഖരവസ്തുക്കളുടെ ഇലാസ്തിക സ്വഭാവ വിവരണത്തിനായുള്ള സ്പ്രിംഗ്ബാൾ മാതൃക.

ചിത്രത്തിൽ തുലനാവസ്ഥയിലിരിക്കുന്ന അവസ്ഥയിൽ നിന്ന് ഒരു ബോളിനെ നീക്കാൻ ശ്രമിച്ചാൽ സ്പ്രിംഗ് വ്യൂഹം അതിനെ പൂർവ അവസ്ഥയിലേക്ക് തിരികെയെത്തിക്കുന്നു. ഇത്തരത്തിൽ ഖരവസ്തുക്കളുടെ സൂക്ഷ്മ സ്വഭാവത്തിന്റെ അടിസ്ഥാനത്തിൽ അവയുടെ ഇലാസ്തികസ്വഭാവം വിശദീകരിക്കാം. ഇംഗ്ലീഷ് ശാസ്ത്രജ്ഞനായ റോബർട്ട് ഹുക്ക് (1635 - 1703 A.D) സ്പ്രിംഗുകൾ ഉപയോഗിച്ചുള്ള പരീക്ഷണത്തിൽനിന്ന് ഒരു വസ്തുവിന്റെ നീളത്തിലുണ്ടാകുന്ന വ്യത്യാസം പ്രയോഗിക്കുന്ന ബലത്തിനോ ഭാരത്തിനോ ആനുപാതികമായിരിക്കുമെന്ന് തെളിയിച്ചു. 1676-ൽ അദ്ദേഹം ആവിഷ്കരിച്ച ഇലാസ്തികനിയമം ഇപ്പോൾ ഹുക്ക്സ് നിയമം എന്നറിയപ്പെടുന്നു. ഈ നിയമത്തെപ്പറ്റി വിഭാഗം 9.4 ൽ നമുക്ക് പഠിക്കാം. ബോയിൽ നിയമത്തെപ്പോലെ ശാസ്ത്രത്തിലെ അളവുകൾ സംബന്ധിച്ച ബന്ധം പ്രതിപാദിക്കുന്ന ആദ്യകാല നിയമങ്ങളിൽ ഒന്നായി ഈ നിയമവും കരുതപ്പെടുന്നു. എഞ്ചിനീയറിംഗ് രൂപകൽപനയുടെ തലത്തിൽ വിവിധതരത്തിലുള്ള ഭാരത്തിനു വിധേയമാകുമ്പോഴുണ്ടാകുന്ന പദാർഥങ്ങളുടെ സ്വഭാവം അറിഞ്ഞിരിക്കേണ്ടത് പ്രാധാന്യമേറിയ ഒന്നാണ്.

9.3 സ്ട്രെസ്സും സ്ട്രെയിനും (Sress and Strain)

സന്തുലനാവസ്ഥയിലിരിക്കുന്ന ഒരു വസ്തുവിൽ ബലം പ്രയോഗിക്കപ്പെടുമ്പോൾ അതിനുണ്ടാകുന്ന രൂപമാറ്റം (deformation) വസ്തു നിർമിച്ചിരിക്കുന്ന പദാർഥത്തിന്റെ സ്വഭാവം, രൂപാന്തര ബലത്തിന്റെ പരിമാണം എന്നിവയെ ആശ്രയിക്കുന്നു. മിക്ക പദാർഥങ്ങളിലും ഇത്തരം രൂപാന്തരം നിരീക്ഷിക്കുവാൻ പറ്റുന്നവിധത്തിൽ വലുതല്ല. ഒരു വസ്തുവിനെ രൂപാന്തരബലത്തിന് വിധേയമാക്കുകയാ

റോബർട്ട് ഹുക്ക്
(1635 – 1703 A.D.)

ഐസിൽ ഓഫ് വൈറ്റിലെ ഫ്രെഷ്‌വാട്ടറെന്ന സ്ഥലത്ത് 1635 ജൂലൈ 18 ന് റോബർട്ട് ഹുക്ക് ജനിച്ചു. പതിനേഴാം നൂറ്റാണ്ടിലെ സമർഥനും ബഹുമുഖപ്രതിഭയുമായ ഇംഗ്ലീഷ് ശാസ്ത്രജ്ഞന്മാരിലൊരാളായിരുന്നു അദ്ദേഹം. ഓക്സ്ഫോർഡ് യൂണിവേഴ്സിറ്റിയിൽ ചേർന്നുവെങ്കിലും ബിരുദം നേടാനായില്ല. എന്നിട്ടും അദ്ദേഹം വളരെയധികം കഴിവുള്ള ഉപജ്ഞാതാവും ഉപകരണനിർമാതാവും വാസ്തു ശില്പിയുമായി. ബോയ്‌ലിയൻ വായു പമ്പുകളുടെ നിർമാണത്തിന് റോബർട്ട് ബോയിലിന്റെ സഹായിയായി പ്രവർത്തിച്ചിട്ടുണ്ട്. 1662 ൽ സ്ഥാപിക്കപ്പെട്ട റോയൽ സൊസൈറ്റിയുടെ പരീക്ഷണവിഭാഗത്തിന്റെ മേൽനോട്ടക്കാരനായി അദ്ദേഹം നിയമിതനായി. 1665 മുതൽ ഗ്രെഷാം കോളേജിൽ ജ്യോമട്രി പ്രൊഫസറായി സേവനമനുഷ്ഠിച്ചു. ഇവിടെ വച്ച് അദ്ദേഹം ജ്യോതിശാസ്ത്രസംബന്ധമായ ധാരാളം നിരീക്ഷണങ്ങൾ നടത്തുകയുണ്ടായി. ഗ്രിഗോറിയൻ റിഫ്ളക്ടിംഗ് ടെലസ്കോപ്പ് നിർമിച്ചു, ഓറിയോൺ നക്ഷത്രഗണത്തിലെ ട്രപ്പീസിയത്തിലെ അഞ്ചാമത്തെ നക്ഷത്രം കണ്ടുപിടിച്ചു; കൂടാതെ അതിനുള്ളിലുള്ള ആസ്റ്ററിസവും കണ്ടു പിടിച്ചു. വ്യാഴഗ്രഹം അതിന്റെ അക്ഷത്തിൽ കൂടി കറങ്ങുന്നു എന്ന് നിർദേശിച്ചു. ചൊവ്വായുടെ സമഗ്രമായ രേഖാചിത്രം വരച്ചു. ഇത് പിന്നീട് 19–ാം നൂറ്റാണ്ടിൽ ഗ്രഹത്തിന്റെ ഭ്രമണനിരക്ക് നിർണയിക്കാനുപയോഗിക്കപ്പെട്ടു. ഗ്രഹങ്ങളുടെ സഞ്ചാരം വിശദീകരിക്കാൻ വ്യുൽക്രമവർഗനിയമം (Inverse square law) പ്രസ്താവിച്ചു. ഇത് പിന്നീട് ന്യൂട്ടൺ പരിഷ്കരിച്ചു. ഇവയൊക്കെ അദ്ദേഹത്തിന്റെ നേട്ടങ്ങളാണ്. അദ്ദേഹം റോയൽ സൊസൈറ്റിയിലെ തിരഞ്ഞെടുക്കപ്പെട്ട വ്യക്തിയും 1667 മുതൽ 1682 വരെ സൊസൈറ്റിയുടെ സെക്രട്ടറിയുമായിരുന്നു. അദ്ദേഹം രചിച്ച മൈക്രോഗ്രാഫിയയിലെ നിരീക്ഷണങ്ങളുടെ ശ്രേണിയിൽ പ്രകാശത്തിന്റെ തരംഗസിദ്ധാന്തം നിർദേശിക്കുകയും ജീവശാസ്ത്രവുമായി ബന്ധപ്പെട്ട് ആദ്യമായി സെൽ എന്ന പദം ഉപയോഗിക്കുകയും ചെയ്തു. ഇലാസ്തികതയുമായി ബന്ധപ്പെട്ട നിയമമാണ് ഭൗതികശാസ്ത്രജ്ഞർക്കിടയിൽ ഹുക്കിനെ പ്രശസ്തനാക്കിയത്. ഈ നിയമം സ്ട്രെസ്സ്, സ്ട്രെയിൻ തുടങ്ങിയവയെപ്പറ്റിയുള്ള പഠനങ്ങൾക്ക് അടിസ്ഥാനമിടുകയും പദാർഥങ്ങളുടെ ഇലാസ്തികതയെപ്പറ്റി മനസ്സിലാക്കാനും അടിസ്ഥാനം ആയി.

ണെങ്കിൽ വസ്തുവിൽ പുനഃസ്ഥാപന ബലം (restoring force) സംജാതമാകുന്നു. ഇത് പ്രയോഗിക്കപ്പെട്ട ബലത്തിനു തുല്യപരിമാണമുള്ളതും വിപരീതദിശയിലുള്ളതുമാണ്. യൂണിറ്റ് പരപ്പളവിലുണ്ടാകുന്ന ഇത്തരം ബലമാണ് സ്ട്രെസ്സ് (stress). വസ്തുവിന്റെ ഛേദതലപരപ്പളവ് (area of cross section) A യും പ്രയോഗിക്കപ്പെട്ട ബലം F ഉം ആണെങ്കിൽ

$$\text{സ്ട്രെസ്സിന്റെ പരിമാണം} = F/A \qquad (9.1)$$

സ്ട്രെസ്സിന്റെ SI യൂണിറ്റ് Nm^{-2} അഥവാ പാസ്കൽ (Pa) ആണ്. ഇതിന്റെ ഡൈമെൻഷണൽ സമവാക്യം (dimensional formula) $[ML^{-1}T^{-2}]$ ആണ്.

ഒരു ഖരപദാർഥത്തിൽ ബാഹ്യബലം പ്രയോഗിക്കുമ്പോൾ അത് മൂന്ന് രീതിയിൽ അവയുടെ രൂപത്തിൽ മാറ്റം വരുത്തുന്നു. ഇത് ചിത്രം 9.2. ൽ കാണിച്ചിരിക്കുന്നു. ചിത്രം 9.2 (a) യിൽ ഒരു സിലിണ്ടറിനെ അതിന്റെ ഛേദതല പരപ്പളവിന് ലംബമായ രണ്ട് തുല്യബലമുപയോഗിച്ച് വലിച്ചുനീട്ടിയിരിക്കുന്നു. ഈ പ്രവർത്തനത്തിൽ സിലിണ്ടറിന്റെ യൂണിറ്റ് പരപ്പളവിലുണ്ടാകുന്ന പുനഃസ്ഥാപന ബലത്തെ (restoring force) **ടെൻസൈൽ സ്ട്രെസ്സ് (വലിവു പ്രതിബലം) (Tensile stress)** എന്നു വിളിക്കുന്നു. പ്രയോഗിക്കപ്പെട്ട ബലത്തിന്റെ പ്രവർത്തനംമൂലം സിലിണ്ടർ ചുരുക്കപ്പെടുകയാണെങ്കിൽ യൂണിറ്റ് പരപ്പളവിലുണ്ടാകുന്ന പുനസ്ഥാപന ബലത്തെ **കംപ്രസ്സീവ് സ്ട്രെസ്സ് (സമ്മർദിത പ്രതിബലം) (Compressive stress)** എന്നു വിളിക്കുന്നു. വലിവ്/ കംപ്രസ്സീവ് സ്ട്രെസ്സിനെ **ലോഞ്ചിട്യൂഡിനൽ സ്ട്രെസ്സ് (longitudinal stress)** എന്നും വിളിക്കാം.

രണ്ട് പ്രവർത്തനങ്ങളിലും സിലിണ്ടറിന്റെ നീളത്തിൽ വ്യത്യാസമുണ്ടാകുന്നു. നീളത്തിലുണ്ടാകുന്ന വ്യത്യാസം ΔL ഉം യഥാർഥനീളം L ഉം തമ്മിലുള്ള അനുപാതത്തെ **അനുദൈർഘ്യസ്ട്രെയിൻ (longitudinal strain)** എന്നു വിളിക്കുന്നു.

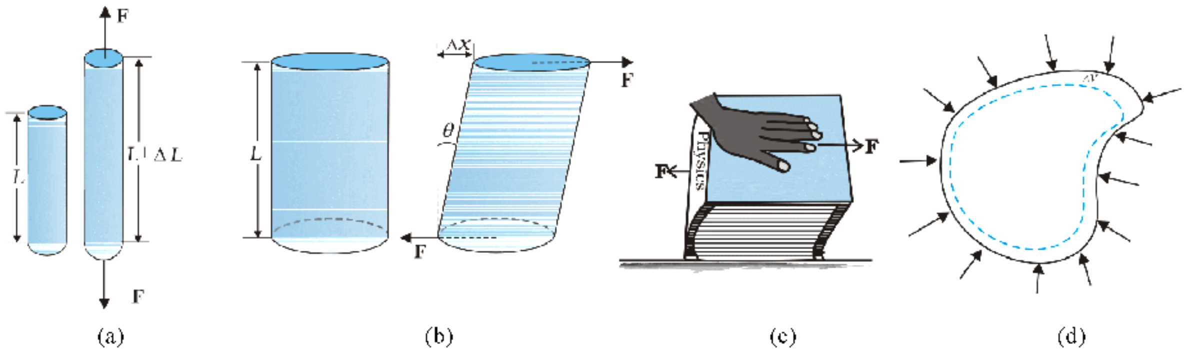
$$\text{അനുദൈർഘ്യസ്ട്രെയിൻ} = \frac{\Delta L}{L} \qquad (9.2)$$

എന്നാൽ ചിത്രം 9.2(b) യിൽ കാണിച്ചിരിക്കുന്നതുപോലെ സിലിണ്ടറിന്റെ ഛേദതലപ്പരപ്പളവിന് സമാന്തരമായി തുല്യവും വിപരീതവുമായ രൂപാന്തരബലം പ്രയോഗിക്കുന്നുവെങ്കിൽ സിലിണ്ടറിന്റെ എതിർമുഖങ്ങൾക്കിടയിൽ ആപേക്ഷികസ്ഥാനാന്തരമുണ്ടാകുന്നു. പ്രയോഗിച്ച സ്പർശരേഖീയ ബലംമൂലം യൂണിറ്റ് പരപ്പളവിൽ രൂപീകൃതമായ പുനഃസ്ഥാപന ബലത്തെ **ടാഞ്ചൻഷ്യൽ സ്ട്രെസ്സ്** (tangential stress) അഥവാ **ഷിയറിംങ് സ്ട്രെസ്സ്** (shearing stress) എന്ന് വിളിക്കുന്നു.

പ്രയോഗിച്ച ടാഞ്ചൻഷ്യൽ ബലത്തിന്റെ ഫലമായി സിലിണ്ടറിന്റെ എതിർവശവുമായി ഉണ്ടാക്കുന്ന ആപേക്ഷികസ്ഥാനാന്തരം Δx ആണെന്ന് ചിത്രം 9.2(b) യിൽ കാണാം. ഇപ്പോൾ ഉണ്ടാകുന്ന വിരൂപണത്തെ (deformation) **ഷിയറിംങ് സ്ട്രെയിൻ (shearing strain)** എന്ന് വിളിക്കുന്നു. ആപേക്ഷിക സ്ഥാനാന്തരമായ Δx ഉം സിലിണ്ടറിന്റെ നീളമായ L ഉം തമ്മിലുള്ള അനുപാതമാണ് ഷിയറിംങ് സ്ട്രെയിൻ (shearing strain) എന്ന് നിർവചിക്കപ്പെട്ടിരിക്കുന്നു.

$$\text{ഷിയറിംങ് സ്ട്രെയിൻ} = \frac{\Delta x}{L} = \tan\theta \qquad (9.3)$$

സിലിണ്ടറിന്റെ യഥാർഥ സ്ഥാനവുമായി ഉണ്ടാക്കുന്ന കോണീയ സ്ഥാനാന്തരമാണ് θ. സാധാരണയായി θ വളരെ ചെറുതാണ്. അതിനാൽ θ യുടെ അളവ് റേഡി



ചിത്രം 9.2 *(a) ടെൻസൈൽ സ്ട്രെസ്സിനു വിധേയമായ സിലിണ്ടറാകൃതിയിലുള്ള ഒരു വസ്തുവിലുണ്ടായ ΔL ദീർഘീകരണം (b) സിലിണ്ടർ ഷിയറിങ് സ്ട്രെയിനിന് വിധേയമാകുമ്പോൾ θ കോണളവോടുകൂടി രൂപമാറ്റം സംഭവിക്കുന്നു. (c) ഷിയറിങ് സ്ട്രെയിനിന് വിധേയമായ ഒരു വസ്തു. (d) ഒരു ഖരവസ്തുവിന്റെ പ്രതലത്തിൽ എല്ലാ ബിന്ദുവിലും ലംബമായി അനുഭവപ്പെടുന്ന സ്ട്രെസ്സ്. $\frac{\Delta V}{V}$ എന്നത് വ്യാപ്താധിഷ്ഠിത സ്ട്രെയിൻ (Volumetric strain) ആണ്. എന്നാൽ ഖരപദാർഥത്തിന്റെ ആകൃതിക്ക് മാറ്റം സംഭവിക്കുന്നുമില്ല.*

യൻ യൂണിറ്റിലാണെങ്കിൽ tan θ യുടെ വില ഏകദേശം θ കോണളവിന് തുല്യമാണ്. (ഉദാ: θ യുടെ വില 10° ആണെങ്കിൽ θ യും tan θ യും തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസം വെറും 1% മാത്രമാണ്.)

ചിത്രം 9.2 (c) യിൽ ചിത്രീകരിച്ചിരിക്കുന്നതുപോലെ പുസ്തകത്തെ കൈകൊണ്ട് അമർത്തി തിരശ്ചീനമായി തള്ളുക. അപ്പോഴുണ്ടാകുന്ന

ഷിയറിങ് സ്ട്രെയിൻ = $\tan\theta \approx \theta$ (9.4)

ചിത്രം 9.2 (d) ൽ കാണിച്ചിരിക്കുന്നതുപോലെ ഉയർന്ന മർദമുള്ള ഒരു ദ്രാവകത്തിൽ വച്ചിരിക്കുന്ന ഖര ഗോളത്തിന്റെ എല്ലാ വശങ്ങളും ഒരേപോലെ ഞെരുക്കപ്പെടുന്നു. ഗോളത്തിന്റെ പ്രതലത്തിലെ ഓരോ ബിന്ദുവിലും ദ്രാവകം പ്രയോഗിക്കുന്ന ബലം ലംബദിശയിലായതിനാൽ പ്രസ്തുത വസ്തു ദ്രവചലിതസമ്മർദനത്തിന് (hydraulic compression) വിധേയമായിരിക്കും. ഇത് വസ്തുവിന്റെ ജ്യാമിതീയ ആകൃതിക്ക് വ്യത്യാസം വരാതെ, ഉള്ളളവിൽ കുറവുണ്ടാക്കുന്നു.

വസ്തുവിൽ ആന്തരികമായി സൃഷ്ടിക്കപ്പെടുന്ന പുനഃസ്ഥാപന ബലം ദ്രാവകം വസ്തുവിൽ പ്രയോഗിക്കുന്ന ബലത്തിന് തുല്യവും വിപരീതവുമായിരിക്കും. (ദ്രാവകത്തിൽനിന്നും വസ്തുവിനെ പുറത്തെടുത്താൽ അത് യഥാർഥ ആകൃതിയിലേക്കും വലുപ്പത്തിലേക്കും തിരിച്ചുവരും.) ഈ പ്രവർത്തനത്തിൽ യൂണിറ്റ് പരപ്പളവിൽ ആന്തരികമായി പുനസ്സ്ഥാപിക്കപ്പെടുന്ന ബലത്തെ **ദ്രവചലിത സ്ട്രെസ്സ്** (hydraulic stress) എന്ന് വിളിക്കുന്നു. ഇതിന്റെ പരിമാണം ദ്രവചലിത മർദത്തിന് (hydro dynamic pressure) തുല്യമാണ്. (യൂണിറ്റ് പരപ്പളവിൽ പ്രയോഗിക്കുന്ന ബലം)

ദ്രവചലിതമർദം ഉണ്ടാക്കുന്ന രൂപമാറ്റത്തെ **വോളിയം സ്ട്രെയിൻ (volume strain)** എന്നു വിളിക്കുന്നു. ഉള്ളളവിലുണ്ടാകുന്ന വ്യത്യാസവും യഥാർഥ ഉള്ളളവും തമ്മിലുള്ള അനുപാതമാണ് വോളിയം സ്ട്രെയിൻ അഥവാ വ്യാപ്തവിരൂപണം.

വ്യാപ്ത വിരൂപണം (Volume strain) = $\frac{\Delta V}{V}$ (9.5)

സ്ട്രെയിൻ എന്നത് പരിമാണത്തിലുണ്ടായ വ്യത്യാസവും യഥാർഥ പരിമാണവും തമ്മിലുള്ള അനുപാതമാണ്. അതുകൊണ്ട് ഇതിന് പ്രത്യേക യൂണിറ്റോ ഡൈമൻഷൻ സൂത്രവാക്യമോ ഇല്ല.

9.4 ഹുക്ക് നിയമം (Hooke's law)

ചിത്രം (9.2) ൽ വിവിധ രൂപത്തിലുള്ള സാഹചര്യങ്ങളുടെ സ്ട്രെസ്സും സ്ട്രെയിനും ചിത്രീകരിച്ചിട്ടുണ്ട്. ചെറിയ രൂപമാറ്റങ്ങൾക്ക് സ്ട്രെസ്സും സ്ട്രെയിനും നേർ അനുപാതത്തിലാണ്. ഇതിനെ ഹുക്ക്നിയമം എന്ന് വിളിക്കുന്നു. അതായത്

സ്ട്രെസ്സ് $\propto$ സ്ട്രെയിൻ

സ്ട്രെസ്സ് = $k \times$ സ്ട്രെയിൻ (9.6)

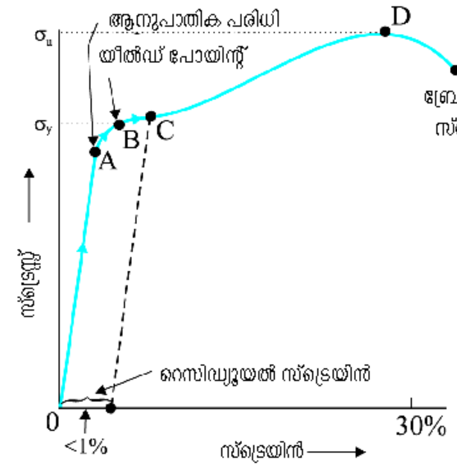
ഇവിടെ k എന്നത് ഒരു അനുപാത സ്ഥിരാങ്കം ആണ്. ഇതിനെ ഇലാസ്റ്റികതാ മോഡുലസ് (Modulus of elasticity) എന്ന് വിളിക്കുന്നു. ഹുക്കിന്റെ നിയമം ഒരു ആനുഭവിക (Empirical) നിയമമാണ്. ഭൂരിഭാഗം വസ്തുക്കൾക്കും പൊതുവേ ഇത് ബാധകമാണ്. എന്നാൽ ചില വസ്തുക്കൾ ഈ നിയമം (അതായത് സ്ട്രെസ്സും സ്ട്രെയിനും തമ്മിലുള്ള നേർ അനുപാതം) പാലിക്കുന്നില്ല.

9.5 സ്ട്രെസ്സ് – സ്ട്രെയിൻ ഗ്രാഫ് (Stress-Strain curve)

ടെൻസൈൽ സ്ട്രെസ്സിന് വിധേയമാക്കുന്ന ഒരു പദാർഥത്തിന്റെ സ്ട്രെസ്സും സ്ട്രെയിനും തമ്മിലുള്ള ബന്ധം പരീക്ഷണങ്ങളിലൂടെ കണ്ടെത്താം. ഇതിനായി ഒരു

സിലിണ്ടറോ വയറോ ബലം പ്രയോഗിച്ച് വലിച്ച് നീട്ടുക. വ്യതിയാനവും ആദ്യനീളവും തമ്മിലുള്ള അനുപാതം (സ്ട്രെയിൻ), സ്ട്രെയിനിനു കാരണമായ പ്രയോഗിച്ച ബലം എന്നിവ രേഖപ്പെടുത്തുക. പ്രയോഗിക്കപ്പെടുന്ന ബലം പടി പടിയായി വർധിപ്പിച്ച് നീളത്തിലുള്ള വ്യത്യാസം രേഖപ്പെടുത്തുക. സ്ട്രെസ്സിന്റെയും സ്ട്രെയിനിന്റെയും വിലകൾ ഉപയോഗിച്ച് ഒരു ഗ്രാഫു വരയ്ക്കുക. ഒരു സാധാരണ ലോഹത്തിന്റെ ഇത്തരം ഗ്രാഫാണ് ചിത്രം 9.3 ൽ കാണിച്ചിരിക്കുന്നത്.

ഇതിനു സമാനമായ ഗ്രാഫുകൾ **കംപ്രഷനും ഷിയറിംങ് സ്ട്രെയിനിനും** ലഭ്യമാണ്. സ്ട്രെസ്സ്-സ്ട്രെയിൻ ഗ്രാഫുകൾ ഓരോ പദാർഥത്തിനും വ്യത്യസ്തമായിരിക്കും. വസ്തുവിൽ പ്രയോഗിക്കപ്പെടുന്ന ബലത്തിന്റെ മൂല്യം കൂടുന്നതിനനുസരിച്ച് ഒരു പദാർഥത്തിന് രൂപമാറ്റം സംഭവിക്കുന്നതെങ്ങനെയെന്ന് മനസ്സിലാക്കാൻ ഇത്തരം ഗ്രാഫുകൾ സഹായിക്കുന്നു. ഗ്രാഫിൽ O മുതൽ A വരെയുള്ള മേഖല രേഖീയമാണെന്ന് (linear) കാണാം. ഈ മേഖലയിൽ ഹുക്കിന്റെ നിയമം പൂർണമായും പാലിക്കപ്പെടുന്നു. അതായത് പ്രയോഗിക്കപ്പെട്ട ബലം പിൻവലി



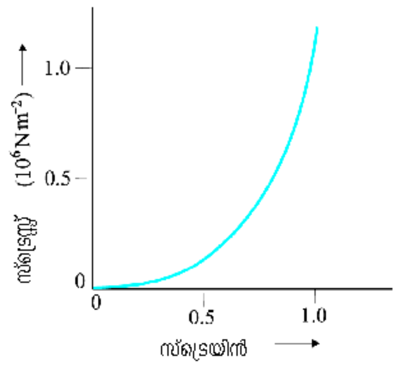
ചിത്രം 9.3 ഒരു ലോഹത്തിന്റെ മാതൃകാപരമായ സ്ട്രെസ്സിലെ സ്ട്രെയിൻ ഗ്രാഫ്

ച്ചാൽ വസ്തു അതിന്റെ യഥാർഥ അളവുകളോടെ പൂർവസ്ഥിതിയിൽ തിരിച്ചെത്തും. ഈ മേഖലയിൽ ഖരപദാർഥം ഇലാസ്തിക സ്വഭാവമുള്ള വസ്തുവായി പ്രവർത്തിക്കും.

A മുതൽ B വരെയുള്ള മേഖലയിൽ സ്ട്രെസ്സും സ്ട്രെയിനും ആനുപാതികമല്ല. എന്നിരുന്നാലും ഈ മേഖലയിലും ബലം മാറ്റുമ്പോൾ വസ്തു അതിന്റെ പൂർവ്വ സ്ഥിതിയിലേക്ക് തിരികെ വരുന്നു. ഗ്രാഫിലെ B എന്ന ബിന്ദുവിനെ **യീൽഡ് പോയിന്റ് (yield point)** അഥവാ **ഇലാസ്തിക പരിധി (elastic limit)** എന്നു വിളിക്കുന്നു. ഈ ബിന്ദുവിലെ സ്ട്രെസ്സിനെ പദാർഥത്തിന്റെ **യീൽഡ് സ്ട്രെങ്ത്ത് (σ_y)** എന്നു വിളിക്കുന്നു.

ഭാരത്തിന്റെ അളവ് വീണ്ടും വർധിപ്പിച്ചാൽ സ്ട്രെസ്സിന്റെ മൂല്യം യീൽഡ് സ്ട്രെങ്ത്തിനെക്കൾ (yield strength) കൂടുതലാകുകയും സ്ട്രെസ്സിലുണ്ടാകുന്ന ചെറിയ വ്യത്യാസം സ്ട്രെയിൻ പെട്ടെന്ന് വർധിക്കാൻ കാരണമാകുകയും ചെയ്യുന്നു. ഗ്രാഫിലെ B യും D യും ഈ ഭാഗത്തെ സൂചിപ്പിക്കുന്നു. B യ്ക്കും D യ്ക്കും ഇടയിലുള്ള C പോലുള്ള ഏതെങ്കിലും ബിന്ദുവിൽ വച്ച് വസ്തുവിലനുഭവപ്പെടുന്ന ഭാരം നീക്കം ചെയ്താൽ അതിന്റെ ആദ്യ അളവിലേക്ക് തിരിച്ചെത്താൻ വസ്തുവിന് സാധിക്കുന്നില്ല. അതായത് ഇത്തരം സാഹചര്യത്തിൽ എപ്പോഴെങ്കിലും സ്ട്രെസ്സ് പൂജ്യം ആയാൽ **സ്ട്രെയിൻ പൂജ്യം** ആയിരിക്കുകയില്ല. ഇപ്പോൾ പദാർഥത്തെ **പെർമനന്റ് സെറ്റ് (permanent set)** എന്ന് വിളിക്കാം. ഇവിടെയുള്ള രൂപമാറ്റത്തെ പ്ലാസ്റ്റിക് രൂപമാറ്റം എന്നുവിളിക്കാം. ഗ്രാഫിലെ D എന്ന ബിന്ദു പദാർത്ഥത്തിന്റെ **അന്തിമ വലിവു ശേഷിയാണ്** (ultimate tensile strength) (σ_u). ഈ ബിന്ദുവിനപ്പുറത്ത് പ്രയോഗിക്കപ്പെട്ട ബലത്തിൽ കുറവുണ്ടായാൽപോലും അധിക സ്ട്രെയിനുണ്ടായി E എന്ന ബിന്ദുവിൽ പൊട്ടിപ്പോകുകയും ചെയ്യുന്നു. ഒരു പദാർഥത്തിലെ അന്തിമ വലിവുശേഷിയും ഫ്രാക്ചർപോയിന്റും അടുത്തായിരുന്നാൽ പദാർഥം ഭംഗുരമായിരിക്കും (brittle). എന്നാൽ ഇവ വളരെയകലെയാണെങ്കിൽ ആ പദാർഥങ്ങളെ അടിച്ചു പരത്തുവാൻ കഴിയുന്നവയുമായിരിക്കും (ductile).

നേരത്തെ പ്രസ്താവിച്ചതുപോലെ, സ്ട്രെസ്സ്-സ്ട്രെയിൻ സ്വഭാവങ്ങൾ, ഓരോ പദാർഥത്തിലും വ്യത്യസ്തമായിരിക്കും. ഉദാഹരണത്തിന് റബ്ബറിനെ പല പ്രാവശ്യം വലിച്ചുവിട്ടാൽ പോലും അത് യഥാർഥ ആകൃതിയിലേക്ക് തിരികെയെത്തുന്നു. ചിത്രം 9.4ൽ കാണിച്ചിരിക്കുന്നത് ഹൃദയവാൽവായ അയോർട്ടയിലെ ഇലാസ്തികകലകളുടെ സ്ട്രെസ്സ്-സ്ട്രെയിൻ ഗ്രാഫാണ്. ഇവിടെ ഇലാസ്തിക മേഖല വളരെ വലുതാണെങ്കിലും ഈ ഗ്രാഫിന്റെ ഭൂരിഭാഗം മേഖലകളിലും ഹുക്കിന്റെ നിയമം പാലിക്കപ്പെടുന്നില്ല. മറ്റൊന്ന് ഇവിടെ കൃത്യമായി നിർവചിക്കപ്പെട്ട പ്ലാസ്റ്റിക് മേഖലയില്ല. അയോർട്ടയിലെ കലകൾ, റബ്ബർ തുടങ്ങിയ പദാർഥങ്ങളെ വലിച്ചുനീട്ടി ഉയർന്ന സ്ട്രെയിൻ ഉണ്ടാക്കാവുന്നതിനാൽ ഇവയെ ഇലാസ്റ്റോമറുകളെന്ന് (elastomers) വിളിക്കുന്നു.



ചിത്രം 9.4 ഹൃദയത്തിൽ നിന്നും രക്തം വഹിക്കുന്ന വലിയ കുഴലായ അയോർട്ടയിലെ ഇലാസ്തികകലകളുടെ സ്ട്രെസ്സ് സ്ട്രെയിൻ ഗ്രാഫ്.

പട്ടിക 9.1 ചില പദാർഥങ്ങളുടെ യങ്സ് മോഡുലസുകൾ, ഇലാസ്തിക പരിധി, വലിവുശക്തികൾ (tensile strength)

പദാർത്ഥം	സാന്ദ്രത Density kgm-3	യങ്സ് മോഡുലസ് 10^9 N/m^2 σ_y	ഇലാസ്തിക പരിധി 10^6 N/m^2%	വലിവുശേഷി 10^6 N/m^2 σ_u
അലൂമിനിയം	2710	70	110	95
കോപ്പർ	8890	110	400	200
ഇരുമ്പ്	7800-7900	190	330	170
സ്റ്റീൽ	7860	200	400	250
ഗ്ലാസ്	2190	65	50	—
കോൺക്രീറ്റ്	2320	30	40	—
തടി	525	13	50	—
എല്ല്	1900	9	170	—
പോളിസ്ടിറെൻ	1050	3	48	—

കംപ്രഷന് വിധേയമായി പരീക്ഷിക്കപ്പെട്ട പദാർഥങ്ങൾ

9.6 ഇലാസ്തിക മോഡുലസ്സുകൾ (Elastic Moduli)

എഞ്ചിനീയറിംങ് രൂപകൽപനകളിൽ വലിയ പ്രാധാന്യ മർഹിക്കുന്ന ഒന്നാണ് സ്ട്രെസ്സ്-സ്ട്രെയിൻ ഗ്രാഫിലെ ഇലാസ്തികപരിധിക്കുള്ളിലെ ആനുപാതികമേഖല (ചിത്രം 9.3 ലെ OA എന്ന മേഖല). **സ്ട്രെസ്സിന്റെയും സ്ട്രെയിനിന്റെയും ഹരണഫലത്തെ ഇലാസ്തികതയുടെ മോഡുലസ് (modulus of elasticity)** എന്നു വിളിക്കുന്നു. ഇത് പദാർഥങ്ങളുടെ ഒരു സവിശേഷതയായി കണക്കാക്കപ്പെടുന്നു.

9.6.1 യങ്സ് മോഡുലസ് (Young's Modulus)

പരീക്ഷണനിരീക്ഷണത്തിന്റെ അടിസ്ഥാനത്തിൽ തന്നിരിക്കുന്ന ഒരു പദാർഥത്തിൽ സ്ട്രെസ്സ് വലിവുബലമോ സമ്മർദ്ദനമോ ആയാലുണ്ടാകുന്ന സ്ട്രെയിനിന്റെ അളവ് ഒരു പോലെയായിരിക്കും. ടെൻസൈൽ അഥവാ കംപ്രഷൻ സ്ട്രെസ്സിന്റെയും (σ) ലോഞ്ചിട്യൂഡിനൽ സ്ട്രെയിനിന്റെയും (ε) ഹരണഫലത്തെ **യങ്സ് മോഡുലസ് (youngs modulus)** എന്നു വിളിക്കുന്നു. ഇത് Y എന്ന അക്ഷരം കൊണ്ട് സൂചിപ്പിക്കുന്നു.

അതായത് $$Y = \frac{\sigma}{\varepsilon} \tag{9.7}$$

സമവാക്യങ്ങൾ (9.1) , (9.2) ഇവ ഉപയോഗിച്ച്

$Y = (F/A)/(\Delta L/L)$

$$Y = (F \times L) /(A \times \Delta L) \tag{9.8}$$

എന്നാൽ സ്ട്രെയിൻ (strain) ഒരു ഡൈമെൻഷനില്ലാത്ത അളവായതുകൊണ്ട് യങ്സ്മോഡുലസിന്റെയും സ്ട്രെസ്സിന്റെയും യൂണിറ്റുകൾ തുല്യമാണ്. അതായത് ഇതിന്റെ യൂണിറ്റ് ന്യൂട്ടൺ/മീറ്റർ^2(N m^{-2}) അഥവാ പാസ്കൽ (Pa) ആണ്. പട്ടിക 9.1 കുറെ പദാർഥങ്ങളുടെ യങ്സ് മോഡുലസ്സുകളും യീൽഡ് ശക്തികളും (yield strength) നൽകുന്നു.

പട്ടിക 9.1 പ്രകാരം ലോഹങ്ങളുടെ യങ്സ് മോഡുലസ്സുകൾ വളരെ വലുതാണെന്നത് ശ്രദ്ധിക്കുക. അതുകൊണ്ട് ഇത്തരം പദാർഥങ്ങളുടെ നീളത്തിൽ ചെറിയവ്യത്യാസം വരുത്തുന്നതിന് വലിയ ബലത്തിന്റെ ആവശ്യമുണ്ട്. 0.1cm^2 ഛേദതല പരപ്പളവുള്ള വളരെ കനം കുറഞ്ഞ ഒരു സ്റ്റീൽ കമ്പിയുടെ നീളം 0.1% വർധിപ്പിക്കുന്നതിന് 2000 N ബലം ആവശ്യമുണ്ട്. സ്റ്റീൽകമ്പിയിലുണ്ടാക്കിയ അതേ രൂപമാറ്റം അതേ പരപ്പളവുള്ള അലൂമിനിയം, ബ്രാസ്സ്, ചെമ്പ് എന്നീ കമ്പികളിലുണ്ടാക്കാൻ ആവശ്യമായ ബലങ്ങൾ യഥാക്രമം 690 N, 900 N, 1100 N എന്നിങ്ങനെയാണ്. ഇത് അർഥമാക്കുന്നത്, കോപ്പർ, അലൂമിനിയം, ബ്രാസ്സ് തുടങ്ങിയവയേക്കാൾ കൂടുതൽ ഇലാസ്തിക സ്വഭാവമുള്ളതാണ് സ്റ്റീൽ എന്നാണ്. ഈ കാരണത്താലാണ് ഹെവി ഡ്യൂട്ടി യന്ത്രങ്ങളിലും ഘടനാപരമായ രൂപകൽപ്പനകളിലും (Structural designs) സ്റ്റീലിന് മുൻഗണന നൽകുന്നത്. തടി, എല്ല്, കോൺക്രീറ്റ്, ഗ്ലാസ്സ് ഇവയ്ക്കെല്ലാം താരതമ്യേന കുറഞ്ഞ യങ്സ് മോഡുലസ്സുകളാണ്.

▶ *ഉദാഹരണം 9.1* ഒരു സ്റ്റീൽ ദണ്ഡിന് 1 മീറ്റർ നീളവും 10 mm ആരവുമുണ്ട്. ഇതിനെ ഇതിന്റെ അഗ്രത്തിൽകൂടി 100 kN ബലം പ്രയോഗിച്ച് വലിച്ചു നീട്ടുന്നു. ദണ്ഡിലെ (a) പ്രതിബലം (stress), (b) ദീർഘീകരണം (elongation), (c) വിരൂപണം (strain) എന്നിവ കണക്കാക്കുക. സ്റ്റീലിന്റെ യംങ്ങ്സ് മോഡുലസ്സ് 2.0 × 10^{11} N m^{-2} ആണ്.

ഉത്തരം : സ്റ്റീൽ ദണ്ഡിന്റെ ഒരഗ്രം ബലമായി ഉറപ്പിച്ചു വച്ചശേഷം മറ്റേ അഗ്രത്തിൽ ദണ്ഡിന്റെ നീളത്തിന് സമാന്തരമായി ബലം പ്രയോഗിക്കുക. അപ്പോൾ ദണ്ഡിലുണ്ടാകുന്ന സ്ട്രെസ്സ്

$$സ്ട്രെസ്സ് = \frac{F}{A} = \frac{F}{\pi r^2}$$

$$= \frac{100 \times 10^3 \text{ N}}{3.14 \times \left(10^{-2} \text{ m}\right)^2}$$

$$= 3.18 \times 10^8 \text{ N m}^{-2}$$

ദീർഘീകരണം (elongation)

$$\Delta L = \frac{(F/A)L}{Y}$$

$$\frac{\left(3.18 \times 10^8 \text{ N m}^{-2}\right)(1 \text{ m})}{2 \times 10^{11} \text{ N m}^{-2}}$$

$= 1.59 \times 10^{-3}$ m $= 1.59$ mm

സ്ട്രെയിൻ

(രൂപമാറ്റം) $= \Delta L/L$

$= (1.59 \times 10^{-3}$ m$)/(1$m$)$

$= 1.59 \times 10^{-3}$

$= 0.16$ %

▶ ***ഉദാഹരണം 9.2*** : 2.2 m നീളമുള്ള ഒരു ചെമ്പുകമ്പിയും 1.6 m നീളമുള്ള ഒരു സ്റ്റീൽ കമ്പിയും (രണ്ടിന്റെയും വ്യാസം 3.0 mm) അഗ്രങ്ങൾ ബന്ധിപ്പിച്ചിരിക്കുന്നു. ഇവയെ ഒരു ഭാരം ഉപയോഗിച്ച് വലിച്ചുനീട്ടുമ്പോൾ ഇതിലെ ആകെ ദീർഘീകരണം 0.70 mm എന്ന് കാണാം. പ്രയോഗിച്ച ഭാരം കണക്കാക്കുക.

ഉത്തരം : ചെമ്പുകമ്പിയും സ്റ്റീൽ കമ്പിയും ടെൻസൈൽ സ്ട്രെസ്സിന് വിധേയമാകുന്നു. എന്തുകൊണ്ടെന്നാൽ ഇവയിലെ തുല്യവലിവുബലവും (tension) (W ഭാരത്തിന് തുല്യം) തുല്യ ഛേദതല പരപ്പളവ് A യുമാണ്. സമവാക്യം (9.7) പ്രകാരം

സ്ട്രെസ്സ് = സ്ട്രെയിൻ × യങ്ങ്സ് മോഡുലസ്സ്

അതുകൊണ്ട്

$$W/A \quad Y_c \times (\Delta L_c/L_c) = Y_s \times (\Delta L_s/L_s)$$

ഇവിടെ c, s എന്നീ കീഴ്ക്കുറിപ്പുകൾ സൂചിപ്പിക്കുന്നത് യഥാക്രമം കോപ്പറിനെയും സ്റ്റീലിനേയുമാണ്.

$$\Delta L_c/\Delta L_s = (Y_s/Y_c) \times (L_c/L_s)$$

തന്നിരിക്കുന്നവ , $L_c = 2.2$ m, $L_s = 1.6$ m,

പട്ടിക 9.1 ൽ നിന്ന് $Y_c = 1.1 \times 10^{11}$ N.m^{-2}, and

$Y_s = 2.0 \times 10^{11}$ N.m^{-2}.

$\Delta L_c/\Delta L_s = (2.0 \times 10^{11}/1.1 \times 10^{11}) \times (2.2/1.6) = 2.5.$

ആകെ ദീർഘീകരണം (elongation)

$$\Delta L_c + \Delta L_s = 7.0 \times 10^{-4} \text{ m}$$

മുകളിൽ പറഞ്ഞ സമവാക്യങ്ങൾ ഉപയോഗിച്ചാൽ

$\Delta L_c = 5.0 \times 10^{-4}$ m, $\Delta L_s = 2.0 \times 10^{-4}$ m.

അതായത്

$W = (A \times Y_c \times \Delta L_c)/L_c$

$= \pi\ (1.5 \times 10^{-3})^2 \times [(5.0 \times 10^{-4} \times 1.1 \times 10^{11})/2.2]$

$= 1.8 \times 10^2$ N

▶ ***ഉദാഹരണം 9.3*** : സർക്കസിലെ ഒരു അഭ്യാസി തന്റെ ശരീരത്തിന്റെ പിൻഭാഗം കസേരയിലുറപ്പിച്ച് ഉയർത്തിപ്പിടിച്ച കാലുകളിൽ ഒരു മനുഷ്യ പിരമിഡിന്റെ മുഴുവൻ ഭാരവും താങ്ങിനിർത്തിയിരിക്കുന്നു. (ചിത്രം 9.5 ൽ കാണിച്ചിരിക്കുന്നതുപോലെ). അഭ്യാസപ്രകടനത്തിലേർപ്പെട്ട മുഴുവൻ ആളുകൾ, മേശകൾ, ലോഹതട്ടം മുതലായവയുടെ ആകെ ഭാരം 280 kg ആണ്. കസേരയിൽ പിൻഭാഗം ഉറപ്പിച്ച് കാലുകൾ ഉയർത്തിപ്പിടിച്ച അഭ്യാസിയുടെ ഭാരം 60 kg ആണ്. ഓരോ അഭ്യാസിയുടെയും തുടയെല്ലിന്റെ (ഫീമർ) നീളം 50 cm ഉം സഫലമായ ആരം 2.0 cm മാണ്. അധികഭാരംമൂലം അഭ്യാസിയുടെ തുടയെല്ലിനുണ്ടാകുന്ന സമ്മർദനത്തിന്റെ അളവ് കണക്കാക്കുക.

ചിത്രം 9.5 സർക്കസിലെ മനുഷ്യസ്തംഭം

ഉത്തരം : അഭ്യാസികൾ, മേശകൾ, ലോഹഫലകങ്ങൾ മുതലായവയുടെ ആകെ മാസ് = 280 kg

കസേരയിലുള്ള അഭ്യാസിയുടെ മാസ് = 60 kg

പിരമിഡിനു താഴെയുള്ള അഭ്യാസിയുടെ കാലുകൾ താങ്ങുന്ന മാസ്

$= 280 - 60 = 220$ kg

താങ്ങിനിർത്തിയ മാസിന്റെ ഭാരം

$= 220$ kg wt. $= 220 \times 9.8$ N $= 2156$ N.

അഭ്യാസിയുടെ കാലിലെ ഓരോ തുടയെല്ലിലും താങ്ങിനിർത്തിയിട്ടുള്ള ഭാരം = ½ (2156) N = 1078N.

പട്ടിക 9.1 ൽ നിന്നും എല്ലിന്റെ യങ്സ് മോഡുലസ് തന്നിട്ടുള്ളത്

$Y = 9.4 \times 10^9$ N m^{-2}.

ഓരോ തുടയെല്ലിന്റെയും നീളം $L = 0.5$ m

തുടയെല്ലിന്റെ ആരം $= 2.0$ cm

അതുകൊണ്ട് തുടയെല്ലിന്റെ ഛേദതല പരപ്പളവ് $A = \pi \times (2 \times 10^{-2})^2$ m^2 $A = 1.26 \times 10^{-3}$ m^2.

സമവാക്യം (9.8) ഉപയോഗിച്ചാൽ ഓരോ തുടയെല്ലിലെയും സമ്മർദനം ഉണ്ടാക്കുന്ന നീള വ്യത്യാസം

$$\Delta L = [(F \times L)/(Y \times A)]$$

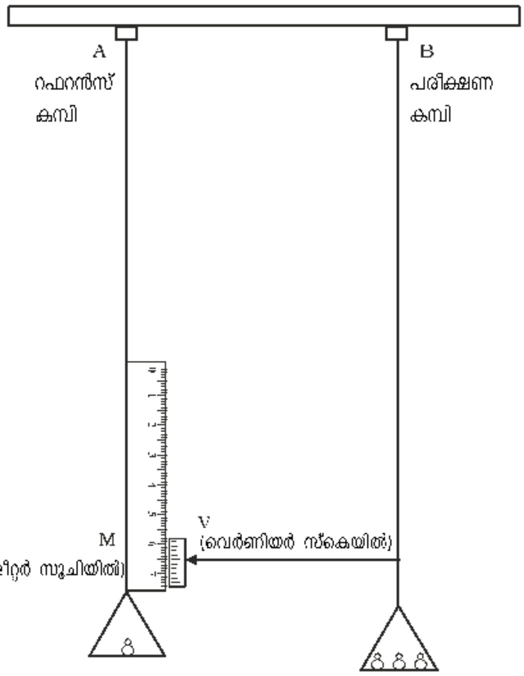
$$= [(1078 \times 0.5)/(9.4 \times 10^9 \times 1.26 \times 10^{-3})]$$

$$= 4.55 \times 10^{-5} \text{ m അല്ലെങ്കിൽ } 4.55 \times 10^{-3} \text{ cm.}$$

ഇത് വളരെ ചെറിയൊരു വ്യത്യാസം മാത്രമാണ്. തുടയെല്ലിലെ രൂപമാറ്റത്തിന്റെ ഭാഗികമായ കുറവ് $\Delta L/L = 0.000091 = 0.0091\%$ ആയിരിക്കും. ◀

9.6.2 ഒരു കമ്പി നിർമിച്ചിരിക്കുന്ന പദാർഥത്തിന്റെ യംങ്സ് മോഡുലസ്സിന്റെ നിർണയം (Determination of Young's Modulus of the material of a Wire)

ചിത്രം 9.6ൽ കാണിച്ചിരിക്കുന്നത് വലിവുബലത്തിന് വിധേയമായ ഒരു പദാർഥത്തിന്റെ യങ്ങ്സ് മോഡുലസ് നിർണയിക്കാനാവശ്യമായ മാതൃകാപരീക്ഷണക്രമീകരണമാണ്. ഈ പരീക്ഷണത്തിൽ ഉറപ്പിച്ച ദൃഢമായ താങ്ങിൽ ഒരേനീളവും തുല്യ ആരവുമുള്ള രണ്ട് നിവർന്ന കമ്പികൾ വശത്തോട് വശം ക്രമീകരിച്ചിരിക്കുന്നു. A എന്ന കമ്പി, (റഫറൻസ് കമ്പിയെന്ന് വിളിക്കുന്നു) M എന്ന മില്ലീമീറ്റർ മെയിൻസ്കെയിലും മാസ് വയ്ക്കുവാനുള്ള തട്ടും വഹിക്കുന്നു. സമപരപ്പളവുള്ള B എന്ന കമ്പി, (പരീക്ഷണകമ്പിയെന്നു വിളിക്കുന്നു) പരീക്ഷണത്തിനായി നിശ്ചിത അളവുകളുള്ള ഭാരം വയ്ക്കുവാനുള്ള തട്ട് വഹിക്കുന്നു. B എന്ന പരീക്ഷണ കമ്പിക്ക് താഴെയായി ഒരു സൂചകം ബന്ധിപ്പിച്ച വെർണിയർ സെക്യിൽ V യും ഉറപ്പിച്ചിട്ടുണ്ട്. പരീക്ഷണകമ്പിയിലെ പരന്ന പാത്രത്തിൽ വെക്കുന്ന ഭാരങ്ങൾ താഴേക്ക് ബലം പ്രയോഗിക്കുന്നതിനാൽ വലിവു പ്രതിബലം (Tensile stress) മൂലം കമ്പി നീളുന്നതായി കാണാം. കമ്പിയുടെ ദീർഘീകരണം (elongation) (നീളത്തിലുണ്ടായ വർദ്ധനവ്) വെർണിയർ ക്രമീകരണത്തിൽ നിന്ന് അളക്കാം. സാധാരണ താപനിലയിലെ വ്യതിയാനം മൂലം നീളത്തിലുണ്ടാകുന്ന ഏതു വ്യത്യാസവും റഫറൻസ് കമ്പി ഉപയോഗിച്ച് പരിഹരിക്കാവുന്നതാണ്; എന്തെന്നാൽ താപനിലയിലെ മാറ്റം മൂലം റഫറൻസ് കമ്പിയിലുണ്ടാകുന്ന നീളത്തിലെ ഏതൊരു വ്യത്യാസവും പരീക്ഷണകമ്പിയിലെ വ്യത്യാസത്തിന് തുല്യമാണെന്നു കാണാം. (അധ്യായം 11ൽ ഈ താപനിലയുടെ ഫലങ്ങളെപ്പറ്റി വിശദമായി പഠിക്കാം.)



ചിത്രം 9.6 ഒരു കമ്പിയുടെ യങ്ങ്സ് മോഡുലസ് നിർണയിക്കുന്നതിനുള്ള ക്രമീകരണം.

റഫറൻസ്കമ്പിയും പരീക്ഷണകമ്പിയും നിവർന്നു നിർത്തുന്നതിനുവേണ്ടി അവയിലെ തട്ടിൽ (pan) ആദ്യം ചെറിയഭാരത്തെ വച്ച് വെർണിയർ സ്കെയിൽ റീഡിംഗ് രേഖപ്പെടുത്തുന്നു. പരീക്ഷണകമ്പിയിൽ വലിവുപ്രതിബലം ഉണ്ടാക്കുന്നതിനായി സാവധാനം ഭാരം വർധിപ്പിക്കുകയും വീണ്ടും വെർണിയർ സ്കെയിൽ റീഡിംഗുകൾ രേഖപ്പെടുത്തുകയും ചെയ്യുന്നു. രണ്ട് വെർണിയർ റീഡിംഗുകൾ തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസം കമ്പിയിലുണ്ടാകുന്ന ദീർഘീകരണത്തിന്റെ വിലയാണ്. r, L എന്നിവ യഥാക്രമം പരീക്ഷണകമ്പിയുടെ ആദ്യ ആരവും നീളവുമാണെന്നിരിക്കട്ടെ. അപ്പോൾ കമ്പിയുടെ ഛേദതല പരപ്പളവ് (area of cross section) πr^2 ആയിരിക്കും. കമ്പിയിൽ ΔL ദീർഘീകരണം ഉണ്ടാക്കാനാവശ്യമായ മാസ്സ് M ആണെന്നിരിക്കട്ടെ. അതുകൊണ്ട് പ്രയോഗിക്കപ്പെട്ടബലം Mg ക്ക് തുല്യമായിരിക്കും. ഇവിടെ g എന്നത് ഗ്രാവിറ്റി മൂലമുള്ള ത്വരണമാണ്. സമവാക്യം 9.8 പ്രകാരം പരീക്ഷണകമ്പി നിർമിച്ചിരിക്കുന്ന പദാർഥത്തിന്റെ യംഗ്സ് മോഡുലസ്സ് കാണുന്നതിന്

$$Y = \frac{\sigma}{\varepsilon} = \frac{Mg}{\pi r^2} \cdot \frac{L}{\Delta L}$$

$= Mg \times L/(\pi r^2 \times \Delta L)$ എന്നു ലഭിക്കും. (9.9)

9.6.3 ഷിയർ മോഡുലസ്സ് (Shear modulus)

ഷിയറിംഗ് സ്ട്രെസിന്റെയും അതുണ്ടാക്കുന്ന ഷിയറിംഗ് സ്ട്രെയിനിന്റെയും അനുപാതത്തെ ഒരു പദാർഥത്തിന്റെ അനുരൂപണ മോഡുലസ്സ് എന്ന് വിളിക്കുന്നു. ഇതിനെ **റിജിഡിറ്റി മോഡുലസ്സ്** (rigidity modulus) എന്നും വിളിക്കുന്നു.

G = ഷിയറിങ് സ്ട്രെസ്സ് /ഷിയറിങ് സ്ട്രെയിൻ

$G = (F/A)/(\Delta x/L)$

$= (F \times L)/(A \times \Delta x)$ (9.10)

സമാനമായി സമവാക്യം (9.4) പ്രകാരം

$G = (F/A)/\theta$

$= F/(A \times \theta)$ (9.11)

അനുരൂപണ പ്രതിബലം σ_s നെ ചുവടെ കൊടുത്തിരിക്കുന്നവിധം സൂചിപ്പിക്കാം.

$\sigma_s = G \times \theta$ (9.12)

ഷിയറിങ് മോഡുലസ്സിന്റെ SI യൂണിറ്റ് N m^{-2} അഥവാ പാസ്ക്കൽ (Pa) ആണ്. പട്ടിക 9.2. ൽ ഏതാനും പദാർഥങ്ങളുടെ അനുരൂപണമോഡുലസ്സുകൾ തന്നിരിക്കുന്നു. പൊതുവായി ഷിയർ മോഡുലസ് (അഥവാ റിജിഡിറ്റി മോഡുലസ്സ്) യംഗ്സ് മോഡുലസ്സിനേക്കാൾ (പട്ടിക 9.1 പ്രകാരം) കുറവാണെന്ന് കാണാം. ഭൂരിഭാഗം പദാർഥങ്ങൾക്കും $G \approx Y/3$ ആയിട്ടാണ് കാണപ്പെടുന്നത്.

പട്ടിക 9.2 ചിരപരിചിതങ്ങളായ ചില സാധാരണ പദാർത്ഥങ്ങളുടെ ഷിയറിങ് മോഡുലസുകൾ (Shear moduli (G) of common materials)

പദാർഥം	G (10^9 Nm^{-2} or GPa)
അലുമിനിയം	25
ബ്രാസ്സ്	36
കോപ്പർ	42
ഗ്ലാസ്സ്	23
ഇരുമ്പ്	70
ലെഡ്ഡ്	5.6
നിക്കൽ	77
സ്റ്റീൽ	84
ടംങ്സ്റ്റൺ	150
തടി (വുഡ്)	10

▶**ഉദാഹരണം 9.4** : 50 cm നീളവും 10 cm കനവുമുള്ള ചതുരാകൃതിയിലുള്ള ഒരു ലെഡ് തകിടിന്റെ കനം കുറഞ്ഞ അരിക് 9.0×10^4 N അനുരൂപണബലത്തിന് വിധേയമാകുന്നു. തകിടിന്റെ താഴത്തെ അരിക് തറയിലുറപ്പിച്ചിട്ടുണ്ട്. എങ്കിൽ മുകളിലത്തെ അരിക് എത്രമാത്രം മാറ്റപ്പെട്ടു?

ഉത്തരം : ലെഡ് സ്ലാബ് അടിഭാഗം ഉറപ്പിച്ചതും പ്രയോഗിക്കപ്പെട്ട ബലം വീതികുറവായ മുഖത്തിന് സമാന്തരവുമാണെന്ന് (ചിത്രം 9.7. ൽ കാണിച്ചിരിക്കുന്നു) സങ്കൽപിക്കുക. ഈ പ്രയോഗിക്കപ്പെട്ട ബലത്തിന് സമാന്തരമായ വശത്തിന്റെ പരപ്പളവ്.

$A = 50 \text{ cm} \times 10 \text{ cm}$

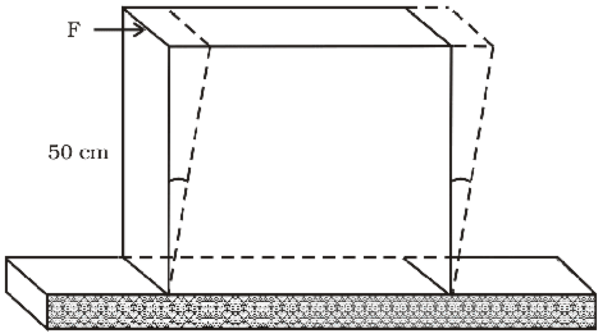
$= 0.5 \text{ m} \times 0.1 \text{ m}$

$= 0.05 \text{ m}^2$

അതുകൊണ്ട് പ്രയോഗിക്കപ്പെട്ട പ്രതിബലം

$= (9.4 \times 10^4 \text{ N}/0.05 \text{ m}^2)$

$= 1.80 \times 10^6 \text{ N.m}^{-2}$



ചിത്രം 9.7

ഷിയറിംഗ് സ്ട്രെയിൻ $= (\Delta x/L)$ വിരൂപണം$/G$.

എന്ന് നമുക്ക് അറിയാവുന്നതാണ്. അതുകൊണ്ട് സ്ഥാനാന്തരം Δx = (പ്രതിബലം $\times L)/G$

$= (1.8 \times 10^6 \text{ N m}^{-2} \times 0.5\text{m})/(5.6 \times 10^9 \text{ N m}^{-2})$

$= 1.6 \times 10^{-4} \text{ m} = 0.16 \text{ mm}$

9.6.4 ബൾക്ക് മോഡുലസ്സ് (Bulk Modulus)

ഒരു വസ്തുവിനെ ഒരു ദ്രാവകത്തിൽ താഴ്ത്തിവച്ചിരുന്നാൽ അത് ജലമർദത്താൽ പ്രവർത്തിക്കുന്ന പ്രതിബലത്തിന് വിധേയമാകുന്നു. ഈ ബലം ദ്രവചലിതമർദത്തിന്റെ (hydraulic pressure) അളവിന് തുല്യമാണെന്ന് ഭാഗം 9.3 ൽ നാം കണ്ടിട്ടുണ്ടല്ലോ? ഇത് വസ്തുവിന്റെ ഉള്ളളവ് കുറയ്ക്കുന്നതിലേക്ക് നയിക്കുന്നു. തൽഫലമായുണ്ടാകുന്ന രൂപമാറ്റത്തെ **ഉള്ളളവ് രൂപമാറ്റം (volume strain)** എന്ന് വിളിക്കുന്നു. [സമവാക്യം (9.5)]. **ദ്രവചലിത സ്ട്രെസ്സും (Mechanical Stress)** അതുണ്ടാക്കുന്ന സ്ട്രെയിനും തമ്മിലുള്ള അനുപാതത്തെ **ബൾക്ക് മോഡുലസ്** എന്ന് വിളിക്കുന്നു. ഇത് B എന്ന ചിഹ്നം കൊണ്ട് സൂചിപ്പിക്കാം.

$B = -p/(\Delta V/V)$ (9.13)

മുകളിൽ പറഞ്ഞ സമവാക്യത്തിൽ നെഗറ്റീവ് ചിഹ്നം സൂചിപ്പിക്കുന്നത് മർദത്തിലുണ്ടാകുന്ന വർധനവ് മൂലം ഉള്ളളവിൽ കുറവു സംഭവിക്കുന്നു എന്നാണ്. അതായത് p പോസിറ്റീവെങ്കിൽ ΔV നെഗറ്റീവായിരിക്കും. സംതുലനാവസ്ഥയിലുള്ള ഒരു വ്യൂഹത്തിന് ബൾക്ക് മോഡുലസ്സ് B യുടെ വില എല്ലായ്പ്പോഴും പോസിറ്റീവായിരിക്കും. ബൾക്ക് മോഡുലസിന്റെ SI യൂണിറ്റ് മർദത്തിന്റെ യൂണിറ്റ് തന്നെയാണ്. അതായത് N m^{-2} അഥവാ Pa ആണ്. നമുക്ക് പരിചിതമായ ഏതാനും പദാർഥങ്ങളുടെ ബൾക്ക് മോഡുലസ്സുകൾ പട്ടിക 9.3 ൽ തന്നിരിക്കുന്നു.

ബൾക്ക് മോഡുലസ്സിന്റെ വ്യുൽക്രമത്തെ സങ്കോചക്ഷമത കംപ്രസ്സബിലിറ്റി (Compressibility) എന്ന് വിളിക്കുന്നു. ഇതിനെ k എന്ന അക്ഷരം കൊണ്ട് സൂചിപ്പിക്കുന്നു. യൂണിറ്റ് മർദവർദ്ധനവിൽ ഉള്ളളവിലെ വർധനവും യഥാർത്ഥ ഉള്ളളവും തമ്മിലുള്ള ഹരണഫലത്തെ കംപ്രസ്സബിലിറ്റി എന്ന് നിർവചിക്കാം.

$k = (1/B) = -(1/\Delta p) \times (\Delta V/V)$ (9.14)

ഖരവസ്തുക്കളുടെ ബൾക്ക് മോഡുലസ്സുകൾ ദ്രാവകങ്ങളുടേതിനേക്കാൾ കൂടുതലാണ്. വാതകങ്ങളുടെ (വായു) ബൾക്ക് മോഡുലസ്സുകൾ പൊതുവേ വളരെകുറവാണ്. പട്ടിക 9.3 ലെ വിലകൾ ഇത് വ്യക്തമാക്കുന്നു.

പട്ടിക 9.3 ചില പദാർഥങ്ങളുടെ ബൾക്ക് മോഡുലസ്സുകൾ (B) (Bulk Moduli (B) of some common Materials)

ഖരപദാർഥങ്ങൾ	B (10^9 N m^{-2} or GPa)
അലുമിനിയം	72
ബ്രാസ്സ് (പിത്തള)	61
കോപ്പർ	140
ഗ്ലാസ്സ്	37
അയൺ	100
നിക്കൽ	260
സ്റ്റീൽ	160
ദ്രാവകങ്ങൾ	
ജലം	2.2
എഥനോൾ	0.9
കാർബൺ ഡൈ സൾഫൈഡ്	1.56
ഗ്ലിസറിൻ	4.76
മെർക്കുറി	25
വാതകങ്ങൾ	
വായു (അടിസ്ഥാന അന്തരീക്ഷ മർദത്തിൽ)	1.0×10^{-4}

അതായത് ഖരപദാർഥങ്ങൾ ഏറ്റവും ചെറുതായി സങ്കോചിക്കുന്നവയും വാതകങ്ങൾ ഏറ്റവും കൂടുതലായി സങ്കോചിക്കുന്നവയുമാണ്. ഖരപദാർഥങ്ങളേക്കാൾ ദശലക്ഷണക്കണക്കിന് മടങ്ങ് സങ്കോചിക്കുവാൻ വാതകങ്ങൾക്ക് കഴിയും. വാതകങ്ങളുടെ സങ്കോചക്ഷമത (compressibility) മർദത്തിനും താപനിലയ്ക്കും അനുസരിച്ച് വ്യത്യാസപ്പെടുന്നതുമാണ്. ഖരപദാർഥത്തിന്റെ അസങ്കോചക്ഷമത (incompressibility) അടുത്തടുത്ത കണികകൾ തമ്മിലുള്ള ദൃഢമായ സംയോജനം മൂലമാണെന്ന് പറയാനാകും. ദ്രാവകങ്ങളിലെ തന്മാത്രകളും പരസ്പരം ബന്ധിതമാണെങ്കിലും ഈ ബന്ധനം ഖരപദാർഥങ്ങളിലേതുപോലെ അത്ര ശക്തമല്ല. വാതകങ്ങളിലെ തന്മാത്രകൾ വളരെ ചെറുതായി മാത്രമെ പരസ്പരം ബന്ധിക്കപ്പെട്ടിട്ടുള്ളൂ.

പട്ടിക 9.4 വിവിധ തരത്തിലുള്ള സ്ട്രെസ്സ്, സ്ട്രെയിൻ, ഇലാസ്തിക മോഡുലസ്സുകൾ, പ്രായോഗികമായ ദ്രവ്യത്തിന്റെ അവസ്ഥകൾ എന്നിവ കാണിച്ചിരിക്കുന്നു.

> ▶ ***ഉദാഹരണം 9.5*** ഇന്ത്യൻ സമുദ്രത്തിന്റെ ശരാശരി താഴ്ച ഏകദേശം 3000 m ആണ്. സമുദ്രത്തിന്റെ അടിത്തട്ടിലെ ജലത്തിന്റെ അംശീയ സമ്മർദനം (fractional compression) $\Delta V/V$ കണക്കാക്കുക. ജലത്തിന്റെ ബൾക്ക് മോഡുലസ് 2.2×10^9 N m^{-2} എന്ന് തന്നിരിക്കുന്നു. ($g = 10$ m s^{-2} എന്ന് കരുതുക.)

ഉത്തരം : 3000 m ജലയൂപം സമുദ്രത്തിന്റെ അടിത്തട്ടിൽ പ്രയോഗിക്കുന്ന മർദം

$$p = h\rho g = 3000 \text{ m} \times 1000 \text{ kg m}^{-3} \times 10 \text{ m s}^{-2}$$

$$= 3 \times 10^7 \text{ kg m}^{-1} \text{ s}^{-2}$$

$$= 3 \times 10^7 \text{ N m}^{-2}$$

അംശീയ സമ്മർദനം $\Delta V/V$, is

$\Delta V/V$ = പ്രതിബലം/B

$= (3 \times 10^7 \text{ N m}^{-2}) / (2.2 \times 10^9 \text{ N m}^{-2})$

$= 1.36 \times 10^{-2}$ അഥവാ 1.36 % ◀

പട്ടിക 9.4 പ്രതിബലം, രൂപമാറ്റം, വിവിധ ഇലാസ്തിക മോഡുലസ്സുകൾ (Stress, Strain and various elastic moduli)

പ്രതിബല തരങ്ങൾ	സ്ട്രെസ്സ്	സ്ട്രെയിൻ	വ്യത്യാസം		ഇലാസ്തിക മോഡുലസ്	മോഡുലസിപേര്	ദ്രവ്യത്തിന്റെ അവസ്ഥ
			ആകൃതി	ഉള്ളളവ്			
വലിവ് അഥവാ സമ്മർദിതം ($\sigma = F/A$).	എതിർ മുഖങ്ങളിൽ ലംബമായി പ്രവർത്തിക്കുന്ന തുല്യവും വിപരീതവുമായ ബലങ്ങൾ	ബലത്തിന് സമാന്തരമായുള്ള ദീർഘീകരണം അഥവാ സമ്മർദനം ($\Delta L/L$) (അനുദൈർഘ്യവിരൂപണം)	ഉണ്ട്	ഇല്ല	$Y = (F \times L)/(A \times \Delta L)$	യംഗ്സ് മോഡുലസ്	ഖരം
അനുരൂപണം ($\sigma_s = F/A$).	തുല്യവും വിപരീതവുമായ ബലങ്ങൾ എതിർപ്രതലങ്ങൾക്ക് സമാന്തരമാണ്. ഈ രണ്ട് സാഹചര്യങ്ങളിലെയും ബലങ്ങൾ അതായത് വസ്തുവിലുണ്ടായ ആകെ ബലം, ആകെ ടോർക്ക് ഇവ റദ്ദ് ചെയ്യപ്പെടുന്നു	ഷിയർ മാത്രം, θ	ഉണ്ട്	ഇല്ല	$G = F/(A \times \theta)$	ഷിയർ മോഡുലസ്	ഖരം
ദ്രവചലിതം	പ്രതലത്തിലെല്ലായിടത്തും ബലങ്ങൾ ലംബമായിരിക്കും, യൂണിറ്റ് പരപ്പളവിലെ ബലം (മർദം) എല്ലായിടത്തും തുല്യമായിരിക്കും.	വ്യാപ്ത വ്യത്യാസം (സമ്മർദനം അഥവാ വികാസം) ($\Delta V/V$)	ഇല്ല	ഉണ്ട്	$B = -p/(\Delta V/V)$	ബൾക്ക് മോഡുലസ്	ഖരം, ദ്രാവകം, വാതകം

9.6.5 പോയിസ്സൺ അനുപാതം (Poission's Ratio)

വിഭാഗം 9.6.2ൽ വിശദീകരിച്ച യംഗ്സ്മോഡുലസ്സ് പരീക്ഷണത്തിൽ സൂക്ഷ്മമായ നിരീക്ഷണത്തിലൂടെ കമ്പിയുടെ ഛേദതലം (അല്ലെങ്കിൽ വ്യാസം) നേരിയ തോതിൽ കുറയുന്നതായി കണ്ടെത്തി. പ്രയോഗിച്ച ബലത്തിന് ലംബമായി ഉണ്ടാകുന്ന സ്ട്രെയിനിനെ **പാർശ്വിക സ്ട്രെയിൻ (lateral strain)** എന്നു പറയുന്നു. ഇലാസ്തിക പരിധിക്കുള്ളിൽ, പാർശ്വിക സ്ട്രെയിൻ അനുദൈർഘ്യസ്ട്രെയിന് നേർഅനുപാതത്തിലായിരിക്കും എന്ന് സൈമൺ പോയിസ്സൺ കണ്ടെത്തി. അതിനാൽ വലിച്ചു നിർത്തപ്പെട്ട ഒരു കമ്പിയിലെ പാർശ്വിക സ്ട്രെയിനും ലോഞ്ചിട്യൂഡിനൽ സ്ട്രെയിനും തമ്മിലുള്ള അനുപാതത്തെ **പോയിസ്സൺ അനുപാതം (Poisson's Ratio)** എന്നു വിളിക്കുന്നു. കമ്പിയുടെ യഥാർത്ഥ വ്യാസം dയും സ്ട്രെസ്സിന് വിധേയമാകുമ്പോൾ വ്യാസത്തിലുണ്ടാകുന്ന സങ്കോചം Δdയുമായാൽ പാർശ്വിക രൂപമാറ്റം $\frac{\Delta d}{d}$ ആയിരിക്കും.

കമ്പിയുടെ യഥാർത്ഥ നീളം L ഉം സ്ട്രെസ്സ് മൂലമുള്ള ദീർഘീകരണം ΔL മായാൽ അനുദൈർഘ്യസ്ട്രെയിൻ $\frac{\Delta L}{L}$ ആയിരിക്കും.

പോയിസൺ അനുപാതം, $\delta = (\Delta d/d)/(\Delta L/L)$

$$\delta = (\Delta d/\Delta L)\times(L/d)$$

പോയിസൺ അനുപാതമെന്നത് രണ്ട് സ്ട്രെയിനുകളുടെ അനുപാതമാണ്. ഇത് ഡൈമൻഷനും യൂണിറ്റുമില്ലാത്ത ഒരു സംഖ്യയാണ്. ഇതിന്റെ മൂല്യം നിർമ്മിച്ചിരിക്കുന്ന വസ്തുവിന്റെ സ്വഭാവത്തെ മാത്രം ആശ്രയിക്കുന്നു. സ്റ്റീലിന് δ യുടെ വില 0.28നും 0.30നുമിടയിലും അലൂമിനിയം ഉൾപ്പെട്ട ലോഹസങ്കരങ്ങളിലിത് ഏകദേശം 0.33 യുമാണ്.

9.6.6 വലിച്ചു നിർത്തപ്പെട്ട കമ്പിയിലെ ഇലാസ്തിക സ്ഥിതികോർജം (Elastic potential energy in a stretched wire)

ഒരു കമ്പി ടെൻസൈൽ സ്ട്രെസ്സിന് വിധേയമാക്കിയാൽ കണികാന്തരബലങ്ങൾക്ക് എതിരെ പ്രവൃത്തി ചെയ്യപ്പെടുന്നു. ഈ പ്രവൃത്തി കമ്പിയിൽ സംഭരിക്കപ്പെടുന്നത് ഇലാസ്തിക സ്ഥിതികോർജ (elastic potential energy) ത്തിന്റെ രൂപത്തിലായിരിക്കും. L നീളവും A ഛേദതലപരപ്പളവുമുള്ള ഒരു കമ്പിയുടെ നീളത്തിലേക്ക് F രൂപാന്തരണബലം പ്രയോഗിക്കുമ്പോൾ കമ്പിയുടെ നീളത്തിലുണ്ടാകുന്ന വർദ്ധനവ് ℓ ആകുന്നു. അങ്ങനെയെങ്കിൽ സമവാക്യം 9.8നെ നമുക്ക്

$F = YA \times (\ell/L)$ എന്നെഴുതാം.

ഇവിടെ Y എന്നത് കമ്പി നിർമ്മിച്ചിരിക്കുന്ന വസ്തുവിന്റെ യങ്സ് മോഡുലസ്സ് ആണ്. വീണ്ടും കമ്പിയിലെ ചെറിയ നീളം $d\ell$ ദീർഘീകരണം ഉണ്ടാക്കുന്നതിന് ചെയ്യേണ്ട പ്രവൃത്തി dw $F\times d\ell$ അല്ലെങ്കിൽ $YA\,\ell\, d\ell/L$ ആണെന്ന് കാണാം. അതുകൊണ്ട് കമ്പിയുടെ നീളം Lൽ നിന്ന് L+ ℓ വർദ്ധിപ്പിക്കുന്നതിന് ആവശ്യമായ പ്രവൃത്തിയുടെ അളവ് W കാണുന്നതിന് (ℓ = 0 മുതൽ l = l വരെ)

$$w = \int_0^l \frac{YA\ell}{L}.d\ell = \frac{YA}{2}.\frac{\ell^2}{L}$$ എന്നെഴുതാം.

$$w = \frac{1}{2}\times Y\times\left(\frac{\ell}{L}\right)^2\times AL$$

$w = \frac{1}{2}\times$ യങ്സ് മോഡുലസ്സ് $\times$ (സ്ട്രെയിൻ)^2 $\times$ കമ്പിയുടെ ഉള്ളളവ്

$w = \frac{1}{2}\times$ സ്ട്രെസ്സ് $\times$ സ്ട്രെയിൻ $\times$ കമ്പിയുടെ ഉള്ളളവ്

ഈ പ്രവൃത്തി കമ്പിയിൽ ഇലാസ്തിക സ്ഥിതികോർജമായി (u) സംഭരിക്കപ്പെടുന്നു. അതുകൊണ്ട് കമ്പിയുടെ യൂണിറ്റ് ഉള്ളളവിലുള്ള ഇലാസ്തിക സ്ഥിതികോർജം u കാണുന്നതിന്

$u = \frac{1}{2}\times\sigma\varepsilon$ ആണ് (9.15)

9.7 പദാർഥങ്ങളുടെ ഇലാസ്തിക സ്വഭാവത്തിന്റെ പ്രയോഗിക വശങ്ങൾ (Applications of elastic behaviour of materials)

നിത്യജീവിതത്തിൽ പദാർഥങ്ങളുടെ ഇലാസ്തിക സ്വഭാവം പ്രധാന പങ്ക് വഹിക്കുന്നു. പദാർഥങ്ങളുടെ ഇലാസ്തിക സ്വഭാവത്തെപ്പറ്റിയുള്ള കൃത്യമായ അറിവ് എല്ലാ യന്ത്രശാസ്ത്ര രൂപകൽപ്പനകൾക്കും ആവശ്യമാണ്. ഉദാഹരണത്തിന് ഒരു കെട്ടിടം രൂപകൽപ്പന ചെയ്യുമ്പോൾ, അതിലെ തൂണുകൾ, ബീമുകൾ, താങ്ങുകൾ ഇവയുടെ ഘടനാപരമായ രൂപകൽപ്പനയ്ക്ക് ഇവയിൽ ഉപയോഗിക്കുന്ന പദാർഥങ്ങളുടെ ദൃഢത സംബന്ധിച്ച അറിവ് അനിവാര്യമാണ്. എന്തുകൊണ്ടാണ് പാലങ്ങളുടെ നിർമാണത്തിലുപയോഗിക്കുന്ന ബീമുകൾ അവയുടെ താങ്ങുകൾ മുതലായവയ്ക്ക് I മാതൃകയിലുള്ള ഛേദതലം ഉപയോഗിച്ചിരിക്കുന്നത്? എന്തുകൊണ്ടാണ് ഒരു മണൽകൂമ്പാരത്തിന് അഥവാ ഒരു മലയ്ക്ക് പിരമിഡിന്റെ ആകൃതിയുള്ളത് എന്ന് നിങ്ങൾ എപ്പോഴെങ്കിലും ചിന്തിച്ചിട്ടുണ്ടോ? ഇവിടെ നാം ചർച്ച ചെയ്ത ആശയങ്ങളുടെ അടിസ്ഥാനത്തിൽ ഘടനാപരമായ യന്ത്രശാസ്ത്രങ്ങളുടെ പഠനത്തിൽ നിന്നും ഈ ചോദ്യങ്ങളുടെ ഉത്തരം ലഭിക്കുന്നു.

കട്ടികൂടിയ ലോഹക്കയറിൽ ഭാരം ബന്ധിപ്പിച്ച് ഭീമമായ

ഭാരങ്ങൾ ഒരു സ്ഥലത്തുനിന്നും മറ്റൊരു സ്ഥലത്തേക്ക് ചലിപ്പിക്കുന്നതിനും ഉയർത്തുന്നതിനും ക്രെയിനുകൾ ഉപയോഗിക്കുന്നു. ഈ കയർ മുകളിലേക്കു വലിക്കുന്നതിന് കപ്പികളും മോട്ടോറുകളും ഉപയോഗിക്കുന്നു. 10 മെട്രിക് ടൺ (10 മെട്രിക് ടൺ = 1000 kg) ഭാരം ഉയർത്താൻ കഴിയുന്ന ഒരു ക്രെയിൻ നമുക്കു നിർമിക്കണമെന്ന് സങ്കൽപ്പിക്കുക. ഇതിനാവശ്യമായ സ്റ്റീൽ കയറിന്റെ കനം എപ്രകാരമായിരിക്കണം? ഇവിടെ ഭാരം കയറിൽ സ്ഥിരമായി രൂപമാറ്റം വരുത്തുന്നില്ലായെന്ന് നമുക്ക് വ്യക്തമായി കാണാം. അതുകൊണ്ട് ഇവിടെയുള്ള എക്സ്ടെൻഷൻ ഇലാസ്തിക പരിധി മറികടക്കുന്നില്ല. സാധാരണ സ്റ്റീലിന്റെ യീൽഡ്ശക്തി (yield strength) ഏകദേശം 300×10^6 N m^{-2} ആണെന്ന് പട്ടിക 9.1 ൽ നിന്നും നമുക്ക് കണ്ടെത്താം. അതുകൊണ്ട് സ്റ്റീൽ റോപ്പിന്റെ ഛേദതല പരപ്പളവിന്റെ ഏറ്റവും കുറഞ്ഞവില

$$A \geq W/\sigma_y = Mg/\sigma_y \qquad (9.16)$$

$$= (10^4 \text{ kg} \times 10 \text{ m s}^{-2})/(300 \times 10^6 \text{ N m}^{-2})$$

$$= 3.3 \times 10^{-4} \text{ m}^2$$ ആയിരിക്കണം.

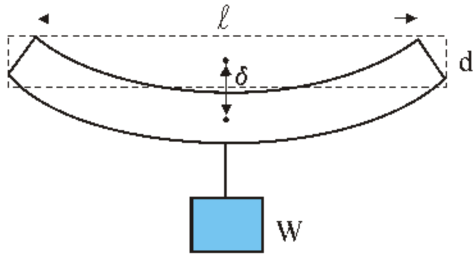
ഇത് ഏകദേശം 1 സെന്റിമീറ്റർ ആരമുള്ള കമ്പിയുടെ ഛേദതല പരപ്പളവാണ്. സാധാരണയായി വലിയ തോതിൽ സുരക്ഷ ഉറപ്പു വരുത്തുന്നതിനായി ഉയർത്തേണ്ട ഭാരത്തിന്റെ ഏകദേശം പത്ത് മടങ്ങു വരെ ഭാരം താങ്ങുവാൻ ശേഷിയുള്ള തരത്തിലാണ് സ്റ്റീൽ റോപ്പിന്റെ ആരം നിശ്ചയിക്കുന്നത്. അതിനാൽ ഏകദേശം 3 സെ.മീ ആരമുള്ള കട്ടിയുള്ള കമ്പി നിർദേശിക്കാം. ഈ ആരമുള്ള ഒറ്റക്കമ്പി പ്രായോഗികമായി ഒരു ദൃഢ ദണ്ഡായിരിക്കും. അതുകൊണ്ട് വഴക്കമുള്ളതും കനം കുറഞ്ഞതുമായ ചെറു കമ്പികൾ പിണഞ്ഞരീതിയിലായിരിക്കും ഇത്തരം കമ്പികൾ നിർമിക്കുക. ഇത് വഴക്കവും ദൃഢതയും നൽകുന്നു.

പാലത്തിന്റെ ഭാരം, വലിയ കാറ്റുകൾ വീശുമ്പോളതിലുണ്ടാകുന്ന ബലം, പാലത്തിലൂടെ ഗതാഗതം മൂലമുള്ള ഭാരം എന്നിവ താങ്ങാൻ കഴിയുന്ന വിധത്തിലായിരിക്കണം ഒരു പാലം രൂപകൽപന ചെയ്യേണ്ടത്. അതുപോലെ കെട്ടിടങ്ങളുടെ രൂപകൽപനയിലും ബീമുകളുടേയും തൂണുകളുടെയും ഉപയോഗം സാധാരണമാണ്. ഈ രണ്ടു സാഹചര്യങ്ങളിലും മുഖ്യപ്രാധാന്യം ബീമിനുണ്ടാകുന്ന വളവ് അതിജീവിക്കുകയെന്ന പ്രശ്നമാണ്. ബീമിന് കൂടുതൽ വളവോ പൊട്ടലോ ഉണ്ടാകരുത്.

ചിത്രം 9.8 ൽ കാണിച്ചിരിക്കുന്നതുപോലെ അഗ്രങ്ങളിൽ താങ്ങിനിർത്തിയിരിക്കുന്ന ഒരു ബീമിന്റെ മധ്യഭാഗത്ത് ഭാരം തൂക്കിയിട്ടിരിക്കുന്ന സാഹചര്യം പരിഗണിക്കുക. l നീളവും b വീതിയും d കനംമുള്ള ഒരു കമ്പിയുടെ മധ്യഭാഗത്ത് W ഭാരം വഹിക്കുമ്പോൾ, കമ്പിക്കുണ്ടാകുന്ന വളവിന്റെ തോത്

$$\delta = W\, l^3/(4bd^3 Y) \qquad (9.17)$$

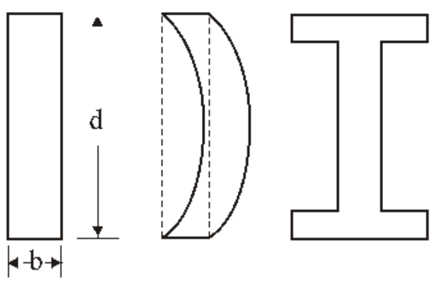
ആണ്.



ചിത്രം 9.8 മധ്യഭാഗത്ത് ഭാരം തൂക്കിയിട്ടതും അഗ്രങ്ങളിൽ താങ്ങി നിർത്തപ്പെട്ടതുമായ ഒരു ദണ്ഡ്.

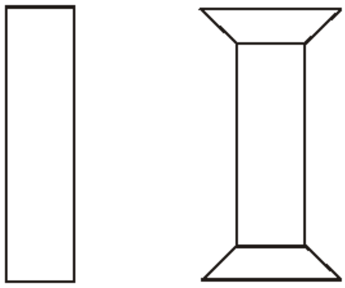
നിങ്ങൾ ഇതുവരെ പഠിച്ച കാര്യങ്ങളും കാൽകുലസും (കലനം) ഉപയോഗിച്ച് മുകളിൽപറഞ്ഞ സമവാക്യം രൂപീകരിച്ചെടുക്കാം. യങ്സ് മോഡുലസ്സ് Y കൂടുതലുള്ള പദാർഥം ഉപയോഗിച്ചാൽ സമവാക്യം (9.16) ൽ തന്നിരിക്കുന്ന ഭാരം മൂലമുള്ള വളവ് കുറയ്ക്കുന്നതിന് കഴിയുമെന്ന് നമുക്ക് കാണാം. ദണ്ഡിനുണ്ടായ വളവ് കുറയ്ക്കുന്നതിനായി തന്നിരിക്കുന്ന പദാർഥത്തിന്റെ കനം d വർധിപ്പിക്കുന്നതാണ് വീതി b കൂട്ടുന്നതിനേക്കാൾ കൂടുതൽ ഫലപ്രദം. എന്തെന്നാൽ δ എന്നത് d^{-3} ന് ആനുപാതികമാണ് ഒപ്പം b^{-1} നും. (അഗ്രങ്ങൾക്കിടയിലുള്ള നീളം l എത്രയും ചെറുതായിരിക്കുകയും വേണം.)

കനം വർധിപ്പിക്കുമ്പോൾ ഭാരം ശരിക്കും കൃത്യമായ സ്ഥാനത്തല്ലാത്തപക്ഷം ദണ്ഡ് ചിത്രം 9.9(b) യിലെപ്പോലെ വളയുന്നതായി കാണാം. (ഗതാഗത പ്രവാഹമുള്ള പാലത്തിൽ ഈ ക്രമീകരണം ദുഷ്കരമാണ്). ഇതിനെ **ബക്ലിംഗ് (വശത്തോട്ടുള്ള വളയൽ)** (Buckling)എന്നു വിളിക്കുന്നു. ഇത് ഒഴിവാക്കുന്നതിന് ഛേദതല ആകൃതി ചിത്രം 9.9(c) യിലെപ്പോലെയാക്കുന്നതാണ് സാധാരണ ചെയ്യാറുള്ളത്. ഇത് കൂടുതൽ ഭാരവാഹക പ്രതലവും കൂടുതൽ താഴ്ചയും (കനവും) നൽകുന്നതിനാൽ ബീമിനുണ്ടാകുന്ന വളവു കുറയ്ക്കാം. ഈ ആകൃതി, ഭാരം താങ്ങുവാനുള്ള ശേഷിയിൽ യാതൊരു കുറവും വരാതെ തന്നെ ബീമിന്റെ ഭാരം കുറയ്ക്കുകയും തൽഫലമായി ചെലവ് കുറയുകയും ചെയ്യും.



ചിത്രം 9.9 ഒരു ബീമിന്റെ വ്യത്യസ്ത ഛേദതല ആകൃതികൾ (a) ഒരു ദണ്ഡിന്റെ ദീർഘചതുരാകൃതിയിലുള്ള ഭാഗം. (b) ഒരു കനം കുറഞ്ഞ ദണ്ഡും അത് എങ്ങനെ വളയുന്നുവെന്നതും. (c) ഭാരം വഹിക്കുന്ന ദണ്ഡിന്റെ പൊതുവായി ഉപയോഗിക്കുന്ന ഛേദം.

പാലങ്ങളിലും കെട്ടിടങ്ങളിലും തൂണുകളും കോളങ്ങളും ഉപയോഗിക്കുന്നത് സാധാരണമാണ്. ചിത്രം 9.10(a) യിലേതു പോലെ വിസ്തൃതാകൃതി അഗ്രമുള്ള തൂണുകളേക്കാൾ, ചിത്രം 9.10(a) ചിത്രം 9.10(b) യിൽ കാണിച്ചിരിക്കുന്നതുപോലെ വൃത്ത അഗ്രമുള്ള തൂണുകൾക്ക് കുറഞ്ഞ ഭാരത്തെ മാത്രമേ താങ്ങിനിർത്തുവാൻ സാധിക്കൂ. ഒരു പാലത്തിന്റെയോ കെട്ടിടത്തിന്റെയോ കൃത്യമായ രൂപകൽപനയ്ക്ക് ഉപയോഗിക്കുന്ന പദാർഥങ്ങളുടെ വിശ്വസനീയത, ചെലവ്, ദീർഘമായ കാലയളവ് പ്രവർത്തന സാഹചര്യം മുതലായവ കൂടി പരിഗണിക്കേണ്ടതാണ്.



ചിത്രം 9.10 *തൂണുകളും കോളങ്ങളും (a) ഉരുണ്ട അഗ്രങ്ങളുള്ള തൂണുകൾ (b) വിസ്തൃത അഗ്രങ്ങൾ ഉള്ള തൂണുകൾ*

പാറകളുടെ ഇലാസ്തിക സവിശേഷത കൂടി പരിഗണിച്ചുകൊണ്ട് ഭൂമിയിലെ ഒരു പർവതത്തിന്റെ പരമാവധി ഉയരം എന്തുകൊണ്ട് ഏതാണ്ട് 10 km ആണെന്ന ചോദ്യത്തിന്റെ ഉത്തരം കണ്ടെത്താൻ നമുക്കു ശ്രമിക്കാം. ഒരു പർവതത്തിന്റെ അടിത്തറ സമാനസമ്മർദത്തിന് (uniform compression) വിധേയമല്ല, ഇത് അടിത്തട്ടിൽ പരന്നു കിടക്കുന്ന പാറകളിൽ കുറച്ച് ഷിയറിംങ് സ്ട്രെസ്സ് നൽകുന്നതായും കാണാം. പർവതത്തിന്റെ മുകളിലുള്ള എല്ലാ പദാർഥങ്ങളുടെയും സ്ട്രെസ്സ് പാറകളിൻ മേൽ ഭ്രംശം സൃഷ്ടിക്കാനാവശ്യമായ ക്രാന്തിക അനുരൂപണ പ്രതിബല (critical shearing stress) ത്തേക്കാൾ കുറവായിരിക്കണം.

h ഉയരമുള്ള പർവതത്തിന്റെ താഴെത്തട്ടിൽ, പർവതത്തിന്റെ ഭാരംമൂലം യൂണിറ്റ് പരപ്പളവിലെ ബലം $h\rho g$ ആണ് ഇവിടെ ρ എന്നത് പർവതത്തിലെ പദാർഥങ്ങളുടെ സാന്ദ്രതയും g എന്നത് ഗ്രാവിറ്റിമൂലമുള്ള ത്വരണവുമാണ്. അടിത്തട്ടിലുള്ള പദാർഥത്തിൽ ഈ ബലം അനുഭവപ്പെടുന്നത് ലംബീയ ദിശയിലും പർവതങ്ങളുടെ വശങ്ങൾ സ്വതന്ത്രവുമാണ്. അതുകൊണ്ട് ബൾക്ക് സമ്മർദനത്തിന്റെയോ അഥവാ മർദത്തിന്റെയോ രീതിയിലല്ല ഈ ബലത്തിന്റെ പ്രഭാവം. ഇത് ഏകദേശം $h\rho g$ എന്ന അനുരൂപണബല (shearing force) ത്തിനെപ്പോലെ തന്നെയാണ് ഇവിടെ പ്രവർത്തിക്കുക. ഒരു പാറയുടെ ഇലാസ്തികപരിധി 30×10^7 N m^{-2} ആണെന്ന് കരുതുക. $h\rho g$ യുമായി ഇതിനെ തുല്യപ്പെടുത്തിയാൽ, $\rho = 3 \times 10^3$ kg m^{-3}

$$h\rho g = 30 \times 10^7 \text{ N m}^{-2}, \quad \text{അഥവാ}$$
$$h = 30 \times 10^7 \text{ N m}^{-2} / (3 \times 10^3 \text{ kg m}^{-3} \times 10 \text{ m s}^{-2}) = 10 \text{ km}$$

ഇത് എവറസ്റ്റ് കൊടുമുടിയുടെ ഉയരത്തേക്കാൾ കൂടുതലാണ്.

സംഗ്രഹം

1. പ്രതിബലം (stress) എന്നത് യൂണിറ്റ് പരപ്പളവിലുള്ള പുനസ്ഥാപനബലവും സ്ട്രെയിൻ എന്നത് അളവിലുള്ള അംശീയ വ്യത്യാസവുമാണ്. പൊതുവായി മൂന്ന് തരത്തിലുള്ള സ്ട്രെയിനുകളാണുള്ളത്. (a) വലിവുപ്രതിബലം (tensile stress) അനുദൈർഘ്യ സ്ട്രെസ്സ് (longitudinal stress) (വലിച്ചുനീട്ടുന്നതുമായി ബന്ധപ്പെട്ടത്) അഥവാ സമ്മർദിത സ്ട്രെസ്സ് (സമ്മർദനവുമായി ബന്ധപ്പെട്ടത്) (b) അനുരൂപണ സ്ട്രെസ്സ് (shearing stress), (c) ദ്രവചലിത സ്ട്രെസ്സ് (hydraulic stress)
2. രൂപമാറ്റം ചെറുതാവുമ്പോൾ സ്ട്രെസ്സ് സ്ട്രെയിനിന് നേർ അനുപാതത്തിലായിരിക്കും മിക്ക പദാർഥങ്ങളിലും കാണപ്പെടുന്നത്. ഇതിനെ ഹുക്കിന്റെ നിയമം എന്ന് വിളിക്കുന്നു. ഇവിടെ അനുപാതസ്ഥിരാങ്കം (constant of proportionality) ഇലാസ്തികതയുടെ മോഡുലസ് (modulus of elasticity) എന്ന് വിളിക്കുന്നു. വസ്തുക്കളുടെ ഇലാസ്തിക സ്വഭാവവും അവയിൽ പ്രവർത്തിക്കുന്ന രൂപമാറ്റബലവും വിവരിക്കുന്നതിനുപയോഗിക്കുന്ന മൂന്ന് ഇലാസ്തിക മോഡുലസ്സുകളാണ് യങ്സ്മോഡുലസ്, ബൾക്ക്മോഡുലസ്, റിജിഡിറ്റിമോഡുലസ് എന്നിവ. ഹുക്കിന്റെ നിയമം അനുസരിക്കാത്ത ഒരു കൂട്ടം ഖരവസ്തുക്കളാണ് ഇലാസ്റ്റോമെറുകൾ.
3. ഒരു വസ്തു വലിവുബലം അഥവാ സമ്മർദനത്തിന് വിധേയമായാൽ, ഹുക്കിന്റെ നിയമത്തിന്റെ രൂപം ഇങ്ങനെ കരുതാം.

$$F/A = Y \Delta L/L$$

ഇവിടെ $\Delta L/L$ എന്നത് വസ്തുവിന്റെ വലിവ് അഥവാ സമ്മർദിത സ്ട്രെയിൻ ആണ്. F എന്നത് സ്ട്രെയിനിന് കാരണമായി പ്രയോഗിക്കപ്പെട്ട ബലത്തിന്റെ അളവാണ്. F ബലം പ്രയോഗിച്ച (A യ്ക്ക് ലംബം) പ്രതലത്തിന്റെ ഛേദതല പരപ്പളവാണ് A. Y എന്നത് വസ്തുവിന്റെ യങ്സ് മോഡുലസ്. ഇവിടെ സ്ട്രെസ്സ് F/A.

4. ഒരു ഖരവസ്തുവിന്റെ മുകളിലെയും താഴത്തേയും മുഖങ്ങൾക്ക് സമാന്തരമായി ഒരു ജോഡി ബലം പ്രയോഗിക്കപ്പെടുമ്പോഴുണ്ടാകുന്ന രൂപമാറ്റം കൊണ്ട് താഴത്തെ മുഖത്തെ അപേക്ഷിച്ച് മുകളിലത്തെ മുഖം വശങ്ങളിലേക്ക് ചലിക്കുന്നതായി കാണാം. മുകളിലെ മുഖത്തുണ്ടാകുന്ന തിരശ്ചീന സ്ഥാനാന്തരം (ΔL) ലംബീയ ഉയരം L ന് ലംബമാണ്. ഇത്തരത്തിലുള്ള രൂപമാറ്റത്തെ അനുരൂപണം എന്ന് വിളിക്കുന്നു. സദൃശമായ പ്രതിബലമാണ് അനുരൂപണ പ്രതിബലം. ഇത്തരത്തിലുള്ള പ്രതിബലം ഖരവസ്തുക്കളിൽ മാത്രമെ സാധ്യമാകുകയുള്ളൂ. ഈ തരത്തിലുള്ള രൂപമാറ്റം ഹുക്കിന്റെ നിയമം അനുസരിച്ച്

$$F/A = G \times \Delta L/L$$

ഇവിടെ ΔL എന്നത് പ്രയോഗിക്കപ്പെട്ട ബലം F ന്റെ ദിശയിൽ വസ്തുവിന്റെ ഒരഗ്രത്തിനുണ്ടാകുന്ന സ്ഥാനാന്തരമാണ്; G അനുരൂപണമോഡുലസാണ്.

5. ഒരു വസ്തു ദ്രവചലിതസമ്മർദനത്തിന് വിധേയമാകുന്നത് ചുറ്റുമുള്ള ദ്രാവകം പ്രയോഗിക്കുന്ന പ്രതിബലം മൂലമാണ്. ഹുക്ക് നിയമത്തിന്റെ പരിണത രൂപമാണ്.

$$p = B\ (\Delta V/V)$$

ദ്രാവകം കാരണം വസ്തുവിലുണ്ടാകുന്ന മർദമാണ് p (ദ്രവചലിതസമ്മർദനം), $\Delta V/V$ എന്നത് ഈ മർദംമൂലം വസ്തുവിന്റെ ഉള്ളളവിലുണ്ടാകുന്ന അംശീയ വ്യത്യാസമാണ് ഉള്ളളവ് സ്ട്രെയിൻ (volume strain), B വസ്തുവിന്റെ ബൾക്ക് മോഡുലസ്സാണ്.

വിചിന്തനവിഷയങ്ങൾ

1. അഗ്രത്ത് തൂക്കിയിട്ടിരിക്കുന്ന ഭാരം F മൂലം വലിച്ചുനിവർത്തിയ വിധത്തിൽ, സീലിംഗിൽ നിന്നും തൂക്കിയിട്ടിരിക്കുന്ന കമ്പിയിൽ പ്രയോഗിക്കുന്ന ബലം ഭാരത്തിന് തുല്യവും വിപരീതവുമാണ്. കമ്പിയുടെ A എന്ന ഏത് ഛേദതലത്തിലെയും വലിവു ബലം (Tension) F ആണ് $2F$ അല്ല. അതിനാൽ വലിവുപ്രതിബലം ഇവിടെ ഒരു യൂണിറ്റ് പരപ്പളവിൽ അനുഭവപ്പെടുന്ന വലിവുബലമാണ്. ഇത് F/A ക്ക് തുല്യവുമാണ്.

2. ഹുക്കിന്റെ നിയമം ബാധകമായിട്ടുള്ള സ്ട്രെസ്സ് സ്ട്രെയിൻ ഗ്രാഫിലെ രേഖീയഭാഗത്ത് മാത്രമാണ്.

3. യംഗ്സ്മോഡുലസും ഷിയർമോഡുലസ്സും ഉചിതമായിട്ടുള്ളത് ഖരവസ്തുക്കൾക്ക് മാത്രമാണ്. അതിനാൽ ഇവയ്ക്ക് മാത്രമേ നീളവും ആകൃതിയുമുള്ളൂ.

4. ബൾക്ക് മോഡുലസ് ഉചിതമായിട്ടുള്ളത് ഖരവസ്തുക്കൾ, ദ്രാവകം, വാതകം എന്നിവയ്ക്കാണ്. ഒരു വസ്തുവിന്റെ എല്ലാ ഭാഗങ്ങളിലും സമാന സ്ട്രെസ്സ് അനുഭവപ്പെടുമ്പോൾ ആകൃതിക്കു വ്യത്യാസം വരാതെ ഉള്ളളവിൽ ഉണ്ടാകുന്ന വ്യത്യാസത്തെയാണ് ഇത് സൂചിപ്പിക്കുന്നത്.

5. ലോഹസങ്കരങ്ങളേക്കാളും ഇലാസ്റ്റോമറുകളേക്കാളും യങ്സ് മോഡുലസ്സിന്റെ വില ലോഹങ്ങൾക്ക് വളരെ കൂടുതലായിരിക്കും. ഒരു പദാർഥത്തിന്റെ യങ്സ് മോഡുലസിന്റെ വില വലുതായിരുന്നാൽ ഇവയുടെ നീളത്തിൽ ചെറിയ വ്യത്യാസം ഉണ്ടാക്കുന്നതിന് വലിയബലം ആവശ്യമാണ്.

6. സാധാരണ രീതിയിൽ ഒരു പദാർഥം കൂടുതൽ വലിയുന്നുവെങ്കിൽ അത് കൂടുതൽ ഇലാസ്തിക സ്വഭാവമുള്ളതാണെന്ന് കരുതും. സത്യത്തിൽ ഒരു പദാർഥം കൂടുതൽ ഇലാസ്തിക സ്വഭാവമുള്ളതാകുന്നത് ഒരു നിശ്ചിത ബലത്തിന് വിധേയമായി നൽകുന്ന ഭാരത്തിനനുസരിച്ച് കുറഞ്ഞ അളവിൽ വലിയുമ്പോഴാണ്.

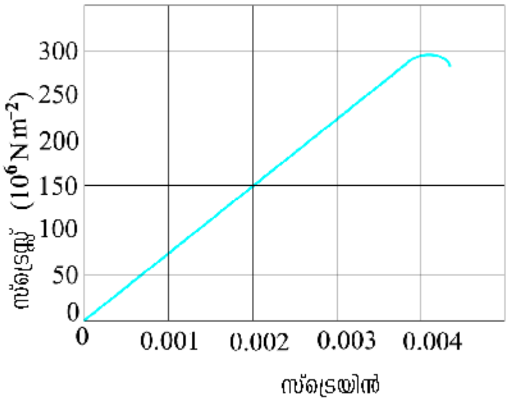
7. പൊതുവായി പറഞ്ഞാൽ ഒരു ദിശയിലുണ്ടാകുന്ന രൂപാന്തരബലത്തിന് മറ്റ് ദിശകളിലും സ്ട്രെയിൻ ഉണ്ടാക്കുവാൻ കഴിയും. ഇത്തരം സാഹചര്യങ്ങളിൽ സ്ട്രെസും സ്ട്രെയിനും തമ്മിലുള്ള ആനുപാതികത കേവലം ഒരു ഇലാസ്തിക സ്ഥിരാങ്കം കൊണ്ട് വിവരിക്കാവുന്നതല്ല. ഉദാഹരണമായി അനുദൈർഘ്യ സ്ട്രെയിനിനു വിധേയമായ ഒരു കമ്പിയിൽ, പാർശ്വിക അളവുകൾ (lateral dimension) (ഛേദതല ആരം) ചെറിയ വ്യത്യാസത്തിന് വിധേയമാകുന്നു. ഇത് പദാർഥത്തിന്റെ മറ്റൊരു ഇലാസ്തിക സ്ഥിരാങ്കം ആയ പോയിസ്സൺസ് അനുപാതം (Poisson's ratio) സൂചിപ്പിക്കുന്നു.

8. സ്ട്രെസ്സ് എന്നത് ഒരു സദിശ അളവല്ല. കാരണം ബലത്തിലേതുപോലെ പ്രതിബലത്തിന് വ്യക്തമായ ഒരു ദിശ നിശ്ചയിക്കുവാൻ സാധ്യമല്ല. ഒരു വസ്തുവിന്റെ ഒരു നിർദിഷ്ടമായ വശത്തിന്റെ ഏതെങ്കിലും ഒരു ഭാഗത്ത് പ്രവർത്തിക്കുന്ന ബലത്തിന് നിശ്ചിത ദിശയുണ്ടായിരിക്കും.

പരിശീലനപ്രശ്നങ്ങൾ

9.1 തന്നിരിക്കുന്ന ഭാരം കാരണം 4.7 m നീളമുള്ളതും 3.0×10^{-5} m^2 ഛേദതല പരപ്പളവുള്ളതുമായ സ്റ്റീൽ കമ്പിയും 3.5 m നീളമുള്ളതും 4.0×10^{-5} m^2 ഛേദതല പരപ്പളവുള്ളതുമായ ഒരു ചെമ്പുകമ്പിയും ഒരേ അളവിൽ വലിയുന്നു. സ്റ്റീലിന്റെയും ചെമ്പുകമ്പിയുടെയും യങ്സ് മോഡുലസ്സുകൾ തമ്മിലുള്ള അനുപാതമെന്ത്?

9.2 തന്നിരിക്കുന്ന ഒരു പദാർഥത്തിന്റെ സ്ട്രെസ്സ്–സ്ട്രെയിൻ ചിത്രം 9.11 ൽ കാണിച്ചിരിക്കുന്നു. അതിൽ നിന്നും താഴെ പറയുന്നവ കണ്ടെത്തുക. (a) യങ്സ് മോഡുലസ്സ് (b) ഈ പദാർഥത്തിന്റെ ഏകദേശമായ യീൽഡ്ശക്തി?



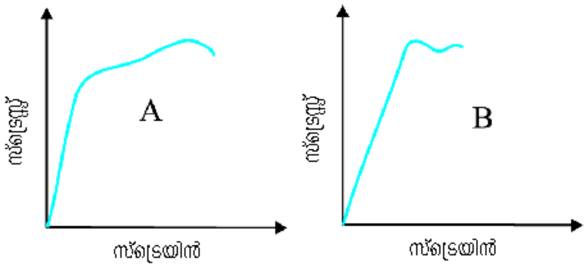
ചിത്രം 9.11

9.3 A, B എന്നീ പദാർഥങ്ങളുടെ സ്ട്രെസ്സ്–സ്ട്രെയിൻ ഗ്രാഫാണ് ചിത്രം 9.12 ൽ കാണിച്ചിരിക്കുന്നത്.

ഗ്രാഫുകൾ ഒരേ തോതിലാണ് വരച്ചിരിക്കുന്നത്.

(a) ഇവയിലേത് പദാർഥത്തിനാണ് യങ്സ് മോഡുലസ്സ് കൂടുതൽ?

(b) ഇവ രണ്ടിൽ ഏത് പദാർഥത്തിനാണ് ദൃഢത കൂടിയത്?



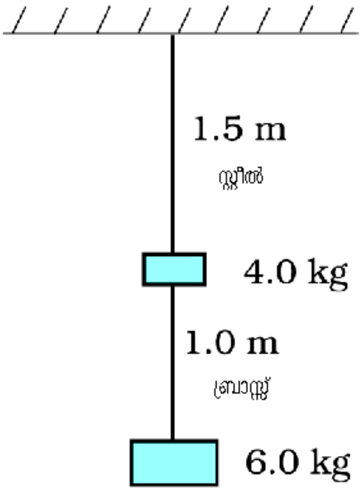
ചിത്രം 9.12

9.4 താഴെ തന്നിരിക്കുന്ന രണ്ട് പ്രസ്താവനകളും ശ്രദ്ധാപൂർവം വായിച്ച്, ശരിയാണെങ്കിലും തെറ്റാണെങ്കിലും കാരണം പ്രസ്താവിക്കുക.

(a) റബ്ബറിന്റെ യങ്സ് മോഡുലസ്സ് സ്റ്റീലിന്റേതിനേക്കാൾ വലുതാണ്.

(b) ഒരു കോയിലിലെ വലിച്ചുനീട്ടൽ അനുരൂപണ മോഡുലസ്സുപയോഗിച്ച് നിർണയിക്കാം.

9.5 ചിത്രം 9.13 ൽ കാണിച്ചിരിക്കുന്നതുപോലെ ഘടിപ്പിച്ചിരിക്കുന്ന 0.25 cm വ്യാസമുള്ള രണ്ട് കമ്പികളിൽ ഒന്ന് സ്റ്റീൽ കൊണ്ട് നിർമിച്ചതും മറ്റേത് ബ്രാസ്സ് കൊണ്ടു നിർമിച്ചതുമാണ്. സ്റ്റീൽ കമ്പിയിൽ ഉൾപ്പെടുത്താത്തപ്പോഴുള്ള നീളം 1.5 m ഉം ബ്രാസ്സ് കമ്പിയുടെ നീളം 1.0 m ഉം ആണ്. സ്റ്റീൽ കമ്പിയുടെയും ബ്രാസ്സ് കമ്പിയുടെയും ദീർഘീകരണം കണക്കാക്കുക.



ചിത്രം 9.13

9.6 ഒരു അലൂമിനിയം ക്യൂബിന്റെ അരികിന് 10 cm നീളമുണ്ട്. ക്യൂബിന്റെ ഒരു മുഖം ലംബമായ ഭിത്തിയിൽ ദൃഢമായി ഉറപ്പിച്ചിട്ടുണ്ട്. ക്യൂബിന്റെ എതിർമുഖത്ത് 100 kg മാസ്സ് ബന്ധിപ്പിക്കുക. അലൂമിനിയത്തിന്റെ അനുരൂപണ മോഡുലസ് 25 GPa ആണ്. ഈ വശത്തുണ്ടാകുന്ന ലംബീയ വിഭ്രംശം (vertical deflection) എന്ത്?

9.7 അകം പൊള്ളയായ സിലിണ്ടർ ആകൃതിയിലുള്ളതും സമാനമായതുമായ നാല് സ്റ്റീൽ തൂണുകളിൽ 50,000 kg ഭാരമുള്ള ഒരു വലിയ കെട്ടിടത്തെ താങ്ങി നിർത്തുന്നു. ഓരോ തൂണിന്റെയും അകത്തെയും പുറത്തേയും ആരങ്ങൾ യഥാ

ക്രമം 30cm , 60 cm എന്നിങ്ങനെയാണ്. ഭാരത്തിന്റെ വിന്യാസം സമാനമാണെന്ന് സങ്കൽപ്പിച്ചാൽ, ഓരോ തൂണിലുമുണ്ടാകുന്ന സമ്മർദിത സ്ട്രെയിൻ കണക്കാക്കുക.

9.8 15.2 mm × 19.1 mm ദീർഘചതുര ഛേദതലമുള്ള ഒരു ചെമ്പ് കഷണത്തെ വലിച്ചു നിർത്തുവാനാവശ്യമായ ബലം 44,500 N ആണ്. ഇത് ഇലാസ്തിക രൂപാന്തരം മാത്രം ഉണ്ടാക്കുന്നു. പരിണിത സ്ട്രെയിൻ കണക്കാക്കുക.

9.9 ഒരു സ്കീയിംഗ് വിനോദ കേന്ദ്രത്തിന്റെ മുകളിലൂടെ പോകുന്ന 1.5 രാ ആരമുള്ള ഒരു സ്റ്റീൽ കമ്പിയിൽ ഒരു തൂക്കുകസേര ബന്ധിപ്പിച്ചിരിക്കുന്നു. കമ്പിക്ക് താങ്ങാവുന്ന പരമാവധി സ്ട്രെസ്സ് 10^8 N m $^{-2}$ നെ മറികടക്കാത്ത വിധത്തിൽ കമ്പിയിൽ പ്രയോഗിക്കുവാൻ കഴിയുന്ന പരമാവധി ഭാരം കണക്കാക്കുക.

9.10 15 സഴ ഭാരമുള്ള ഒരു ദൃഢദണ്ഡിനെ 2.0 m നീളമുള്ള മൂന്ന് കമ്പികൾ തുല്യമായി താങ്ങി നിറുത്തിയിരിക്കുന്നു. രണ്ടഗ്രങ്ങളിലേത് ചെമ്പുകമ്പിയും മധ്യഭാഗത്തുള്ളത് ഇരുമ്പുമാണ്. എല്ലാ കമ്പികളിലും ഒരേ വലിവുബലമാണ് ഉള്ളതെങ്കിൽ അവയുടെ വ്യാസങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള അനുപാതം നിർണയിക്കുക.

9.11 1.0 ാ നീളമുള്ള വലിച്ചുനീട്ടാത്ത ഒരു സ്റ്റീൽ കമ്പിയുടെ അഗ്രത്ത് 14.5 kg മാസ്സ് മുറുകെ കെട്ടിയശേഷം അതിനെ കുത്തനെ വൃത്താകൃതിയിൽ ചുഴറ്റുക. വൃത്തത്തിന് താഴെ 2 rev/s കോണീയ പ്രവേഗം (Angular velocity) ലഭ്യമാകത്തക്കവിധത്തിൽ വേണം ചുഴറ്റേണ്ടത്. കമ്പിയുടെ ഛേദതല പരപ്പളവ് 0.065 cm^2 ആണ്. കറങ്ങുന്ന പാതയുടെ ഏറ്റവും താഴത്തെ ബിന്ദുവിൽ ഭാരം എത്തുമ്പോഴുള്ള കമ്പിയുടെ ദീർഘീകരണം കണക്കാക്കുക.

9.12 താഴെത്തന്നിരിക്കുന്ന വിലകൾ ഉപയോഗിച്ച് ജലത്തിന്റെ ബൾക്ക് മോഡുലസ്സ് കണക്കാക്കുക. ആദ്യ ഉള്ളളവ് = 100.0 ലിറ്റർ, മർദവർധനവ് = 100.0 atm (1 atm = 1.013 × 10^5 Pa), അവസാന ഉള്ളളവ് = 100.5 ലിറ്റർ. ജലത്തിന്റെ ബൾക്ക് മോഡുലസ്സ് വായുവിന്റേതുമായി താരതമ്യം ചെയ്യുക (താപനില സ്ഥിരമാകുമ്പോൾ). ഈ അനുപാതം വളരെ വലുതായതെന്തുകൊണ്ടെന്ന് ലളിതമായി വിശദീകരിക്കുക.

9.13 80.0 മഠാ, മർദമുള്ള താഴ്ചയിൽ ജലത്തിന്റെ സാന്ദ്രത എന്തായിരിക്കും? ജലത്തിന്റെ ഉപരിതല സാന്ദ്രത 1.03 × 103 kg m $^{-3}$ യെന്ന് തന്നിരിക്കുന്നു.

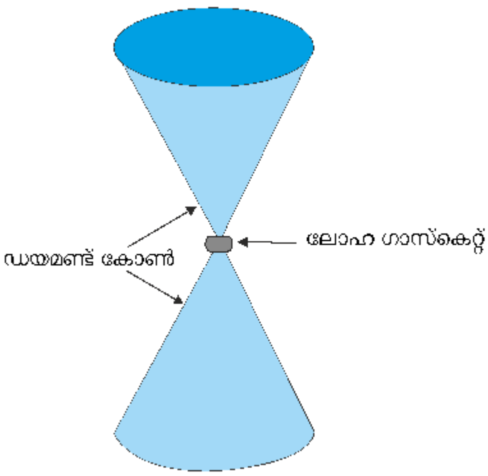
9.14 10 മഠാ ദ്രവചലിത മർദത്തിന് വിധേയമായ ഒരു ഗ്ലാസ് സ്ലാബിന്റെ ഉള്ളളവിലുള്ള അംശീയ വ്യത്യാസം കണക്കാക്കുക.

9.15 7.0 × 10^6 ജമ മർദത്തിന് വിധേയമാക്കപ്പെട്ട 10 cm. അരികുള്ള ദൃഢമായ ചെമ്പുക്യൂബിലെ ഉള്ളളവിന്റെ സങ്കോചം നിർണയിക്കുക.

9.16 ഒരു ലിറ്റർ ജലം 0.10% ഞെരുക്കുമ്പോൾ മർദത്തിലുള്ള വ്യത്യാസം എന്തായിരിക്കണം?

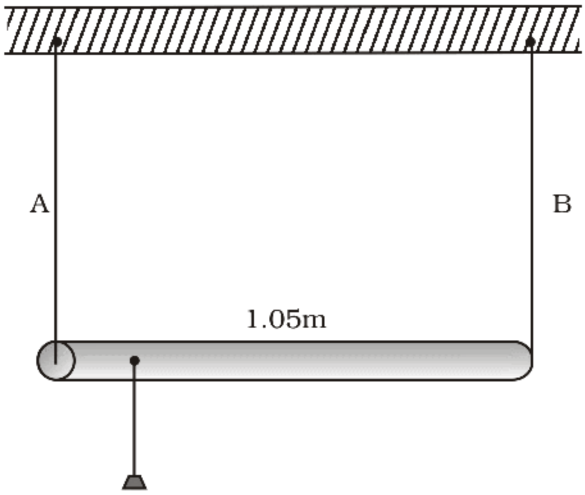
അധിക പരിശീലനപ്രശ്നങ്ങൾ

9.17 വളരെ ഉയർന്ന മർദത്തിലുള്ള പദാർഥങ്ങളുടെ സ്വഭാവം പരിശോധിക്കുന്നതിന് ചിത്രം 9.14 ൽ കാണിച്ചിരിക്കുന്നതുപോലെ ആകൃതിയുള്ള വജ്രത്തിന്റെ ഒറ്റ ക്രിസ്റ്റലുകൊണ്ടുണ്ടാക്കിയ അൻവില്ലുകൾ ഉപയോഗിക്കുന്നു. അൻവില്ലിന്റെ ഇടുങ്ങിയ അഗ്രത്തുള്ള പരന്ന മുഖങ്ങളുടെ വ്യാസം 0.50 mm ഉം. വിസ്തൃതമായ അഗ്രങ്ങൾ 50,000 N സമ്മർദിത ബലത്തിന് വിധേയമാകുകയും ചെയ്താൽ അൻവില്ലിന്റെ അഗ്രഭാഗത്തുള്ള മർദം എന്ത്?



ചിത്രം 9.14

9.18 ചിത്രം 9.15 ൽ കാണിച്ചിരിക്കുന്നതുപോലെ തുല്യനീളമുള്ള സ്റ്റീൽ (കമ്പി A), അലൂമിനിയം (കമ്പി B) കമ്പികളിൽ 1.05 m നീളമുള്ളതും തുച്ഛമായ മാസ്സുള്ളതുമായ ഒരു ദണ്ഡിനെ താങ്ങിനിർത്തിയിരിക്കുന്നു. A, B എന്നീ കമ്പികളുടെ ഛേദതലപരപ്പളവ് യഥാക്രമം 1.0 mm^2 , 2.0 mm^2 എന്നിങ്ങനെയാണ്. ദണ്ഡിന്റെ നീളത്തിൽ ഏത് ബിന്ദുവിൽ m മാസ്സിനെ തൂക്കിയിടുമ്പോഴാണ് സ്റ്റീൽ അലൂമിനിയം കമ്പികളിൽ (a) തുല്യസ്ട്രെസ്സുകൾ (b) തുല്യ സ്ട്രെയിനുകൾ ഇവ ഉണ്ടാകുന്നത്.



ചിത്രം 9.15

9.19 1.0 m നീളമുള്ളതും 0.50×10^{-2} cm^2 ഛേദതല പരപ്പളവുള്ളതുമായ ഒരു ചെറിയ സ്റ്റീൽ കമ്പിയെ അതിലനുഭവപ്പെടുന്ന ബലം അതിന്റെ ഇലാസ്തിക പരിധിക്കുള്ളിൽ വരത്തക്കവിധം രണ്ടു തൂണുകൾക്കിടയിൽ വലിച്ചു കെട്ടിയിരിക്കുന്നു. കമ്പിയുടെ മധ്യബിന്ദുവിൽ 100 g മാസ്സ് തൂക്കിയിടുമ്പോൾ മധ്യബിന്ദുവിലെ താഴ്ച കണക്കാക്കുക.

9.20 നാലു റിവട്ടുകളുപയോഗിച്ച് രണ്ട് ലോഹത്തകിടുകളെ പരസ്പരം ഉറപ്പിച്ചിട്ടുണ്ട്. ഓരോന്നിന്റെയും വ്യാസം 6.0mm ആണ്. റിവട്ടിലുള്ള അനുരൂപണ സ്ട്രെസ്സ് 6.9×10^7 Pa മറികടക്കാതിരിക്കണമെങ്കിൽ ഉറപ്പിച്ച തകിട് ചെലുത്തുന്ന പരമാവധി വലിവുബലം (Tension) എന്തായിരിക്കും? ഓരോ റിവട്ടും ഭാരത്തിന്റെ നാലിലൊന്നാണ് വഹിക്കുന്നതെന്ന് കരുതുക.

9.21 പെസഫിക് സമുദ്രത്തിലാണ് മറീനാട്രെഞ്ച് സ്ഥിതിചെയ്യുന്നത്. ഇത് സമുദ്രോപരിതലത്തിൽനിന്നും 11 km താഴെയാണ്. ഈ തടത്തിന്റെ അടിത്തട്ടിലെ ജലത്തിന്റെ മർദം ഏകദേശം 1.1×10^8 Pa ആണ്. 0.32 m^3 ഉള്ളളവുള്ള ഒരു സ്റ്റീൽ ബോൾ സമുദ്രത്തിനുള്ളിലേക്കിട്ടാൽ അത് തടത്തിന്റെ താഴെയെത്തുന്നുവെന്നിരിക്കട്ടെ. തടത്തിന്റെ താഴെ എത്തുന്ന ബോളിന്റെ ഉള്ളളവിലുണ്ടാകുന്ന വ്യത്യാസം എന്തായിരിക്കും?